EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

LA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA,

NELLA QVALE IN VNDICI LIBRI SI NOTIFICA LA PIV ELLEVATA, ET SPECVLATIVA PARTE DELLA PRATICA Arithmetica, laqual è tutte le regole, & operationi praticali delle progressioni, radici, proportioni, & quantita irrationali.

MALIGNITA'

Collegii Societatis Catalogo

NOIAR NON PVO

A' FORTEZZA

Jesu

Con privilegio della santita di Papa Paulo IIII. Della Illustrissima Signoria di Venetia, & dell'eccellentissimo Signor Duca d'Vrbino.

In Vinegia per Curtio Troiano dei Navò.
M D L V I.
Appresso dell'Auttore.

AL MOLTO MAGNIFICO, ET GENEROSO SIGNOR, IL SIGNOR CONTE ANTONIO L'ANDRIANO SVO HONORANDISS.

Havendo questi duoi anni passati, Magnifico Signor Conte (a commune beneficio) composto un general Trattato di numeri, & misure, ma in sei parti diviso, per la diversita di lor soggetti, dellequali sei parti, questa è la seconda, nella quale in undici libri si notifica tutte le piu speculative regole, & grandi attioni, over operationi praticali, che occorrer possa, non solamente nella general pratica di numeri, & misure, ma anchora nella pratica speculativa dell'arte magna, detta in Arabo Algebra, & Almucabala, over regola della cosa. Et perche gia molti giorni ragionando con le eccellenza di messer Federico Comandino da Vrbin peritissimo mathematico, quella mi certificò qualmente vostra Signoria molto si dilettava, non solamente della speculativa dottrina di Euclide Megarense, ma anchora della pratica speculativa dell'arte magna. Laqual cosa intendendo, & desiderando io gia molti, & molti giorni di far qualche cosa aggrata a vostra Signoria, per ricompensar alquanto la troppo gran cortesia a me usata per una cosa da niente. Mi ho pensato, che tal mia seconda parte non gli sara in dispiacere, trattando delle materie, che lei tratta, e pero con le debite riverenze à quella la dedico, offerisco, & dono. Et se vostra Signoria non trovara tal mia fatica in tutto secondo il voler suo, quella si dognara havermi per iscuso, alla buona gratia, dellaquale di continuo mi raccomando.

Di Venetia alli III di Aprile. M D LVI.

Alli comandi di V. S.
Nicolo Tartaglia.

TAVOLA DELLA CONTINENTIA DI CIASCVN LIBRO, ET A QVANTE CARTE PRINCIPIA.

IL FINE.

LE SEQVENTI SONO LE TAVOLE DELLA general continentia delli capi di ciascun libro.

Tauola di capi del primo libro.

Tavola di capi del secondo libro.

Tavola di capi del terzo libro.

Tavola di capi del quarto libro.

Tavola di capi del quinto libro.

Tavola di capi del sesto libro.

Tavola di capi del settimo libro.

Nel setti-

Tauola di capi del ottauo libro.

Tauola di capi del nono libro.

Tauola di capi del decimo libro.

Tauola di capi del undecimo libro.

IL FINE.

INCOMINCIA IL PRIMO LIBRO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA, NEL

qual si notifica tutte le varie diuisioni, & specie del numero astratto, & consequentemente si dichiara la penultima specie, atto, ouer passione del Algorithmo, ouer della Pratica di numeri detta Progressioni, & delle sue generali, & particolari Proprieta.

HAuendo nel principio della prima parte del nostro general trattato diffinito (secondo Euclide) che cosa sia la vnita, & il numero, & cosi secondo la consideratione del naturale, come del mathematico, ma perche le diuisioni adutte da Euclide, & da altri filosofi sopra di esso numero non appartenira a Mercanti fu prorogato a parlar di tal materia in questa seconda parte.

Della prima diuision di tutto il numero. Cap. I.

1 TVTTO il numero vien diuiso in paro, & disparo, il numero paro (come vuol Euclide nella prima diffinition del nono) è quello, che puo esser diuiso in due parti equali, si come sono 2.4.6.8.10.12.14. & altri simili, quali sono infiniti.

Et il disparo, ouer imparo è quello che non puo esser diuiso in due parti eguali, & che auanza il paro (come dice Euclide) nella vnita, si come sono 3.5.7.9.11.13. & altri simili, per il che seguita la vnita non esser connumerata fra li numeri dispari, anchor che la sia principio di tutti quelli.

Della seconda diuision di tutto il numero. Cap. II.

Tutto il numero anchora si diuide in quattro specie (come dimostra Euclide nella terza, quarta, quinta, & sesta diffinition del nono, cioe in parimente paro, parimente disparo, parimente, & disparimente paro, & disparimente disparo.

1 IL numero parimente paro, è quello che tutti li numeri pari, che lo numerano, lo numerano per volte pari.

Come saria il 64. il qual 64 è numerato da cinque numeri pari, & non da piu, cioe da 2. da 4. da 8. da 16. & da 32. & tutti questi lo numerano per volte pare, perche il 2 lo numera 32 volte, le quali 32 volte sono pare, il 4 lo numera 16 volte, lo 8 il numera 8. il 16 lo numera 4 volte, & il 32 lo numera 4 volte, & perche tutte le dette volte sono pare il detto 64. è numero parimente paro, il medesimo si trouara esser 4. 8. 16. 32. 128. & infiniti altri.

2 IL numero parimente disparo è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano li numerano per volte dispare.

Come saria il 90. il quale è numerato solamente da cinque numeri pari, & questi sono 2.6.10.18. & 30. cioe il 2 lo numera 45 volte, il 6. 15 volte, il 10. 9 volte, il 18. 5 volte, il 30. 3 volte, & perche tutte le dette volte sono dispare tal numero 90. sara parimente disparo, & il medesimo si trouaranno esser 6.10.14.18.22.26.30.34.38.42. & infiniti altri.

3 IL numero parimente, & disparimente paro, è quello che li numeri pari che lo numerano alcuni lo numerano per volte pare, & alcuni per volte dispare.

Si come è il 40. il quale è numerato da 2. da 4. da 10. da 20. per volte pare, poi è numerato da 8 per volte dispare, cioe per 5 volte, & pero tal numero 40 sara parimente, & disparimente pare, il medesimo si trouara esser 24.28.36. & infiniti altri, & questi tai numeri participano del numero parimente pare, & del parimente dispare.

4 LO numero disparimente disparo è quello che tutti li numeri dispari, che lo numerano, lo numerano per volte dispare.

Si come è il 45. qual è numerato da quattro numeri dispari, cioe da 3. da 5. da 9. & da 15. per volte dispare, perche da 3 è numerato 15 volte, da 5. 9 volte, da 9. 5 volte, & da 15. 3 volte, & pero è detto numero disparimente disparo, il medesimo si trouara esser 15.21.27.33.35.39. & infiniti altri.

Della terza diuision di tutto il numero. Cap. III.

TVtto il numero si diuide anchora (considerato secondo se) in due specie, cioe in numero primo, & in numero composito, & in due altre in comparatione di vno ad vn'altro, cioe in numeri contra se primi, & in numeri fra loro compositi, come vuol Euclide nella 11. 12. 13. & 14. diffinition del suo settimo libro.

1 NVmero primo si dice quello, che dalla sola vnita è numerato.
Come sono 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. & altri simili, liquali per non esser numerati solamente dalla vnita sono detti numeri primi.

2 NVmero composito è detto quello, che da qualche numero è numerato.
Come essempi gratia è il 21. ilqual per esser numerato da 3. & da 7. è detto numero composito, & li componenti sariano 3. & 7.

3 NVmeri contra se primi, sono detti quelli, che solamente dalla vnita sono communamente numerati.
Essempi gratia questi duoi numeri 9. & 25. considerando ciascun di loro secondo se saria numero composito, perche il 9 è numerato da 3. & il 25 è numerato da 5. ma comparati l'uno contra l'altro sono detti contra se primi, perche il non si troua alcuno numero (eccetto che la vnita) che li numeri communamente ambiduoi, egli è il vero, che il 3 numera il 9. ma non numera poi il 25. & cosi il 5 numera il 25. ma non numera poi il 9. si che la vnita li numera solamente ambiduoi, & ogni volta, che sia duoi numeri, che solamente la vnita sia commune misura ad ambiduoi tali numeri da Euclide sono detti contra se primi.

4 NVmeri fra loro compositi, ouer communicanti, si dicono quelli, liquali qualche numero (oltra la vnita) numera communamente quelli, ancor che niun di quelli è al'altro primo.
Essempi gratia perche il 5 numera communamente questi duoi numeri 15. & 40. li detti duoi numeri 15. & 40. sono fra loro compositi, ouer communicanti, & questo s'intende in tutti gli altri che habbiano la detta conditione.

Della quarta diuisione di tutto il numero. Cap. IIII.

ANchora tutto il numero si diuide in tre altre specie, cioe in numero perfetto, abondante, & diminuto, come vuol Euclide nella settima, ottaua, & nona diffinitione del nono.

1 IL numero perfetto è quello, che è equale a tutte le sue parti, dallequali è numerato.
Come è il 6. il quale ha solamente tre parti, che lo numerano, & queste sono 1. 2. & 3. cioe il 3 è la mita di 6. & 2. ne è la terza parte, & la 1. ne è la sesta, & perche queste tre parti, cioe 1. 2. & 3. summate insieme fanno precisamente il detto 6. tal numero è perfetto, il medesimo si trouara esser 28. 496. 8128. 130816. come nel processo piu abondantemente ne parleremo.

2 IL numero abondante è quello, che è menore di tutte le sue parti, che lo numerano.
Come è il 12. il quale ha la mita (che è 6) ha la terza (che è 4) ha la quarta (che è 3) ha la sesta (che è 2) & anchora ha la duodecima (che è 1) lequal parti gionte insieme fanno a ponto 16. laqual summa per essere maggiore del detto 12. il detto 12 è numero abondante, il medesimo si trouara esser 24. 36. 48. 60. & infiniti altri, che se a vno per vno da te medesimo ne farai sperientia, cioe pigliando tutte le parti di ciascun di quelli, & summarle insieme trouarai, che tal summa sara maggiore del detto numero.

3 IL numero diminuto è quello, che è maggior di tutte le sue parti.
Si come è 8. il qual ha la mita (che è 4) ha la quarta (che è 2) ha la ottaua (laqual è 1) lequal parti gionte insieme fanno a ponto 7. laqual summa di parti è minore del detto 8. & pero il detto 8 è numero diminuto, il medesimo si trouara esser 10. 14. 16. & infiniti altri, come da te medesimo con la sperientia ti porrai certificare.

Della quinta diuisione di tutto il numero. Cap. V.

1 ANchora tutto il numero mathematico da nostri antichi (per praticare, volgere, & maneggiare le figure geometrice, & li spacij, & misure di quelle) è stato diuiso da Euclide (nelle diffinitioni de l'ottauo libro) in numero lineali, superficiali, & solidi, & similmente in numeri quadrati, & cubi, ma altri filosofi greci, come dimostra Boetio, & Giorgio val
la piacentino

la placentino, & molti altri, vi aggiongono anchora numeri triangolari, penthagonali, essagonali circolari, & similmente in numeri piramidali, si essagonali, & penthagonali, come quadrangulari, & triangolari, & si curte come integre, & finalmente in numeri altri, ouer lateruli, cunei, spherici, & altri, delliquali prima dichiariremo quelli posti da Euclide, come cosa piu necessaria al nostro proposito, de gli altri poi solamente di alcuni sotto breuita ne parleremo, ma che per curiosita ne vorra abondantemente intendere, ricorra a Boetio seuerino, & a Georgio valla, & altri che trouarranno cio che nel greco hanno trouato, & in latino tradotto sopra tal materia.

2 Ogni numero, che sia produtto da multiplicatione di duoi numeri, è detto numero superficiale, & quelli duoi numeri producenti si dicono lati di quel numero superficiale da loro produtto, & pero l'uno, & l'altro di detti duoi numeri producenti sara lineale, essempi gratia multiplicando 5 fia 7 fara 35. in questo caso il 35. sara detto numero superficiale, & li suoi lati sara 5. & 7. & pero 5. & 7 sara detto numero lineale, & pero seguita che li numeri lineali, & superficiali sono infiniti.

di numeri lineali
ooooooo, & ooooo

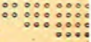
3 Ogni numero superficiale, che sia produtto da duoi numeri è detto numero quadrato, essempi gratia, multiplicando 2 fia 2. ouer 3 fia 3. ouer 4 fia 4. & cosi discorrendo, li loro produtti saranno detti numeri quadrati, liquali produtti saranno 4. 9. & 16. il medesimo si debbe intendere in tutti gli altri similmente produtti.

figura di numeri superficiali in genere

4 Ogni numero, che sia produtto dalla continua multiplicatione di tre numeri è detto numero solido, & i lati di quel tal numero solido s'intendono esser quelli tre numeri, essempi gratia siano quelli tre numeri 3. 4. & 5. & sia multiplicato il primo fia il secondo (cioe 3 fia 4 fa 12) & quel produtto fia il terzo (cioe 12 fia 5 fara 60) hor dico che questo vltimo produtto (cioe 60) sara detto numero solido, & li tre lati di questo tal numero solido s'intende esser li detti tre numeri (cioe 3. 4. & 5.) & pero ciascun di quelli sara in questo caso numero lineale.

5 Ogni numero solido, che sia produtto dalla continua multiplicatione di tre numeri equali è detto numero cubo, & li lati di tal cubo sara li detti tre numeri, essempi gratia siano questi tre numeri equali 2. & 2. & 2. & siano multiplicati l'uno fia l'altro, & tal produtto fia l'altro, tal vltimo produtto sara detto numero cubo, il qual vltimo produtto in questo caso saria 8. & pero 8 è numero cubo, il medesimo seguiria in questi tre, cioe 3. & 3. & 3. che produriano 27. & pero 27 sara numero cubo, & cosi quelli tre 4. & 4. & 4. produrrianno 64. & pero 64 sara numero cubo, & cosi si debbe intendere in tutti gli altri, & quelli tre numeri multiplicati, vengono a esser li tre lati di quel tal numero cubo, & pero ciascun di detti tre numeri in vn simil caso sara numero lineale.

figura di numeri quadrati



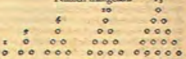
6 Li numeri superficiali, ouer solidi (come diffinisse Euclide nella 6 diffinitione del 8) sono detti simili, quando che li lati di quelli sono proportionali, ma per non esser anchora stato diffinito, che cosa sia numeri proportionali (delliquali parlaremo nel libro 7. doue trattaremo delle proportioni) li diffiniremo (per bisogno) in quest'altro modo, dicendo che li numeri superficiali simili sono quelli che multiplicati l'uno fia l'altro producano numero quadrato, ouero che diremo che sono quelli, che partendo l'uno per l'altro lo auenimento sara numero quadrato, perche tai numeri sempre hanno queste due conditioni, che multiplicati, & similmente partiti l'uno per l'altro sempre ne danno numero quadrato, come sono 2. & 8. liquali multiplicati fanno 16. che è numero quadrato, & similmente partendo 8 per 2. ne vien 4. che è pur numero quadrato, & pero questi duoi numeri 2. & 8 saranno superficiali, & simili, & per le medesime ragioni 3. & 12. & similmente 6. & 24. & cosi 5. & 20. saranno pur superficiali, & simili, perche 2 fia 8 fa 16. ch'è numero quadrato, & cosi 3 fia 12 fa 36. che è pur numero quadrato, & similmente 6 fia 24 fa 144. che è pur numero quadrato, & cosi 5 fia 20 fa 100. che è pur numero quadrato, & cosi tutti gli altri, che hauerranno tal conditione.

Et li numeri solidi simili diremo, che sono quelli, che solamente partendo l'uno per l'altro, lo auenimento sempre sara numero cubo, come saria 1728. & 216. che partendo 1728. per 216. ne vien 8. il qual 8 come si vede è numero cubo, & pero sono numeri solidi simili, & per le medesime ragioni 24. & 3. & similmente 108. & 4. & cosi 16. & 2 saranno pur numeri solidi, & simili, & tutti gli altri, che hauerranno tal conditione, auertendoti che tutti li numeri quadrati sono tutti fra loro superficiali simili, & similmente tutti li numeri cubi sono tutti fra loro numeri solidi, & simili.

7 Delli numeri superficiali li nostri antichi vogliono, che il primo sia il numero triangolare (si come occorre anchora nelle figure geometrice superficiali) il secondo poi è il numero quadrato, il terzo è il numero penthagonale, il quarto è il numero essagonale, il quinto è il numero settagonale, il sesto è il numero ottogonale, & cosi discorrendo.

8 ET il principio di numeri triangolari li nostri antichi filosofi vogliono, che sia la vnita, & dapoi quella il 3. dapoi il 6. dapoi il 10. dapoi il 15. & cosi tutti quelli, che assettati secondo l'ordine de gli essempi figurati in margine formano vna figura triangolare equilatera.

Numeri triangolari.



9 Similmente il principio di tutti li numeri quadrati vogliono che sia pur la vnita, & dapoi quella il 4. dapoi il 9. dapoi il 16. dapoi il 25. & cosi tutti quelli, che assettati secondo l'ordine, che in margine appar formino vna figura quadrata.

Numeri quadrati.

10 Similmente il principio di tutti li numeri penthagonali vogliono che sia pur la vnita, & dapoi quella il 5. poi il 12. poi il 22. poi il 35. & cosi tutti quelli, che assettati secondo l'ordine posto in margine venghino in forma, ouer figura penthagonale.

Numeri penthagonali.

11 Similmente il principio di tutti li numeri essagonali vogliono che sia pur la vnita, & dapoi quella il 6. dapoi il 15. dapoi il 28. & cosi tutti gli altri, che assettati sotto a vn certo suo ordine formino vna figura essagonale, & cosi vanno procedendo nelli numeri settagonali, et ottogonali, & altri liquali per non esser materia molto al nostro proposito, perche questi numeri triangolari, penthagonali, essagonali, settagonali, &c. non rispondeno a tai figure geometrice, & tengo che per questa causa Euclide non fece mention saluo che di quelli, che corrispondeno a tai figure geometrice, cioe li numeri quadrati.

Della penultima specie, atto, ouer passione del algorithmo, cioe della pratica di numeri, detta progressioni. Cap. VI.

1 SEguita la penultima specie, atto, ouer passione della pratica di numeri, chiamata progressione, laquale (per non esser materia molto necessaria a mercanti) fu pretermessa nella prima parte detta regole negotiarie, abenche tal specie, ouer atto non sia molto accadente, ouer necessario nelle pratiche mercantile, nondimeno molte, & molte questioni nella general pratica di numeri, & anchora in quella di misure occorrer possono, che senza l'aiuto, ouer suffragio di tal specie, & delle sue regole saria impossibile di poter risoluere, & pero furno astretti li nostri antichi a ritrouar tal specie con le sue conuenienti regole, ma nanti che procediamo piu oltra voglio dichiarir, che cosa sia progressione.

Che cosa sia progressione.

2 PRogressione nõ è altro in questo luogo, che vn certo ordine di piu numeri, che l'uno va eccedendo il suo antecedente equalmente di mano in mano talmente, che l'ultimo vien a esser maggiore di qual si voglia delli intermedi, & il primo vien a esser il minimo di tal ordine.

Delle specie delle progressioni arithmetici principianti dalle vnita dette continoue.

3 LE specie delle progressioni sono molte, ma quelle che in questo libro trattar intendo sono due, cioe progressioni Arithmetici, & progressioni Geometrici, ma prima diremo delle Arithmetici, lequali principiano dalla vnita, & si vanno augumentando, & dilatando continuamente in egual differentie, cioe se il secondo termine eccede il primo in vna volta medesimamente il terzo eccede il secondo pur per vna vnita, & cosi il quarto eccede il terzo, & il quinto il quarto, & il sesto il quinto, & cosi procedendo di mano in mano, & similmente se il secondo eccede il primo per due vnita medesimamente il terzo eccede il secondo per due vnita, & il quarto eccede il terzo, & il quinto eccede il quarto, & cosi vanno procedendo, & se il secondo

La prima progressione arithmetica detta naturale

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

15
1
16

e fa 15. fa 120

eccede

eccede il primo in tre, ouer in 4. ouer piu vnita, in quelle medesime il 3°. eccedera il secondo, & il quarto eccedera il terzo, & il terzo, & il quinto il quarto, & cosi procedendo di man in mano, & di queste progressioni Arithmetice quella che li termini si vanno eccedendo per vna sola vnita (com'è questa 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. & cosi discorrendo) da Euclide (nella terza diffinitione del settimo libro) è detta naturale, perche naturalmente ella piu frequentata, & vsata appresso a tutti gli huomini di qual si voglia altra, & per molte ragioni a me mi pare, che questa tal specie di progressione conueniementemente vi si possa dir la prima di tutte le progressioni Arithmetici, e quella che li termini si vanno eccedendo per due vnita, cioe in questa forma 1.3.5.7.9.11.13.15. & cosi procedendo, a me mi pare che meritamente gli si debba dire la seconda delle progressioni Arithmetici, & quella che li termini si vanno eccedendo per 3 vnita (in questa forma 1.4.7.10.13.16.) se gli debba dir la terza, & similmente a quella che per simil ordine li termini si vanno eccedendo per 4 vnita, la quarta, & per 5 vnita la quinta, & per 6 vnita la sesta, & cosi discorrendo in infinito.

Delle regole generale di saper raccogliere, ouer summar tutte le specie di progressioni arithmetice principiante dalla vnita. Cap. VII.

1 Le regole per raccogliere, ouero summar tutti li termini di qual si voglia progressione Arithmetica principiante dalla vnita son molte, ma la piu generale è questa sempre aggiongi il primo termine (cioe la vnita) con l'ultimo, & la mita di tal summa multiplica fia il numero delli termini di quella progressione, & il produtto di tal multiplicatione sara la summa di tutti li detti termini di tal progressione, il medesimo seguira a multiplicar la summa del primo, & del vltimo termine, fia la mita del numero delli termini di tal progressione. Essempi gratia siano questi 15 termini 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15. nella progression naturale (da noi detta prima) & continua. Hor volendo con regola generale trouar la summa di tutti li detti 15 termini, dico che si debba aggiongere il primo termine (qual è 1.) sopra l'ultimo (qual è 15.) fara 16. delqual 16 pigliarne la mita (qual è 8) & quella multiplicata fia il numero delli termini della progressione (qual sono 15) faranno 120. & cosi dico che 120 sara la summa di tutti li detti 15 termini, come in margine appar, il medesimo ti auenira multiplicando la mita del numero di termini (laqual mita sara 7½) fia la summa del primo, & vltimo termine (laqual summa è 16) & questo medesimo seguira a piu, ouer manco numero di termini.

2 Similmente volendo summare li 13 termini posti nella seconda progressione (cioe che comincia dalla vnita, & va augumentando per due vnita) di quali 13 termini il primo è 1. & l'ultimo è 25. summa la vnita con 25 fara 26, pigliane la mita, che è 13. & quella mita multiplicala fia il numero di termini (che sono pur 13) fara 169. e cosi 169 sara la summa di tutti li detti 13 termini, il medesimo seguira in ogn'altro maggior, ouer menor numero di termini.

3 IL medesimo ti verra se vorrai summar li 10 termini, in margine posti nella terza progressione, che finisse in 28, perche se aggiongerai pur la vnita al detto 28 (vltimo termine) fara 29. & questo multiplicato fia la mita del numero di termini, che sara 5. fara 145. & tanto sara la summa di tutti li detti 10 termini, il medesimo seguira in ogni altro maggior, ouer menor numero di termini, & nota che in questo (per schiuar il rotto) ho multiplicato la mita del numero di termini fia la summa del primo, & dell'ultimo termine, il medesimo osseruerai nelle seguenti occorrendo tal accidente.

4 Volendo anchora summar quelli altri 13 termini posti in margine nella quarta progressione, cioe che si vanno eccedendo, & augumentando per 4 vnita, l'ultimo di quali 13 termini è 49. aggiongi la vnita al detto 49. fara 50. la mita del quale è 25. hor multiplica 25 fia li detti 13 termini fara 325. & 325 sara la summa di detti 13 termini, il medesimo seguira in ogni altro maggior, ouer menor numero di termini.

5 Hor per abreuiar scrittura se con li medesimi modi, ouer regola summarai gli altri tre essempi di progressioni in margine posti, cioe li 12 termini della quinta progressione, & similmente li 11 termini della sesta, & li 13 termini della settima tu trouarai, che la summa delli 12 termini della quinta sara 342. & delli 11. della sesta sara 341. & delli 13 della settima sara 559. come vedi in margine, & tal regola si seruira in tutte le altre progressioni arithmetice principianti dalla vnita, lequali progressioni sono infinite.

6 Auanti che procediamo in altro voglio notificarti vn'ordine di non poca ammiratione, che accade in queste progressioni Arithmetici, principianti dalla vnita, il qual ordine è questo, che la summa di quanti termini si voglia della prima progressione (detta naturale) sempre sara numero triangolare.

La seconda progressione arithmetica.

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 — summa 169

La terza progressione arithmetica.

1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 — 145

28
1
29
5
145

La quarta progressione arithmetica.

1 5 9 13 17 21 25 29 33 37 41 45 49 — summa 325

La quinta progressione arithmetica.

1 6 11 16 21 26 31 36 41 46 51 56 — summa 342

56
1
57
6
342

La sesta progressione arithmetica.

1 7 13 19 25 31 37 43 49 55 61 — 341

61
1
62
5½
341

La settima progressione arithmetica.

1 8 15 22 29 36 43 50 57 64 71 78 85 — summa 559

85
1
86
43
13
559

Et chi summara quanti termini si voglia nella seconda progressione (cioe in quella che va ascendendo per due vnita) sempre tal summa sara numero quadrato. Et nota che tutti li numeri dispari occorreno in questa seconda progressione, dalliquali si creano tutti li numeri quadrati.

6 ET chi summara quanti si voglia termini nella terza progressione (cioe in quella che va ascendendo per tre vnita, o vuoi dir per il ternario) sempre tal summa sara numero penthagonale, & cosi per abreuiar scrittura, che summara quanti si voglia termini nella quarta progressione, tal summa sempre sara numeri essagonali, & quella della quinta sara numero settagonale, & cosi la summa di quelli della sesta sara ottogonale, & di quelli della settima sara nonagonale, & cosi procedendo in infinito.

Sopra di questi ordini si poria narrare molte belle speculationi, ma perche tale sottilita sono piu presto per filosofanti inuestigatori di secreti ordini di natura, che p mathematici, p al presente li pretermetto.

Della regola generale di saper raccogliere, ouer summar tutte le specie di progressioni Arithmetici non principiante dalla vnita. Cap. VIII.

1 LE specie di progressioni Arithmetici non principianti dalla vnita sono molto piu di quelle, che principiano dalla vnita, perche alcune vanno ascendendo per quel numero in che principiano, & alcune vanno ascendendo per vn'altro numero diuerso da quello, in che principiano, nondimeno li termini, di qual si voglia di quelle, si summano, ouer raccogliano per quella medesima regola, che fu data, & vsata in quelle che principiano dalla vnita, essempi gratia.

2 VOlendo raccogliere, ouer summare questi 12 termini 2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24. posti in margine, liquali (come tu vedi) principiano dal numero binario (cioe dal 2) & vanno ascendendo, ouer augumentando per il detto binario, dico che tu si debbe per aggiongere il primo termine (cioe 2) sopra l'ultimo (cioe sopra 24) fa 26: la mita di questo 26. qual e 13. si debbe multiplicar fia il numero di termini, cioe fia 12 fara 156. & tanto sara la summa di tutti li detti 12 termini, il medesimo seguira se multiplicarai la mita di 12 (cioe del numero di termini) che fara 6 fia 26. cioe fia la summa del primo, & de l'ultimo termine.

2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
summa 156

24
2
26
13
12
156

3 IL medesimo ti seguira se tal progression principiasse da qual si voglia altro numero, essempi ponianmo che ti occorra di summar, ouer raccogliere questi 9 termini 7.9.11.13.15.17.19.21.23. aggiongi per il primo termine (qual e 7) con l'ultimo (qual e 23) fara 30. la mita del quale e 15. hor multiplicando 15 fia 9 (che e il numero di termini) fara 135. & tanto sara la summa di tutti li detti 9 termini, come in margine appare.

4 QVesto medesimo seguira in ogni altra specie di progression arithmetica ascendente, & principiante in che numero si voglia, hor ponianmo anchora questi 8 termini 5.12.19.26.33.40.47.54. liquali (come tu vedi) principiano da 5. & vanno ascendendo per 7. volendone la summa aggiongi pur il primo termine, che e 5. con l'ultimo, che e 54. fara 59. qual (per esser dispari) tu multiplicarai fia la mita del numero di termini, laqual mita fara 4. multiplicando adonque 4 fia 59 fara 236. come in margine appare, & tanto sara la summa di tutti li detti 8 termini. Alcun poria dire, potendo io hauer la detta summa di termini per il proprio atto del summare, che mi accade a intendere questa tal regola cosi generale, io gli rispondo (come fu detto nel principio del capo sesto) che a molte sottile, & speculatiue questioni (senza la noticia di quella, & altre regole) saria impossibile a dar perfetta resolutione, come che nel nostro processo si vedera manifesto.

7
9
11
13
15
17
19
21
23
summa 135

23
7
30
15
9
135

Regola generale di saper trouar il numero di termini di qual si voglia progression Arithmetica, mediante la noticia del numero ascendente, & del primo, & del vltimo termine. Cap. IX.

5 VOlendo trouar per regola generale il numero di tutti li termini di qual si voglia specie di progressione arithmetica mediante la noticia del primo, & dell'ultimo termine, & del numero ascendente, sempre cava il primo termine da l'ultimo, & il rimanente diuiderai per il numero ascendente, & lo auenimento sara il numero delli termini di tal progressione manco vno, cioe manco il primo, che fu cauato da l'ultimo, essempi gratia volendo saper il numero di tutti li termini di vna progressione (ascendente per 2) che principia da 7 & finisse in 21.

Caua 7, di 21 resta 14. & questo 14 parti per 2 (cioe per il numero ascendente) ne vien 7. & perche questo 7 e il numero di detti termini, manco il primo, che fu sottratto, & pero per regola generale aggiongi 1 al detto 7 fara 8. & per tanto tu concluderai che li detti termini sono 8. & se ne vorrai far proua

5
12
19
26
33
40
47
54
summa 236

54
5
59
4
236

piglia 7 per primo,& va ascendendo per 2.dicendo 7.9.11.13.15.17.19.21.tu trouerai che l'otta-
uo termine sara 21.come fu proposto.

2 Volendo anchora sapere quanti siano li termini di vna progressione arithmetica ascendente
per 3.laqual progressione principia da 5.& termina in 32. 7
Caua 5 di 32 resta 27.& questo 27 parti per 3 (cioe per il numero ascendente) ne vien 9. 9
alqual 9 aggiongi 1.(per il primo termine, che cauasti) fara 10.& cosi concluderai li detti ter- 11
mini esser 10.fanne proua, che trouerai cosi essere. 13

3 Volendo anchora sapere quanto siano li termini di vna progressione ascendente per 7.la- 15
qual principia da 19.& termina in 47. 17
Caua per 19.di 47.& resta 28. & questo parti per 7 (cioe per il numero ascendente) 19
ne vien 4.sopra alqual aggiongi 1.per regola(cioe per il primo termine, che fu cauato) 21
fara 5.& cosi 5 saranno tutti li termini di tal progressione, fanne proua che cosi trouerai,& questa me- 22
desima regola ti seruira anchora in tutte quelle progressioni, che principiano dalla vnita, come per te 23
medesimo ti potrai certificare, ma nota che se per caso tu nõ potesti partire per il numero ascẽdẽte net
tamente quel residuo, che ti restara dalla sottratione del primo termine dal l'ultimo, cioe che di tal par- 1
tire vi occorresse vn rotto seguira l'ultimo termine esser imperfetto, cioe non esser cresciuto quel che 3
se gli conuiene (per carestia del tempo, ouer d'altra causa) ma sara cresciuto solamente quella parte, 5
ouer parti, che representara quel tal rotto, essempi gratia volendo trouare il numero di tutti li termi- 7
ni di vna progressione, che ascende per 2.& principia dal 7.& finisse in 22.caua 7 di 22.restara 15. 9
onde partendo 15 per 2(numero ascendente) se ne venira 7 $\frac{1}{2}$.& per tanto dico che saranno solamen- 11
te 7 termini perfetti,& vno imperfetto, cioe che nõ sara cresciuto saluo, che la mita del numero ascen 13
dente, laqual mita in questo saria 1.& pero l'ultimo termine, qual è 22. non è perfettamente integra- 15
to, anzi gli manca 1 a esser integrato, cioe doueria esser 23. ma per carestia di tempo è restato in 22. 17
fanne proua,& trouarai cosi essere. 19
21

Regola generale di saper trouare il numero ascendente di qual si voglia 23
progressione Arithmetica per la notitia del numero di termini di tal progres- 25
sione,& del primo,& vltimo termine di quella. Cap. X.

Volendo trouare il numero ascendente di qual si voglia specie di progressione Arithmetica per la notitia del numero di suoi termini,& del primo,& vltimo termine di quella, sempre caua il primo termine da l'ultimo, & il restante parti per vn manco del numero di termini, & lo auenimento sara il numero ascendente di tal progressione, essempi gratia.

2 Volendo trouare il numero ascendente di 13 termini di vna progressione, laqual principia nella vnita,& finisse in 25.caua 1 di 25 resta 24.& questo 24 parti per 12 (cioe per 1 manco del numero di termini) ne vien 2.& cosi dirai, che tal progressione va ascendendo, ouer augumentando per il numero binario, cioe per 2.& per farne proua va discendendo dalla vnita 13 termini ascendendo per 2.tu trouarai che l'ultimo di quelli sara 25.come vedi in margine.

2 Volendo anchora trouar il numero ascendente di 8 termini di vna progressione, che principia da 7.& termina in 28.

Caua 7 di 28 restara 21.& questo partirai per 7 (cioe per 1 manco del numero di termini) se ne venira 3.& 3 sara il numero ascendente di tal progressione, fanne proua che tu la trouarai esser buono.

3 Similmente volendo anchora trouar il numero ascendente di 12 termini di vna progres- 1
sione, che il primo termine è 5.& l'ultimo è 49. $3\frac{1}{12}$
Caua per 5 di 49(cioe il primo termine da l'ultimo) restara 44. & questo 44 partirai $5\frac{2}{12}$
per 11 (cioe per vn manco del numero di termini) ne venira 4.& 4 sara il numero ascen- $7\frac{3}{12}$
dente, faranne proua che la trouarai buona. Ma nota che se per caso quando, che tu hauerai tratto il $9\frac{4}{12}$
primo termine da l'ultimo,& che il restante non potesse esser partito nettamente per il numero di ter $11\frac{5}{12}$
mini, cioe che tal auenimento fosse con rotto seguira pur la verita, cioe che tal auenimento con tal rot $13\frac{6}{12}$
to sara il vero numero ascendente,& tutti li termini saranno misti con rotto, eccetto il primo, & l'vl- $15\frac{7}{12}$
timo essendo prima proposti integri, essempi gratia volendo trouar il numero ascendente di 13 ter- $17\frac{8}{12}$
mini di vna progressione, che principia nella vnita,& finisse in 26.caua 1 di 26 resta 25.parti 25 per $19\frac{9}{12}$
12(cioe per vn manco del numero di termini)& se ne venira $2\frac{1}{12}$,& cosi $2\frac{1}{12}$ sara il ricercato nu- $21\frac{10}{12}$
mero ascendente fanne proua, come in margine vedi, & la trouarai buona, il medesimo seguira $23\frac{11}{12}$
nelle altre simili. 26

Regole di saper trouar l'ultimo termine di una progressione ascendente per il numero, in che principia per la notitia del numero di termini, & il conuerso. Cap. XI.

1 PEr trouare l'ultimo termine di qual si voglia progressione arithmetica, che ascenda per il numero del primo termine, per la notitia del numero di termini sempre multiplica il numero di termini per il numero del primo termine, & tal produtto sarà l'ultimo termine di detta progressione, essempi gratia. Poniamo che sia 10 termini, che principiano dal 2. & vanno ascendendo per 2. & che si adimandi quanto sia l'ultimo termine. Dico che debbi multiplicar quel 10 (cioe il numero di termini) per il primo termine, ouer per il numero ascendente (cioe per 2) fara 20. & 20 sara l'ultimo termine di quelli 10 termini principianti da 2. & ascendenti per 2. fanne proua, che trouarai cosi esser, il medesimo seguira in ogni maggior numero di termini.

2 SOno anchora 14 termini, che principiano dal 3. & vanno ascendendo per 3. si adimanda quanto sara l'ultimo termine, multiplica 3 fia 14 fara 42. & 42 dico che sara l'ultimo termine fanne proua, che trouarai cosi essere, & con questo ordine procederai in ogni altra specie di progressione arithmetica principiante, & ascendente, com'è detto, & siano quanti termini si voglia, & nota che con questa euidentia potrai essequir il conuerso, cioe per la notitia del vltimo termine, & del numero di termini, tu puoi trouar il primo termine, ouer il numero ascendente, essempi gratia.

3 SOno 30 termini, che finiscono in 150. & vanno ascendendo nella quantità del primo termine, si adimanda quanto sia il primo termine, ouer ancora il numero ascendente.

Fa cosi parti 150 (cioe l'ultimo termine) per 30 (cioe per il numero di termini) ne vien 5. & 5 fu il primo termine, ouer il numero ascendente di tal progressione fanne proua, & trouarai cosi essere, & questo riuscirà in numeri sani, & rotti essempio.

4 SOno anchora 6 termini, che l'ultimo di quelli è 15. & il lor numero ascendente è equale al primo termine, si adimanda quanto sia il primo termine, ouer il numero ascendente.

Fa cosi parti 15 per 6 ne vien $2\frac{1}{2}$ & cosi $2\frac{1}{2}$ fu il primo termine di detti 6 termini, & similmente $2\frac{1}{2}$ fu il numero ascendente fanne proua, che trouarai cosi essere, & con questo voglio far fine a questo capo.

Di alcune regole particolari adutte da Giouan di Sacro Busto, & da Frate Luca, lequali (come dicono) vsauano li nostri antichi in raccogliere, ouer summare li termini di vna progressione arithmetica. Cap. XII.

ACcio s'intenda il tutto circa alli modi, ouer regole di saper raccogliere, ouer summare li termini di vna progressione arithmetica, in questo luogo ti voglio narrare alcune regole particolari, & distintioni adutte da Giouan di Sacrobusto, & replicate da Frate Luca, che vsauano li nostri antichi pratici.

1 DIce il detto Fra Luca precisamente in questa forma (per autorità di Lunardo Pisano) la progressione non è altro se non vno aggiongimento di numeri, liquali comincino dalla vnità, ouer amente dal binario, o da altro numero (come nelli casi infrascritti ricordera) & poi continuando eccede vn l'altro equalmente, acio la loro summa precisamente si habbia, hor questo è quel ch'è progressione, si come da vno comminciando si dicesse 1. 2. 3. 4. 5. &c. ouer amente 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. &c. ouer amente dal binario cosi 2. 4. 6. 8. 10. 12. &c. ouer amente dal ternario cosi 3. 6. 9. 12. ouer dal quinario cosi 5. 10. 15. 20. &c. Hor questi cosi fatti ordini, & dispositioni sono dette dispositioni di progressioni, dellequal cosa naser vna diuision bimembre, cioe che delle progressioni alcuna è detta naturale, ouer continua, & l'altra è detta intercisa, ouer discontinua, la naturale progressione s'intende quando li numeri cominciano dalla vnità, & non se ne lassa veruno cosi 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. &c. doue sempre il numero sequente auanza il numero precedente per vna vnità, come appare, intercisa, ouer discontinua, si è quando comminciano pur dalla vnità sempre si lassa qualche numero interpolatim cosi dicendo 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c. Et puo anchora questa tale hauer il principio dal binario cosi dicendo 2. 4. 6. 8. 10. 12. & anchor da altri, com'è detto di 3. & delliquali membri a voler con prestezza la summa di tutte le vnità in loro numeri contenute, si danno alcune regole a far questo, dellequali altre seruono alla continua, altre seruono alla intercisa, & di vna, & dell'altra sono due regole generali, quella della continua sono queste, si come ciascuna in duoi diuersi modi puo terminare, cioe in numero paro, & in numero disparo. Quando che li numeri della progression continua sono finiti, & terminati in numero paro, sempre per la mità del vltimo suo termine

Prima regola della continua

1
2
3
4
5
6

3 fia 7. 21

mine multiplica il numero prossimo di sopra al detto termine ultimo, si come in questa dicendo 1. 2. 3. 4. 5. 6. dellaqual l'ultimo termine è 6. qual è paro, dico che tu lo smezzi ne vien 3. poi prendi il numero, che immediate segue 6. cioe 7 fia il quale dico, che multiplichi la mita del 6. cioe 3 fia 7 fa 21. laqual multiplicatione cosi formata sempre sara la summa di tutti li numeri ordinatamente posti, da uno fin quel tale ultimo termine, si che 1. 2. 3. 4. 5. 6. fanno in tutto 21. La seconda regola della continua è questa, cioe quando la progressione continua terminasse in numero disparo, come a dire 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. allhora del ultimo termine si fa due parti le maggior si possino, & la maggior parte si multiplica fia tutto il detto ultimo termine disparo, & la multiplicatione, che fa sara la summa di tutte le unita contenute dalli preposti numeri da uno fino all'ultimo termine, adonque in questa di sopra figurata, dellaquale l'ultimo termine è 7. delquale fatone due parti, le maggior si possa l'una sara 4. & l'altra 3. Dico che multiplichi 4, che è la maggior parte fia 7. che è l'ultimo termine disparo fa 28. per tutta la summa delli detti numeri da 1 fin 7. pari, & dispari. Anchora per la ottima regola data di sotto queste porrai fare, & se queste due regole in una vuoi ridure dirai cosi, o sia paro, o sia disparo sempre smezza l'ultimo termine, & sopra l'ultimo termine sempre aggiongi 1 per regola generale, & la summa che fa multiplicala fia la mita del detto ultimo termine, o sia paro, o disparo sempre riesci si come facesti della prima, che termino in paro, cioe 1. 2. 3. 4. 5. 6. la mita di 6 è 3. sopra posto 1 fa 7. qual multiplica fia 3, che fia la mita di 6. fa 21. per tutta la summa, come prima havesti, & cosi della seconda, che sopra facesti disparo, dellaqual l'ultimo termine fia 7. dico che lo smezzi ne vien $3\frac{1}{2}$, & sopra esso ultimo termine, che è 7. aggiongi 1 fa 8. laqual summa dico che multiplichi fia $3\frac{1}{2}$, che fia la mita dell'ultimo, si che $3\frac{1}{2}$ fia 8 fa 28 per tutta la summa da 1 fin in 7. cosi 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. si come di sopra havesti, & questa regola basta per tutte due le sorti di progressioni paro, & disparo, ma le due prime furno poste dagli antichi per non rompere la unita, & per non si voler travagliar nel multiplicar rotti, che a tutti non è commodo, ma questa conclude indifferentemente, o sia rotti, o sia sani, come appare, & questo basti alla notitia della natural continua, hor piglia della intercisa.

Seconda regola della continua

1
2
3
4
5
6
7

4 fia 7. 28. 8 fia $3\frac{1}{2}$ fa 28

2 Della progression discontinua, overo intercisa, similmente si danno due regole, si come in duoi modi possano terminare, & finire, cioe in numero paro, & in numero disparo, per questa paro questa è la regola quando la intercisa termina in numero paro, sempre de l'ultimo termine si fa due parti equali, & una di quelle mita si multiplica per il numero, che è prossimo a essa mita, cioe di sopra, & quella tal multiplicatione sara la summa di tutte le unita contenute da tutti li termini della progressione, cominciando dal binario, si come di questa 2. 4. 6. 8. 10. 12. dico che prenda la mita de l'ultimo termine, che è 12. ne vien 6. qual multiplica per il numero, che immediate seguita 6. qual è 7. adonque dirai 6 fia 7 fa 42. & tanto dico, che sara la summa della detta progressione, cominciando dal 2 fin al 12 inclusive, dove sempre il termine seguente avanza il termine antecedente per due unita.

2
4
6
8
10
12

6 fia 7. 42

2 L'Altra regola si è della progressione discontinua, quando la termina, & finisse in il disparo, allhora sempre dell'ultimo termine si vuol far due parti le maggior si possino non rompendo la unita, & la maggior di esse si vuol multiplicare in se, cioe quadrarla, & quello che fa tanto sara la summa di tutte le unita contenute da tutti li termini di detta progressione, cominciando dalla unita, si come questa 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. dellaquale l'ultimo termine egli è 13. dico che facci di 13 due maggior parti, che si puo, & una sara 6. l'altra 7. dico che quadri la maggiore, cioe 7 fara 49. per la summa di tutti li detti termini da 1 per fino a 13 inclusive, & essi fatto, si che hai inteso in parte le regole conditionate, che usavano li nostri antichi di parola in parola, come sono state dette da frate Luca dal borgo sopra le progressioni arithmetice si continue, come nō cōtinue, accioche intendi il tutto.

1
3
5
7
9
11
13

7 fia 7. 49. 14 fia $3\frac{1}{2}$ fa [illegible]

Delle progressioni Geometrice. Cap. XIII.

2 DApoi le progressioni arithmetice in ordine seguita le progressioni geometrice, lequali sono differenti dalle arithmetice in questo, che li termini delle progressioni arithmetice si vano eccedendo, & ascendendo con equal differentie, come che nelli cinque precedenti capitoli è visto, & li termini delle geometrice se ne vanno ascendendo, & augumentando in equal multiplicita, come si vede in questi sei termini 1. 2. 4. 8. 16. 32. il secondo delli quali è doppio al primo, cioe che il 2 è doppio alla unita, & cosi il terzo è doppio al secondo, & il quarto è doppio al terzo, & similmente il quinto è doppio al quarto, & il sesto al quinto, come per te medesimo puoi considerare, & questa specie si chiama (nelle progressioni geometrice) progressione doppia, perche ogni termine consequente è doppio al suo antecedente, ma quando che ogni termine consequente fosse treppio al suo antecedente (come sono questi 1. 3. 9. 27. 81. 243.) tal progressione (nelle progressioni geometrice) si chiamaria tripla, & quest'altra 1. 4. 16. 64. 256. quadrupla, & quest'altra 1. 5. 25. 125.

625. quincupla, & discorrendo.

2 ET nota che'l numero denominante vna progressione geometrica s'intende quello in che la si proferisse, essempi gratia il denominator della doppia è il 2. & della treppia il 3. & della quadrupla il 4. & della quincupla il 5. & cosi discorrendo, & tal denominatore si ritroua a partir qual si voglia termine maggiore per lo suo immediatamente anciano.

3 ANchora di queste progressioni geometrice alcune principiano dalla vnita, & alcune da altro numero, prima parleremo di quella che principia dalla vnita, & consequentemente di quella, che principia da altro numero.

VOlendo adonque raccogliere, ouer trouar la summa di tutti li termini di qual si voglia spe cie di progression geometrica, non solamente principiante dalla vnita, ma di qual altro numero si voglia.

Sempre caua il primo termine da l'ultimo, & il restante sempre partirai per vn manco del numero denominante tal progressione, & lo auenimento gionto con l'ultimo termine di tal progression, tal summa sara equal alla summa di tutti li termini di tal progression, essempio nella doppia.

	1	
	2	64
	4	1
	8	63
	16	64
	32	127
	64	
summa	127	

Delle progressioni doppie.

4 VOlendo la summa di questi sette termini doppij 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. caua il primo (cioe 1) da l'ultimo, che è 64. restara 63. & questo 63. partirai per 1 (cioe 1 manco del 2. che denomina la doppia) ne venira pur quel medesimo 63. il qual gionto con 64 (ultimo termine) fara 127. & cosi concluderemo la summa di detti 7 termini doppij esser 127. come in margine appar, & nota che nella detta doppia progressione se ben consideri ti basta a cauar il primo termine de l'ultimo, & il restante aggiongerlo con l'ultimo termine, & questa summa sara equale alla summa di termini di tal progressione, perche nella detta doppia il si vien ad annullare quel partir per 1 manco del numero denominante, come per te medesimo poi comprendere, & questo seguira in quanti termini si voglia.

	3	96
	6	3
	12	93
	24	96
	48	189
	96	
summa	189	

5 VOlendo anchora la summa di questi 6 termini doppij principianti dal numero ternario 3. 6. 12. 24. 48. 96. Caua pur il primo termine, che è 3. da l'ultimo, qual è 96. restara 93. & questo 93. summarai con l'ultimo termine, che è 96. fara 189. come in margine vedi, si che tu vedi, che nella progression doppia non accade a far a partir quel 93. per vn manco del denominator di tal progressione, il medesimo seguira in quanti termini si voglia.

	1	
	3	729
	9	1
	27	728
	81	364
	243	729
	729	1093
summa	1093	

Delle progressioni tripple.

6 VOlendo anchora la summa di questi 7 termini tripli principianti dalla vnita 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. Caua pur il primo termine, che è 1. da l'ultimo, che è 729. restara 728. & questo partirai per 2 (cioe per vn manco del numero denominante, che è 3) ne venira 364. & questo 364. summarai con l'ultimo termine, che è 729. fara 1093. & tanto fara la summa di tutti li detti 7 termini, come in margine appar, il medesimo seguira in ogni altro maggior numero di termini principianti dalla vnita, & anchor da altro numero.

		324
	4	4
	12	320
	36	160
	108	324
	324	484
summa	484	

7 VOlendo anchora la summa di questi 5 termini tripli, principianti dal 4. 12. 36. 108. 324. Caua pur il primo termine, che è 4. da l'ultimo, che è 324. restara 320. & questo parti per 2 (cioe per 1 manco del 3. che denomina la trippla) ne venira 160. & questo 160. summarai con l'ultimo termine, che è 324. fara 484. come in margine vedi, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini, & principianti in qual altro numero si voglia.

	1	16384
	4	1
	16	16383
	64	5461
	256	16384
	1024	21845
	4096	
	16384.	
summa	21845	

Delle progressioni quadruple.

8 VOlendo anchora la summa di questi 8 termini quadrupli, che principiano dalla vnita 1. 4. 16. 64. 256. 1024. 4096. 16384. caua pur il primo termine, che è 1. da 16384. restara 16383. & questo parti per 3 (cioe per vn manco del 4. che denomina la quadruppla) ne venira 5461. & questo summarai con l'ultimo termine, che è 16384. fara 21845. & tanto fara la summa delli predetti 8 termini quadrupli principianti dalla vnita, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini.

9 VOlendo anchora la summa di questi 6 termini quadrupli principianti dal 3. 12. 48. 192. 768. 3072. caua pur il primo termine, che è 3. da l'ultimo, che è 3072. restara 3069. & questo partirai per 3 (cioe per vn manco del 4. che denomina la progressione) ne venira 1023. & questo giongerai con l'ultimo termine, che 3072 fara 4095. & tanto fara la summa delli detti 6 termini quadrupli, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini, & principianti in qual si voglia altro.

Delle

Delle progressioni quincuple.

10 Volendo anchora la summa di questi 6 termini quincupli, che principiano dalla unita 1. 5. 25. 125. 625. 3125. Cava pur il primo termine, qual è 1. da l'ultimo, qual è 3125. restara 3124. & questo partirai per 4 (cioe per 1 manco del 5. che denomina tal progressione) ne venira 781. & questo summarai con l'ultimo termine, che è 3125. fara 3906. et tanto sara la summa di detti 6 termini quincupli, come in margine vedi, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini.

	3	
	12	3072
	48	3
	192	3069
	768	1023
	3072	3072
summa	4095	4095

11 Volendo anchora la summa di questi 5 termini quincupli, che principiano dal 8. 40. 200. 1000. 5000. Cava pur il primo termine, che è 8 da l'ultimo, che è 5000. restara 4992. qual parti per 4 (cioe per 1 manco del denominatore) te ne venira 1248. & questo summarai con l'ultimo termine che è 5000. fara 6248. come in margine vedi, & tanto sara la summa di detti 5 termini, & senza che piu mi stenda con tal modo, & ordine procederai in tutte le altre specie di progressioni, cioe denominate da 6 da 7 da 8 da 9. & cosi procedendo in infinito.

	1	
	5	3125
	25	1
	125	3124
	625	781
	3125	3125
summa	3906	3906

Regola di Michel stifelio circa al trovar la summa alle dette progressioni geometrice.

12 Michel stifelio per trovar la summa di qual si voglia progression geometrica da questa regola generale, multiplica il maggior termine (cioe l'ultimo) per il numero denominante la tal progressione, & tal produtto serva da banda, & dapoi sottra il minimo termine (cioe il primo) da quello che gli e appresso, & quel che resta, si chiama restante menore, da poi sottra anchor il detto minimo termine, da quel produtto che salvasti (per quella multiplicatione fatta) & questo resto sia chiamato restante maggiore, dapoi multiplica il minimo termine nel restante maggiore, & il produtto parti per il restante menore, & te ne venira la summa di termini della tal progressione geometrica sia come si voglia, essempi gratia volendo con questa regola trovar la summa delli sopra dati cinque termini quincupli principianti dal numero ottonario, cioe da 8. 40. 200. 1000. 5000. dico che multiplichi il maggior termine (cioe l'ultimo) che è 5000. per il numero denominante tal progressione (che è 5) fara 25000. & da questo produtto cavane il menor termine, cioe 8 restara 24992. & questo chiamaremo restante maggiore, & questo serva, dapoi sottra il menor termine da quel che gli e appresso (cioe 8 da 40) restara 32. & questo chiamaremo restante menore, fatto questo multiplica il minimo termine (cioe 8) fia il restante maggiore (cioe fia 24992) fara 199936. & questo partirai per il restante menore (cioe per 32) & te ne venira 6248. & questo tal avenimento sara la summa di tutti li sopradetti cinque termini, si come ti viene anchor per la precedente, & questa tal regola ti servira in ogni altra specie di progressione geometrica principiante da che numero si voglia, vero è che tal regola è difficil cosa di conservar in memoria.

	8	5000
	40	8
	200	4992
	1000	1248
	5000	5000
summa	6248	6248

Delle progressioni super particolari, & prima di un tanto, e mezzo

detta latinamente sesquialtera, laqual è denominata da 1 $\frac{1}{2}$.

13 Volendo anchora la summa di questi 5 termini, che principiano da 16. & vanno procedendo in un tanto, e mezzo, come vedi 16. 24. 36. 54. 81. (volendo procedere per la nostra prima regola generale, usata nelle progressioni multiplice) cava pur il primo termine (che è 16) da l'ultimo (che è 81) restara 65. & questo partirai per $\frac{1}{2}$ (cioe per 1 manco del numero denominante, che è 1 $\frac{1}{2}$) ne venira 130. & questo summarai con l'ultimo termine, che è 81. fara 211. & cosi 211 sara la summa delli detti 5 termini nella detta progression denominata da 1 $\frac{1}{2}$ nota che tal denominator si trova partendo qual si voglia termine maggiore per quel termine menore a lui propinquo, & nota che questa medesima regola ti servira quando che nelli termini vi intervenisse rotti, ma se la essemplifico solamente in numeri integri accio piu aperta ti sia la operatione.
Anchora questa specie di progressione denominata da 1 $\frac{1}{2}$ si puo essequir per quest'altra regola a[illegible]ta da frate Luca, cioe sempre il doppio del primo termine dal treppio de l'ultimo, & il restante sara la summa di tutti li termini di tal progression sesquialtera, & questo verificaremo nelli sopraposti termini, cioe piglia il doppio del primo termine (che fu 16) che fara 32. & questo cava del treppio di 81 (ultimo termine) il qual treppio fara 243. cava adonque 32 di 243. & ti restara 211. per la summa di tutti li detti 5 termini si come fu anchor trovato per quell'altra nostra regola.

	16	81
	24	16
	36	65
	54	130
	81	81
summa	211	211

Questo medesimo si trovaria anchor per la regola di Michel stifelio, & di questo a te lascio farne la speriencia.

Delle progreßioni che si vanno dilatando in un tanto e un terzo lequali latinamente sono dette sesquitertie la cui denominatione è $1\frac{1}{3}$.

14 Volendo anchora trovar la summa di tutti questi termini 81. 108. 144. 192. 256. che si vanno dilatando in un tanto e $\frac{1}{3}$, la cui denominatione è $1\frac{1}{3}$ (trovata per l'ordine detto nelle passate) prima per la nostra regola cava pur il primo termine (che è 81) da l'ultimo (che è 256) restara 175 & questo partirai per $\frac{1}{3}$ (cioe per 1 manco del denominatore, ch'è $1\frac{1}{3}$) te ne venira 525. & questo avenimento summato con l'ultimo termine, che è 256 fara 781. & tanto fara la summa di tutti li detti termini, come in margine vedi.

Se vorrai proceder per la regola data da frate Luca cava il treppio del primo termine (che è 81) il qual treppio fara 243. del quadruplo de l'ultimo termine (che è 256) il qual treppio fara 1024. cavando adonque 243 di 1024. restara 781. & tanto fara la detta summa, come per l'altra regola fu anchor trovato il medesimo ti veniria per la regola di Michel stifelio, et senza che piu oltra mi stenda queste medesime regole ti servira in tutte le sorti di progressioni super particolare.

		256
	81	81
	108	175
	144	525
	192	256
	256	
summa	781	781

Delle progreßioni che vanno augumentando in piu parti, che latinamente si dicono superpatiente, diremo solamente della prima, che va augumentando $\frac{2}{3}$, che il suo denominator è $1\frac{2}{3}$.

15 Volendo anchora trovar la summa di piu termini di una progressione, come sono questi 27. 45. 75. 125. che il suo denominator è $1\frac{2}{3}$, cioe seguitando nelle sue due parti terte, cava pur il primo termine (che è 27) da l'ultimo (che è 125) restara 98. et questo parti per $\frac{2}{3}$ (cioe per 1 manco del suo denominatore) te ne venira 147. et questo avenimento aggiongirai con l'ultimo (cioe con 125) fara 272. et tanto fara la summa di detti termini, come in margine appar, et con tal evidentie penso che saprai come procedere in ogni altra progressione superpatiente.

		125
		27
	27	98
	45	147
	75	125
	125	
summa	272	272

Delle progreßioni dette latinamente multiplice superpatiente diremo solamente della doppia sopra le sue due parti terze.

16 Volendo anchora trovar la summa di una progressione doppia sopra le sue due parti terte, come saria questi 27. 72. 192. 512. cava pur secondo il solito il primo termine (che è 27) da l'ultimo, che è 512. restara 485. et questo partirai per $1\frac{2}{3}$ (cioe per 1 manco del denominatore, che in questa saria $2\frac{2}{3}$) te ne venira 291. qual avenimento summato con l'ultimo termine (ch'è 512) fara 803. et tanto fara la summa di tutti li detti termini, come vedi in margine, et senza che ti ponga altro essempio, non dubito, che da te medesimo saprai come governarti in ogni altra specie di progressione multiplice superpatiente.

		512
		27
	27	485
	72	291
	192	512
	512	803
summa	803	

Di alcune progreßioni straordinarie. Cap. XIIII.

1 Se vorrai trovare la summa di tutti li numeri dispari, che sia dalla unita per fino a qual numero dispari si voglia, hor poniamo per fino a 27.

Tu dei sapere, che la progressione arithmetica, che principia dalla unita, & va ascendendo per il numero binario in questo modo 1. 3. 5. 7. 9. &c. quella va procedendo per tutti li numeri dispari, onde in questo caso tu hai la notitia del primo, & de l'ultimo termine, che sono 1. & 27. & anchora del numero ascendente (qual è 2) & pero tu puoi trovar il numero di termini, onde procedendo per il modo dato nella prima del 9 capo di questo, cioe cava 1 di 27 restara 26. & questo parti per 2 (cioe per il numero ascendente) ne venira 13. al qual gionto vi 1 per quel che fu cavato fara 14. & tanto fara il numero di termini di tal proposta progressione, onde procedendo mo per la sua regola generale, cioe summa il primo termine (che è la unita) con l'ultimo (che è 27) fara 28. la cui mita fara 14. & questa mita multiplica fia il numero dei termini (che sono pur 14) fara 196. & tanto fara la summa di tutti li numeri dispari, che sono da 1 per fino in 27.

Si potria anchora essequir il proposito senza ritrovar il numero di termini facendo del 27 (l'ultimo termine) le due maggior parti senza romper la unita, dellequali l'una sara 13. & l'altra 14. multiplica la maggiore per se medesima (cioe 14 fia 14) fara medesimamente 196. per la summa di detti numeri dispari.

2 Volendo anchora trovar la summa di tutti li numeri quadrati, che sono dalla unita per fino al quadrato, del qual numero si voglia, come essempi gratia volendo trovar la summa di tutti li numeri quadrati, che sono da 1 per fino al quadrato, poniamo di 12. che saria 144.

Essempio

	Numeri semplici	Numeri quadrati
	1	1
	2	4
	3	9
	4	16
	5	25
	6	36
	7	49
	8	64
	9	81
	10	100
	11	121
	12	144
summa		650

Farai

Farai in questo modo summa 12 con il numero che gli seguita (che è 13) fara 25. qual salua, poi multiplica il detto 12 fia il detto 13 fara 156. & questo 156 multiplica fia quel 25. che saluasti fara 3900. & questo vltimo prodotto parti per 1 (cioè per la differentia, qual è fra quel 12. & il 13) ne vien per quel medesimo 3900. & questo auenimento partirai poi per 6. & ne venira 650. per la summa di detti numeri quadrati, come in margine vedi, & con tal regola potrai saper per fin al quadrato di qual altro numero si voglia.

12		156
13		25
25		780
		312
per	1	3900
per	6	3900
		650

3 VOlendo anchora hauer la summa di tutti li quadrati, che nascon da tutti li numeri dispari fino al quadrato di qual numero dispari si voglia, come dicimo fin al quadrato del 11. cioè la summa di quadrati di 1. di 3. di 5. di 7. di 9. & di 11. che sono li numeri dispari per ordine presi come presuppone la regola, & non per salto, dico che si prenda il sequente numero dispari de l'ultimo termine nel retto ordine naturale qual sia 13. qual come sopra festi giongi a 11. fara 24. & poi fa come di sopra multiplica questi 3 numeri, cioè 11. 13. 24. l'uno per l'altro, & di 11 fia 13 fa 143. quale multiplica fia 24. che è il congionto di 11. & di 13. fanno 3432. & questa vltima multiplicatione partila per la differentia (che è da 11 a 13) cioè per 2. ne viene 1716. & poi questo partilo per 6. ne vien 286. per tutta la summa questa, & nota che partido per 2. & poi per 6. si è tanto quanto che a partir per 12. tutto, perche 2. & 6 sono il repiego di 12. Ma ti fo partire separatamente per 2. perche ti bisogna partire per la differentia, che è da 11 a 13. & poi l'auenimento sempre si parte in 6. come festi nella precedente per regola ferma, & cosi farai nelle simile.

Essempio

Numeri semplici	Numeri quadrati
1	1
3	9
5	25
7	49
9	81
11	121
	286

Nota che questa regola si può anchora variar in questo modo piglia il $\frac{1}{3}$ di 11. che sara $3\frac{2}{3}$ per l'ultimo termine, poi piglia il $\frac{1}{4}$ del congionto di 11. & 13 (cioè di 24) che è 6. qual multiplica fia quel $3\frac{2}{3}$ fara 22. & questo poi multiplica fia 13. che fu il numero dispari (immediatamente sequente) fara 286. come di prima, & cosi in molti altri modi si poria variar.

11		143
13		24
24		572
		286
per	2	3432
per	6	1716
		286

4 VOlendo anchora trouar la summa di tutti li quadrati, che per ordine sono fatti dalli numeri pari, fin a qual numero paro si voglia mettiamo fin al quadrato di 12. poni 12. che è l'ultimo termine, & il sequente numero, che immediate li seguita in retto ordine di numeri pari qual è 14. & summali insieme fanno 26. poi questo 26. che è lo congionto di tutti duoi ponilo da parte, & poi come di sopra facesti multiplicarai questi tre numeri vno per l'altro, cioè 12 fia 14 fa 168. & questo 168. multiplicalo poi fia 26. ch'è lo congionto di 12. & di 14 faranno 4368. qual partirai per 2. poi per 6. cioè per la differentia, che è da 12 a 14. ne viene prima 2184. & questo poi anchora parti per 6. ne viene 364 per tutta la summa delli detti quadrati. Tu poteui anchora senza repiego partir 4368 per 12. ne viene 364. come prima, essempio. Prima poni il quadrato di 2. che è 4. poi sotto quello poni il quadrato di 4. che è 16. poi il quadrato di 6. che è 36. poi sotto quello poni il quadrato di 8. che è 64. poi poni sotto quello il quadrato di 10. che è 100. poi sotto quello poni il quadrato di 12. ch'è 144. et summali tutti insieme trouarai che farano a ponto 364. come fu diciaso.

5 VOlendo anchora con regola inuestigare la summa di tutti li numeri quadrati, quali sono fatti dalli numeri, che ordinatamente ascendeno per binario, o ternario, o quaternario, o quinario, o senario &c. fino al quadrato di alcuni numeri ordinatamente ascendenti, come a dire cominciando al quaternario fino al quadrato di 24. cosi dicendo 4. 8. 12. 16. 20. 24. li quadrati di quali sono questi 16. 64. 144. 256. 400. & 576.

Essempio

Numeri semplici	Numeri quadrati
2	4
4	16
6	36
8	64
10	100
12	144
	364

Fa cosi sempre piglia il numero chi seguita l'ultimo termine immediate, nell'ordinata ascensione delli precedenti, cioè per quaternario, il qual sara 28. liquali aggiongerai insieme, come di sopra facesti nelle precedenti faranno 52. poi multiplica detti 3 numeri l'uno per l'altro, cioè 24 fia 28. fanno 672. poi questo 672 multiplicalo fia 52. che fia la loro summa faranno 34944. qual sempre parti per la differentia, che è da 24. che è l'ultimo termine al 28. che è il numero, che immediatamente lo seguita nell'ordinato ordine, cioè per 4. ne viene 8736. & questo partilo poi in 6 per regola ferma ne viene 1456. per tutta la summa delli detti quadrati. Et se tu non volesti partire in 4. & in 6. che sono il repiego di 24. parti alla prima 34944. per 24. ne venira alla prima 1456 per la summa questa, ouer multiplica l'ultimo termine, che è 24 fia il $\frac{1}{4}$ del $\frac{1}{6}$ di 28. che è il numero sequente, & quello che fa multiplicalo, poi nello congionto di 24. & 28. cioè per 52. trouarai che la ti fara il medesimo numero, essempio lo $\frac{1}{6}$ di 28 si è 4. & $\frac{2}{3}$, & il $\frac{1}{4}$ di $4\frac{2}{3}$ si è $1\frac{1}{6}$, multiplica adonque $1\frac{1}{6}$ fia 24 fara 28. poi multiplica 28 fia 52. fara 1456. per tutta la adimandata summa, come prima. Ma nota che questa regola se intende delli numeri, che ordinatamente ascendeno secondo il numero da che si comincia, come in questa, che comincia dal quaternario, & continuamente la loro ascensione sia per quaternario, come si vede.

6 SImilmente chi dicesse dammi tutte le valute, che sono nelli numeri quadrati delli numeri, che ordinatamente ascendeno per ternario cominciando dal ternario, come a dire 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. di quali li quadrati sono 9. 36. 81. 144. 225. 324. 441.

12	168
14	26
26	1008
	336
per 2	4368
per 6	2184
summa	364

Fa come di sopra, cioe saputo che hai che la proposta dice fino al quadrato di 21. Allhora piglia il nume ro che ordinatamente seguita 21. in detta ascensione ternaria, il qual è 24. & giongilo insieme con 21. fanno 45. poi questi tre numeri multiplicali l'uno per l'altro, cioe 21 fia 24. fanno 504. & poi questo 504 fia 45. fanno 22680. qual parti per 3. per 6. cioe per 3. perche è la differentia da 21 a 24. & per 6. per regola. Adonque parti 22680 per 3. ne vien 7560. & questo partilo per 6 ne vien 1260. per tut ta la detta summa, ouero parti 22680 la prima fiata per 18. & cosi ti venira alla prima 1260. che è la questa summa perche 3. & 6 sono il repiego di 18. si che con questa limitatione intendi le regole, le qual cose da raccogliere detti numeri donde la forza di tali numeri proceda. Dice frate Luca, che Leo nardo pisano in vn trattato, che lui fece de quadratis numeris, dimostra geometricamente tutte, que ste regole che sono state dette, circa al summar di numeri quadrati, il qual trattato mai ho potuto tro uar, ne vedere per non esser mai stato in luce, per le cause dette in principio della prima parte.

Di un'altra regola per trovar la summa di tutti li numeri quadrati dalla vnita persino a qual numero quadrato si voglia.

Numeri simplici	Numeri quadrati
4	16
8	64
12	144
16	256
20	400
24	576
	1456

7 A Raccogliere tutte le vnita di numeri quadrati comminciando da 1. come a dire 1.4.9.16. 25.36.49.64.81.100. questa si è la sua regola, prima conta li termini, ouero luoghi che vi sono, quali in questo sono 10. poi raccogli le vnita da 1 fino a 10. per la regola della pro gressione continua, che sono 55. quali serua, poi duplica la summa di detti termini fara 20. et sopra questo duplicato ponli 1 fara 21. qual sempre partirai in 3. ne vien 7. multiplicalo fia quel lo 55. che seruasti fara 385. & tanta è la summa nelli quadrati fino a 10 termini, comminciando dalla vnita, & se volessi la summa fin a 8. prima troua la vnita di 8. che sono 36. poi duplica 8 fa 16. ag giongegli 1 fa 17. poi partilo per 3. ne vien 5⅔. & questo multiplica fia 36. fara 204. & tante sono le vnita da 1 fin a 8 numeri quadrati. Et cosi se tu volessi ricoglier fin 12. prima troua le vnita di 12. che sono 78. poi duplica 12 fa 24. & aggiongegli sopra fa 25. poi partilo per 3 ne viene 8⅓. & questo multiplica fia 78. che seruasti fara 650. & la summa delli quadrati da 1 fin 12. quali sono questi 1.4. 9.16.25.36.49.64.81.100.121.144. quali aggionti insieme fanno 650. come è detto di sopra, & cosi quando se gli interponesse rotti osserua detta regola ti venira lo effetto. &c.

24	672
28	52
52	1344
	3360
per 4	34944
per 6	8736
	1456

8 ET se tu volessi raccogliere tutte le vnita di numeri cubi, che sono da 1 fin 24. cubi integri, come a dire 1.8.27.64.125.216.343.512.729.1000.1331.1728.2197.2744. che tut ti sono cubi.

Fa cosi piglia la mita delli termini, o vuoi dir luoghi, liquali in questa tu vedi che li so no 14. comminciando dalla vnita ne vien 7. & questa mita multiplica in se fara 49. & poi sopra il nume ro delli termini aggiongegli sopra vno fara 15. & questo anchora multiplica in se fara 225. poi multiplica 49. quadrato della mita fia 225. quadrato piu 1. di termini faranno 11025. per tutta la summa di detti numeri cubi continuati dalla vnita, & cosi seguita in tutti, & mai non falla, come da ti medesimo sperimentando puoi procedere.

Essempio

Numeri simplici	Numeri quadrati
3	9
6	36
9	81
12	144
15	225
18	324
21	441
	1260

Di certi casi, che sono solubili per le regole delle pro gressioni. Cap. XV.

1 SOno duoi mobili si parteno da vn medesimo luogo, & vanno ambiduoi per vn medesimo verso, il primo mobile va continuamente miglia 24 il giorno naturale (cioe di hore 24.) il secondo mobile lo va seguitando secondo l'ordine della prima progressione (detta na turale, & continua) cioe che il primo giorno fa vn miglio, & il secondo ne fa 2. & il terzo ne fa 3. & cosi va continuamente augumentando, ouer ascendendo per vna vnita, hor si adimanda in quanti giorni quel secondo mobile hauera aggionto il primo.

21	504
24	45
45	2520
	2016
per 3	22680
per 6	7560
	1260

Certamente senza la notitia delle regole delle progressioni saria quasi impossibile a risoluere per regola questa, & ogni altra simile questione, ma per la notitia di quelle sappiamo, che in questo caso egle ne cessario, che li termini di questa progressione siano tanti che summando il primo con l'ultimo, & di tal summa pigliandone la mita, tal mita sia precisamente 24. cioe quel numero di miglia, che fa il pri mo mobile ogni giorno, & perche sappiamo che il primo termine è la vnita, seguita che l'ultimo ter mine sara il doppio di 24 manco la detta vnita (cioe manco il primo termine) duplicaremo adonque 24 fara 48. & di questo 48 ne cauaremo 1. per il primo termine restara 47. per l'ultimo termine di tal progressione, & perche la quantita del detto vltimo termine (in questa specie di progressione) sem pre si aguaglia al numero di tutti li termini di detta progressione. Et pero diremo che in 47 giorni il detto secondo mobile hauera gionto il primo, & se ne vuoi far la proua, vedi quanti [illegible] gia hauera fatto

fatto il primo in giorni 47. a miglia 24 al giorno, onde multiplicando 24 fia 47 fara 1128. & tanti miglia hauera fatto il primo. Hor per trouar quanti ne hauera fatti il secondo aggiongi (per la nostra regola generale) il primo termine della progressione (qual è 1) con l'ultimo (qual è 47) fara 48. la mita delquale fara 24, qual multiplica fia il numero di tutti li termini di detta progressione (che sono 47) faranno medesimamente 1128. & pero sta bene. Et con tal regola soluerai tutte le altre simili, essempi gratia se in questo caso tu hauessi detto, che'l primo mobile facesse solamente 23 miglia al giorno tu haueresti per duplicato quel 23. & hauerai fatto 46. delqual trattone per 1. faria restato 45. & cosi in giorni 45. il secondo mobile haueria aggionto il primo.

2 Sono anchora duoi, che si partono da vn medesimo luogo, & vanno in vn medesimo verso, il primo va continuamente 22 mia al giorno, & il secondo gli va dietro, nell'ordine della seconda progressione arithmetica, che principia da 1. & va ascendendo per 2. numerando tutti li numeri dispari, cioe che'l primo giorno fa vn miglio, il secondo ne fa 3. il terzo ne fa 5. il quarto ne fa 7. il quinto ne fa 9. & cosi va continuamente ascendendo per 2. si adimanda in quanti giorni questo mobile hauera gionto il primo.

Per risoluer questa questione, & altre simili, dico che sempre il secondo aggiongera il primo in tanti giorni quanti sono li miglia, che fa il detto primo ogni giorno, che in questo caso sono 22. & pero diremo che il detto secondo mobile aggiongera il primo in giorni 22. La causa di questa regola si caua da qui, che egli e necessario che la summa del primo, & vltimo termine (quando lo aggiongera) sia tale, che la mita di quella sia precisamente 22. & pero sara il doppio di 22. che fara 44. & perche (per le cose dette sopra a tal progressione) sappiamo che il quadrato di questo 22. sara equale alla summa di tutti li termini di tal progressione, perche sappiamo anchora (per la prima del nono capo) che'l numero di termini di tal progressione saranno medesimamente 22. liquali multiplicati per la mita di 44. (che sara la summa del primo, & dell'ultimo termine) laqual mita sara medesimamente 22. ne produranno 484. per la summa di tutti li detti 22 termini di tal progressione, si che l'uno, & l'altro mobile (in detti giorni 22) si trouara hauer fatto miglia 484. & pero saranno pari.

Numeri singoli	Numeri quadrati
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
55	385

10	55
2	7
20	385
1	
3|21	
7	

Nota che a voler ben intendere la causa, non solamente delli duoi modi dati per risoluere le sopradette due questioni, ma anchora quelli che si daranno per risoluere tutte le sequenti, egli e necessario hauer ben in memoria quella regola generale data nel settimo, & ottauo capo per raccogliere, ouer trouar la summa di tutte le progressioni arithmetice principianti, non solamente dalla vnita, ma di qual si voglia altro numero, & insieme con quella quelle due regole date nel nono, & decimo capo, cioe per la notitia del numero ascendente, & del primo, & vltimo termine, saper determinare il numero di tutti li termini di tal progressione, & il conuerso, perche sopra tai regole si trouara la causa di queste altre seconde regole, & pero auertisse, che per l'auenire non ti assignaro cosi particolarmente la causa delle nostre conclusioni, vero è che anchora si potria assignar le dette cause per quelle altre regole adutte da nostri antichi registrate da Giouan di Sacrobusto, & da frate Luca sopra delle dette progressioni (narrate nel vndecimo capo di questo libro) & pero auertisse.

3 Sono anchora duoi mobili, che si partono ambiduoi da vn medesimo luogo, & vanno ambiduoi in vn medesimo verso, il primo camina di continuo per miglia 22 al giorno, & il secondo lo va seguitando facendo il primo giorno 2 miglia, & il secondo ne fa 4. & il terzo ne fa 6. & il quarto giorno ne fa 8. & cosi continuamente va crescendo duoi miglia al giorno, si adimanda in quanti giorni questo secondo aggiongera il primo.

Breuemente ti dico che debbi cauar 1 di quel 22. & ti restara 21. & cosi in giorni 21 lo hauera aggionto, anchora tu potresti duplicar quelli miglia 22. fara 44. & di questo cauarne 2 (cioe il primo termine) restara 42. la mita delquale sara 21 per il numero di termini di tal progressione, & pero in giorni 21 lo hauera aggionto, fanne la proua trouarai, che in detti giorni 21 l'uno, & l'altro hauera fatto 462 miglia, & pero saranno pari, le cause di queste due operationi la trouerai se ben consideri le regole date nel settimo, ottauo, & nono capo di questo libro, come di sopra è stato detto, ouer anchora per quelle regole adutte da nostri antichi, come narra Giouan di Sacrobusto, & frate Luca, & da me registrate nel vndecimo capo.

4 Duoi altri anchora caminano per vno medesimo viaggio, il primo ogni giorno fa 36 miglia, il secondo gli va dietro in questo modo, che il primo giorno fa 3 miglia, il secondo ne fa 6. & il terzo ne fa 9. il quarto 12. & cosi sempre ascende per ternario, dimando in quanti giorni l'hauera aggionto, & quanti miglia hauerano fatto.

Fa cosi duplica quel 36 fa 72 per la summa del primo, & de l'ultimo termine di tal progressione, pero cauandone il primo (che è 3) restara 69. per l'ultimo termine di tal progressione, hor per trouar il numero de detti termini (per la regola data nel nono capo) caua il primo de l'ultimo (cioe 3 di 69) restara

66. qual partendo per il numero ascendente, cioe per 3. ne venira 22. per il numero di detti termini
manco il primo, che fu cauato, & pero giongendo 1 sopra 22 fara 23. per tutti li detti termini, & cosi
in 23 giorni il secondo hauera gionto il primo. Il medesimo trouarai per quell'altro modo, che costu
mano gli antichi adutto da fra Luca. Parti 36 per il numero ascendente, ch'è 3. ne vien 12. duplicalo
fa 24. poi cauane 1 per il primo termine resta 23. per li luoghi, ouer numeri, che bisognano sino al tri
plato di 23. ch'è 69. si che da 3 fin 69. ascendendo per ternario vi sono 23 numeri, ouer termini, ouer
luoghi, et cosi in tanti giorni saranno pari, cioe che il secondo hauera arriuato il primo in 23 giorni, &
l'ultimo giorno questo secondo hauera fatto 69 miglia, & in tutto haueranno fatto 828 miglia ciascun
di loro, laqual summa trouarai se aggiongi 3. ch'è il primo termine sopra 69. ch'è l'ultimo fara 72. la cui
$\frac{1}{2}$ è 36. qual multiplicarai fia tutti li predetti luoghi, che sono 23 farano 828. ouer se multiplicarai 72
fia la $\frac{1}{2}$ di 23. ch'è $11\frac{1}{2}$. faranno similmente 828. come di prima, & cosi sta bene.

5 Doi altri vanno per vna medesima via, in questo modo, cioe che'l primo fa di continuo 40.
miglia, l'altro gli va dietro per quinaria ascensionem, cosi che'l primo giorno fa 5 miglia, il 2°
10. & il 3° 15. etc. dimando in quanti giorni l'hauera gionto, e quanti miglia hauerano caminato.
Procederai come nella precedente, cioe duplica 40. fa 80. per la summa del primo, & de l'ulti
mo termine di tal progressione, onde cauandone il primo termine (ch'è 5) restara 75. per l'ultimo ter
mine di tal progressione, onde per trouar il numero di termini, caua 5 di 75 (cioe il primo de l'ulti
mo) restara 70. qual parti per il numero ascendente (ch'è 5) ne vien 14. alqual giontoui 1. (per il pri
mo termine) fara 15. & tanti saranno tutti li termini di tal progressione, & cosi in 15 giorni il secondo
aggiongira il primo, il medesimo trouarai procedendo per quel modo, che costumauano gli antichi
adutto da fra Luca, cioe parti 40 per 5. ne viene 8. duplicalo fa 16. poi cauane 1 per il primo termine,
resta 15. cioe che'l se ne caua 1 per il primo termine della unita, che non intra in questo conto (perche
la progressione comincia dal quinario, com'è detto) & cosi resta 15 per li numeri della progressione,
& cosi in 15 giorni il aggiongiranno, & l'ultimo termine della detta progressione fara 75. & tanti mi
glia fara questo l'ultimo giorno, & haueranno caminato ciascun di loro 600 miglia, perche tante so
no le unita di tutta la progressione fin 75. & tanto fa anchora 40 fia 15. & cosi per te stesso ne potrai
far di simile per qualunque ascension andasse, cioe se la fara quaternaria partirai il fermo per 4. & se la
fara senaria lo partirai per 6. & se la fara septenaria per 7. etc. Ma essendo quaternaria, & partendo per
4 l'auenimento duplicato, et trattone poi 1. & il resto quatruplato, farai l'ultimo termine della progres
sione, & per 6 sestuplato, & per 7 septuplato, & per 8 ottuplato, & cosi discorrendo, il medesimo ti ve
nira per la nostra prima regola detta di sopra, cioe duplica sempre il termine fermo, & tal duplato sara
sempre la summa del primo, et de l'ultimo termine di tal specie di progressione, dellaqual summa trat
tone il primo termine (gia cognito) ti restara sempre l'ultimo termine di tal progression, per la notitia
delquale, & del numero ascendente tu puoi saper (per il modo dato nel 9 capo) il numero di termini
di tal progressione, qual verra a esser il numero di giorni, che il secondo mobile hauera gionto il pri
mo. Et benche quel secondo modo dato da nostri antichi paia esser molto piu breue del nostro, non di
2 meno non è cosi generale, com'è il nostro, perche quel serue solamente per quelle progressioni, che prin
6 cipiano nel numero in che ascendono, cioe se la ascende per 2. che principia anchora dal 2. & se l'ascen
10 de per 3. che principia anchor dal 3. & se la ascende per 4. che la principia anchora dal 4. & cosi discor
14 rendo per qual si voglia altro numero. Ma la nostra regola ne seruira generalmente per qual si voglia pro
18 gression, & principiante per qual si voglia numero, & che sia il vero con li sequenti cosi si fara manifesto.
22 6 SOno duoi, che si partono da vn medesimo luogo, & vanno in vn medesimo verso, il primo va
26 continuamente miglia 24 al giorno, il secondo lo va seguitando facendo il primo giorno 2 mi
30 glia, il secondo ne fa poi 6. il terzo ne fa 10. il quarto ne fa 14. & cosi di giorno in giorno ne va
34 facendo 4 di piu, si adimanda in quanti giorni il secondo hauera gionto, ouer arriuato il primo.
38 Hor dico che volendo risoluere questa secondo la regola di nostri antichi adutta da Frate Luca, cioe
42 per quella seconda regola da noi adutta nelle due precedenti. Bisognaria partir quel 24 per 4 (cioe per il
46 numero ascendente) ne veniria 6. qual duplicato per la detta regola ne veniria 12. delqual cauatone
summa 288 1 (per il termine) restaria 11. per li luoghi, ouer termini di tal progressioni, laqual cosa non è vera, per
che l'ordine della nostra regola li detti termini sariano 12. si che il trouara per quel medesimo modo
visto nelle due precedenti, cioe duplico quel 24 fa 48. per la summa del primo, & de l'ultimo termi
24 ne di tal progressione, delqual 48 cauandone il primo termine, che è 2 (dal presupposito) restara 46.
12 per l'ultimo termine di tal progressione, hor per la notitia di questi termini trouarai (per l'ordine da
288 to nel nono capo) che li termini di questa progressione saranno 12. come di sopra è stato detto, &
cosi in 12 giorni il secondo hauera gionto il primo, & ciascun di loro si trouera hauer fatto miglia
288. perche se l'ultimo termine di tal progressione sara 46. giontoui il primo (che è 2) fara 48. la mita
fara

sara 24. qual multiplicato fia il numero di termini (che è 11) fara 264. & tanti miglia hauera fatto il secondo, similmente il primo a miglia 24 il giorno in detti giorni 11 hauera fatto pur miglia 264. & pero saranno pari, si vede adonque, che questa regola adutta da Frate Luca (usata da nostri antichi) non serue se non quando la progression principia nel numero, nelqual ascende, & pero auertisse.

7 SOno anchora duoi, che si partono da vn medesimo loco, & vanno per vn medesimo verso, il primo fa ogni giorno miglia 29. & il secondo lo va seguitando in questa progressione, che il primo giorno fa miglia 8. & il secondo fa miglia 11. et il terzo fa miglia 14. & il quarto ne fa 17. et cosi va procedendo crescendo ogni di 3 miglia, si dimanda in quanti di il secondo hauera gionto il primo. 8

Per la nostra regola duplica il termine fermo (cioe 29) fara 58. & tanto sara la summa del primo, & de l'ultimo termine di tal progressione, onde trattone il primo (che è 8) restara 50. & 50 sara l'ultimo termine di tal progressione, onde per la regola data nel nono capo, trouarai che il numero di termini saranno 15 laqual regola del detto nono capo è questa, cava il primo termine (che è 8) da l'ultimo, che è 50 restara 42. & questo partirai per il numero ascendente (che è 3) et ne venira 14. alqual giontoui 1 (per il primo termine, che cauasti) fara 15. & cosi 15 saranno tutti li termini di detta progressione, come di sopra è stato detto, & cosi in giorni 15 il secondo mobile hauera gionto il primo fanne proua, che trouarai cosi essere, perche in tal tempo l'uno, & l'altro si trouara hauer fatto miglia 435. & cosi questa si come la precedente non si potra risoluere per quella regola adutta da Frate Luca usata da nostri antichi non seruira in questa, ne in altre simili, che non principiano dal suo ascendente.

	8
	11
	14
	17
	20
	23
	26
	29
	32
	35
	38
	41
	44
	47
	50
summa	435

8 SOno anchora duoi, che si partono da vn medesimo luogo, & vanno per vn medesimo verso, il primo va continuamente miglia $29\frac{1}{2}$ al giorno, & il secondo gli va dietro in questa forma, che'l primo giorno fa 5 miglia, & il 2^o ne fa 12. & il 3^o ne fa 19. & il 4^o ne fa 26. & cosi va continuamente crescendo 7 miglia ogni giorno, si adimanda in quanti giorni questo secondo hauera gionto il primo.

Duplica per il termine fermo (cioe $29\frac{1}{2}$) fara 59. & tanto sara la summa del primo, & de l'ultimo termine di tal progressione, onde cauando del detto 59. il primo termine (che è 5) restara 54 per il puro ultimo termine, onde per trouar il numero di termini, caua il primo de l'ultimo (come s'insegna nel 9 capo) restara 49. qual parti per 7 (per il numero ascendente) ne venira 7 alqual giontoui 1 (per il primo termine, che fu cauato) fara 8 per il numero di termini in tal progressione, & pero in giorni 8. il secondo hauera gionto il primo, perche l'uno, e l'altro (se farai conto) hauera fatto a ponto 236 miglia.

29
15
435

Da notar generalmente in tutte queste sorte di questioni.

9 IN tutte queste question fin hora date da risoluere per le regole delle progressioni arithmetici bisogna notar ogni volta, che si hauera (per la regola data) trouato l'ultimo termine di tal progressione, & che per trouar il numero di termini di tal progressione, se hauera cauato il primo termine da l'ultimo, & che il restante non si potesse partire per il numero ascendente nettamente (cioe senza rotto) tal questione non si potria risoluere per le semplici regole date fin a questo luogo, anzi gli bisogna alquanto piu arte, essempi gratia poniamo, che siano pur duoi, che si partino da vn medesimo luogo, & vadino per vn medesimo verso il primo va continuamente miglia 17 al giorno, & il secondo lo va seguitando facendo il primo giorno miglia 4. il secondo miglia 7. il terzo miglia 10. & cosi procedendo ascendendo per ternario, si dimanda in quanti giorni il secondo hauera gionto il primo.

Duplica (secondo l'ordinario) 17. fara 34 (per la summa del primo termine, & de l'ultimo, onde cauandone il primo (che è 4) restara 30 per l'ultimo termine di tal progressione, hor per trouar il numero di termini, procederemo per la regola data nel nono capo, cioe cauaremo il primo termine (che è 4) da l'ultimo (che è 30) restara 26. & questo 26 partiremo per il numero ascendente (che è 3) ne venira $8\frac{2}{3}$, alqual giontoui 1 (per il primo termine, che fu cauato) fara $9\frac{2}{3}$, & tanti doueriano esser li termini di tal progressione (cioe $9\frac{2}{3}$, & anchora in tanti giorni (secondo la regola) il secondo doueria arriuar il primo a ponto, & nondimeno per causa di quel rotto, che vi è occorso nel partir per il numero ascendente (cioe per 3) lo arriuara piu presto, & nelli detti giorni $9\frac{2}{3}$ gli sara passato auanti per vn terzo di miglio, perche colui che fa di fermo miglia 17 al giorno nelli detti giorni $9\frac{2}{3}$ hauera fatto miglia $164\frac{1}{3}$, & il secondo nelli giorni 9 integri hauera fatto miglia 144 (se farai ben il conto) & in quelli $\frac{2}{3}$ di giorno a ragion di miglia 31 (che doueria far il decimo giorno) fara miglia $20\frac{2}{3}$, quali gionti con li 144 fara in summa miglia $164\frac{2}{3}$, & il primo non si trouera hauer fatto saluo, che miglia $164\frac{1}{3}$, come di sopra fu detto, si vede adonque che il secondo (nel detto tempo) hauera passato auanti il primo per vn terzo di miglio, hor per soluere giustamente questa, & le altre simili vedi quanti miglia hauera fatto ciascun di loro in quelli giorni 9 integri (lasciando il rotto) & trouarai, che il primo haueria fatto miglia 153. & il secondo in quelli 9 termini hauera fatto miglia 144 (come di sopra fu anchor detto) si che fin qua il primo si troua 9 miglia auanti al secondo, ma se l'uno, & l'altro caminasse

4
7
10
13
16
19
22
25
28
144
$19\frac{13}{14}$
$163\frac{13}{14}$

nato il decimo giorno il primo faria li suoi miglia 17. & il secondo ne faria 31 (seguendo lordine della progressione) tal che il secondo nel detto decimo giorno veniria ad auanzar 14 miglia sopra del primo, ma per farsi pari bisognaria auanzar solamente quelli miglia 9. che il primo gli è auanti di lui, onde per trouar il giusto tempo dirai per la regola del tre se miglia 14. sono auanzati in giorni 1. in quanto sarà auanzati miglia 9. opera che trouarai, che sanno auanzati in $\frac{9}{14}$ di giorno, & così in giorni $9\frac{9}{14}$, il primo hauerà a ponto eguato il secondo, & se ne vuoi far proua vedi quanti miglia hauerà fatto ciascun di loro nelli detti giorni $9\frac{9}{14}$, onde tu trouarai che il primo (cioe quello che fa di fermo miglia 17 al giorno) hauerà fatto miglia $163\frac{13}{14}$, & il secondo nelli 9 giorni integri hauerà fatto questi 9 termini 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. liquali summati insieme faranno 144 miglia poi in quello $\frac{9}{14}$ del decimo giorno, nelqual decimo giorno lui doueria far miglia 31 (a seguir l'ordine della progressione) onde pigliando li $\frac{9}{14}$ di quelli miglia 31. trouarai che saranno miglia $19\frac{13}{14}$, quali giorni con quelli altri miglia 144. faranno in summa precisamente $163\frac{13}{14}$, si come il primo, & pero saranno pari, ch'è il proposito, & con tal modo procederai nelle simili, cioe sempre vedi quanto haueria fatto ciascun di loro nelli giorni integri il rotto poi giustarai per l'ordine, che di sopra è stato fatto.

17
$9\frac{9}{14}$
153
$10\frac{13}{14}$
$163\frac{13}{14}$

20 VNo si parte da vn luogo, & fa miglia 30 al giorno continuamente, & 4 giorni dapoi tal sua partita, si parti vn altro secondo per arriuar il primo, & questo secondo fa di continuo miglia 40 al giorno, si adimanda in quanti giorni questo secondo arriuarà il primo.

Egli è manifesto che quando il secondo si parte, il primo è lontano miglia 120. & il secondo andarà auanzando 10 miglia ogni giorno, & pero dirai se miglia 10 sono auanzati in giorni 1. in quanti ne saranno auanzati 120. opera che trouarai che saranno auanzati in giorni 12. & così in giorni 12. il secondo hauerà arriuato il primo.

21 POniamo che da Padoua a Turino sia miglia 400. & che duoi correri si partono in vn medesimo instante, l'uno da Padoua per andar a Turino, & l'altro da Turino per venir a Padoua, quello che si parte da Padoua per andar a Turino si offerisse di arriuar a Turino in 11 giorni, & quello che si parte da Turino si offerisse di venir a Padoua in giorni 9. si adimanda (osseruando li correri la promessa del suo caminar) in quanti giorni s'incontraranno caminando ambiduoi per vna medesima via, & quanti miglia hauerà caminato ciascun di loro.

Farai così troua vn numero, che sia numerato da 11. & da 9. che sarà 99. egli è manifesto, che in giorni 99. quel da Padoua faria 9 volte il detto viaggio da Padoua a Turino, cioe faria 9 viaggi, & quello da Turino lo faria 11 volte, cioe faria 11 viaggi, onde summando 9 con 11 farà 20. & così 20 viaggi fra tutti duoi fariano in 99 giorni, & noi vorressimo vn viaggio solo, & pero diremo se 20 viaggi sono fatti in giorni 99. in quanti ne sarà fatto viaggio 1. opera che sarà fatto in giorni $4\frac{19}{20}$, & così in giorni $4\frac{19}{20}$ si incontraranno. Poi per saper quanti miglia haueranno fatto ciascun di loro, per quel da Padoua dirai se giorni 11 mi fa 400 miglia, che mi farà giorni $4\frac{19}{20}$ opera, che trouarai che farà miglia 180. & per quello da Turin dirai se giorni 9 mi fanno miglia 400. che mi farà giorni $4\frac{19}{20}$ opera, che trouarai che farà miglia 220. si che quello che sarà partito da Padoua quando si incontraranno hauerà fatto miglia 180. & l'altro ne hauerà fatto 220. quali giunti con li 180. faranno precise miglia 400. come fu supposto esser da Padoua a Turino, & pero sta bene.

22 DA Padoua a Brescia è miglia 90. vno si parte da Padoua per andar a Brescia, & fa solamente 18 miglia al giorno (per esser mal in gambe) vn'altro si parte in quel medesimo istante) da Brescia per venir a Padoua, & fa miglia 30 al giorno, si adimanda in quanti giorni si incontraranno, & quanti miglia hauerà fatto ciascun di loro.

Egli è manifesto che fra tutti duoi fanno miglia 48 al giorno, & per tanto dirai se miglia 48 sono fatti in giorni 1. in quanto saranno fatti miglia 90. opera che trouarai che saranno fatti in giorni $1\frac{7}{8}$, & così in giorni $1\frac{7}{8}$ si incontraranno, & se vuoi saper quanti miglia hauerà fatti ciascun di loro per quel che si parte da Padoua multiplica 18 fia $1\frac{7}{8}$ farà $33\frac{3}{4}$, & tanti miglia hauerà fatto, & per quello che si parti da Brescia multiplica 30 fia $1\frac{7}{8}$ farà $56\frac{1}{4}$, & tanti miglia hauerà fatti, i quali giunti con li $33\frac{3}{4}$, che sono l'altro faranno precisamente miglia 90. come fu supposto esser da Padoua a Brescia, che così è il proposito.

23 FRate Luca a carte 41 de l'opera sua mette questa questione precisamente in questa forma.

Errore di Fra Luca

Da Firenza a Roma sono miglia 100. & sono 4 compagni, che si parteno da Firenza per andar a Roma, & caminano diuersamente, il primo camina il primo giorno 1 miglio, & il secondo giorno 2 miglia, & il terzo 3 miglia, & così va cresendo vn miglio per giorno. Il secondo compagno il primo giorno fa vn miglio, & il secondo 3 & il terzo 5. & così sempre cresce 2 miglia per giorno. Il terzo compagno il primo giorno va 2 miglia, il secondo 4, il terzo 6. & così sempre cresci 2. Il quarto compagno il primo giorno fa 4. il secondo 8. il terzo 12. & così sempre cresce 4 per

giorno

giorno. Dimandasi volendo questi tali giongere insieme a Roma quanti giorni conuien che si parta l'uno, dapoi l'altro.

Il detto Frate vuol che prima si troui in quanti giorni andara ciascun di questi 4. per se Firenza a Roma, & cosi procedendo lui per Algebra, o vuoi dir per la regola della cosa conclude che'l primo gli andaria in giorni Radice 100 1/4 manco 1/2, & che il 2° gli andaria in giorni 10. et il terzo gli andaria in giorni Radice 100 1/4 manco 1/2, & che il quarto gli andaria in giorni Radice 50 1/4 manco 1/2, laqual conclusion è falsa, perche in questa ressolutione non debbe venir alcuna quantita irrationale ragioneuolmente, & che sia il vero, sappi che il primo gli andaria in giorni 15 7/12, & il secondo in giorni 10. & il terzo in giorni 9 1/2, & il quarto il giorni 6 2/3, che se ne farai proua la trouarai buona, poi per saper quanto debbono star l'uno doppo l'altro a partirse da Firenza, acciochè arriuino tutti in vn ponto a Roma facilmente per te lo potrai trouare sottrando il tempo menore dal maggiore.

il primo gli andaria in giorni	15 1/12
il secondo gli andaria in giorni	10
il terzo gli andaria in giorni	9 1/2
il quarto gli andaria in giorni	6 2/3

Il modo da risoluere questa soprascritta in altro luogo si dara perche in questo luogo per le cose sin hora date non si puo risoluere per regola, ma solamente a tastoni come fanno li ciechi, & pero non t'incresca a proseguir il studio ordinariamente per fin che arriui alla nostra algebra.

14 VNo si parte da Padoua, & va ogni giorno miglia 32. & dapoi 6 giorni va l'altro gli caualcò dietro, & in 25 giornate lo aggionse, dimando quanti miglia fece al giorno questo secondo.

Frate Luca mette questa questione, & la risolue per la cosa, ma piu facilmente si risolue in questo modo, egli cosa chiara, che quando il secondo aggionse il primo il detto primo veniua hauer caualcato giorni 31 (cioe li primi 6. & li 25. che colui lo seguito) nelliquali giorni 31 facendo 32 miglia al giorno veniria hauer fatto miglia 992. liquali il secondo li veniria ad hauer fatti in quelli giorni 25. che gli caualco dietro, onde partendo quelli miglia 992 per 25 ne veniria 39 17/25, & tanti miglia faceua al giorno quel secondo.

15 VN'altro si parte da Padoua, & non so quanti miglia faccia al giorno, & doppo 5 giorni vno gli va dietro facendo 40 miglia al giorno, & in termine di 8 giorni lo aggionse. Si dimanda quanti miglia faceua al giorno quel primo.

E cosa certa che quel secondo in quelli 8 giorni, che gli caualco dietro facendo miglia 40 al giorno haueua fatto miglia 320. & quelli medesimi veniua hauer fatto anchora il primo, ma in 5 giorni di piu, che faria in 13 giorni, partiadonque quelli miglia 320. per 13. se ne veniria 24 8/13, & tanti miglia faceua al giorno quel primo.

16 FRate Luca mette questa questione dicendo. Vno si ha a cauar vn pozzo alto braccia 11 per ₤ 11. accade, che non ne cauo se non braccia 6. dimando quanto ne debbe hauer secondo il patto, & vuole che per risoluere tal questione, che si raccogli le vnita, che sono in braccia 11. cioe da 1 fin in 11. che sono 66. & dapoi vuole che anchora si raccogli quelle, che sono in braccia 6. per cominciando da 1. che sono 21. poi dirasse 66 fatiche mi danno ₤ 11. che mi daranno fatiche 21. onde opera si trouara, che daranno ₤ 3 1/2, & tanto afferma che douería hauer quel maestro. La qual sua conclusione è piu presto giudiciale, che mathematica, parendo al suo giudicio, che come che piu sotto si va cauando, che il cauator habbia maggior fatica (il che è da credere) ma egli no da dispuotar che il secondo brazzo habbia doppia fatica del primo, & che il terzo habbia treppia fatica del primo, & cosi discorrendo ne gli altri piu profondi braccia, & per tanto dico, che le cose che sono disputabili non sono cognite, anzi sono dubbiose, & le cose dubbiose non si cura il mathematico, ma si cura solamente delle certe, & pero tal question non è mathematica, ne si appartiene al mathematico. Errore di Frate Luca

17 FRate Luca mette questa questione dicendo. Due formiche sono in vn piano longo braccia 100. l'una da vn capo, & l'altra da l'altro, l'una va al giorno 1/3 di brazzo, & la notte torna indietro 1/4 di brazzo, l'altra al giorno va 1/5 di brazzo, & la notte torna indietro 1/6 di brazzo, dimanda in quanti giorni si incontraranno, il detto Frate Luca in tal solutione vi fa piu errori nella calculatione, talche in fine (per tal sua regola) conclude che le dette due formiche si incontraranno in giorni 962 2/3, & nondimeno (per tal sua regola) si incontrariano in giorni 857 1/7, ma l'una, e l'altra di queste due conclusioni è falsa, la prima è falsa per causa de gli errori commessi nella calculatione, & la seconda è falsa per causa della regola da lui data per soluere le simili, laquale molto si scosta dalla retta via. Errore di Frate Luca dal Borgo

Hor per risoluere rettamente la questione, & altre simili, prima summa quel 1/3 di brazzo, che fa l'una al giorno, con quel 1/5 di brazzo, che fa l'altra, fara 8/15, & tanto faranno al giorno fra tutte due, fatto questo summa anchora quel 1/4, che ritorna indietro la notte l'una, con quel 1/6, che ritorna, l'altra fara [illegible], & tanto ritornaranno indietro [illegible] notte fra tutte due, fatto questo cava questo [illegible] (che ritornano la notte) da quel [illegible], che fanno al giorno restara [illegible], che schifato fara [illegible], & tanto avanzaranno tra il giorno, & la notte fra tutte due, ma perche l'ultimo giorno, cioe quello che s'incontraranno non gli seguira la notte, che le faccia ritornar indietro, cava quelli [illegible], che ritornano delli braccia [illegible] restaranno braccia [illegible], fatto questo dirai se braccia [illegible] vuol giorni [illegible] che vorra braccia [illegible] opera che trovarai che vorranno giorni [illegible] integri, & [illegible] di giorno, ma non ti curar di quelli [illegible] di giorno, perche tal rotto non rende il giorno, ma il rotto nella giornata sequente si seguitara, & pero vedi quanti braccia haveranno fatto, over avanzato queste due formiche nelli detti giorni [illegible] integri a ragion di [illegible] al giorno, opera che trovarai che avanzaranno braccia [illegible], cavalo di braccia [illegible] restara [illegible], hora vedi quanto penaranno queste due formiche a far questo rotto [illegible] di braccia a ragion di quello, che fanno al giorno fra tutte due (non computando il ritorno, che faranno poi la notte sequente) che è [illegible] di brazzo (come di sopra fu trovato) & pero dirai se [illegible] di brazzo vuol giorni [illegible], che vorra brazzo [illegible], opera che trovarai che vorra [illegible] di giorno, & questo aggionto con quelli giorni [illegible] integri faranno in summa giorni [illegible] in detti giorni [illegible] s'incontraranno le dette due formiche, il qual tempo è molto manco di quello che conclude il detto Frate Luca, come sensibilmente si puo vedere.

Ma per approvare che la nostra regola, & conclusion sia buona, cioe che le dette due formiche si incontraranno nelli detti giorni [illegible], egli è manifesto che diffalcando quello, che fra lor due ritornano la notte (che è in summa [illegible] di brazzo) dalla summa di quello che fanno ordinariamente fra tutte due il giorno (che è in summa [illegible] di brazzo) restara [illegible] di brazzo, & tanto avanzaranno tra il giorno, & la notte fra tutte due, adonque dirai se giorni [illegible] avanzano [illegible] di brazzo quanto avanzaranno giorni [illegible] integri (cioe lassando il rotto, che è [illegible]) opera che trovarai, che avanzaranno braccia [illegible], i quali salva. Poi vedi quanto avanzaranno in quel [illegible] di giorno a ragion di [illegible] di brazzo, che fanno fra tutte due al giorno puro (cioe fino alla sera) dicendo, se giorno [illegible] mi da [illegible] di brazzo, che mi dara [illegible] di giorno, opera che trovarai che ti daranno [illegible] di brazzo, quali aggiongerai con quelli braccia [illegible] (che haveano caminato nelli giorni [illegible] integri) faranno in tutto braccia [illegible] a ponto, che è il proposito, adonque la nostra regola, & conclusion è buona, & quella di frate Luca è falsa, & questo suo error procede, perche non ha rispetto al ultimo giorno, che si incontrano, nel quale caminano tra tutte due a ragion di [illegible] di brazzo al giorno, perche non hanno la notte, che gli impedisca, ne che li faccia tornar indietro.

Et nota che anchora Piero Borgi da Venetia s'inganna per la medesima via, che Frate Luca, in quella che lui mette a carte [illegible] di quel sparaviero, che è nel piede di quella torre alta braccia [illegible] in cima, della quale dice che è uno colombo, qual discende ogni giorno [illegible] di brazzo, poi la notte ritorna in suso [illegible] di brazzo, il sparaviero monta ogni giorno in suso [illegible] di brazzo, & la notte dismonta, over discende [illegible] brazzo, & dimanda in quanto s'incontraranno, & finalmente conclude (operando per la medesima via, che fa Frate Luca) che si incontraranno in giorni [illegible], che è falso (per le ragioni di sopra adutte) anzi si incontraranno in giorni [illegible], che si procederai per la nostra regola di sopra adotta trovarai cosi esser, & tal error trovarai nascere per non haver rispetto al ultimo giorno, & pero avertisse.

Error di Piero Borgi da Venetia

[illegible] Frate Luca dal Borgo mette questa question dicendo un topo sta in cima di uno alboro alto braccia [illegible] & una gatta sta al piede in terra il topo scende ogni giorno [illegible] brazzo, & la notte torna in su [illegible] di brazzo, la gatta salisse ogni giorno un brazzo, & la notte scende [illegible] di brazzo, & l'alboro cresse ogni giorno fra il topo, & la gatta [illegible] di brazzo, & la notte scema [illegible] di brazzo, dimando in quanti giorni aggiongera la gatta il topo, cioe in quanti giorni si incontraranno, & quanto braccia sara diventato in tutto longo l'alboro per quel suo cressimento, & quanti braccia hara caminato il topo, & la gatta per se, onde procedendo il detto auttore con quella medesima regola, che uso nelle due formiche dette di sopra, per il che essendo tal regola falsa seguita la sua conclusion esser falsa, & tutto il suo errore procede per non haver rispetto al ultimo giorno, che loro si incontrano, che non ritornaranno piu indietro, ne l'alboro non calara niente di quello sara cresciuto in quel giorno tra il topo, & la gatta.

Error di Frate Luca dal Borgo

Per solvere adonque sottilmente questa questione, prima vedi quanti vengono ad avanzar questi duoi animali fra il giorno, & la notte, & questo lo puoi far congiontamente, come fu fatto delle due formiche, & lo puoi fare separatamente, hor facciamolo separatamente (per variar modo) se la gatta ascende un brazzo il giorno, & discende [illegible] di brazzo, cavando [illegible] di uno restara [illegible] di brazzo, & tanto avanzara fra il giorno, & la sequente notte. Se'l topo poi discende il giorno [illegible] brazzo, & la sequente notte ritorna in suso [illegible] cava [illegible] di [illegible], & ti restara [illegible] di brazzo, & tanto avanzara il topo fra il giorno, il giorno, & la sequente notte, onde summando quelli $\frac{1}{3}$, & quel $\frac{3}{4}$, che avanzano fara $1\frac{1}{12}$, & tanto avanzaran fra tutti duoi (non computando l'alboro) il medesimo, et piu leggiadramente ti veniria a farlo congiontamente, cioe summar quel braccia 1, che fa la gatta al giorno, & quel $\frac{1}{2}$ brazzo, che fa il toppo fara $1\frac{1}{2}$, & similmente summar quello $\frac{1}{4}$, che ritorna la gatta con quel $\frac{1}{6}$, che ritorna il toppo fara $\frac{5}{12}$, & questo sottrandolo di questo $1\frac{1}{2}$ restara medesimamente $1\frac{1}{12}$, & tanto avanzaranno fra tutti duoi (non computando il crescere, & il calar de l'alboro) & perche l'alboro cresce ogni giorno (fra li duoi animali) $\frac{1}{4}$, & la notte scema $\frac{1}{8}$ cava $\frac{1}{8}$ di $\frac{1}{4}$ restara $\frac{1}{8}$ di brazzo, che avanzara l'alboro fra il giorno, & la notte sequente, & perche questo avanzo proroga lo approssimar di questi duoi animali cava questo $\frac{1}{8}$ di quello $1\frac{1}{12}$, che detti animali avanzavano restara $\frac{23}{24}$ di brazzo, & tanto si approssimaranno fra il giorno, & la notte sequente, & perche quel $\frac{1}{8}$ di brazzo, che scema l'alboro la notte li fa piu presto approssimare, & quelli $\frac{5}{12}$, che ritornano la notte li tardisse lo approssimarsi, & pero cava quel $\frac{1}{8}$ di brazzo di quelli $\frac{5}{12}$ restara $\frac{7}{24}$, & questo cavarai di quelli braccia 60, che longo l'alboro restara braccia $59\frac{17}{24}$, fatto questo procederai per la regola del 3 dicendo se $\frac{23}{24}$ di brazzo vuol giorni 1 che vorra braccia $59\frac{17}{24}$ opera, che trovarai che vorranno giorni $62\frac{7}{23}$, hor dico che li giorni 62 integri sono giusti, ma il rotto (in queste sorte di ragioni) e sempre falso, perche in quella parte di giorno, perche non camina la notte, che seguita (che li fa ritornar indietro, & scemar l'alboro) bisogna di tal parte di giorno farne il conto a quello, che caminano il giorno puro senza il ritorno della notte, & similmente del crescer de l'alboro, per far adonque questo conto giustamente vedi quanto avanzaranno questi duoi animali in quelli giorni 62 integri a ragion di $\frac{23}{24}$ di brazzo al giorno, onde multiplicando trovarai, che avanzaranno braccia $59\frac{5}{12}$, quali cavandoli di quelli braccia 60 (che e tutto l'alboro) restara $\frac{7}{12}$ di brazzo, & tanto gli resta a far in quella parte di giorno, & per saper in che parte di giorno avanzarano, over faranno quelli $\frac{7}{12}$ di brazzo vedi quanto fanno, over fariano in tutto il detto giorno (senza la sequente notte) gia tu sai, che fra tutti duoi questi animali, gia sai che l'uno fa braccia 1 & l'altro braccia $\frac{1}{2}$, che in summa sono braccia $1\frac{1}{2}$ fra tutti duoi, ma per che l'alboro cresce ogni giorno fra loro braccia $\frac{1}{4}$, cavato di quelli braccia $1\frac{1}{2}$ restara braccia $1\frac{1}{4}$, & tanto avanzaranno quel giorno senza la notte, che seguita, & pero dirai se braccia $1\frac{1}{4}$ sono avanzati da giorni 1, da che sara avanzati $\frac{7}{12}$ di brazzo, opera che trovarai, che saranno avanzati da $\frac{7}{15}$ di giorno, qual giorno con quelli giorni 62, fara giorni $62\frac{7}{15}$, & cosi in giorni $62\frac{7}{15}$ si incontraranno li detti animali.

Per approvare questa nostra conclusione, egli e manifesto che nelli giorni 62 integri questi duoi animali a ragion di braccia $1\frac{1}{12}$ al giorno con la sequente notte) avanzaranno braccia $67\frac{1}{6}$, poi in quel $\frac{7}{15}$ di giorno puro (senza notte) a braccia $1\frac{1}{2}$ al giorno, fra tutti duoi, faranno $\frac{7}{10}$ di brazzo, quali gionti con quelli braccia $67\frac{1}{6}$ faranno braccia $67\frac{13}{15}$, & tanto haranno avanzato ambiduoi li detti animali nelli detti giorni $62\frac{7}{15}$ da noi calcolati. Resta mo da veder se l'alboro nel detto tempo sara cresciuto tanto, che sia ritornato nelli detti braccia $67\frac{13}{15}$, che essendo la nostra conclusion sara buona, & per vederlo gia tu sai che'l detto alboro fra il giorno, & la notte che seguitava restava $\frac{1}{8}$ di brazzo piu longo che prima non era, cioe che avanzava $\frac{1}{8}$ di brazzo, onde nelli giorni 62 integri havera avanzato, over che piu sara cresciuto 62 ottavi di brazzo, che saranno braccia $7\frac{3}{4}$, quali gionti alli braccia 60, che prima era l'alboro sara braccia $67\frac{3}{4}$, & tanto sara tornato in quelli giorni 62 integri, resta mo a veder quanto sara cresciuto in quelli $\frac{7}{15}$ di giorno puro senza notte a ragion di $\frac{1}{4}$ di brazzo (che crescea fra li detti duoi animali) al giorno, che multiplicando trovarai, che sara cresciuto $\frac{7}{60}$ di brazzo, qual gionto a quelli braccia $67\frac{3}{4}$ faranno in summa braccia $67\frac{13}{15}$, come si conviene, & pero la nostra regola insieme con la nostra conclusione e buona.

25 Acioche meglio s'intenda quello, che nella precedente habbiamo esplicato, voglio proponere quest'altra piu piacevole, ponemo che un pomo, overo una stella ha da far 360 miglia, over gradi, & ponemo che ogni giorno artificiale questa stella camini 15 miglia, over gradi, & che la notte sequente ne ritorna indietro 5. volendo mo saper in quanti giorni questa stella havera fatti quelli 360 miglia, over gradi. Egli e cosa nota che questa stella fra il giorno, che principia a caminare insieme con la notte, che seguita non viene a pertransire, over a fare, over ad avanzare salvo che 10 di quelli 360 miglia, over gradi, onde molti diriano, che tal stella facendo, over avanzando 10. di quelli miglia, over gradi al giorno, che in 36 giorni gli haveria fatti, overo avanzati tutti 360. laqual cosa non e vera, anzi e falsa, perche egli e cosa chiara, che in 35 giorni accompagnati con la sequente sua notte tal stella fara, overo avanzara 350 di quelli miglia, over gradi, & il trigesimosesto giorno principiando nel levar del sole a tal stella gli mancara a compir il viaggio solamente miglia 10. over gradi 10. & perche tal stella (come fu supposto nel principio) caminava ogni giorno artificiale miglia 15. per il che si manifesta, che tal stella caminara, & fara quelli miglia,

ouer gradi 10. nelli duoi terzi di tal giorno artificiale, talmente che la veniria a fare tutto il detto viaggio in giorni 35 $\frac{2}{3}$, & pero per risoluere bisogna cauar questo, che ritorna la notte, cioe quelli 5 da 360. & restara 355. poi veder in quanto tempo auanzara questi miglia 355. a ragion di 10 al giorno con la sua notte sequente, & si trouara, che gli auanzaria in giorni 35 $\frac{1}{2}$, dellaqual conclusione dico che in quanto alli giorni 35 integri sta bene, ma quel rotto (cioe quel $\frac{1}{2}$) e falso sempre nelle simili, ma per trouar il giusto bisogna procedere, come di sopra e stato fatto, cioe veder quanto fara, ouero auanzara quella stella in quelli giorni 35 integri, che trouarai, che auanzara 350. quali si debbono cauar dalli 360. & restara pur 10 fatto questo bisogna poi veder in quanta parte del giorno, che seguita la penara a far quelli gradi, ouer miglia 10. ma a ragion di 15 gradi al giorno artificiale, il che facendo trouarai che la li fara in $\frac{2}{3}$ di giorno artificiale qual giorno con quelli 35. fara in tutto giorni 35 $\frac{2}{3}$, come di sopra, vero e che li 35 intieri s'intendono con la sua sequente notte, & quelli $\frac{2}{3}$ s'intendono d'un giorno artificiale, cioe senza notte, & pero auertisse.

20 OR nota anchora questa, che proponesse esser due stelle l'una da vn capo, & l'altra da l'altro della sopradetta distantia di 360 miglia, ouer gradi, & che l'una venisse in qua facendo il giorno miglia 6. & che la notte ne ritornasse 2. & l'altra andasse in la facendo il giorno miglia 9. & che la notte ritornasse miglia 3. & che si adimandasse in quanti giorni le si incontrariano, dico che le si incontrariano nelli medesimi sopradetti giorni 35 $\frac{2}{3}$, perche tu vedi, che fra tutte due caminano il giorno artificiale miglia 15 (si come faceua la sopradetta lei sola) & la notte fra tutte due ritornano indietro miglia, ouer gradi 5 (si come faceua anchora la sopradetta lei sola) onde procedendo con queste due insieme precisamente, come si fece nella soprascritta sola si conchiuderà in questa quel medesimo, che fu concluso in quella, cioe che queste due auanzarano tutti li detti miglia, ouer gradi 360. in giorni 35 $\frac{2}{3}$, & pero in detti giorni 35 $\frac{2}{3}$ si incontrarano, & se egli fusse aggionto, che quella distantia, che si trouasse di giorno in giorno fra l'una, et l'altra stella crescesse qualche quantita, & che la notte scemasse vn'altra maggior, ouer menor quantita, tu procederai secondo la regola data sopra la 15. del zoppo, & della gatta posta da Frate Luca.

21 FRate Luca dal Borgo mette questa questione dicendo. Vn lepore e dinanzi a vn cane passi 60. & per ogni passi 4. che fa il cane la lepre ne fa 7. & finalmente il cane l'aggionge, dimanda in quanti passi il cane aggiongera la lepre. Lui dice che in questa dimanda sono molti inuiluppi da sligare, se prima non si chiarisce la distantia dal lepre al cane di 60 passi. Se sono passi di cane, o passi di lepre, & anche dice che bisogna chiarire se la lepre pona tanto a far quelli 7 passi, quanto il cane a far quelli 4. & se si mouono a vn tempo a caminare, ouer correre, perche (dice) secondo li presupposti bisogna lauorare la ragione, & dar risposta. Et dice di volerla prima far a vn modo, & dapoi a l'altro, & suppone che quelli 60 passi siano passi di lepre, & suppone anchora, che tanto tempo metta il lepre a farne 7. quanto il cane a farne 4. & che a vn tempo si mouino, & per risoluere tal questione dice che'l si vede che 4 passi del cane auanza 3 di lepre, e pero dice che si debbe dire se 3 di lepre sono auanzati da 4 di cane, 60 di lepre, da quanti di cane saranno auanzati, & dice che operando si trouara, che saranno auanzati da 80. & che in tanti passi il cane di suoi hauera auanzato li 60 di lepre, & saranno in vn pareggio, laqual sua conclusione è falsa, perche se tanto tempo mette il lepre a far li suoi passi 7. quanto il cane a far li suoi passi 4. non sapendo per le cose da lui dette, & supposte, che conuenientia sia fra il passo del cane, et quello della lepre, non potiamo dire che ogni 4 passi di cane auanzi 3 passi di lepre, anci poo auanzar piu, e manco assai di detti 3 passi di lepre, secondo che si presupponera esser la detta conuenientia. Essempi gratia supponendo in questo caso, che ogni passo del cane fusse quanto, che 4 passi di lepre seguiria che li 4 passi del cane sariano 16 passi di lepre, & quelli 16 passi sariano fatti dal cane in quel medesimo tempo (dal presupposto) che la lepre ne fa 7. onde si vede che in ogni 4 di suoi passi, il cane auanzeria 9 passi di lepre (cioe da 7 andar in 16) & per tanto diressimo poi in simil caso, se 9 passi di lepre sono auanzati da 4 passi di cane, da quanti saranno auanzati quelli 60 passi di lepre, onde operando si trouaria, che sariano auanzati da passi 26 $\frac{2}{3}$ di cane, & staria bene, e pero nelle simili questioni oltra le cose dette egliè necessario a saper la detta conuenientia di passi, altramente e gli è impossibile a darui perfetta risolutione, gli è ben vero che nel processo di sua operatione il detto Frate Luca volendo redur quelli 80 passi di cane in passi di lepre dice, se 4 passi di cane sono passi 7 di lepre, quanto saranno passi 80 di cane, & cosi operando conclude, che ne sariano passi 140. per laqual cosa si manifesta, che lui suppone, che 4 passi di cane siano precisamente 7 passi di lepre, laqual cosa è impossibile, perche se cosi fosse, cioe che li 4 passi di cane fussero equali a quelli 7 di lepre, seguiria che in vn medesimo tempo tanto spacio scorreria la lepre quanto il cane, & pero giamai il cane aggiongeria la detta lepre, ma di continuo gli restaria di dietro li detti primi 60 passi di lepre, come che ogni uno intelligente puo considerare.

Errore di Frate Luca

Hor

Hor per chiarir il tutto della sopra notata questione supponiamo anchora, che quelli passi 60 (che la lepre si troua auanti del cane) siano passi di cane, & tutti gli altri presupposti siano fermi, dico che in simil caso dobbiamo ridur quelli passi 7. di lepre a passi di cane a ragion di 3 passi di lepre al passo del cane (come da noi fu supposito) onde operando trouaremo che li detti passi 7 di lepre saranno passi 2 $\frac{1}{3}$ di cane, & perche in quel medesimo tempo, che la lepre fa quelli passi 2 $\frac{1}{3}$ di cane, in quel medesimo il cane ne fa 5, per il che il detto cane in ogni passi 5. che fara venira auanzar passi 2 $\frac{2}{3}$ pur di cane (cioe venira auanzar tanto quanto è dalli 2 $\frac{1}{3}$, che fa la lepre alli 5 che fa il cane, che sono passi 2 $\frac{2}{3}$ (come è detto) hor per saper in quanti passi il detto cane arriuara la detta lepre, dirai se passi 2 $\frac{2}{3}$ sono auanzati da passi 5, da quanti saranno auanzati li detti 60. opera che trouarai, che saranno auanzati da passi 112 $\frac{1}{2}$ di cane, & cosi il detto cane in passi 112 $\frac{1}{2}$ arriuara la detta lepre, & con tal modo procederai nelle simili.

22 Frate Luca dal borgo mette questo caso, ouer questione dicendo. Ponimo che la sfera terrena habbia di riuolutione 20400 miglia, & che sopra l'equinottio da vn ponto, & in vn ponto si moua duoi ponti mobili, il primo va verso oriente il primo giorno vn miglio, il secondo 2. il terzo 3. &c. Il secondo va verso occidente, il primo giorno vn miglio, il secondo 8. il terzo 27. Adimando in quanti giorni si trouaranno li duoi mouimenti in vn sol ponto. Il detto auttor operando per la cosa conclude, che si incontraranno in giorni Radice 81602 manco $\frac{1}{2}$ la Radice del rimanente manco $\frac{1}{2}$, & in tanti giorni dice che si trouaranno li detti ponti in vn ponto. &c. La qual sua conclusione è falsa, perche non debbe accadere irrationalita alcuna, & che sia il vero dico che si incontraranno in giorni 16 $\frac{884}{2465}$, & che sia il vero lo approuaremo in questo modo. Prima egli è manifesto, che nelli giorni 16 integri quello, che va il primo giorno vn miglio, il secondo 2. il terzo 3. &c. Nelli detti giorni 16 fara 136 miglia, liquali salua, poi l'altro che va il primo giorno vn miglio, il 2° 8. il 3° 27. & cosi discorrendo per li numeri cubi nelli detti giorni 16 integri hauera fatto (se farai ben il conto) miglia 18496. quali summandoli con quelli altri 136. che saluasti saranno in summa miglia 18632. quali saluarai, poi vedi in quel rotto di giorno, qual è $\frac{884}{2465}$ quanti miglia faranno fra tutti duoi, & per saperlo, egli è chiaro che se caminassero tutta la decimasettima giornata, quello che ogni giorno cresce vn miglio faria quel giorno miglia 17. & l'altro faria il cubo di 17. che è 4913. che gionti con li miglia 17 (che fa l'altro) faranno miglia 4930. & tanti miglia fariano fra tutti duoi, se caminassero tutto il giorno, ma noi diciamo che del detto giorno non ne caminarono se non $\frac{884}{2465}$, & pero diremo se giorni 1. mi da miglia 4930. che mi dara $\frac{884}{2465}$ di giorno opera, che ti daranno miglia 1768. liquali summarai con li miglia 18632. che saluasti faranno precise 20400. che è il proposito. Per risoluere questa con facilita bisogna che tu ti serui di quella regola di raccogliere, ouer summar le vnita di numeri cubi data nella 8 del 14 capo. Errore di Frate Luca dal Borgo

23 Frate Luca dal borgo mette questo caso, ouer questione dicendo. Vno ha messo per ordine retto filo 100 naranci in vn piano distante l'una da l'altra vn passo a canto che tengono (dice lui) di spacio passi 100 per longhezza, & vno vuol raccogliere detti naranci a vno a vno, & porli tutti sopra il primo, & far di tutti vn monte nel detto luogo del primo, dimanda in quanti passi li hara raccolti tutti, dice il detto auttor che si debbe far cosi, multiplicar la distantia di detti naranci in se medesima dicendo 100 fia 100 fa 10000. & sopra questo aggionge la detta distantia, cioe 100 fara 10100, & conclude che tanti passi conuerra far colui a raccorle, laqual conclusion è falsa, perche le dette 100 narance non hanno saluo che 99 differentie, & volendoli mettere tutti sopra il primo quel tale fara solamente passi 9900. & questi passi 9900. si ritrouano con questa ragione, ouer regola, egli è manifesto, che volendo colui mettere il secondo naranzo sopra il primo, fara 2 passi (cioe vn passo al andar, & vn'altro al ritornar) & volendo metter poi il terzo naranzo pur sopra il primo lui fara 4 passi, cioe 2 andarlo a tuor, & 2 a riportarlo sopra il primo, & cosi con tal ordine per il quarto naranzo fara 6 passi. & per il quinto ne fara 8. & cosi andara prosequendo nella progressione ascendente per 2. & principiante dal medesimo 2. & li termini di questa tal progressione saranno 99. cioe tanti quanti sono le differentie di detti naranci, liquali (come di sopra fu detto) sono 99. (cioe vn manco delli naranci) & nota che l'vltimo termine di questa specie di progressione è necessariamente il doppio di 99 (per le ragioni adutte nel 11 capo) cioe fara 198. Hor volendo mo saper la summa di tutti li detti termini (per la nostra regola generale) summa il primo termine (che è 2) con l'vltimo (che è 198) fara 200 pigliane la mita, che fara 100. & questa multiplicata fia il numero di termini (che è 99) fara 9900. & tanto fara la summa di tutti li passi, che hauera fatto colui in raccogliere li detti naranci. Errore di Frate Luca

Anchora per hauer la summa di detti 99 termini principianti dal 2. & finiendo in 198 (che è numero paro) per quella regola adutta dalli nostri antichi (narrata nel 11 capo) piglia la mita de l'vltimo termine (cioe di 198) che sara 99. e questo $\frac{1}{2}$ multiplicalo fia il numero, che immediatamente li segue appresso (che è 100) fara pur 9900. come prima, & pero da queste due operationi si puo formar questa regola generale sopra vna question simile, cauar sempre 1 dal numero di naranci (o altre materie simili) restara 99. & questo 99 multiplicarlo fia li 100 naranci fara 9900. come è detto. Et se li naranci proposti fossero stati 200. multiplicali fia vn manco di 200. cioe fia 199 fara 39800. & tanti passa saria colui in raccoglierli, & se fussero stati poniamo 20 multiplica 20 fia vn manco di 20 (cioe fia 19) fara 380. & cosi 380 passa faria colui in raccogliere li detti naranci secondo l'ordine detto, & con tal ordine procederai nelle simili.

24 Fra Luca dal borgo mette questo caso, ouer question, dicendo egliè vna botte, che tien barili 10$\frac{1}{2}$, & ha vna sola canella in tal luogo, & di tal qualita, che appriendola fuora, ouer spergli in vn'hora vn barile quando che la detta botte sia piena a ponto, & dipoi che nel vscito vn barile, la detta canella pena due hore a spargere l'altro barile, & per cauar il terzo barile pena 3 hore, & per il quarto pena 4 hore, & per il quinto pena 5 hore, & cosi discorrendo a tanti barili tante hore pena, per cagione, che quanto piu vino esce fuora tanto piu pigramente getta per il carico del vino, che indebolisse, che non ha tanta furia la canella in modo, che s'ella tenesse 11 barili per l'ultimo barile penaria 11 hore, & se la tenesse 12 barile per il duodecimo penaria 12 hore, dimanda in quante hore saranno vodate le dette barile 10$\frac{1}{2}$, & vuol il detto autore, che per risoluere questa questione (per esser tal progressione naturale) che si proceda secondo l'ordine dato da nostri antichi (detto al suo luogo) cioe piglia la mita de l'ultimo termine, che è 10$\frac{1}{2}$, laqual mita saria 5$\frac{1}{4}$, & dapoi giongere il primo termine (che è 1) sopra l'ultimo (che è 10$\frac{1}{2}$) fara 11$\frac{1}{2}$, & questo multiplicar fia quel 5$\frac{1}{4}$ fara 60$\frac{3}{8}$, & tanto cõclude che fara tutta la progressione, e cosi cõclude, che in tante hore saranno vodati li detti barili 10$\frac{1}{2}$, laqual sua conclusione è falsa, perche si vede, che li termini di tal progressione non sono realmente compiti per esser 10$\frac{1}{2}$, onde raccogliendo li 10 termini intieri, cioe da 1 per fino a 10. nella progression continua senza dubbio saranno hore 55. & cosi in hore 55 saranno vodati quelli 10 barili intieri, & se vi fusse vn'altro barile da vodare (secondo il proposito) penaria 11 hore, ma per esserui solamente che $\frac{1}{2}$ barile quello (alla rata) penaranno hore 5$\frac{1}{2}$, quale gionte con quelle altre hore 55. fara in summa hore 60$\frac{1}{2}$, & cosi in hore 60$\frac{1}{2}$ noi diciamo che saranno vodati li detti barile 10$\frac{1}{2}$, ouer la detta botte, ma quando che la botte tenesse barile integre non vi occorreria alcuna difficulta, essempi gratia se in luogo di barili 10$\frac{1}{2}$ hauesse detto (poniamo) barili 12. bastaria a raccogliere li termini 12. nella detta progression continua principiante dalla vnita per le regole date, cioe summar il primo con l'ultimo (cioe 1 con 12) fara 13. & questo 13 multiplicarlo per la mita di 12. che è 6 (cioe per la mita del numero di termini) faria 78. & cosi in hore 78. saria vodata questa seconda botte.

Errore di Frate Luca dal Borgo

25 Gliè vn'altra botte, che ha 3 spine, ouer canelle in fondo l'una piu grossa de l'altra, ma talmente fatte, & limitate, che chi cauasse fuora la piu grossa spina, ouer canella, tutta questa botte essendo piena di vino, ouero d'acqua si vodarebbe in 2 giorni, & se'l si cauasse fuora la mezzana la si vodarebbe in 3 giorni, & cauando fuora la picola la si vodarebbe in 4 giorni. Si adimanda cauando fuora tutte 3 le dette spine, ouer canelle a vn tratto in quanto tempo si vodarebbe la detta botte.

Questa & altre simili, per soluer totti bisogna trouar vn numero che sia numerato, ouero che si possa partir per 2. 3. & 4. che per il modo detto a cauare (dato nel settimo libro della prima parte) si trouara il minimo esser 12. nel qual tempo di 12 giorni, trouarai che la spina piu grossa vodarebbe (alla rata) 6 botte, & la mezzana ne vodarebbe 4. & la piu piccola ne vodarebbe 3 botte, onde summando queste botte, cioe 6. 4. & 3 saranno 13 botte, che saranno vodate dalle dette 3 spine nelli detti giorni 12. ma noi vorressimo saper in quanto tempo vodariano vna botte sola, onde per trouarlo dirai per la regola, se 13 botte sono vodate in giorni 12. in quanto sara vodata botte 1. opera che sara vodata in $\frac{12}{13}$ di giorno, che faria in hore 22$\frac{2}{13}$ a ragion di hore 24 il giorno naturale, che se ne farai proua la trouarai cosi essere.

26 Gliè anchora vna vezza, cioe vna gran botta piena di vino, laqual ha 4 spine, ouer canelle talmente fatte, che cauando fuora la maggiore la si vodara in vn giorno, con la seconda in 2 giorni, con la terza in 3 giorni, con la quarta in 4. Si adimanda cauandole fuora tutte 4 a vn tratto in quanto tempo sara vodata la detta botte.

Similmente troua vn numero che sia numerato, ouer partito da questi 4 numeri, cioe da 1. da 2. da 3. & da 4. che trouarai il minimo esser 12. liquali ponerai per 12 giorni, nelli quali la maggior spina vodara 12 botte (siche si troua partendo 12 per 1) la seconda canella ne vodarebbe 6 botte, la terza ne vodarebbe 4. & con la quarta ne vodaria 3 botte, lequali botte summate insieme fariano 25. & noi vo-

ressimo

resfimo saper in quanti giorni ne vodariano vna botta sola, onde per suppositio dirai, se 25 botte vogliono 12 giorni a esser vodate, quanti ne vorra botta 1. opera trouarai che vorra $\frac{12}{25}$ di giorno, che faria hore 11 $\frac{13}{25}$, & cosi in tanto tempo fara vodata la detta botta, ouer vezza. Molte altre specie di questioni si risolueno con questa regola, laqual regola è specie della positione simplice posta quasi in fine delle pratiche negotiarie, ouero mercantile, dellequali questioni ne ponneremo alcune anchor che altre quasi simili siano state poste nelle dette positioni simplice, & doppie.

27 VNo gentil'huomo si vuol far far vna vesta da 4 maestri, & vuol che tutti 4 gli lauorino dentro a vn tratto, & questi 4 maestri sono di tal qualita, che'l primo la faria per se solo in vn giorno, il secondo la faria in 2 giorni per se solo, & il terzo la faria in 3 giorni, & il quarto la faria in quattro giorni, si adimanda lauorando tutti 4 a vn tratto in quanto tempo la faranno.

Questa farai come la precedente della vezza con le 4 spine, & trouarai che anchora loro la faranno in $\frac{12}{25}$ di giorni, che faria pur hore 11 $\frac{13}{25}$.

28 SImilmente ponimo che vn lupo, vn'orso, vn cane, & vna volpe mangino tutti 4 vn castrone. L'orso lo mangiaria lui solo in vn giorno, & il lupo lo mangiaria tutto in 2 giorni per lui solo, & il cane lo mangiaria per lui solo in 3 giorni, & la volpe in 4. Si adimanda in quanto tempo lo mangiaranno tutti 4 insieme, procedi come nelle due precedenti, & trouarai che medesimamente lo mangiaranno in hore 11 $\frac{13}{25}$.

29 VNa naue, che ha 2 vele con la maggior vela fara il suo viaggio in giorni 5. & con la menore lo fara in giorni 9. Si adimanda mettendo suso in principio tutte queste due vele ad vn tratto, in quanti giorni fara il detto suo viaggio.

Farai come nelle due superiore, cioe troua vn numero che sia numerato da 5. & da 9. che trouarai esser 45. quali ponerai esser giorni, nelliquali 45 giorni con la vela maggiore faria 9 viaggi simili, & con la menore ne faria 5 liquali viaggi summati insieme faranno 14 viaggi, che fariano fatte con le dette due vele nelli detti giorni 45. ma perche vorressimo saper di vn viaggio solo, diremo se 14 viaggi vogliono giorni 45. che vorra viaggio 1. opera che venira da giorni 3 $\frac{3}{14}$, & cosi in giorni 3 $\frac{3}{14}$ la detta naue con le dette due vele fara il detto suo viaggio.

Non ti scandaleggiar lettor di alcuna delle questioni fin hora dette, ouero proposte, ne di alcune di quelle che per lo auenir si daranno, ouer proponeremo per esser applicate a certi (quasi ridiculosi) soggetti, laqual cosa si fa per farti piu capace della sostantia del caso, ouer questione, & della regola sua, lequal regole preparano l'ingegno dell'huomo a potere inuestigare, & filosofare varij secreti di natura.

30 VN'altra naue si ha 3 vele, con la maggiore la fara vn certo viaggio in 2 giorni, con la mezzana lo fara in 3 giorni, & con la piccola lo fara in 4 giorni. Si adimanda facendo vela con tutte tre a vn tratto in quanto tempo la fara il detto viaggio.

Troua pur vn numero numerato da 2 da 3. & da 4. qual (largo modo) si troua multiplicando 2 fia 3 fa 6. & 4 fia 6 fa 24 (vero è che il minimo faria 12. com'è stato nella precedente, ma per aricordarti il largo modo voglio che operamo il detto 24) hor dirai che in giorni 24 con la maggior vela fara 12 viaggi (il che si troua partendo 24 per 2) & con la mezzana (nelli detti giorni 24) fara 8 viaggi, & con la minima ne fara 6. summa questi summa insieme questi viaggi 12. 8. & 6 faranno 26. & tu vorresti vn viaggio solo, & pero dirai, se 26 viaggi sono fatti in 24 giorni, in quanto sara fatto viaggio 1. opera trouarai che sara fatto in $\frac{12}{13}$ di vn giorno, che saria hore 22 $\frac{2}{13}$ di hora, & cosi in dette hore 22 $\frac{2}{13}$ la detta naue con le dette 3 vele fara il detto viaggio, & con tal ordine si poria risoluere di 4. 5. & piu vele.

31 VN gentil'huomo volendo far far certe manifatture in vn suo giardino piglia tre manuali, o vogliam dir lauoranti, & con il piu facente si accorda di darni soldi 15 al giorno, & con il mediocre s'accorda di darni soldi 11 al giorno, & con l'ultimo s'accorda di darni soldi 8. per al giorno, & accioche niuno hauesse inuidia a l'altro fece lauorar tanti giorni ciascun di loro, che tanti soldi integri douesse hauer l'uno quanto l'altro. Si adimanda quanti giorni lauoro ciascun di loro.

In questa procederai, come nelle precedenti, cioe troua vn numero, che sia numerato, ouero partito per 15 per 11. & per 8. che (per il largo modo) lo trouarai multiplicando 15 fia 11. fara 165. & questo fia 8. fara 1320. & questo partirai prima per 15. & te ne venira 88. & tanti giorni lauoro il piu facente (cioe quello da ſ 15 al giorno) poi partirai anchora questo 1320 per 11. & te ne venira 120. & tanti giorni lauoro quello da ſ 11 al giorno, finalmente partirai il detto 1320 per 8. & te ne venira 165. & tanti giorni lauoro quello da ſ 8 al giorno, onde se farai il conto trouarai che ciascun di loro guadagno ſ 1320, che fariano £ 66 di danari.

Di una particolar proprieta della progressione doppia, geometrica.

52 Vno gentil'huomo accorda vn certo artefice a farui vn certo lauorerio per 60 giorni, & rimasi d'accordo di darui vn mocenigo al giorno, & perche il gentil'huomo non si fidaua troppo di costui, cioe a darui danari auanti tratto, il detto gentil'huomo fece stampar in cecca 6 monete di argento che fra tutte 6 valeuano 60 mocenighi, ma cosi ben ordinate di valore, che ogni sera gli ne daua vna talmente che con tai 6 monete pagheua quel artefice di giorno in giorno ogni sera per quel giorno solo, che andaua lauorando di mane in mane, & cosi con quelle 6 monete in fine di detti 60 giorni lo compite da pagar a ponto. Si adimanda l'ordine, & la qualita del valore di dette 6 monete.

La progression doppia (principiante dalla vnita) serue per sua particolar proprieta in questo negotio, & altri simili, pero facendo far vna moneta, che vaglia vn mocenigo, & vn'altra che ne vaglia 2. & vn'altra che ne vaglia 4. & vn'altra che ne vaglia 8. & vn'altra che ne vaglia 16. & bisognando ne potria far far vn'altra, che ne valesse 32. lequal 6 monete in questa progression geometrica formate 1. 2. 4. 8. 16. 32. Seruiriano in vn simil caso per giorni 63. cioe per la summa di tutti li detti 6 termini, laqual faria 63. lequai 6 monete contracambiandole ogni sera in questo modo, che la sera del primo giorno gli daria quella, che val vno mocenigo, & faria satisfatto, la seconda sera gli daria quella di 2 mocenighi, & si faria tornar quella di 1 mocenigo, la terza sera gli daria quella di 1 mocenigo, & saria satisfatto, la quarta sera gli daria quella da 4 mocenighi, & si faria ritornar quelle due, cioe quella da 1. & quella da 2. la quinta sera gli daria quella da 1. la sesta gli daria quella da 2. & si faria ritornar quella da 1. la settima gli daria quella da 1. & la ottaua sera gli daria quella da 8 mocenighi, & si faria ritornar tutte le altre a lui date, & cosi la nona sera gli daria quella da 1. la decima gli daria quella da 2. & si faria ritornar quella da 1. la vndecima gli ritornaria quella da 1. la 12 gli daria quella da 4. & si faria ritornar quelle da 1. & da 2. & con tal ordine andaria seguitando per fin alla 15 sera, la 16. poi gli daria quella da 16 mocenighi, & si faria ritornar tutte quelle 4 a lui date, & con le dette 4 ritornate lo andaria pagando, & contracambiando con il medesimo ordine per fino alla 31. sera, alla 32 sera, poi gli daria quella moneta, che vale 32 mocenighi, & si se faria ritornar tutte le altre cinque a lui date, & con quelle al medesimo modo lo andaria pagando, & contracambiando di sera in sera per fin al 63 giorno. Ma perche la nostra questione non passa 60 giorni, & pero la vltima moneta, cioe quella detta di valor di 32 mocenighi non vuol (in questo caso) esser di valor di piu di 29 mocenighi, laqual moneta insieme con le altre cinque, valeranno in tutto li detti 60 mocenighi, lequai 6 monete in questo modo assettate 1. 2. 4. 8. 16. 29. seruiranno (contracambiandole per il medesimo modo) per pagar il detto artefice ogni sera, come da te medesimo ti potrai con la isperientia certificare. Et con tal specie di progressioni potrai trouar da essequir vn tal caso in ogni altro maggior numero di giorni, laqual cosa senza la euidentia, ouero notitia di questa particolar proprieta di questa progressione saria quasi vna cosa impossibile a tai sorte di questioni dar risolutione, & accio meglio l'apprendi te ne pongo vn'altra.

53 Vno si troua hauer 5 monete d'oro, lequali vagliono in tutto scudi 31 d'oro, & costui si fa fare vn certo lauorerio a vn maestro, il qual lauorerio debbe esser cōpito in termine di giorni 31. & ogni giorno il maestro debbe esser pagato a ragion d'vno scudo d'oro al giorno per sua mercede a non fargli alcuno aspetto per esser cosi rimasto d'accordo. Si adimanda in che ordine debbe esser il valor delle dette 5 monete a douer poter essequir da tal effetto.

Dico come fu detto nella precedente, che el valor delle dette 5 monete d'oro debbe esser formato nella sopradetta progression doppia principiante dalla vnita in questa forma 1. 2. 4. 8. 16. cioe che la prima debbe valer vn scudo d'oro, la seconda 2. la terza 4. la quarta 8. la quinta 16. facendo bisogno, perche se la summa di quelli 5 termini fosse piu di 31 (cioe del numero di giorni) bisognaria sminuir tanto l'vltimo termine, che la summa di tutti facesse solamente 31. come si fece nella precedente, ma perche in questa la summa di detti 5 termini fa precisamente 31. bisogna adonque che il detto vltimo termine resti nel esser suo, cioe 16. & cosi tutti gli altri, con lequali 5 monete essequira il proposito per quello medesimo ordine detto nella precedente, che a replicarlo in questa mi pare esser cosa superflua. Ma bisogna notar, che se per caso li giorni da esser compito il detto lauorerio fossero stati supposti 32 ouero piu di 32. saria impossibile con 5 monete d'oro, che fra tutte valessero scudi 32. ouer piu di 32. a essequir il proposito, perche la summa di detti 5 termini nella progression doppia principiante dalla vnita non passa 31. cioe che non e possibile, che tal summa possa far 32 ne piu del detto 32. & pero in vn simil caso saria necessario le dette monete d'oro esser 6. si come nella precedente, & cosi con 6 potrai essequir vn tal caso dal 32. per fino al 63. & con 7 sorte di monete potrai essequir il

proposito

proposito da 64. per fino a 127. cioe alla summa di questi 7 termini 1.2.4.8.16.32.64. che è 127. & cosi puoi procedere in infinito.

24 ANchora questa medesima progression doppia principiante dalla vnita serue, & si costuma per far li campioni per pesare con le bilanze materiale, che si oprano per pesare oro, argento, ouer altre cose de speciarie di valore, perche sel fusse fatto poniamo 6. campioni in tal progressione, cioe che'l primo pesi vna lira di peso, & il secondo 2. il terzo 4. il quarto 8. il quinto 16. & il sesto 32. la summa di quai 6 campioni, ouer altramente del peso di questi veniria a esser ℔ 63. Hor dico che con questi 6 campioni si potra pesare quante lire integre, che occorrer possa da ℔ 1 per fino in ℔ 63. perche se vorrai pesar ℔ 1. tu ponerai suso il peso de ℔ 1. & se vorrai pesar ℔ 2 tu ponerai suso il campion da ℔ 2. & se vorrai pesar ℔ 3. tu ponerai suso il campion da ℔ 4. & da l'altra banda tu vi ponerai quel campion da ℔ 1 insieme con la materia che vorrai che sia ℔ 3. & hauerai il proposito, & cosi per pesar ℔ 4. tu vi hai il campion da ℔ 4. per pesar ℔ 5. tu vi ponerai il campion da ℔ 4. & quel da ℔ 1. & per le ℔ 6. quel da 4. & quel da 2. & per esser tal cosa facilissima da saper essequir da sua posta nõ voglio star a narrarti tal operation a ℔ per ℔, bastami hauerti auertito.

Vna particolar proprieta della progression treppia principiante dalla vnita.

25 VNo con quattro campioni da lui con tal ordine fabricati, che con quelli pesa quante lire integre gli occorra alle mani da ℔ 1 per fino a ℔ 40. Si adimanda in che ordine di peso erano formati tai campioni.

Dico che la progression treppia principiante dalla vnita per sua particolar proprieta serue per risoluer tal questione, & altre simili, & senza tal particolar noticia saria quasi impossibile a dar risolutione a simil sorte di casi, perche in cosi picol numero di campioni, la progressione doppia non ne potria seruire, percioche 4 campioni in tal progressione doppia non ponno pesar oltra ℔ 15. & la treppia lo fara per fin a ℔ 40. perche facendo vn campion da ℔ 1. & vn'altro da ℔ 3 (cioe il secondo) & il terzo da ℔ 9. & il quarto da ℔ 27. liquali 4 campioni in summa pesaranno ℔ 40. & cosi con quelli si potra pesare quante lire si vorra da ℔ 1 per fino a ℔ 40. ma non piu de ℔ 40. & cosi se tu triplassi 27. faria 81. & hauessi formato vn'altro quinto campione, & con questi 5. campioni tu potresti sempre pesare quante lire integre ti paresse da ℔ 1 per fino a ℔ 121. cioe per fino alla summa di questi 5 termini 1.3.9.27.81. che faria ℔ 121. come di sopra è detto. Et se tu volesti far vn'altro sesto campione, quello saria il treppio di 81. che faria 243. & cosi ℔ 243 doueria pesar quel sesto campione, & con questi 6 campioni tu potresti pesare da vna lira integramente per fino alla summa, che saranno tutti questi 6 campioni in tal modo fabricati 1.3.9.27.81.243. liquali summa fara 364. & cosi potrai pesare da ℔ 1. com'è detto per fino a ℔ 364. dimandi pur il compratore quante lire si voglia, pur che lui non dimandi lire rotte, ne oncie, & che lui non ecceda in sua dimanda il detto numero de ℔ 364. Egli è ben vero che ti bisogna con il tuo ingegno esser pronto a saper satisfare con li detti pesi, ouero campioni a chi ti dimandasse robba, ponendo hora di qua hora di la della bilancia vno, ouer 2. ouer 3. ouer piu campioni secondo che tu sarai dimandato, del peso nella mercantia, & accio meglio la verita apperi di cio ch'è detto, & come far si debba, ouer possa te lo voglio essemplificare nelli 4 pesi fino a ℔ 40. & tu poi con simili modi procederai in tutti gli altri.

Dico adonque che con quattro campioni, l'uno di quali (per l'ordine dato) sara ℔ 1. l'altro ℔ 3. l'altro ℔ 9. & l'altro ℔ 27. sempre si potra pesare ogni quantita de lire integre cominciando da ℔ 1 per fino a ℔ 40. & non piu oltra, & che cosi sia con la esperientia lo faremo manifesto. Se vuoi pesar ℔ 1. tu hai a ponto il campion de ℔ 1. & se vuoi pesar ℔ 2 da vn lato della bilanza ponerai il campion de ℔ 3. & da l'altro lato insieme con la robba metterai il campion de ℔ 1. siche facendo la mercantia pesata veniria a esser ℔ 2. & cosi hauerai pesato ℔ 2 di mercantia, & se vorrai pesar ℔ 3. tu hai il propio campione da ℔ 3. & se vorrai pesar ℔ 4. da vn lato tu ponirai duoi campioni, cioe quel da ℔ 3. & quel da ℔ 1. & da l'altro la mercantia, & se vorrai pesar ℔ 5. ponirai da vn lato il campion da ℔ 9. & da l'altro lato insieme con la robba ponirai quello da ℔ 3. & quello da ℔ 1. siche facendo la robba veniria a restar in ℔ 5. Et se vorrai pesar ℔ 6. ponirai da vn lato il campion da ℔ 9. & da l'altro insieme con la robba ponirai quel da ℔ 3. et cosi la robba veniria a restar ℔ 6 a ponto. Et se vorrai pesar ℔ 7. ponerai da vn lato il campion da ℔ 9. & quel da ℔ 1 (che in summa saranno ℔ 10) & da l'altro lato insieme con la robba ponerai quello da ℔ 3. per il che la robba veniria a restar in ℔ 7. & se vorrai pesar ℔ 8. da vn lato ponirai il cãpion de ℔ 9. & da l'altro insieme con la robba ponerai quel da ℔ 1. e cosi la robba veniria a restar ℔ 8. et se vorrai pesar ℔ 9. tu hai il propio cãpione, & se vorrai pesar ℔ 10. tu ponirai da vn lato quel da ℔ 9. insieme con quel da ℔ 1. che saranno ℔ 10. & se vorrai pesar ℔ 11. ponirai quel da 9. & quello da 3 da un canto (che faranno ℥ 12) & da l'altro canto ponerai quel da ℥ 1 insieme con la robba, tal che la robba veniria a restar ℥ 11 a ponto, & se vorrai pesar ℥ 12 tu essequirai lo effetto con il campion da ℥ 9. insieme con quello da ℥ 3. & se vorrai pesar ℥ 13. ponerai da un lato tre campioni, cioe quel da ℥ 9. & quello da ℥ 3. & quello da ℥ 1. che in summa faranno ℥ 13. & se vorrai pesare ℥ 14. tu ponerai da un lato il campion da ℥ 27. & da l'altro tu ponerai gli altri tre campioni insieme con la robba, liquali tre campioni pesano in tutto ℥ 13. tal che la robba veniria a restar ℥ 14 a ponto, & se vorrai pesar ℥ 15. tu ponerai da un lato pur il campione da ℥ 27. & da l'altro insieme con la robba quel da ℥ 9. & quel da ℥ 3. & se vorrai pesar ℥ 16. tu ponerai da un lato quel da ℥ 27. & quel da ℥ 1 (che in summa fanno ℥ 28) & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quel da ℥ 9. & quel da ℥ 3 (che fanno ℥ 12) tal che la robba veniria a restar ℥ 16 a ponto, & se vorrai pesar ℥ 17. tu ponerai da un lato il campion da ℥ 27. & da l'altro quello da ℥ 1. & quel da ℥ 9. insieme con la robba, & se vorrai pesar ℥ 18. tu ponerai da un lato quel da 27. & da l'altro tu vi ponerai quello da 9. insieme con la robba, & se tu vorrai pesar ℥ 19. tu ponerai da un lato quello da 27. & quello da 1. & da l'altro ponerai quello da 9. insieme con la robba, & se vorrai pesar ℥ 20. tu ponerai da un lato quello da 27. & quello da 3. & da l'altro lato tu ponerai quello da 9. & quel da 1. insieme con la robba, & se tu vorrai pesar ℥ 21. tu ponerai da un lato quel da 27. & quello da 3. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da 9. & se vorrai pesar ℥ 22. tu ponerai da un lato quello da 27. & quello da 3. & quello da 1. & da l'altro lato insieme con la robba tu gli ponerai quello da 9. & se vorrai pesar ℥ 23. tu ponerai da un lato quello da 27. & da l'altro tu gli ponerai quello da 3. & quello da 1. insieme con la robba, & se vorrai pesar ℥ 24. tu ponerai da un lato quello da 27. & da l'altro tu ponerai quello da 3. & se vorrai pesar ℥ 25 tu ponerai da un lato quello da 27. & quello da ℥ 1. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da 3. & se vorrai pesar ℥ 26. tu ponerai quello da ℥ 27 da un lato, & da l'altro tu gli ponerai quello da 1. insieme con la robba, & se vorrai pesar ℥ 27. tu hai il campione de ℥ 27. & se tu vorrai pesar ℥ 28. tu lo farai con quello da 27 insieme con quel da 1. & se tu vorrai pesar ℥ 29. tu ponerai da un lato quello da ℥ 27. & quello da 3. & da l'altro ponerai quello da 1. insieme con la robba, & se vorrai pesar ℥ 30. tu lo farai con quello da ℥ 27. & da ℥ 3. & se vorrai pesar ℥ 31. tu lo farai con quello da ℥ 27. & da ℥ 3. & da ℥ 1. & se vorrai pesar ℥ 32. ponerai da un lato quello da ℥ 27. & da ℥ 9. & da altro insieme con la robba tu gli ponerai quello da ℥ 3. & quello da ℥ 1. & se vorrai pesar ℥ 33. tu ponerai da un lato quello da ℥ 27. & quello da 9. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da ℥ 3. & se vorrai pesar ℥ 34. ponerai da un lato quello da ℥ 27. & da ℥ 9. & da ℥ 1. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da ℥ 3. & se vorrai pesar ℥ 35. tu ponerai da un lato quello da 27. & quello da 9. & con la robba ponerai quello da 1. & se vorrai pesar ℥ 36. tu lo farai con quello da ℥ 27 insieme con quello da ℥ 9. & se vorrai pesar ℥ 37. tu ponerai quello da 27. & quello da 9. & quello da 1. da un lato, & la robba da l'altro, & se vorrai pesar ℥ 38. tu ponerai da un lato quello da 27. & quello da 9. & quello da 3. & da l'altro con la robba tu ponerai quello da 1. & se vorrai pesar ℥ 39. tu lo farai con tre campioni, cioe da 27. da 9. & da 3. & se vorrai pesar ℥ 40. tu essequirai il proposito con tutti quattro li campioni, cioe con quello da 27. con quello da 9. con quello da 3. & con quello da 1. liquali gionti insieme fanno 40 a ponto, & piu oltra non potrai pesar senza aiuto d'altri campioni, & con tal ordine procederesti in piu numero di campioni.

Regola generale di saper summare con prestezza ogni grande numero di termini, nella progressione doppia principiante dalla unita, proposti solamente in voce, & non in scritto. Cap. XVI.

1 Sapendo la summa di una quantita di termini di una progressione doppia principiante dalla unita, & volendo con gran prestezza trovar, overo determinare la summa di duoi tanti termini quanto sono quelli gia noti, & manifesti tien questa ferma regola alla summa di quelli termini dati (gia nota) aggiongerai 1. (cioe il primo termine della progressione) & quadrarai tal summa (cioe multiplicala fra se medesima) & di tal quadrato cavarai per 1. (cioe quel primo termine) tal rimanente sara equale alla summa di duoi tanti termini quanti sono li gia proposti, essempi gratia siano questi cinque termini 1.2.4.8.16 la cui summa per le regole date si trovara esser 31. Hor volendo noi con ragion trovare, over determinare quanto sia la summa di duoi tanti termini, cioe di 10 termini (pur dalla unita principianti) summa 1 (cioe il primo termine) con quel 31. sara 32. quadrato sara 1024. cavane 1 per regola (cioe per quel primo termine) restara 1023. & tanto sara la summa di 10 termini della progressione doppia principianti dalla unita, che se ne farai

prova

proua la trouarai buona. Et se con questa summa vorrai mo trouar quanto sia la summa di 40 termini (cioe del doppio di 20 fatti noti) aggiongi pur quel 1 (primo termine) sopra 1025. ritornara pur 1024. Hor quadra questo 1024 fara 1048576. & di questo cauane 1 per regola (cioe per il primo termine) restara 1048575. & tanto fara la summa di 20 termini nella detta progressione doppia principiante dalla vnita, che se ne farai la isperientia trouarai cosi essere, & se con tal notitia vorrai sapere la summa di 40 termini (cioe del doppio di quelli 20) con la medesima regola la trouarai, & trouata che sia se ti parera di voler trouar quella di 80 termini, seguirai per il medesimo modo, & con tal ordine porrai procedere in infinito. Et nota che se nel principio hauessi hauuto in animo di trouare la summa di detti 10 termini, per mezzo della notitia della summa di quelli cinque 1.2.4.8.16. la cui summa e 31. piu breuemente lo poteui essequir in questa forma, giongendo pur 1 a quel 31 fa 32. hor quadra quel 32. fara 1024. per la summa di 10 termini (piu vno) poi immediatamente quadra questo 1024. fara 1048576. per la summa di 20 termini pur piu vno, & se la volesti di 40 termini tu quadraresti questo 1048576. & lo auenimento saria la summa di detti termini 40. & vn di piu, & pero cauandone in vltimo 1. il restante saria la detta summa senza cosa alcuna di piu.

2 Et ti occorresse, ouero fosse proposto di trouare la summa di vn gran numero di termini della progressione doppia principiante dalla vnita, egli e vero, che tu potresti descriuere con la penna quel tal numero di termini, & descritti che fossero summarli poi secondo l'ordine del summar, & haueresti lo intento, ma a questo modo ogni grossa persona lo sa pria fare, anchor che per tal modo l'operante e soggetto a far errore per piu vie. Ma volendo essequir tal effetto da persona intelligente prima vedi se quel tal numero di termini e diuisibile per vn di quelli termini che casca nella detta progression doppia liquali sono 1.2.4.8.16.&c. Et essendo diuisibile per alcuni di quelli diuide quel tal numero per il maggior di quelli, & l'auenimento vedi quanto fara la lor summa, & con tal summa trouarai la summa del doppio termini, & con tal summa del doppio secondo l'ordine dato nella precedente trouarai la summa del doppio di questo doppio, & cosi andarai procedendo per fin che tu aggiogni al tuo numero di termini gia proposto, essempi gratia poniamo, che ti occorra, ouer che ti sia proposto di douer trouar la summa di 40 termini nella detta progressione doppia principiante dalla vnita, prima vedi se tal numero di 40. e diuisibile per vno (ouer da piu) di quelli termini della detta progression doppia, cioe da questi 1.2.4.8.16.32.64.&c. onde tu vedi che'l detto 40. e diuisibile per ciascun di questi quattro 1.2.4.8. prendi il maggior di quelli 4. ch'e 8. e con questo 8 partirai 40. & trouarai che te ne venira 5. hor dico che tu descriui con la penna quelli 5 termini doppi dalla vnita, & trouarai esser questi 1.2.4.8.16. delliquali (per li modi dati) trouarai la summa esser 31. con il qual 31 trouarai la summa di 10 termini (per la regola data nella precedente) & trouata la detta summa di detti 10 termini, con quella (per la medesima regola) trouarai quella di 20 termini, & con quella di 20. trouarai quella di proposti 40 termini.

3 MA se per caso li proposti termini da trouar la summa fossero 60. tu vedi che questo 60 e diuisibile solamente da questi tre della detta progressione 1.2.4. onde partendo 60 per il maggior di quelli, cioe per 4. & te ne venira 15. & pero tu descriuerai con la penna li detti 15 termini, & dapoi per le regole date tu trouaresti la summa di detti 15 termini, et con tal summa tu trouaresti la summa delli proposti 30 termini, & con tal summa tu trouaresti la summa delli proposti 60 termini.

4 MA se per caso li proposti termini fossero stati 26. questo tal numero di 26. non saria diuisibile saluo che per quelli 2 numeri della detta progressione, cioe da 1.2. partendo adonque 26. per il maggiore, cioe per 2. te ne venira 13. & 13 saranno li termini, che ti bisognara descriuere con la penna (nella detta progression doppia) & dapoi descritti che siano trouar (per le regole date) la summa di quelli, & per la detta summa (per la regola data di sopra) trouarai la summa delli proposti 26 termini per esser quelli il doppio di quelli 13 termini gia formati con la penna.

5 MA se per caso il numero di proposti termini fosse numero primo, il qual non puo esser diuiso saluo che dalla vnita (come saria se fossero li proposti termini 31. ouer 37. ouer 41. ouero altro simile in tal caso tu saresti quasi sforzato a descriuerli tutti con la penna, & dapoi descritti summarli secondo l'ordine dato alli suoi luoghi, egli e ben vero che tu potresti anchora in vn simil caso, trouar la summa di vn termine di piu di tal numero primo, ouero di manco, & trouata tal summa di sbatter la quantita di quel termine di piu, ouero aggiongerui la quantita di quel termine tolto di manco. Et accio meglio m'intendi, volendo trouar la summa di termini 31. della progressione doppia principiante dalla vnita, onde per esser tal 31 numero primo cercaremo di trouare quella di termini 32. Et perche questo 32 e diuisibile per tutti questi numeri 1.2.4.8.16. della progressione continua doppia, onde partendo tal 32. per il maggiore, che e 16. ne venira 2. ma perche

ral 2 é numero troppo basso, & piu commodo tornara a torlo piu alto, & pero lo partiremo per 8. & ne venira 4. hor trouando di 4 termini, che saranno questi 1.2.4.8. la sua summa, trouerai quella esser 15. hor con questa summa trouerai la summa di 8 termini, laqual sara 255. & con questa trouarai quella di 16 termini (cioe summa 1 con 255 fa 256. quadrato sara 65536. per la summa di 16 termini piu 1. quadra questo 65536. fara 4294967296. delqual cauane 1 (per il primo termine) restara 4294967295. & tanto saria la summa di 32 termini in progression doppia principiandi dalla vnita. Ma perche tu non voresti la summa saluo che di 31 termine, & pero bisogna trouar quanto sia l'ultimo termine di detti 32 termini, & sotrario della detta summa gia trouata, & il restante sara la summa di detti termini 31.

6 ALcuno mi potria dir, come trouaro io quanto sia l'ultimo termine di quelli 32. attento che circa cio tu non me ne hai dato regola alcuna. Rispondo che se alla detta summa di 4294967295. tu gli aggiongerai quello 1. che gia li cauasti sara pur 4294967296. & la $\frac{1}{2}$ di questo, laqual sara 2147483648. & tanto sara il detto vltimo termine di detti 32. qual sotrato da 4294967295. restara 2147483647. per la summa di detti termini 31. & cosi senza altro essempio non dubito, che con tuo ingegno saprai, come gouernarti nelle simile. Auertendoti che molti ignoranti di questa specie di progression doppia, esser stu capoti di grosso, & accio che tu intenda il tutto ti voglio narrare vna historia, laqual é questa.

7 FV al tempo della carestia vn certo pouero contadino qual haueua vn bellissimo poledro nascogli di vna caualla, che lui daua a nolo, qual poteua valer circa ducati 25. ouer 30 al piu, & vn gentil'huomo s'inamorò di quel poledro, & dimandò al contadino se gli voleua vendere tal poledro, lui gli rispose che gilo venderebbe, ma che voleua tanto formento (che a quel tempo non se ne trouaua per danari) il gentil'huomo disse quanto formento voi tu, ch'io ti dia, lui rispose, voglio che voi vi obligate a darmi solamente vn grano di formento quel giorno che menarete via il detto mio poledro, & il sequente giorno a darmene 2 grani, & il terzo giorno a darmene 4 grani, & il quarto giorno a darmene 8 grani, & cosi andar perseuerando questa doppia progression per fin in capo d'un mese (cioe di giorni 30) il gentil'huomo credendo che lui truppasse, gli replicò che dicesse quanto formento voleua, & il contadino gli replicò che non ne voleua ne piu, ne manco di quello vi ho detto, egli é ben il vero, che ve ne faccio buon mercato, ma di questo ne é causa il mio bisogno grandissimo. Onde vedendo il gentil'huomo, che il detto contadino diceua da buon senno, disse che vi pensaria suso, & che tornar debbe, & cosi se ne tornò a casa, & fece che li seruitori portorno vn sacco di formento in vna sala, et fece che vn seruitore insieme con certi altri, comincioron a tentare di voler veder quanto formento vi andaria a pagar tal poledro, & cosi numerando, & facendo diuersi mucchi di grani di formento, ma come veniuano ad approssimarsi alli 10. giorni si confondeano nel numerar, ma vedendo che nelli 10 giorni vi era vna poca quantita di formento, & era fuora il terzo del mese non volsero star piu a romperse il ceruello, & cosi il gentil'huomo vedendo quanto puoco formento v'intraua per il terzo del mese si partì subito, & ritornò dal contadino, & concluse il mercato, & ne fu fatto istrumento, & il cittadino gli fece sotto giongere, che voleua che fosse formento di sino, & il gentil'huomo contento, & fatto l'istrumento il gentil'huomo gli fece dar vn grano di formento, & si fece far del riceuere sopra d'un libretto tutta via ridendo insieme con tutti li circostanti, & tolse il poledro, & lo menò a casa sua, & lo astuto cittadino fingeua, che il bisogno l'haueua fatto far questo mercato, & questo diceua perche la maggior parte nō stimaua che per tal mercato douesse hauer tre, ouer quattro stara di formento al piu, io non ti voglio mo star a narrar minutamente, come succedesse il fin di questo mercato, ma se summarai quelli 30 termini nella progression doppia principiante dalla vnita trouarai, che tal summa sara precisamente 1073741823. & tanti grani di formento douera tirar il detto contadino dal detto gentil'huomo per il detto suo poledro, liquali grani a ragion di grani 4 al carato (del peso delle speciarie, et della seda) saranno carati 268435455. & grani 3. liquali carati 268435455. tirandoli in sazzi partendoli per 6. perche sazzi 6 fanno vna ℥ al peso di Venetia saranno ℥ 1864135. & auanza sazzi 0. liquali oncie 1864135. tirandole in lire partendole per 12. perche oncie 12 fa vna lb saranno lb 155344. & oncie 7 liquali lb 155344. facendone stara partendole per 132. perche lb 132 pesa vn staro di formento (a mezo) alla misura di Venetia sara stara 1176. & lb 112. lasciando andar quelli altri fragmenti, liquali sara 1176. lb 112. a ragion di duc. 3 vel circa, che valeua il staro in quella carestia fa conto quanto montaria, & quanti ducati venne ad hauer venduto il suo poledro il sagace villano al detto gentil'huomo, il qual poledro era stimato valer ducati 25 in 30 al piu, come di sopra dissi, si che'l gentil'huomo, & tutti li circonstanti per ignorar la pratica di numeri, & delle progressioni geometrice restorno totalmente scornati del suo ignorantesco giudicio.

8 DVe questioni, ouer casi prepone frate Luca sopra le case bianche, & nere del tauolier da scacchi, dellequali vna è sopra la sopradetta progression doppia, principiante dalla vnita, l'altra è alquanto differente, & per non alterar tal sue questioni te le ho registrate di parola in parola, come che lui le esplica.

Duplicare vno granello di formento tante volte quante, che sono case bianche, & nere nel tauoliero da scacchi, che sono 64 in tutto, si puo intendere in duoi modi il primo si è che la casa sequente doppij tutte le case precedenti, cioe come a dire 1. poi 2. poi 6. poi 18. poi 54. poi 162. & questo modo multiplica assai piu, che non fa il sequente modo. Et l'altro modo s'intende che solamente la casa sequente duplichi la precedente, & non piu, & questo modo nõ ascende tanto quanto, che fa il modo precedente, hora per duplicare vno granello in questo secondo modo. Sappi che se alla summa di 4 case tu aggiongi il primo termine, & la summa multiplichi in se, & di quello produtto cavi il primo termine, che aggiõgesti dico che'l rimanēte sara la summa delli dupplati di 8 case, onde li dupplati di 4 case sono 1. 2. 4. 8. la cui summa fa 15. dico che li debbi aggiongere il primo termine, che è 1 fa 16. & questo 16 multiplicato in se medesimo fara 256. delquale cavane il primo termine che è 1. restara in 255. & tanto sara la summa di 8 case, duplicate sempre allo predetto modo, poi aggiongi 1. sopra 255. per il primo termine fara 256. il qual multiplicarai in se fara 65536. del qual numero cavane 1. per il primo termine, & cosi te ne restara 65535. & tanto fara la summa delli dupplati di 16 case, sopra il quale aggiongi 1. per il primo termine fara quello, che era di sopra, cioe 65536. & questo multiplica in se fara 4294967296. cavane 1 per il primo termine restara 4294967295. & tanto sia la summa di dupplati di 32 case, sopra il qual numero aggiongi il primo termine, che è 1 fara 4294967296. come di sopra, qual numero sel sara multiplicato in se medesimo fara 18446744073709551616. cavane 1 (per il primo termine) restara in 18446744073709551615. & tanto sara la summa delli dupplati delle 64 case, cioe di tutto il tauolieri, il qual modo è simile a quello che di sopra è stato detto, & la summa di quelli grani li reduse alla misura di Perosa, che grani 72 fanno $\frac{1}{4}$ di oncia, & la lira è grani 6912. & mette che vna mina sia ℔ 155. & mine 3 per soma, & some 4 per corba, & corbe 20 per vna arca, & 40 arche per vna barca, & 100 barche per vn magazeno, & 100 magazeni per vn castello, tal che cõclude che li detti grani duplicati per 64 case del tauolieri da scacchi, sariano castella 209022 [illegible], si che pero ponerai precio alla mina, & corba, & soma, & archa, & barca, & magazeno, & hauerai la valuta del castello, & per consequente di tutti quelli castelli deducendo per te stesso. Ma a quell'altra via adupplare sarebbono molto piu, si che quando si dice de indoppiar bisogna far distinguere chiaramente al preponente.

Regola di doppiare le case, ouer luoghi del scachiero per quel primo modo di sopra narrato da Frate Luca.

9 MA volendo adoppiare prestamente per regola le case dello scachieri a quell'altro modo, cioe che sempre la casa sequente redoppij tutte le antecedenti, avenga che distesamente al sopradetto modo, & ancho a questo, cioe ponendo le vnita in tauola successiuamente fino a l'ultima casa, & poi summarli si possa fare, & verra bene, ma noi intendiamo dar regole breuissime, che in summa presto ci dieno quello, che con fatica distesamente si farebbe, si come di sopra hauesti, che con vna sola multiplicatione deuenessimo alla summa delli dupplati di altre tante case passate, cioe che sempre veniua il doppio delle case, che si multiplicaua, & poi si caua il primo termine, come intendesti. Hora in questa duplicatione, doue la sequente casa sempre radoppia le vnita di tutte le antecedente a volerne hauer presto la summa per regola si fa cosi. Prima si pone 1. nella prima casa, qual duplicato fa 2. & si se pone nella seconda casa, poi si summano insieme queste due case faranno 3. laqual summa se tu la multiplichi in se faranno 9 per la summa di 3 case, cioe delle due precedente, & di quella che seguita, nellaquale si doueria poner 6. sequendo l'ordine, si che la summa della prima casa ch'è 1. & della seconda ch'è 2. & della terza, che è 6. fanno a ponto 9. laqual summa di 3 case se la si multiplica in se fara 81 per la summa delli doppiamenti di 5 case, perche seguitando nella quarta casa seguiria 18. ch'è il doppio delle 3 antecedenti, & nella quinta seguitaria 54. ch'è il doppio delle 4 antecedenti, & nella sesta seguiria 162. che è la summa delle 5 passate. Hor si che fin alla quinta, che è 54. la summa è 81. come habbiamo predetto, et breuemente per regola tien a mente questo, che sempre ti seguita la summa, cioe che la multiplicatione che tu fai in se di alcuna summa di case ti da la summa sempre di vna casa manco, che non sono quelle dellequali tu multiplichi la summa, si come in quello che fina hora habbiamo detto, acciochè meglio nello auenire tu m'intenda quando tu multiplicasti 3 in se che fece 9. Tu si multiplicasti la summa di due case, cioe della prima, et della seconda, che fu 1. et 2. et pero ti nacque la summa di 3 case, cioe di vna casa seguente manco che non sono

queste, delle quali se tu multiplichi la summa, onde se tu multiplichi due case ti segue l'altra casa di piu, cioe la terza che sono 6. che doppia le due passate, & la summa di tutte 3 si e 9. & se tu multiplichi la summa di queste 3 case in se, cioe 9 fia 9 fara 81 per la summa di 5 case, cioe delle 3. che tu multiplichi in se medesime, & di due che a quelle seguitano pero che nella quarta casa sia 18. & nella quinta 54. che gionte queste 5 case fanno 81. come di sopra hauesti, & se tu multiplichi in se la summa di queste cinque case, cioe 81 fia 81. fa 6561. per la summa di 9 case, cioe delle 5. delle quali la summa fu multiplicata, & delle 4. che seguitano, pero che nella sesta casa, come di sopra habbiamo predetto seguita 162. nella settima 486. nella ottaua 1458. nella nona 4374. de le qual noue case la summa ricolta si la detta multiplicatione, cioe 6561. laqual summa di 9 case se la si multiplica in se fara 43046721. per la summa delle dette 9 case, & anche di una manco di 9, che seguitano nella ordinata dupplatione delle antecedenti, cioe di 8 altre case seguenti, che in tutto fanno 17 case, si che la detta multiplicatione si e la summa di 17 case, laqual se la si multiplica in se fara 1853020188851841 per la summa delle dette 17 case, & anche de 16 che le seguita, cioe una manco delle passate, che in tutto sono case 33. & di tutte sia summa la detta multiplicatione, il qual numero anchora se in se si multiplica faranne la sequente quantita, cioe 3433683820292512484657849089281. che sono trenta una figura, & questa sera la summa delle 33 case predette, & anchora delle 32. che seguitano in l'ordinata ascensione doppia de gli antecedenti, che in tutto sono case 65. di che noi si habbiamo il doppiamento di una casa piu che non e tutto lo scachiero, pero che noi intendiamo dopplare in quel modo solamente 64 sine si come le sono 64 casette. Adonque quella summa si e il doppio di 3 scachieri, perche la sessagesimaquinta casa radoppio la sessagesimaquarta con tutte le sue antecedenti, cioe che la radoppio li doppiati di 64 case, che sono uno tavoliero a ponto, & questa casa piu la radoppia, si che in questa casa gieranno duoi tavolieri, & uno era gli antecedenti dopplamenti, tal che la summa di 65 case viene a esser a ponto 3 tavolieri. Adonque di questo grande numero, che fa sua summa, pigliane il terzo, cioe partido in 3. ne venira questo numero 1144561273430837494885949696427. & tanto viene a essere il doppiamento solo di uno tavoliero, cioe di 64 casette, si che vedi che molto piu ridonda doppiare in questo secondo modo, che non faceva al primo modo, onde la summa di quello modo di tutto il scachiero erano 20 figure, & la summa di questo sono 31 figura, si che vedi questo che importa a uno modo, & a l'altro, & pero li modi delle loro summe breui habbi a mente, & con chi propone chiarisciti. &c.

VNo alloggia 10 persone, & fagli tanti pasti quanti che saranno li modi varij, che loro assentare si possino a sedere, tal che mai non sedino una volta come l'altra. Dimandasi a ß 2 per huomo al pasto quante lire montaranno, & in quanti modi si potranno assentare a modo predetto.

Hora in questa, & in ogni simile argumento, & dirai che uno non puo stare altro che a un modo. Duoi sedeno a duoi modi, uno sta una volta in capo, & anche l'altro sta la sua volta in capo. Tre sedono a 6 modi, perche stando sempre in capo il terzo, li duoi fra loro si tramutano in duoi modi. Et stando poi in capo il secondo, gli altri duoi si tramutano in duoi modi, che gia sono 4 modi, & stando in capo il primo gli altri duoi si mutano in altri duoi modi, che sono 6 modi in tutto fra loro 3. quattro si mutano in 24 modi, perche stando sempre il quarto fermo in capo di tavola gli altri 3 sotto lui si mutano fra loro, come habbiamo detto in 6 modi, & stando in capo il terzo, anchora gli altri 3 sotto lui si mutano in 6 modi, che sono 12 modi, & stando in capo il secondo gli altri 3 sotto lui si mutano in 6 modi, che sono 18 modi, & stando in capo il primo gli altri 3 si mutano sotto lui in 6 modi, che sono 24 modi in tutto per li 4 huomini, li 5 huomini si mutano in 120 modi, perche li 4 stando fermo il quinto si mutano fra loro in 24 modi, come habbiamo detto, & stando fermo il quarto, gli altri 4 sotto lui si mutano in 24 modi, che sono 48 modi. Et stando fermo il terzo, gli altri 4 pur si mutano in 24 modi, che sono 72. Et stando fermo il 2°. gli altri 4 si mutano in 24 modi, che sono 96. & stando fermo il primo gli altri 4 si mutano in 24 modi, che sono 120 modi in tutto fra 5 persone. Si che hauendo che hai li modi d'uno multiplicali per 2. che seguita hauerai li modi delli duoi, e pero 1 fia 2 fa 2. che in duoi modi si mutano li duoi, come mostriamo, & hauendo li modi delli duoi multiplicali per il numero, che seguita, cioe 3. dicendo 2 fia 3 fa 6. & tanti saranno li modi delli 3, pero che in 6 modi si pono mutare com'e detto. Quali multiplica per il numero delle persone che seguitano ch'e 4 dicendo 4 fia 6 fa 24. & tanti saranno li modi delle 4 persone, & questi multiplicali per il numero delle persone, che seguitano, ch'e 5. dicendo 5 fia 24 farino 120. per li modi delle 5 persone, quali multiplicati fia 6. che sono le persone sequenti faranno 720. per li modi delle 6 persone, quali multiplicati per 7 persone faranno 5040 per li modi delle 7 persone, quali multiplicati per 8 persone faranno 40320 per li modi delle 8 persone, quali multiplicati per 9 persone faranno 362880. poi per li modi delle 10 persone multiplica

ne multiplica

ne multiplica 362880. per 10 faranno 3628800. & in tanti modi potranno sedere 10 persone, & tanti pasti gli fara quello albergatore a soldi vno per pasto. Farai poi conto quante lire montarano. &c. Hor l'ordine di questo processo teniras se fossero ben mille persone, o quante si vogliano, perche in infinitum regula tendit. Onde poi a sapere di 11 persone multiplicarai li modi delle 10 persone per 11. dicendo 11 fia 3628800. fanno 39916800. & in tanti modi potranno sedere 11 persone, & per 12. dirai 12 fia 39916800. faranno 479001600. & cosi potrai procedere in infinito, il qual modo si proua per la deduttione, che prima cominciassimo a fare. &c.

Regola generale dal presente auttore ritrouata il primo giorno di quaresima l'anno 1523. in Verona, di saper trouare in quanti modi puo variar il getto di che quantita di dati si voglia nel tirar quelli.

dati

21 STanciando l'anno 1523 in Verona, & il giorno di Carnevale vna comitiua di giouineti, et altri di matura eta trauano con 3 dadi sul libro (detto) della ventura di Lorenzo Spirito, cercando ciascun di loro da intendere quello che tal libro gli determinaua circa alle materie, che tal libro propone da notificarli. Et vedendo che in ogni carta li detti 3 dadi con la isperienza haueua il detto auttore notato poter variar in 56 modi, laqual cosa considerando deliberai di voler trouare, come che con regola generale tal cosa si potesse determinare, & non solamente in detti 3 dadi, ma in ogni altra maggior quantita di dadi, & cosi tutta la notte sopra tal materia andai tanto fantasticando che il giorno seguente (che fu il primo di quaresima) trouai tali ordini, ouer regole formarsi da strane sorte di progressioni, come intenderai.

Prima eglie manifesto che vn sol dado puo variar in 6 modi per esser di 6 faccie, ouer di 6 base, nellequa li sono 6 ordini di numeri, cioe 1.2.3.4.5. & 6. come in figura vedi.

Ma per trouar in quanti modi puo variar il getto di duoi dadi trouai che raccogliendo tutte le vnita, che sono da 1 per fino in 6 nella sopra notata progression continua, che fanno 21. & cosi in 21 modo trouai poter variar il getto di duoi dadi.

Tre dadi poi ponno variar il lor getto nella summa di questi 6 termini di progressione 1.3.6.10.15.21. laqual summa sara 56.

Li 4 dadi ponno variar il lor getto nella summa di questi altri 6 termini di progressione 1.4.10.20.35.56. laqual summa sara 126.

Li 5 dadi ponno variar il lor getto nella summa di questi altri 6 termini di progressione 1.5.15.35.70.126. laqual summa sara 252.

Li 6 dadi ponno variar il lor getto nella summa di questi altri 6 termini di progressioni 1.6.21.56.126.252. laqual summa sara 462.

Li 7 dadi ponno variar il lor getto nella summa di questi 6 termini di progressione 1.7.28.84.210.462. laqual summa sara 792.

Li 8 dadi ponno variar il lor getto nella summa di questi 6 termini di progressione 1.8.36.120.330.792. laqual summa sara 1287.

Ma a volerlo mo dichiarare minutamente in scrittura l'origine di tutti li sopra notati 6 termini di progressioni bisogneria formarui sopra vn libro, ma acciochè in parte resti satisfatto, sappi che ogni vna di dette progressioni si forma dalla progressione anciana, & la prima progressione viene a esser di 6 termini di vna vnita per termine in questa forma 1.1.1.1.1.1. et cosi la summa di questi 6 termini di progressione puo variar il getto di vn dado solo, come vedi in figura. Et nota che l'ultimo termine di ciascuna di dette progressioni vien a esser la summa della anciana progressione, come nella figura puoi vedere, & cō tal ordine potrai saper li 10000 dadi in quanti modi ponno variar il lor getto.

per 1 dado	1	1	1	1	1	1
per 2 dadi	1	2	3	4	5	6
per 3 dadi	1	3	6	10	15	21
per 4 dadi	1	4	10	20	35	56
per 5 dadi	1	5	15	35	70	126
per 6 dadi	1	6	21	56	126	252
per 7 dadi	1	7	28	84	210	462
per 8 dadi	1	8	36	120	330	792

Il fine del primo libro.

LIBRO SECONDO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NUMERI, ET

Misure di Nicolo Tartaglia, nel qual si tratta della vintima spetie, Atto, ouer Passione del Algorithmo, ouero della Pratica di Numeri detto estrattion di Radice, & non solamente delli Numeri integri, ma anchor delli rotti, e sani, e rotti.

Donde deriui questo nome Radice Cap. I.

1 Si come che nelle herbe, & nelle altre piante, dalla natura prodotte, questo nome Radice significa quella sua piu bassa, & original parte occultata dalla terra, dalla qual tal herba, ouer pianta è stata produtta, & generata, il medesimo (per similitudine) ogni numero vien detto Radice di qual si voglia numero da lui medesimo produtto, & generato, essempi gratia ogni numero dutto in se medesimo vien a esser radice di quel suo produtto, cioe 1 dutto in se medesimo fa pur 1. & cosi 1. produttore vien a esser radice di quel suo produtto 1. & similmente 2 dutto, ouero multiplicato in se medesimo fara 4 (perche 2 fia 2 fa 4) onde il detto 2 (produttore) vien a esser radice di quel 4. da lui produtto, & il detto 4 si chiama quadrato del detto 2. similmente il 3 dutto in se medesimo dicendo 3 fia 3 fa 9. onde il detto 3. vien a esser radice di tal 9 suo produtto, & al detto 9 se gli dice il quadrato del detto 3. & per le medesime ragioni il 4 vien a esser radice di 16 (da lui produtto) & il detto 16 vien a esser il quadrato di 4. & cosi il 5. vien a esser radice di 25 (da lui produtto) & cosi 25 vien a esser il quadrato di 5. & cosi il 6 s'intende esser radice di 36. da lui produtto, & il 36 s'intende esser il quadrato del detto 6. & per le medesime ragioni il 7 s'intende esser radice di 49 (da lui produtto) & 49 s'intende esser il quadrato di 7. & cosi il 8 s'intende esser radice di 64. da lui produtto, & generato, & il detto 64 s'intende esser il quadrato del detto 8. & cosi il 9 s'intende esser radice di 81 (da lui produtto) & quello 81 s'intende esser il quadrato di 9. & cosi il 10 s'intende, ouer dice esser radice di 100 (da lui produtto) & cosi il 100 s'intende esser il quadrato di 10. & cosi il 11 s'intende esser radice di 121 (da lui produtto, & generato) & cosi il 121 s'intende esser il quadrato del detto 11. & cosi si debbe intendere di ogni altro maggior numero, & tai specie di radice si dicono radice quadre per esser intese radice del quadrato di quel tal numero, & non d'altro suo produtto dico d'altro suo produtto, perche li numeri, che ponno esser produtti da vn medesimo numero sono infiniti, come procedendo intenderai.

Numeri quadrati	Radice quadre
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5
36	6
49	7
64	8
81	9
100	10
121	11
144	12

2 MA si come, che dalla radice di vna herba, ouer di vna pianta si produce piu qualita di materie, cioe prima produce vna certa picciola cosa a pena apparente sopra a terra, dapoi produce vn fusto, ouer foglie secondo la qualita di tal radice, & dapoi produce fiori, & dapoi frutti, ouero semenze, onde di ciascuna di tai materie la detta prima radice, vien a esser sua radice, perche il tutto è stato produtto da tal prima radice, & dalle cose produtte da quella, così il medesimamente interuien nel numero, perche ogni numero dutto, ouero multiplicato in se produce il suo quadrato (detto censo) & tal numero viene a esser la radice di quel tal numero, & tal radice è detta radice quadrata, ouero censa di quel tal quadrato, ma se tal numero sara di nouo multiplicato fia tal suo quadrato questo secondo suo produtto venira a esser il cubo di tal numero, & il detto numero venira a esser pur la radice di questo suo secondo produtto, & perche tal secondo produtto è numero cubo tal seconda radice si dice radice cuba di quel tal numero cubo, essempi gratia, se 2 sara multiplicato in se medesimo (cioe fia 2.) fara 4. & dapoi multiplicando anchora il detto 2 fia quel suo produtto 4 fara 8. dico che questo secondo produtto del detto 2 (fia il suo quadrato) vien a esser il cubo del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice cuba del detto 8 (suo secondo produtto) similmente se'l 3 sara multiplicato in se medesimo fara 9 dapoi multiplicando il medesimo fia il detto 9 (suo primo produtto) fara 27. il qual 27. vien a esser il cubo del detto 3. & il detto 3 vien a esser la radice cuba del detto 27 (suo secondo produtto) & cosi per le medesime ragioni il 4 venira a esser la radice cuba di 64. & il detto 64 vien a esser il cubo del detto 4. & finalmente il 5 vien a esser la radice cuba di 125. & il detto 125 vien a esser il cubo del detto 5. & cosi discorrendo, come che in margine appar per essempio per fin al cubo di 12.

Numeri cubi	Radice cube
1	1
8	2
27	3
64	4
125	5
216	6
343	7
512	8
729	9
1000	10
1331	11
1728	12

3 MA perche, che multiplicasse anchora qual si voglia numero fia il suo cubo formaria vn'altro terzo produtto, il qual terzo produtto da nostri antichi è detto censo di censo del detto primo numero,

mero, & questo censo di censo non vuol dir altro, che quadrato del quadrato del detto primo numero, perche tanto fara il quadrato del quadrato del detto primo numero quanto fara il prodotto del detto primo numero fia il suo cubo, essempi gratia multiplicando 2 fia il suo cubo (che è 8) fara 16. & perche multiplicando il quadrato del detto 2 (che è 4) in se medesimo fara medesimamente 16. il detto 16 viene a esser il quadrato del quadrato del detto 2. & il detto 2 viene a esser la radice quadra della radice quadra del detto 16 (suo terzo produtto) & per abreuiar parole, che multiplicasse il detto 2 fia il suo quadrato di quadrato (cioe fia quel 16) faria 32. & questo quarto produtto (cioe questo 32) da nostri antichi è stato detto primo relato (cioe del detto 2) & il detto 2 veniria a esser la radice prima relata del detto 32. Dapoi che multiplicasse anchora questo 2. fia quello 32. (suo primo relato) faria 64. & questo 64. da nostri antichi saria detto il cubo quadro, ouero il quadro cubo del detto 2. perche quel tal 64 viene a esser il cubo di quel 4 (quadrato del detto 2) oueramente che vien a esser il quadrato di quel 8 (cubo del detto 2) onde il detto 2 (per le dette ragioni) vien a esser la radice cuba quadra, ouero quadra cuba del detto 64. Dapoi che multiplicasse anchora il detto 2. fia quel 64 (suo quadro cubo) faria 128. & questo 128 da nostri antichi saria detto secondo relato del detto 2. onde il detto 2 vien a esser la radice seconda relata del detto 128 (suo secondo relato) & cosi che multiplicasse il detto 2 fia il detto 128 (suo secondo relato) faria 256. & questo 256. si dice censo de censo, de censo, ouer quadrato de quadrato de quadrato, del detto 2. & il detto 2 vien a essere la radice quadra della radice quadra della radice quadra, del detto 256 (suo quadro de quadro, de quadro) & cosi che multiplicasse anchora il detto 2. fia il detto 256. faria 512. & questo 512 si chiama cubo de cubo del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice cuba della radice cuba del detto 512. (suo cubo de cubo) & cosi che multiplicasse anchora il detto 2 fia il detto 512 faria 1024. & questo 1024. se gli dice quadro del primo relato, ouero cẽso del primo relato, del detto 2. & il detto 2. vien a esser la radice censa prima relata del detto 1024 (suo censo primo relato) & cosi che multiplicasse anchora il detto 2 fia il detto 1024 (suo censo relato) faria 2048. & questo 2048. è detto terzo relato del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice terza relata del detto 2048 (suo terzo relato) & cosi con tal ordine si puo procedere in infinito (come in parte habbiamo notato) & non solamente con il detto 2. ma con qual si voglia altro numero, come nella tauola da l'altra banda posta di tutti li numeri digiti appare, quantunque in ogni altro maggior numero tal ordine proceda in infinito. Il principio fondamentale di queste tal progressioni sotto breuita lo dimostra specialamente Euclide nella ottaua propositione del suo nono libro, & perche di tutte queste infinite specie de radici. La radice quadrata è la prima, da questa priorita, seguita, che ogni volta, che si dira radice (senza altro) s'intende, & si debbe intendere la radice quadrata, nelle altre specie, poi se gli aggiongera il suo nome speciale, eccettuando alla radice prima relata, laquale per esser anchora lei la prima di tutte le radici relate se gli dira simplicemente radice relata, & similmente al primo relato se gli dira simplicemente relato, anchora bisogna auertire, che questo nome radice per abreuiar scrittura, si descriuera in questa forma ℞, ouero in quest'altra ℞ gli altri nomi speciali si abbreuiamo, come qui di sotto appar.

Nota che questo nome quadrato per breuita si scriue per censo, perche cosi costumaua Maumeth figliuolo di Mose arabo della commune algebra inuentore.

vnita — — — —	1
Radice — — — —	2
Censo — — —	4
cubo — — — —	8
censo de censo — —	16
primo relato — —	32
censo cubo — — —	64
secondo relato — —	128
censo de censo de censo	256
cubo de cubo — —	512
censo primo relato —	1024
terzo relato — —	2048
cubo de censo de censo	4096
quarto relato — —	8192
censo del secondo relato	16384
cubo del primo relato.	32768.

& cosi procedendo in infinito.

Abreuiature

ce. — —	cioe censo, ouer quadrato
cu. — —	cubo, ouer cuba
ce. ce. —	censo di censo
relato —	primo relato
ce. cu. —	censo cubo
℞ rel. —	secondo relato
ce. ce. ce. —	censo de censo de censo
cu. cu. —	cubo de cubo
ce. rel. —	censo del primo relato
℞ rel. —	terzo relato.

& cosi procedendo nelle altre, & tali breuiature s'applicano feminilmente alle radici.

℞. —	radice cuba
℞ ce. ce. —	radice censa di censa
℞ rel.	radice relata
℞ ce. cu. —	radice censa di cuba
℞ ℞ rel.	radice seconda relata

& cosi nelle altre che seguitano.

Tavola di dieci specie di numeri notabili, con le sue radici digitali formante

ciascuno di quelli, liquali numeri sono detti dignita, lequali dignita l'una s'excende maggiore de l'altra quando, che è di piu alta specie, com'è il cubo del censo &c.

Radici	1	2	3	4	5	6	7	8	9
numeri cēs.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
num. cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729
num. ce. ce.	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561
num. rel.	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049
nu. ce. cu.	1	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441
num. 2° rel.	1	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969
nu. ce. ce. ce.	1	256	6561	65536	390625	1679616	5764801	16777216	43046721
nu. cu. cu.	1	512	19683	262144	1953125	10077696	40353607	134217728	387420489
nu. ce. rela.	1	1024	59049	1048576	9765625	60466176	282475249	1073741824	3486784401
num. 3° rel.	1	2048	177147	4194304	48828125	362797056	1977326743	8589934592	31381059609

Di alcune multiplicationi necessarie saper a mente a voler intendere il modo da

cavare la radice quadra, & di alcune che non sono necessarie, ma sono molto utile per quelli che hanno da maneggiare le radici, & numeri quadrati.

Multiplicationi necessarie di saper a mente.

1	fia	1	fa	1
2	fia	2	fa	4
3	fia	3	fa	9
4	fia	4	fa	16
5	fia	5	fa	25
6	fia	6	fa	36
7	fia	7	fa	49
8	fia	8	fa	64
9	fia	9	fa	81
10	fia	10	fa	100

Multiplicationi, che per utilita, & commodita si debbono imparar a mente, o almen una parte.

11	fia	11	fa	121
12	fia	12	fa	144
13	fia	13	fa	169
14	fia	14	fa	196
15	fia	15	fa	225
16	fia	16	fa	256
17	fia	17	fa	289
18	fia	18	fa	324
19	fia	19	fa	361
20	fia	20	fa	400

4 Per intendere la pratica, overo la regola di saper cavare, overo estrare la radice quadrata (laquale è la prima di tutte le specie di radici) egli è necessario di sapere a mente le multiplicationi di tutti li numeri digiti dutti in se medesimi (cioe li quadrati di ciascun di quelli) come che in margine ti ho figuratamente descritto, & quantunque tai multiplicationi saria no forse note per le multiplicationi nel principio del multiplicar di numeri simplici, nondimeno per non interrompere l'ordine mi è parso di replicarle anchor quivi, come suo proprio luogo, insieme con alcune altre, lequali non per necessita si debbono imparare a mente, ma perche fanno l'huomo pronto, & presto, & massime nel maneggiare delle radici, & altre quantita irrationali, dellequali alli suoi debiti luoghi parlaremo.

Come si cavano le radici quadre di numeri menori.

5 Per cavare adonque la radice quadra di qual si voglia numero menore, & per numero menore si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice non puo esser piu di una sol figura, onde tal numeri menori non ponno esser se non di una, overo di figure al piu, & per tanto dico che di necessita tal numero, o che sara quadrato, overamente no, se sara quadrato tal sua radice si sapera a mente, perche se tu vorrai cavar la radice di 1 tu sai che tal radice è 1. & se vorrai cavar la radice di 4 tu sai che tal radice è 2. & cosi se vorrai cavar la radice di 9. tu sai che la è 3. & cosi di 16 tu sai che la è 4. & di 25 che la è 5. & di 36 che la è 6. & di 49 che la è 7. & di 64 che la è 8. & di 81 che la è 9. & anchor sai che di 100 tal radice è 10. vero è quanto piu oltra saprai delle sopra notate multiplicationi a mente tanto piu R saprai cavar a mente.

6 Ma per cavare mo la detta radice da li numeri, che non sono quadrati (per da 100 in giuso) se tai numeri saranno di quantita discreta secondo la consideration del Mathematico (qual suppone la unita esser indivisibile) si cavara la radice del maggior numero quadrato, che sia in tal numero, & quello che soperchiara il detto numero quadrato, lo notarai per auanzo (come

no (come che sopra il partir di numeri semplici fu anchor fatto) essempi gratia volendo cavar la ℞ di 2. diremo tal radice esser 1. & avanzar anchora 1. & similmente la ℞ di 3. diremo che la è 1. & avanzar 2. similmente volendo cavar la radice di 5. diremo questa esser 2. & avanzar 1. & così di 7 diremo tal radice esser 2. & avanzar 3. & così di 8. diremo che la sarà pur 2. & avanzar 4. per tal modo diremo la radice di 20 esser 4. & avanzar 4. & di 35 diremo tal radice esser 5. & avanzar 10. & di 48 diremo la radice esser 6. & avanzar 12. & di 63 diremo la radice esser 7. & avanzar 14. & così di 70 diremo la radice esser 8. & avanzar 6. & così di 86. diremo la radice esser 9. & avanzaria 5. & così di 120 diremo la radice esser 10. & avanzar 20.

7 LA prova di questa specie di estrattioni si fa in questo modo, quadra la radice trovata, & tal quadrato giongili l'avanzo, & tal summa debbe esser equale a quello numero, da chi fu cavata tal radice, essempi gratia di sopra fu detto la radice di 48 esser 6. & avanzar 12. per far mo prova, che questo sia il vero quadra la detta radice (che è 6) farà 36. alqual 36 giongivi quel 12. che ti avanzo farà 48. & perche questa summa è equale al numero, da chi fu cavata tal radice (che fu pur 48) diremo tal nostra operatione esser stata ben conclusa, & con tal ordine procederai nelle altre simili operationi.

Come si cavano le radice propinque delli numeri non quadrati di quantità continua.

8 MA quando il numero, che sarà proposto di cavar la radice quadrata sarà numero non quadrato, & di qualità, over quantità continua, & massime di superficie &c. il non sodisfaria a cavar la radice del maggior numero quadrato, che si trova in quel tal numero, & quello che superchiara a notarlo poi per avanzo, come di sopra fu fatto (per non poter spezzare la unità) anzi in questo caso bisogna spezzare la detta unità (come quantità continua) & dar la detta radice (se fosse possibile) precisamente per numero sano, & rotto, ma perche quelli antichi arabi per scientia sapevano esser impossibile a dare una tal radice precisamente per numero sano, e rotto, pur per venire quasi alla vera cognitione per numero sano, e rotto di tal sorda radice investigorno con ragione geometrica (e non naturale) una regola generale da determinare, & formar un rotto di quello avanzo (cioe di quello che avanza nella operatione) qual rotto accompagnato con quel numero sano (gia cavato) formara una quantità tanto propinqua alla vera radice di tal numero, che sarà cosa insensibile la differentia di quella alla detta vera radice.

Laqual regola è di questa sorte, che pongono quel tal avanzo sopra una virgola, & il doppio della prima radice (gia trovata) di sotto, et tal rotto lo accompagnano con la detta prima radice sana, & tal summa concludeno esser la radice propinqua di detta prima quantità proposta. Essempi gratia volendo cavar la radice di 2 per questa regola, tu dei saper (per la regola passata) che la radice di 2 è 1. & avanza 1. hor dico che quello 1. che ti avanza tu debbi metterlo sopra a una virgola, & di sotto di quella metterai il doppio di quella radice gia cavata (che fu 1) il doppio della qual sarà 2. che facendo sarà $\frac{1}{2}$, il qual gionto alla detta prima radice (che fu 1) farà $1\frac{1}{2}$, e tanto dirai esser, che sia la radice di 2. laqual radice a dover esser perfetta saria necessario, che a multiplicarla in se medesima facesse precisamente 2. ma multiplicandola dicendo $1\frac{1}{2}$ fia $1\frac{1}{2}$ si trovara che fara $2\frac{1}{4}$, & pero si vede, che la non è perfetta, perche la passa con il suo quadrato per $\frac{1}{4}$ il nostro numero, cioe il detto 2. Alcuno porria dir, che tal radice talmente solta, erra di assai errando di $\frac{1}{4}$, rispondo che quel tal errore di $\frac{1}{4}$ non è nella detta radice, ma è solamente nel quadrato di quella, ma nella propria radice (cioe in quel $1\frac{1}{2}$) è una cosa insensibile, come che nel cavarla geometricamente con il compasso al suo luogo si farà manifesto, ma per non star in un solo essempio, volendo per questa regola trovar la radice di 29. tu dei sapere (per il primo modo) che la è 5. & avanza 4. metti quel 4 sopra una virgola, & il doppio di 5. di sotto da quella, che facendo sarà in questo modo $\frac{4}{10}$, che schisado saria $\frac{2}{5}$, & questo gionto con quel 5 farà $5\frac{2}{5}$, & tanto diremo che sia la radice propinqua alla verità del detto 29. & se con il medesimo ordine cavarai la detta radice propinqua del 32. tu trovarai, che la sarà $5\frac{7}{10}$, & di 54. trovarai che la sarà $7\frac{5}{14}$, & di 85. trovarai che la sara $9\frac{4}{18}$, & così discorendo.

Ma bisogna notare, che per questa regola la radice di tutti quelli numeri, che mancano di una sola unità a esser numeri quadrati tal sua radice, venirà senza rotto, & tal radice quadrandola nel detto suo quadrato sarà errore di una unità, essempi gratia il 3. & similmente lo 8. & il 15. ciascun di loro manco di una unità a esser numero quadrato, cioe che dasse a ciascun di loro 1. il 3 saria 4. & lo 8 saria 9. et il 15 saria 16. che sariano tutti numeri quadrati, hor dico che cavando per questa regola la radice di 3. & di 8. et di 15. ciascuna di dette radici venirà senza rotto, et quadrandole cia-

21	fia	21	fa	441
22	fia	22	fa	484
23	fia	23	fa	529
24	fia	24	fa	576
25	fia	25	fa	625
26	fia	26	fa	676
27	fia	27	fa	729
28	fia	28	fa	784
29	fia	29	fa	841
30	fia	30	fa	900
31	fia	31	fa	961
32	fia	32	fa	1024
33	fia	33	fa	1089
34	fia	34	fa	1156
35	fia	35	fa	1225
36	fia	36	fa	1296
37	fia	37	fa	1369
38	fia	38	fa	1444
39	fia	39	fa	1521
40	fia	40	fa	1600
41	fia	41	fa	1681
42	fia	42	fa	1764
43	fia	43	fa	1849
44	fia	44	fa	1936
45	fia	45	fa	2025
46	fia	46	fa	2116
47	fia	47	fa	2209
48	fia	48	fa	2304
49	fia	49	fa	2401
50	fia	50	fa	2500
51	fia	51	fa	2601
52	fia	52	fa	2704
53	fia	53	fa	2809
54	fia	54	fa	2916
55	fia	55	fa	3025
56	fia	56	fa	3136
57	fia	57	fa	3249
58	fia	58	fa	3364
59	fia	59	fa	3481
60	fia	60	fa	3600

& così puoi procieder piu oltra sel ti pare.

scuna di loro sara errore nel suo quadrato per una sola unita dal nostro primo numero, essempi gratia se cauaremo per questa regola la radice di 3 trouaremo quella esser 1 & $\frac{2}{2}$, liquali $\frac{2}{2}$ fanno 1. qual gionto con quell'altro 1. fara 2. & tanto diremo, che sia la radice propinqua alla verita del detto 3. laqual radice, come vedi è senza rotto, & quadrando tal radice (cioe quel 2) fara 4. il qual 4 erra di 1. dal nostro 3. come habbiamo detto il medesimo fara la radice di 8. laqual cauandola per questa regola si trouara esser $2\frac{4}{4}$, che vuol dir 3. che è pur senza rotto, & quadrandola fara 9. cioe uno piu del nostro 8. si che erra di 1. a ponto, come habbiamo detto, il medesimo seguira del 15. perche cauandone la radice per questa regola di tal radice venira $3\frac{6}{6}$, che vuol dir 4. il qual 4 quadrandolo fara 16. cioe 1 piu del nostro 15. il medesimo trouarai di 24. di 35. di 48. di 63. di 80. di 99. & cosi da tutti quelli che mancano di una sola unita a esser numeri quadrati, onde alcuni (piu presto naturali, che mathematici) per emendar alquanto a tanto errore vogliono che sempre, al dupplato, che si mette sotto alla detta virgola vi se gli aggionge 1. In questo modo volendo cauar la radice di 3. diranno prima che la è 1. & quel 2. che gli auanza lo mettono per sopra una virgola, & di sotto di tal virgola gli mettono il doppio della prima radice, & 1 di piu, cioe vi metteranno 3. tal che diranno, che la detta radice di 3 saria $1\frac{2}{3}$, & cō tal modo diriano che la radice di 8 saria $2\frac{4}{5}$, & di 15 diriano che la saria $3\frac{6}{7}$, & quantunque para che tal sua regola risponda meglio, per discostarsi manco in questi simili casi con il suo quadrato dal nostro numero, nondimeno questo non seguira in tutti gli altri casi, perche se con questa antica regola piglieremo la radice di 17. diremo che la sara $4\frac{1}{8}$, laqual quadrandola fara $17\frac{1}{64}$, cioe dara di piu quel $\frac{1}{64}$, ma pigliando per la regola di questi (piu presto naturali, che mathematici) diremo che tal radice propinqua di 17 saria $4\frac{1}{9}$, laqual radice quadrandola si trouara, che fara $16\frac{73}{81}$, si che saria $\frac{8}{81}$ manco del nostro 17. il qual $\frac{8}{81}$ è molto maggior errore (in manco) del nostro $\frac{1}{64}$ (in piu) & pero non bisogna fondarsi su questa tal regola generale, vero è che in quella particolarita la non saria da biasimare totalmente (anchor che tal sua conclusione sia sempre manco del douere) per una cagione, che nel nostro processo si fara manifesta. Anchora bisogna notare per queste radice propinque, che se per sorte in fine della tua general estrattione di tal sorte di radice ti auanzasse piu del doppio della tua radice gia cauata sara euidente segno tu hauer errato nella tua general operatione, perche tal auanzo mai puo esser maggiore del detto denominatore (formato secondo quella regola da nostri antichi mathematici ritrouata) ma solamente eguale, ouer menor di quello.

Regola di saper sempre approssimarsi piu nelle radici sorde.

9 Anchora quelli antichi arabi (come tengo) di queste pratiche spertissimi inuestigatori non si contentorno di hauer ritrouata la sopradatta regola di ritrouar quella radice cosi propinqua alla verita, delli numeri non quadrati (lequai radice da pratici, sono dette radici sorde) ma anchora ne inuestigorno un'altra di poter con ragion accostarsi sempre piu alla detta verita, & per infinite volte, laqual regola è questa.

Trouata che hai la radice propinqua (di qual si voglia numero non quadrato) per la regola adutta nella precedente, dapoi fanne la proua, cioe multiplicala in se medesima, & vedi quanto incela di piu del nostro proposto numero, & fatto questo piglia quel piu (cioe quella differentia) et partila per il doppio di questa prima radice, che ti ha data tal differentia, & quel che venira del detto partimento, caualo di detta prima radice, & il detto rimanente sara la seconda radice del detto nostro proposto numero, assai piu propinqua alla verita della prima. Et volendone ritrouar anchor un'altra terza piu propinqua della seconda, procederai con la detta seconda come fu fatto, ouer detto della prima, cioe farai la proua della detta seconda (multiplicando in se medesima) & vedi di quanto la passara, ouer superchiara il nostro proposto numero, & quel piu che la ti dara partilo pur per il doppio di tal seconda radice, che te l'ha dato, & quel auenimento caualo di detta seconda radice, & il rimanente sara la terza radice piu propinqua alla verita della seconda, cioe che il quadrato di tal terza radice sara piu propinquo al nostro proposto numero di quello, che fara quello della seconda radice, & molto piu di quello della prima, & cosi con tal modo, & regola, con tal terza radice tu ne puoi trouar una quarta radice piu propinqua alla verita della detta terza, & cosi con la quarta tu ne puoi trouar una quinta, & con la quinta una sesta, & cosi andar procedendo in infinito, essempi gratia volendo cauar la radice propinqua di 5. procedendo per il modo dato nella precedente trouaremo quella esser $2\frac{1}{4}$, hor se ne vogliamo trouar un'altra piu propinqua di questa, quadraremo questa dicendo $2\frac{1}{4}$ fia $2\frac{1}{4}$ trouaremo, che fara $5\frac{1}{16}$, cioe superchiara il nostro 5. di quel $\frac{1}{16}$, dico che questa differentia, cioe questo $\frac{1}{16}$ si debbe partire per il doppio della detta radice, che l'ha generato, cioe per il doppio di $2\frac{1}{4}$, il qual doppio saria $4\frac{1}{2}$, partendo adonque $\frac{1}{16}$ per $4\frac{1}{2}$ ne venira tira [illegible], cioe [illegible], & questo auanzamento cauato della nostra prima radice, cioe di $2\frac{1}{2}$ restara $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$ per la nostra seconda radice di 5 piu propinqua della prima, & che sia il vero fanne prova, cioe quadra questa tal seconda radice, dicendo $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$ fia $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & trouarai che fara 5 [illegible], si che tu vedi di quanto manco erra della prima, cioe di quanto manco la superchia il detto nostro 5. del la prima, cioe la prima lo superchiaua in [illegible], & questa seconda lo superchia solamente in [illegible] cosa veramente insensibile.

Et se con questa seconda radice ne vorrai trouar vn'altra terza piu propinqua di essa seconda, procederai per il medesimo modo, cioe parti quel [illegible] (ch'è la superchia il nostro 5) per il doppio di detta seconda radice, cioe per il doppio di $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, il qual doppio sara 4 [illegible], partendo adonque [illegible] per 4 [illegible] ne venira [illegible], & questo cauarai della nostra seconda radice, cioe di $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & trouarai che restara $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & tanto sara la terza radice del detto nostro 5. piu propinqua de l'altra seconda, cioe di $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, che se ne farai proua trouarai cosi essere, et con tal ordine potresti trouarne vn'altra quarta, per mezzo della terza, & dapoi per mezzo della quarta trouarne vna quinta, & cosi potresti proceder in infinito.

Come si pontano le figure di numeri maggiori quando se ne vuol cauar la Radice quadra.

10 QVando, che il numero, di che si hauera da cauar la radice sara piu, che di due figure si intende numero maggiore, perche egliè necessario che la sua radice sia piu di vna figura, & pero ogni volta che si vuol cauar la radice quadrata di vn numero di piu figure sopra la prima figura verso man destra se gli fa vn ponto, & vn'altro sopra alla terza (andando verso la man sinistra) & vn'altro sopra la quinta, dico vn gran numero di figure, che si fa vn ponto sopra a ciascuna figura, che sia ne i luoghi dispari, il primo di quei luoghi dispari vien a esser il primo verso la man destra, l'altro sara il terzo, & cosi il quinto, il settimo, come che in margine vedi, cioe se ne va pontando vna si, & l'altra non cominciando a pontar la prima verso man destra, & lasciar la seconda, pontar la terza, & lasciar la quarta, pontar la quinta, & lasciar la sesta, & pontar la settima, & lasciar la ottaua, & pontar la nona, & cosi procedendo si venira a pontar tutte quelle delli luoghi dispari, come di sopra fu detto, & questo appontar di figure si fa, perche tai ponti ne dinotano di quante figure sara la radice di quel proposto numero, & pero sel proposto numero sara solamente di vna, ouer di due figure siamo certi la radice di quel tal numero esser vna figura sola, perche una, ouer due figure a pontarle non vi occorre salue, che vn ponto solo sopra alla prima, come tu vedi in questa sola 7, ouero in queste due 94, perche douendo riceuer duoi ponti bisogna che siano almeno tre in questa forma 347, ouer al piu quattro al piu, come sono queste 7817, & cosi douendo riceuere tre ponti bisogna che siano almeno cinque, come questi 17602, ouer sei al piu, come queste 794608, & cosi procedendo di mano in mano.

9275792053763

9
99
987
7859
87508
795466

Come si cauano le radici quadre si discrete, come sorde nelli numeri maggiori, & prima in quelli, che le sue figure riceueno 2 ponti soli.

HAuendo per auanti mostrato, come si cauano le radici quadre si discrete, come sorde, ouero propinque delli numeri menori, cioe di quelli che sono solamente di vna, ouer due figure, lequal riceuono vn ponto solo, & similmente, come si appontano le molte figure delli numeri maggiori, conueniente cosa mi pare che mostriamo, come si cauano le dette radici quadre dalli numeri maggiori, cioe di quelli numeri, che le sue figure riceuano piu ponti, ma per proceder con destrezza cominciaremo prima a cauarla di quelli che riceueno solamente duoi ponti, perche con tal intelligentia facil cosa sara a cauarli di quelli, che riceueno molti ponti, e per tanto.

1 VOlendo cauar la Radice quadra poniamo di 1196, prima ponta queste quattro figure secondo l'ordine detto di sopra, lequali quattro figure riceueno duoi ponti il primo andara signato sopra la prima (cioe sopra il 6) & l'altro andara signato sopra la terza figura, cioe sopra a quelli 1 centenara tal figure pontate staranno in questa forma 1196 liquali 2 ponti ne dinotano la radice di tal numero esser di due figure, & per trouar tai due figure affetta il detto numero, come che in margine vedi, cioe come faresti se lo volesti partir a galea, tirandoui quella linea a.b. fatto questo sotto al secondo ponto, cioe sotto a quelli 1 centenara, troua la radice di quel 11. che è dal detto secondo ponto in la, laqual radice vien a esser 3. il qual si pone prima oltra la linea a.b. & dapoi similmente anchora sotto a quel 3 (del 11) & per saper quanto sia lo

prima operatione

a
1 1 96
b

seconda operatione

a
0 5 3
1 1 96
b
76

terza operatione
o
330 a
1296 | 36
366 b

La radice di 1296 sara 36 precisamente

secondo, multiplica quel 3. ch'è oltra la linea, fia quell'altro 3. che è sotto a quelli 2 centenara, fara 9. & questo 9 cavalo di quello 12. che gli è sopra (si come si costuma nelli partiri per batello, over galia) restara 3. il qual 3 tu lo ponerai sopra quel 2. & immediatamente depenerai il detto 2. & anchora quella decena, cioe quel 1. che seguita quel 2. & depenna anchora quel 3. che ponesti sotto a quel 2. fatto questo per regola generale duplica quel 3 radical (oltra la linea a b.) fara 6. il qual 6 ponerai sotto al 9. cioe sotto a quella figura, che non ha ponto sopra di se, hor per trovare l'altra figura della nostra ricercata radice, bisogna trovarla sotto a quel 6. dove figurato di sopra il ponto, & per trovarla bisogna investigar, che la sia di tal qualita, che multiplicata fia quel 6 (duplato della prima figura trovata) & anchora in se medesima disfaccia tutte quelle figure, che di sopra fino a quel luogo si trovano essere (cioe non depennate) over piu vicino che sia possibile, lequal figure in questo caso sono 396. come vedi sopra la seconda operatione, & per trovar tal figura con le dette conditioni facilmente per il duplato della figura gia trovata (il qual duplato è 6) la ricercarai quasi secondo il modo, che nel partir per batello, over galia si costuma, cioe vedendo quante volte puo intrar il detto 6 in quel 39. a lui sopra posto, & trovarai che v'intrara 6 volte, & avanzaria 3. ma nanti che che tu noti il detto 6. oltra la linea a. b. bisogna antivedere se di quello, che vi resta ta se ne potra cavare il quadrato del detto 6 (che fara 36) & perche quel 3. che di sopra fu detto, che avanzaria insieme con quel 6 (che ha il ponto sopra) dira precisamente 36. dalqual ben se ne potra cavar quell'altro 36. & pero notarai sicuramente il detto 6. oltra la linea a b. consequentemente al primo 3. come nella terza operatione in margine appare, & notarai anchora il detto 6. sotto quell'altro 6 (del ponto) & fatto questo multiplicarai il detto 6 (oltra la linea a b) fia quell'altro 6 (duplato) fara 36. & questo sottrarai da quel soprapposto 39. & ti restara 3. il qual 3 notarai sopra al 9. & depenarai quel 39. & anchora quel 6 (duplato) si come che si costuma nelli partiri per batello, over galia, & dapoi multiplicarai anchor il detto 6 (oltra la linea a b) fia quel 6. ch'è sotto a quell'altro 6 (che ha sopra il ponto) fara 36. & questo 36 sottratto di quell'altro 36. di sopra restato, & ti restara o. & dapoi depenar tutte le soggiacente figure, come che nella terza operatione in margine appar, & cosi concluderai la radice del detto 1296. esser 36. cioe quel 36. ch'è oltra la linea a b. & perche di sopra a tal operatione non vi è avanzato cosa alcuna, diremo tal numero 1296 esser numero quadrato, & la sua perfetta radice quadra esser quel 36. & se ne vuoi far prova multiplica il detto 36. fia 36. & trovarai che fara precisamente il detto 1296. & pero sei chiaro che la tua operatione è buona.

prima operatione
a
9613 |
b

seconda operatione
a
9613 | 9
9 b

12 Volendo anchora cavar la radice quadra di 9613. assettalo come l'altro tirando la linea a b. & dapoi ponttar le dette quattro figure, come nella 10 fu detto, cioe in questo modo 9613. come che anchora nella prima operatione in margine appare, & fatto questo trova la radice di quel 96 (che termine al secondo ponto) & trovarai tal radice esser 9. il qual 9 tu lo notarai oltra la linea a b. & anchora tu lo notarai sotto quel 6. che sotto al secondo ponto (come che nella seconda operatione appare) & fatto questo tu multiplicarai il detto 9 oltra la linea a b. fia quel 9 (che è sotto al 6) fara 81. & questo cavarai da quel 96 di sopra posto, procedendo come nel partir per batello, over galia, dicendo 1 di 6 resta 5. il qual 5 tu lo notarai sopra il 6. & le 8 decene tu le cavarai da quelle 9 di sopra, & ti restara 1. il qual 1. tu lo notarai sopra il 9. & fatto questo depenarai quel 96. & quel 9 (ch'è sotto al 6) & ti restara, come che nella terza operatione in margine appar, fatto questo, per regola general duplica quel 9 della radice gia trovata, cioe quel 9. oltra la linea a b. fara 18. delqual 8. tu notarai lo 8 sotto al 1. dove non è ponto sopra, & la decena di quel 18. tu lo notarai nello antecedente luogo sotto a quel 9 depennato, come nella quarta operatione in margine appar, fatto questo ti bisogna investigar un'altro digito, o vuoi dir un'altra figura sotto al 3 (dove è ponto sopra) di tal qualita, che multiplicata fia quel 18. (duplato del 9) & anchora in se medesima disfaccia tutte quelle sopra poste figure non depenate, lequal figure sono 1513. over piu vicino che sia possibile, & questa tal figura facilmente trovarai con quella decena del 18 (duplato) laqual è sotto a quel 9 (depenato) perche se ben guardi rettamente sopra a tal 1. tu trovarai esservi 15. non depenato, & pero tu investigarai quante volte possa intrare quello 1. nel detto 15. & tal investigatione tu la farai, come si costuma nel partir per batello, over galia, cioe bisogna limitar lo intrar di quel 1 nel detto 15. talmente che nel restante vi possa intrar quelle medesime volte quel 8. che seguita, & che anchora del restante se ne possa cavar il quadrato di quel tal digito, o vuoi dir di quella tal figura, onde per venir a tal effetto diremo 1 in 15 intraria 9. perche una figura (nelli partiri) mai puo intrar piu di 9 volte, ma facendolo intrar 9 volte veniria avanzar 6. il qual 6 accompagnato con quel 1. che seguita dira 61. nelqual 61 lo sottogiacente 8. non vi potria intrar le dette 9 volte, perche 8 fia 9

terza operatione
15 a
9613 | 9
9 b

quarta operatione
15 a
9613 | 9
98 b
1

quinta operatione
15 a
9613 | 98
988 b
1

sesta operatione
o
51 a
1589
9613 | 98
988
1 b

fia 9 fa 72. Et perche il detto 1 lo faremo intrar solamente 8 volte, & per quelli 8 volte notaremo 8. oltra la linea a b. appresso a quel 9. & lo notaremo anchora sotto a quel 2 (appontando) come nella quinta operatione in margine appare. Fatto questo multiplica quel 8 (oltra la linea a b) fia quel 1 (sotto al 15) fara 8. & questo 8 sottralo del soprapposto 15. restara 7. il qual 7 tu lo notarai sopra al 5. & subito depenarai quel 15. & anchora quel 1. dapoi multiplicarai anchora il detto 8 (oltra la linea a b.) fia quel 8 (che sotto al 2) fara 64. & questo 64 tu lo sottrarai del sopra posto (che è 72.) & ti restara 8. il qual 8 tu lo notarai sopra al 2. & subito depenarai quel 72. & anchora quel 8. ch'è sotto al 2. finalmente multiplicarai il detto 8 (oltra la linea a b) fia quell'altro 8. ch'è sotto al 3 (appontado) fara 64. & questo 64 tu lo sottrarai del soprastante (il qual soprastante è 83) & ti restara 19. il qual 19 tu lo notarai secondo che si osserua nel partir per batello, ouer galea, & tutte le altre soprogiacente figure depenarai, come nella sesta operatione in margine appar, & cosi tu concluderai la radice del detto 9623 esser quel 98. ch'è oltra la linea a b. & che oltra di quello gli auanza 19. cioe se'l detto 9623 fara di qualita discreta (come fu detto nella 5) tu dirai tal radice esser 98. & auanzar 19. ma essendo di qualita continua non si conueneria a risponder tal radice in questa forma (come fu detto nella 8) anzi bisogneria di quel 19 che auanza formarne vn rotto per la regola data nella detta ottaua, cioe poner quel 19. che auanza sopra vna virgola, & di sotto a tal virgola metterai il doppio della radice trouata (cioe di 98) il qual doppio fara 196. siche facédo il detto rotto fara in questa forma $\frac{19}{196}$, qual giōto alla detta radice fara $98\frac{19}{196}$, & tanto fara la radice propinqua al vero del detto 9623. dico propinqua al vero, accioche tu non pensassi, che la fosse di precisione, anzi tien questa regola fermo, che ogni volta, che sopra alla tua operatione ti auanza qualche cosa tu sei sicuro, che tal radice è sorda, cioe che la non è discreta, & esser impossibile a poterla notificar per numero di sorte alcuna, cioe ne per numero sano, ne manco per numero rotto. Egli è ben vero che per linea la si puo perfettamente dare, come nel nostro processo si fara manifesto. Et se della soprascritta conclusione ne vorrai far proua multiplica quel 98. in se medesimo, cioe 98 fia 98 fara 9604, alqual aggiongegli quel 19. che ti auāzo, & fara 9623. e per esser equale al detto nostro numero, delqual fu cauata tal radice, diremo che la detta nostra operatione è stata buona. Tu la potresti anchora approuare con la proua del 9. ouer del 7. & acciochetu intendi il tutto voglio, che la prouiamo per 7. & per far tal effetto caua la proua di 98. tu trouarai quella esser 0. laqual multiplicata (per intender l'ordine) in se medesima fara pur 0. alqual 0. tu gli aggiongerai la proua di quel 19. che ti auanzo (laqual proua è 5) & fara pur 5. & cosi 5 debbe esser la proua del nostro 9623. & perche cauandola la trouaremo pur 5 diremo la detta nostra operatione esser stata ben fatta per ragion naturale. La $\sqrt{}$ propinqua di 9623 fara $98\frac{19}{196}$

Bisogna notar che se ti paresse di voler trouar vn'altra seconda radice al detto 9623. piu propinqua di quella $98\frac{19}{196}$ tu lo puoi fare per l'ordine dato nella 9. & nō solamente vn'altra seconda puoi trouare, ma vna terza, & con quella vna quarta, & cosi andar procedendo in infinito.

Di certe auertentie sopra il cauar, & dar una radice di un numero non quadrato nelli numeri naturali.

12 ALcun poria dir, come sapero io nelli numeri naturali, ouer mathematici nel cauar delle radici quadre, quali siano di qualita discreta, ouer di qualita cōtinua accio sappia, come debba rispondere la radice quadra di quel tal numero proposto, rispondo & dico che la ragion naturale t'insegna questo, perche se per sorte vn sargente volesse formar vna battaglia quadra di gente, poniamo di fanti 9623. & che quel tal sargente ti adimandasse in simil caso quanti fanti douera metter per fila, ouer uoi quanti fanti fara il detto quadro per faccia, ouer per lato. In questa tal questione volendola risoluere a ti non accaderia altro che a cauar la radice quadra del detto 9623. & risponderia, come numero di qualita discreta, & secondo la consideration del mathematico, delqual le sue vnita sono indiuisibile dicendo (come fu detto nella precedente) tal radice esser 98. & auanzar 19. & cosi tu concluderesti a quel tal sargente, che douera mettere 98 fanti per fila, & trouaria venirne 98 file, che a 98 fanti per fila faranno vna battaglia quadra di gente di fanti 98 per faccia, o vuoi dir per ciascun lato, & auanzargli anchora quelli fanti 19. fuora di detta ordinanza, si che la ragion naturale t'insegna a rispondere la detta radice (in vn simil caso, come è stato detto, & la detta ragion naturale t'ha auertente, come che saria cosa ridiculosa (in questo caso) a voler rispondere, ouer dare questa tal radice per quell'altro modo, che fu detto conuenirsi alli numeri di qualita continua, dicendo che douesse (tal sargente) mettere fanti $98\frac{19}{196}$ per non potersi ne conuenirsi tuor quelle $\frac{19}{196}$ di vno fante, perche vn'huomo è indi-

visibile in quanto alla specie, perche dividendolo in quanto alla quantita, come si fanno li castroni in beccaria il non saria piu huomo, ne parte di huomo.

Ma voltando carta, quando che'l detto numero 9623 fosse tanti passa superficiali, essempi gratia poniamo che'l fosse detto, egli e un quadro, over quadrato, che l'area sua superficiale e passa 9623. (pur superficiali) si adimanda quanti passa lineali sara per faccia il detto quadro per risolvere questo tal quesito per numero propinquo al vero non vi occore altro, che a cavar la radice propinqua di tal numero 9623 laqual cavandola per l'ordine dato nella precedente sara per 98 $\frac{19}{196}$. & tanti passi lineali saria per faccia il detto quadrato, & se di quel rotto di passo ne vorrai cavar piedi, & oncie, tu dei saper che piedi 5 sono un passo, & pero multiplica per 5 quel 19 (sopra la virgola) fara 95 da partir per 196. ma non si puo, & pero multiplica quelli piedi 95 per 12. perche oncie 12 fanno un piede, faranno oncie 1140. quale partendole per 196. te ne venira 5 $\frac{160}{196}$. & cosi passa 98. piedi 0. oncie 5 $\frac{160}{196}$ sara per faccia il detto quadro, & tal risposta saria conveniente, ma disconveniente saria ben in questo caso a rispondere, overo a dare tal radice per quel altro modo, cioe a dire, che tal quadrato saria per faccia, overo per lato passa 98 lineali, & che avanzaria passa 19. et pero in simel questioni bisogna avertire. Hor ritornando al nostro proposito, dico che havendo ben inteso il modo, over la regola di saper cavar la radice quadra di numeri, dove che'l numero delle figure ricevono duoi ponti spero con gran facilita di darti intender il modo, over regola di cavar la detta radice di quelli numeri, che'l numero delle loro figure ricevano 3. over 4. overo piu ponti.

prima operatione

a
968372
b

14 Volendo anchora estraere, over cavar la radice quadra di questo numero 968372. prima assettalo con la sua linea a b. & dapoi pontarai le figure secondo l'ordine dato nella 10. cioe come che nella prima operatione in margine vedi, & perche questo numero di figure ricevono tre ponti, cioe il primo sopra il 2 della prima figura il secondo sopra il 3 (terza figura) & il terzo sopra il 6. quinta figura, liquali 3 ponti ne dinota tal radice esser di 3 figure composta, hor dico che tu debbi trovare le due prime di dette figure radicale secondo l'ordine dato, & mostrato nella 11. & nella 12. cioe cavar le radici di quelle quattro figure, che sono dalla banda sinistra, cioe da quel 9683, lequali ricevono li duoi ultimi ponti, & pero quelle sole ne daranno due figure radicali per esser di duoi ponti, come e detto, & pero cavando la detta radice di quelle 9683 per l'ordine detto, & dato nella detta 11. & 12 trovarai quella, over quelle esser 98. & sopravanzar 79. come nella seconda operatione appare, il qual 79 (che avanza) accompagnato con quelle altre due sequente figure dira 7972. come che nella detta seconda operatione poi sensibilmente vedere, hor per trovar l'altra terza figura radicale (laqual si debbe trovar sotto a quel 2 del primo ponto) & per trovarla (per regola generale) duplica quelle due figure radicale oltra la linea a b. cioe quel 98 fara 196. mettera il numero, cioe quel 6 sotto a quel 7 dove non e alcun ponto sopra, & le altre due figure (cioe quel 19) ne gli altri duoi sequenti luoghi, come che nella terza operatione appare, fatto sotto a quel 2 (dove e il ponto) bisogna trovar un digito, cioe un numero, over una figura di tal qualita, che multiplicato fia quel 196 (duplicato) & dapoi in se medesima disfaccia il sopra posto 7972. over piu vicino che sia possibile, ilche facilmente si trovara per mezzo di quella volta del 196. cioe quel centenaro, cioe vedendo quanto che il detto puo intrar in quel 7 (non depenato) a lui sopra posto, & limitar tal suo intrar, che nel residuo li sequenti vi possino intrar il medesimo (come si costuma nelli partiri per batello, over galia, ilche facendo tu trovarai, che vi potra intrar 4 volte, il qual 4 tu lo notarai in duoi luoghi, cioe oltra la linea a b. appresso alle altre due, & anchora sotto a quel 2. dove che di sopra e il primo ponto, come che nella quarta operatione in margine appare, & fatto questo procederai, come si fa nelli partiri per batello, cioe va multiplicando per quel 4 radicale (cioe che e oltra la linea a b.) fia le figure di sotto la operatione, cominciando da quel 1. dicendo 4 fia 1 fa 4. cavalo di quel 7. che di sopra gli sta, & restara 3 segnagli sopra quel 3. & depena quel 7. & cosi seguitando dirai 4 fia 9 fa 36. qual sottrarai di quel 39. che di sopra gli sara, & restara 3 sopra al 9. depenando le soggiacente, & cosi facendo con il 6. & con il 4. che seguita ti restara di sopra 116 (non depenati) come nella quinta operatione in margine appare, & cosi concluderemo la radice quadrata del detto 968372 esser quel 984. che e oltra la linea a b. & avanzar 116. essendo quantita discreta, ma essendo quantita continua poneremo quel 116, che avanza sopra una lineetta, e di sotto di tal linea gli poneremo il doppio di 984. cioe della radice cavata, il qual doppio sara 1968. ilche facendo stara in questa forma $\frac{116}{1968}$ qual giontovi con 984 fara 984 $\frac{116}{1969}$. & tanto concluderemo esser la radice propinqua del detto 968372, che e il proposito.

seconda operatione

0 a
2
79
1449
968372 | 98
988
2
b

terza operatione

0 a
2
077
1449
968372 | 98
9886
219
b

quarta operatione

0 a
2
077
1449
968372 | 984
98264
219
b

15 Volendo

25 Volendo anchora dimostrare, over cavare la radice de 96837278. le qual figure se le notarai, & pontarai secondo il solito tu trovarai che vi occorre quattro ponti, come nella prima operation appare, hor per abbreviar parole dico che tu debbi cavar la radice di quelle sei figure verso man sinistra (cioe di 968372) precisamente secondo l'ordine detto, & fatto nella precedente, & perche sono quelle medesime figure della precedente, te ne veniria medesimamente quel 984. che ti viene in quelle, et ti avanzera di sopra quel medesimo 116. che di sopra ti avanzo, come nella seconda operation appare, fatto questo duplicarai (secondo l'ordinario) la detta radice fin hora cavata, cioe quel 984. fara 1968. & di questo dupplato metterai lo 8 sotto il 7 (non pontado) & le altre figure di tal dupplato andarai oltra assettando di mano in mano, come nella terza operatione appare, & fatto questo sotto al 8 (pontado) bisogna investigar di trovar un digito, o vuoi dir una figura di tal coditione, che multiplicata fia quel 1968 (dupplato) & in se medesima disfaccia tutto il soprapposto, cioe quel 11678. over almanco piu vicino che sia possibile, & questo tal digito, facilmente si trovara con quel 1 (del dupplato) secondo l'ordine del partir per battello, cioe vedendo quante volte il detto 1 puo intrare nel numero a lui sopra posto (non depenato) il qual e 1. & per tanto diremo 1. in 1. intrarai una volta, ma perche nel restante le consequente figure non vi poteria intrar quella volta, egli e necessario a farlo intrar nulla volta, & tal 0. bisogna secondo l'ordinario notarlo in duoi luoghi, cioe oltra la linea a b appresso alle altre figure radicale, & anchora sotto al 8 (appontado) come che nella quarta operatione appare, laqual 0. (oltra la linea a b.) multiplicandola (per seguir l'ordine) di mano in mano nelle sottogiacente figure del numero 19680. & tai multiplicationi andarle sottrando dalle figure del sopra notato avanzo, cioe di 11678. te ne veniria a restar quel medesimo 11678. come da se puoi considerare, & pero non ho voluto far alramente questa ultima operatione per non ti confondere lo intelletto con tante operationi, & pero concluderemo la radice del detto 96837278. esser 9840. & avanzar 11678. essendo quantita discreta, ma essendo continua tu poneresti quel avanzo 11678 sopra a una virgola, & di sotto da quella tu gli poneresti il doppio della nostra radice cavata, cioe il doppio di 9840. che faria 19680. & staria in questa forma $\frac{11678}{19680}$, che gionto a 9840 fara $9840\frac{11678}{19680}$. & tanto fara la radice propinqua del detto 96837278. Et se per sorte ti paresse di voler trovar un'altra seconda radice piu propinqua alla verita della sopraścritta, lo puoi far per il modo dato nella nona di questo. Et senza che piu oltra mi stenda son certo (per le regole date) per te medesimo saprai cavar tal radice nelli numeri, dove che'l numero delle sue figure ricercassino non solamente 5. over 6 ponti, ma in ogni altro maggior numero di detti ponti, perche in tutte si osserva il medesimo ordine.

26 Nella estration delle dette radici quadre delli numeri non quadrati, propone Oroncio di voler dare un'altro modo, piu sottile, & piu preciso del sopra posto (da nostri antichi ritrovato) & per essequir tal effetto dice che a quel numero, che desideriamo di trovar tal radice quadra, gli dobbiamo aggiongere dalla banda destra quante nulle ne pare distribuite per numero paro, come saria a dire 00. over 0000. over 000000. & cosi discorrendo osservato lo accrescimento del numero binario, & che dapoi di questo numero risultante, dice che dobbiamo cavarne la radice del tutto secondo la regola sua (di sopra data) & dalla detta radice dice che dobbiamo tuore, over levare tante figure dalla banda destra quanto sara la mita del numero delle nulle, che gli fu aggionte, & il restante delle figure, che sara verso la parte sinistra sara il numero integro di detta radice, & quelle figure, che saranno state serrate, over tolte dalla banda destra, multiplicandole poi per quel numero articolo, che ne parera di denominare le parti di quel numero integro, come saria a dir per 10. se vorremo denominar le parti del nostro integro per 10. over per 20. se le vorremo denominar per 20. over per 30. over per 40. over per 60. se per 60. le vorremo denominar, cioe se vorremo dividere il nostro integro in 10. over in 20. over in 30. over in 40. over in 50. over in 60 parti, come costumano gli astronomi li gradi in 60 minuti. &c. Et cosi da tal produtto serrar per fuora dalla banda destra, cioe tagliar fuora tante figure quanto sara la mita delle predette nulle aggionte, & le restante figure scriverai appresso al numero de gli integri per avanti trovate per la prima frattione denominata da l'articolo multiplicante, & dapoi questo multiplicarai un'altra volta quelle figure serrate, over tagliate fuora dalla banda destra per il medesimo articolo, & dal produtto removerai, over serrarai fuora medesimamente tante figure, come prima per dalla banda destra, & il restante collocarai appresso a quell'altro rotto per la seconda frattione del medesimo integro, o per dir meglio per la frattione di una unita della prima frattione denominata dal medesimo articolo, & cosi con tal ordine si poteria procedere in infinito, come dimostra, & per farsi meglio intendere, per essempio propone di voler cavare la radice

quinta operatione

00	a	
131		
0773 1		
154096		
968372		984
95364		
119	b	

La R. propinqua di 968372 sara $984\frac{116}{1969}$

prima operatione

	a
96837278	
	b

seconda operatione

00	a	
131		
7731		
154096		
96837278		984
95364		
119	b	

terza operatione

00	a	
131		
07731		
154096		
96837278		984
955641		
11996		
1	b	

quarta operatione

00	a	
131		
07731		
154096		
96837278		9840
9556410		
11996		
1	b	

La R. propinqua di 96837278 sara $9840\frac{11678}{19681}$

Oroncio

01
0127
033451 a
0143346
10000000 | 3|162
3612622
663 b

3|162
| 60
primi 9|720
| 60
secondi 43|200
| 60
terzi 12|000

di 10. & per cavar tal radice piu precise della sua regola ordinaria dice che gli dobbiamo aggiongere sei nulle da man destra, & sara 10000000. dal qual numero dice, che gli dobbiamo cavar la radice secondo l'ordinario (detto nelle precedenti operationi) per il qual modo trouaremo tal radice esser 3162. & auanza 1756. come che in margine vedi di questo auanzo non se ne tien conto per esser cosa d'insensibil errore, ma di questa radice 3162. dice che se ne debbe leuar via tre figure da banda destra, cioe serrar fuora quel 162. perche la mita di quelle sei nulle, che gli fu aggionte e 3. & il restante di tal leuatione delle dette tre figure sara quel 3 mezzo, & questo 3 dice che lo dobbiamo seruare per il numero integro della futura radice, & quel 162 che leuato, ouer serrato fuora, parendone di voler diuidere il nostro integral tutto per 60. per esser tal diuisione famigliare alli mathematici multiplicaremo il detto 162 per 60 sara 9720. & da questo serrar fuora modestamente 3 figure, cioe quel 720. & ti restara 9 per li primi minuti, liquali si debbono metter appresso alli 3 integri, & dira 3. & minuti 9. & volendo anchora cauarne li secondi minuti multiplicar quel 720 pur per 60 sara 43200. da serrar fuora pur tre figure per la medesima ragione, cioe quel 200 restara 43 secondi, finalmente multiplicando anchora quel 200 per 60 sara 12000. dal qual serrando fuora similmente 3 figure, cioe quelle 000 restara 12 terzi, liquali primi, secondi, & terzi insieme con li 3 integri dira, ouer sara 3 integri 9 primi minuti 43. secondi, & 12 terzi, & tanto conclude esser la detta radice di 10. laqual sua regola anchora che in questo caso, & con tal sua aditione di dette sei nulle. 000000. sia alquanto piu propinqua alla vera radice in bassezza, cioe in scarsezza di quello si trouaria quella sola secondo l'antica regola, in soprabondantia, nondimeno molte volte il trouara seguir al contrario, cioe che la nostra regola antica dara la detta radice assai piu propinqua alla verita di questa sua, che lui dice esser piu sottile, & piu precise, come che di sotto si mostrara, che tal sua regola è di gran manifattura, & tanto piu quando, che il numero proposto da cauar la detta radice sara numero grande, cioe che'l numero delle figure ricercasse tre, ouer quattro ponti, al qual giongendoui poi anchora 4, ouer 6 nulle si faria molto piu grande, & crescera fatica assai, com'è detto di sopra, & come di sotto si fara manifesto.

Della causa di tal sua regola, ouer di tal sua operatione.

12 LA causa di tal sua regola, ouer operatione è questa che quello aggiongere di 00. ouero 0000. ouero 000000. ouer piu nulle ascendenti per numero binario lo fa per far le misure quadrate del numero proposito in parti, cioe o in diece parti, ouer in 100. ouer in 1000 parti quadrate, accioche il resto di tal radice sorda venghi a cascar sopra l'una di quelle parti, & non sopra il tutto, perche egli manco errore a lasciar andar per nulla un rotto di un piccolo, ouer di un daparo, che un rotto di un ducato, & pero quando, che al numero proposto vi se gli aggionge due nulle vien ad hauer multiplicato quelle unita quadrate del detto numero per 100. cioe per il quadrato di 10. & pero con tal cautella vien ad hauer diuiso tutte quelle unita lineali del proposito numero in 10 parti equali, onde cauandone poi la radice il numero della detta radice vien a esser di quelle parti decime, & il restante di tal operatione vien a esser un rotto di una di quelle parti decime, & per esser rotto di cosi minima lo lascia andar a monte, & perche il numero della detta radice è di parte decime, per farle poi integre vuol che si partino per 10. con il serrar fuora quella figura verso man destra per esser la mita delle due 00 nulle (prima aggionte) & cosi quella figura serrata fuora dinota per parti decime da multiplicar per 60. o per quel numero che gli parera da diuidere quelle unita lineali della radice prima. &c. Et pero nel essempio proposto da lui, cioe da cauar la radice di quel 10. aggiongendoui quelle 000000. vien ad hauer multiplicato il detto 10. per 1000000. cioe per il quadrato di 1000. & pero vien ad hauer diuiso le unita superficiale del detto 10. in 1000000 parti, onde le unita lineale vengono a esser diuise solamente in 1000 parti, cioe nella radice del detto 1000000. & pero quella radice, che ne è venuta, cioe quel 3162 vengono a esser parti millesime, onde partendole per 1000. con il serrarne fuora quelle tre figure dalla banda destra vien a venire 3 unita integre, & quelle 162 vengono a esser $\frac{162}{1000}$, onde volendo di questo rotto cauarne li primi minuti a ragion di 60 al integro, & dapoi secondi, & dapoi li terzi si vanno multiplicando per 60. & partendo per 1000 di mano in mano, come di sopra è stato fatto, & cosi hai inteso la causa di tal sua operatione.

Come che la sopradetta regola data da Orontio alle volte dalle dette radici sorde piu lontane dalla verita di quello fa la regola data da nostri antichi mathematici.

28 ANchor che la sopradetta regola data da Orontio in questo caso da lui formato sopra il cauar la radice di 10. con lo aggiongerui sei nulle, sia alquanto piu propinqua alla verita (cioe alla

vera

vera radice di 10) di l'altra, perche il quadrato di questa saria 9[illegible], il qual quadrato scarseggieria dal nostro 10. in questo rotto [illegible], & il quadrato di questa cauata secondo la regola de gli antichi arabi, saria 10[illegible], si che il quadrato di questa soprabondaria il nostro 10 in [illegible], & quella di Orontio scarseggiaria (com'è detto) il detto nostro 10 in [illegible], & perche questo [illegible] è alquanto menor in quantita di [illegible], & pero in questo caso vien a esser alquanto piu propinqua alla verita de l'altra anchor che'l suo error è in scarseggiar, & quello de l'altra in soprabondar, nondimeno questo procede per hauer lui diuiso in cosi gran numero di parti ciascuna di quelle vnita superficiali di quel 10. con aggiongerui quelle sei nulle, perche con tal aggiongimento di dette sei nulle lui vien a diuider ciascuna di dette vnita superficiali in 1000000 parti superficiali, per laqual cosa ciascuna di quelle vnita lineali (cioe di quelle misure della radice) vien a esser diuisa in 1000 parti (cioe nella radice del detto 1000000, ma quando che lui hauesse ciascuna di quelle diuisa solamente in 100 parti superficiali, cioe aggiongendo solamente due nulle a quel 10. che faria 1000, onde cauandone poi la radice quella si trouaria 31 (lasciando andar l'auanzo, come dice) & questo 31 partendolo per 1. con il serrar fuora quel 1. & quel 1 multiplicarlo per 60. come lui comanda, & partir pur per 10. ne veniria in tutto 3 integri, & 6 primi, onde il quadrato di questa sua radice scarseggiaria di 10. questo rotto [illegible], cioe che il suo quadrato saria solamente 9[illegible], & quello della nostra cauata per l'antica regola saria 10[illegible], si che si vede la sua esser in questo caso molto piu lontana dalla verita della nostra cauata secondo la detta antica regola, & se al detto 10 gli trouassimo la sua seconda radice (come si mostra nella nona) molto, & molto piu propinqua saria tal radice alla verita di questa cauata con tal sua regola.

Questa tal regola di aggiongere di nulle, egli è manifesto esser stata trouata piu presto per vn certo natural discorso, ouer giudicio, che per ragion geometrica, ouero arithmetica, & pero quantunque tal regola in questa specie di radice quadra, laqual è la prima, & minima di tutte le altre specie di radice, nō si discosti molto dalla verita, nondimeno nelle altre maggior specie fara li suoi errori molto, & molto piu apparenti, ouer discosti dalla detta verita, come che sopra le radici relate, & altre si fara manifesto, & questo procede, che tutti li piccoli errori fatti senza ragione, & misura nelle cose minime, ouer piccole, nelle grande si fanno poi molto grandi, & piu manifesti.

27 LA causa della regola data da nostri antichi per cauar la radice quadra, & similmente quella da formar il rotto di quello, che sopr'auanza nelli numeri non quadrati per dar tai radici propinque al vero, il non si puo negare, che quella non si possa assignare per la quarta propositione del secondo di Euclide, nellaqual si dimostra, che se si sara diuisa vna linea in due parti, come si voglia che il quadrato di tutta la linea sempre sara eguale alli quadrati di quelle due parti, & al doppio del dutto di vna parte in l'altra, perche se ben consideriamo il senso di questa propositione, & il modo operatiuo nella detta estrattione si trouara esser, come habbiamo detto, pur per farlo piu chiaro veniremo allo essempio, ponemo che sia il quadrato a b c d. che l'area sua sia piedi 1024 superficiali, hor volendo mo saper quanti piedi lineali sia ciascun suo lato, per certificarsi di questo non vi occorre altro, che cauar la radice quadrata del detto 1024. & tanto quanto sara tal radice tanti piedi sara per faccia il detto quadro, & per cauar tal radice ponteremo le figure del detto 1024. secondo l'ordinario, & trouaremo che tai figure vengono duoi ponti, come appar in margine, & pero la sua radice sara di due figure la prima di dette due figure (cioe le decine) si trouara sotto al secondo ponto, cioe sotto a quel 10. la radice delqual 10 sara 3 decene, l'altra seconda figura (cioe il numero) si trouara sotto al primo ponto (cioe sotto a quel 4 del 24) imaginaremo adonque il lato. c d. del detto quadrato esser diuiso in due parti in ponto e. dellequai due parti sin hora ne habbiamo trouata la maggior, che saria quel 3 (radice di 10) dico maggiore, perche tal 3 è 3 decene, diremo adonque la parte. c e. esser 3 (cioe 3 decene) per trouar mo dimostratiuamente la menore (cioe la e d.) tiraremo il diametro. c b (del quadro) & dal ponto. e. tiraremo la linea e g h. equidistante al lato b d. & dal ponto g. tiraremo la linea. g f i. per equidistante al lato. a b. & fatto questo, dico che la superficie. c e f g. esser il quadrato della. c e. (per il corrolario della detta 4 del secondo di Euclide) onde siamo certi tal quadrato esser 900 (per esser la. c e. 30) il qual 900 tratto di quel 1024. restara 124. & tanto veniria a esser il gnomone, cioe quella superficie. a f g h e d. che circonda quella mita del quadro f g e c. hor per trouar mo quanto sia la. e d. noi siamo certi (per la detta 4 del secondo di Euclide) che il detto gnomone (qual come detto è 124) esser eguale al dutto della detta. e d. nel doppio della. c e. & al quadrato della medesima. e d. & pero bisogna trouare vn digito di tal conditione, che multiplicato nel doppio della. c e. (il qual doppio saria 6 decene) & in se medesimo destruza quel 124. ouer piu vicino, che sia possibile (come nella estrattion di dette radici si costuma) il qual

digito cercandolo secondo l'ordine dato sopra alle dette estrattioni (per auanti fatte) trouaremo questo esser 2. il qual 2 posto appresso a quelli 3 diceme nel principio trouate sara 32. et tanto sara la detta radice di 1024. laqual radice s'intende esser discreta, & non sorda, perche sopra a tal operatione non vi auanza. 0. che se ne farai proua trouarai cosi essere, cioe se cauarai detta radice trouarai, che ti auanzara. 0.

Corollario.

DAlla sopra narrata propositione di Euclide si manifesta, che se si fara vna linea diuisa, come si voglia il quadrato di tutta la detta linea sempre sara equale a quelli 3 principali produtti, cioe al quadrato della prima parte, & al doppio del dutto della prima parte nella seconda, & al quadrato della seconda parte. Cioe il primo produtto vien a esser il quadrato della detta prima parte (laqual prima parte s'intende quella ch'è a man sinistra) il secondo produtto vien a esser il doppio del dutto della prima parte sia la seconda, il terzo, & vltimo produtto vien a esser il quadrato della seconda parte.

Come che quella regola trouata (per mia openione) da gli antichi arabi (narrata nella 8) per determinare la radice propinqua delli numeri non quadrati, è stata trouata per ragion geometrica, & non per ragioni naturali.

10 CErtamente non è da dubitare, che quella regola data da nostri antichi mathematici, per formar quel rotto nelle radici sorde (detta nella ottaua di questo) esser stata trouata per ragioni mathematici, & non naturali, anchor che tal radice non sia (ne dar si possa) precisa, & questo si manifesta con la predetta quarta del secondo di Euclide, perche se si fara poniamo il quadrato a b c d. che l'area superficiale sia poniamo piedi 10. superficiali, & che di quello vogliamo determinare quanto sia il lato, cioe quanti piedi lineali sia il lato di quello, & perche tal lato sara precisamente la radice di di 10. laquale prima saria 3. & auanzaria 1. il qual 1. che ne auanza ne dinota tal lato esser alquanto piu di 3. hor supponiamo che la linea c e. sia li detti piedi 3 lineali, & che la e d. sia quello che superchia li detti piedi 3. & sia tirato il diametro c b. & dal ponto e. sia tirata la e h. equidistante alla b d. & dal ponto g. doue che quella sega il diametro c b. tirar la linea g f i. & fatto questo egli e manifesto, che il quadrato c e g f. esser 9. (per esser il suo lato c e. 3.) adonque il gnomone a b d e g f. esser 1. perche cauando il quadrato c e f g. (ch'è 9) dal quadrato a b c d. ch'è supposto esser 10. restara 1 (com'è detto) per il detto gnomone, & perche il detto gnomone (per la detta 4 del secondo di Euclide) vien a esser equale al dutto della e d. nel doppio della c e. (qual doppio saria 6) & al quadrato della detta e d. & perche la e d. necessariamente è manco di 1. (perche se la fosse 1. ouer piu di 1. il quadrato a b c d. saria 16. ouer piu di 16. & non è accetto, che 10 (dal presupposito) et pero seguita la detta e d. esser manco di 1.) cioe conuien esser vn rotto, & di tal qualita, che multiplicato sia il detto doppio della detta c e. & in se medesimo faccia la quantita del detto gnomone (laqual è 1) ouer almanco piu propinquo che sia possibile, & benche a tastone molti rotti si poria trouar, che dariano molto appresso al segno (ma niun mai se ne poria trouar che desse precisamente in brocca (per non esser tal numero quadrato) onde per trouarne vn per regola ferma (& non a tastone) assai propinquo al vero piu speditamente, che trouarne vno, che multiplicato simplicemente sia il detto doppio della c e. che facesse la detta quantita del gnomone (laqual è 1. come è detto) & perche il doppio della detta c e. è 6. partendo adonque quel 1. per il detto 6. ne venira $\frac{1}{6}$. il qual $\frac{1}{6}$ multiplicato sia il detto 6. fara la detta quantita del gnomone, cioe fara 1. & cosi in questo caso si dira la detta e d. esser circa a $\frac{1}{6}$. & tutta la c d. esser circa $3\frac{1}{6}$. dico circa $3\frac{1}{6}$. perche la non è di precisione, perche douendo esser di precisione bisognaria, che la quantita del gnomone fosse $1\frac{1}{36}$. cioe equale al dutto della detta e d. nel doppio della c e. & al quadrato della detta e d. (per la detta 4 del secondo di Euclide) cioe se l'area superficiale del detto quadrato a b c d. fosse $10\frac{1}{36}$. dico che in tal caso il detto gnomone veniria a restar $1\frac{1}{36}$. perche a cauar il quadrato f g e c (qual è 9) dal quadrato a b c d (qual di nuouo supponiamo $10\frac{1}{36}$) restara $1\frac{1}{36}$ per il detto gnomone, & perche il dutto della e d (essendo $\frac{1}{6}$) nel doppio della c e (qual doppio è 6) insieme con il quadrato della medesima e d (qual quadrato è $\frac{1}{36}$) è equale precisamente al detto gnomone (qual è precise $1\frac{1}{36}$ dal nuouo presupposito) onde (per la detta 4 del secondo di Euclide) tutta la linea c d (lato del quadrato a b c d) veniria a esser in questo caso precisamente $3\frac{1}{6}$. perche saria precisamente la radice di $10\frac{1}{36}$. che habbiamo di nuouo supposito il detto quadrato a b c d.

Corollario

Corellario.

21 ET per tanto dalla soprascritta argumentatione si manifesta, come che il quadrato di quella radice propinqua di numeri non quadrati, formata secondo quella regola data da gli antichi arabi, narrata nella ottava di questo esser sempre tanto piu del nostro numero non quadrato, quanto che il quadrato di quel rotto formato con il residuo sopraftante a tal operatione, anchor che tal rotto non restasse in rotto, perche se ben ti aricordi di quello fu detto in quella notatione posta consequentemente alla ottava di questo la radice di numeri non quadrati, che mancano di vna sola vnita a esser numeri quadrati la sua radice propinqua cauata secondo l'ordine della detta regola veniria senza rotto, perche di tal rotto se ne cauaria precisamente vna vnita, & pero il quadrato di tal radice eccedera il nostro numero non quadrato di .1. che sara per a ponto .1. per le sopra notate argumentationi.

Come che le radici quadre, si delli numeri non quadrati, come quadrati si ponno per via geometrica trouar, & dare precisamente per linea.

22 ANchora che le radici di numeri non quadrati, non si possino perfettamente cauare, ne dare per numero di sorte alcuna, cioe ne per numero rotto, ne manco per numero intiegro, ne manco per numero sano, & rotto, nondimeno per regole geometrice tutte si possono perfettamente dare, & assignare per linea, ma per ben intendere la pratica di questa operatione bisogna notare, che li numeri che per questa regola geometrica si proponera di cauarne la radice si debbono intendere numeri di misure superficiali, come saria a dire di tanti passi, ouer di tanti piedi, ouer di tante altre misure formate a nostro piacere, & per tal misura superficiale si debbe intendere per vno quadretto di vna di dette misure per faccia, & per tal misura lineale si debbe intendere simplicemente tal misura, et accio meglio m'intendi poniamo che la linetta .a. posta in margine sia vna misura formata a nostro piacere, & voglio che la supponiamo per vn piede, hor stando questo supposito, dico che tal misura si chiamara vn piede lineale, ma formando il quadretto .b. che sia vno di detti piedi per faccia, dico che tal quadretto .b. si chiamara vn piede superficiale, anchora bisogna notar quando che si propone vn numero di quantita continua da cauarne la radice, sempre tal numero si debbe intendere di misure superficiali, & quando si ha cauata la sua radice tal radice s'intende di misure lineali.

Hor per tornar al proposito nostro, volendo per via geometrica cauar la radice (poniamo) di 6 piedi superficiali, troua duoi numeri che multiplicati l'un fia l'altro faccia .6. & trouarai che .2. fia .3. faranno tal effetto, cioe che faranno .6. fatto questo tira vna linea, che sia longa tanti piedi quanto sara la summa di detti duoi numeri (che e .5.) laqual linea sia la c d. & sopra di tal linea descriuegli vn mezzo cerchio, quale sia c e d. & dal ponto .f. (il qual ponto .f. e quello che distingue li duoi piedi dalli .3. nella detta linea c d.) sia tirata la linea f e. perpendicolarmente sopra la c d. per fin che seghi la circonferentia in ponto .e. & fatto questo dico la linea .f e. esser la radice precisa di detti piedi superficiali, & questo si puo dimostrare per la vltima del secondo di Euclide, perche il dutto della parte c f. nella parte .f d. e equale al quadrato della .f e. & perche il dutto della detta .c f. nella .f d. fa piedi .6. superficiali adonque il quadrato della detta .f e. veniria a esser precisamente piedi 6. superficiali, & perche la detta linea .f e. vien a esser il proprio lato di tal quadro seguita che la detta linea .f e. sia la precise radice di tal quadrato, ch'e il proposito, anchora per il corellario della ottaua del sesto del detto Euclide si manifesta la detta .f e. esser la precisa radice di 6.

Sento il puro pratico in questo luogo lamentarsi di me, per hauer io promesso nel principio del nostro general trattato, che le parti di quello, saranno di tal qualita, che ciascuno da se stesso le potra dinarratamente intender dal principio al fine, per trouarsi forsi lui non capace delle nostre argumentationi, rispondo che in questo luogo son stato sforzato a far questo per assignar la causa a gli huomini scientifici delle cose concluse, lequai cause il puro pratico (per non esser capace d'intender le) bisogna che le presupponga per vere, & tanto piu che con la isperientia se ne potra certificare, essempi gratia supponendo tu che la linea .f e. sia la propria, & vera radice di 6 piedi superficiali, & che tu voglia veder quanto si discosta dalla verita quella radice propinqua del detto 6 cauata secondo quella regola de gli arabi piu volte detta, laqual radice propinqua del detto 6 saria $2\frac{2}{5}$, & questi $2\frac{2}{5}$ s'intendono piedi $2\frac{2}{5}$ lineali, & pero piglia diligentemente con vn compasso la misura di quella linetta .a. (laqual in questo caso e supposta per vn piede lineale) & con tal compasso vedi quante volte intrara, ouer misurara la detta linea .f e. il che facendo tu trouarai che al senso ti parera che 'l detto compasso la misuri 2 volte e mezzo, cioe che tal linea .f e. sia due apriture, e mezza del detto compasso, per il che farai certo, che lo errore di tal radice di 6 (tolta, over cavata secondo l'ordine di detti arabi) esser insensibile nella detta radice, anchor che il quadrato di quella (in questo caso) faccia $\frac{1}{4}$ di piu del nostro 6 (cioe che faccia $6\frac{1}{4}$) ma tal error di $\frac{1}{4}$ s'intende solamente nel suo quadrato, & non nella radice, & pero avertirai.

2 QUando che per sorte il numero di che si havera a cavar la radice geometricamente per linea fusse numero primo, cioe che'l non si potesse trovar dui numeri, che multiplicati l'uno fia l'altro facesse quel tal numero, tal cosa essequirai con la unita, & quel tal numero essempi gratia, poniamo che'l numero, che ne occorra di cavar la radice quadra sia 7 piedi superficiali, & perche il non si puo trovar duoi numeri, che multiplicati l'uno fia l'altro faccia 7. in tal caso torremo la unita et il medesimo numero cioe 1. e 7. perche multiplicati l'uno fia l'altro fanno 7. & cosi tiraremo una linea poniamo la c d (di questo secondo essempio) longa 8 piedi (cioe quanto che e la summa di quei 1. e 7. come in margine appar, & sopra di quella linea farai un mezzo cerchio (si, come fu fatto della passata) qual sia c e d. & dal ponto f. (qual distingue quel la parte di un piede da quell'altra de 7 piedi, cioe la parte c f. dalla parte f d.) tirarai la linea f e. perpendicolare alla c d. per fin che seghi la circonferentia in ponto e. & cosi questa linea f e. dico esser la vera radice di detti piedi 7 superficiali, laqual cosa si dimostra con quelli medesimi argumenti con li quali fu dimostrato la precedente, ma se tu pratico simplice la vorrai approvare con la sperientia cava la radice propinqua di 7 per li modi detti, & trovarai che tal radice propinqua sara piedi $2\frac{2}{3}$ lineali, onde pigliando con il compasso la misura di quella lineetta laqual supponiamo per il nostro piede lineale, & con tal apritura di compasso misurarai la detta linea f e. il che facendo trovarai al senso quella esser perfettamente piedi $2\frac{2}{3}$ anchor che cosi non sia precisamente, & questo procede, perche il suo error non e sensibile, & cosi con tal ordine potrai trovar la detta radice di qual si voglia altro numero, ma bisogna che tu sia diligente nel operare, perche se malamente operarai, malamente trovarai la radice cercata.

Nota che la detta radice propinqua di 7 che per numero hai trovato esser $2\frac{2}{3}$ se la quadrarai trovarai il suo quadrato esser $7\frac{1}{9}$ che saria $\frac{1}{9}$ piu del nostro 7. & se ben tal errore e piu di mezzo pie superficiale (per esser nel suo quadrato) nondimeno nella propria radice (cioe in quelli piedi $2\frac{2}{3}$) e uno errore insensibile, come che con il compasso nella giusta radice f e. te ne puoi certificare, come che di sopra e stato anchora detto, & tanto, questo ti ho voluto replicare accioche tu non credessi, che quello errore di $\frac{1}{9}$ fosse nella propria radice, cioe in quel $2\frac{2}{3}$.

Come si cavano le radici quadre di numeri rotti, e sani, e rotti. Cap. II.

Come si cavano le radici quadre di numeri rotti quadrati.

1 PEr cavar la radice quadra di numeri rotti bisogna notare, come che di tai numeri rotti alcuni sono quadrati, & alcuni no, & molto piu spesso sono li non quadrati, che li quadrati, li quadrati sono solamente quelli, che'l suo numeratore, & anchor il suo denominatore e numero quadrato, come sono tutti questi [illegible], & cosi procedendo in infinito. Onde per cavar la radice di ciascun di loro, & di altri simili cavarai la radice del suo numeratore, & quella ponerai sopra una virgoletta, & di sotto di tal lineetta ponerai la radice del suo denominatore, essempi gratia volendo cavar la radice di $\frac{1}{4}$ cava la radice di quel 1. ch'e sopra la virgola, laqual trovarai esser 1. metti questo 1 sopra una virgoletta in questa forma $\frac{1}{-}$, dapoi cava la radice di quel 4. ch'e sotto la virgola, che trovarai quella esser 2. & questo 2 mettera sotto a quella medesima lineetta dove soprapponesti quello 1. il che facendo dira $\frac{1}{2}$, & cosi concluderai la radice di $\frac{1}{4}$ esser $\frac{1}{2}$, & se ne vorrai far prova multiplica la detta radice in se medesima cioe $\frac{1}{2}$ fia $\frac{1}{2}$, & trovarai che fara il detto $\frac{1}{4}$, & pero sta bene. Et se co tal ordine procederai ne gli altri soprascritti, trovarai le loro radici esser come in margine appar.

Ma bisogna notare che molte volte un rotto sara quadrato, & non parera esser quadrato, perche il suo numeratore, & similmente il suo denominatore non sara numero quadrato, come essempi gratia saria questo [illegible], del quale nel 18 (ch'e sopra la virgola) nemanco il 32. ch'e sotto alla detta virgola e numero quadrato, & nondimeno tal rotto e quadrato, perche se tal rotto lo schifarai per 2. tu trovarai che te ne venira $\frac{9}{16}$, che la radice di quello e $\frac{3}{4}$, & pero il non si puo affermare, che un rotto non sia quadrato, seno quando ch'egli schifato per fin a l'ultima schifatione quando poi che quel sara schifato per fin a l'ultima schifatione se l'uno, & l'altro di duoi numeri, che formaranno quel tal rotto non sara quadrato si potra sicuramente dire tal rotto non esser quadrato, dico l'uno, & l'altro di detti duoi numeri, perche anchor che tal rotto ne havesse uno di detti duoi numeri, che fosse numero quadrato, & l'altro no quadrato (o sia quel di sopra, over quel di sotto) absolutamente si puo giudicare tal rotto non esser quadrato.

Numeri rotti quadrati [illegible]

Le sue radici sono [illegible]

schifa [illegible]

schifa [illegible]

schifa [illegible]

schifa [illegible]

Del primo modo di cauar la radice propinqua nelli rotti non quadrati.

2 MA quando che'l rotto non sara quadrato, & che ne vorrai cauare la radice propinqua al vero (per esser impossibile a cauarla vera, & precise per numero) si puo essequire in duoi modi, il piu commune è a cauar la radice propinqua (ouer andar vicino al vero) si del denominatore, come del numeratore, & dapoi partire la radice del numeratore per la radice del denominatore, & lo auenimento sara la radice propinqua del proposto rotto non quadrato (cioe come che si osserua anchor nelli rotti quadrati) essempi gratia volendo cauar (per questo primo modo) la radice propinqua di $\frac{5}{7}$, caua la radice propinqua di quel 5, ch'è sopra la virgola, che per li modi dati trouarai esser $2\frac{1}{4}$, poi caua anchora la radice propinqua di quel 7 (che è sotto alla virgola) laqual trouarai essere $2\frac{3}{4}$, hor parti $2\frac{1}{4}$ per $2\frac{3}{4}$, & trouarai, che te ne venira $\frac{9}{11}$, & cosi dirai la radice propinqua al vero del detto $\frac{5}{7}$ esser $\frac{9}{11}$, vero è che quadrando questo $\frac{9}{11}$ fara $\frac{81}{121}$, che faria $\frac{38}{847}$ manco delli detti $\frac{5}{7}$, per non esser tal radice la vera radice, il medesimo osseruaresti quando che l'uno di duoi numeri formante quel rotto fosse numero quadrato, essempi gratia volendo la radice propinqua di $\frac{7}{9}$ caua la radice propinqua di 7, laqual trouarai esser $2\frac{3}{4}$, & questa partirai per la vera radice di 9 (laqual è 3) & te ne venira $\frac{11}{12}$, & tanto concluderai esser la radice propinqua di $\frac{7}{9}$, che se ne farai proua, quadrando quel $\frac{11}{12}$ trouarai, che fara $\frac{121}{144}$, che faria $\frac{1}{16}$ piu del nostro $\frac{7}{9}$, & cosi con tal modo cauando la radice propinqua di $\frac{5}{9}$ trouarai quella esser $\frac{3}{4}$, che quadrandola fara $\frac{9}{16}$, che faria $\frac{1}{144}$ manco del nostro $\frac{5}{9}$.

Del secondo modo di cauar la radice propinqua nelli rotti non quadrati.

3 IL 2° modo di cauar la radice propinqua nelli rotti non quadrati è questo multiplica il numeratore fia il suo denominatore, & la radice propinqua di tal produtto partirai per il denominatore di tal rotto, & lo auenimento sara la radice propinqua del proposito rotto, essempi gratia volendo per questo secondo modo cauar la radice propinqua del $\frac{5}{7}$, dico che tu debbi multiplicare quel 5, ch'è sopra la virgola fia quel 7, ch'è di sotto alla detta regola fara 35, & di questo 35 cauane la radice propinqua, che (per li modi dati) trouarai quella esser 6, & questo 6 partirai per il denominatore del nostro rotto, cioe per 7, & te ne venira $\frac{6}{7}$, & tanto dirai, che sia la radice propinqua di $\frac{5}{7}$, che se la prouerai multiplicandola in se medesima, cioe $\frac{6}{7}$ fia $\frac{6}{7}$ fara $\frac{36}{49}$, & questo faria $\frac{1}{49}$ piu del nostro $\frac{5}{7}$, & per la regola del primo modo trouassimo tal radice esser $\frac{9}{11}$ il quadrato, della quale (se ben ti aricordi) era $\frac{38}{847}$ manco del detto nostro $\frac{5}{7}$, & pero fu maggior errore, perche $\frac{1}{49}$ è assai manco di $\frac{38}{847}$.

4 MA nota che se ben di questo secondo modo malamente s'intende la causa della sua operatione, nondimeno tal modo è generalmente piu giusto, ouer manco fallace del primo, & quantunque la causa di questo non potra forsi esser intesa per le cose sin a questo luogo dette dal studente della presente opera, per non hauer anchora parlato della pratica delle proportioni, & proportionalita, & li suoi mirabili effetti, ma quando che con il suo studio sarai gionto alla terza del settimo capo di tal trattato (nellaquale si mostra per la notitia del primo, & dell'ultimo di tre termini proportionali a saper trouar il termine di mezzo, ponendoui cura da te medesimo trouarai la causa di tal seconda regola.

Dapoi scritto il sopra notato aricordo mi ho pensato, che molti studiaranno la presente opera, liquali hauerrano visto, & inteso il nostro precettor Euclide Megarense, onde per satisfare a questi tali (anchor che preterisca al nostro ordine) voglio dichiarare la causa di tal seconda regola, ouer modo, dico adonque che questo secondo modo è molto piu scientifico, piu giusto, ouer manco fallace del primo per questa ragione, che nel primo, la maggior parte delle volte siamo soggetti a duoi errori, cioe nel cauar quelle due radici propinque, cioe quella del numeratore, & quella del denominatore, perche ne l'una, ne l'altra è perfetta (& massime quando, che ne l'un ne l'altro è numero quadrato) Ma in questo secondo modo non siamo soggetti saluo che a vn solo errore, cioe in cauar quella radice propinqua della multiplicatione del numeratore fia il suo denominatore, & perche tal radice va poi partita anchora per il medesimo denominatore tal errore si va sminuendo, & accioche ben intendi questo secondo, voglio che per questo recauiamo le dette radici propinque a ciascun di quelli medesimi rotti, a chi per l'altro primo modo siamo cauate, & dapoi immediatamente, mostraremo la causa di tal operare, materia non piu audita.

5 VOlendo anchora per questo secondo modo cauar la radice propinqua di $\frac{7}{9}$ multiplica quel 7, che sopra la virgola fia quel 9, che gli è sotto fara 63, cauane la radice propinqua (per li modi dati, che trouarai esser 8, & questa partirai per il denominatore, cioe per 9 & ne

veniria [illegible], & così diresse la radice propinqua di [illegible] esser [illegible], vero è che quadrando questo [illegible] (per farne la prova) trouarai che fara [illegible], che faria piu del nostro [illegible] questo rotto [illegible], & per il primo modo fu concluso la detta radice di [illegible] esser [illegible], & il suo quadrato esser [illegible], che faria [illegible] piu del nostro [illegible], & perche questo [illegible] è assai maggiore di quel [illegible], seguita, che tal radice cauata per questo secondo modo esser molto piu propinqua alla verita di quella cauata per il primo modo.

6 VOlendo anchora cauar (per questo secondo modo) la radice propinqua di [illegible] multiplica 4 fia 5 fa 20, caua la radice propinqua di 20 che (per li modi dati) faria $4\frac{1}{2}$, hora parti questo $4\frac{1}{2}$ per 5 te ne veniria [illegible], & tanto diremo, che sia la radice propinqua di [illegible] il quadrato, della qual radice saria [illegible], che faria [illegible] piu del nostro [illegible], & la detta radice di [illegible] cauata, per il primo modo (se ben ti aricordi) fu trouata esser [illegible], & fu trouato anchor, che il suo quadrato era [illegible], cioe [illegible] manco del nostro [illegible], & perche quel [illegible] è piu di quello [illegible], in questo caso tal radice di [illegible] scarseggiaria alquanto manco della verita, quella cauata per il primo modo, di quello, che soprabondaria questa cauata per questo secondo modo, & quantunque questo sia processo, per esser il numeratore di tal [illegible] numero quadro, che la radice sua (laqual è 2) è netta, cioe senza alcuno errore, nondimeno lo errore di quel [illegible] piu del nostro [illegible] è piu ragioneuole di quello di quel [illegible] manco del detto nostro [illegible], perche le radici propinque cauate secondo l'antico ordine (per il corellario notato nella 21) ragioneuolmente li loro quadrati debbono errar in piu, & non in manco del nostro proposto numero, & pero tal secondo modo vien a esser generalmente piu giusto, ouer manco fallace del primo, & tal sua regola è piu da scientifico che quella del primo modo.

7 IT la causa di tal modo operatiuo si caua dal corellario della 18 del 6 di Euclide da noi tradutto (dico da noi tradutto, perche nelli latini varia di numero tal propositione 18) perche se ben consideri la radice della multiplicatione del denominatore fra il numeratore (per la 17 del sesto di Euclide) vien a esser media proportionale fra il detto numeratore, & denominatore, & perche la nostra intentione non è altro che vn voler trouar, che parte, ouer parti sia la radice del numeratore della radice del denominatore, & pero seguita, che noi intendiamo il detto numeratore esser vna superficie quadrata, & similmente il denominatore, & anchora la media proportionale conuien esser superficie quadrata (anchor che quella non sia data perfettamente, ma solamente propinqua) & perche (per il secondo corellario della 19 del sesto di Euclide da noi tradutto) si manifesta, che se tre linee saranno proportionali, si come sara la prima alla terza, così sara la specie, che fara descritta dalla prima a quella che fara similmente descritta sopra la seconda, il medesimo seguita anchora, che la specie descritta sopra la seconda hauera quella medesima proportione a quella similmente descritta sopra alla terza, che hauera la prima linea alla terza linea, & pero perche la proportione che ha la radice del numeratore, alla radice del denominatore quella medesima hauera il quadrato della media al quadrato della terza, & pero si parte quel quadrato della media per il quadrato della terza, & tal auenimento sara equal allo auenimento, che veniria a partire la radice della prima (cioe del numeratore) per la radice del denominatore, & accio meglio m'intendi poniamo che vogliamo trouar la radice di [illegible] quelli duoi numeri, cioe 5 & 6 sono intesi per superficie quadrate, & la radice de l'uno, & l'altro di quelli vien a esser vna linea multiplicando mo questi duoi numeri fara 30, pigliando mo la radice propinqua di 30 (per li modi dati) si trouara esser $5\frac{1}{2}$, & questo $5\frac{1}{2}$ veniria a esser quasi medio proportionale fra li duoi quadrati 5 & 6, & pero il detto $5\frac{1}{2}$ veniria a esser vna superficie quadrata, come che in margine si vede notato, & perche noi non cerchiamo altro, che di sapere che parte, ouer parti sia il lato del quadrato 5 del lato del quadrato 6, liquali lati ne sono occulti, & a voler ritrouarli per propinquita occorreria alquanto di errore in vno, & nell'altro (per le ragioni dette) & perche sappiamo (per li detti corellarij di Euclide) che quella medesima parte, ouer parti che è il lato del quadrato 5 del lato del quadrato 6, quella medesima, ouer medesime sara il quadrato $5\frac{1}{2}$ del quadrato 6, onde partendo $5\frac{1}{2}$ per 6 (che ne veniria [illegible]) & così diremo che il lato del quadrato di 5 (che faria la sua radice) sara li [illegible] del lato del quadrato di 6 (che faria la radice di 6) & non che quando che quel $5\frac{1}{2}$ fosse la vera radice di 30, seguiria, che quelli [illegible] fossero la vera radice delli detti [illegible].

$\boxed{5}$ ℞ $\boxed{5\frac{1}{2}}$ $\boxed{6}$

Corellario primo.

8 DA questa medesima argumentatione si manifesta quando che quel $5\frac{1}{2}$ fosse la perfetta radice di 30, cioe che'l fosse perfetto medio proportionale fra 5 & 6, la medesima conclusione seguiria a partir 5 per $5\frac{1}{2}$, che in questo caso ne veniria [illegible], & quel medesimo doueria venir a partir $5\frac{1}{2}$ per 6, & gia sai che ne vien [illegible], & questa disagguaglianza

glianza procede, perche il detto $5\frac{1}{2}$ non è perfetto medio proportionale fra 5. & 6. per non esser la vera radice di 30, ma propinqua. Et accio meglio intendi questo passo ponemo che vogliamo saper la radice di $\frac{4}{9}$ procedendo per il detto secondo modo multiplicaremo 4 fia 9 fara 36. la perfetta radice, del quale sara 6. & questo 6 (per le ragioni di sopra adutte) saria perfetto medio proportionale fra li duoi quadrati 4. & 9. & anchora il detto 6 saria superficie quadrata, hor dico che tal parte, over parti sara il lato del quadrato 4. del lato del quadrato 9. tali, over tale sara il quadrato 6 del quadrato 9. over tali, over tale sara il quadrato 4. del quadrato 6. & questo facilmente puoi vedere, cioe che la radice di 4 (laqual è 2) è tal parte della radice di 9 (laqual è 3) qual è il 6. che l'uno, & l'altro è li $\frac{2}{3}$, & quelle medesime dico esser anchora il 4. del 6. che è pur li $\frac{2}{3}$. 4 : 6 9

Corollario secondo.

Et pero da quest'altra argumentatione si manifesta che per cavar la radice di un rotto si quadrato, come non quadrato si puo partir il numeratore di tal rotto per la radice vera, over propinqua della multiplicatione del detto numeratore fia il suo denominatore, & si puo anchora partire la radice di tal multiplicatione, o sia vera, over propinqua per il denominatore, egli ben vero che se tal radice non sara vera, ma solamente propinqua, la conclusione fatta per l'un modo, non sara precisamente, come sara quella fatta per l'altro modo, come di sopra si è visto con la radice propinqua di $\frac{5}{6}$, che per un verso è $\frac{11}{12}$, & per l'altro è $\frac{10}{11}$, non di meno il quadrato della prima, cioe di $\frac{11}{12}$ (che saria $\frac{121}{144}$) sopr'abonda il nostro $\frac{5}{6}$ di $\frac{1}{144}$, & il quadrato della seconda, cioe di $\frac{10}{11}$, che saria $\frac{100}{121}$ scarseggiaria $\frac{5}{726}$ del detto nostro $\frac{5}{6}$, ma per esser menor $\frac{1}{144}$ di quel $\frac{5}{726}$ meglio è a dividere la detta radice propinqua del detto 30, cioe quel $5\frac{1}{2}$ per il denominatore, cioe per 6 (del qual partimento ne vien il detto $\frac{11}{12}$) che a dividere il numeratore (cioe 5) per il detto $5\frac{1}{2}$, del qual partimento ne vien $\frac{10}{11}$, & tanto piu che il detto quadrato di $\frac{11}{12}$ falla in piu secondo il suo ragionevol errare, & l'altro erra in manco, cioe al sforzato.

Come si conosce un numero sano, e rotto esser quadrato, & come si cavano le radici di detti numeri sani, & rotti quadrati.

20 Per volerti mostrar il modo da cavar la radice di numeri sani, & rotti quadrati conveniente cosa mi pare, che prima ti dica, come si conoscano li detti numeri sani, & rotti esser quadrati, & per tanto dico che volendo sapere se uno proposito numero sano, & rotto sia quadrato, over non, prima schifa quel tal rotto per fino alla ultima schifatione, & se per sorte il denominatore di quel tal rotto non sara numero quadrato tal numero sano, & rotto senza dubbio, non sara numero quadrato, ma se per sorte il denominatore sara numero quadrato tal numero sano, & rotto puo esser, & non esser numero quadrato, & per certificarti s'egli è quadrato, over non recca il numero sano al suo rotto, secondo l'ordine che si costuma nelli rotti, & se la summa di tal riduttione sara numero quadrato tal numero sano, & rotto sara quadrato, onde per trovar la sua radice, cavarai la radice di tal numero quadrato, & quella partirai per la radice del denominatore, & l'avenimento sara la vera radice di quel tal numero sano, & rotto, essempi gratia sia questo numero $5\frac{38}{50}$, che schisando il rotto dira $5\frac{19}{25}$ dico che per esser quel 25 (denominator di quel rotto) numero quadrato, tal numero $5\frac{19}{25}$ poter esser, & non esser numero quadrato, ma per certificarti di questo reduisse quel 5 a vigesimiquinti multiplicandolo per 25 fara 125, al qual giontovi quel 19. che sopra la virgola fara in tutto $\frac{144}{25}$, & perche tu vedi che quel 144 è numero quadrato, et anchor quel 25, è pur numero quadrato tu sei certo che'l detto $5\frac{19}{25}$ è numero quadrato, volendone mo cavar la radice cava la radice di quel 144 (ch'è 12) cava anchor la radice di quel 25 (ch'è 5) hor parti quel 12 per quel 5. te ne venira $2\frac{2}{5}$, & cosi concluderai la vera radice di $5\frac{19}{25}$ esser $2\frac{2}{5}$, & se ne vuoi far la prova quadra quel $2\frac{2}{5}$, & trovarai che fara quel medesimo $5\frac{19}{25}$, & pero sta bene. Similmente volendo saper se $6\frac{3}{12}$ sia quadrato schifa il rotto, & dira $6\frac{1}{4}$ fa tutto in quarti, & trovarai che fara $\frac{25}{4}$, & perche l'uno, & l'altro di questi duoi numeri è numero quadrato, cava la radice di 25. che fara 5. & questo mettilo sopra una virgola, & dapoi cava la radice di quel 4 (che è sotto la virgola, laqual fara 2. & questo a ponerlo sotto alla virgola, doue ponesti il 5. che facendo dira $\frac{5}{2}$, onde partendo 5 per 2 ne venira $2\frac{1}{2}$, & cosi $2\frac{1}{2}$ sara la vera radice di $6\frac{1}{4}$, & se la vuoi approvare multiplica $2\frac{1}{2}$ in se medesimo dicendo $2\frac{1}{2}$ fia $2\frac{1}{2}$ trovarai che fara precisamente $6\frac{1}{4}$, & pero sta bene, ma quando che la riduttione fatta in quella specie di rotti non fusse numero quadrato, tal numero sano, & rotto non saria quadrato. Essempio

Come si caua la propinqua radice di numeri sani, & rotti non quadrati in duoi modi.

21 MA quando che'l numero sano, & rotto non sara quadrato, & massime quando che'l denominator del rotto non sara numero quadrato non bisogna in conto alcuno vsar quel primo modo (detto nella seconda di questo capo) delli semplici rotti non quadrati, perche quando che'l numero sano fusse grande si causaria anchora errore grande, perche quel poco errore della propinqua radice del denominatore generaria alle volte non poco errore nel partire quella propinqua radice di quel gran numero (sidetto in tal sorte di rotto) ma in tal caso tu puoi pur procedere per due vie l'una da cauar la radice del maggior numero quadrato che sia in quel numero sano, secondo l'ordinario, et quello che di sopra vi restara insieme con quel rotto, che intrarai in compagnia del sano partirlo per il doppio di quella radice gia cauata, & quel che te ne venira di tal partimento gionto con quella radice gia cauata ti dara la propinqua radice di quel tal numero sano, e rotto, l'altra seconda regola, ouer via sara per quel secondo modo detto nella terza di questo capo delli rotti non quadrati, cioe multiplicando il denominator del rotto fia quella riduttion del sano al suo rotto, & la radice propinqua di quel tal produtto partita per il detto denominatore, & lo auenimento sara la propinqua radice di quel tal numero sano, & rotto, essempi gratia sia questo numero $5\frac{2}{3}$, & perche il denominator del rotto (qual è 3) non è numero quadrato tu sai certo tal $5\frac{2}{3}$ non esser quadrato, hor volendo cauarne la propinqua radice per il primo modo, caua la radice solamente del sano, cioe di 5, che trouarai, che sara 2, & auanza 1, qual 1 gionto con il rotto fara $1\frac{2}{3}$, & questo parti per 4 (cioe per il doppio di quel 2) te ne venira $\frac{5}{12}$, qual gionto con quel 2 fara $2\frac{5}{12}$, & tanto sara la propinqua radice di $5\frac{2}{3}$ fanne proua, cioe quadra quella, & trouarai che sara $5\frac{121}{144}$ cioe erraria per quel $\frac{25}{144}$ nel suo quadrato, ma nella radice tal errore non saria quasi sensibile, vero è che alle volte puo errare per questa regola piu di vna vnita nelli numeri propinqui manco di 1 a esser numero di quadrato. Ma volendo cauar la detta radice di $5\frac{2}{3}$ per il secondo modo reduci il tutto in terzi, che fara $\frac{17}{3}$, & perche ne l'uno, ne l'altro di questi duoi numeri è numero quadrato tal $\frac{17}{3}$ non sara quadrato, & pero non si puo di lui cauar perfetta radice per numero, ma volendola cauar propinqua per il secondo modo multiplica li detti duoi numeri l'uno fia l'altro, cioe 3 fia 17 fara 51, cauane la radice propinqua (per li modi dati) trouarai esser $7\frac{1}{7}$, & questo partirai per il 3 (denominator) te ne venira $2\frac{8}{21}$, & cosi $2\frac{8}{21}$ sara la radice propinqua di $5\frac{2}{3}$ per questo secondo modo, & se ne farai proua multiplicando tal $2\frac{8}{21}$ in se fara $5\frac{295}{441}$, che saria solamente $\frac{1}{441}$ piu del nostro $5\frac{2}{3}$, il che tu vedi quanto poco falla con il suo quadrato, pensa mo in quanto manco errara nella radice. Et frate Luca afferma in queste radici di rotti, & di sani, e rotti non quadrati, esser impossibile a cauar tal radice propinqua per regola di pratica, se non a tastoni. Et perche tu hai visto quanto sia piu propinqua tal radice per il secondo modo, che per il primo, & pero ti essorto a fondarti sul secondo in tal estrattioni.

Error di fra Luca

22 VOlendo anchora cauar la radice di $3\frac{1}{5}$ per il detto secondo modo redutto tutto in quinti fara $\frac{16}{5}$, & quantunque l'uno di questi duoi numeri sia numero quadrato, cioe il 16, perche l'altro non è poi quadrato, cioe quel 5, tal $3\frac{1}{5}$ non sara quadrato, & pero non si potra cauar perfetta radice, ma volendo cauarla propinqua, com'è detto, multiplica per 5 fia 16 fa 80, cauane la radice propinqua, che trouarai per li modi dati esser 9 (perche 80 manca 1 a esser numero quadrato, come fu detto in fin della ottaua del primo capo) hor parti questo 9 per quel 5 (denominator del 16) te ne venira $1\frac{4}{5}$, & tanto sara la radice propinqua di $3\frac{1}{5}$, che se ne farai proua trouarai che il suo quadrato sara $3\frac{6}{25}$, che erraria nel suo quadrato solamente in $\frac{1}{25}$ di piu, ma nella propria radice saria quantita insensibile, & cosi con tal ordine procederai ne gli altri aricordandoti a notar li rotti, che saranno in compagnia delli sani, si come fu dito a l'ultima sciffatione, acciochè non pigliassi qualche numero quadrato per vn numero non quadrato, come sopra la prima di questo capo fu anchor detto.

Da notar sopra le propinque radici quadre.

23 BIsogna notar che questa pratica di cauar la radice propinqua delli numeri non quadrati è stata trouata per poter conoscere sensibilmente per numero, la conclusion di qualche risolta questione, ma tai radici propinque non si debbono cauare nel principio di vna proposta questione, perche occorrendo a multiplicare tai radici propinque si veniria anchora a multiplicar tal piccol errore talmente che in fine (come dice Aristotele) si faria maggiore, come che sopra l'algorithmo delle radici, & altre quantita irrationale si fara manifesto.

Del modo, ouer regola di cauare la seconda specie di radice detta radice cuba. Cap. III.

1 A Voler esser pronto a cauar le radici cube egliè necessario a saper a mente le multiplicationi in margine notate, ouer che bisogna tenerle auanti in scritto, lequal non sono altro, che le multiplicationi di tutti li numeri digiti nelli suoi quadrati, onde li lor produtti sono li cubi di ciascun di quelli, & cosi ciascun di detti numeri digiti vien a esser la radice cuba del suo cubo, come da te puoi considerare, questo nome di radice cuba per abreuiar parole si costuma di representarlo in questo modo ℞ cu. ouer in quest'altro ℞ q. ouero in quest'altro ℞ cu. ouero in questa forma ℞ q. come nella terza del primo capo fu anchor detto.

Radici cube				Numeri cubi
1	fia	1	fia	1
2	fia	4	fia	8
3	fia	9	fia	27
4	fia	16	fia	64
5	fia	25	fia	125
6	fia	36	fia	216
7	fia	49	fia	343
8	fia	64	fia	512
9	fia	81	fia	729

Come si cauano le radici cube di numeri menori, & prima di numeri cubi.

2 PEr cauar la radice cuba di vn numero menore, & per numero menor si debbe intendere ciascun di quelli, che la sua radice non puo esser piu, che di vna sol figura, & pero tai numeri menori ponno essere solamente di vna figura, ouer di doe, ouer di tre figure al piu, perche il cubo di qual si voglia figura sola non puo passar tre figure come seguendo meglio intenderai, & pero per conoscere in queste specie di radice, se vn proposito numero, sia di menori, ouer non, si costuma di far vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passano tre figure si lasciano cosi, perche tal ponto ne dinota il detto numero esser di menori, cioe ne dinota il detto ponto la radice cuba di quello esser vna figura sola, ma se le fussero piu di tre figure, tal numero saria di maggiori, perche vi si faria altri ponti, come al suo luogo si dira. Dico adonque che tal numero menore di necessita sara, o numero cubo, oueramente numero non cubo, se sara numero cubo, tal sua radice cuba si sapera a mente per vigore delle multiplicationi in margine poste gia imparate a mente, perche se vorrai cauar la radice cuba di 1. tu sai che tal radice cuba è pur 1. & cosi se vorrai cauar la ℞ cu. di 8. tu sai che tal ℞ cu. è 2. & cosi se vorrai se vorrai cauar la radice cu. di 27. tu sai che la è 3. & similmente la ℞ cu. di 64. tu sai che la è 4. & cosi di 125. tu sai che la è 5. & cosi di 216. tu sai che la è 6. & di 343 tu sai che la è 7. & similmente di 512 sai, ouer che tu dei saper che la è 8. & cosi di 729 tu dei saper che la è 9. & di 1000 tu dei saper che la è 10. Et se per sorte non le sapessi a mente egliè necessario, che tu le impari, come di sopra e stato detto, ouero che tu tenghi auanti la sopra notata tauola. Ma se per sorte tal numero non sara cubo, per fino a questa hora non ho visto, ne letto alcuno auttore, che vi habbia saputo trouar, ne dar regola di saperla cauare, & dare propinqua alla verita anchor che molti si sono presumessi di hauerla trouata, & data, il primo di questi, che si sono presumessi di hauerla trouata, & data è stato Fra Luca dal Borgo, qual tentando mostrarne vn suo modo assai confuso da cauar le discrete, cioe quelle di numeri cubi, dice queste parole precise, & per quelle che non fussero discrete, il rimanente si pone sopra vna riga, come nelle quadrate facesti, & di sotto si mette l'ordine di digiti treppiati, triplari, & cubicati, & fara circa questo, & non di ponto, laqual sua regola è falsissima, perche se con tal sua regola cauaremo la radice cuba di 35. prima diremo che la sara 3. & auanzara 8. il qual 8. ponendolo sopra vna riga, & di sotto da quella ponendoui il treppio del digito 3 cubicato, il qual treppio di 3 sara 9. il cubo delquale saria 216. ponendo adonque sotto alla detta riga 216. dira [illegible], qual posto appresso a quel 3 dira [illegible], & tanto saria (secondo lui) la radice cuba propinqua di 35. laqual cosa è falsa, perche se cubaremo tal radice, cioe quel [illegible] fara [illegible] il qual cubo è molto lontano dal detto nostro 35. come sensatamente si vede, & perche il detto fra Luca tolse tal regola da Lunardo pisano, & Lunardo pisano la porto di Arabia, giudico che arabi non hauessero regola generale a tal particolarita, ma molto mi marauiglio che il detto frate Luca non si auedesse della fallacia di tal sua notata regola, ma penso che la copiasse senza consideratione, ne esperientia.

Errore fatto da fra Luca dal Borgo nella regola da lui data per trouar la propinqua radice cuba di numeri non cubi.

Giouan di Sacro bosco nel suo algorithmo, doue tratta della estrattione delle radici cube nelli numeri cubi ha dato regola a cauarla, ma per cauarla propinqua nelli numeri nõ cubi nõ ha parlato.

Giouan di sacro bosco.

El medesimo ha fatto Georgio valla piacentino, qual tradusse quanto trouo fra greci hauer parlato sopra a tal materia, & piu tengo che tal particolarita fusse ignorata da greci, & tanto piu, che Vitruuio architetto nel 17 capo del decimo libro della sua architettura dimostra hauer ignorato tal particolarita, cioe doue vuol dimostrare della proportione delli fasi da esser tirati dalla Balista al forame di quella.

Giorgio valla piacentino.

Vitruuio architetto.

3 Hieronimo Cardano medico milanese preponendo (nella sua pratica di Arithmetica) di voler dar una regola general alla approssimatione delle dette radici cube, delli numeri non cubi, dice che si debbe multiplicare la radice in se, & quel tal prodotto multiplicarlo per 3. & quello che vien fatto da tal multiplicatione, sara partitore di quello che sara sopr'auanzato nella operatione, & lo auenimento di questa diuisione dice, che si debbe aggiongere per la prima volta alla radice gia cauata, & essemplificare questa sua regola propone di voler cauare la radice cuba propinqua di 11. & dico che tal radice è 2. & che auanza 3. & dice che si debbe multiplicar quel 2. in se medesimo, che fa 4. & questo 4 lo tripplica per regola, che fa 12. & con questo 12 lui diuide quel 3. che gli auanzo nella operatione, & ne vien $\frac{1}{4}$, & questo $\frac{1}{4}$ lo aggionge alla radice gia trouata, cioe a quel 2. & fa $2\frac{1}{4}$, & cosi lui conclude la prima radice cuba propinqua di 11. esser $2\frac{1}{4}$, laqual sua conclusione insieme con tal sua regola è falsa, perche se con tal sua regola cauaremo la radice cuba di 24. trouaremo quella esser prima 2. & auanzaria 16. il qual 16 partendolo per il treppio del quadrato di 2 (che saria 12) ne veniria $1\frac{1}{3}$, qual gionto a quel 2. (prima radice) saria $3\frac{1}{3}$, & tanto saria (secondo lui) la propinqua radice cuba di 24. & perche il cubo di $3\frac{1}{3}$ è $37\frac{1}{27}$, & pero è manifesta la sua falsita douendo venire circa 24. & venendo $37\frac{1}{27}$, tal che il suo errore saria circa 13.

Ma poi che auedutomi di tal suo errore (come amico suo) gli ne diedi auiso con vna mia lettera, come appar nel 36 quesito del mio nono libro di quesiti, & lui mi rispuose (confessando il suo errore) & disse che gli ne era due altre regole buone (nella detta sua opera) & che in quella non vi cascaua errore, eccetto che nel detto essempio di 24. perche la radice cuba del detto 24. ne vera sarebbe circa $2\frac{7}{8}$, ouer parlando piu precisamente saria $2\frac{8}{9}$, come appare per vna sua lettera da me registrata nel quesito 16. del nono libro di miei quesiti, laqual sua seconda, & terza conclusione saria piu falsa della prima, perche il cubo di $2\frac{1}{4}$ saria solamente $11\frac{25}{64}$, il qual cubo si vede quanto, che egli è menore, ouer lontano dal nostro 24. Et perche quel $2\frac{1}{2}$ (della terza sua conclusione) è alquanto menore di $2\frac{1}{4}$ senz'altra proua, ouero isperientia egli è cosa chiara, che il suo cubo sara anchora menor del cubo di $2\frac{1}{4}$, cioe menor di $11\frac{25}{64}$, & pero sara anchora piu lontano del nostro 24. & lui vuol che sia piu precise.

4 Orontio delle mathematice professore, & lettor publico in Parigi per assignar la propinqua radice cuba delli numeri non cubi vuole che quel residuo, che sopr'auanza in tal estrattione sia posto sopra vna virgola per numeratore, & sotto di tal linea vuol che gli sia posto il treppio della radice gia cauata per denominatore, & tal rotto gionto con la prima radice cauata, & tal summa vuol che sia la propinqua radice cuba del proposto numero, onde la propinqua radice cuba di 26 secondo tal sua regola veniria a esser 5. perche la prima radice cuba di 26 saria 2. & auanzaria 18. il qual 18 partendolo per il treppio di 2 (che saria 6) ne veniria di tal partimento 3. il qual 3 gionto con la prima radice gia cauata, cioe con 2 faria 5. & cosi 5 (secondo tal sua regola) veniria a esser la propinqua radice cuba del nostro proposto 26. & perche il cubo di 5 è 125. si vede sensatamente quanto sia tal 125. lontano dal detto nostro 26. & di quanto sia falsa tal sua regola.

5 Ma piu essendo questi anni passati di nuouo comparsa in luce, l'opera di Michel stifelio, nellaquale veramente, nelle estrattioni delle radici rationali, & discrete si è mostrato molto eccellente, ma vedendo che delle irrationali, ouer sorde, si nelli numeri sani, come nelli rotti, & sani, & rotti niente parlaua, non puoco me ne allegrai, vedendo che tanti periti mathematici, non haueuino saputo trouar, ne dar regola a tal vtile particolarita, & che io nel tempo che principiai a dilettarmi, & a studiare in tal facolta, che fu l'anno 1534. parendomi cosa strania a procedere auanti, & ignorare detta regola non solamente quella cercai, & ritrouai, ma anchora per vigor di tal inuentione consequente mi si scoperse la via di far il medesimo in ogni altra specie di radice insieme con la regola di estrarre ciascuna di quelle, come che nel nostro processo si sara manifesto.

Errore di Hieronimo Cardano medico milanese fatto nella regola da lui data per trouar la propinqua radice cuba di numeri non cubi.

Vn'altro maggior errore fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano medico pur nel cauar la detta propinqua radice cuba di numeri non cubi.

Vn'altro maggior errore fatto dal detto hieronimo cardano nel cauar la detta propinqua radice cuba di numeri non cubi.

Errore fatto da Orontio nella regola da lui data per trouar la propinqua radice cuba di numeri non cubi.

Regola generale (dal presente auttor ritrouata) da saper cauare la propinqua radice cuba delli numeri non cubi.

6 Per cauare adonque la propinqua radice cuba delli numeri non cubi, caua prima la radice cuba del maggior numero cubo, che sia in quel tal numero non cubo, & quel che sopra restara a tal operatione ponerlo sopra vna virgola, o vuoi dir sopra di vna linetta, & fatto questo per formar il denominator da mettere sotto di quella tripplia sempre quella radice gia cauata, e quel tripplato multiplicalo per la medesima radice, & a tal multiplicatione aggiongli il detto tripplato

plato, & tal summa ponila sotto a quella lineetta per denominatore, & questo tal rotto aggiongilo alla prima radice, & tal quantita cosi cōposta sara la radice propinqua cuba di quel proposito numero noncubo, essempi gratia volēdo cauar la propinqua R cu. di 24 (che il Cardano disse esser $2\frac{8}{9}$, ouer $2\frac{16}{18}$) caua prima la detta radice cuba secondo l'ordinario, che sara 2. & auanzara 16. poni questo 16 sopra vna lineetta in questa forma $\frac{16}{\ }$ per numeratore, fatto questo treppia quel 2 (cioe la radice cauata) fa 6. & questo treppiato multiplicalo per il medesimo 2 fara 12. & a questo 12. giongli quel 6 (treppiato) fara 18. & questo 18 ponilo sotto a quella lineetta per denominatore di quel 16. il che facendo tal rotto stara in questa forma $\frac{16}{18}$, che schisa per 2 dira $\frac{8}{9}$, & questo $\frac{8}{9}$ posto appresso alla prima radice (cioe a quel 2) dira, ouer fara $2\frac{8}{9}$, & tanto fara la propinqua radice cuba di 24. & se la vuoi approuare naturalmente, cioe con la isperientia cuba la detta radice, cioe il detto $2\frac{8}{9}$, il che facendo tu trouarai, che fara $24\frac{80}{729}$, cioe saria solamente $\frac{80}{729}$ piu del nostro 24. il qual errore anchor che in tal suo cubo para alquanto grande, nondimeno nella propria radice veneria a restar quasi nulla, cioe molto piu insensibile di quello faria nella radice quadra, & cosi questa fu la nostra prima regola trouata. Ma perche sempre le prime inuentioni hanno del rustico, ma col tempo si vanno poi polendo, & limando da gli altri dilettanti, per esser facile lo aggiongere alle cose trouate, laqual cosa considerando longo tempo dapoi tal inuentione, trouai vn'altra piu breue via, ouer regola da formar il sopradetto denominatore, laqual è che sempre il puo formar con duoi principali produtti, il primo produtto sara il treppio del quadrato di quella radice gia cauata (che in questo caso il detto treppio di tal quadrato saria 12) il secondo produtto sara il treppio della detta simplice radice gia cauata, il qual treppio di detta simplice radice, in questo caso saria 6. liquali duoi produtti gionti insieme faranno pur 18. per il detto denominatore, si come fece anchora per l'altra prima regola trouata, & quantunque questa seconda regola sia piu breue, & piu facile da conseruarsi in memoria, nondimeno nelle sequenti operationi procederemo per la prima anchor che sia la piu rustica, & strana (per non la repulsare in tutto) ma con la seconda da te medesimo (per esser facile) la potrai ritrare per pigliarla in pratica, & per vedere se la s'incontrara con l'altra gia fatta per la prima regola trouata.

per la 1ª regola trouata

16 | 2 $\frac{16}{18}$ schisa $\frac{8}{9}$
18 |
8 |

La propinqua R cu. di 24. sara $2\frac{8}{9}$.

	2
	$\frac{3}{6}$
	$\frac{2}{12}$
	6
denominatore	18

per la 2ª regola trouata

cu. 4	simplici	2
$\frac{3}{12}$		$\frac{3}{6}$
primo produtto		12
secondo produtto		6
denominatore		18

7 Volendo anchora (per stabilir tal regola) cauar la propinqua radice cuba di 29. Cauala prima secondo l'ordinario, & trouarai quella esser 3. & sopr'auanzar 2. poni quel 2 sopra a vna virgola, & dapoi treppia tal radice, & fara 9. & questo 9 multiplicalo per la medesima radice fara 27. & a questo 27. giongli quel treppiato (cioe quel 9) fara 36. & questo 36 ponilo sotto a quella virgoletta, doue ponesti quel 2 fara $\frac{2}{36}$, che schisa fa $\frac{1}{18}$, & questo ponerai appresso alla prima radice, che fu 3. & dira $3\frac{1}{18}$, & tanto fara la radice propinqua cuba del detto 29. fanne la proua naturale, cioe cuba la detta radice propinqua, cioe quel $3\frac{1}{18}$, il che facendo tu trouarai, che tal suo cubo fara $28\frac{3079}{5832}$, che saria $\frac{2753}{5832}$ manco del nostro 29. il qual errore anchora, che para quantita molto sensibile nel detto cubo, nondimeno nella detta propinqua radice cuba sara molto, & molto piu insensibile di quello, che saria vn tal errore nella radice quadra, voglio inferire questo, che vno errore di 4 vnita, che occorresse per sorte nel cubo di vna propinqua radice cuba, causaria manco errore nella detta propinqua radice cuba di quello faria vno errore di vna sola vnita, che occorresse nel quadrato di vna propinqua radice quadra, nella detta propinqua radice quadra, come che ogni sano intelletto puo considerare, per esser molto piu alta specie il cubo del quadrato, cioe piu lontano dalla sua radice cuba.

Hor volendo anchora formar il sopradetto denominatore con quell'altra seconda regola trouata, cioe con quelli duoi produtti, quadra quel 3 (prima radice trouata) fara 9. treppialo per regola fara 27. per il primo produtto, fatto questo treppia poi simplicemente la detta prima radice trouata (cioe quel 3) fara 9. per il secondo produtto, qual gionto con il primo (cioe con quel 27) fara pur 36. per il detto denominatore, qual posto pur sotto alla detta virgola, come per l'altra regola fu fatto, e cosi medesimamente la detta propinqua radice cuba di quel 29. si trouara pur esser $3\frac{1}{18}$, ma per l'auenire (come di sopra è stato detto per abreuiar scrittura) procederemo solamente per il primo modo, ouer per la prima regola trouata.

Da notare.

8 Ma per queste radici propinque cube bisogna notare, che di tutti quelli numeri, che mãcano di vna sola vnita a esser numero cubo la sua propinqua radice cuba, solo per la nostra regola sempre venira senza rotto (come fu detto anchor delle radici quadre propinque) & tal radice propinqua cubandola fara sempre 1 piu del nostro proposito numero, essempi gratia volendo cauar la radice propinqua cuba del 7. il qual 7. come si vede manca

di vna sola vnità a esser numero cubo, perche se'l fusse 8. cioe vno di piu di 7. saria numero cubo, hor cauando la propinqua radice cuba di 7 secondo la regola nostra prima ne veniria per tal radice 1. & auanzara 6. qual 6 ponendo secondo il solito sopra vna virgola, & dapoi treppiar quel 1 fara 3. & quel multiplicarlo per il medesimo 1 fara pur 3. & a questo 3 gli aggiongeremo quel altro 3 (cioe quel treppiato) fara 6. & questo 6 lo poneremo sotto a quella virgola per denominatore, & dira $\frac{6}{6}$, che vuol dir 1. & questo 1 lo aggiongeremo alla prima radice (che fu 1) & fara 2. e 2 diremo, che sara la propinqua radice cuba di 7. laqual radice e senza rotto, & tal radice cubandola fara 8. cioe 1 di piu del nostro 7. si come fanno le propinque radici quadre delli numeri, che mancano per vna sola vnita a esser numeri quadrati. Ma questo error di 1, che fa il quadrato di tal radice propinqua è molto maggiore in essa radice quadra, di quel medesimo error di 1. che fa il cubo di tal propinqua radice cuba in essa radice cuba per le ragioni di sopra dette. Et nota che tal error di 1. non è il massimo che occorrer possa nelle propinque radici cube, come che era nelle propinque radici quadre.

9 Volendo anchora (per farsela meglio intendere) cauar la propinqua radice cuba di 26. il qual 26. come vedi manca solamente di vno a esser numero cubo.

Caua la sua radice cuba secondo l'ordinario, & trouarai quella esser 2. & auanzar 18 qual 18 ponerai secondo il solito sopra vna virgola, fatto questo treppia la radice, cioe quel 2 fara 6. & questo 6 multiplicalo per la medesima radice (cioe per 2) fara 12. al qual 12 aggiongi quel 6 (treppiato) fara 18. & questo 18 ponendolo sotto alla sopradetta virgola dira $\frac{18}{18}$, che saria pur 1. qual gionto alla prima radice (che fu 2) fara 3 per la radice cuba propinqua di 26 laqual radice cubandola fara 27. cioe fara pur piu 1 del nostro 26. il qual errore nella detta radice sara quantita molto insensibile, il medesimo ti veniria se cauarai la detta propinqua radice cuba di 63. ouer di 124. ouer di 215. ouer di qual si voglia altro numero, che manchi solamente di vna vnita a esser numero cubo, cioe di 63. tu trouarai per la nostra regola tal propinqua radice cuba esser $3\frac{36}{36}$, che faria 4. & quella di 124. tu la trouarai esser $4\frac{60}{60}$, che faria 5. & quella di 215. tu la trouarai esser $5\frac{90}{90}$, che faria 6. & il medesimo trouarai in tutti gli altri numeri simili. Anchora nota quando che per sorte quello che auanzasse fusse maggiore del nostro denominatore formato per la sopradetta nostra regola, saria segno tu hauer errato nella tua operatione, perche tal auanzo non puo esser maggiore, ma solamente equale, ouer minor di quello.

Regola (dal presente auttor ritrouata) di saper sempre approssimarsi piu nelle radici cube sorde, ouer propinque.

10 Anchora in queste propinque radici cube egli è possibile dapoi che si ha ritrouata la prima per la regola nostra di trouarne vn'altra seconda piu propinqua della detta prima, & cosi trouata la seconda se ne puo trouar vn'altra terza piu propinqua della seconda, & cosi per la terza trouarne vna quarta, & per la quarta trouarne vna quinta, & cosi andar procedendo in infinito, come che si fa anchora delle quadrate, & per far questo trouata che tu hai la tua radice cuba propinqua per la nostra regola cuba tal radice, & vedi di quanto la soprabonda, ouero sminuisse della verita, cioe del nostro proposto numero, & quella differentia ponerai sopra vna virgola, & questo treppiarai tal radice, & tal treppiato multiplicalo per la detta prima radice, & a questo produtto aggiongerai il treppiato, & questa summa ponerai sotto alla sopradetta virgola, per denominatore, & tal rotto sottrarai dalla detta prima radice (se quella soprabondara) ouer veramente gli lo aggiongerai se quella sminuira con il suo cubo dal nostro proposto numero, & tal restante, ouer summa sara la nostra seconda propinqua radice cuba del nostro proposto numero, & questa seconda sara piu propinqua della prima, & cosi con tal seconda, procedendo per il medesimo modo, tu ne poterai trouar vn'altra terza piu propinqua della seconda, & cosi con la terza trouarne vna quarta, & cosi procedendo in infinito, essempi gratia cauando la propinqua radice cuba di 7 secondo l'ordine della nostra regola, trouaremo per le ragioni dette nella precedente quella esser esser 2. hor per trouarne vn'altra seconda piu di lei propinqua cubaremo questa prima, & fara 8. il qual 8 soprabondaria il nostro 7 di 1. poneremo questo 1 sopra vna virgola, fatto questo treppiaremo la nostra prima radice (cioe quel 2) fara 6. & questo treppiato lo multiplicaremo per la medesima radice, & fara 12. & a questo 12 gli aggiongeremo quel medesimo treppiato (cioe quel 6) fara 18. & questo 18 lo poneremo sotto alla sopradetta virgola, & fara $\frac{1}{18}$, & questo $\frac{1}{18}$ lo cauaremo della detta prima radice (cioe di 2) & restara $1\frac{17}{18}$, & tanto sara la nostra seconda ricercata radice cuba propinqua del detto nostro 7. laqual sara piu propinqua alla verita della prima, perche se la cubarai trouarai tal suo cubo esser $7\frac{1051}{5832}$, che molto manco soprabonda

Primo essempio.

soprabonda il detto 7 della prima, perche tu sai che la prima sopreauanza il detto 7. con il suo cubo, per vna vnita, & la seconda soprabonda il detto 7 con il suo cubo solamente per questo rotto [illegible], qual è manco di $\frac{1}{?}$, come per te puoi considerare, & se con questa seconda ti paresse di volerne trouar vn'altra ancora piu propinqua di questa seconda, lo puoi fare per il medesimo ordine. Ma nota che se la detta prima propinqua radice cuba di 7. con il suo cubo hauesse soperchiato il detto 7. per vno rotto, tu haresti partito tal rotto per quel 12. che ponesti sopra alla virgola di quel 2. & lo auenimento tu lo haresti cauato della detta prima radice, & il restante saria stata la nostra seconda ricercata radice, essempi gratia, cauando la propinqua radice cuba de 6. (per la nostra regola) trouarai quella esser $1\frac{5}{6}$ hor volendo tu trouar vn'altra seconda propinqua radice cuba del detto 6. che sia piu propinqua della prima, cuba tal prima radice (cioe quel $1\frac{5}{6}$) fara 6 [illegible] cioe tal suo cubo soprabonda il nostro 6 di [illegible], salua questa differentia (cioe questo [illegible]) poi treppia la prima radice (cioe quel [illegible]) fara 5 [illegible], & questo treppiato multiplicalo per la medesima prima radice, cioe per [illegible] fara [illegible], & a questo aggiongerai il treppiato, cioe quel 5 [illegible] fara [illegible], & con questo partirai quel [illegible], & lo auenimento sotrarai della prima radice (cioe di quel $1\frac{5}{6}$) & il restante sara la nostra ricercata seconda propinqua radice cuba del detto 6. laqual sara piu propinqua della prima, & questo voglio che sia bastante per questa particolarita auertendoti solamente di questo che di tal propinque radici cube, molte ne trouarai che il suo cubo sara alquanto manco del nostro proposto numero, & volendone poi trouar vn'altra seconda radice piu propinqua della prima, saluarai da banda quella differentia, che il suo cubo sara manco del detto nostro proposto numero nel resto seguita secondo il solito, cioe treppicarai la prima radice, & quel treppiato multiplicarailo per la medesima prima radice, & a tal produtto aggiongerai quel treppiato, & con tal summa partirai quella differentia, che salvasti, & tal auenimento tu lo aggiongerai alla detta prima radice trouata, & tal summa sara la nostra seconda propinqua radice cuba di tal proposto numero, & questa con il suo cubo si accostara piu al nostro proposto numero della prima, & pero auertirai nelle simili occorrentie.

Secondo essempio

Come si pontano li numeri da cauarne la radice cuba.

33767314218

8

78

678

5678

97657

761479

7576749

70981729

578971979

Come si pontano le figure delli numeri maggiori da che si ha da cauar la radice cuba.

22 QVando che il numero da chi si ha da cauar la radice cuba sara di piu di tre figure, s'intende esser numero maggiore, perche la radice cuba di quello conuien esser piu di vna figura, & tanto piu quanto piu sara il numero delle figure di tal numero, e pero per sapere di quante figure sara la radice cuba di tal numero, si costuma a pontar le figure di quel tal numero, come si fece anchora nel cauar delle radici quadre, ma si pontano altramente di quello si fece nel cauar le radici quadre, perche in queste bisogna pontar la prima verso la man destra, & lasciar la seconda, & la terza, andando verso la man sinistra, & appontar la quarta, & cosi lasciar la quinta, & la sesta, & pontar la settima, & cosi (se molte figure fussero) lasciar la ottaua, & la nona, & appontar la decima, & con tal ordine andar procedendo sempre lasciandone due, & pontar l'altra, come che per essempio appar in margine, & questo appontar di figure si fa per sapere di quante figure sara la radice cuba di quel tal proposto numero, & pero se quel proposto numero sara solamente di vna, ouer di due, ouer di tre figure siamo certi la radice cuba di quel tal numero esser vna figura sola, perche vna, ouer due, ouer tre figure a volerle appontare secondo l'ordine di sopra detto non vi occorre salvo che vn ponto solo sopra alla prima figura verso man destra, come tu vedi in questa sola figura 8, ouer in queste due 78, ouer in queste tre 678, perche douendo riceuer duoi ponti bisogna che siano almeno quattro in questa forma 5678, ouer almeno cinque, come sono queste 97657, ouer almeno sei, come sono queste 761479, & cosi douendo riceuer tre ponti bisogna che siano almeno sette figure, come sono queste 7576749, ouer almeno otto, come sono queste 70981729, ouer almeno 9. come saria queste 578971979, & cosi procedendo di mano in mano.

Come si cauano le radici cube si discrete, come sorde delli numeri maggiori, & prima di quelli, che le figure riceuano duoi ponti.

HAuendo di sopra mostrato, come si cauano le radici cube si discrete, come sorde, ouer propinque delli numeri menori, cioe di quelli che le sue figure non passano tre, & similmente come si appontano le figure di numeri maggiori. Hora intendo di mostrare come si cauano le dette radici cube si discrete, come sorde, ouer propinque, delli numeri maggiori, cioe di quelli numeri, che le figure di quelli riceuano piu ponti, ma per procedere

prima operatione

```
      a
79507 |
      b
```

seconda operatione

```
15    a
79507 | 4        4
64    b          4
                ---
                16
```

terza operatione

```
15    a           3
79507 | 43       ---
643   b          48
4
```

quarta operatione

```
2
03
151   a
79507 | 43
643   b           3
4                 3
                 ---
```

quinta operatione

```
1                 9
03    a           3
151   |          ---
79507 | 43       27
6432  |           4
42    b          ---
1               108
```

sesta operatione

```
0
10
030   a
1512  |
79507 | 43
6455  |
42    b
1
```

settima operatione

```
0
1
0500  a
15120 |
79507 | 43
64337 |
422   b
1
```

regolatamente cominciaremo prima a cavarla di quelli, che ricercano solamente duoi ponti, perche inteso tal ordine, facil cosa sara a cavarla anchora da quelli che ricercano molti ponti.

22 Volendo adonque cavar la radice cuba poniamo di 79507. prima apponerai queste cinque figure secondo l'ordine detto di sopra, che trovarai che ricercono solamente duoi ponti l'uno di quali va sopra la prima figura verso man destra, cioe sopra a quel 7 (numero simplice) & l'altro va sopra la quarta, cioe sopra a quell 9 meaza, come in margine vedi, tirando poi la linea a b si come si faceva anchora al cavar delle radici quadre, & quelli duoi ponti ne dinotano la radice cuba di tal numero esser di due figure, & l'una di queste due figure si debbe trovare sotto a quel 9. dove sta il secondo ponto, & l'altra poi sotto al primo ponto, cioe sotto al 7 (numero simplice) per trovar adonque la prima sotto al detto 9 (migliara) consideraremo quel tal 9. con quell'altra figura, che seguita verso man sinistra, cioe quel 7. che con il detto 9. dira 79. & cosi sotto al detto 9. trovaremo la radice cuba di 79. che trovaremo quella esser 4. il qual 4 tu lo ponerai oltra la linea a b. come vedi nella seconda operatione in margine, & per sapere quanto fa lo numero cubo il detto 4 fa 64. ponilo sotto al 79. cava il detto 64 di 79. che gli e sopra (come si costuma nelli partiri per galea) & ti restara 15. il qual 15 tu lo ponerai sopra al detto 79. & depennirai quel 79. & anchora quel 64. come nella detta seconda operatione appar in margine, fatto questo per trovar l'altro secondo digito, o vuoi dir l'altra seconda figura della nostra radice si puo procedere per diverse vie, lequal tutte procedano da vna causa, come di sotto si dira, ma la piu da me vsitata, & questa quadro quel 4. ch'e oltra la linea a b. fa 16. & treplico quel 16 fa 48. & di quel 48 pongo lo 8 sotto a quella figura di qua da quel 79. cioe sotto a quel 5 di quel 155 che non sono depenati, & le 4 decene di quel 48. le pongo nel seguente luogo sotto al 4 di quel 64 depenato, come che nella terza operation appare, dapoi vedi quante volte puo intrar quel 48 in quel 155 che dirimpeto gli e sopra, ma con tal conditione, che il treppio del quadrato di quel tal numero, che si tara intrare multiplicato per quel 4. che e oltra la linea a b. si possa cavar da quello, che di sopra restara, & che vi avanzi anchora tanto per fin a quel vltimo 7. (dove il primo ponto di sopra) che vi si possa cavar il cubo di quel tal numero, laqual cosa considerata trovaremo che il detto 48 intrara 3 volte nel detto 155 (con le dette conditioni) & questo 3 lo poneremo appresso a quel 4. oltra la linea a b. come nella detta terza operatione appare, dapoi per trovar il restante multiplicarai il detto 3. fia quel 48 (come si fa nelli barelli, over galee) & tal multiplicatione andrai sottrando da mano in mano di quel 155. che gli sta rettamente di sopra, siche facendo ti restara di sopra 11. quel con l'altre due figure, che seguita dira 1107, & depenar poi le sottogiacenti figure, come nelli partiri per galea si costuma, come che nella quinta operatione puoi vedere, fatto questo quadra il detto 3 fa 9. trepplica questo 9 fara 27. & questo 27 multiplicalo anchora per quel primo 4 (oltra la linea a b) fara 108 & questo ponilo sotto a quel 110. ponendo quel 8 sotto a quello 0. & quel 10 sotto a quel 11. come che nella quinta operatione appare, dapoi sottrar il detto 108 di quel soprapposto 110. & ti restara solamente 2 sopra quel 0. come che nella sesta operatione appare; il qual 2 con quel 7 (appontato) che gli e appresso dira 27. fatto questo bisogna cubar poi quel 3 (della nostra radice) fara 27. & questo 27 bisogna pur sottrarlo di quella che fara avanzato di sopra la nostra operatione, & quando che non vi fusse avanzato tanto che tu ne potessi cavar quel tal 27. tu haveresti fatto intrar troppo quel 48 (nel principio) in quel 155 a farlo intrar quelle 3 volte, & pero in vn simil caso a te bisognaria refar tal operatione quasi dal principio al fine (come si costuma anchor nelli partiri per batello, over per galea) & dove che festi intrar quel 48 tre volte in quel 155. tu lo faresti intrar solamente 2 volte, & con quel 2 tu andaresti procedendo, come fu fatto con il 3. Ma perche in questo caso tu vedi che puoi cavar il detto 27. dal sopravanzato per esser il detto avanzo precisamente 27. onde cavando il detto 27 di quel 27 ti restara 0. come che nella settima, & vltima operatione appar, & cosi diria la radice cuba del detto 79507 esser 43 & per non esserti avanzato cosa alcuna sopra alla tua operatione tu sarai certo il detto 79507 esser numero cubo, & se tu vorrai far prova cubarai il detto 43 & se tal suo cubo venira precisamente il nostro 79507 sarai sicuro la tua operatione esser buona, ma venendo altramente tu saresti sicuro di haver errato, & pero saresti sforzato (volendo emendar tal errore) a refarla.

prima operatione

```
        a          9
941192  |          9
        b         ---
                  81
                 ---
                 243
```

23 Volendo anchora cavar la radice cuba di 941192. assettalo come nella prima operatione in margine vedi, tirando la solita linea a b. & apponer le figure secondo l'ordine detto nella 21. siche facendo trovarai che tal numero ricerca solamente due pontature, si come quello della precedente, cioe il primo ponto sopra a quel 2. che e nel luogo del numero simplice, & il secondo sopra la quarta figura, che quel 1 meaza, fatto questo trova la radice

radice cuba dal detto secondo ponto in la verso la man sinistra, cioe di quel 912. che trouerai quel la esser 9. poni quel 9 oltra la linea a b. come nella seconda operatione appare, & per saper quanto sopra auanzi cuba il detto 9 fara 729. & questo ponerai sotto al detto 912. & sottrarailo da quello, & restara 183. & questo 183 notarai ordinatamente sopra al detto 912. come che nella detta seconda operatione appare depenando tutte le sottogiacenti figure, cioe quel 912. & quel 729. fatto questo quadra il detto 9 fara 81. & questo treppiicalo fara 243. & di questo 243 tu notarai il 3 sotto al primo luogo di qua dal secondo ponto, cioe sotto a quel 7. & le altre due figure ne gli altri antecedenti luoghi, come nella terza operatione appare, dapoi vedi quante volte puo intrare il detto 243 in quel 1837. che gli sta sopra secondo, che nelli partiri per battello, ouer galia si costuma, ma con questa condition di che il treppio del quadrato di quel tal numero (che farai intrare) multiplicato anchora per quel 9. che è oltra la linea a b. si possa cauare di quello che restara sopra a quel 18371. non computandoui quel .o. appontato, & che anchora che vi resti tanto, che insieme con quel .o. appontato se ne possa cauar il cubo di quel tal numero, onde se ben considerarai tu trouarai che il detto 243 intrara nel detto 1837 sette volte (con le dette conditioni) il qual 7 tu lo notarai appresso al 9. oltra la linea a b. come nella terza operatione appare, poi per saper quanto auanzara di sopra, andarai multiplicando il detto 243 per il detto, & sottrando le dette multiplicationi di mano in mano dal soprastante 1837. & trouarai che ti restara 136. qual accompagnato cō quello 1 (che seguita) fara 1361. fatto questo quadra il detto 7 fa 49. treplicalo fara 147. & questo multiplicalo anchora per quel primo 9 (che cauasti oltra la linea) fara 1323. & questo assettarai sotto ordinatamente a quel sopravanzato 1361. come nella detta quarta operatione appare, & sottralo da quello. Et quando che per sorte tu non potesti sottrare, cioe che 'l fusse menor di lui, saria segno che il gia detto 243. non poteua intrare quelle 7 volte in quel 1837. con le dette conditioni, & pero in tal caso tu saresti sforzato (volendo emendar tal errore) quasi a reprincipiar da capo tal operatione (come occorre anchora alle volte nelli partiri per battello, ouer galia) ma perche in effetto tu puoi cauar il detto 1323 dal detto sopravanzato 1361. tu lo cauarai regolatamente, siche facendo ti sopra restara 38. il qual 38. con quella .o. (appōtata) dira 380. finalmente di questo 380. bisogna che tu ne caui il cubo di quel 7. il qual cubo sara 343. & se per sorte non vi fusse auanzato tanto numero, che tu lo potesti cauare, denotaria che il gia detto 243. non poteua intrare nel gia detto 1837. con le dette conditioni, & pero in tal caso ti saria dibisogno (volendo emendar tal errore) a ritornar a principiar da capo tal operatione, ma perche si vede che tu puoi cauar il detto 343 dal sopravanzato 380. & pero tu lo ponerai di sotto regolatamente, come nella sesta operatione si vede, & lo sottrarai da quello, il che facendo ti sopra restara 37. & così concluderai la radice cuba del detto 912710 esser 97. & auanzar 37. per il qual 37 auanzato tu sei chiaro il detto 912710 non esser numero cubo, & tal sua radice non esser discreta, ma sorda, ma volēdo dar tal radice propinqua, cioe formar di quel sopr'auanzato 37. quel rotto secondo la regola da noi trouata, poni il detto 37 sopra vna virgola, & dapoi treppia la radice cauata, cioe quel 97 fara 291. & questo triplato multiplicarai anchora per 97. & fara 28227. & a questo gli aggiongerai quel triplato, cioe quel 291 fara 28518. & questo ponerai sotto alla sopradetta virgola per denominatore di quel 37. che auanzo, il che facendo fara $\frac{37}{28518}$. & questo rotto ponerai appresso a quella radice gia cauata, cioe a quel 97 fara $97\frac{37}{28518}$. & tanto sara la propinqua radice cuba del detto 912710. & se vuoi far proua se hai errato in tal operatione cuba quel 97. & a tal cubo giongui quel 37. che ti auanzo, & tal summa doueria esser equale al nostro primo numero, cioe a 912710. il che essendo tal nostra operatione sara buona, & perche il cubo del detto 97 sara 912673. & a quel giontoui il detto 37 fara medesimamente 912710. & pero è buona.

Ma nota che se per caso quel 37. che ti è auanzato di sopra alla operatione fusse stato maggior di quel denominatore, cioe di 28518 saria segno, che tu fessi intrare manco del douere quel 243. in quel 1837. & pero in tal caso volendo emendare tal errore saresti sforzato quasi a refar da capo tutta la operatione, & pero auertisse, eglie ben vero, che il detto sopravanzato alle volte puo esser equale al detto denominatore, & questo sempre ti occorrera quando che il proposto numero di che cauarai la radice cuba, mancara solamente di vna vnita a esser numero cubo, come fu detto nella ottaua di questo capo.

seconda operatione
183
912710 | 9
729 b

terza operatione
183
912710 | 97
72931 b
24

quarta operatione
13
28
13361 a
912710 | 97
729331 b
243
13

quinta operatione
00
13
01832 a
13361
912710 | 97
729331
243 b
13

9
9
81
3
243

7
7
49
3
147
9
1323

7
7
49
7
343

sesta operatione
00
1303
04832 a
133637
912710 | 97
7293331
2424 b
433

97
3
291
97
2037
2619
28227
291
28518

La R cuba propinqua de 912710 sara $97\frac{37}{28518}$

Come si cauano le radici cube di quelli numeri, che le figure di quelli ricercano piu di duoi ponti.

24 VOlendo cauar la radice cuba di 9297621, prima assetta questo tal numero, come nella prima operatione in margine appare tirando la solita linea a b. & dapoi pontar le figure di tal

prima operatione a
929716128
seconda operatione b
2
270
303
66244 a
20063
929716128 97
912673
2424 b
153
terza operatione
2
270
303
66244 a
200633
929716128 97
9129337
24241 b
1531
21
quarta operatione
0
001
2520
27012
303264
6624412 a
20063396
929716128 976
912933376
242425 b
13324
256
quinta operatione
0
001
25201
270129
303261
66244125 a
200633961
929716128 976
929335766
2424271 b
133242
230
la propinqua radice
cuba di 929716128
sara 976 $\frac{1952}{2857512}$
prima operatione

numero secondo l'ordine dato nella 11. di questo, che trouarai le figure di tal numero contenere tre ponti, come in margine vedi, liquali tre ponti ne dimostrano (come piu volte è stato detto) la detta radice cuba di tal numero esser di tre figure, ouer di tre digiti composta. Hor per trouar, ouer cauar tal radice cuba, prima cauala dalli duoi ultimi ponti in la verso la man sinistra (cioe di quelle sei figure 929716) precisamente secondo l'ordine dato nelle due precedente di due figure, ouer di duoi ponti apponente, il che facendo trouarai tal radice cuba esser 97. & sopr'auanzar 17043. come nella seconda operatione appare, fatto questo per trouare l'altra terza figura, ouer digito di tal radice non ti occorre altro che a procedere, come hai fatto fino hora in questa, ouer nelle altre due passate, cioe non vi è altra differentia saluo, che tu hai a maneggiare piu grandi numeri, ma in quanto all'ordine egl'è quel medesimo delle passate, cioe quadra questo 97 (della radice trouata) fara 9409. & questo medesimamente treppicato (come nelle passate) fara 28227. & questo lo notarai sotto quello auanzo 17043. giontoui quel 1. che gli seguita (il qual venira a esser 170431.) sotto alqual postoui ordinatamente il detto 28227. come che nella terza operatione appare, & fatto questo bisogna poi inuestigare quante volte potra intrare il detto 28227. nel sopra posto 170431. con le gia dette conditioni, cioe che del sopra auanzo (accompagnato con quel 2. che gli segue dietro) se ne possa cauar il treppio di quel tal numero, che intrara moltiplicato anchora per quel primo 97. & che del auanzo anchora accompagnato con quel 8 apponto se ne possa cauar il cubo di quel tal numero, che intrara, laqual cosa ben considerata si trouara, che intrara 6 volte (con le dette conditioni) & per tanto notarai tal 6 oltra la linea a b appresso a quel 97. & dira poi 976. fatto questo multiplicarai il detto 6 fia quel 28227. et il produtto andarai sotrando di mano in mano dal sopra posto 170431 (come si costuma nelli partiri per batello, ouer galia) il che facendo ti restara 1069. alqual giontoui quel 2. che seguita dira 10692. fatto questo quadra il detto 6. fa 36. treppicalo fa 108. multiplicalo per 97 fara 10476. & questo notarai sotto al detto 10692. & sotraralo da quello, il che facendo ti restara 216. alqual giontoui quel 8 (apponto) che seguita, dira 2160. come nella 4. operatione si vede, dalqual ne cauarai il cubo del detto 6 (che fara 216) te ne restara 1952. come nella quinta operatione appare, & cosi dirai la radice cuba del detto 929716128 esser 976. & auanzar 1952. & se da questo auanzo vorrai formar il rotto per darla propinqua procedi secōdo la regola data, cioe ponerai questo auanzo di 1952 sopra vna virgola per numeratore, dapoi treppica la radice cauata, cioe quel 976 fara 2928. & questo multiplicalo anchora per 976 fara 2857728. & questo ponerai sotto alla sopradetta virgola per denominatore, & dira $\frac{1952}{2857728}$, & questo rotto ponerai appresso alla prima radice, cioe a quel 976. & dira 976 $\frac{1952}{2857728}$, & tanto sara la propinqua radice cuba del detto 929716128, & se ne vorrai far proua cubarai 976. & a tal cubo aggiongerai quello 1952. che auanzo, & se tal summa fara precisamente il nostro numero 929716128. tal tua operatione sara stata ben fatta altramente essendo saria falsa. Et cosi che piu oltra mi stenda, con tal ordine procederai nelli numeri che ti occorresse nelle lor figure 4. ouer 5. ouer piu pōti, perche in tutti si va procedendo replicando di mano in mano secondo che fu fatto nelle due precedenti (di duoi ponti) & non vi è altro di piu saluo, che tu maneggi maggiori numeri (come di sopra è stato detto) & per tanto intēder bene le due precedenti, perche l'ordine dato in quelle è il fondamento di tutti gli altri di piu ponti apponente.

La causa della regola data per cauar la radice cuba, & similmente quella da formar il rotto delle propinque radici cube delli numeri non cubi, si puo assignare da questa sottoscritta propositione non posta da Euclide, ne da altri, eccetto che da Hieronimo Cardano da poi a lui mostrata, con laqual propositione fu da me trouata la regola generale al capitolo di cosa, & cubo equal a numero, & a molti altri suoi dependenti l'anno 1534 in Venetia, come al suo luogo si dira.

Propositione speculatiuamente trouata dal presente auttore.

15 SE si sara vna linea diuisa in due parti (come si voglia) il cubo fatto da tutta la detta linea sempre sara equale a quelli otto produtti, ouer solidi, cioe alli duoi cubi fatti da quelle due parti, insieme con quelli sei solidi, delliquali tre sono contenuti da tre superficie quadrate dell'una di dicti, & dall'altra parte della linea diuisa, & tre sono contenuti da tre superficie quadrate da l'altro cubo, & da l'altra parte della linea diuisa.

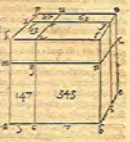
Sia la linea a b diuisa in due parti in ponto c, dico che'l cubo fatto della parte c b. & il cubo della parte a c. insieme con li tre solidi fatti del quadrato della c b. & della parte a c. & de gli altri tre solidi fatti del quadrato della a c. & della parte c b saranno equali al cubo di tutta la linea a b. & pero di mostrar questo sia fatto il quadrato della linea a b. qual sia il quadrato a b d e. & sia tirato il diametro b d. & dal ponto c. sia tirata la linea c f equidistante al lato a d. & dal ponto g. sia tirata la h i.

equidistante

a ——— c ——— b

equidistante alla.d e.et fatto questo sara diuiso il detto quadrato.a b d e.nelli duoi quadrati.c g l b. & g h d f.(che sono intorno al diametro)& nelli 2 supplementi a c g h.& g i f e.(come nella seconda operatione appar) fatto questo sopra il detto quadrato.a.b.d.e. sia constituito vn cubo,& sia deuato sopra le tre linee.b d.c f.& h i tre superficie (segante il detto cubo) perpendicolare sopra la superficie del quadrato.a b d e.et come nella terza operation si vede, fatto questo dalle due linee.a k. & b l.me sia segate le due parti.a m.& b n.eguale alla parte.b c.et sia tirata la linea.m n.& dalla detta linea.m n.sia protratta vna superficie equidistante alla basa del cubo, cioe al quadrato. a b d e. da quel corpo,& fatto questo si trouara il gran cubo a b d e.k l p o.esser diuiso in 8 corpi solidi, delliquali duoi sono cubi, cioe il corpo.c b l q n r.et il corpo che sottogiace al quadrato.p s t u.& de gli altri 6.tre sono contenuti sopra li 3 quadrati occulti del cubo.b c q n r l.& l'uno è il solido.q n z l t y r.il secondo è quello che dietro dal detto cubo, che ha la apparente superficie. r l t x.il terzo poi è quello, ch'è sotto alla apparente superficie.m q s c.& sono detti solidi maggiori, et questi 3 sono contenuti (come di sopra è stato detto) dalli 3 quadrati del detto cubo della parte maggior b c.& dell'altra parte.a c.) Et gli altri tre solidi sono contenuti da 3 superficie quadrate del cubo sottogiacente al quadrato.p u t s.& dalla linea.c b.(cioe eguale alla detta.c b.) il primo di quali è il solido.m y o r x.il 2 solido.s t k z.m q.il 3 posti sopra sotto al detto cubo sottogiacente al detto quadrato.s t u p.et questi tre sono detti solidi menori. Et perche questi duoi cubi,& 6 solidi impiscono totalmente, & perfettamente il detto gran cubo.a b k l p o e,& pero sono a lui eguali, ch'è il proposito. Questi 6 solidi si potriano chiamar supplementi. Et nota che per esser stata ignorata questa soprascritta propositione dalli nostri antichi,& moderni mathematici, non hanno potuto, ne saputo dar regola a molte cose particolari in geometria,& in algebra (come che nel nostro processo si farà manifesto.)

Terza operatione



seconda operatione

26 ET acioche meglio sia inteso la soprascritta propositione da ogni qualita di persone la voglio di nuouo essemplificare con ragioni naturali, cioe con la isperientia di numeri, cioe voglio che poniamo, che tutta la linea.a b. della soprascritta propositione sia 10 piedi lineali, & che la parte.c b.ne sia 7. & che la parte.c a. ne sia 3. il cubo della parte c b.(che è 7 piedi) veniria a esser piedi 343 cubi,& tanto saria il cubo.c b q n r l.come è notato nella faccia.c b q n.di quello, il cubo poi della parte.c a. (laqual è 3) veniria a esser 27 (come è notato nella superior faccia.p u s t.di quello, li tre solidi maggiori, cioe quelli, che sono contenuti sopra li tre quadrati del cubo.c b q n r l.& della parte.a c.(della linea diuisa, delliquali l'uno è il solido.q n z l t y r.& l'altro saria di dietro dal detto cubo, delqual solamente la faccia. r z l t. è apparente di quello, il terzo poi è dalla banda sinistra del detto cubo, delquale solamente la facciata.s c m q. è di quello apparente, ciascun di loro veniria a esser 147. come nelle sue facciate apparenti si vede notato. Li tre solidi poi menori, cioe che sono contenuti dalli 3 quadrati del cubo p u s t.& dell'altra parte.c b.della linea diuisa ciascun di loro veniria a esser 63. delliquali l'uno saria.r u y o r x. il secondo saria.s t k z m q.il terzo non è in parte alcuna apparente per esser sottogiacente al detto cubo. p u s t. & per maggior intelligentia alli duoi superiori vi habbiamo annotato il detto 63 nella facciata superiore, hor se distenderai ciascuno di detti 2 cubi con li suoi 3.& 3 solidi di sotto, come che in margine vedi,& summar insieme tutti li detti 8 corpi, trouarai che in summa faranno 1000. & tanto debbe esser in cubo di tutta la linea.a b.laqual è supposta esser 10. & perche il cubo di 10 è pur 1000. viene a esser verificata naturalmente la nostra propositione.

Cubo della c b		343
Li sei 3 solidi		147
		147
		147
Cubo della a c.		27
Li suoi 3 solidi		63
		63
		63
summa		1000

27 HOr per volermo assignar la causa propinqua di tutte le antiche vsate, & che vsar si potriano sopra il cauar la radice cuba di numeri maggiori, che ricercano 2 ponti, pongo per essempio, che vogliamo cauar la radice cuba di 12167. il qual numero assunto, & apponatele figure, come che in margine appare, & perche le sue figure ricercano duoi ponti, come vedi tu sei chiaro, che la radice sarà di due figure, o vuoi di duoi digiti, & pero imaginiamo tal radice esser vna linea, come saria la.c d.diuisa in due parti in ponto.e. lequali due parti saranno quelle due figure, il cubo dellequali vien a esser e quel numero 12167.& perche questo cubo è composto di duoi cubi di quelle due parti.c e.& e d.& di quelli altri 3.& 3 solidi detti nelle due precedenti il cubo della parte maggiore (cioe della.c e) egli è necessario che l sia in quel numero, che è dal secondo ponto in qua verso man sinistra, cioe in quel 12. & pero con modi naturali

prima operatione

12167 | 2 c e d
2
b

seconda operatione

```
   4      2 c   c d
12167  |  2
   8      b
```

terza operatione

```
   0
   1
  41      2 c  c d
12167  |  23
   8      b
   1
```

quarta operatione

```
   0
  10
  41      2 c  c d
12167  |  23
 8 ... 
   b
```

inuestigamo la radice del maggior cubo, che sia in 12. & trouaremo quella esser 2. il qual ponerai secondo il solito oltra la linea. a b. & per saper quanto auanza tu ponerai il cubo del detto 2 (che sara 8) sotto al 12. & lo sottrarai del detto 12. & ti restara 4 (come nella seconda operatione appare) depennando le sopragiacenti, tu vedi mo che ponendo il detto 4 con le altre due figure, che seguita di qua dal primo ponto, dira 416. hor dico che in questo 416. vi se gli contiene quelli 3. & 3 solidi (detti nelle due precedenti) & perche li tre maggiori sono contenuti dalli tre quadrati, del maggior cubo, & della parte menore della linea diuisa, onde per trouar la detta parte menore (fina hora incognita) pigliaremo tre quadrati del detto 2. che saranno 12. & lo poneremo sotto a quel 41. & come nella terza operatione appare, & con modi naturali inuestigaremo quante volte il detto 12 potra intrar nel detto 41 (con quelle conditioni dette al suo luogo) & trouaremo, che v'intrara 3 volte, & questo 3 lo poneremo oltra la linea. a b. appresso al 2. & dira 23. & questo 23 saranno le due ricercate parti della linea. c d. (cioe le due decene sono per la parte maggior c e. & quel 3 numero simplice è per la parte. e d. menore) hor per trouar quello che auanza multiplica il detto 3 fia quel 12 fara 36. & questo sara per li 3 solidi maggiori quali tratti di quel 41. restara 5 come nella detta terza operatione si vede, il qual 5 con quel 6. che seguita dira 56. & perche fin a questa hora habbiamo cauato il maggior cubo (di duoi) & li tre maggiori solidi, adonque vi resta da cauar gli altri tre solidi menori, & anchora il cubo menore, per trouarli bisogna il treppio del quadrato del 3 (menor parte) il qual treppio veniria a esser 27. & questo 27 multiplicato fia la parte maggiore (cioe fia quel 2) fara 54. & questo sara la summa di tre solidi menori, liquali posti sotto a quelle 56 (decene) & sottratti da quelle restara 2. il qual 2 con quel 7. che seguita dira 27. come nella quarta operatione appare, & cosi fino a questa hora habbiamo il cubo maggior (di duoi) & li 3 solidi maggiori, & anchora li 3 solidi menori, & pero non vi resta altro, che a cauar del restante il cubo menore, cioe il cubo di quel 3. il qual cubo saria 27. & perche il restante è medesimamente 27. & pero cauando 27 da 27 restaria nulla, il che ne dinotaria il detto 12167 esser numero cubo, io non ti ho voluto cauar quel 27 di 27, per non ti porre vna quinta operatione, ma sottralo da te medesimo, & fatto questo tu trouarai hauer cauato il tutto, cioe li duoi cubi, & li 6 solidi, cioe li 3 maggiori, & li 3 menori, & pero la operatione viene a esser compita, & cosi pensa, che tu habbi inteso la causa propinqua di tutte le attioni, che habbiamo vsato nella estrattion della radice, egli e ben vero che Giouan di sacro bosco, Giorgio valla, frate Luca, Michel stifelio, Oronto, vsano alcuni altri modi fra lor diuersi, & differenti dal nostro, nondimeno per la nostra notata propositione (di sopra notata) si potra assignar la causa propinqua di tutte le varie attioni vsate in ciascun di quelli da ciascun di loro, perche tutti li varij modi, che trouar si possano per essequir tal atto si per vie naturali, come mathematice, dipendano dalla detta nostra propositione.

25 Dalla medesima sopra notata propositione cauassimo il modo, ouer la regola di saper rationabilmente formar il rotto delli sopra auanzi nelle dette estrattioni delle radici cube, perche se ben consideri quel treppiicar della prima radice (per formar il denominator di tal rotto) & quel treppiato multiplicato anchora per la detta prima radice, non è altro che quadrar la prima radice, & triplicar tal suo quadrato, ma noi vsiamo tal modo per potersi commodamente, aggiongere il simplice treppio della detta radice, onde che tal denominatore viene a esser composto di tre quadrati del maggior cubo (di duoi) & di tre lati del detto cubo, onde che poressi, ouer si potesse trouar vna tal qualita di rotto, che multiplicato fia quelli tre quadrati, et quelli 3 lati insieme cō il cubo di tal rotto, che tal summa fusse precisamente egual a quello preauanzo della nostra operatione, perche tal summa se ben la considerarai veniria a esser equale alli tre solidi maggiori, & alli tre menori, & al cubo del detto rotto, & pero in tal caso la detta radice cuba composta dal primo numero sano, & di quel rotto saria la perfetta radice cuba, di quel nostro primo numero, & tal numero saria numero cubo, ma per esser impossibile, che il cubo di vn numero sano, & rotto possa venir senza rotto, & pero in tal caso non stiamo a ricercarlo, ma per rotto assai propinquo alla verita notiamo quello, che per auanti (nella sesta di questo capo) fu notificato, il quale gionto con la radice prima forma vna radice assai propinqua alla verita, vero è che il cubo di tal radice alle volte è alquanto piu, & alle volte è alquanto manco del nostro proposito numero, per varij accidenti, liquali non li voglio stare a narrare, perche dubito, che ti veniria in fastidio.

Corellario primo.

Dalla soprascritta propositione si manifesta, che se vna linea (poniamo la a b.) sara diuisa in due parti, come si voglia, che il cubo di tutta la detta linea diuisa sara equale a questi 4 principali

pali

pelli prodotti, cioe al prodotto del cubo della prima parte (laqual supponiamo la parte a c.) & al prodotto del triplo del quadrato della detta prima parte a c. fia la seconda parte (laqual supponiamo la c b.) & al prodotto del triplo del quadrato della detta seconda parte fia la prima, & finalmente al cubo della detta seconda parte, delqual corellario essendone fatto la proua naturale si trouara cosi essere, & per questo verso piu si accommoda alla estrattione della detta radice cuba.

Corellario secondo.

Anchora delle cose dette si manifesta, che il cubo di tutta la sopradetta linea a b. (diuisa sara equale a questi altri 4 principali prodotti, cioe pur al prodotto del cubo della prima parte, & al prodotto del quadrato della prima parte fia il treppio della seconda, & al prodotto del quadrato della detta seconda parte fia il treppio della prima, & finalmente al prodotto del cubo della detta seconda parte, come che per la proua naturale te ne potrai certificare, & di questo te ne ho voluto auertire per mostrarti, che tal propositione si puo tramutare in piu modi per meglio accommodarsela secondo il bisogno in pratica.

29 Nella estrattione delle dette radici cube propinque delli numeri nõ cubi propone Orontio duoi modi, il primo è quello che fu narrato nella 4 del terzo capo, cioe che lui vuole, che quel residuo, che sopauanza in tal estrattione, sia posto sopra vna virgola (per numeratore) & sotto di tal virgola vuol che gli sia posto il treppio della radice gia cauata per denominator, laqual sua regola è molto lontana dalla verita, come che nella detta 4 del terzo capo fu fatto manifesto. Ma consequentemente a quello ne propone vn'altro secondo, qual dice esser piu precise del sopra narrato, & questo è simile a quello, che nella 16 del primo capo fu detto delle radici quadre, cioe vuole che sia anteposto, a tal numero tante nulle verso la man destra quante ne pare, ma distribuite p ordini ternari, come saria al mãco.000.ouer 000000.ouer.000000000. cioe 3. ouer 6. ouer 9. ouer 12. & cosi discorrẽdo, & fatto questo vuol che di tal risultante numero se ne debba poi cauar la radice cuba secõdo l'ordinario, & se in tal operatione auanzasse qualche numero non vuole, che ne sia tenuto alcun conto, & dalla radice, che in tal operatione sara stata cauata vuole che sia tolto via tante figure verso la banda destra quante saranno le ternarie nulle, che saranno state aggionte al primo numero, & le figure che restaranno verso la banda sinistra insieme con il rotto, che si formara con quelle figure tolte via da banda destra con il suo diuisore, conclude che sara la radice propinqua cuba del proposto numero, laqual cosa se ben la consideraral non vuol dir altro, che voler diuidere quelle vnita naturali di misure cube del proposto numero in 1000 parti, ouer in 1000000 parti, ouer in 1000000000. & cosi discorrẽdo, con laqual diuisione veniria ad hauer diuiso le vnita delle misure lineali, che nella radice peruenira in 10 parti, ouero in 100 parti, ouero in 1000 parti, & pero cauata la detta radice cuba di quelle particole per tirarle poi nelle nostre prime misure, bisognara partirle per quel numero in che saranno state diuise, essempi gratia se al primo proposto numero sara stato aggionto 000. (che verra a esser multiplicato per 1000) bisognara partire la radice cauata per 10 (perche la radice cuba di 1000 vien a esser 10) & per le medesime ragioni se al primo numero sara stato multiplicato per 1000000 (con lo aggiongerui 6 nulle) bisognara partire la radice cauata per 100. & cosi se al primo numero sara stato aggionto 9 nulle bisognara poi partire la radice cauata per 1000. & cosi discorrendo, & questo lo fa, acciochè quel rotto, che non fanno formar del auanzo (che resta nella prima operatione) caschi sopra vna di quelle parti di quelle misure lineali, & nõ sopra la prima proposta integra vnita, ouer misura, & pero quanti piu ternarij di nulle si aggiongera al primo numero tanto piu si andara accostando alla verita, laqual cautella (non hauendo altra migliore) non è da biasimare, ma tal cautela è piu presto da naturale, che da mathematico (come sopra delle radici quadre fu anchor detto. Questa medesima regola è stata imitata dal Cardano, medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato, & non solamente nelle radici quadre, & cube, ma nella nostra publica disputa se ne hanno voluto seruire nella rissolutione di varij miei quesiti allhor publicamente proposti sopra il cauare delle propinque radici relate, & di molte altre specie, come che al suo conueniente luogo si dira, & si fara anchor vedere per confidarsi loro in questa regola di aggiongere di nulle in quanti grandi erroracci siano cascati, perche (come fu detto in fine della 18 del primo capo di questo libro) gli errori di detta regola si fanno piu euidenti in tal grande specie di radice di quello fanno in queste piccole, cioe in queste due quadre, et cube, pur acciochè ogn'un veda, & intenda quello che di sopra è stato detto, sopra a tal regola (nelle radici cube) pongo che vogliamo trouar la propinqua radice cuba di 10 per il detto modo posto da Orontio, & imitato dal Cardano (come di so-

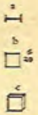
Orondo

Hieronimo Cardano medico milanese

per è stato detto) aggiongeremo per al presente .000. mille al detto 10. & farà 10000. & di questo 10000 ne cavaremo la radice cuba per le regole date, & trovaremo quella esser 21 & del avanzo non ne teniremo altro conto, ma questo 21 lo partiremo per 10 (per quelli 000. che fur aggionti al primo numero) & ne venirà 2 $\frac{1}{10}$, & tanto si concluderia per tal sua regola esser la propinqua radice cuba di 10. ma procedendo per la nostra regola trovaremo la detta propinqua radice cuba di 10. esser 2 $\frac{1}{7}$, & se de l'una, e l'altra ne farai prova, cioè cubãdo l'una, e l'altra trovarai la nostra esser molto più propinqua della sua, & con più breve, & rationabil via ritrovata, perche se con tal sua regola vorremo cavar la radice cuba propinqua di quel 999766228 (delqual nella 14 di questo capo ne cavassimo la detta propinqua radice cuba per la nostra regola, & quella con la summa brevità trovassimo esser 996 [illegible]) dimando quanti mandamenti vi se gli aggiongerà a procedere con tal suo modo, over regola, & tanto più aggiongendo a tal numero 9 mille, come nelli suoi essempi costuma ciascun di loro.

Come che le radici cube si delli numeri non cubi, come delli cubi si puo per via geometrica trovare, & dare precisamente per linea.

20 ANchor che le radici cube delli numeri non cubi non si possino precisamente cavare, ne dare per numero di sorte alcuna, cioè ne per numero sano, ne per numero rotto, ne per sano & rotto, nondimeno con modi, & regole geometrice, tutte si possono perfettamente dare, & assignare per linea, ma per ben intendere la pratica di questa operatione bisogna per notare (come si fece delle radici quadre) che tutti li numeri, che si propõgano, over che si proponerà da cavargli la radice cuba, per questa regola geometrica si debbono intendere numeri di misure solide, o vuoi dir corporee, come saria a dire di tante pertiche, over di tanti passi, over di tanti piedi, over di tante misure che formate con il compasso a nostro piacere, & per tal misura solida, over corporea si debbe intendere per uno cubetto di una di dette misure per faccia, o vuoi dir per lato, & acciò meglio m'intendi bisogna notare, che le misure geometrice si distinguono in tre modi, o vuoi dir in tre specie, la prima è detta misura lineale (come saria la lineetta .a. in margine posta, laqual supponeremo in queste nostre operationi per un piede lineale, come fu fatto anchora nella 22 delle radici quadre) la seconda è detta misura superficiale (come saria il quadretto .b. qual supponeremo il quadro della linea .a. cioè d'un piede) la terza è chiamata misura corporea (come saria a dire il corpetto .c. qual supponiamo il cubo della detta lineetta .a. (cioè d'un piede, per esser stata supposta la detta lineetta .a. un piede) hor tornando al nostro primo proposito replico, che tutti li numeri che si propongono da cavarui la sua radice cuba, sempre si debbono intendere numeri di misure corporee, alla similitudine del corpetto .c. & la radice cuba, che da tal estrattione si trovarà sempre si debbe intendere numero di misure lineali, alla similitudine della lineetta .a.

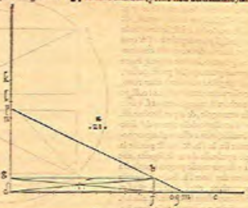


21 ANchora bisogna notare, che il problema da trovare la detta radice cuba geometricamente per linea non è stato dato, ne insegnato da Euclide, anchor che di tal cosa ne fusse ricercato da alcuni a lui indrizzati da Platone (per duplicar il cubo, over l'altare ad Apolline, per far cessar la peste) & questo (per quanto posso considerare) è processo per non saper trovar modo di essequir tal effetto dimostrativamente come si conviene al mathematico, anzi rimandò quelli tali a lui indrizzati dal detto Platone, laqual cosa vedendo Platone, et molti filosofi si missero a cercare di essequir tal effetto, & così fu trovato da loro di mandar tal cosa a essecutione che per una via, che per un'altra, talmente che tutti li detti modi, & regole erano fra loro diversi (come che nel nostro trattato di geometria si porrà vedere) vero è che niun di detti modi era da mathematico, ma da naturale, perche in ciascuno di quelli si procedeva a tastone, vero è che Orontio moderno mathematico in quel di quadratura circuli, si presume di haver trovato di essequir tal problema dimostrativamente, ma non poco s'inganna, come al suo conveniente luogo si farà manifesto. Hor per tornar al nostro proposito anchor che per molte vie naturali (come è detto) si possa essequir tal effetto di trovar la radice cuba per linea, quivi mostraro solamente quello, che opero nelle mie occorrentie, perche a me mi pare molto ispediente, de gli altri poi nel nostro trattato di geometria ne parleremo.

Essempio per trovar la radice cuba per linea.

VOlendo adonque trovare per linea, poniamo la radice cuba di 10. questo 10. (come di sopra è stato detto) s'intende, o che si debbe intendere 10 misure corporee, hor poniamo che siano 10 corpetti simili al nostro corpetto .c. di sopra posto in margine, delliquali 10 corpetti la intention nostra è di volerne fare un cubo solo, & saper quanto quel sarà per lato, over che diremo, egli un cubo, che l'area sua corporale è 10. di detti corpetti .c. & vorressimo

& volessimo sapere quanto sia il lato di tal cubo, cioe quanto sia di quelle misurette lineali (simile alla.a.) per lato, laqual linetta.a. per esser stata supposta per vn piede, & per piede la chiameremo, per essequir adonque questo effetto tira vna linea, cioe la.d e.& di quella ne cavarai la.d f. che sia precisamente 10 piedi (cioe 10 di quelle linette.a.) et sopra la detta.d f. forma la superficietta.d f g h. rettangola che la sua larghezza (cioe la.d g. & la.h f.) sia precisamente piedi.1. (tal che la detta superficie veniria a esser 10 piedi superficiali) fatto questo tira in quella li duoi diametri.d h. & g f. (per trovar il centro.i.) dapoi slonga il lato.d g. poniamo fino a.k. (ponto non determinato) fatto questo piglia il tuo compasso (facendo centro il ponto.i.) & con quello cercarai di signar in poco sopra la linea.g k. & vn'altro (senza variar il compasso dal centro.i.) sopra la linea.f e. liquali duoi ponti siano di tal qualita, che tirando vna linea retta da vno a l'altro di quelli tal linea passi precisamente per il ponto.h. & per trovar questi duoi ponti cosi condicionati bisogna procedere a tasto ne in questo modo prima a nostro giudicio si gnaremo li duoi ponti



l. & m. & dapoi signati, che siano sperimentaremo se tirando da l'uno a l'altro la detta linea retta se quella transira precisamente per il detto ponto.h. & perche in vero tirando la detta linea dal detto ponto.l. al ponto.m. quella transiria alquanto di sopra dal detto ponto.h. & pero ne signaremo duoi altri stringendo alquanto il nostro compasso, & questi secondi pongo che siano.n o. ma tirando la detta linea dal ponto.n. al ponto.o. trovaremo, che quella transira alquanto piu basso del detto ponto.h. & pero slargaremo alquanto il nostro compasso, & con quello signaremo gli altri duoi ponti.p. & q. & perche a tirar la detta linea dal ponto.p. al ponto.q. quel passa puntalmente per il detto ponto.h. come sensibilmente si vede, concluderemo la linea.f q. esser la radice cuba di 10. vero e che bisogna esser diligentissimo nell'operare altramente malamente rispoderia al senso, essempi gratia cavando la propinqua radice cuba di. 10. per la nostra regola trovaremo quella esser $2\frac{1}{9}$, & pero se la nostra operatione geometrica sara stata fatta con diligentia la detta.f q. doveria esser circa piedi $2\frac{1}{9}$, cioe circa doe di quelle linette.a. & vn nono di vna di quelle, & cosi con il compasso te ne potrai chiarire.

21 MA perche disidero, che ben intendi la sopradata regola te la voglio sotto brevita replicare in parole sopra di vn'altro numero, essempi gratia se quel tal numero, delqual vorrai cavar la radice cuba p linea fusse 7 tu formaresti, over cavaresti della linea.d e. la parte.d f. di 7 piedi, & la larghezza, cioe la.d g. over f h. tu la formaresti di. 1. piede, tal che la superficie.d f g h. veniria a esser 7 piedi superficiali nel resto tu procederesti, come di sopra e stato fatto, & la detta radice cuba di 7. ti veniria pur nel luogo della.f q. & la trovaresti scarseggiar di 2. tanto poco scarseggiaria di 2 (se diligentemente operarai) che il senso non poria vedere tal differentia, anzi parera precisamente 2. come che anchora con la nostra regola troviamo la radice cuba propinqua di 7 esser 2.

Come si puo geometricamente dimostrar la linea.f q. esser la radice cuba di x.

22 BElla cosa certamente e il saper operare diligentemente nelle rissolutioni delle questioni occorrenti nelli numeri, & misure, ma molto piu bello e il saper assignar le cause (dimostrativamente) delle loro conclusioni, & per tanto per satisfare a gli huomini dotti, & massime a quelli che non ignorano il Megarense, voglio dimostrare qualmente la linea.f q. della figura soprascritta, e la radice cuba di. 10. vero e che per dimostrar questo bisogna

prima, che io dimostri, che le due linee.g p.& f q. esser medie proportionali fra la.d f. & la f h.& per dimostrar questo, sopra il centro.a. del detto parallelogramo rettangolo.d f g h. gia descritto il sonnoscritto cerchio.p o q. secondo la quantita di.a p. over.a q. (che e quel medesimo) fatto questo allongo da l'una, & l'altra banda il lato.h f. per fino alla circonferentia segando quella nelli duoi ponti.r.& s.& cosi la.p d. per fino a.o.& la.g h. per fino a.t.& tiro le due linee.p s.& o r.& similmente le.s o.r o.& la.s t. dapoi arguisco in questo modo. La linea.s t. e eguale alla p o per esser egualmente distante dal centro.a.& per communa sentenzia le quattro linee.p g.s h.d o.& f r. sono fra loro eguali, & similmente le due.h t.& f q. sono fra loro eguali, & pero tirando la.t f.& quella produtta in diretto quella concorrera nel ponto.o. si come che la.q h. concorre nel ponto.p. (dal presupposito) onde langolo.s t o. vien a esser retto, per esser nel mezzo cerchio.s t o.& pero anchora il triangoletto.s t f. vien a esser rettangolo, & la perdicolare.t h. (per il corellario della ottava del sesto di Euclide) vien a esser media proportionale fra la.f h.& h s.& perche la f q. e eguale alla detta.t h. seguita, che la.f q. sia pur media proportionale fra le dette due linee.f h.& h s.& pero la proportione, che e dalla.f h. alla.f q. quella medesima sara dalla.f q. alla.h s. et perche la.p g. e eguale alla detta.h s. seguita adonque, che la proportione che e dalla.f h. alla.f q. quella medesima sia della.f q. alla.p g. & perche il triangolo.p g h. e simile al triangoletto.h f q. (come di sotto si dimostrara) la proportione, ch'e del lato.f h. al lato.f q. quella medesima sara del lato.p g. al lato.g h. & pero seguita le quattro linee.f h.f q.g p.& g h. esser continue proportionali, & le due.f q.& g p. (da noi trovate) esser medie fra le due prime, cioe fra la.f h. et.d f. (perche la detta.d f. vie a esser eguale alla detta.g h.) essendo adonque queste quattro linee.f h.f q.g p.d f. continue proportionali, la proportione della prima alla quarta, sara si come quella del cubo descritto sopra la prima al cubo descritto sopra la seconda (per la 3 4 del undecimo del nostro Euclide volgare) & perche la prima linea (cioe f h.) e la decima parte della quarta (cioe della.d f. dal presupposito) anchora il cubo della detta.f h. sara la decima parte del cubo della.f q.& perche il cubo della detta.f h. (laqual e supposta esser un piede) vien a esser un piede cubo, & cosi il cubo della detta linea.f q. veneria a esser 10 piedi cubi, & pero la simplice linea.f q. veneria a esser la radice cuba di detti 10 piedi cubi, che e il proposito nostro, qual fu da dimostrare, che la nostra trovata linea.f q. era la radice cuba di 10.

Restaria a dimostrare, che li duoi triangoli.g p h.& f h q. siano simili (come di sopra fu promesso) laqual cosa in piu modi si puo dimostrare, ma per al presente lo dimostraremo in questo modo, per esser le due linee.g h t.& d f q. equidistante fra loro langolo.g h p. (del triangolo.g h p.) sara eguale (per la 29. del primo di Euclide) al angolo.f q h. del triangolo.f q h.& langolo.p g h. del medesimo triangolo.p g h. e eguale al angolo.h f q. del medesimo triangolo.h f q. per esser l'uno, & l'altro retto, onde (per la 32 del primo di Euclide) saranno equiangoli, & consequentemente simili, ch'e il proposito.

Come si cavano le radici cube di numeri rotti, & di sani, & rotti si le precise delli rotti cubi, come le propinque delli non cubi. Cap. IIII.

PEr intendere il modo di cavar la radice cuba di numeri rotti, bisogna notare, come che di tai numeri rotti alcuni sono cubi, & alcuni non, & molto piu spessi sono li non cubi delli cubi, li rotti cubi sono quelli che dapoi che sono schisati all'ultima schisatione hanno il suo numeratore, et anchora il suo denominatore numero cubo, come sono questi [illegible], & infiniti altri simili, onde per cavar la radice cuba di questi tali e cosa facile, perche basta a cavar la radice cuba del suo numeratore, &

ponerla

ponerla sopra a vna virgola pur per numeratore, & dapoi cauar anchora la radice cuba del suo denominatore, & poner tal radice sotto alla medesima virgola per denominatore, essempi gratia volendo cauare la radice cuba di $\frac{1}{8}$, caua la radice cuba di quel 1, ch'è sopra la virgola, laqual è pur 1, e questo 1 mettilo sopra vna virgola, & sotto di quella metterai la radice cuba di quel 8, ch'è sotto alla virgola, laqual radice è 2, & starà in questo modo $\frac{1}{2}$, & cosi concluderai la radice cuba di $\frac{1}{8}$ esser $\frac{1}{2}$, & se vuoi far proua cuba questo $\frac{1}{2}$, & vedi se ritorna quel $\frac{1}{8}$, & che tornando tu sei sicuro la tua conclusion esser buona, ma tornando altramente sareßi sicuro di hauer errato nella operatione, per cubar questo $\frac{1}{2}$ penso, che tu debbi saper, che bisogna dir $\frac{1}{2}$ fia $\frac{1}{2}$ fa $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{4}$ fia quel $\frac{1}{2}$ fa $\frac{1}{8}$, & però sta bene, & con tal modo concluderai, che la radice cuba di $\frac{1}{27}$ esser $\frac{1}{3}$, & di $\frac{8}{27}$ esser $\frac{2}{3}$, & di $\frac{1}{64}$ esser $\frac{1}{4}$, & di $\frac{27}{64}$ esser $\frac{3}{4}$, & di $\frac{1}{125}$ esser $\frac{1}{5}$, & di $\frac{8}{125}$ esser $\frac{2}{5}$, & di $\frac{27}{125}$ esser $\frac{3}{5}$, & di $\frac{64}{125}$ esser $\frac{4}{5}$, & di $\frac{1}{216}$ esser $\frac{1}{6}$, & di $\frac{125}{216}$ esser $\frac{5}{6}$, & cosi discorrendo.

la R cu. di $\frac{1}{8}$ è $\frac{1}{2}$
la R cu. di $\frac{1}{27}$ è $\frac{1}{3}$
la R cu. di $\frac{8}{27}$ è $\frac{2}{3}$
la R cu. di $\frac{1}{64}$ è $\frac{1}{4}$
la R cu. di $\frac{27}{64}$ è $\frac{3}{4}$
la R cu. di $\frac{1}{125}$ è $\frac{1}{5}$
la R cu. di $\frac{8}{125}$ è $\frac{2}{5}$
la R cu. di $\frac{27}{125}$ è $\frac{3}{5}$
la R cu. di $\frac{64}{125}$ è $\frac{4}{5}$
la R cu. di $\frac{1}{216}$ è $\frac{1}{6}$
la R cu. di $\frac{125}{216}$ è $\frac{5}{6}$

Ma bisogna auertire, che molte volte vn rotto sarà cubo, & parerà nõ esser cubo, come essempi gratia saria questo $\frac{3}{81}$, del quale ne il numeratore, ne manco il denominatore è numero cubo, & nondimeno se lo schisarai per 3 trouarai che se ne venira $\frac{1}{27}$, ch'è cubo, & però sempre schisa il tuo rotto se tu vuoi certificar se quello è cubo, oueramente non, eglie ben vero che alcuni si da schisar, come schisati si conoscono esser cubi, come saria questo $\frac{27}{216}$, qual schisandolo per 27. ti darà $\frac{1}{8}$, ch'è cubo, la cui radice cuba è $\frac{1}{2}$, & similmente il detto $\frac{27}{216}$ è cubo, & la sua radice cuba è $\frac{3}{6}$, qual schisato sarà per $\frac{1}{2}$, ma questi tali sono rari.

Come si cauano le propinque radici cube delli numeri rotti non cubi.

2 Ma quando che il numeratore, & il denominator del rotto, schisato che sia non sarà numero cubo, & quando ben vn di loro fusse numero cubo, & l'altro non, tal rotto non sarà cubo (come fu detto anchora sopra li rotti quadrati) Se adonque vn rotto non sarà cubo, & che ne vorrai cauar la propinqua radice cuba, tal atto si porria esseguir per tre diuersi modi ragioneuoli, delliquali il piu leggiadro, & a manco errori soggetto è questo, multiplicarai il quadrato del denominatore di tal rotto fia il suo numeratore, & di tal produtto cauane la propinqua radice cuba (per la nostra regola) & tal propinqua radice partirai per il simplice denominatore, & lo auenimento sarà la propinqua radice cuba di tal rotto, essempi gratia volendo per questo secondo modo cauar la propinqua radice cuba di $\frac{5}{6}$ quadra il 6, ch'è sotto alla virgola, farà 36, multiplica questo 36, per quel 5, ch'è sopra la virgola farà 180, & di questo 180, cauane la propinqua radice cuba (per il modo da noi mostrato, & dichiarato nella sesta del terzo capo, & trouarai quella esser $5\frac{55}{91}$, & questo partirai per il simplice denominatore del nostro primo rotto (cioè per quel 6) & te ne venirà $\frac{510}{546}$, & tanto diremo esser la propinqua radice cuba di quel $\frac{5}{6}$, che se ne farai la proua naturale, cioè cubando la detta radice propinqua tu trouarai tal suo cubo errar di vna pocca cosa dal nostro $\frac{5}{6}$, il qual errore della detta radice sarà quasi nulla. Essempio

La causa di questa regola non te la posso far manifesta in questo luogo per non hauerti anchora dichiarato il trattato delle proportioni, ma quando che cõ il tuo studio sarai aggionto alla quarta del settimo capo di tal trattato se vi ponerai cura da te medesimo la intenderai, perche questa regola non è altro, che di trouar fra il denominatore, & il numeratore il secondo termine del quattro termini continui proportionali (per la notitia del primo, & de l'ultimo, ouer del primo, & del quarto, & in questo caso il primo termine vien a esser il denominatore, & il quarto il numeratore, onde la proportione del detto denominatore, alla radice cuba del detto secondo termine sarà si come la radice cuba del denominatore alla radice cuba del numeratore (per la 16 del vndecimo di Euclide) & però partendo la propinqua R cu. del secondo termine per il detto denominatore ne venira quel medesimo che veniria a partir la radice cuba del numeratore per la radice cuba del denominatore, & a tuor la radice propinqua, si del denominatore, come del numeratore si fa duoi errori (per non esser ne l'un, ne l'altro numero cubo) delliquali quel che occorre nella propinqua radice cuba del denominatore (anchor che sia insensibile) per operarlo poi per partitore causa alle volte errore assai nella conclusione. Ma procedendo per questo nostro modo il denominatore sta in suo essere, & non si altera, & però lo errore è solamente in quella radice propinqua, che si caua del secondo termine, qual errore essendo già piccolo, & partendolo poi si fa piu piccolo, & però questo modo è piu leggiadro, & soggetto a manco errore di qual si voglia per gli altri duoi.

Alcuno mi porria in questo luogo, ouero in questo passo, ragioneuolmente riprendere dicendo non potendo assignar la causa della soprascritta regola auanti al trattato delle proportioni, tu doueui ponere il detto trattato delle proportioni auanti di questo delle radici. Rispondo che l'uno, & l'altro di questi duoi trattati (rispetto alle cube) ha dibisogno de l'altro, ma piu ha dibisogno il trattato delle proportioni (in quanto alla pratica) del trattato delle radici, di quello che ha quello delle radici di quello delle proportioni, & pero lo habbiamo antiposto a questo.

Come si cavano le radici cube delli numeri sani, & rotti.

3 Havendo ben inteso il modo di cavar le radici cube si delli rotti non cubi, come delli cubi, facil cosa sara a intendere il modo da far il medesimo nelli numeri sani, & rotti, vero è che bisogna pur sapere, come che delli numeri sani, & rotti ve ne sono alcuni, che sono pur cubi, & alcuni non, quelli che sono cubi sono quelli che riduti li numeri sani ne' suo rotto schisato, & summati insieme tal summa sia numero cubo, & similmente il denominator di tal rotto sia pur cubo, come saria $3\frac{3}{8}$, che riducendo quelli 3 sani in ottavi, che fara 24 ottavi, i quali gionti con quelli 3 ottavi faranno in tutto $\frac{27}{8}$, & perche quel 27. che è sopra la virgola è numero cubo, & similmente quel 8 (denominatore) è pur cubo, diremo tal $3\frac{3}{8}$ esser cubo, & per cavarui la sua radice cuba procederai, come festi delli simplici rotti cubi, cioe cava la radice cuba di quel 27. ch'è sopra la virgola, laqual è 3. & ponilo sopra una virgola, & di sotto di quella ponerai la radice cuba di quel 8 (denominatore) ch'è 2. & dira $\frac{3}{2}$, che saria $1\frac{1}{2}$, & cosi diremo la radice cuba di $3\frac{3}{8}$ esser $1\frac{1}{2}$, & se ne vuoi far la prova cuba tal radice, cioe quel $1\frac{1}{2}$, & trovarai che fara precisamente $3\frac{3}{8}$, & per tanto è buona, & se havesse fatto altramente saria stata falsa, & con tal ordine procederai ne gli altri simili, perche se con tal ordine investigarai la radice cuba di $15\frac{5}{8}$, tu trovarai quella esser $2\frac{1}{2}$, & quella di $4\frac{17}{27}$, tu trovarai quella esser $1\frac{2}{3}$, come in margine vedi, ma quando che l'uno, & l'altro di detti numeri non fusse numero cubo, tal numero sano, & rotto non sara cubo, & similmente quando che uno di detti duoi numeri fusse cubo, & l'altro non fusse cubo, pur tal numero sano, & rotto non sara cubo, & pero seguita, che quando il denominatore del rotto schisato non sara numero cubo, tal numero sano, & rotto non sara cubo.

la R cu. di $3\frac{3}{8}$ è $1\frac{1}{2}$
la R cu. di $15\frac{5}{8}$ è $2\frac{1}{2}$
la R cu. di $4\frac{17}{27}$ è $1\frac{2}{3}$

Come si cavano le propinque radici cube delli numeri sani, & rotti non cubi.

4 Hor per cavar la propinqua radice cuba di numeri sani, & rotti non cubi (materia non più insolita) prima schisarai il rotto, fatto questo redurai il numero sano a quella specie di rotto, & dapoi procederai secondo la regola data nella seconda di questo capo, di numeri rotti, cioe multiplicarai il quadrato del numeratore di tal rotto fia quel gran numeratore (cavato con la riduttione del sano) & la propinqua radice cuba di tal prodotto partirai per il simplice denominatore, & l'avenimento di tal partire sara la propinqua radice cuba di tal numero sano, & rotto. Essempi gratia volendo cavare la propinqua radice cuba di $3\frac{1}{2}$, recto tutto in mezzi, & haverai $\frac{7}{2}$ quadra il denominatore, cioe quel 2 fa 4. multiplica il numeratore (cioe quel 7) per questo 4. fara 28. cava la propinqua radice cuba di quel 28 laqual (procedendo per la nostra regola) trovarai esser $3\frac{1}{27}$, & questa partirai per il simplice denominatore (cioe per quel 2) & te ne venira $1\frac{14}{27}$, & tanto sara la propinqua radice cuba di $3\frac{1}{2}$, & se ne vorrai far la prova naturale, cuba quella tal propinqua radice cuba, cioe quel $1\frac{14}{27}$, & trovarai che fara 3 [illegible], che sopr'abondaria il nostro 3. di quel rotto, il qual errore nella propria radice (cioe in quel $1\frac{14}{27}$) non saria quantita sensibile, & cosi con tal regola cavarai le propinque radici cube di numeri sani, & rotti non cubi, due altre regole ti poteria chiarire sopra a tal materia, ma per esser questa la migliore, & sottoposta a manco errore delle altre voglio por silentio a quelle, & a questo capo.

Essempio

Da notare sopra le propinque radici cube.

5 Bisogna notare (come fu detto di sopra le propinque radici quadre) che questa regola di saper trovare, & cavare la propinqua radice cuba si di numeri sani, & di rotti, & di sani, & rotti, è stata da me ricercata, & ritrovata per poter conoscere per numero la conclusione di qualche questione sofisticamente risolta, ma non perche tai propinque radici si debbano cavar nel principio di alcuna operatione per maneggiarle nella risolutione di qualche tal questione, perche tal risolutione veniria in tutto falsa, come nel algorithmo di tai sorti di radici si fara manifesto.

Regola generale (dal presente auttor ritrovata) da cavar la terza specie di radice chiamata da nostri antichi radice di radice, over radice censi di censo, over radice censica, censica con la sua propria regola. Cap. V.

1 ANchor che la regola data per cavar la radice quadrata ne poria servire per cavar la radice di radice in duoi colpi, overo in due operationi, & massime quando che quelle sono rationali, & discrete

discrete, nondimeno perche tal modo di cauarla in duoi colpi, quando che non sono rationali, & discrete causano non poca difficulta in voler assignarle propinque alla verita, come nel nostro processo si vedra palese, & per tanto parte per leuare tal difficulta (non consyderata ne posta da alcun'altro) & parte per far noto li mirabil ordine, che hanno li numeri fra loro, mi e apparso (sotto breuita) di voler mostrare di cauare tal ℞ ℞ per la sua propria regola, onde per eseguire tal atto con prontezza bisogna saper a mente le multiplicationi poste in margine, lequai non sono altro, che li quadrati di quadrati delli numeri digiti, & chi non le volesse, ouer potesse imparar a mente, ne conseruar in memoria, bisognaria nelle sue estrattioni di tal sorte di ꝫ ꝫ hauer auanti a gli occhi in scritto le dette multiplicationi, ouer li detti quadrati di quadrati con le sue radici per poter negotiar le cose necessarie in tai operationi.

Come si cauano le radici di radice di numeri menori, & prima

di numeri ce.di ce.o vuoi dir quadrati di quadrati.

4 PEr cauar la ℞ ℞ di vn numero menore, & per numero menore si debbe intendere ciascun di quelli, che la sua ℞ ℞ non puo esser piu, che di vna sol figura (come sopra la radice cuba fu anchor detto) & quelli tai numeri menori nō ponno esser maggiori, che di 4 figure, perche il quadrato del quadrato di qual si voglia digito nō puo passar 4 figure (come nella tauola posta in margine appare) et pero per conoscere in questa specie di radice se vn proposito numero sia di menori, ouer di maggiori si costuma di farui vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passano quattro figure si lasciano cosi, perche tal ponto ne dinota tal numero esser di menori, cioe quel sol ponto ne dinota la radice di radice, o vuoi dir censo di censo di tal numero, esser vna figura sola, ma se le figure del detto numero fussero piu di quattro numeri maggiori, & bisognaria farui altri ponti, come al suo luogo si narrara. Dico adonque che tal numero menore (delqual vorrai cauar la ꝫ ꝫ necessariamente sara o, numero quadrato di quadrato (o vuoi dir censo di censo) ouer nanche non, se per sorte tal numero sara quadrato di quadrato, tal sua ꝫ ꝫ sara manifesta, per vigore della tauola in margine posta, perche sel numero proposito sara ponamo 6561. per vigor della detta tauola tu saperai che la sua radice di radice sara 9. & similmente di 4096. tu saperai che tal sua radice di radice sara 8. & cosi di 2401. tu saperai che la sara 7. & cosi discorrendo in tutti gli altri numeri annotati.

Radice di radice, ouer radice cen.di cen.	Numeri ce.di cen. ouer quadrati di quadrati.
1	1
2	16
3	81
4	256
5	625
6	1296
7	2401
8	4096
9	6561

Regola generale (dal presente auttor ritrouata) da cauare le propinqua

radice ce.ce. delli numeri non cen.de cen.

5 MA quando che il detto proposito numero non sara quadrato di quadrato, per fino al presente non ho visto, ne letto alcun'auttore, che habbia dato, ne manco tentato di trouar regola di saper trouar, & dare tal specie di radice propinqua alla verita, & la causa di questo e proceduta per non hauer trouato, ne inteso la propria regola da estraere tal radice (con il suo propter quid) ma si seruiuano in cauarla della regola della radice quadra, cauandola in duoi colpi. Per cauar adonque la propinqua radice delli numeri non censi di censi, cioe non quadrati di quadrati, cauarai prima la radice ce.ce. del maggior numero ce.di ce. che sia in quel tal numero, & quello che di sopra restara in tal operatione ponerailo sopra di vna linetta, & fatto questo per formar mo il denominatore da mettere sotto di tal linetta, lo farai con tre produtti principali, il primo produtto formarai con il quadruplo del cubo della radice gia cauata, il secondo lo farai con il sestuplo del quadrato della detta radice gia cauata, il terzo, & vltimo produtto lo formarai con il quadruplo della simplice radice gia cauata, & la summa di tai tre produtti si douera ponere sotto alla detta linetta per denominatore, & cosi la detta prima radice cauata insieme con quel tal rotto sara la propinqua radice censica, censica (o vuoi dire ℞ ℞) di quel tal numero non censo di censo. Essempi gratia volendo cauar la propinqua ℞ ℞ di 76. caua prima la detta ℞ ℞ secondo l'ordinario, cioe del maggior censo di censo, che sia nel detto 76. & trouarai quel esser 16. la cui ℞ ℞ e 2. & perche a cauar il cen. di cen. di quel 2 dal detto 76 ti restara di sopra 60 (come in margine vedi) il qual 60. dico che lo debbi porre sopra di vna virgola consequentemente alla detta ℞ ℞ (cioe al detto 2. come nella prima operatione in margine appare, & fatto questo per formar il denominatore quadruplica il cubo del detto 2 (ch'e 8) fara 32 per il primo produtto, fatto questo piglia il quadrato del detto 2 (che sara 4) & multiplicalo per 6 (per regola ferma) fara 24 per il secondo produtto, qual ponerai sotto al primo, & fatto questo pigliarai similmente il quadruplo del detto 2 (che fara 8) & questo sara il terzo, & vltimo produtto, qual posto

Essempio
prima operatione

60	2	$\frac{60}{}$	
76	2		
16			
cu.			
8	cu. 4		2
4	6		4
1 prod. 32	24		8
2 prod. 24			
3 prod. 8			
summa 64 denominator			

seconda operatione

60 2
76 | 2 [illegible] schisa [illegible]
16 b

sotto a gli altri, & la somma di questi (la qual sara 64) ponerai sotto alla ditta lineetta per denominatore, il che facendo sara in questo modo 2 [illegible], ma schifando il rotto per 4 dira 2 [illegible], & tanto sara la propinqua ℞ ℞ del sopradetto 76. & se ne vorrai far la proua naturale recca tal radice a censo di censo, cioe multiplica il detto 2 [illegible] in se medesimo, & trouarai che fara [illegible], & tal produtto multiplicalo vn'altra volta in se medesimo, & trouarai che fara 74 [illegible], cioe sara 1 [illegible] manco del nostro 76. & quantunque tal errore para assai nel censo di censo, non dimeno nella radice nõ è cosa sensibile, anzi che ben cõsiderarai gli errori, che faranno tutte le sorte di radice propinque, trouarai che l'errore di vna vnita, che faccia la radice propinqua quadra nel suo quadrato causara maggior errore nella detta radice quadra propinqua di questo sara cinque vnita di errore, che faccia la propinqua radice cuba nel suo cubo, & le dette cinque vnita di errore, che faccia la detta radice propinqua cuba nel suo cubo causara maggior errore nella detta radice propinqua cuba, di questo faria 10 vnita, che facesse di errore la detta propinqua radice cen. di cen. nel suo cen. di cen. nella detta propinqua radice cen. di cen. & pero non è da marauigliarsi se in queste propinque radice cen. di cen. nel farui la sua proua naturale facessero ben errore di 10. vnita, perche vn tal errore nella detta radice saria mãco sensibile di quello (com'è detto) che facesse la radice quadra di vna sola vnita, come da te puoi considerar per esser molto piu alta dignita lo cen. di cen. del simplice censo, & sono piu rari, cioe che fralli cẽ. di cen. di duoi numeri sara molto maggior differentia da l'uno a l'altro, di quello sara fra li duoi quadrati di quelli medesimi numeri, & anchora di quella sara fra li duoi cubi di quelli medesimi, & perche di questo con la isperientia da te te ne puoi certificare, non ti adduco circa cio altro essempio, anzi voglio che ritorniamo al nostro primo proposito, auertendoti pero che queste radici propinque nel suo censo di censo ponno errar tal hora in piu del numero proposito, & tal hora in mancõ, ma e piu soggetta a errar in manco, che in piu.

prima operatione

172 2
264 | 2 [illegible]
52 b

ca.	qu.	
27	9	2
4	6	6
1 pro. 108	54	12

1 prod. 54
3 prod. 12

℞ 174 denominator

4 PEr meglio stabilirti in questa regola, volendo anchora cauar la propinqua radice cen. cen. di 254 cauala prima si condo l'ordinario, che trouarai quella esser 3. & sopra auanzarti 172. questo sopra auanzo di 172. ponerai per sopra di vna lineetta, come nella prima operatione in margine appar, fatto questo quadruplica il cubo di quel 3 (che e 27) fara 108. per il primo produtto, dapoi multiplicarai il quadrato del detto 3 (che sara 9) per 6 (per regola sesta) fara 54 per il secondo produtto, qual ponerai sotto al primo, finalmente quadruplicarai il detto 3 (simplice) fara 12. per il terzo produtto, qual posto sotto a gli altri duoi, & la summa di quelli sara 174. & questo ponendolo sotto alla gia detta lineetta per denominatore, dira poi 3 [illegible], & tanto sara la propinqua radice censica censica, del detto numero 254. come nella seconda operatione in margine appare, & se ne vuoi far la proua naturale reccarai la detta radice (cioe quel 3 [illegible]) a censo di censo, cioe quadra il detto 3 [illegible], & trouarai, che fara [illegible] & questa quantita quadrarai vn'altra volta, & trouarai che fara 254 [illegible], che venira a errare in piu del nostro 254 poco piu di vna mezza vnita, ma nella detta radice sara quasi insensibile.

seconda operatione

172
264 | 3 [illegible]
52

5 VOlendo anchora (per consolidarti meglio) cauar la propinqua radice censica, censica di 17. procedendo per la regola data trouarai quella esser 2 [illegible], & se ne farai proua trouarai che il suo censo di censo sara 16 [illegible], che sara manco del nostro 17. solamente per circa [illegible], & cosi anchora la ℞ ℞ propinqua di 2. trouarai esser 1 [illegible], & il suo censo di censo sara 1 [illegible], &c.

Da notare.

6 ANchora per queste propinque ℞ ℞, bisogna notare qualmente vi occorre quel medemo accidente, che si disse occorrere nelle radici propinque quadre, & anchora nelle cube, cioe che di tutti quelli numeri, che mancano di vna sola vnita a essere numero cen. di cen. o vuoi dire a esser quadrato di quadrato la sua propinqua radice cen. cen. cauata secondo la detta nostra regola sempre tal radice venira senza rotto, & il censo di censo di tal propinqua radice errara di vna sola vnita di piu del nostro proposito numero, cioe che il quadrato del quadrato di tal radice propinqua sara vno di piu del nostro proposito numero, vero è che tal suo error nõ è il massimo che occorrer possa in tal specie di radici, come che era nelle propinque radici quadre, perche in altre propinque radici cen. di cẽ. vi occorre errori nel suo cen. di cen. alcuna fiata di molte vnita, vero è che tali errori sariano insensibili nella detta radice per le ragioni dette in fine della terza, hor per tornar al nostro proposito, dico che volendo cauar la radice cen. di cen. di 15 (il qual 15 manca di vna sola vnita a esser numero cen. di cen. perche se lui fusse 16 saria cen. di cen.) & la sua propinqua radice cen. di cen. cauata secondo la nostra regola si trouara esser 1 [illegible],

che faria 2. cioe senza rotto, & il censo di censo di tal radice saria 16. cioe uno di piu del nostro 15. & il medesimo occorrera in tutti gli altri simili numeri, che mancano di una sola unita a esser numeri censi di censi, o vuoi dir quadrati di quadrati, & per certificarti meglio se con tal mia rego la cavarai la detta propinqua radice ce. ce. di 80. (il qual numero manca di una sola unita a esser numero cen. di cen.) trovarai tal sua propinqua ℞ ℞ esser $2\frac{16}{16}$, che faria 3 senza alcun rotto, della qual propinqua ℞ ℞ se la reccarai al suo censo di censo trovarai quel esser 81. cioe uno di piu del nostro 80. & cosi il medesimo seguira ne gli altri simili numeri, laqual cosa non e di poca ammiratione a quelli che ignorano la causa propinqua di tal nostra regola. Anchor nota che se per sorte quello che avanzasse fusse maggiore del nostro denominatore formato con la sopradetta nostra regola (cioe con quelli 2. produtti) saria segno evidente tu haver errato nella operatione, & denotaria la tua prima radice cavata esser manco del dovere, perche tal avanzo mai puo esser maggiore, ma solamente eguale, over menor di tal denominator.

7 Anchora in queste propinque radici cen. di cen. eglie possibile dapoi che si ha ritrovata la prima per la detta nostra regola, di trovarne un'altra seconda piu propinqua della prima, & trovata la seconda se ne puo trovarne una terza, & cosi andar procedendo in infinito, ma perche gli errori della nostra prima sono (come di sopra è detto) di tanto poco momento nella detta prima radice, che mi par cosa superflua a voler dar regola di approssimarvisi piu, ma se per curiosita lo vorrai essequir non dubito, che da te medesimo lo saprai mandar a essecutione mediante le regole date nelle quadre, & cube.

Come si pontano le figure delli numeri maggiori da chi si ha da cavar la radice cen. di cen. o vuoi dir la ℞ ℞.

8 Quando che il numero da chi si ha da cavar la radice censica, censica, o vuoi dir ℞ ℞ sara di piu di quattro figure s'intende esser numero maggior, perche la radice censica, censica di tal numero convien esser piu di una figura, & tanto piu sara maggior quanto piu sara il numero delle figure di tal numero, & pero per saper di quante figure sara la radice cen. cen. di tal numero si costuma a pontar le figure di quello, come si fece anchora nel cavar le radici quadre, & cube, ma secondo che nella quadra s'interlascia fra ponto, & ponto una figura sola, & nel pontar quelle della cuba se ne interlascia due (cioe una di piu della quadra) cosi in questa se ne interlascia tre (cioe una di piu di quello si fa nella estrattione della cuba) & cosi con tal ordine si vanno apponendo tutte, come che nelli essempi posti figuralmente in margine appare, & questo appontar si fa (come di sopra fu detto) per saper di quante figure sara composta la detta radice cen. cen. di tal numero, & pero se quel tal numero proposto sara solamente, di una, over di due, over di tre, over di quattro figure, siamo certi la radice di radice di quel tal numero esser una figura sola, perche volendoli appontar secondo l'ordine di sopra detto non vi occorrera salvo che un ponto solo sopra la prima figura verso man destra, come tu puoi vedere in questa sol figura 2, over in queste due 76, overo in queste tre 157, overo in queste quattro 3579, overo in queste sette 1679616, overo in queste otto 79703410, overo in queste dieci 5134795740, & cosi procedendo di mano in mano in infinito.

2
76
157
3579
1679616
79703410
5134795740

Come si cavano le radici di radice, vuoi dir radice cen. cen. (si discrete, come sorde) di numeri maggiori, & prima di quelli che ricevano duoi ponti.

9 Havendo di sopra dato il modo, over regola di cavar le ℞ cen. cen. o vuoi dir radice di radice si discrete, come sorde, overo propinque, di numeri menori, & anchora, come si pontano le figure di numeri maggiori, hora intendo di mostrare, come si cavano le dette radici di radice, si le discrete, come le sorde, o vuoi dir propinque, & comincieremo prima a cavarle da quelli numeri, che ricevano solamente duoi ponti, perche da quella regola si cava la regola da cavarla da quelli che piu ponti ricevano.

prima operatione

$$\begin{array}{c|c} & a \\ 1679616 & \\ & b \end{array}$$

Volendo adonque cavare la radice di radice di 1679616. prima apponta queste sette figure secondo l'ordine detto di sopra, che trovarai che ricevano solamente duoi ponti, l'uno di quali va sopra la prima figura verso man destra (cioe sopra a quel 6) & l'altro va sopra la quinta (cioe sopra a quel 167 decene di miara) fatto questo tiraremo la linea a b. secondo il solito, & dapoi investigaremo la radice cen. cen. di quel 167. che è dal secondo ponto verso man sinistra, & trovaremo quella esser 3 il qual 3 lo poneremo oltra la linea a b. & il cen. di cen. di tal 3 (che sara 81) tu lo ponerai sotto al detto 167. & lo sottrarai da quello, & il restante che sara 86. tu lo ponerai di sopra al detto 167. come nella seconda operatione appare, & depennarai tutte le soccoggiacenti figure (come che il

seconda operatione

$$\begin{array}{c|c} 86 & a \\ 1679616 & 3 \\ 81 & b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 4 \\ \hline 108 \end{array}$$

cō si costuma nelli partiri per galea, ouer batello) sarà questo per ritrouar l'altra seconda figura, ouero digito di tal radice, si puo procedere per piu vie, ma la piu intelligibile è questa, cubica quel 3. ch'è sotto la linea a.b. fa 27. & questo 27 lo quadruplico per regola generale sara 108. & questo 108 lo pongo piu auanti verso man destra vna figura del secondo ponto (come che nella terza operatione si vede) & dapoi vederemo quante volte puo intrare quel 108. in questo sopra posto 869. (non depenato) & questo lo puoi inuestigare con la prima figura (cioe con quello 1 del detto 108) come si costuma nelli partiri per batello dicendo 1. in quel 8. che gli è sopra, vero è che gli poteria intrar 8 volte, ma bisogna farlo intrare con tal condizione, che del restante accompagnato con la seguente figura (laqual è 6) vi se ne possa cauare il produtto del quadrato della prima radice multiplicato per 6. et tal produtto multiplicato anchora per il quadrato di questo secondo digito, che si ha da ponere dietro alla prima radice, ouer digito (cioe a quel 3) & che anchora di tal resto accompagnato con la seguente figura verso man destra se ne possa cauar la multiplicatione del cubo del detto secondo digito per il quadruplo del primo, & che anchora del restante per fino all'ultima figura del primo ponto, se ne possa cauare il censo di censo del detto secondo digito, laqual cosa se con diligentia ricercarai trouarai tal secondo digito esser 6. cioe che quel 1 intrara 6 volte nel detto 8. con le dette condizioni, & pero notarai il detto 6 appresso a l'altra prima radice, ouer digito, & con questo multiplicando quel 108. & tal multiplicationi andarle sottrando dal sopraposto 869 (secondo che si costuma nelli partiri per galea) & trouarai che ti restara di sopra 221. qual compagnato con quel 6. che seguita dara 2216. come nella terza operatione appare, fatto questo quadra quel 3 (primo digito, ouer prima radice) sara 9. multiplicalo per 6 (per regola ferma) fara 54. & questo 54 multiplicalo per 36 (quadrato della seconda radice) fara 1944. & questo cauarai da quel 2216. che sopra ti auanzo, & ti restara 272. come nella quarta figura appare, qual 272 accompagnato con la seguente figura dara 2721. come nella detta quarta operatione appare, fatto questo multiplica il cubo della seconda radice (cioe quel 6) che sara 216 per il quadruplo della prima radice (cioe di quel 3) che saria 12 fara 2592. & questo cauarai da quel 2721. che sopra ti auanzo nella quarta operatione, & trouarai che ti restara 129. come nella quinta operatione appare, il qual 129 accompagnato con la seguente vltima figura (cioe con quel 6 del primo ponto) dara 1296. & di questo cauarai finalmente il censo del secondo digito (cioe quel 6) che sara pur 1296. & trouarai che ti restara nulla, come nella sesta, & vltima operatione appare, & per esserti auanzato nulla tal numero 1679616. è censo di censo, o vuoi dir quadrato di quadrato, & la sua perfetta radice di radice viene a esser perfetta, & rationale, & se ne vuoi far proua troua il censo di censo della detta radice cauata, cioe di quel 36. & se tal censo di censo tornara quel medesimo 1679616. la tua operatione sara buona. Ma quando che di sopra alla vltima operatione ti fusse auanzato qualche cosa, tu aggiongeresti quel tal auanzo al detto tuo censo di censo, & tal summa doueria esser eguale al detto nostro primo posto numero (come fu detto delle quadre, & cube, & nota quando che di sopra alla detta vltima operatione ti fusse restato qualche cosa, tal sua radice non saria rationale, & per assignarla propinqua alla verita tu procederesti secondo l'ordine, ouer regola data nella terza di questo capo, cioe mettere sempre tal auanzo, ouer restante sopra vna linetta, & per trouar poi il denominator da ponere sotto di tal linetta, tu lo formarai con quelli 3 produtti detti in quella, cioe col quadruplo del cubo di quel detto 36 (radice trouata) il qual cubo sara 46656. & il suo quadruplo sara 186624. & questo sara il primo, & con il sesuplo del quadrato del detto 36. il qual quadrato sara 1296. & il suo sesuplo sara 7776. & questo sara il secondo produtto, il terzo poi sara il quadruplo del simplice 36. che sara 144. la summa di quei tre produtti sara 194544. & questo si doueria metter sotto alla detta linetta per denominatore di quel tal auanzo, ma perche in questa operatione nulla vi è auanzato, onde (accio meglio m'intendi) diremo che tal radice di radice sara $36\frac{0}{194544}$, il qual rotto rappresenta 0. & pero tal rotto è superfluo, & meglio sara a dire tal radice di radice esser 36. come di sopra fu detto, ma vi ho voluto ponere questo 0 in forma di rotto per auertirti, che qualunque numero fusse auanzato in questa estrattione saria stato denominato dal sopra scritto 194544.

	cubo	quadrato	simplice
	46656	1296	36
	4	6	4
primo produtto	186624	7776	144
secondo produtto	7776		$36\frac{0}{194544}$
terzo produtto	144		
summa	194544 denominator		

terza operatione
2
26
5621 a
1679616 | 36
5;5 b 9
20 6
quarta operatione 54
2 36
03 1944
22
267
5621 a
1679616 | 36
5252 b
264
29 216
quinta operatione 12
0 2592
2
031
2222
2673
56229 a
1679616 | 36
52542 b 6
2649 6
208 36
2 36
sesta operatione 1296
0
20
0310
2222
26730
562290 a
1679616 | 36
525426 b
26499
1952
2

Come si

Come si cauano le radici censiche, censiche, o vuoi dir radice di radice dalli numeri, che riceuono piu di duoi ponti.

10 Volendo cauar la radice cen. cen. 43237381441 prima assetta queste tal figure, come che nella prima operatione appare ponendo le dette figure secondo l'ordine dato nella ottaua, lequal figure riceuono tre ponti, come vedi in margine, liquali tre ponti ne dinotano (come piu volte è stato detto) tal radice cen. cen. esser di tre figure, o vuoi dir di tre digiti composita. Hor per cauar tal radice cauala prima dalli duoi vltimi ponti verso man sinistra, cioe da quelle sette figure 4323738 precisamente secondo l'ordine dato nella precedente di duoi ponti apponitate, siche facendo trouarai tal radice cē. cē. esser 45. & sopranzar 223113. qual accompagnato con le sequente figure dira 2231131441. come appar in margine, fatto questo per trouar l'altra terza figura, ouer digito di tal radice non ti occorre altro, che a procedere, come hai fatto fin hora in questa, ouero nella precedente, cioe che non vi è altra differentia (come fu detto anchora sopra le cube, & anchora sopra le quadre) saluo che hai a maneggiare maggiori numeri, ma in quanto al'ordine egli è quel medesimo, che si osserua in quelle due figure, cioe si opera con quelle due (cioe con quel 45) come se fusse vna figura sola, tal che la regola data in cauar tai radici delli numeri di duoi ponti, ti serue per cauarla anchora di piu ponti apponitadi, hor per tornar al nostro proposito, dico che per trouar la terza, & vltima figura di questa nostra radice, che riceruamo, che tu debbi cubare quella che fin hora habbiamo trouata (cioe quel 45) fara 91125. come in margine vedi, & tal cubo multiplicato per 4 (secondo la nostra regola) fara 364500. & questo lo assettarai sotto alla nostra operatione per vna figura piu manzi (come si costuma nelli partiri per galia) cioe terminante sotto a quel 1. dapoi il secondo ponto verso man destra, & trouarai che haueua sopra di se 2231131. hora inuestigarai quante volte puo intrare la prima figura verso man sinistra (cioe quel 3 delle figure di sotto) in quel 22. che gli è recto sopra (con quelle conditioni, che fumo dette nella precedente) & trouarai che vi intrara 6 volte, il qual 6 ponerai conseguentemente appresso a quel 45. della radice gia cauata, & dira poi 456. fatto questo per trouar quanto sopraauanzi multiplicarai il sotto giacente 364500. per il detto 6. di mano in mano, come si costuma nelli partiri per batello, ouer galia, & cosi di mano in mano lo andarai sotrando del soprapostio 2231131. il che facendo trouarai che ti restara di sopra 44131. qual in compagnia con quel 4 che seguita dira poi 441314. hor di questo sopraauanzo bisogna sotrarne quello che si produrra del quadrato di 45 (prima fi.) (che fara 2025) multiplicato per 6 (per regola ferma) che fara 12150. & questo anchora multiplicato per il quadrato di 6 (terzo digito) cioe per 36. & fara 437400. come in margine vedi, & per tanto ponendo il detto 437400. rettamente sotto al detto 441314. come nella seconda operatione appare, & sotrandolo da questo trouarai, che ti restara 3914. qual con quel 4 che seguita dira 39144. hor di questo sopraauanzo bisogna cauarne il produtto del cubo di questo 6 (terzo digito (qual fara 216. multiplicato per il quadruplo dell'anciana radice, cioe per il quadruplo di quel 45 (che fara 180) & trouarai che tal produtto fara 38880. qual cauandolo secondo l'ordinario dal soprapostio 39144. trouarai che ti restara 264. come che nella operatione appare, il qual 264 in compagnia della figura che seguita, cioe di quel 1 (vltima figura) dira 2641. & da questo bisogna finalmente cauarne il censo di censo della detta nostra terza figura trouata, cioe di quel 6. il censo di cen. del qual è fara 1296. qual cauandolo dal detto soprapostio 2641. trouarai che ti restara 1345. come nella quarta operatione appare, il qual resto ne dinota il detto numero 43237381441 nō esser cen. di cē. o vuoi dir quadrato di quadrato, e pero tal radice non sara perfetta radi

prima operatione

```
4323738 1441 | a
             | b
```

```
 125      64
  16       4
----     ---
2000     256
  25      16
  25       6
----      --
 625      96
          25
         ----
         2400
```

seconda, terza, quarta, & quinta operatione.

```
  22
  66
  58
  7111
 1765715          a
 4323738 1441  |  45
 2566005          b
  25002
  2406             45
   2               45
                 ----
                  225
                  180
                 ----
                 2025
                   45
                10125
                 8100
                -----
                91125
                    4
               ------
               364500
```

altra prima operatione

```
  0
  4
  22
  6644
  5377
  7131 13
 1765713 31        a
 43237381441  |  456
 2566600 16
  250020
  24069
   394             45
   3               45
                  ----
                   225
                   180
                  ----
                  2025
                     6
                 -----
                 12150
                    36
                 -----
                 72900
                 36450
                ------
                437400
```

seconda operatione

```
   0
   4 0
  2204
  44441
  537749
  7131 131
 176537 314        a
 43237381441   |  456
 2566600 3000      b
  25002008          6
  2406548           6
   26471           --
   3431            36
                    6
                  ---
                  216
                  180
                -----
                17280
                 216
                -----
                38880
```

terza operatione

```
   0
   4 0
  220100
  444471 2
  5377493
  7131 1316      a
 1765713 144
 43237381441  |  456
 25666003000     b
  25002008
  2406545
   26473
   3433
```

ce di tal numero, ma per formar il rotto di quel auanzo, per darla propinqua alla verita procederai secondo la regola data nella terza di questo capo, cioe poni quel 1345. che auanza sopra di vna virgola, o vuoi dir lineetta in questa forma $\frac{1345}{\quad}$, & per formar il denominatore da mettere sotto di quella procederai secondo la regola data di quelli tre produtti, cioe piglia il quadruplo del cubo di quel 456 (radice gia cauata) il qual cubo sara 94818816. et il quadruplo sara 379275264 per il primo produtto, dapoi piglia il sesuplo del quadrato del detto 456. il qual quadrato sara 207936. & il sesuplo sara 1247616. & questo sara il secondo produtto, poi piglia finalmente il quadruplo simplicemente del detto 456. che sara 1824. per il 3 produtto, & la summa di questi tre produtti (che sara 380524704) si douera metter sotto alla detta lineetta per denominatore, onde la detta prima radice insieme con tal rotto dira $456\frac{1345}{380524704}$, & cio sara la propinqua radice di radice, o vuoi dir censo censo del detto numero 43237381441. & con tal ordine, ouer regola procederai in quelli numeri doue occorresse piu di tre ponti operando sempre con la radice gia cauata, come se fusse vna sola figura, come di sopra hai visto.

quarta & vltima operatione

```
        0
      4 0
  2201001
  44443121
  53774 9344
  7123123165   a
 1796372131445  |
 43237381441    |  456 1345/380524704
 2566660 0006   |
  25600 0089   b
  2456456
   264752
   3435
```

	cubo	quadrato	simplice
	94818816	207936	456
	4	6	4
primo produtto	379275264	1247616	1824
secondo produtto	1247616		
terzo produtto	1824		
summa	380524704 denominator		

Volendo far la proua della tua operatione, cioe se hai errato nella tua general operatione, reca la detta radice trouata, cioe quel 456. a censo di censo, o vuoi dire a quadrato di quadrato, & trouarai, che sara 43237380096. al qual giontoui quel 1345. che ti auanzo trouarai che sara precise il nostro primo proposito numero, cioe quel 43237381441. & pero sei certo non hauer fatto errore nella general operatione, & cosi procederai nelle altre simili.

La causa della sopra data nostra regola da cauar la radice di radice in vn colpo solo, & similmente quella data per formar il rotto del auanzamento, che sopra resta nelli numeri non censi di censi per dare tai radici propinque al vero si puo assignare dalla sottoscritta propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi trouata.

Propositione ritrouata dal presente auttore.

a 12 c b
9 3

Se vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia il quadrato del quadrato di tutta la detta quantita sara equale a questi cinque produtti, cioe al produtto del quadrato del quadrato della prima parte, & al produtto del cubo della detta prima parte fia il quadruplo della seconda parte, & al produtto del quadrato della prima nel quadrato della seconda multiplicato ancho ra per 6. & al produtto del cubo della seconda multiplicato per il quadruplo della prima, & finalmente al produtto del quadrato del quadrato della seconda parte.

9	9	81	27	3
9	9	9	36	3
81	81	729	972	9
81	9	6		9
6561	729	4374		81
	12			
	8748			

primo produtto	6561	12
secondo produtto	8748	12
terzo produtto	4374	144
quarto produtto	972	144
quinto produtto	81	576
summa	20736	576
		144
		20736

Questa

Questa propositione in questo luogo non te la posso dimostrare geometricamente con ragioni astratte secondo il costume di mathematici (per non haverni anchor parlato delle proportioni, & proportionalita, & di termini cõtinui proportionali, & le loro mirabil qualita, & effetti deliquali nel quarto libro ne parleremo, & pero la dichiariremo solamente praticamente, cioe per isperientia di numeri si come costuma il naturale. Sia adonque essempi gratia la quantita a b. 12. per numero divisa in ponto c. & ponimo che la prima parte sia la a c. & la seconda c b. & ponimo anchora che la a c. sia 9. per numero, & la c b. sia 3. Dico che il censo di censo di tal quantita a b. (cioe il quadrato del quadrato di quella (che in questo caso saria 20736) sara eguale a questi cinque prodotti, cioe al quadrato del quadrato, o vuoi dir censo del censo della prima parte (che tal primo prodotto in questo caso saria 6561) & al produtto del cubo della detta prima parte multiplicato per il quadruplo della seconda (il qual secondo produtto in questo caso saria 8748) & al produtto del quadrato della prima fia il quadrato della seconda multiplicato anchora per 6 (il qual terzo produtto in questo caso saria 4374) & al produtto del cubo della seconda, multiplicato per il quadruplo della prima (il qual quarto produtto in questo caso saria 972) & finalmente al censo del censo, o vuoi dire al quadrato del quadrato della seconda parte (il qual quinto produtto in questo caso saria 81) liquali cinque produtti summati insieme faranno 20736. che ben sara eguale al quadrato del quadrato di tutta la linea a b. qual, come fu di sopra fu trovato medesimamente esser 20736. & pero seguita il proposito, il medesimo trovarai seguire in ogni altro numero.

Essempio

Da notare.

Ota che questa sopra scritta nostra propositione si puo, & si debbe tramutare secondo il bisogno per accommodarsela alle sue operationi, cioe per accommodarsela meglio al cavar la soprascritta radice cen. cen. Diremo che il quadrato del quadrato della sopradetta quantita divisa in due parte sara eguale a questi cinque produtti, cioe al quadrato del quadrato della prima parte, & al dutto del quadruplo del cubo della detta prima nella seconda, & al sesuplo del quadrato della detta prima multiplicato fia il quadrato della seconda, & al produtto del quadruplo del cubo della seconda fia la prima, et finalmẽte al quadrato del quadrato della seconda, che se ne farai la prova pratical trovarai cosi essere, & per questo modo torna piu a proposito nel cavar la detta radice censica censica, il medesimo si puo far di tutte le altre nostre propositioni trovate, si per la radice cuba, come in quelle che si ha da dire.

Regola generale (dal presente auttor ritrovata) da cavar le radici censiche, censiche, over radice di radice delli numeri rotti, & da li sani, & rotti, & non solamente le rationali, & discrete, ma anchora le propinque irrationali, over sorde. Cap. VI.

Come si cavano le radici di radice di rotti censi di censi.

2 Er intender la regola di cavare le radici censiche di censiche delli numeri rotti bisogna notare, che di tai numeri rotti alcuni sono censi di cen. & alcuni nõ, & molto piu spessi sono li non censi di censi, di quelli che sono censi di censi, li rotti adonque che sono cen. di cen. sono quelli, che dapoi che sono schisati a l'ultima schisatione hanno il suo numeratore, & anchora il suo denominatore, numero censo di censo, come sono questi [illegible], & infiniti altri simili, onde per cavar la detta radice ce. ce. da tali numeri rotti, basta a cavar la detta radice cen. cen. del suo numeratore, & ponerla sopra di una virgola per per numeratore, & dapoi cavar anchora medesimamente la radice cen. cen. del suo denominatore, & poner tal radice sotto alla medesima virgola per denominatore, essempi gratia volendo cavar la radice cen. cen. di $\frac{1}{16}$ cava tal radice di quel 1 (ch'è sopra la virgola) laqual è pur 1. & questo 1 ponilo sopra di una linetta, & sotto di quella, ponerai la radice cen. cen. di quel 16 (ch'è sotto la virgola) laqual radice e 2. & stara in questo modo $\frac{1}{2}$, & cosi concluderai la radice ce. cen. di $\frac{1}{16}$ esser $\frac{1}{2}$, & se ne vuoi far prova recarai el $\frac{1}{2}$ a censo di censo, & vedi se ti ritorna quel medesimo $\frac{1}{16}$, il che tornando tu farai sicuro tal tua condusione esser buona, ma se ti tornasse altramente saresti sicuro di haver errato nella tua operatione, over nel far di detta prova. Per recar el $\frac{1}{2}$ a cen. di cen. posto che tu debbi saper che bisogna quadrar il detto $\frac{1}{2}$ dicendo $\frac{1}{2}$ fia $\frac{1}{2}$ fa $\frac{1}{4}$, & dapoi quadrar anchora quel $\frac{1}{4}$ dicendo $\frac{1}{4}$ fia $\frac{1}{4}$ fa $\frac{1}{16}$, & pero sta bene, & cosi con tal regola concluderai la radice cen. cen. di [illegible] esser [illegible], & di [illegible] esser [illegible], & di [illegible] esser [illegible], & di [illegible] esser [illegible], & di [illegible] esser [illegible], come in margine vedi.

Essempio
R. R. R. di [illegible] è [illegible]
R. R. R. di [illegible] è [illegible]
R. R. R. di [illegible] è [illegible]
R. R. R. di [illegible] è [illegible]
R. R. R. di [illegible] è [illegible]
R. R. R. di [illegible] è [illegible]
R. R. R. di [illegible] è [illegible]

Come si cauano le propinque radici censiche, censiche, o vuoi dir radice delli numeri rotti non censi di censi, o vuoi dire non quadrati di quadrati.

2 MA quando che il numeratore del rotto schifato, & similmente il denominatore non sara quadrato de quadrato, tal rotto non sara quadrato de quadrato, & quando ben vno de loro fusse quadrato de quadrato, & l'altro non tal rotto non sara quadrato de quadrato. Quando adunque vn rotto non sara quadrato de quadrato, & che di quello ne vorrai cauare la propinqua radice di radice, tal atto si puo esequir in tre diuersi modi, ma per abreuiar il dire tinarraro solamente il piu leggiadro, & sotto giacente a manco errore, il quale è questo, cuba sempre il denominator di tal rotto, & quel tal cubo multiplicalo fia il numeratore del detto rotto, & di tal produtto cauane la propinqua radice di radice (per la nostra regola data nella terza del primo capo) & quella partirai per il medesimo denominatore del ditto rotto, & lo auenimento sara la radice cen.cen. di quel tal rotto. Essempi gratia volendo la propinqua radice di radice (poniamo di $\frac{1}{2}$) cuba il 2 (denominator di tal rotto) fara 8. multiplicalo fia il numerator (cioe fia quel 1) fara pur 8. trouane la sua propinqua radice di radice (per la regola data nella terza) trouarai quella esser $1\frac{2}{3}$, & questo $1\frac{2}{3}$ partilo per quel 2 (denominatore del rotto) te ne venira $\frac{5}{6}$, & cosi concluderai la propinqua radice di radice di $\frac{1}{2}$ esser $\frac{5}{6}$, vero è che queste radici radice propinque di rotti alcune volte fanno molto piu errore nel suo quadrato di quadrato, di quello fanno le cube nel suo cubo, & molto piu di quello fanno le quadrate nel suo quadrato, ma in essa radice di radice è poi menore (come che anchora sopra la terza del quinto capo fu detto) La causa di questa regola in questo luogo non te la posso dichiarire, ma quando sarai aggionto (con il tuo studio) alla quinta del settimo capo del trattato delle proportioni (facilmente da te la intenderai se vi ponerai cura) perche questa regola non è altro che vn trouar fra il denominatore, & numeratore il secondo di cinque termini continui proportionali per la notitia del primo, & de l'ultimo.

Essempio

Come si cauano le radici di radice delli numeri sani, e rotti censi di censi.

3 HAuendo ben inteso il modo di cauar le radici cen.cen. si delli rotti non cen.di cen. come di quelli che sono cen. di cen. facil cosa sara a intender la regola di far il medesimo delli numeri sani, & rotti, vero è che bisogna per sapere, come che delli detti numeri sani, & rotti, ve ne sono alcuni che sono cen.di cen.o vuoi dir quadrati di quadrati, & alcuni non, quelli che sono cen.di cen. sono quelli che riduto lo numero sano al suo rotto (schifato) & summato insieme con il numeratore del detto rotto, tal summa sia numero cen.di cen. domente che anchora il denominatore di tal rotto sia pur numero cen.di cen. come essempi gratia saria $5\frac{1}{16}$, che riducendo quel 5 in sedesimi, che saranno 80. alliquali giontoui quel 1 (che è sopra la virgola) dira in summa $\frac{81}{16}$, hor perche quel 81. che è sopra la virgola è censo di censo, & similmente quel 16 che è sotto alla detta virgola, diremo tal $5\frac{1}{16}$ esser quadrato di quadrato, & per cauarne la sua radice di radice tu trouarai la detta radice di radice di 81 esser 3. & questo partirai per la radice di radice di 16 (che è sotto la virgola) che fara 2. partendo adonque quel 3 per 2 ne venira $1\frac{1}{2}$, & cosi $1\frac{1}{2}$ diremo esser la perfetta radice di radice del detto $5\frac{1}{16}$, & se ne farai proua recando tal $1\frac{1}{2}$ a quadrato di quadrato tu trouarai, che fara $5\frac{1}{16}$, & pero sta bene, & cosi se con tal regola inuestigarai la radice di radice di $3\frac{13}{81}$ trouarai quella esser $1\frac{1}{3}$, & quella di $7\frac{58}{81}$ esser $1\frac{2}{3}$, come in margine vedi, & con tal regola procederai negli altri numeri simili.

Essempio
la ℞ ℞ di $5\frac{1}{16}$ è $1\frac{1}{2}$
la ℞ ℞ di $3\frac{13}{81}$ è $1\frac{1}{3}$
la ℞ ℞ di $7\frac{58}{81}$ è $1\frac{2}{3}$

Come si cauano le propinque radice di radice delli numeri sani, & rotti non cen.di cen.

4 MA quando che li detti numeri sani, & rotti non saranno quadrati di quadrato, & che ne vorrai cauar la propinqua radice di radice, tal atto si puo con ragion essequire per tre diuerse regole, ma per non tenerti in tempo ti narraro quella, che sotto giace a manco errore. Riducerai il numero sano a quella specie di rotto (prima schifato) & dapoi procedi per quel modo detto nella seconda di questo capo, cioe cuba il denominatore di tal rotto, & questo tal cubo multiplicarai fia quel numeratore della redution del sano, & la propinqua radice di radice di quel tal produtto, partita per il simplice denominatore, lo auenimento di tal partitione sara la propinqua radice di quel tal numero sano e rotto, & perche tal regola da se è chiara (per mezzo della seconda di questo) non ti voglio porre altro essempio.

Regola

Regola generale (dal presente auttor ritrouata) da cauar la quarta specie di radice chiamata communamente radice relata. Cap. VII.

4 Per voler cauar la quarta specie di radice (detta radice relata) egli è necessario, ouer a sapere a mente li sotto notati numeri relati produtti da tutti li numeri digiti con le sue radici, ouer che bisogna tener tal tauola auanti in scritto quando che si vuol cauar la detta radice relata da qual che proposito numero, per poter negociare le cose a tal regola necessarie, come che nel processo s'intendera.

Radici relate	Numeri relati
1	1
2	32
3	243
4	1024
5	3125
6	7776
7	16807
8	32768
9	59049

Come si cauano le radici relate delli numeri menori.

5 Per cauar la radice relata di vn numero menore, & per numeri menori si debbe intendere (come fu detto delle quadre, & cube, & radice di radice) tutti quelli che la sua radice relata non puo esser piu, che di vna sol figura, & pero tai numeri menori ponno essere di vna figura, ouer di due, ouer di tre, ouer di quattro, ouramente di cinque al piu, perche il relato di vna sola figura non puo passar cinque figure, come che in margine vedi, che il relato del 9 (maggior figura) è composto di cinque figure (che è 59049) Dico adonque che tal numero menore necessariamente, ouer che sara numero relato, oueramente che non sara numero relato, se sara numero relato tal sua radice relata si sapera a mente, ouer che si sapera per vigore della sopradetta tauola in margine posta (laqual bisogna sempre hauer auanti in scritto) perche se vorrai cauar la detta radice relata di 1. tu saperai per vigor di detta tauola, che la è 1. & cosi di 32 tu saperai che la è 2. & cosi di 243 tu saperai che la è 3. & cosi di 1024 tu saperai che la è 4. & di 3125. che la è 5. & di 7776. che la è 6. & di 16807. che la è 7. & di 32768. che la è 8. & finalmente di 59049. saperai che la è 9.

Regola generale del presente auttor, ritrouata da cauar la propinqua radice relata dalli numeri non relati.

6 Ma quando che il detto proposito numero non sara relato caua prima la detta radice relata del maggior numero relato, che sia in quel tal proposito numero, & quello che ti restara sopra della tua operatione ponerai (secondo il solito) sopra di vna lineetta per numeratore, & fatto questo per formar il denominatore da mettere sotto di quella, bisogna notar che quel si forma con quattro principali produtti, ouer multiplicationi, il primo produtto si forma con il quintuplo del cen. di cen. della prima radice gia cauata, il secondo si forma con il decuplo del cubo della detta prima radice gia cauata, il terzo si forma con il decuplo del quadrato della detta prima radice gia cauata, il quarto, & vltimo si forma con il quintuplo della detta semplice radice gia cauata, & cosi la summa di detti quattro produtti si douera ponere sotto alla detta lineetta per denominatore, & la detta prima radice insieme con tal rotto fara la propinqua radice relata di quel tal proposito numero non relato. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice relata di 200. Caua prima la radice relata del maggior relato, che sia nel detto 200. che trouarai tal radice relata esser 2. (come in margine vedi) il cui relato è 32. qual leuato del detto 200. trouarai che di sopra ti restara 168. & questo 168 ponerai sopra di vna lineetta per numeratore, hor per formar mo il denominatore da mettere sotto a tal lineetta (con li sopradetti quattro produtti) prima per formar il primo produtto, troua il censo di censo del detto 2 (prima radice) che fara 16. & quel multiplica per 5. fara 80. per il detto primo produtto, qual salua da banda, poi per formar il secondo produtto troua il cubo del medesimo 2 (prima radice) che fara 8. & quel multiplica per 10. fara pur 80. per il detto secondo produtto, il qual ponerai sotto al primo, che saluasti, poi per trouar il terzo pro- Essempio

168	
200	$2\frac{168}{210}$
32	2

	ce.ce.	cubo	qua.	R prima
	16	8	4	2
	5	10	10	5
	80	80	40	10

primo produtto	80
secondo produtto	80
terzo produtto	40
quarto produtto	10
summa	210 denominatore

detto, quadra il detto 2. (prima radice) fa 4. & quel multiplica anchora per 10 fa 40. per il detto terzo produtto, il qual ponerai sotto a gli altri duoi produtti, poi per formar il quarto, & ultimo produtto, multiplica il detto 2 (prima radice) per 5 fa 10 per il detto quarto & ultimo produtto, qual posto sotto a gli altri, & summati insieme faranno 210. & questo 210 ponerai sotto alla sopradetta linetta per denominatore, & cosi la detta prima radice insieme con quel tal rotto stara in questa forma $2\frac{168}{210}$, & tanto sara la propinqua radice relata del sopra posto 200. che se ne farai proua relatando la detta radice relata di $2\frac{168}{210}$ trouarai che errara alquanto del detto 200. ma tal errore sara cosa insensibile nella detta radice relata, & molto menor di quelli delle passate per le ragioni piu volte dette.

Da notare sopra le propinque radici relate.

4 Anchora per queste propinque radici relate bisogna notare che di tutti quelli numeri che mancano di vna sola vnita a esser numero relato la sua propinqua radice relata (cauata secondo la sopradetta nostra regola) sempre venira senza rotto (come fu detto anchora delle quadre, & delle cube, & delle censiche censiche) & tal propinqua radice relata relatandola sempre sara 1 piu del nostro proposto numero. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice relata di 59048. il qual numero manca di vna vnita a esser il relato di 9. hor cauando la propinqua radice relata del detto 59048. si trouara prima esser 8. & sopra auanzar 26280 (come in margine vedi) qual ponerai sopra vna linetta, secondo il solito, hor per componere il denominatore da mettere sotto a tal linetta troua il censo di censo di quel 8. che fara 4096. & multiplicalo per 5 (per regola ferma) fara 20480. per il primo produtto, poi troua il cubo del medesimo 8. che fara 512. & multiplicalo per 10 (per regola ferma) fara 5120. per il secondo produtto qual ponerai sotto al primo) poi troua il quadrato del medesimo 8. che fara 64. & multiplicalo anchor per 10 (per regola ferma) fara 640 per il terzo produtto, qual ponerai sotto a gli altri duoi, poi multiplicarai quel simplice 8 per 5 (per regola ferma) fara 40 (per il quarto & ultimo produtto) qual posto sotto a gli altri 3. et summati insieme faranno 26280 per il detto denominatore qual posto sotto alla sopra detta linetta sara in tutto $8\frac{26280}{26280}$, che saria a ponto 9. senza alcun rotto, come habbiamo detto, il qual 9 (per farne proua) relatando sara precisamente 59049 (suo relato) che saria vna vnita di piu del nostro numero proposto, cioe di 59048. il qual errore di 1. nel suo relato nella propria (propinqua radice relata non saria sensibile) et questo sempre ti occorrera in tutti gli altri simili che mancano di vna sola vnita a esser relati, ma se per sorte quel auanzo (posto sopra la virgola) fusse maggiore di quel denominatore formato con la nostra regola saria segno tu hauer errato nella tua operatione, perche mai puo auanzar piu di tal denominatore, ma solamente eguale, ouer menor di quello.

	26280
	59048 | $8\frac{26280}{26280}$
	32768
	cioe 9.
primo produtto	20480
secondo produtto	5120
terzo produtto	640
quarto produtto	40
summa	26280 denominatore

A queste propinque radici relate vi si poria dar regola generale di saper sempre approssimarsi piu in infinito, come fu fatto sopra le quadre, & cube, ma per esser queste tale per la detta nostra regola quasi propinquissime, mi par cosa superflua a parlarne.

Come si pontano le figure delli numeri maggiori per

cauarne la sua radice relata.

9
47
259
4757
96070
257023436
5725607345
74603410679
637146763734

5 Quando che il numero del qual si ha da cauar la radice relata sara piu di cinque figure s'intende esser numero maggiore, perche la radice relata di quello conuien esser piu di vna figura, & tanto piu quanto piu sara il numero delle figure di quel tal numero; & pero per saper di quante figure sara la radice relata di tal numero bisogna pontar le figure di quel tal numero, ponendo prima vn ponto sopra la prima figura da banda destra (cioe quella che significa numero simplice) & interlasciarne quattro, & pontar la sesta (cioe quella che significa centenara di miara) & cosi con tal ordine andar proseguendo di mano in mano se tai figure fussero molte, cioe interlasciandone quattro, & pontar l'altra, come che nel essempio posto in margine appare, & questo appontar di figure si fa per sapere di quante figure sara la radice relata di quel tal numero proposto, et pero se quel proposto numero sara solamente di vna, ouer di due, ouer di tre, ouer di quattro, ouer di cinque figure siamo certi la radice relata di quel

tal numero essere vna figura sola, perche vna, ouer due, ouer tre, ouer quattro, ouer cinque figure a volerle appontare secondo l'ordine di sopra detto, non vi occorre saluo che vno ponto solo sopra alla prima verso man destra, come tu vedi in questa sola figura 9, ouer in queste due 47, ouer in queste tre 369, ouer in queste quattro 4757, ouero in queste cinque 96079, perche douendo ricorrere duoi ponti bisogna che siano almeno sei, o piu di sei, come (per abreuiar parole) in margine in figura poi vedere, che a starsi de a narrar di vna in vna saria cosa longa, & superflua.

Come si cauano le radici relate di quelli numeri maggiori che ricercano duoi ponti.

HOr volendo cauar la radice relata poniamo 9999999999, prima apponta queste diece figure secondo l'ordine detto di sopra, che trouarai che ricercano solamente duoi ponti, di quali l'uno va sopra la prima figura verso man destra (nel luogo di digiti, ouer numeri simplici) & l'altro va sopra la sesta, cioe sopra a quello 9 centenara di meara (come in margine vedi nella prima operatione) liquali duoi ponti ne dinotano la radice relata di tal numero esser di due figure, & vna di queste due figure si debbe trouare sotto al secondo ponto (cioe sotto a quel 9 centenara di meara) & l'altra poi sotto al primo ponto, cioe sotto a quel 9 (numero simplice) per trouar adonque la detta prima figura sotto a quelli 9 centenara di meara, computandoui quelle altre quattro, che oltra a tal figura sono) che in tutto diranno 99999) & cosi al detto ponto inuestigaremo la radice relata del detto 99999, ouer del maggior numero relato, che sia contenuto dal detto 99999, & trouaremo quella esser 9, el qual 9 lo notaremo (secondo il solito) oltra la linea a b. come nella seconda operatione appare, & per saper quanto il restante releuarai il detto 9. & trouarai che il suo relato sara 59049. qual posto sotto al detto 99999, & sottratto da quello (come nella detta seconda operatione appare) trouarai che restara 40950 qual compagnato con quel 9. che seguita verso man destra dira 409509. fatto questo per voler mo trouar il secondo digito, si puo procedere per piu vie, lequali tutte dipendono da vna causa sola (laqual di sotto si narrera) ma la piu breue e questa, recco quel 9 (ch'e oltra la linea a b.) a censo di censo (che fara 6561) & tal cen. di cen. lo multiplico per 5 (per regola generale) il qual quintuplo fara 32805. & questo notarai rettamente sotto a quel 409509. ponendo il numero sotto al numero, le decene sotto alle dene, & cosi procedendo di mano in mano con le altre figure, & trouarai che la prima figura (cioe quel 3. del numero di sotto) fia sopra disse 40 (come nella terza operatione appare) hor bisogna mo vedere quante volte puo intrare quel 32805 in quel 409509. negociando tal cosa, come che nel partir per galia, ouer batello si costuma, ma farlo intrare con tal altra condicione, che vi resti anchora tanto che compagnato quel tal resto con la figura, che seguita se ne possi anchora cauar la multiplicatione del decuplo del cubo di quel 9 (primo digito trouato) fia il quadrato di questo secondo digito, & che anchora del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchor cauare la multiplicatione del decuplo del cubo del detto secondo digito fia il quadrato del primo, & che anchora del restante accompagnato con la figura che seguita) se ne possa cauare la multiplicatione del quintuplo del censo di censo del secondo digito fia il primo digito simplice, & anchora che del restante (accompagnato con la seguente vltima figura) se ne possa cauare il relato del detto secondo digito.

prima operatione

$$\overset{\cdot}{9}9999\overset{\cdot}{9}9999 \;\Big|_{b}^{a}$$

seconda operatione

40950	a
9999999999	9
59049	b

cen.cen.

$$\begin{array}{r} 6561 \\ 5 \\ \hline 32805 \end{array}$$

terza operatione

40950	a
9999999999	9
590495	b
3280	

$$\begin{array}{r} 81 \\ 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline 7290 \end{array}$$

Alcuno poria dire esser impossibile di poter antiuedere tante varie condicioni nel far intrare quel 32805. nel soprapposto 409509. circa di questo rispondo che quantunque nelli partiri per galia, ouer batelli nel far intrar la prima figura bisogna farla intrare con tal condicione, che nelli restanti di mano in mano se ne possa cauare tutte le multiplicationi delle consequenti figure in quel digito, che se hauera fatto intrar la prima figura del partitore, laqual condicione alli principianti par nel principio cosa grande, ma considerando poi che quasi il tutto si apprende, & conosce con lo intrar della prima figura, & della seconda, tal che a longo andare gli par poi cosa facile, & questo medesimo voglio inferire esser in questo atto, cioe che quasi il tutto si apprende, & conosce nel far intrare quel 32805 in quel 409509 insieme con la seconda altra condicione, cioe che nella prima vi resti tanto, che di quel tal resto accompagnato con quella figura, che seguita se ne possa cauar la sopradetta multiplicatione del decuplo del cubo di quel 9 (primo digito trouato) fia il quadrato di quel secondo digito, che si hauera inuestigato, perche ogni piccol numero, che vi resta tre volte accade, che tutte le altre dette multiplicationi non si possino cauare, & se pur qualche volte accadesse che non si potessero cauare, non manca a cercar di emendar lo error fatto, come si costuma anchora nelli partiri per batello, ouer galia, questo ho voluto dire, acioche tu non ti perda di animo da intendere questa nostra regola insieme con le altre che si ha da dire, hor per tornar quarta operatione

2
2416
13132
409104 | a
9999999999 | 99
590475 | b
3250

al nostro proposito, per trouar quante volte puo intrare il sopra narrato 32805 in quel 409109 (che vi sta sopra) con le dette conditioni prima vederemo quante volte puo intrar quel 3 (prima figura del numero di sotto) in quel 40. che gli sta sopra, et quantunque gli possa intrar 13 volte, nondimeno mai puo passar 9 volte (come nelli partiri per galia, anchora accade) & perche vedemo che facendolo intrare solamente 9 volte non staremo altramente a negotiare se l'altra seconda multiplicatione si potra cauar del restante accompagnato con la figura, che seguita, anzi poneremo quest'altro 9 (secondo digito) trouato oltra la linea a b. appresso al primo, & con quello andaremo multiplicando, tutte le figure di quel 32805. & sotrando dal sopra posto 409109 (come nelli partiri per batello si costuma) il che facendo si trouara restar 114264. come che nella quarta operatione appare qual con la figura, che seguita dira 1142649. fatto questo trouaremo il cubo del primo digito trouato, il qual cubo sara 729. & lo decuplaremo, cioe lo multiplicaremo per 10 (per regola ferma) sara 7290. & questo lo multiplicaremo anchora sia il quadrato del secondo digito trouato (qual quadrato sara 81) sara 590490. & questo lo assettaremo ordinatamente sotto al 1142649 chi resto di sopra, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che restara 552159 (come nella quinta operatione appare) qual accompagnato con la figura, chi seguita dira poi 5521599. fatto questo trouaremo poi il cubo del secondo digito (qual sara 729) & quel multiplicaremo per 10 (per regola ferma) sara 7290. & questo multiplicaremo anchora per il quadrato del primo digito trouato (qual sara 81) sara pur anchora lui 590490. & questo lo assettaremo ordinatamente sotto a quel 5521599. che e auanzo di sopra, & sottrandolo poi da quello trouaremo, che ne restara 4931109 (come di sopra alla sesta operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 49311099. fatto questo trouaremo il censo di censo del secondo digito trouato qual sara 6561. & questo multiplicaremo per 5 (per regola ferma) sara 32805. & questo lo multiplicaremo anchora per il simplice primo digito trouato (che fu 9) sara 295245. & questo lo assettaremo ordinatamente sotto a quel 49311099. che resto sopra alla sesta operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che ne restara 49015854. come sopra la settima operatione appare, al qual giontoui la vltima figura, che seguita dira poi 490158549. fatto questo finalmente trouaremo il relato del secondo digito trouato (qual relato vien a essere 59049) qual assettaremo ordinatamente sotto al detto 490158549. che ne resto sopra alla settima operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo che ne restara 490099500. come sopra all'vltima operatione appare, & se vorrai far proua di tutta la general operatione troua il relato della detta radice cauata, cioe di quel 99. il qual relato trouarai essere [illegible]. al qual aggiongendogli quel 490099500. che vltimamente ne e restato sara [illegible]. la qual summa per esser eguale al nostro primo proposito numero diremo tutta la nostra general operatione esser buona, & cosi se per sorte non hauesse ritornato quel medesimo saressimo sicuri di hauere errato nelle particolari operationi, ouero in alcuna di quelle, & cosi bisognaria ricercar, & trouar tal errore.

cubo del primo digito	729
	10
	7290
quadrato del secondo digito	81
	7290
	58320
	590490

quinta operatione

5
2522
2426
131365
409104 | a
9999999999 | 99
590475 | b
32589
5904

cubo del secondo digito	729
	10
	7290
quadrato del primo digito	81
	7290
	58320
	590490

sesta operatione

4
5911
2527
24264
1313650
40910409 | a
9999999999 | 99
59049108 | b
32805
59044
590

settima operatione

4 01
5915
25215
242612
13130656
409104094 | a
9999999999 | 99
590490108 | b
3250
59044
590

vltima operatione

0
4 01
59320
252150
2426152
131306060 | a
4091040940
9999999999 | 99 $\frac{490099500}{...}$
5904900049
32805044 | b
5904420
59049
295

Ma se ben la nostra general operatione e stata perfettamente operata, nondimeno tal radice relata non e rationale, cioe perfetta per le ragioni piu volte dette, cioe per esser auanzato quel 490099500. nella vltima operatione, ma volendola assignar propinqua al vero poneremo quel tal auanzo sopra vna virgola, & per trouar il denominatore da mettere sotto di tal virgola, lo formaremo con quelli quattro produtti detti nella terza del presente capo, cioe troua il quintuplo del quadrato del quadrato, o vuoi dir il quintu-

plo

pio del cen. di cen. di 99 (radice trouata) il qual quintuplo sara 480298005. & questo sara il primo produtto, poi troua il decuplo del cubo del medesimo 99. il qual decuplo sara 9702990. & questo sara il secondo produtto, qual ponerai da parte sotto a l'altro primo produtto, dapoi trouerai il decuplo del quadrato del detto 99. il qual decuplo sara 98010. & questo sara il terzo produtto, qual ponerai sotto a gli altri duoi produtti. Finalmente trouarai il quintuplo del simplice 99. qual quintuplo sara 495. & questo sara il quarto, & ultimo produtto, qual ponerai sotto a gli altri tre, & tutti questi quattro produtti summati insieme faranno 490099500. da mettere sotto alla detta virgola per denominatore, il che facendo la detta propinqua radice relata sara 99 $\frac{490099500}{490099500}$, & perche tal rotto ne da precisamente uno integro, ne denota il detto nostro proposto numero di 9999999999. mancar di una sola unita a esser relato (per le ragioni adutte nella quarta di questo capo) et pero diremo la propinqua R relata di 9999999999 esser 100. & se di questa tal propinqua radice relata ne farai la proua naturale, cioe relatando quel 100. trouarai che tal relato sara 10000000000. cioe sara uno piu del detto nostro proposto numero 9999999999. come che nella quarta di questo capo fu detto.

il cen. cen. di 99. sara	96059601
primo produtto	480298005
il cubo di 99. sara	970299
secondo produtto	9702990
il quadrato di 99 sara	9801
	10
terzo produtto —	98010
la simplice radice —	99
	5
quarto & ultimo produtto	495
primo produtto	480298005
secondo produtto	9702990
terzo produtto —	98010
quarto & ultimo produtto	495
summa	490099500 denominatore

Una narratione che fa l'auttore (sotto breuita) di una richiesta di disputatione, fattagli con cartelli impressi da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato (a quel tempo delle mathematiche lettor publico in Milano) l'anno 1547. Et questo fa accio siano meglio intese diuerse sue oppositioni, che adduce nella presente opera sopra le materie proposte, & disputate in tal disputa.

7 Essendo io stato richiesto l'anno 1547 con cartelli impressi, in publica disputa da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato (la causa di tal richiesta in fine della presente opera in detta disputa, & cartelli si potra intendere, & vedere.) Et io desideroso di venire alla conclusione (laqual con risposte, & repliche andauano poi copertamente fuggendo) io gli proposi publicamente questi 31. da risoluermi, o tutti, ouer quella parte, che loro potessino in termine di giorni 15 (dapoi il riceuer di quelli) il qual termine era stato da loro medesimi limitato, nelle sue anciane repliche con questo patto, che tutte le resolutioni fatte, o che si facesse dapoi il detto termine di giorni 15 fussero di niun valore (cioe che non fussino valide) & cosi dapoi che gli hebbi mandato tai mei questi 31. loro stettero circa mesi 2. a darme alcuna minima risposta, ma passati li detti duoi mesi, mi mandorno anchora loro pur questi 31 da risoluerli, ma non mi mandorno alcuna minima solutione di alcuno di detti miei questi 31 gia duoi mesi allor proposti, & sapendo che loro non mi poteuano mandar piu alcuna solutione, che fusse valida, di detti miei questi 31 allor proposti, per esser spirato il detto termine di piu di giorni 45. Et per tanto allegramente mi misse a considerare li detti suoi 31 a me mandati, di sorte che quel medesimo giorno, che io li riceuetti ne risolsi dieci (cioe 10) & il giorno sequente ne risolse alquanti altri (come che nella mia terza risposta in fine della presente opera appare. Et sapendo che quella parte da me risolta (con tanta celerita) mi daua l'honor di tal disputa (mandandola pero auanti il detto termine limitato di 15 giorni) posposi, il considerare piu li detti suoi restanti questi (per anticipar il tempo) & missi a componere la detta mia terza risposta, et composta che l'hebbi subito la feci stampare insieme con le dette mie risolutioni, & stampata che fu immediate gli la mandai per il corriero da Milano, ma loro per occultar la sua dapocaggine del star tanto tempo a darmi la risposta di miei questi, ouero di parte di quelli s'intertenirono con altre ciancie piene di ciance, & longhe come in essa disputa si potra vedere, vero e che circa sette mesi dapoi il detto termine di 15 giorni mi mandorno una publica risposta auantandosi in quella di hauer risolto tutti li detti miei questi 31 allor proposti, & se ben mi cola fusse stata la verita, tai sue rissolutioni doueuano esser reputate per nulla, perche si sa bene, che a longo andare (da uno che

intendo) ad ogni regolato questo troua la via di soluerlo (se possibil è) ma vedendo anchora, che in cosi longo tempo la maggior parte di quelli erano stati da loro falsamente conclusi, & trouandomi allhora in Brescia vicin a Milano (nellaqual citta era stato di nuouo condotto (con larghe promesse, ma infine strette attese) da certi dottori, & nobili Bresciani a leggerui publicamente Euclide) deliberai (per por fine al far cartelli, quali hormai fastidiauano gli huomini del mondo) di andar per fino a Milano, & di fargli viua voce publicamente conoscere, come le dette sue rissolutioni erano state (come è detto) da loro la maggior parte falsamente concluse, & cosi (per abreuiar parole) caualcai per infino a Milano, & con cartelli impressi publicamente gli incitai ambidui per venerdi prossimo (che fu alli 10 di Agosto 1548) a douersi trouar a hore 18 a quel tempio, chiamato il Giardino di frati zoccolanti, a disputar le mie reprobationi, che volea addure sopra le sue rissolutioni fatte da loro, circa sette mesi dapoi il termine limitato sopra li quesiti 31 a loro proposti, laqual cosa intesa da Hieronimo Cardano (per non venir al cimento) quello si absento fuora di Milano, tal che al giorno deputato vi venne solamente Lodouico ferraro con vna gran comitiua di gentil'huomini suoi amici, & altri, & io solo con vn mio fratello, che haueua menato con mi da Brescia, mi appresentai auanti al cospetto di quella moltitudine, & gli narrai sotto breuita il principio di tal nostra publica disputa, & la causa del mio esser cosi venuto a Milano. Et volendo io dar principio a reprouar le dette loro false solutioni, fatte sopra li detti miei quesiti 31 allor mandati, ma loro per cauarmi di proposito con parole, et ciancie mi intertenirono piu di due hore con questa cautela, che voleuano che in quel medesimo luogo per instrumento fussero detti per giudici certi, ch'erano iui presente amici suoi, & da me non conosciuti, & io non volsi consentire a tal sua astuta cauillatione, ma gli disse che volea che tutti gli ascoltanti tal disputa fussero giudici communi, & finalmente tutti quelli a chi peruenira alle mani le dette reprobationi stampate che saranno, & cosi finalmente mi lasciorno dire, & per non venir in fastidio a molti nobili ascoltanti, non volsi principiar a reprobare materie fastidiose di numeri, ne di geometria, anzi mi parse di principiar a reprobargli la solutione da lor fatta sopra il vigesimoquarto capo della Geografia di Tolomeo allor proposta nel mio 18 quesito, & cosi iui publicamente lo constrinse a non poter negare, che la non fusse stata da loro falsamente risolta, ouer conclusa, & volendo procedere piu oltra, quasi tutti li circostanti comminciorno a dire ad alta voce, che io douesse mo lasciar parlar anchora lui sopra le solutioni da me fatte (in termine dece di giorni) sopra li suoi 31 quesiti a me mandati, & non mi valse a gridare, & dire che mi lasciassero compir tutto quello che haueua proposto di reprouare, & di dire, & che dapoi parlasse quello che gli pareua, ma non mi valse niente il mio ragionare, & lamentarmi, che mi faceuano torto a non mi lasciar compir, anci tutti ad vna voce non vollero, che procedesse piu oltra, ma che io lasciasse dire anchora lui, onde comminciò a dire che io non gli haueua saputo risoluere il suo 2. questo, sopra Vitruuio, & ragionò tanto sopra tal suo quesito, che venne hora da cena, & cosi ogn'uno fu sforzato a vodar il tempio, & andarsene a casa, onde vedendo in tal luogo non hauer potuto viua voce adempir il mio intento per tener tutti dalla banda sua, per laqual cosa comminciai a dubitar anchor di peggio, per il che il giorno seguente tacitamente mi voltai alla volta di Brescia, & per altra strada, ouer via di quella era venuto a Milano, con intention pero di far publicamente in stampa quello che viua voce non mi haueuano voluto lasciar essequir, & lo haueria fatto in pochi mesi dapoi, ma mi accadette vn'altra maggior disgratia, che quando mi credeua da scoder il stipendio, che mi haueuano fatto promettere quelli dottori, & nobili Bresciani, per la lettura publica, mi mandarono da Rodes a Pilato, talmente, che fui astretto a venir in lite con colui, che mi hauea promesso per sua commissione, con intention pero di spedirmene in termine di giorni 15. ma per esser tutti maestri vecchi del litigare, mi tennero in lite circa otto mesi, & finalmente assolsero, quel suo agente, che mi fece la promessa per suo nome, dicendo che io doueua procedere contra il principale di quelli che mi haueuano fatto condur, qual era vno di primi doctor di lege di Brescia, contra il quale non mi basto l'animo di procedere, tal che fra il danno, interesso, & spesa per leuarmi da Venetia con tutta la famiglia per andar a Brescia, & la perdita quasi di tutto il stipendio di vn'anno, & mezzo (che leggeti publico) & le spese della lite, & quelle fatte per ritornar a Venetia, oltra molte altre strane disgratie, che mi sopragionse la fortuna del ritornar da Brescia a Venetia, per causa di vno sospetto di peste, che era accaduto in Brescia, mi fecero cascar le penne maestre, & cosi non potei essequir quello, che haueua in animo di fare, nondimeno conosco che ogni cosa è stata per il meglio, perche se io hauesse dato fuora tal mie reprobationi a quel tempo sotto breuita, & in quella mia alteratione di animo, son certo che le mie ragioni fariano state malamente intese da gli intelligenti per esser tutte nostre nuoue inuentioni, & materie non piu udite, ne conside-

derate

derate da gli huomini, onde che per haver prorogato a darle nella presente opera ne seguira tutto al contrario, cioe che quelle saranno non solamente intese dalli detti intelligenti, ma di quelle ne cavaranno anchora infiniti altri honorati frutti, che allhora non haviano cosi facilmente raccolti, over cavato, vero è che le dette nostre reprobationi nõ si trovaranno nella presente opera una consequentemente dietro all'altra secõdo l'ordine, che da me gli furno proposte, anzi ciascuna di quelle reprobaremo in quel luogo, doue che di tal materia parlaremo, over trattaremo, perche facendo altramente tale mie reprobationi malamente sariano intese dalli studianti (per le ragioni di sopra allegate) & pero in questo luogo principiaremo dal mio 12 quesito a lor proposto, qual dicea precisamente in questo modo.

Vi adimando che con regola generale mi ritrovati, over cavati la propinqua R relata di 9999999999. cioe con la regola generale da formar un rotto del residuo, che di sopra avanzara a tal estrattione, laqual regola sia la sua propria, & generale, cioe che servi non solamente nelle estrattioni delle dette radice propinque nelli numeri sani, ma anchora nelli rotti, & nelli sani & rotti, essempi gratia, con la medesima regola cavatime anchora la propinqua radice relata di $\frac{1}{2}$, & similmente di $241\frac{1}{2}$. Circa al qual quesito, nelli detti — mesi doppo il termine assignato, mi concluseno la propinqua radice relata di quel 9999999999 esser $99\frac{9}{10}$, & sel non fusse stato che per lor buona sorte quasi in quel medesimo tempo comparse qua in Italia l'opera di Michiel Stifelio eccellente mathematico, dalqual gli fu mostrata, & insignata una regola da cavar la radice relata dalli numeri relati, con laquale si copriano alquanto appresso de gli intelligenti, laqual regola son certo, che da loro medesimi (in termine di dieci anni) non l'haveriano saputa trovare, con laqual regola trovorno quel 99. ma perche il detto Stifelio non parla cosa alcuna delle propinque, cioe di numeri non relati, & pero in tal caso si serviteno poi di quella regola data da Orontio sopra le propinque radice quadre, & anchora sopra le cube (con quel aggiongervi di nulle) laqual regola quanto che falsa sia nel processo nostro si fara manifesto. Hor dico che in tal sua conclusione sono dui errori, il primo fu che quel rotto, cioe quel $\frac{9}{10}$ non fu formato con la sua propria regola, come nel mio quesito si adimanda, laqual propria regola è quella che habbiamo mostrata nella terza di questo capo, & di sopra da noi vista, nella rissolutione di questo medesimo quesito, perche tal regola si cava dalla principal regola di tal estrattione, ma quella regola data dal detto Orontio (da loro vista) è stata trovata per un discorso naturale, & non per ragion geometrica, & pero nella sua conclusione ne seguita un'altro errore molto maggior del primo, qual è questo, che se di tal sua conclusione ne faremo la sua prova naturale, cioe relatando la detta sua radice (cioe il detto $99\frac{9}{10}$) si trovara tal suo relato esser 9950099900$\frac{49999}{100000}$, che saria precisamente 49900098$\frac{50001}{100000}$ manco (cioe menor) del nostro 9999999999. Hor si puo chiaramente vedere se questo è uno errore, overo uno errorazzo da poter esser visto la notte senza lume, & pero non bisogna confidarsi in quelle regole trovate per giudicio naturale, & non per ragion geometrica, anchor che parino vere, & che nelle picciole cose riescano, over che poco errino, come si vede in questa regola posta da Orontio, che nelle propinque radice quadre, & nelle cube par che non molto erri dalla verita, ma nelle altre maggiori, over piu alte specie di radice, si conosce, & vede poi piu largamente la sua falsita, ma nelle proprie regole da noi trovate (con ragion geometrica, & delle proportioni) si trovara seguir tutto al contrario, cioe che li suoi errori si trovaranno esser menori, nelle piu alte specie di radice, che nelle basse, & questo si manifesta in questa medesima estrattione (da noi fatta nella precedente) che per la detta nostra regola fu da noi concluso, la propinqua radice relata del medesimo 9999999999 esser $99\frac{9900499999}{4900995000}$, cioe 100 il relato di qual 100 saria 10000000000. cioe erraria solamente per una unita in piu del detto nostro 9999999999. & la conclusione dal detto Cardano, & Lodouico erra per 49900098$\frac{50001}{100000}$ in manco di quel medesimo 9999999999. come di sopra è stato detto gli errori poi da lor fatti nella estrattione della detta propinqua radice relata di quel $\frac{1}{2}$, & di quel $241\frac{1}{2}$ si faranno manifesti doue mostraremo a cavar tal sorte di radice dalli numeri rotti, & dalli sani, & rotti.

Errore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella rissolutione del mio 12 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa, come in quella appare.

Un'altro errore, overo errorazzo fatto dal detto Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella rissolutione del detto mio 12 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa.

Io non voglio star a darti essempio, come si cavano le radici relate di quelli grandi numeri, che ricevano piu di dui ponti, perche la regola di sopra data per quelli che ricevano dui ponti ti serve per tutti gli altri, come sopra le radici quadre, & nelle cube, & nelle cense di cense, hai visto, che sempre si pigliano tutte le figure, che per avanti sono state cavate, & trovate, come se fussero una figura sola, vero è che sempre tu vieni a maneggiar maggiori numeri nelle tue operationi, ma tutti si vanno maneggiando secondo la detta regola data di sopra, & pero non dubito che da te medesimo saperai, come governarti nelli detti numeri grandi, che ricevessero tre, over quattro, overo piu ponti.

9 LA causa della sopra data nostra regola da cavar la radice relata, & similmente quella data da formar il rotto di quello, che sopravanza nelli numeri non relati, per dare tal radice propinque al vero si puo conoscere dalla sotto scritta propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi trovata.

Propositione ritrovata dal presente auttore.

SE una quantita sara divisa in due parti, come si voglia, il relato di tutta la detta quantita sara eguale a questi sei principali produtti, cioe al produtto del relato della prima parte, & al produtto del cen. di cen. della detta prima fia il quintuplo della seconda, & al produtto del cubo della medesima prima fia il decuplo del quadrato della seconda, & al produtto del cubo della seconda fia il decuplo del quadrato della prima, & al produtto del censo di censo della detta seconda fia il quintuplo della prima, & finalmente al produtto del relato della detta seconda parte.

Questa propositione non se la posso dimostrare in questo luogo specolativamente per le cose fin hora dette per non haverti anchora parlato delle proportioni, ma ben la provaremo naturalmente per quanto che alla pura pratica se aspetti, in altro luogo piu conveniente la dimostraremo poi con ragioni astratte secondo il costume di mathematici a Iddio piacendo.

a 12 c b

8 4

	12
	12
	144
	12
	1728
	12
	20736
	12
relato di 12	248832

Sia adonque tutta la quantita a b. (poniamo 12) divisa in due parti in ponto c. & poniamo che la prima parte (cioe a c.) sia 8. & la seconda (cioe c b.) sia 4. Dico che il relato di tutta la detta a b. (cioe di 12) qual sara 248832. sara eguale a questi sei produtti, cioe al relato della prima parte qual relato sara 32768. et questo notarai da banda per il primo produtto, dapoi trova il censo di censo della detta prima parte, che trovarai esser 4096. & questo multiplicarai per il quintuplo della seconda parte (qual sara 20) sara 81920 per il secondo produtto, qual ponerai sotto a l'altro primo. Da poi multiplica il cubo della detta prima (che sara 512) fia il decuplo del quadrato della seconda (che sara 160) sara 81920 per il terzo produtto, qual ponerai sotto a gli altri duoi, fatto questo farai il medesimo della seconda parte, ma ritornando indietro, cioe multiplica il cubo della seconda parte, che sara 64. fia il decuplo del quadrato della prima (che sara 640) sara 40960. & questo sara il quarto produtto, qual ponerai sotto a gli altri, dapoi multiplicarai il censo di censo della detta seconda (che sara 256) fia il quintuplo della prima (che sara 40) sara 10240. per il quinto produtto, qual ponerai sotto a gli altri, dapoi trovarai il relato della detta seconda parte, qual trovarai esser 1024. & questo sara il sesto, & ultimo produtto, qual posto sotto a gli altri, & summati poi tutti insieme trovarai, che faranno medesimamente 248832. si come fu il relato di tutta la quantita divisa, cioe di 12.

primo produtto	32768
2 produtto	81920
3 produtto	81920
4 produtto	40960
5 produtto	10240
6 produtto	1024
summa	248832

20 NOta che la soprascritta nostra propositione si puo, & si debbe trasmutare quando che bisogna per accommodarsi da meglio in qualche operatione (come che anchora sopra quelle delle radici cube, & censiche, censiche fu detto) cioe per piu facilitarla, circa al cavare delle radici relate. Diremo che il relato di tutta la soprascritta quantita a b. (divisa in ponto c.) sara eguale a questi altri sei produtti, cioe al relato della prima parte (cioe della parte a c.) & al produtto del quintuplo del censo di censo della detta prima parte, fia la seconda parte (la qual seconda s'intende la c b.) & al produtto del decuplo del cubo della detta prima fia il quadrato della detta seconda, & al produtto del decuplo del cubo della seconda, fia il quadrato della prima, & al produtto del quintuplo del censo di censo della seconda, fia la prima, & finalmente al relato della detta seconda. Et se ne farai prova trovarai che questi altri sei produtti saranno precisamente eguali a quelli altri sei fatti secondo l'ordine della detta nostra propositione, & perche questo secondo ordine ne facilita assai la estrattione della detta radice relata, & pero questo usiamo, come nelle nostre particolari operationi poi comprendere, & pero se la data quantita fusse divisa in tre, over piu parti, come appar nella quantita a d. divisa in ponto b. & in ponto c. tal divisione e simile a quelli numeri, che ricevono tre ponti, delliquali il ponto d. saria il primo verso man destra, & il ponto b. saria il secondo, & il ponto c. saria il terzo, & pero in tal caso immaginiamo solamente la a b. divisa in ponto c. & pero di questa a b. cavaremo la sua radice relata secondo la regola da cavar nelli numeri di duoi ponti apponati, & con tal regola trovaremo li duoi primi digiti, delliquali il primo sara la parte a c. & il secondo sara la parte c b. & dapoi trovati tai duoi digiti immaginaremo di nuovo tutta la quantita a d. divisa pur in due parti in ponto b. onde li duoi digiti gia trovati veniranno a esser la parte a b. onde per trovar il terzo digito, cioe la parte b d. procederemo secondo l'ordine dato, supponendo pero li duoi primi digiti per una parte sola nelle tue operationi, ma alcuno potria dubitare dicendo il primo digito, che si trovara sara tanti centenara, il

a c b d

secondo

secondo tante decene, & il terzo sara numero simplice, atteso che nel essempio della proposition quel 8. & 4 che sono ambidui digeti simplici, rispondo, che per farti meglio intendere ho usato tal numeri picoli, ma nelli numeri che ricercano tre ponti il primo digito, che si caua è sempre tanti centenara, il secondo tante decene, & l'ultimo sara di tante vnita. Essempi gratia se nella quantita a d. fusse ponimo 245 la parte a c. saria 2 centenara, la c b. 4 decene la b d. saria 5 vnita, & cosi il relato del detto 245 sara di tal grandezza, che tal numero ricercera tre ponti (ponendolo pero secondo la regola data) onde cauandone poi la sua radice relata (secondo la regola data) si trouara tal radice relata esser il medesimo 245.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la radice relata

dalli numeri rotti, & dalli sani, & rotti, & non solamente le rationali, & discrete, ma anchora le propinque delle irrationali, ouer sorde. Cap. VIII.

Come si cauano le radici relate di rotti relati.

PEr intender la regola di cauar le R relate delli numeri rotti bisogna prima sapere, come che delli detti numeri rotti alcuni sono relati, & alcuni non, & molto piu spessi sono li nõ relati di quelli che sono li relati, li rotti adunque che sono relati, sono quelli che dapoi che sono schisati alla ultima schisatione, hanno il suo numeratore, & anchora il suo denominatore, numero relato come sono questi [illegible] & infiniti altri simili, onde per cauar la detta radice relata da tali rotti basta a cauar la detta radice relata del suo numeratore, & ponerla sopra di vn'altra virgola (pur per numeratore) & dapoi cauar anchora medesimamente la detta radice relata del suo denominatore, & ponerla sotto a tal seconda virgola per denominatore, & tal secondo rotto sara la radice relata del primo. Essempi gratia volendo cauar la radice relata di [illegible] procedendo per li modi detti tu trouarai quella esser [illegible], & cosi con tal regola cauando la radice relata di [illegible] trouarai quella esser [illegible], & cosi per non abondar in parole se cauarai tal radici relate delli sopradetti rotti tal radice trouarai esser, come che in margine appare, & se di tal estrattioni ne vorrai far proua relatarai ciascuna di dette radici cauate, & se ti ritornaranno il primo rotto tu sarai certo tal estrattione esser stata ben fatta, ma se ti tornasse altramente saresti sicuro di hauer errato in alcuna tua operatione.

Essempio

la R rel. di [illegible] è [illegible]
la R rel. di [illegible] è [illegible]
la R rel. di [illegible] è [illegible]
la R rel. di [illegible] è [illegible]
la R rel. di [illegible] è [illegible]
la R rel. di [illegible] è [illegible]
la R rel. di [illegible] è [illegible]

Come si cauano le propinque radici relate delli rotti non relati.

MA quando che il numeratore del rotto, & anchora il suo denominatore non saranno ambidui numeri relati, tal rotto non sara relato, quando adonque vn rotto non sara relato, & che di quello ne vorrai cauar la propinqua radice relata tal atto si puo essequire per tre diuerse vie con ragione, ma per abreuiar scrittura narraremo solamente il piu magistrale, & che scorregiare a manco errore, il qual è questo recca sempre il suo denominatore a censo di censo, & quel tal censo di censo multiplicalo fia il suo numeratore, & di tal produtto cauane la propinqua radice relata (per la nostra regola data nella terza del sesto capo) & quella partirai per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo auenimento di tal partitione sara la propinqua radice relata di quel tal rotto, & per essempio voglio addure di cauar la detta propinqua radice relata di quel $\frac{5}{8}$, che fu da me proposto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico ferraro suo creato nella nostra publica disputa, & questo faccio accioche meglio si veda la differentia, ch'è dalla sua solutione fatta con la regola data da Oroncio (con aggiongere quelle nulle) alla nostra fatta con ragion geometrica. Per cauar adonque la propinqua radice relata di $\frac{5}{8}$ trouaremo il censo di censo di quel 8 (che è sotto alla virgola) che sara 4096. & lo multiplicaremo per quel 5 ch'è sopra la virgola sara 20480. & di questo ne cauaremo la propinqua radice relata (per la nostra regola data nella terza del sesto capo) & trouaremo quella esser [illegible], & questa la partiremo per quel medesimo 8 (denominator del rotto) & trouaremo che ne venira [illegible], & tanto diremo che sia la propinqua radice relata di $\frac{5}{8}$, della qual propinqua R se ne farai proua relatando tal rotto tu trouarai che non scarseggiara quasi niente del detto $\frac{5}{8}$, cioe il relato del detto [illegible] sara questo numero [illegible] da partir per quest'altro [illegible] il qual rotto se lo trasformarai in ottaui, & in centesimi di ottaui tu trouarai che te ne venira 4 ottaui, & [illegible] di vn'altro ottauo, & mancaria assai piu di [illegible] di vn'altro [illegible] di ottauo, tal che veniria a scarseggiare poco piu di [illegible] di vno ottauo dal nostro rotto, cioe dal nostro $\frac{5}{8}$.

Errore commesso da Hieronimo Cardano, medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato sopra la seconda parte del mio quesito a lor proposito.

Vn'altro errore fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico sopra la conclusione del medesimo quesito.

La causa di questa soprascritta nostra in regola in questo luogo non te la posso assignare, ma quando che con il tuo studio farai giorno al sesto capo del trattato delle proportioni da te medesimo la intenderai se hauerai giudicio mediante l'auiso dato sopra della cuba nelli rotti. Il sopradetto Hieronimo Cardano insieme con il sopradetto Lodouico suo creato (circa 7 mesi dapoi il termine da loro limitato) mi conclusero (per vigor di quella regola data dal Stifelio, & di quella data da Orontio, sopra le radici quadre, & cube) la propinqua radice relata del detto [illegible] esser [illegible], nella qual sua conclusione fermo duoi errori, il primo é questo, che non cauorno tal radice con la sua propria regola (come che nel mio questo si adimanda) perche la propria sua regola, é quella che di sopra habbiamo mostrata, & per questa causa incorsero nel secondo errore é questo, che se di tal sua propinqua radice (cioe di quel [illegible]) ne sara fatto proua, cioe relatando tal [illegible] si trouara il relato di tal [illegible] esser [illegible], il qual rotto traducendolo in ottaui, & in ottauesimi di ottauo si trouara esser tre ottaui, & [illegible] di vn'altro ottauo, tal che veniria a scarseggiare del nostro [illegible] vn'ottauo integro, & circa [illegible] di vn'altro ottauo, si che si vede di quanto erra in vna cosi poca quantita, tal sua conclusione, & certamente hanno da ringratiar Michel Stifelio, che a quel tempo gli mostro la via di saperli almen coprire appresso al vulgo, cioe a far quel poco che lor fermo (anchor che falso fusse) perche da loro medesimi in tal questo, & ne gli altri tre, che seguiano sariano restati totalmente muti, & che sia il vero loro medesimi lo cõfessano imputando il detto autor di oscurità.

Come si cauano le radici relate delli numeri sani, & rotti relati.

La ℞ rel. di $7\frac{[illegible]}{[illegible]}$ saria $1\frac{[illegible]}{[illegible]}$
La ℞ rel. di $97\frac{[illegible]}{[illegible]}$ saria $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$
La ℞ rel. di $69\frac{[illegible]}{[illegible]}$ saria $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$
La ℞ rel. di $234\frac{[illegible]}{[illegible]}$ saria $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$
La ℞ rel. di $57\frac{[illegible]}{[illegible]}$ saria $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$

3 Hauendo ben intesa la regola di cauar la radice relata delli numeri rotti relati, & similmente le propinque di quelli, che non sono relati, facil cosa sara a intendere la regola di far il medesimo nelli numeri sani, & rotti, & per tanto dico, che delli detti numeri sani, & rotti ve ne sono alcuni, che sono relati, & alcuni non, li relati sono quelli, che riducendo il numero sano nella qualita del suo rotto (schisato) & summato insieme con il numeratore di tal rotto, tal summa sia numero relato, dumente che anchora il denominatore di tal rotto sia per numero relato, come essempi gratia saria $7\frac{[illegible]}{32}$, che riducendo quel 7 a 32 esimi faria 224 trenta dui esimi, alqual giontoui quel 19, ch'é sopra la virgola fara in tutto $\frac{243}{32}$, hor perche quel 243 (numeratore) é numero relato, & similmente quel 32 (denominatore) diremo tal numero $7\frac{19}{32}$ esser relato, & per cauargli la sua radice relata tu cauarai la radice relata di quel 243, che sopra la virgola, che trouarai esser 3, & questo 3 tu lo partirai per la radice relata di quel 32, che é sotto alla virgola (laqual é 2) & te ne venira $1\frac{1}{2}$, & cosi cõcluderai la perfetta radice relata del detto $7\frac{19}{32}$ esser $1\frac{1}{2}$, & cosi per non abondar in parole se con tal regola cauarai la detta radice relata di $97\frac{[illegible]}{[illegible]}$ trouarai quella esser $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & quella di $69\frac{[illegible]}{[illegible]}$ trouarai esser $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & quella di $234\frac{[illegible]}{[illegible]}$ esser $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & quella di $57\frac{[illegible]}{[illegible]}$ esser $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & con tal ordine procederai in tutti gli altri sani, & rotti relati, & se ne vorrai far la proua relatarai il detto $1\frac{1}{2}$, & trouarai che fara $7\frac{19}{32}$, & pero sta bene.

Come si cauano le propinque radici relate di numeri sani, & rotti non relati.

4 Ma quando che li detti numeri sani, & rotti non saranno relati, & che di quelli ne vorrai cauar la propinqua radice relata tal atto si puo ragioneuolmente essequire per tre diuerse regole, ma la piu scientifica, & a manco errori soggetta é simile a quella data nelli rotti non relati, cioe schifar il rotto, & dapoi reccar il sano in tal specie di rotto (come fu detto, & fatto nella precedente) & dapoi recca il denominator a censo di censo, & quel tal censo di censo multiplicalo fia quel grande numeratore (gia formato con la riduttione) & di tal produtto cauane la propinqua relata (secondo la nostra regola data nella terza del sesto capo) & tal radice propinqua partirai per il medesimo denominatore, & lo auenimento sara la propinqua radice relata di tal numero sano, & rotto, & per essempio di questo voglio addure quel numero di $241\frac{1}{2}$, che da me fu proposto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico ferraro suo creato, nel ottauo questo nella nostra publica disputa. Per cauar adonque la propinqua radice relata di $241\frac{1}{2}$ fa ogni cosa in mezzi, che fara $\frac{483}{2}$ recca quel 2 (denominatore) a censo di censo fara 16, & questo multiplica fia quel 483 (numeratore) fara 7728. & di questo cauane la propinqua ℞ relata procedendo (per la detta nostra regola data nella 3 del sesto capo) trouarai quella esser $5\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & questa tal quantita partirai per il detto 2 (denominatore) il che facendo te ne venira $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & tanto dirai che sia la propinqua radice relata del sopradetto $241\frac{1}{2}$, & se di tal propinqua radice relata ne farai proua tu trouarai quella errare di vna cosa insensibile nel suo relato, ma nella propria radice (cioe del detto $2\frac{[illegible]}{[illegible]}$) é come nulla, & cosi con tal nostra regola procederai nelle altre simile.

Al sopra

il sopradetto quesito, il sopradetto Hieronimo Cardano medico, insieme con Lodouico ferraro suo creato circa sette mesi dapoi il termine da loro limitato mi risolsero solamente con parole scritte, che per cauar tal propinqua radice, che si douesse procedere secondo quel modo, che da loro fu detto, & fatto di quelli $\frac{1}{7}$, nella qual sua risposta vengono pur a far duoi errori, si come nella passata di $\frac{1}{7}$. il primo e che tal sua regola non è la sua propria, come nel mio quesito si adimanda, il secondo errore é questo, che cauando tal propinqua radice realmente secondo tal suo modo, & di quella facendone poi la sua proua naturale si trouara il suo relato error altramente dal detto nostro $242\frac{1}{7}$ di quello, che fece quella di quelli $\frac{1}{7}$, anzi il suo errore sara tale (per esser maggior quanta di $\frac{1}{7}$) che se gli potra dire errorazzo.

Errore commesso da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella risolutione del mio 22 quesito.

Vn'altro errore, ouero errorazzo fatto dalli sopradetti nel medesimo 22 quesito.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la quinta specie di radice detta communamente radice cuba quadra, ouer cen. cu. con la sua propria regola. Cap. IX.

Per voler cauar la quinta specie di radice chiamata radice censa cuba, ouer cuba quadra, ouer quadra cuba, egli è vero che si poria seruire della regola data per cauar la radice quadra, & di tal radice cauata, cauarne poi la radice cuba, ouer cauarne prima la cuba, & di quella cauarne poi la quadra, & quantunque tal regola poria seruire nelli numeri quadri cubi, ma in quelli che non fussero quadri cubi v'andaria difficulta assai, & tanto piu a quelli, che non sapessero la nostra regola di formar il rotto di sopra restanti nelle loro operationi, & di cauar anchora la detta radice di numeri sani, & rotti, nondimeno in questo luogo voglio mostrar il modo di cauarla con la sua propria regola, ma per voler essequire tal atto, egli è necessario, ouer a saper a mente tutti li numeri quadri cubi produtti da ciascun numero digito, con la sua radice, ouer che bisogna hauer vna tauoletta doue siano sopra notati li detti numeri quadri cubi con le sue radice, come che in margine appare, & quella tal tauoletta tenerlda sempre auanti a gli occhi quando, che si vuol cauar la detta radice quadra cuba da qualche proposto numero, per poter negociar, & trouar tutte le particolarita a tal regola necessarie, come che nel nostro processo s'intendera.

Come si cauano le radici cube quadre di numeri menori.

Per cauar la radice cuba quadra di vn numero menore, & per numeri menori (come nelle passate radice è stato detto) si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice cuba quadra non puo esser piu di vna figura sola, & pero tai numeri menori in questa specie di radice ponno essere di vna sola figura, ouer di due, ouer di tre, ouer di quattro, ouer di cinque, ouer di sei al piu, perche il cubo quadro di vna sola figura non puo passar sei figure, come che in margine vedi, che il cubo quadro di 9 (qual è la maggior figura, ouero il maggior digito) è 531441. cioe sei figure, & pero per conoscere se vn proposto numero sia di maggiori, ouero di menori si costuma di far vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passano 6 figure non vi si fa altro, il qual ponto dinota la radice cuba quadra di quel tal numero esser vna sola figura, ma se fusse piu di 6 figure saria numero maggiore, & bisognaria farui altri ponti, come di sotto al suo luogo si dira. Dico adonque che tal numero menore necessariamente, ouer che sara numero cubo quadro, ouer veramente non, se sara numero cubo quadro tal sua radice cuba censa si sapera a mente, ouer che si sapera per vigore della tauola in margine posta (laqual bisogna sempre hauer auanti in scritto) perche se vorrai cauar tal radice ce. cu. di 1. tu saperai per vigor di detta tauola esser 1. & cosi di 64. tu saperai tal radice esser 2. & cosi di 729. tu saperai quella esser 3. et di 4096 esser 4. & di 15625 esser 5. & di 46656 esser 6. et di 117649 esser 7. & di 262144 esser 8. & finalmente di 531441 esser 9.

Radice quadre cube	Numeri quadri cubi
1	1
2	64
3	729
4	4096
5	15625
6	46656
7	117649
8	262144
9	531441

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la propinqua radice cuba quadra, ouer censa cuba di numeri non censi cubi.

Ma quando che il detto proposto numero non sara cubo censo, caua prima la detta radice cuba quadra del maggior numero cubo quadro, che sia in quel tal proposto numero, & quello che ti restara della tua operatione ponerai (secondo il solito) sopra di vna virgoletta per numeratore, & fatto questo per formar il denominatore da poner sotto di quella. Bisogna notar che quel si forma con cinque principali produtti, ouer multiplicationi, il primo produtto si forma con il sestuplo del relato della prima radice (gia cauata) il secondo se forma con il quindecuplo, del censo di censo della detta prima radice (gia cauata) il terzo si forma con il vincuplo del cubo della detta radice (gia cauata) il quarto si forma cō il quindecuplo del quadrato della detta prima radice (gia cauata) il quinto, & vltimo si forma con il sesuplo della detta prima radice (gia cauata) & cosi la summa di questi 5 produtti si douera mettere sotto alla detta virgoletta per denominatore, & la detta prima radice insieme con quel tal rotto sara la propinqua radice cu. cen. di quel tal proposto numero non cubo censo. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cuba censica, ponemo di 532458 caua prima tal radice censo cuba del maggior numero censo cubico, che sia nel detto 532458. che trouerai tal radice cē. cu. esser 8 (come in margine appare) il cui cēso cubo è 262144. qual sottratto dal detto 532458. restara 269294. & questo 269294. ponerai sopra di vna virgoletta per numeratore, poi per formar il denominatore da mettere sotto a tal virgoletta, tu lo formarai con li sopradetti cinque produtti, onde per formar il primo piglia il relato di quel 8 (prima radice) che sara 32768. & questo multiplicalo per 6. fara 196608. per il primo produtto, & quello notarai da banda, poi piglia il cen. di cen. del detto 8 (che sara 4096) & questo multiplicalo per 15 fara 61440. per il secondo produtto, qual notarai sotto al primo, poi piglia il cubo del medesimo 8 (che sara 512) & multiplicalo per 20. fara 10240. per il terzo produtto, & questo notarai sotto a gli altri, dapoi piglia il quadrato del medesimo 8 (che sara 64) & multiplicalo per 15 fara 960. per il quarto produtto, qual notarai sotto a gli altri, fatto questo multiplica il detto 8 simplicemente per 6. fara 48. per il quinto, & vltimo produtto, qual posto sotto a gli altri, & summati tutti insieme faranno 269296 per il denominatore da mettere sotto alla sopradetta virgoletta, il che facendo, & accompagnato con il detto 8. dira poi $8\frac{269294}{269296}$ & tanto sara la propinqua radice cubo cen. del sopraposto 532458. che se ne farai proua (reccando la detta radice propinqua a cubo censo) tu trouarai che di vna piccolissima quantita errara dal detto numero 532458 laqual piccola quantita della detta radice sara quasi nulla.

Essempio

269294		
532458	$8\frac{269294}{269296}$	
262144		

	8
	8
qua.	64
	8
cu.	512
	8
ce.ce.	4096
	8
relato	32768
	6
primo pdutto	196608

primo produtto	196608
secondo produtto	61440
terzo produtto	10240
quarto produtto	960
quinto produtto	48
denominator	269296

cen.cen.	4096
	15
secondo	61440
cu.	512
	20
terzo	10240
quadrato	64
	15
quarto	960
8 simpli.	8
	6
quinto	48

Dannotare.

Anchora per queste propinque radice cense cube bisogna notare qualmente vi accade quel medesimo particular accidente, ouer conditione che in ciascuna delle altre passate è stato detto, cioe che di tutti quelli numeri, che mancano di vna sola vnita a esser numero censo cubo, o vuoi dir cubo censo, la sua prima propinqua R cen. cuba cauata secondo l'ordine di questa nostra regola sempre venira senza rotto, ma il censo cubo di tal radice propinqua errara di vna sola vnita di piu del nostro proposto numero, laqual vnita di errore, nel detto suo cubo censo, nella propria radice sara quasi niente, come in tutte le altre è stato detto, laqual cosa non è di poca ammiratione, a che non sa la causa propinqua di tal effetto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice censa cuba di 262143. qual cala, ouer manca di vna sola vnita a esser numero censo cubo, cioe se fusse 262144. saria censo cubo, & la sua differenza, & perfetta radice cen. cu. saria precisamente 8. come nella sua tauola poi vedere, hor per tornar al proposito, volendo cauar la propinqua radice cen. cu. del detto 262143. trouaremo prima quella esser 7. & soprauanzar 144494 (come nella prima operatione in margine appare) il qual soprauanzo ponerai secondo il solito sopra di vna linetta, hor per formar il denominatore da mettere sotto a tal linetta con quelli cinque produtti (detti nella precedente nostra regola) piglia il relato di quel 7 (prima radice) che sara 16807. e quel multiplicalo per 6 (per regola ferma) fara 100842 per il primo produtto, poi piglia il censo di censo del medesimo 7 (che sara 2401. & multiplicalo per 15. (per regola ferma) fara 36015. per il secondo produtto, poi piglia il cubo del medesimo 7 (che sara 343) & multiplicalo per 20 (per regola ferma) fara 6860. per il terzo produtto, poi piglia il censo, o vuoi dir quadrato del medesimo 7 (che sara 49) & multiplicalo per 15 (per regola ferma) fara 735. per il quarto produtto, poi piglia quel simplice 7 (prima radice) & multiplicalo per 6 (per regola

prima operatione

144494		
262143	$7\frac{144494}{}$	
117649		

	7
	7
ce.	49
	7
cu.	343
	7
ce.ce.	2401
	7
relato	16807
	6
primo	100842

regola ferma) sara 42 per il quinto, & vltimo produtto, & tutti questi 5 produtti notati da banda l'un sotto l'altro di mano in mano, & summati insieme faranno 144494 per il detto denominatore qual posto sotto alla detta linetta insieme con la prima radice (cioe con quel 7) dira 7 $\frac{144494}{144494}$, che saria a ponto 8. senza alcun rotto, come habbiamo detto, del qual 8 (per farne proua) trouarai, che il suo censo cubo sara 262144. cioe vna vnita di piu del nostro proposto numero 262143. il qual errore per esser solamente nel suo censo cubo, nella propria radice cuba cen. sara quasi niente, il medesimo si trouara seguir in tutti gli altri numeri che mancano solamente di vna sola vnita a esser censi cubi.

primo produtto	100842
secondo produtto	36015
terzo produtto	6860
quarto produtto	735
quinto produtto	42
denominator	144494

ce.ce.	2401
	15
secondo	36015
cu.	343
	20
terzo	6860
ce.	49
	15
quarto	735
prima R	7
	6
quinto	42

seconda operatione
144494
262143 7 $\frac{144494}{144494}$
117649
cioe 8.

A tutte queste prime radice propinque vi si poria dar regola di poterle dar piu propinque in infinito, come fu fatto delle quadre, ma perche la prima radice propinqua trouata per questa nostra regola, e tanto vicina alla verita, che mi par cosa superflua a dar la detta regola di potersi piu approssimare.

Nota quando che quello, che auanzasse in queste radice propinque fusse maggiore del nostro denominator formato con li sopradetti cinque produtti saria segno tu hauer fatto errore nella general operatione, & la tua radice cauata douera esser piu di quello hai notato, perche tal numero mai puo esser maggiore del detto denominatore, ma solamente eguale, ouer menor di quello.

Come si pontano le figure delli numeri maggiori per cauarne la sua radice cuba censa, & per conoscere di quante figure sara tal sua radice cuba cen.

5 MA quando che il numero del qual si ha da cauar la radice censa cuba sara piu di 6 figure s'intende esser numero maggiore, perche la radice censa cuba di quello conuien esser piu, che di vna figura, & tanto piu maggiore sara quanto che di maggior numero di figure sara, ouer si trouara esser la detta radice censa cuba di quello, laqual cosa si conosce con il pontar le sue figure, come che nelle altre specie di radice e stato detto, ouer fatto, vero e che in questa specie di radice s'intertascia fra ponto, & ponto vna figura di piu di quello si fece nella radice relata, cioe in quella vi si lasciaua 4 figure, & in questa vi se ne lascia 5. cioe si fa vn ponto sopra la prima figura da banda destra (cioe di quella, che significa numero di simplice vnita) & intertasciandone 5 di quelle che seguita, & pontar la sestima) & con tal ordine andar prosequendo di mano in mano, se tal figure fussero molte, cioe intertasciandone sempre 5. & pontar l'altra che seguita, come che nel essempio posto in margine appare, & questo appontar di figure si fa per saper di quante figure sara la detta radice cen.cu. di quel tal numero proposto, e pero se quel tal proposto numero sara solamente di vna, ouer di due, ouer di tre, ouer di quattro, ouer di cinque, ouer di sei figure siamo certi la detta radice cen.cu. di quello esser di vna sola figura, & tal numero esser menore, perche a volerlo appontar secondo l'ordine detto non vi occorre saluo che vn ponto solo sopra alla prima verso man destra, come puoi veder nel essempio posto in margine, & cosi da 7. figure per fina in 12. la detta sua radice ce.cu. sara solamente de due figure perche tal figure non riceueno saluo che duoi ponti, & cosi discorrendo come in margine poi vedere.

2
65
597
2476
67347
795979
8497209
595757364725
79656746536719

Come si cauano le radice cense cube di quelli numeri maggiori che riceuono duoi ponti.

6 HOr volendo cauar la radice ce.cu. poniamo anchor di questo medesimo 999999999. che nella estration della radice relata fu proposto, prima posta queste 10 figure secondo l'ordine detto di sopra, che trouarai, che riceueno solamente duoi ponti, di quali l'uno va sopra la prima figura verso man destra (nel luogo di digiti simplici) & l'altro va sopra la sestima seguente, come che in margine vedi nella prima figura, o vuoi dir nella prima operatione, liquali duoi ponti ne dinotano la radice cen.cu. di tal numero esser di due figure, & l'una di queste due figure si debbe trouar sotto al secondo ponto (& questa sara la prima da esser trouata)

prima operatione

9999999999 a | b

4
4
ce. 16
4
cu. 64
4
ce.ce. 256
4
1024
4
produtto primo 4096

seconda operatione

5903
9999999999 a | 4 b
4096

relato
1024
6
produtto secondo 6144

terza operatione

5903
9999999999 a | 46 b
40964
614

ce.ce.
256
15
3840
36
produtto 3° 138240

quinta operatione

835
0217
23491
590369
9999999999 a | 46 b
409640
61448
13824
1764

ce.ce.
1296
15
19440
16
produtto 5° 311040

& l'altra posto sotto al primo ponto (et questa sara la seconda da esser trouata) per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto (computandoui quelle altre tre figure, che seguitano, che in tutto sariano 9999) inuestigaremo la radice cuba quadra del detto 9999. ouer del maggior numero cu.cen. che sia contenuto dal detto 9999. & trouaremo quello esser 4. il qual 4. si notaremo (secondo il solito) oltra la linea a b. (come nella seconda operatione appare, & per saper quanto sia il restante pigliaremo il cubo censo del detto 4. che sara 4096. qual posto sotto al detto 9999. & sotratto da quello (come nella detta seconda operatione appare) trouaremo restar 5903. qual accompagnato con la figura che seguita verso man destra dira 59039. fatto questo, per trouar poi la seconda figura (ouer digito) pigliaremo il relato della prima figura trouata (cioe di quel 4.) che sara 1024. & quel multiplicaremo per 6. (per regola ferma) fara 6144. & questo lo notaremo rettamente sotto a quel 59039. (detto di sopra) ponendo numero sotto a numero, decene sotto a decene, &c. come nella terza operation appar, & trouaremo che la prima figura verso man sinistra di quel 6144. (cioe quel 6. mostra) ha rettamente sopra di se 59. (come nella detta 3. operatione si puo vedere) hor bisognamo vedere (con diligentia) quante volte puo intrare il detto 6. nel detto soprapposto 59. con queste conditioni che non solamente nel sopravanzante, vi possa intrare le altre sue figure che vi seguono dietro (come nel partir per galia si costuma) ma che anchora vi resti tanto, che compagnato con la figura che seguita, se ne possa cauare, la multiplicatione del quindecuplo del censo di censo del detto 4. fia il quadrato di quel secondo digito ritrouato, & che anchora del restante (accompagnato con l'altra figura che seguita) se ne possa cauare la multiplicatione del vintuplo del cubo del detto primo digito fia il cubo del secondo, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita, se ne possa cauare, la multiplicatione del quindecuplo del censo di censo della seconda fia il censo della prima, & che del restante (accompagnato, con la figura, che seguita) se ne possa cauare la multiplicatione del sestuplo del relato della seconda fia la prima simplice (cioe fia quel 4.) & che del restante anchora, accompagnato con la figura che seguita (che sara la ultima di tutto il proposto numero) se ne possa cauare finalmente il cubo censo della detta seconda figura trouata.

quarta operatione

227
23490
59035
9999999999 a | 46 b
409640
6144
1382

ce.
64
20
1280
216
7680
1280
2560
produtto quarto 276480

Alcun potria dire (come fu detto sopra la estrattione della radice relata) esser quasi impossibile di poter antiuedere tante varie conditioni, nel far intrar quel 6144. nel soprapposto 59039. circa a questo rispondo, che quasi il tutto consiste nella seconda, & terza conditione, perche ogni commun numero che vi resti rare volte accadera, che tutte le altre dette multiplicationi non si possino cauare, & se per qualche volta occorresse, che non si potessino cauare, non manca a cercar di emendare tal errore, ouer a reprincipiar tal operatione di nuouo, come si costuma anchora nelli partiri per galia. Hor per ritornar al nostro proposito, consideraremo quante volte possa intrare quel 6. (prima figura di quel 6144.) in quel 59. che rettamente gli sta sopra (con le sopradette conditioni) & trouaremo che v'intrara solamente 6 volte, & questo 6. lo poneremo appresso all'altra prima figura trouata (oltra la linea a b.) cioe appresso a quel 4. & dira poi 46. (come nella detta terza operatione appare) fatto questo, con il detto 6. andaremo multiplicando di mano in mano le figure di quel 6144. & sotrando tai multiplicationi dal soprapposto 59039. (come si costuma nelli partir per galia, ouer per batello) il che facendo si trouara sopravanzar 22175. qual accompagnato con la figura che seguita dira poi 221759 (come nella quarta operatione appare) fatto questo pigliaremo il censo di censo della detta prima figura (cioe di quel 4.) che sara 256. & quello multiplicaremo per 15 (per regola ferma) fara 3840. & questo lo multiplicaremo anchora per il quadrato di quel 6 (seconda figura) cioe per 36 fara 138240. & questo tal produtto lo assettaremo ordinatamente sotto al soprapposto 221759 che resto, & lo sotraremo da quello, il che facendo trouaremo, che restara 83519 (come nella quinta operatione in margine appare (qual accompagnato con la figura, chi seguita dira poi 835199. fatto questo trouaremo il cubo della detta prima figura (cioe

(cioe di quel 4) che sara 64. & lo multiplicaremo per 20 (per regola ferma) fara 1280. & questo lo multiplicaremo anchora per il cubo del secondo digito, o vuoi dir della seconda figura (cioe di quel 6) il qual cubo sara 216. multiplicando adonque il detto 1280. per 216 fara 276480. qual posto ordinatamente sotto al detto 835199. che ne restò sopra alla quinta operatione, & sottratto anchora da quello trouaremo, che ne restara 558719 (come sopra la sesta operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 5587199. fatto questo trouaremo il censo di censo di quel 6 (seconda figura, che sara 1296) & lo multiplicaremo per 15 (per regola generale) fara 19440. & questo lo multiplicaremo poi per il cen. della prima figura (il qual censo sara 16) fara 311040. & questo tal prodotto lo poneremo ordinatamente sotto al detto 5587199. che restò sopra alla detta sesta operatione, & sottratto anchora da quello restara 5276159. (come sopra alla settima operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 52761599. fatto questo pigliaremo il relato di quel 6 (seconda figura trouata) che sara 7776. & lo multiplicaremo per 6 (per regola ferma) fara 46656. & questo multiplicaremo anchora per la simplice prima figura (cioe per 4) fara 186624. & questo lo metteremo ordinatamente sotto al detto 52761599 (che ne auanzo sopra alla settima operatione) & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne restara 52574975 (come sopra alla ottaua operatione appare) al qual giontoui la figura che seguita (laquale è la vltima di tutto il proposto numero) dira poi 525749759. fatto questo pigliaremo finalmente il cubo censo della seconda figura (cioe di quel 6) che sara 46656. & questo lo assettaremo ordinatamente sotto al detto 525749759 che ne auanzo sopra la ottaua operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che finalmente ne restara 525703103 (come sopra alla nona operatione appare). Et se di tutta la soprascritta general operatione ne vorremo far proua trouaremo il censo cubo della radice trouata (cioe di quel 46) & a tal cubo censo, gli aggiongeremo quel 525703103. che ne è auanzato, & se tal summa sara precisamente il nostro primo numero (cioe quel 9999999999) diremo tutta la detta nostra general operatione esser giustamente fatta, ma facendo altramente, diremo tal nostra general operatione esser falsamente conclusa, & pero bisognaria andar ricercando lo errore per le particular operationi.

Nota che non solamente questa sorte di estrattione, si puo approuare con la proua del 7. ouer del 9. ma anchora tutte le altre (ma il tutto non si puo dire, come che non si aricorda di dire, ma lo diremo, & mostraremo in questa particolarmente qual si satisfara per tutte le altre. Per prouare adonque tutta la soprascritta general operatione per la proua del 7. pigliaremo la proua di quel 46 (radice trouata) laqual proua è 4. & questa la quadraremo fara 16. la cui proua è 2. & questo 2 lo multiplicaremo per quel medesimo 4 (per ridurlo a cubo) fara 8. la cui proua è 1. & questo 1 (per ridurlo a censo di censo) lo multiplicaremo per il medesimo 4. fara pur 4. & questo 4 (per ridurlo a relato) lo multiplicaremo per il medesimo primo 4. fara 16. la cui proua è 2. & questo 2 (per ridurlo a cu.cen.) lo multiplicaremo per il medesimo 4. fara 8. la cui proua è 1. & cosi questo 1 sara la proua del censo cubo del nostro 46. fatto questo pigliaremo la proua di quel 525703103. (che ne auanzo sopra la nona operatione) laqual proua trouaremo esser 2. qual gionto con quel 1. fara 3. & cosi la

settima operatione

```
 27
 558
 8356
 021771
 2349115        a
 59073499       |
 9999999999     | 46
 4096300004     |
 6144542        b
 1382406
 27616
 3
 1
```

```
          6
          6
    ce.  36
          6
    cu. 216
          6
  ce.ce. 1296
          6
  relato 7776
          6
produtto settimo. 46656
```

sesta operatione

```
 558
 839
 02177
 234911
 5907
 9999999999   a
 40964000     | 46
 614454       b
 13840
 2761
 31
```

```
   relato 7776
             6
         46656
             4
produtto 6 186624
```

ottaua operatione

```
 5
 25
 5587
 83564
 0217719
 23491151      a
 59073499 5    |
 9999999999    | 46
 40963000 46   |
 6144542 5     b
 13824066
 276166
 3124
 1
```

nona & vltima operatione

```
 5
 25
 55870
 835645
 02177191
 234911570      a
 5907349995     |
 9999999999     | 46 525703103
 4096300046     |
 61445425       b
 13824066
 276166
 3158
 1
```

```
proua per 7.  4
              4
         ce.  2
              4
         cu.  1
              4
      ce.ce.  4
              4
        rel.  2
              4
      cu.ce.  1
proua del auanzo  2
          fa  3
```

```
proua per 9.  1
              1
         ce.  1
              1
         cu.  1
              1
      ce.ce.  1
              1
      relato  1
              1
      cu.ce.  1
proua del auanzo  8
          fa  0
```

	46
	46
ce.	2116
	46
	12696
	8464
ce.	97336
	46
	584016
	389344
ce.ce.	4477456
	46
	26864736
	17909824
relato	205962976

proua del nostro 9999999999. debbe esser 1. & essendo 1. diremo tal nostra general operatione esser buona per la proua del 7. ma essendo altramente diressimo assolutamente tal general operatione esser falsa, ma perche la proua del detto 9999999999 è precisamente 1. diremo la detta nostra operatione esser buona per la proua del 7. Et se ti paresse (per assicurarti meglio) di prouarla per la proua del 9. lo puoi fare procedendo per il medesimo modo, il che facendo, come in margine vedi trouarai, che la proua veniria 0. & perche la proua del detto nostro numero (prouando per 9.) è 0. diremo la detta nostra general operatione esser buona per la proua del 7. & del 9. Anchora in questo (si come fu detto sopra la radice relata) bisogna auertire, che si bene la sopradetta nostra general operatione sia stata ottimamente essequita, nondimeno tal radice cuba censica non è rationale, cioe non è la vera radice cen. cu. del detto 9999999999. per le ragioni piu volte dette, per esserui auanzato quel 525703103 sopra la vltima operatione, anzi tal radice è irrationale, o vuoi dir sorda, ma volendola assignar propinqua alla verità (per la regola nostra) ponerremo quel tal auanzo sopra vna lineetta per numeratore consequentemente alla detta prima radice cauata (cioe a quel 46) & per trouare il denominatore da metter sotto di tal lineetta, lo formaremo con quelli cinque produtti detti nella terza di questo capo, cioe piglia il sesuplo del relato del nostro 46. il qual relato sara 205962976. & il suo sesuplo sara 1235777856. & questo sara il primo produtto, come in margine, poi troua il ce.ce. del detto 46. che sara 4477456. & multiplicalo per 15 sara 67161840. per il secondo produtto, qual ponerai sotto al primo, poi piglia il cubo del medesimo 46 (che sara 97336) & multiplicalo per 20 fara 1946720. per il terzo produtto, qual ponerai sotto a gli altri duoi, fatto questo troua il censo del medesimo 46. che trouarai esser 2116. & multiplicalo per 15 sara 31740. per il quarto produtto, qual ponerai sotto a gli altri tre, finalmente multiplica quel medesimo 46. simplicemente per 6. fara 276. per il quinto, & vltimo produtto qual posto sotto a gli altri quattro, & summati poi tutti insieme faranno 1304918432 per il nostro ricercato denominatore, & questa è la sua propria regola da formarlo con ragione, il qual denominatore posto sotto alla sopradetta lineetta tal nostra propinqua radice cuba quadra del detto 9999999999. sara $46\frac{525703103}{1304918432}$, che se ne farai la sua proua naturale trouarai, che la non errarà in cosa di momento.

primo produtto	1235777856
secondo produtto	67161840
terzo produtto	1946720
quarto produtto	31740
quinto produtto	276
denominatore	1304918432

La prima propinqua radice cuba censica di 9999999999 saria $46\frac{525703103}{1304918432}$.

7 Vesto medesimo soprascritto numero di 9999947999 fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico, & a Lodouico suo creato, nella nostra publica disputa, & fu il 25 quesito, qual diceua precisamente in questa forma.

Anchora vi adimando, che con la sua propria regola generale, come è detto di sopra (cioe nel 22 quesito) mi cauate la radice cuba quadra, propinqua di 9999947999. & similmente di $\frac{1}{7}$, & anchora di 7281$\frac{1}{7}$. Al qual quesito (circa alli detti 7 mesi dapoi il termine da noi limitato) mi concluseno (pur con quella regola posta da Orontio sopra alle radice quadre, & alle cube) che la propinqua radice cuba quadra di quel 9999947999. era $46\frac{1}{7}$, nella qual sua risposta, & conclusione fecero piu errori, il primo è questo, che loro non mi certificorno hauer cauata quella prima radice (cioe quel 46) con la sua propria regola col dichiarirmi l'ordine di tal regola, come fu nella estrattione della radice relata (per la regola del Stifelio) ma perche non trouorno tal propria regola diffusa nel detto Stifelio, da loro medesimi non sepperono trouare, ma tengo che cauorno tal radice in due operationi, cioe cauorno la quadra con quel aggionger di nulle (di Orontio) & dapoi cauorno la cuba, & per occultar tal suo errore dissono, & procedendo, come insegna il Stifelio al sopra nominato quinto capo della sua arithmetica, con vn'ordine simile a quel ch'io ho posto nella rissolution passata. Ma non dicono particolarmente il detto ordine, per non hauerlo trouato nel detto auttore, ma dicono tal ordine esser simili a quello posto nella estrattione della radice relata, laqual cosa non è vero, che sia simile a quello, anzi è molto differente da quello, come che per le sue particolar operationi da noi fatte sopra quelle appare.

Errore commesso da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella risposta, & conclusione del mio 25 quesito a lor proposto, nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato sopra il detto mio 25 quesito a loro proposto.

Il secondo error è che non hanno formato il rotto (cioe quel $\frac{1}{7}$) secondo la sua propria regola (come nel mio quesito si adimanda) anzi l'hanno formato con quella regola posta da Orontio sopra le radici quadre &c. laqual regola gli ne ha fatto far vn'altro molto maggiore, il qual è questo, che se di tal sua conclusione ne faremo la sua proua naturale, ouer praticale, cioe cubar quel $46\frac{1}{7}$, & dapoi quadrare quella cubatione si trouara, che tal cubo quadro sara precisamente 997547928 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, che veniria a esser men 205220660 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ del nostro 9999947999. Hor si puo veder se questo è vno erroretto da non tenerne conto, ouero vno errorazzo, & tutto questo procede

Vn'altro grande errore, ouer errorazzo fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, et da Lodouico suo creato nella rissolution del detto mio 25 quesito a lor proposto.

perche

perche quel rotto di quelli $\frac{1}{4}$ non è formato con la sua propria regola, ma con quella di Orontio, & pero si vede quanto la erra di grosso nelle altre specie di radice, ma che sara la medesima proua della nostra di sopra assignata, cauata, & formata con la sua propria regola, da noi trouata (cioe quel 46 [illegible]) si trouara il suo cubo quadro errar di vna miseria del detto nostro [illegible] il qual errore nella propria radice sara quasi nulla, & sara molto menore di quello, che nelle piu basse specie di radici se incorre con la sua propria regola.

Gli errori da loro fatti nella estrattione della detta propinqua radice cu.cen. da quelli $\frac{4}{4}$, & anchora da quel 728 $\frac{1}{2}$ si narrano doue mostraremo a cauar la detta propinqua radice delli numeri rotti, & dalli sani, & rotti.

Io non voglio star a darti essempio, come si cauino queste radici cense cube di quelli grandi numeri, che ricercano piu di duoi ponti, perche (come fu detto anchora sopra la estrattione della radice relata) per la regola di sopra data nella estrattione di quelli che ricercano solamente duoi ponti si apprende anchor quella di piu di detti duoi ponti, vero è che si viene a maneggiar maggiori numeri.

La causa della sopradata nostra regola di cauar la radice cuba censa (o vuoi dir cuba quadra) & similmente quella data da formare il rotto di quello che soprauanza nelli numeri non cubi censi, per dare tai radici propinque al vero, si puo assignare dalla sottoscritta propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi trouata.

Propositione dal presente auttor ritrouata.

Se vna quantita sara diuisa in due parti come si voglia, il cubo censo di tutta la detta quantita sempre sara eguale a quelli sette principali produtti, cioe al produtto del cubo censo della prima parte, & al produtto del sestuplo del relato della detta prima sia la seconda parte, & al produtto del quindesuplo del censo di censo della detta prima sia il censo della seconda, & al produtto del vintuplo del cubo della detta prima, sia il cubo della seconda, & al produtto del quindesuplo del censo di censo della seconda sia il censo della prima, & al produtto del sestuplo del relato della detta seconda sia la prima, & finalmente al produtto del cubo censo della detta seconda parte.

Questa tal propositione non se la posso specularmente dimostrare in questo luogo, per le cose fina hora dette per non hauerti anchora parlato delle proportioni, ma ben la prouaremo naturalmente, o vuoi dir praticamente, cioe con la isperientia in altro luogo poi piu conueniente la dimostraremo con ragioni astratte, come costuma il Mathematico a Iddio piacendo, & massime che in questo luogo interrumperia quest'ordine praticale.

Sia adonque tutta la quantita.a b. poniamo 10. per numero diuisa in due parti in ponto.c. & poniamo che la prima parte (cioe la.a c.) sia 7. & la seconda (cioe la.c b.) sia 3. Hor dico che il cubo censo di tutta la detta.a b. cioe di quel 10. il qual censo cubo sara 1000000. sara eguale a quelli 7 principali produtti, cioe al cubo censo della prima parte, il qual cu.cen. sara 117649. & questo notarai da banda per il primo produtto, dapoi troua il relato della detta prima, che trouarai essere 16807. & questo multiplica per 6. fara 100842. & questo multiplicalo per la seconda parte (cioe per 3) fara 302526. per il secondo produtto, qual ponerai sotto al primo, poi piglia il censo di censo della detta prima, che trouarai essere 2401. & multiplicalo per 15. fara 36015. & multiplicalo anchora per il quadrato della seconda (cioe per 9) fara 324135. per il terzo produtto, qual ponerai ordinatamente sotto a gli altri duoi, poi piglia il cubo della detta prima, che trouarai essere 343. & multiplicalo per 20. fara 6860. & questo multiplicalo anchora per il cubo della seconda (cioe per 27) fara 185220. per il quarto produtto, qual notarai sotto a gli altri tre, poi piglia il censo di censo della seconda parte (che sara 81) & multiplicalo per 15 fara 1215. & questo multiplicalo anchora per il quadrato della prima (che sara 49) fara 59535. per il quinto produtto, qual notarai sotto a gli altri quattro, poi piglia il relato della detta seconda parte, che sara 243. & multiplicalo per 6 fara 1458. & questo multiplica anchora per la prima parte (cioe per 7) fara 10206. per il sesto produtto, qual notarai sotto a gli altri cinque, poi finalmente piglia il cubo censo della detta seconda parte, che sara 729. per il settimo, & vltimo produtto, & questo notarai sotto a gli altri sei, et fatto questo summali tutti insieme, e trouarai, che fariano precisamente 1000000

proua per	7	seconda	3
	7		3
cen.	49	cen.	9
	7		3
cu.	343	cu.	27
	7		3
cen.ce.	2401	ce.ce.	81
	7		3
relato	16807	relato	243
	7		3
ce.cu.	117649	cu.ce.	729

a 10 c b

7 3

	10
	10
ce.	100
	10
cu.	1000
	10
ce.ce.	10000
	10
relato	100000
	10
cu.cen.	1000000

relato	16807
	6
	100842
	3
2 produtto	302526
	ce.ce. 2401
	15
	36015
	9
terzo produtto	324135
cu.	343
	20
	6860
	27
	48020
	13720
quarto prod.	185220

ce.ce.	81
	15
	1215
	49
	10935
	4860
quinto prod.	59535
relato	243
	6
	1458
	7
sesto prodotto	10206

come che fece anchora il cubo censo di tutta la detta quantita. a b. che è il proposito, & questo si riuscira in tutte le altre simili.

Nota che la soprascritta propositione si puo trassmutare sotto altre parole secondo che delle altre è sta to detto, ma questa è detta secondo l'ordine da noi vsato nella estrattione di questa quinta specie di radice detta cuba quadra, ouer censa cuba.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la radice cuba quadra, ouer cuba censa, dalli numeri rotti, & dalli sani & rotti, & non solamente le rationali, & discrete di detti numeri cubi quadri, ma anchora le propinque di quelli che non sono cubi quadri.

Capitolo X.

Come si cauano le radici cu. cen. di rotti cu. cen.

primo prodotto	117649
2 prodotto	302526
3 prodotto	324135
4 prodotto	185220
5 prodotto	59535
6 prodotto	10206
7 prodotto	729
summa	1000000

PEr ben intendere la regola di cauar la radice cen. cu. di rotti bisogna prima sapere, come che di quelli ve ne sono alcuni, che sono censi cubi, & alcuni non, & molto piu spessi sono quelli, che non sono cen. cu. di quelli, che sono censi cubi. Li rotti cen. cu. sono quelli, che dapoi che sono schissati alla vltima schisatione hanno il suo numerator, & anchora il suo denominatore, numero cu. ce. come sono questi [illegible], & infiniti altri simili. Onde per cauar la detta radice cen. cu. di questi tai rotti caua la detta radice cen. cu. del suo numeratore, & mettila sopra di vn'altra virgoletta (per per numeratore) & dapoi caua anchora medesimamente la detta radice cen. cu. del suo denominatore, & ponila sotto di tal seconda virgoletta per denominatore, & tal secondo rotto sara la radice cen. cu. del primo, essempi gratia se con tal ordine cauarai la detta radice cen. cu. di [illegible], trouarai quella esser [illegible], et cosi con tal ordine la radice cen. cu. di [illegible] trouarai esser [illegible], & per non abondar in scrittura se cauarai tal radice cen. cu. delli sopra notati rotti trouarai quelle essere, come che in margine appare, & se di tale estrattioni ne vorrai far la proua naturale, trouarai il censo cubo di ciascuna di dette radici cauate, & se ti ritornara il primo rotto sarai certo la tua operatione, ouer conclusione esser buona, ma se ti ritornasse altramente seguiria il contrario.

la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]
la ℞ cen. cu. di	[illegible]	è [illegible]

Come si cauano le propinque radici cense cube delli rotti non censi cubi.

2 MA quando che il numeratore del rotto, & anchora il suo denominatore non saranno ambidui numeri censi cubi, tal rotto non sara censo cubo, & quando che vn rotto non sara censo cubo, et che di quello vorrai cauar la sua propinqua ℞ cen. cuba, tal atto si puo essequire per tre diuerse vie ragioneuole, ma per abreuiar parole narraremo il piu magistrale, & che sono giace a manco errori, il qual è questo, recca sempre il suo denominatore al suo relato, & quel tal relato multiplicalo fia il suo numeratore, & di tal produtto cauane la sua propinqua radice censa cuba, (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partirai per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo auenimento di tal partimento, sara la propinqua radice cuba quadra di quel tal rotto, & per essempio voglio addure di cauar la detta propinqua radice cuba quadra di quel [illegible], che fu da me proposto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico ferraro suo creato nel nostro 25 quesito, acio si veda la differentia sia dalla sua solutione fatta con quella regola tolta da Orontio con questo aggionger di mille alla nostra fatta con ragion geometrica. Per cauar adonque la propinqua radice cuba quadra di [illegible] trouaremo il relato di quel 9. che è sotto alla virgola per denominatore (che sara 59049) & lo multiplicaremo per quel 7. che è sopra la virgola per numeratore fara 413343. & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice cuba censa, per la nostra regola data nella terza del precedente capo, & trouaremo quella esser 8 [illegible], & questa la partiremo per quel medesimo 9 (denominator del rotto, & trouaremo che ne venira precisamente [illegible], & tanto diremo esser la propinqua radice censa cuba [illegible], della qual propinqua radice, se ne farai proua, reccando tal rotto al suo cubo quadro trouarai che'l non scarseggiara quasi niente dal detto [illegible]. La causa di questa tal regola quando che con il tuo studio sarai gionto alla settima del settimo capo delle proportioni sara atto a poterla conoscere da te medesimo.

Essempio

Il sopradetto

il sopradetto Hieronimo Cardano insieme con Lodouico ferraro suo creato, circa 7 mesi dapoi il termine da noi limitato in tal disputa, mi condusero la propinqua radice cuba censa del detto [illegible] esser [illegible], nellaqual sua condusione fecero duoi errori, il primo è che non cauorno tal radice con la sua propria regola (come che nel mio quesito si adimanda) perche la sua propria è la nostra detta di sopra, & non altra, perche il proprio di vna cosa è quello che si conuiene solamente a quella sola specie, & sempre, & non ad altra specie, ma la regola del detto Cardano (tolta da Orontio) s'applica a tutte le specie, & pero di alcuna di quelle è propria, & per questa causa incorreno in vn'altro maggior errore, perche se di tal sua propinqua radice cuba censa ne farai la sua proua naturale, cioe cubando, & dapoi quadrando il detto [illegible] trouarai che tal suo cubo quadro sara [illegible] qual trasferendolo in noni trouarai, che sara [illegible], & [illegible] di vn'altro nono) hor si vede quanto erra in cosi poca quantita. Alcuno poria dire esser piccolo errore, dico tal errore esser assai in cosi piccola quantita, perche ogni piccolo errore in vna cosi poca quantita si puo giudicare quanto augumentaria alla rata in vna gran quantita, come saria a dire se con tal sua regola cauasse la detta propinqua radice di [illegible] (che sarebbe [illegible]) si trouariano far vn'altro errore tanto da poter esser visto senza occhiali, come che ciascun con la isperientia se ne potra chiarire.

Herrore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella risolutione della seconda parte del mio 25 quesito a loro proposto nella nostra publica disputa.

Come si cauano le radici cube cense di numeri sani, & rotti cubi censi.

3 Hauendo ben intesa la regola di cauar la radice cuba censa di rotti cubi censi, & similmente le propinque di quelli, che non sono cubi censi, facil cosa sara intendere la regola di far il medesimo nelli numeri sani, & rotti per quella istessa, ma vi occorre maggior numeri nelli numeratori, cioe dapoi che si ha ridutto il numero sano al suo rotto, & per tanto dico (come fu detto di rotti simplici) che delli detti numeri sani, & rotti, alcuni sono quadri cubi (o vuoi dire censi cubi) & alcuni non, li censi cubi sono quelli, che ridutto il numero sano nella qualita, ouer denominatione del suo rotto (prima schissato) & summato tal riduttione insieme con il numeratore di tal rotto (come nel algorithmo si costuma) se tal summa (come numeratore) sara numero cubo censo, & similmente il denominatore di tal summa sara anchora lui numero censo cubo tal numero sano, & rotto sara censo cubo, come essempi gratia saria $11\frac{25}{64}$, che riducendo quel 11 integri a 64 esimi, alliquali giontoui quel 25 che è sopra la virgola fara in tutto $\frac{729}{64}$ hor perche quel 729 (numeratore) è numero censo cubo, & similmente quel 64 (denominatore) diremo tal numero $11\frac{25}{64}$ esser cubo censo, & per cauargli la sua radice cuba censa cauaremo la radice censa cuba di quel 729 (ch'è sopra la virgola) laqual sara 3, & questo 3 lo partiremo per la radice censa cuba di quel 64, che è sotto la virgola (laqual è 2) & ne venira $1\frac{1}{2}$, & cosi diremo la radice censa cuba di $11\frac{25}{64}$ esser $1\frac{1}{2}$, & se ne vorrai far la proua naturale troua il cubo quadro di quel $1\frac{1}{2}$, & se quello sara precisamente quel $11\frac{25}{64}$ la nostra operatione sara buona, ma facendo altramente la saria falsa. Hor per non abondar in parole se con tal ordine cauarai la detta radice cu. cen. di $244\frac{9}{64}$ trouarai quella esser $2\frac{1}{2}$, & quella di $28\frac{2961}{4096}$ esser $1\frac{3}{4}$, & con tal ordine procederai in tutti gli altri sani, & rotti censi cubi.

la R cen. cu. di $11\frac{25}{64}$	è $1\frac{1}{2}$
la R cen. cu. di $244\frac{9}{64}$	è $2\frac{1}{2}$
la R cen. cu. di $28\frac{2961}{4096}$	è $1\frac{3}{4}$

Vn'altro errore fatto da Hieronimo Cardano, et da Lodouico ferraro suo creato, nella sua risolutione della seconda parte del detto mio 25 quesito a loro proposto nella nostra publica disputa.

Come si cauano le propinque radice cen. cu. di numeri sani, et rotti non ce. cubi.

4 Ma quando che li detti numeri sani, & rotti non saranno censi cubi, & che di quelli ne vorrai cauar la propinqua radice censa cuba, tal atto si puo ragioneuolmente essequire per diuerse vie, ouer regole, ma la piu leggiadra, & a manco errori soggetta è simile a quella dati nelli rotti non censi cubi, cioe schissar il rotto, & dapoi reccar il sano a tal specie di rotto (come fu detto, & fatto nella precedente) & dapoi reccar il denominatore al suo rel. & quel tal rel. multiplicarlo fia quel gran numeratore (gia formato con la riduttione del sano) & di tal prodotto cauarne la propinqua radice censa cuba (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & tal radice propinqua partirai per il medesimo denominatore, & lo auenimento sara la propinqua radice censa cuba di tal numero sano, & rotto, & per essempio di questo voglio addure quel numero di $428\frac{2}{3}$, che da me fu proposto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico ferraro suo creato nella terza parte del mio 25 quesito a loro proposto nella nostra publica disputa fatta con cartelli impressi. Per cauar adonque la propinqua radice censa cuba di questo $428\frac{2}{3}$ ridurremo ogni cosa in terzi, che faranno $\frac{1286}{3}$, dapoi reccaremo quel 3 al suo relato, che fara 243 & questo multiplicaremo fia quel 1286 fara 312498. & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice censa cuba, onde procedendo per la nostra regola data nella terza del prece-

Essempio

dette capo trouaremo quella esser [illegible], & questa partiremo per il medesimo denominatore (cioe per quel 3 che è sotto alla virgola) il che facendo ne venira [illegible], & tanto diremo esser la propinqua radice censa cuba di quel $718\frac{1}{2}$, che è il proposito, & se di tal radice ne farai la sua natural proua, cioe quadrandola, & dapoi cubandola trouarai, che tal suo cubo quadro non errara di cosa di momento del detto nostro $718\frac{1}{2}$, il qual errore nella propria radice sara quasi nulla, & cosi con tal regola procederai nelle altre simili.

Herrore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella risolutione del mio 23 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa.

Il sopradetto Hieronimo Cardano medico, & Lodouico ferraro suo creato circa mesi 7 dapoi il termine da loro limitato, mi risolsero solamente con parole scritte, che per cauar la detta propinqua radice censa cuba del detto $718\frac{1}{2}$ si douesse procedere per quel medesimo modo da lor dato, & visto per cauar quella medesima radice di quel $\frac{1}{2}$, cioe con quello aggionger di nulle si al numeratore, come al denominatore, &c. Et per tanto in tal loro risposta, hanno fatto, ouero che fecero per duoi errori (si come nelle passate) il primo errore è questo, che tal sua regola (anchora che quella per sorte desse propinquo alla verita) la non è la sua propria, come che nel mio 22 quesito distintamente si adimanda, cioe che la non depende dalla principal regola di tal estratione. Il secondo errore è questo, che cauando realmente tal propinqua radice secondo tal sua regola, & di tal radice facendone poi la proua naturale (cioe reccandola al suo cen. cubo) si trouara dar tanto lontano dalla verita, che tal suo errore si potra chiamar errorazzo, & quanto maggior fusse il numero fatto, che si accompagnasse con vn rotto tanto maggior errore con tal sua regola si causaria, & di questo ciascuno con la isperienza se ne potra chiarire.

Vn'altro errore fatto dalli sopradetti nel medesimo 23 quesito.

Regola generale del presente auttor ritrouata da cauar la sesta specie di radice chiamata communamente radice seconda relata. Cap. XI.

1 Per cauare la sesta specie di radice detta radice seconda relata, egli è necessario a sapere prima a mente tutti li secondi relati causati da ciascun numero digito, con la sua radice (cioe cō il suo digito) ouer che bisogna hauer vna tauoletta, mobile, doue siano sopra notati li detti numeri digiti con il suo secondo relato a dirimpetto, come che in margine vedi, & quella tal tauoletta tenerla sempre auanti quando che si vuol cauar la detta radice seconda relata da qualche proposito numero, per poter negotiare, & trouare tutte quelle particolarita necessarie in tal operatione, come al suo luogo s'intendera.

Radice seconde relate	Numeri secondi relati
1	1
2	128
3	2187
4	16384
5	78125
6	279936
7	823543
8	2097152
9	4782969

Come si cauano le radice seconde relate da li numeri menori.

2 Per cauare la radice seconda relata di vn numero menore, & per numeri menori (come nelle passate è stato detto) si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice seconda relata non puo esser piu di vna sola figura, & pero tai numeri menori in quella specie di radice non ponno esser di piu, che di sette figure, perche il secondo relato di 9 (che è il maggior numero digito) è di sette figure composito, come nella detta tauoletta in margine vedi. Et pero per conoscere (in questa specie di radice) se vn proposito numero sia di menori, ouer di maggiori si costuma di far vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passa sette figure si lascia cosi, perche tal ponto ne dinota tal numero esser di menori, cioe ne dinota il detto ponto la radice relata di tal numero esser vna figura sola, ma se fusse di piu, che di sette figure tal numero saria di maggiori, & bisognaria farui altri ponti, come al suo luogo si dira. Dico adonque che tal numero menore necessariamente, ouero che sara numero relato, ouer altramente non, se sara numero seconde relato tal sua radice seconda relata si sapera a mente, ouero che si sapera per vigor di quella tauoletta in margine (laqual bisogna (com'è detto) sempre hauer auanti in scritto) perche se vorrai cauar tal radice seconda relata di 1 tu saprai per vigor di detta tauoletta esser 1. & cosi di 128 tu saprai tal radice esser 2. & cosi di 2187 tu saprai quella esser 3. & di 16384 esser 4. & di 78125 esser 5. & di 279936 esser 6. & di 823543 esser 7. & di 2097152 esser 8. & finalmente di 4782969 esser 9.

Regola generale del presente auttor ritrouata da cauar la propinqua radice seconda relata di numeri non secondi relati.

3 Ma quando che il detto numero proposito non sara secondo relato, caua prima la detta seconda radice relata del maggior numero secondo relato contenuto da quello tal proposito numero, & quello che ti restara sopra alla tua operatione ponerai (secondo il solito) sopra vna linetta per numeratore, & fatto questo per formar il denominator da mettere sotto di quella, bisogna notar, che quel si forma con sei principali prodotti, ouer multiplicationi

cationi, il primo prodotto si forma con il settuplo del cubo censo della prima radice gia cauata. Il secondo si forma con il 21 uplo del relato della detta ℞ cauata. Il terzo si forma con il 35 uplo del ce. ce. della detta radice gia cauata. Il quarto si forma con il 35 uplo del cubo della detta ℞ gia cauata. Il quinto si forma con il 21 uplo del quadrato della detta radice gia cauata. Il sesto & vltimo prodotto si forma cō il settuplo della detta simplice radice gia cauata, & cosi la summa di questi sei prodotti si douera metter sotto alla detta linetta per denominator, & la detta prima radice cauata insieme con quel tal rotto sara la propinqua ℞ seconda relata di quel tal proposito numero non secondo relato. Essempi gratia volendo cauar la propinqua ℞ $\frac{2}{}$ relata poniamo di 2097149, cauarai prima la detta radice seconda relata del maggior numero secondo relato contenuto dal detto 2097149, che trouarai tal radice seconda rel. esser 7 (come in margine vedi) il secondo relato del qual 7 saria 823543 qual sottratto dal detto 2097149. ti restara 1273606 & questo 1273606 ponerai sopra di vna linea per numeratore, hor per formar il denominatore da metter sotto a tal linea, tu lo formarai con li sopradetti 6 prodotti, onde per formar il primo piglia il censo cubo di quel 7 (prima radice) che fara 117649 & quel multiplicalo per 7 fara 823543. per il detto primo prodotto, poi piglia il relato del detto 7. che fara 16807. & multiplicalo per 21 fara 352947. per il secondo prodotto, qual notarai sotto al primo, poi piglia il censo di censo del detto 7. che fara 2401. & multiplicalo per 35 fara 84035. per il terzo prodotto, qual notarai sotto a gli altri duoi, poi piglia il cubo del detto 7. che fara 343. & multiplicalo pur per 35 fara 12005. per il quarto prodotto, qual notarai sotto a gli altri tre, poi piglia il censo di detto 7. che fara 49. & multiplicalo per 21 fara 1029. per il quinto prodotto, qual notarai sotto a gli altri 4. poi finalmente piglia simplicemente il detto 7. & multiplicalo per 7 fara 49 per il sesto, & vltimo prodotto qual posto sotto a gli altri cinque, & summati tutti insieme faranno 1273608. per il denominator da metter sotto alla sopradetta linea, siche facendo, & accompagnato con il detto 7. dira poi $7\frac{1273606}{1273608}$. & tanto sara la propinqua radice seconda relata del sopradetto 2097149, che se ne farai proua reducendo la detta radice al suo secondo relato tu trouarai tal suo secondo relato errar vna minima cosa dal detto nostro 2097149. ma tal errore nella propria radice cauata sara quasi nulla.

1273606		
2097149	$7\frac{1273606}{1273608}$	
823543		
cen. cu.		117649
		7
primo prodotto		823543
secondo prodotto		352947
terzo prodotto	—	84035
quarto prodotto		12005
quinto prodotto		1029
sesto prodotto	—	49
denominatore		1273608

Essempio

rel. 16807
21
16807
33614
secondo 352947
ce. ce. 2401
35
12005
7203
terzo 84035
cu. 343
35
1715
1029
quarto 12005
ce. 49
21
49
98
quinto 1029
prima radice 7
7
vltimo 49

Da notare.

Anchora per queste propinque radice seconde relate bisogna notare qualmente vi accade quel medesimo particolar accidente, ouer conditione, che si e mostrato occorrere in ciascuna delle altre passate, cioe che tutti quelli numeri, che mancano di vna sola vnita a esser numero secondo relato, la sua prima propinqua radice seconda relata (cauata secondo l'ordine di questa nostra regola) sempre venira senza rotto, & il secondo relato di tal propinqua ℞ errara d'una sola vnita di piu del nostro proposito numero, laqual vnita di errore nel detto suo secondo relato, nella detta propinqua radice sara quasi nulla, come in tutte le altre è stato detto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua ℞ $\frac{2}{}$ relata di 2097151, qual manca solamente di vna vnita a esser il secondo relato di 8. come nella cassella puoi vedere. Hor dico che cauandone la sua propinqua radice seconda relata secondo quel medesimo ordine, ch'è stato fatto nella precedente si trouara tal propinqua radice esser $7\frac{1273608}{1273608}$, che faria a ponto 8 senza alcun rotto, come habbiamo detto, delqual 8 (per farne proua) trouarai che il suo secondo relato sara (com'è detto) 2097152. cioe saria vna vnita di piu del nostro 2097151. ma tal errore nella detta propinqua radice (cioe in quel 8 saria quasi nulla.

1273608	2	
2097151		$7\frac{1273608}{1273608}$
823543	5	cioe 8

Io non ti ho voluto distendere le particolar operationi, cioe il modo di trouar quelli sei prodotti da formar il denominatore, perche sono stati distesi nella precedente. Anchora nota quando che per sorte lo auanzo fusse piu del denominatore formato secondo la detta nostra regola con quelli sei prodotti saria segno tu hauer errato nella operatione, & la tua prima radice esser manco del douere, & pero riuederai la operatione, perche tal auanzo mai puo esser piu del detto denominatore, ma solamente menore, ouero eguale a quello.

Anchora nota che si poria dar regola di poterli approssimar piu alla verita, & in infinito, come fa fatto delle quadre, ma perche la prima radice seconda relata propinqua trouata per questa nostra regola e tanto vicina alla verita, che mi par cosa superflua a dar detta regola di potersi piu approssimare, & pero la lascio.

Come si pontano le figure delli numeri maggiori per cavar la sua radice

seconda rel. & per conoscer di quante figure, over digiti sara tal sua ℞ seconda relata.

5 VA quando che'l numero, delqual si ha da cavar la radice seconda relata sara piu di sei figure sara di numeri maggiori, perche la sua seconda radice relata convien esser piu che di vna figura, & tanto piu sara maggiore, quanto che di maggior numero di figure si trouara esser la radice di quello, laqual cosa si conosce con il pontar le sue figure, come che nelle altre specie e stato detto, over fatto, vero e che in questa specie di radice se vi interlascia fra ponto, & ponto vna figura di piu di quello si fece nella radice censa cubo, cioe in quella vi si lasciava 5 figure fra ponto, & ponto, & questa vi se ne interlascia 6 cioe si fa vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se ne interlascia 6 di quelle, che seguita, & pontar la settima, & con tal ordine andar proseguendo di mano in mano se tai figure fussero molte, cioe interlasciandone sempre 6. & pontar l'altra, che seguita, come che in questo solo essempio di 22 figura puoi vedere 1557627903763541976, lequal 22 figura ricevono quattro ponti (secondo l'ordine detto) & pero la sua radice seconda relata sara di 4 figure, & cosi con tal ordine si douera procedere si in menore, come in maggior numero di figure, la prima figura di tal radice si trouara sotto al quarto ponto, la seconda sotto al terzo, & la terza sotto al secondo, & la quarta, & vltima figura si douera trouar sotto al primo ponto, & nel trouar tai figure sempre vi si compara tutte quelle figure, che si trouaranno essere dal detto ponto verso man sinistra, come nella seguente meglio s'intendera.

Come si cavano le radici seconde relate da quelli numeri

maggiori che ricevono duoi ponti.

2
2
cc. 4
2
cu. 8
2
ce.ce. 16
2
rel. 32
2
ce.cu. 64
2
primo produtto 128

prima operatione 2
9999999999 | b

seconda operatione
871 2
9999999999 | 2
128 b

cen.cu. 64
7
secondo produtto 448

terza operatione
871 2
9999999999 | 26
1238 b
44

rel. 32
21
672
56
terzo produtto 24192

6 HOr volendo cavar la radice seconda relata poniamo di questo medesimo 9999999999. (che nella estrattione della radice censa cubo fu proposto) prima ponta queste diece figure secondo l'ordine detto di sopra, che trouarai che riceveranno solamente duoi ponti, di quali l'uno va sopra la prima figura verso man destra nel luogo di numeri simplici, & l'altro va sopra la ottaua sequente, come che in margine appare nella prima figura, o vuoi dir nella prima operatione, liquali duoi ponti ne dinotano la radice seconda relata di tal numero esser di due figure, & l'una di queste due figure si debbe trouare sotto a quel secondo ponto (& questa sara la prima da esser trouata, & l'altra poi sotto al primo ponto (& questa e la seconda da esser trouata) per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto (comprendendovi quelle altre due figure, che seguitano verso man sinistra, che in tutto fariano 997) investigaremo la radice seconda relata del detto 997, overo del maggior numero secondo relato, che sia contenuto da quel lo, & trouaremo quello esser 2. il qual 2. lo notaremo (secondo il solito) oltra la linea a b. come nel la seconda operatione appare, & per saper quanto sia il restante pigliaremo il secondo relato del detto 2. che sara 128. qual posto sotto al detto 997, & sottratto da quello (come nella detta seconda operatione appare) trouaremo restar di sopra 871. qual accompagnato con la figura, che seguita verso man destra dara 8719. fatto questo per trouar poi la seconda figura, over digito pigliaremo il censo cubo della prima figura trouata (cioe di quel 2) che sara 64. & questo lo multiplicaremo per 7 (per regola ferma) fara 448. & questo lo notaremo rettamente, & ordinatamente sotto al detto 8719. come nella terza operatione appare, & trouaremo che la prima figura verso man sinistra di quel 448 (cioe quel 4 centenara) ha rettamente sopra di se 87. hor bisogna mo vedere (con diligentia) quante volte puo intrare il detto 4. nel soprapostio 87. con queste conditioni, che no solamente nel soprastante vi possi intrare le altre sue figure, che vi segue dietro (come che nel partir per galea si costuma) ma che anchora vi restiranno, che compagnato con la figura, che seguita se ne possa poi cavar la multiplicatione del 21 uplo del relato del detto 2 su il censo di quel secondo digito

quarta operatione
02
632
8712 2
9999999999 | 26
12552 b
449
242

cen.di cen. 36
35
560
216
3360
560
1120
quarto produtto 120960
do digito

do digito, o vuoi dir quella seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con l'altra figura che seguita) se ne possa cauare la multiplicatione del 35 uplo del cen. di cen. della detta prima figura, fia il cubo della seconda, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchor cauare la multiplicatione del 35 uplo del censo di censo della seconda figura trouata, fia il cubo della prima, & che anchora del restante, accompagnato con la figura, che seguita se ne possa cauare la multiplication del 21 uplo del relato della detta seconda fia il censo della prima, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita, se ne possa anchora cauare il settuplo del cubo censo della detta seconda fia la prima simplice, & che del restante (accompagnato con la vltima figura, che seguita, se ne possa finalmente cauare il secondo relato della detta seconda. Et nota che di tutte queste sopra narrate conditioni il tutto consiste quasi nelle due prime, ouero al piu nelle 3. Egli è ben vero, che quanto piu la seconda figura vien di molto maggior significato rispetto alla prima, bisogna esser molto piu auertente a farla intrar manco di quello, che al naturale par che possa intrare, come è accaduto in questa, che quel 4. in quel 87. par che possa intrar 21 volta, & nondimeno mai puo passar 9 volte, & pero in queste sperimentarai in puoco piu della mita di 9. cioe in 5. il che facendo tu trouarai, che ti mancara di far li tuoi sottrari, & pero tu farai intrar 6 volte, come hai visto, come interuiene anchora nelli partiri per battello, ouer galia (come sopra le due passate esercitioni fu anchor detto) hor per ritornar al nostro proposito, consideraremo diligentemente quante volte possa intrar quel 4 (prima figura di quel 448) in quel 87. che rettamente gli sta sopra (con le dette conditioni) & trouaremo che v'intrara solamente 6 volte, & questo 6 lo poneremo appresso all'altra prima figura trouata (oltra la linea a b. (cioe appresso a quel 2. & dira poi 26 (come nella detta terza figura appare) fatto questo con il detto 6 andaremo multiplicando di mano in mano le figure di quel 448. & sottrando tai multiplicationi dal sopradetto 8719 (come si costuma nelli partiri per galia, ouer battello) il che facendo si trouara sopra restar 6031. qual in compagnia della figura, che seguita dira poi 60319 (come nella quarta operatione appare) fatto questo pigliaremo il relato della detta prima figura (cioe di quel 2) che fara 32. & quel multiplicaremo per 21 (per regola ferma) fara 672. & questo multiplicaremo anchora per il censo della seconda (cioe di quel 6. che fara 36) fara 24192. & questo poneremo sotto al detto 60319) che ne resto sopra la quarta operatione) & lo sottraremo da quello, il che facendo ne restara 36127 (come sopra la quinta operatione appare) al qual gionto la figura, che seguita dira poi 361279. fatto questo pigliaremo il censo di censo della detta prima figura (che fara 16) & lo multiplicaremo per 35 (per regola ferma) fara 560. & questo lo multiplicaremo anchora per il cubo della seconda figura (qual cubo fara 216) fara 120960. & questo poneremo ordinatamente, & rettamente sotto a quel 361279 (che ne resto sopra alla quinta operatione) & lo sottraremo da quello, il che facendo ne restara 240319 (come sopra la sesta operatione appare) al qual gionto la figura, che seguita dira poi 2403199. fatto questo pigliaremo il censo di censo della seconda figura trouata (cioe di quel 6) che fara 1296. & lo multiplicaremo per 35 (per regola ferma) che fara 45360. & questo lo multiplicaremo per il cubo della prima figura (qual cubo fara 8) fara 362880. & questo lo poneremo rettamente sotto al detto 2403199 (che ne resto sopra la sesta operatione) & lo sottraremo da quello, il che facendo ne restara 2040319. al qual gionto la figura, che seguita dira poi 20403199 (come sopra la settima operatione appare) fatto questo pigliaremo il relato della detta seconda, il qual relato fara 7776. et lo multiplicaremo per 21 (per regola ferma) fara 163296. & questo lo multiplicaremo poi per il quadrato della prima figura (qual è 4) fara 653184. & questo lo poneremo rettamente sotto a quel 20403199 (che ne resto sopra la settima operatione) &

quinta operatione

```
61
203
6372
50217        .  2
9999999999   |  26
1255320         b
 4496
2419
120
```

cen. cen. seconda

```
  1296
    35
  ----
  6480
 3888
 -----
 45360
     8
------
362880
```

quinto produtto 362880

sesta operatione

```
 40
361
3031
63721
501279        .  2
9999999999    |  26
1255204          b
 44968
24192
1292
 36
```

rel. secondo

```
  7776
    21
 -----
  7776
 15552
------
163296
     4
------
```

sesto produtto 653184

settima operatione

```
 04
 40
2040
30331
637281
5021799       .  2
9999999979    |  26
12552004         b
 449658
241981
12021
 365
  6
```

ce. cu. seconda

```
 46656
     7
------
326592
     2
------
```

settimo produtto 653184

ottaua operatione

```
 97
 54
1401
20160
303330
6372211
50212799      .  2
9999999999    |  26
1255320644       b
 4496558
2419581
120231
 3655
  66
```

lo sottraremo da quello, & ne restara 197300 1 c. come sopra la ottaua operatione appare, alqual giontoui la figura che seguita, dira poi 197300159. fatto questo pigliaremo il censo cubo della detta seconda (qual sara 46656) & lo multiplicaremo per 7 (per regola forma) fara 326592. & questo lo multiplicaremo poi per la prima simplice (cioe per 2) fara 653184. & questo lo poneremo rettamente sotto a quel 197300159. che ne resto sopra la ottaua operatione, & lo sottraremo da quello, & ne restara 196846975. come sopra la nona operatione appare, alqual giontoui la vltima figura, che seguita dira poi 19684697 59. fatto questo pigliaremo finalmente il secondo relato della detta seconda figura (cioe di quel 6.il qual secondo relato sara 279936) & lo poneremo sotto a quel 1968469759. come nella detta nona figura appare, & lo sottraremo da quello, & ne restara 1968189822. come sopra la decima & vltima operatione appare, & se vorremo far la proua di tutta la nostra general operatione, trouaremo il secondo relato di 26. & a quel tal relato gli aggiongeremo quel 1968189822. che ne soperauanzo, & se tal summa sara precisamente il detto nostro 9999999999. diremo tal nostra general operatione esser buona, ma venendo altramente saria segno, che noi haueressimo preso error in qualche particular operatione.

Ma bisogna notar che se ben tal sorte di proua ne ritornasse precisamente il nostro 9999999999. poria anchor esser falsa, & questo errore si conoscera formando il rotto del residuo secondo la nostra regola, & se per sorte lo auanzo fusse maggior del denominatore di tal rotto saria segno, che la nostra radice prima cauata esser manco del douere, come accade anchora alle volte nelli partiri per galea, ouer batello, che quando auanza piu del partitore siamo certi di hauer errato, anchora che la proua ne mostrasse tal nostro partir esser buono.

Anchora si poria per abreuiar la fatica) far la proua praticale della sopradetta estrattione, con la proua del 7. ouer del 9 (come fu detto sopra la estrattione della radice cuba censi) & accio meglio m'intendi voglio che prouiamo questa per la proua, cauaremo adonque la proua di quel 26. ch'e 5. & quella riducendola a secondo relato dara di proua 2. alqual giontoui la proua del auanzo (laqual e per 3) fara 10. la cui proua e 3. hor bisogna che la proua del nostro 9999999999. venga in 3. & perche in effetto tal sua proua vien in tre, diremo tal nostra general operatione esser buona per la proua del 7. ottemando pero quello che habbiamo detto della formation del denominatore, cioe che l'auanzo non sia maggior di quello, ma ben puo esser eguale a quello (come fu detto nella quarta del presente capo.)

Anchora in questa (si come fu detto sopra la radice censi cubo) bisogna auertire, che si bene la sopradetta nostra general operatione e stata buona, nondimeno tal radice seconda relata non e rationale, cioe non e la vera radice seconda relata del detto nostro 9999999999. per le ragioni piu volte dette, per esserui auanzato quel 1968189822. sopra la vltima operatione, anzi tal radice e irrationale, o vuoi dir sorda, ma volendola assignar propinqua alla verita (per la sua propria regola generale) poneremo quel tal auanzo sopra vna linea per numeratore conseguentemente alla detta prima radice cauata (cioe a quel 26) & per trouar il denominatore da poner sotto di tal linea, lo formaremo con quelli 6 produtti detti nella terza di questo capo, cioe pigliaremo il sestuplo del censo cubo della nostra prima radice cauata (cioe di quel 26) il qual censo cubo sara 308915776. & il suo sestuplo sara 1853494656. & questo sara il primo produtto, come in margine vedi, poi trouaremo il relato del detto 26 (che sara 11881376) & lo multiplicaremo per 21. & sara 249508896. per il secondo produtto, qual poneremo sotto al primo, fatto questo pigliaremo il censo di censo del medesimo 26 (che sara 456976) & lo multiplicaremo per 35. & sara

nona operatione
6
97
648
14094
261806
3033363
63021117
571179955
9999999999 | 26
1253200446 |
44965553 b
24195119
2202339
36567
662
2 produtto 279936

decima, & vltima operatione.
6
97
0462
120548
2610069
30333090
630211172
5711799552
9999999999 | 26 $\frac{1968189822}{\ldots}$
1253200446 |
44965553 b
24195119
2202339
36567
662

proua per 7 5
5
ce. 4
5
cu. 6
5
ce. ce. 2
5
rel. 5
5
ce. cu. 1
5
secondo relato 5
proua del auanzo 5
fa — — 3

26
26
ce. 676
26
4056
1352
cu. 17576
26
105456
35152
ce. ce. 456976
26
2741856
913952
rel. 11881376
26
71288256
23762752
ce. cu. 308915776

& sara 15994160. per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri duoi, fatto questo pigliaremo il cubo del medesimo 26 (che sara 17576) & lo multiplicaremo per per 35 et sara 615160 per il 4° produtto, & lo poneremo sotto a gli altri tre, fatto questo pigliaremo il quadrato del medesimo 26 (che sara 676) & lo multiplicaremo per 21. & sara 14196. per il quinto produtto, qual poneremo sotto a gli altri quattro, fatto questo multiplicaremo quel medesimo 26. simplicemente per 7. & sara 182 per il sesto, & vltimo produtto qual posto sotto a gli altri cinque, & summati poi tutti insieme faranno in summa 2428543026. per il ricercato denominator da mettere sotto di quella linea, et questa è la sua propria regola da formarlo con ragione, il qual denominator posto sotto alla detta linea tal nostra propinqua radice seconda relata del detto 9999999999 sara $26\frac{1968189823}{2428543026}$, che se ne farai proua reccandola al suo secondo relato trouarasi tal suo secondo relato errar di una miseria dal nostro 9999999999.

primo produtto	2162410432
secondo produtto	249508896
terzo produtto	15994160
quarto produtto	615160
quinto produtto	14196
sesto produtto	182
denominatore	2428543026

La propinqua ℞ 2ª rel. di 9999999999 sara $26\frac{1968189823}{2428543026}$.

7 Tu esto medesimo sopra scritto numero di 9999999999. fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferraro suo creato nella nostra publica disputa, et fu il mio 24 quesito, qual dicena precisamente in questa forma. Anchora dimando, che mi sia cauata cō regola generale (com'è detto di sopra, cioe nel 22 quesito) la propinqua ℞ sec̄da relata di 9999999999. & similmente quella di $\frac{6}{7}$, & similmente quella di $2186\frac{2}{3}$. Al qual quesito (circa 7 mesi dapoi il termine da loro limitato) mi conclusero la propinqua radice seconda relata del detto numero 9999999999 esser $26\frac{4}{5}$, nella qual sua conclusione, & risposta fecero duoi errori il primo fu che il rotto, cioe quel $\frac{4}{5}$ non fu formato da loro con la sua propria regola, come nel mio quesito si adimanda, ma fu formato con quello aggionger di nulla, & per questo errore incorsero in vn'altro, maggiore perche se di tal sua radice propinqua ne facemo la sua proua naturale, cioe reccando tal suo $26\frac{4}{5}$ al suo secondo relato trouaremo tal suo secondo relato esser precisamente 9929865894. & [illegible], che veria a esser precisamente 70134104 [illegible] manco del detto nostro 9999999999. hor si veda se questo (errando di vn tanto gran numero) si puo chiamar errorazzo da cieco, ma pur hanno da ringraciar grandemente Michel Stifelio, che se con l'opra sua a tal tempo non li soueniua in questa, & molte altre restauano totalmente muti, cioe che da loro in termine di duoi anni non hauriano saputo con regola trouar simplicemente quel 26. in tal mio quesito, & questo loro medesimi lo confessano nella loro risposta. Gli errori da loro fatti nella estrattione della detta propinqua radice seconda relata di quelli $\frac{6}{7}$, & anchora quella di quel 2186. si notificaranno al suo conueniente luogo, cioe doue insignaremo a cauar la detta propinqua radice seconda relata di rotti, & di numeri sani, & rotti. Io non voglio far a darti essempio, come si cauano tai radici seconde relate da quelli grandi numeri, che ricercano piu di duoi ponti per le ragioni piu volte dette.

Errore fatto da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato sopra il mio 24. quesito a lor proposto nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore, qual si puo chiamar errorazzo fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella conclusione del sopradetto mio 24 quesito a lor proposto.

La causa della sopra data nostra regola di cauar la radice seconda relata, & similmente quella data da formar il rotto di quello che sopravanza nelli numeri non secondi relati, per dar tal radice propinque al vero, si puo assignare dalla sottoscritta propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma dal presente auttor ritrouata.

Propositione dal presente auttor ritrouata.

8 Se vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, il secondo relato di tutta la detta quantita sempre sara equale a questi otto principali produtti, cioe al produtto del secondo relato della prima parte. Et al produtto del settuplo del cubo censo della detta prima parte fia la seconda parte, & al produtto del 21 uplo del relato della detta prima parte fia il censo della seconda, & al produtto del 35 uplo del cen. cen. della detta prima fia il cubo della seconda, & al produtto del 35 uplo del cen. cen. della seconda fia il cubo della prima, & al produtto del 21 uplo del relato della detta seconda fia il quadrato della prima, & al produtto del settuplo del censo cubo della detta seconda fia la prima (simplice) & finalmente al produtto del secondo relato della detta seconda parte. Essempi gratia sia tutta la quantita a b. ponemo 10. per numero diuisa in due parti in ponto c. & ponemo che la prima parte (cioe la a c.) sia 6. & la seconda (cioe la c b.) sia 4. hor dico che il secondo relato di tutta la a b. (il qual venira a esser 10000000) sara equale a questi 8 principali produtti, cioe al secõdo relato della detta prima parte (cioe di quel 6) qual trouaremo esser 279936. & questo notaremo da banda per il primo produtto, dapoi pigliaremo il cubo censo della detta prima, qual trouaremo esser 46656. & questo multiplicaremo

a 10 c b

6 4

	10
	10
ce.	100
	10
cu.	1000
	10
ce.ce.	10000
	10
rel.	100000
	10
ce.cu.	1000000
	10
secondo rel.	10000000

per 7 fara 326592. & questo multiplicaremo anchora per la seconda parte (cioe per quel 4) fara 1306368 per il secondo produtto, qual poneremo sotto al primo, poi pigliaremo il relato della detta prima, qual trouaremo esser 7776. & lo multiplicaremo per 21. & fara 163296. & questo multiplicaremo poi per il censo della seconda parte (il qual censo fara 16) fara 2612736 per il terzo produtto, & questo lo notaremo sotto a gli altri duoi, poi pigliaremo il censo di censo della detta prima, che fara 1296. & lo multiplicaremo per 35. fara 45360. & questo multiplicaremo per il cubo della seconda (cioe per 64) fara 2903040. per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri tre produtti, fatto questo pigliaremo poi il censo di censo della seconda parte (cioe di quel 4) il qual censo di censo fara 256. & lo multiplicaremo per 35. & fara 8960. & questo multiplicaremo poi per il cubo della prima (il qual cubo fara 216) & fara 1935360. per il quinto produtto, qual notaremo sotto a gli altri 4. poi pigliaremo il relato della detta seconda (qual fara 1024) & lo multiplicaremo per 21 fara 21504. & questo multiplicaremo poi per il censo della prima (qual censo fara 36) fara 774144. per il sesto produtto, qual notaremo sotto a gli altri cinque, poi pigliaremo il censo cubo della detta seconda (il qual censo cubo fara 4096) & lo multiplicaremo per 7 fara 28672. & questo multiplicaremo poi simplicemente per la prima parte (cioe per 6) fara 172032. per il settimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri sei, finalmente pigliaremo il secondo relato della detta seconda parte, il qual secondo relato fara 16384. per lo ottauo, & vltimo produtto, & questo lo notaremo sotto a gli altri sette produtti, & fatto questo li summaremo tutti otto insieme, il che facendo trouaremo che in summa faranno precisamente 10000000. si come fece anchora il secondo relato di tutta la detta quantita a b. che è il proposito.

primo produtto	279936
secondo produtto	1306368
terzo produtto	2612736
quarto produtto	2903040
quinto produtto	1935360
sesto produtto	774144
settimo produtto	172032
ottauo produtto	16384
summa	10000000

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la radice seconda relata, dalli numeri rotti, & dalli sani, & rotti, & non solamente le rationali, & discrete, di detti numeri secondi relati, ma anchora le propinque, di quelli che non sono secondi relati. Cap. XII.

Come si cauano le radici seconde relate di rotti secondi relati.

1 PEr intendere la regola di cauar le radice 2ª relate di rotti bisogna per saper (come nelle passate è stato detto) come che di detti rotti alcuni sono secondi relati, & alcuni non, & molto piu spessi sono quelli che non sono secondi relati di quelli che sono secondi relati. Li rotti secondi relati sono quelli, che dapoi che sono schisati alla vltima schisatione hanno si il numeratore, come il denominatore numero secondo relato, come sono quelli [illegible], & infiniti altri simili, onde per cauar la detta radice seconda relata di quelli tai rotti, caua la detta radice del numeratore, & mettila sopra di vn'altra lineetta, per numeratore, & dapoi caua anchora la detta radice medesimamente del denominatore, & ponila sotto di detta seconda lineetta per denominatore, & tal secondo rotto sara la radice seconda relata del primo, essempi gratia se con tal ordine cauarai la detta radice seconda relata di [illegible] trouarai quella esser [illegible], & cosi con tal ordine la radice seconda relata di [illegible] trouarai quella esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & cosi procedere ne gli altri simili, & se di tai estrattioni ne vorrai far la proua naturale recarai tai radice al suo secondo relato, & se ti ritornara il suo primo rotto sarai certo tal tua operatione esser buona, & per conuerso se'l non ti ritornara sarai sicuro di hauer errato nella tua operatione.

la R̷ seconda rel. di [illegible]	è [illegible]
la R̷ seconda rel. di [illegible]	è [illegible]
la R̷ seconda rel. di [illegible]	è [illegible]
la R̷ seconda rel. di [illegible]	è [illegible]

Come si cauano le propinque radice seconde relate di rotti non secondi relati.

2 MA quando che il numeratore del rotto, & anchora il suo denominatore non saranno ambiduoi numeri secondi relati, tal rotto non sara 2ª rel. & quando che vn rotto non sara 2ª rel. & che di quello vorrai cauar la sua propinqua R̷ 2ª rel. tal atto si puo essequir per tre diuerse vie, ouer modi (con ragione) ma il piu ingenioso, & a manco error soggetto è questo, recca sempre il denominator di tal rotto al suo ce.cu. & quel tal ce.cu. multiplicalo per

calo per il suo numeratore, & di quel tal produtto cavane la sua propinqua radice secõda relata (secondo l'ordine della nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partirai per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo avenimento di tal partitione sara la propinqua radice seconda relata di quel tal rotto, & per essempio voglio addure di cavar la propinqua radice seconda relata di quel $\frac{5}{7}$, che fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodovico ferraro suo creato nella seconda parte del mio 24 quesito a lor proposto nella nostra publica, & impressa disputa, accio si veda la differentia della conclusione fatta per la nostra propria regola a quel fatta per la sua obliqua, & non propria tolta da Orontio. Per cavar adonque la detta propinqua radice seconda relata di $\frac{5}{7}$ trovaremo il cubo censo di quel 7. che è sotto la virgola per denominatore (che sara 117649) & lo multiplicaremo per quel 5. che è sopra la virgola per numeratore sara 588245. & di questo ne cavaremo la sua propinqua radice seconda relata (per la nostra regola data nella terza del precedente capo) & trovaremo quella esser prossimamente 6 [illegible], & questa partiremo per il denominatore del medesimo nostro primo rotto (cioe per quel 7. che è sotto la virgola) il che facendo ne venira di tal partimento [illegible], & tanto diremo esser la propinqua radice seconda relata di $\frac{5}{7}$, della qual propinqua radice seconda relata se ne farai la sua prova naturale, cioe recando tal radice al suo secondo relato troverai tal suo secondo relato errar di una minima quantita dal nostro proposito $\frac{5}{7}$. La causa di questo sopra data regola quando che con il tuo studio sarai gionto alla ottava del settimo capo delle proportioni saralatto (havendo ingegno) a poterla intendere da te medesimo, mediante l'aviso dato sopra le propinque radici cube di rotti non cubi.

Herrore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodovico ferraro suo creato nella risolutione della seconda parte del mio 24 quesito a loro proposto nella nostra publica disputa.

Al sopradetto quesito, il sopradetto Hieronimo Cardano medico milanese, insieme con Lodovico ferraro suo creato, circa 7 mesi dapoi il termine da loro limitato in tal disputa, mi risolsero solamente con parole sorde, che per cavare tal propinqua radice, che si dovesse aggiongere quelle tante nulle (si come piu volte è stato detto) si al denominatore, come al numeratore, & trovar poi tal specie di radice a l'uno, & l'altro per la regola del sussidio, &c. Nellaqual sua risposta fanno doi errori (si come nella passata) il primo errore è questo, che tal sua regola non è la sua propria (come nel mio 22 quesito si ricerca, & questo si repetisse in tutti gli altri simili quesiti) & pero se ben tal sua radice cavata con tal sua regola respondesse quasi la verita, tal sua solutione non saria secondo la mia proposta. Il secondo errore è questo, che cavando tal propinqua radice realmente secondo tal sua regola, & di quella facendone poi la sua prova naturale si trovara il suo secondo relato molto errare dal nostro $\frac{5}{7}$, dico molto rispetto a cosi picol quantita.

Vn'altro errore fatto dalli sopradetti nel medesimo quesito.

Come si cavano le radici seconde relate di numeri sani, & rotti secondi relati.

Havendo ben inteso la regola da cavar le radici seconde relate di rotti secondi relati, & le propinque di quelli che non sono secondi relati, facil cosa sara a intendere la regola di far il medesimo delli numeri sani, & rotti, per esser quella istessa, salvo che vi occorre maggiori numeri nelli numeratori, cioe dapoi che si ha riduto il sano a tal specie di rotti, & pero dico (come fu detto di rotti simplici) che di tal numeri sani, & rotti, alcuni sono secondi relati, & alcuni non, li secondi relati sono quelli che riduto il sano al suo rotto (schiffato prima) & summata tal riduttione con il numeratore del rotto, & ponendo tal summa per numeratore (come nelli rotti si costuma) & se tal numeratore sara secondo relato, & similmente il denominatore di tal summa sara per numero secondo relato, tal numero sano, & rotto sara secondo relato, come essempi gratia saria $37366\frac{121}{128}$, qual riducendo quel numero sano in 128 esimi, & giontovi quel 121 fara in summa $\frac{4782969}{128}$, & perche l'uno & l'altro di detti doi numeri (cioe il numeratore, & il denominatore) è numero secondo relato, tal numero sano, & rotto diremo esser secondo relato, & per cavargli la sua radice seconda relata, cavaremo la detta radice di quel 4782969. & trovaremo quella esser 9. poi cavaremo medesimamente la detta radice di quel 128. & trovaremo quella esser 2. poi partiremo quel 9 per quello 2. ne venira $4\frac{1}{2}$, & cosi concluderemo la detta radice seconda relata di quel $37366\frac{121}{128}$ esser $4\frac{1}{2}$, che se ne farai la prova naturale (recando il detto $4\frac{1}{2}$ al suo secondo relato) la trovarai buona, cioe che ti ritornara quel medesimo $37366\frac{121}{128}$, & perche credo che tu mi habbi inteso non voglio far a darti altri essempi.

Essempio

Come si cavano le propinque radici seconde relate delli numeri sani, & rotti non secondi relati.

MA quando che li detti numeri sani, & rotti non saranno secondi relati, & che di quelli ne vorremo cauare la sua propinqua radice seconda relata, tal atto si puo essequire per tre diuerse regole (con ragione) ma la piu ispediente, & a manco errori soggetta è simile a quella data sopra li rotti non secondi relati, cioe schiffar il rotto, & dapoi reccar il sano a tal specie di rotto (come fu fatto nella precedente) & dapoi reccar il denominatore al suo censo cubo, & tal censo cubo, multiplicarlo fia quel gran numeratore gia formato con la riduttione del sano, & di tal produtto cauarne la propinqua radice seconda relata (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & tal radice propinqua partiremo per quel medesimo denominatore, & lo auenimento sara la propinqua radice seconda relata del detto numero sano, & rotto. Et per essempio di questo voglio addure quel 2186 $\frac{2}{3}$, che da me fu proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferraro suo creato, nella terza parte del mio 24 quesito nella nostra publica disputa. Per cauar adonque la propinqua radice seconda relata di questo 2186 $\frac{2}{3}$, reccaremo tutto in terzi, & fara $\frac{6560}{3}$ poi reccaremo quel 3 (denominatore) al suo censo cubo, che fara 729. & questo multiplicaremo fia quel 6560 (ch'è sopra la virgola per numerator) fara 4782240. & di questo ne cauaremo la propinqua radice seconda relata, onde procedendo per la nostra regola data nella terza del precedente capo, trouaremo quella esser [illegible] & questa la partiremo per quel medesimo 3 (denominator) il che facendo ne venira [illegible] & tanto diremo, che sia la propinqua radice seconda relata di quel 2186 $\frac{2}{3}$, che se ne sara fatto la sua proua naturale si trouara il suo secondo relato errar di vna miseria del nostro 2186 $\frac{2}{3}$, il qual errore nella propria radice sara quasi nulla.

Elsempio.

A'l sopra notato quesito il sopradetto Hieronimo Cardano medico milanese insieme con Lodouico suo creato, circa a 7 mesi dapoi il termine da loro limitato, mi risposero, che si douesse procedere per quel medesimo modo da loro detto nella solutione della seconda parte di questo medesimo 24 quesito (cioe con quello aggiongere di tante nulle) & pero in questo con tal sua risposta, hanno fatto, ouero che fecero per duoi errori, (si come nella passata) il primo errore è questo, che se ben con tal sua regola assignasse tal radice propinquissima alla verita, la detta regola non è la sua propria (come nel mio quesito si adimanda) il secondo errore è questo, che cauando realmente la detta propinqua radice per tal sua regola, facendo poscia proua naturale di tal radice (cioe reccandola al suo secondo relato, si trouara tal secondo relato errar tanto del detto nostro 2186 $\frac{2}{3}$, che tal errore si potra senza riprensione chiamar errorazzo.

Errore fatto da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato sopra la risolutione della terza parte del mio 24 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la settima specie di radice detta radice censa di censa di censa, ouer quadrata di quadrata di quadrata. Cap. XIII.

Vn'altro errore, ouero errorazzo fatto dalli sopradetti nel sopradetto quesito.

1 PEr voler cauar la settima specie di radice chiamata radice cen.cen.cen. ouer radice di radice di radice, egli è vero che nelli numeri censi di censi di censi si potrebbono seruire della regola data per cauar la radice quadrata, cioe vsando tal atto tre volte, continuamente, ouer cauando prima la radice quadrata, & di tal radice cauarne poscia radice censa di censa per la regola data al suo luogo, & cosi si essequira tal atto in duoi colpi, ma per tal via nelli numeri non cen.cen.cen. si veniria in confusione de gli auanzi, & pero la intention nostra è di mostrarla a cauar per la sua propria regola, & non per le regole di altre radici, accio si veda il mirabile ordine, che hanno li numeri fra loro, con il quale (che ben lo considera) si puo venire in cognitione d'infinite altre regole. Dico adonque che per voler essequire tal atto con la sua propria regola, egli è necessario, ouero a saper a mente tutti li numeri cen.cen.cen. produtti, ouer causati da ciascun numero digito, con la sua radice, ouer che bisogna hauer vna tauoletta, doue siano sopra notati li detti numeri cen.cen.cen. con le sue radice auanti poste (come che in margine appare) & quella tal tauoletta tenersela sempre auanti, quando che si vuol cauar la detta radice cen.di cen.di cen. da qualche proposto numero per poter trouare, & negotiare tutte quelle particolarita a tal regole necessarie, come nel nostro processo s'intendera.

Radice cen.cen.cen.		Numeri cen.cen.cen.
1	—	1
2	—	256
3	—	6561
4	—	65536
5	—	390625
6		1679616
7		5764801
8		16777216
9		43046721

Come si cauano le radice cen.cen.cen. di numeri menori.

2 PEr cauar la radice cen.cen.cen. di vn numero menore, & per numeri menori (come in tutte le passate è stato detto) si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice cen.cen.cen. non puo esser piu di vna sola figura, & pero tal numeri menori in questa specie di radice non ponno esser piu, che di otto figure, perche il cen.di cen.di cen.di 9 (qual è il maggior digito) è di otto figure composto (come nella tauoletta posta in margine si puo vedere)

& pero

& pero per conoscere in questa specie di radice se vn proposto numero sia di menori, ouer di maggiori, si costuma di far vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passino otto figure si lascia cosi, perche tal ponto ne dinota tal numero esser di menori, cioe ne dinota tal ponto la radice cen.cen.cen. di quel tal numero esser di vna figura sola (non parlando del auanzo, che potria auanzar) ma se tal numero fusse piu di dette otto figure tal numero saria di maggiori, & bisognaria poi farui altri ponti, come che al luogo suo si narrara. Dico adonque che tal numero menore necessariamente, ouer che sara numero cen.cen.cen. euentualmente non. Se sara numero ce.ce.cen. tal sua radice cen.cen.cen. si sapera a mente, ouer che si sapera per vigore di quella tauoletta in margine posta, laqual (com'e detto) bisogna sempre hauer auanti in scritto, perche se vorrai cauar tal radice cen.cen.cen. ponimo di .1. tu saperai (per vigor di tal tauoletta) che la e pur .1. & cosi di 256. tu saperai tal radice esser 2. & cosi di 6561 tu saperai quella esser 3. & di 65536 quella esser 4. & di 390625 quella esser 5. & di 1679616 quella esser 6. & di 5764801 quella esser 7. & di 16777216 quella esser 8. & finalmente di 43046721 quella esser 9.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la propinqua radice cen.cen.cen. di numeri non cen.cen.cen.

3 MA quando che il detto numero proposto non sara cen. cen. cen. cauarai prima tal radice cen. cen. cen. del maggior numero cen. cen. cen. contenuto da quello tal proposto numero, & quello che ti auanza sopra la tua operatione, ponerai (secondo il solito) sopra di vna linea per numeratore, & fatto questo per formar il denominatore da mettere sotto di quella bisogna notar che quel si forma con 7 principali prodotti, ouer multiplicationi, il primo prodotto si forma con lo ottuplo del secondo relato della detta prima radice gia cauata. Il secondo si forma con il 28 uplo del censo cubo della detta prima radice gia cauata. Il terzo si forma con il 56 uplo del relato della detta prima radice gia cauata. Il quarto si forma con il 70 uplo del cen.cen. della detta radice gia cauata. Il quinto si forma con il 56 uplo del cubo della detta prima radice gia cauata. Il sesto si forma con il 28 uplo del quadrato della detta prima radice gia cauata. Il settimo, & vltimo si forma con lo ottuplo della detta simplice prima radice gia cauata, & cosi la summa di queste sette prodotti si douera mettere sotto alla sopradetta linea per denominatore, & la detta prima radice cauata insieme con quel tal rotto sara la propinqua radice cen. cen. cen. di quel tal proposto numero non cen.cen.cen. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cen.cen.cen. ponimo di 1679613. caua prima la detta radice cen.cen.cen. del maggior numero cen.cen.cen. contenuto dal detto 1679613. & trouarai tal radice cen. cen. cen. esser 5 (come in margine vedi) & di quel 5 il suo cen.cen. cen. saria 390625. qual sottratto dal detto 1679613. ti restara 1288988. & questo ponerai (secondo il solito) sopra vna linea per numeratore, hor per formar il denominatore da mettere sotto a tal linea, tu lo formarai con li sopradetti 7 prodotti, hor per formar il primo, piglia il secondo relato di quel 5 (prima radice) che fara 78125. & quel multiplicalo per 8 fara 625000. per il detto primo prodotto (qual ponerai da banda) poi piglia il censo cubo del detto 5. che fara 15625. & multiplicalo per 28 fara 437500. per il secondo prodotto, qual notarai sotto al primo, poi piglia il relato del detto 5 (che fara 3125. & multiplicalo per 56 fara 175000. per il terzo prodotto, qual notarai sotto a gli altri duoi) poi piglia il cen.cen. del detto 5 (qual fara 625) & multiplicalo per 70. fara 43750 per il quarto prodotto (qual notarai sotto a gli altri 3) poi piglia il cubo del detto 5. che fara 125. & multiplicalo per 56 fara 7000. per il quinto prodotto, qual notarai sotto a gli altri quattro, poi piglia il censo del detto 5 (che fara 25) & multiplicalo per 28) fara 700. per il sesto prodotto, qual ponerai sotto a gli altri 5. poi piglia finalmente simplicemente il detto 5. & multiplicalo per 8 fara 40. per il settimo, & vltimo prodotto, qual posto sotto a gli altri 6. & summati tutti insieme faranno 1288990 per il denominatore da mettere sotto alla sopradetta linea, il che facendo, & accompagnato poi con il detto 5 dara $5\frac{1288988}{1288990}$. & tanto sara la propinqua radice cen.cen.cen. del sopradetto 1679613. che se ne farai la sua proua naturale recando tal radice al suo cen. cen. cen. ti trouarai, che la non errara di vna vnita dal detto nostro 1679613. ma nella propria radice tal error sara quasi nulla. Essempio

1288988	
1679613	$5\frac{1288988}{1288990}$
390625	
secondo relato	78125
	8
primo prodotto	625000
secondo prodotto	437500
terzo prodotto	175000
quarto prodotto	43750
quinto prodotto	7000
sesto prodotto	700
settimo prodotto	40
denominator	1288990

ce.ce.	15625
	28
	125000
	31250
secondo	437500
rel.	3125
	56
	18750
	15625
terzo	175000

Da notare.

ce.ce. 625
70
quarto 43750
ce. 125
56
750
625
quinto 7000
ce. 25
28
200
50
sesto 700
simplice 5
8
settimo, & vltimo 40

4 ANchora per queste propinque radice cen.cen.cen. bisogna notare qualmente vi casca quel medesimo particolar accidente, ouer condizione, che si è mostrato cascar in ciascuna delle altre passate, cioe che tutti quelli numeri, che mancano di vna sola vnita a esser numero cen.cen.cen. la sua propinqua radice cen. cen. cen. cauata secondo l'ordine di questa nostra regola, sempre veniria senza rotto, & il cen.cen.cen. di tal propinqua radice creato di vna sola vnita di piu del nostro proposito numero, laqual vnita di errore nel detto suo cen.cen. cen. nella detta propinqua radice poi saria quasi nulla, come in tutte le altre è stato detto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cen.cen.cen. di 1679615 qual manca solamente di vna vnita a esser cen.cen.cen. come nella tauola puoi vedere. Hor dico che cauandone la sua propinqua radice cen.cen.cen. secondo quel medesimo ordine, che è stato fatto nella precedente, trouaraa tal propinqua radice cen.cen.cen. esser $5\frac{1679615}{1679616}$, che veniria a esser precisamente 6 senza alcun rotto, come hauemo detto, delqual 6 se ne farai la proua naturale, cioe recando il detto 6 al suo cen.cen. cen. trouarai che tal suo cen.cen.cen. fara 1679616. cioe faria vna vnita di piu del nostro 1679615 (come habbiamo detto) ma tal errore nella detta propinqua radice (cioe in quel 6) saria quasi niente.

Io non ho voluto distendere le particolar operationi (in margine) cioe il modo di trouar quelli 7 produtti per formar il denominatore, per esser quelli medesimi, che sono stati dittelli nella precedente.

Anchora nota quando, che per sorte lo auanzo fusse maggiore del detto denominatore trouato secondo la detta nostra regola, saria segno tu hauer fatto errore nella operatione, & denotaria la tua prima radice esser manco del douere, & pero in tal caso riuederai la tua operatione, perche (come nelle passate è stato detto) il detto auanzo mai puo esser maggiore del detto denominatore, ma solamente menore, ouero eguale a quello, & anchor nota che in vn simil caso il non bastaria, che la proua naturale ti desse la tua operatione buona, come interuiene anchora nelli partiri per il galeo, ouer galia, che ogni volta, che quello che auanza sia maggior del partitore (anchor che la proua ti desse tal partir giusto) dinota tal partir esser falso, & dinota anchora lo auenimento esser manco del douere. Anchora nota che si poria dar regola in queste radice propinque di poterli andar piu approssimando in infinito alla verita, ma perche questa prima è quasi propinquissima (come piu volte è stato detto) mi passo con silentio.

Come si pontano le figure delli numeri maggiori per cauar la sua radice cen.cen.cen. & per conoscere di quante figure, ouer digiti sara tal radice.

5 MA quando che il numero, del qual si ha da cauar la radice cen.cen.cen. sara piu di 8 figure tal numero sara di maggiori, perche la sua radice cen. cen. cen. conuien esser piu di vna figura, & tanto piu sara maggiore, quanto che di maggior numero di figure si trouara esser la radice cen.cen.cen. di quello, laqual cosa si conosce con il pontar le sue figure (come nelle altre specie è stato detto, ouer fatto, vero è che in questa specie di radice, se v'interlascia fra ponto, & ponto vna figura di piu di quello si fece nella estratione della radice seconda relata, perche in quella vi si lasciaua 6 figure fra ponto, & ponto, & in questa se ne interlascia 7. cioe si fa vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se ne interlascia 7 di quelle, che seguita, & pontar la nona, & cosi con tal ordine andar proseguendo di mano in mano se tai figure fusse molte, cioe interlasciandone sempre 7. & pontar l'altra, che seguita, come che in questo solo essempio di 25 figure puoi vedere 7314567003529479832741. liqual 25 figure ritengono solamente tre ponti (secondo l'ordine detto) & pero la sua radice cen.cen.cen. sara solamente di tre figure, delle quali tre figure la prima si troua sotto al terzo ponto computando tutte quelle figure, che sono dal detto terzo ponto verso man sinistra, & cosi la seconda figura si douera intendere sotto al secondo ponto, computandoui tutte quelle figure, che saranno dal detto secondo ponto verso man sinistra, & la terza & vltima figura si trouaria sotto al primo ponto computandoui tutte quelle figure, che saranno dal detto primo ponto verso la banda sinistra, il modo di trouar tai figure nella seguente si narrara.

Come si cauano le radice cen. cen. cen. da quelli numeri maggiori che ritengono duoi ponti.

primo produtto 6 HOr volendo cauar la radice cen.cen.cen. poniamo di questo numero 1785793904921 prima pontaremo queste 13 figure secondo l'ordine dato di sopra, & trouaremo che ritengono solamente
cc.ce.ce. 6561

no solamente duoi ponti, di quali l'uno va sopra la prima figura verso man destra nel luogo di numeri simplici, & l'altro va sopra la nona sequente, come in margine si puo vedere nella prima operatione, liquali duoi ponti ne dinotano la radice cen.cen.cen. di tal numero esser di due figure l'una di queste due figure (cioe la prima che si ha da trouare) bisogna trouarla sotto a quel secondo ponto, l'altra poi si ha da trouare sotto al primo ponto, & questa sara la seconda trouata. Per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto (cõputandoui quelle altre quatro figure, che seguitano verso man sinistra, che in tutto sariano 17857) intelligeremo la radice cen.cen.cen. del detto 17857, ouero del maggior numero cen.cen.cen. che sia cõtenuto da quello, & trouaremo quello esser 3. il qual 3 lo notaremo secondo il solito oltra la linea a b. come nella detta prima figura, ouer operatione appare, & per saper quanto sia il restante piglíaremo il cen.cen.cen. del detto 3. che trouaremo quello esser 6561. qual posto sotto al detto 17857, & sotratto di quello trouaremo restar 11296 (come nella seconda operatione appare) qual accompagnato con la figura, che seguita dira 112969. fatto questo per trouar poi la seconda figura, ouer digito piglíaremo il secondo relato della figura trouata (cioe di quel 3) che sara 2187. & questo lo multiplicaremo per 8 (per regola ferma) fara 17496. & questo lo notaremo sotto ordinatamente a quel 112969. che ne restio sopra alla seconda operatione, come nella detta seconda operatione appare, & trouaremo, che la prima figura verso man sinistra di quel 17496 (cioe quel 1 decena di miara) ha rettamente sopra di se 11. hor bisogna mo vedere con diligentia quante volte puo intrare il detto 1. nel detto soprapolto 11. con queste condicioni, che non solamente nel sopra restante vi possa intrare le altre sue figure, che vi segue dietro (come nel partir per galia si costuma) ma che anchora vi resti tanto, che accompagnato con la figura che seguita, se ne possa poi cauare la multiplicatione del 28 uplo del cubo censo del detto 3. sia il censo di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante accompagnato con la figura che seguita, se ne possa cauar la multiplicatione del 56 uplo del relato della detta prima figura sia il cubo della seconda, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchora cauar la multiplicatione del 70 uplo del cen.cen. della seconda figura sia il cen.cen. della prima, & che del restante accompagnato con la figura che seguita se ne possa anchora cauar la multiplicatione del 56 uplo del rel. della detta 2ª sia il cu. della prima, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchora cauar la multiplicatione del 28 uplo del cen.cu. della detta 2ª sia il cen. della prima, et che del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchora cauar la multiplicatione del 8 uplo del secõdo relato della detta seconda sia la prima simplice, & che del restante accompagnato con la vltima figura, che seguita se ne possa finalmente cauar il ce.ce.ce. della detta seconda figura trouata. Et nota che di tutte queste condicioni quasi il tutto consiste in due, ouer 3 isperientie, & la prima isperientia sempre, ouer la maggior parte delle volte) sarai sopra la mita (vel circa) di quello che al piu puo intrare ordinariamente, qual trouandolo troppo tu ti abbassarai, & si sara puoco tu ti innalzarai nella seconda isperienza, tanto quanto al tuo giudicio parera, & cosi in tre isperientie quasi al piu tu imbrocarai la verita, hor per tornar al nostro primo proposito, considerando con la isperientia (come e detto di sopra) quante volte possa intrare quel 1 (prima figura di quel 17496) in quel 11, che rettamente gli sta sopra (con le dette condicioni) & trouaremo che v' intrara solamente 4 volte, & questo 4 lo ponemo appresso a l'altra figura trouata (oltra la linea a b.) cioe appresso a quel 3. & dira poi 34 (come nella detta terza operatione appare) fatto questo con il detto 4 andaremo multiplicando di mano in mano le figure di quel 17496. & sotrando tai multiplicationi dal sopradetto 112969. (come si costuma nelli partiri per galia) il che facendo si trouara restar di sopra 42981. (come nella quarta operatione appare) al qual 42981. giontoui la figura, che seguita dira poi 429815 (come nella detta quarta operatione appare) fatto questo piglíaremo il censo cubo della detta prima figura (cioe di quel 3) che fara 729. & lo multiplicaremo per 28 (per regola ferma) sara 20412. & questo multiplicaremo anchora per il censo della seconda figura trouata (cioe di quel 4) che faria 16. fara 326592. & questo lo ponemo sotto al detto 429815. che ne auanzo sopra la quarta operatione, & lo sotraremo da quello, & trouaremo che ne restara 103223 (come io-

prima operatione.

a
1785793904517 | 3
6561
b

seconda operatione
11296
a
1785793904517 | 3
6561
b
17496
secondo rel. prima 2187
8

secondo produtto 17496

terza operatione
11296
a
1785793904517 | 34
65616
b
1749
cu.cen. prima 729
28

5832
1458

20412
cen. seconda 16

terzo produtto 326592

quarta operatione
29
4308
07496
112965
a
1785793904517 | 34
656162
b
17403
3265
rel. prima 243
56

1458
1215

13608
cu. seconda 64

54432
81648

quarto produtto 870912

quinta operatione
01
12981
4308
074356
1129651
a
1785793904517 | 34
656162
b
174991
32659
870
cen.cen. seconda 256
70

17920
cen. cen. prima 81

17920
143360

quinto prod. 1451520

pra la quinta operatione appare) al qual giontovi la figura, che seguita dira poi 1022619 (come sopra la detta quinta operatione appare) fatto questo pigliaremo il relato della detta prima (che sara 243. & lo multiplicaremo per 56 (per regola ferma) fara 13608. & questo lo multiplicaremo anchora fia il cubo della secōda (qual cubo sara 64) fara 870912. e questo lo poneremo sotto al detto 1022619. che ne auanzo sopra alla quinta operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne restara 151707. come sopra la sesta operatione appare, al qual 151707 giontovi la figura, che seguita dira poi 1517070 (come sopra alla detta sesta operatione si puo vedere) fatto questo pigliaremo poi il cen.cen. della seconda figura trouata (che sara 256) & lo multiplicaremo per 70 (per regola ferma) fara 17920. & questo multiplicaremo anchora per il censo di censo della prima (qual cen.cen. sara 81) fara 1451520. & questo lo poneremo sotto a quel 1517070. che ne auanzo sopra la detta sesta operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne restara 65550 (come sopra alla settima operatione appare) al qual 65550 giontovi la figura, che seguita dira poi 655502. fatto questo pigliaremo il relato della detta seconda, che sara 1024. & lo multiplicaremo per 56. (per regola ferma) fara 57344. & questo lo multiplicaremo poi per il cubo della prima (il qual cubo sara 27) fara 1548288. & questo lo poneremo sotto a quel 655502 che ne auanzo sopra alla detta settima operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che ne restara 107216 (come sopra alla ottaua operatione appare) al qual giontovi la figura, che seguita, dira poi 1072169 (come sopra alla detta ottaua operatione si puo vedere) fatto questo pigliaremo il cubo censo della detta seconda (che sara 4096) & lo multiplicaremo per 28 (per regola ferma) fara 114688. & questo multiplicaremo poi per il censo della prima (cioe per 9) fara 1032192. & questo lo poneremo sotto a quel 1072169, che ne resto sopra la detta ottaua operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che ne auanzara, ouer restara 39977 (come sopra la nona operatione appare) al qual 39977 giontovi la figura, che seguita dira poi 399771 (come si puo vedere sopra alla detta nona operatione) fatto questo pigliaremo il secondo relato della detta seconda (qual secondo relato sara 16384) & lo multiplicaremo per 8 (per regola ferma) fara 131072. & questo multiplicaremo poi per la prima semplice (cioe per 3) fara 393216. & questo lo poneremo sotto a quel 399771, che ne resto sopra la nona operatione, & lo sottraremo da quello, la qual cosa facendo ne restara 6555 (come sopra alla decima operatione appare) al qual 6555 giontovi la vltima figura, che seguita dira poi 65557 (come si vede sopra la detta decima operatione) fatto questo pigliaremo finalmente il cen.cen.cen. della detta seconda figura, il qual ce.ce.cen. sara 65536. & lo poneremo sotto a quel 65557. che ne è restato sopra alla detta decima operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo che ne restara solamente 21. come sopra alla vndecima, & vltima operatione appare, & cosi sara compita la nostra estrattione, cioe che la radice cen. cen. cen. di quel proposito 1785793904917 sara 34. auanzaria 21. il qual auanzo ne dinota tal numero non esser ce.ce.ce. ne tal 34 esser perfetta radice cen.cen.cen. di quello, & se vorremo far proua se habbiamo errato nella nostra general operatione lo poteremo far reccando quel 34 a cen.cen.cen. & a tal cen.cen.cen. giongerui quel 21. che ne è auanzato, e se tal summa ne dara il detto nostro numero 1785793904917 la nostra general operatione sara stata ben fatta, ma tornando altramente saria al contrario, ma per fuggir fatica voglio che la prouiamo per la regola del 7. & pero pigliaremo la detta proua di quel 34. che

settima operatione
01
166
0031
12925
435570
07433065
1785793904917 | 34
6560162208
17499128
3265952
57012
1464
25
cen. cu. seconda 4096
28
32768
8192
114688
cen. prima 9
settimo produtto 1032192

ottaua operatione
0
011
166
00310
120257
4325750
074330651
1129651706
1785793904917 | 34
65601622061
17499?259
32659521
570132
14581
250
2
secōdo rel. secōda 16384
8
131072
primo simpli. 3
ottauo produtto 393216

sesta operatione
16
0031
1292
43057
0743060
11296517
1785793904917 | 34
6560162220
1749912
326595
5701 rel. 2ª 1024
245 56
6144
5120
57344
cu. prima 27
401408
114688
sesto prodotto 1548288

nona operatione
00
011
1660
003101
1202579
43057529
074306051
1129651706
1785793904917 | 34
656062220326
174099259
32659?212
5701321 seconda 4
147439 4
2505 ce. 16
2 4
cu. 64
4
ce.ce. 256
4
rel. 1024
4
cu.ce. 4096
4
secondo rel. 16384
4
[illegible] prod. ce.ce.ce. 65536

che sara 6. et questa la quadraremo sara 36. la cui proua è 1. & questo 1 lo multiplicaremo per quel medesimo 6 (per trouar la proua del suo cubo) sara pur 6. la cui proua è 6. & questo lo multiplicaremo per questo medesimo 6 (per trouar la proua del suo cen.cen.) sara 36. la cui proua è 1. et questo lo multiplicaremo per il medesimo 6. sara pur 6 per la proua del suo relato, qual multiplicaremo pur per il medesimo 6 (per trouar la proua del suo cen.cu.) sara 36. la cui proua è 1. qual multiplicaremo per quel medesimo 6 (per trouar la proua del suo secondo relato) sara pur 6. qual multiplicaremo per quel medesimo 6 (per trouar la proua del suo cen.cen.cen.) sara 36 la cui proua è 1. & questo 1 vien a esser la proua del cen.cen.cen. di quel 34. alqual 1 giontoui la proua di quel 21 (che ne auanzo sopra alla vltima operatione) laqual proua è 0. sara pur 1. & cosi la proua del nostro 1785793904917 (essendo buona) conuien venir in 1. & perche in effetto tal proua vien in 1. diremo la general nostra operatione esser buona per la proua del 7.

vndecima, & vltima operatione

00
011
26600
0831(0)300
1292(5)2960
4305742960
0943066(5)1291 a
1129651296051
1785793904917
6,616(2)2053266
274991259(1)3
32(6)5952123
5701523(4)
1464396
1403
4

$34\frac{21}{466081485728}$ b

	34
	34
cen.	1156
	34
	4624
	3468
cu.	39304
	34
	157216
	117912
ce.ce.	1336336
	34
	5345344
	4009008
rel.	45435424
	34
	181741696
	136306272
cen.cu.	1544804416
	34
	6179217664
	4634413248
secondo relato	52523350144

primo produtto	420186801152
secondo produtto	43254523648
terzo produtto ——	2544383744
quarto produtto ——	93543520
quinto produtto —— -	2201024
sesto produtto —— ——	32368
settimo produtto —— ——	272
denominator	466081485728

Anchora in questa (come fu detto anchora sopra la estrattione della radice relata, & della censa cu. & della seconda relata) bisogna auertire, che si ben la nostra general operatione sia buona, nondimeno tal nostra radice cen.cen.cen. non è rationale, cioe non è la perfetta radice cen. di cen. di cen. del detto numero 1785793904917 per le ragioni piu volte dette, per esserui auanzato quel 21 sopra la detta vltima operatione, anzi tal radice si chiama irrationale, o vuoi dir sorda, ma volendola assignar propinqua alla verita (per la regola nostra) poneremo quel 21 (auanzato) sopra vna linea per numeratore conseguentemente al detto 34. Et per trouar il denominatore da mettere sotto a tal linea, lo formaremo con quelli 7 produtti detti nella terza di questo capo, cioe pigliaremo lo ottuplo del secondo relato della nostra radice cauata (cioe di quel 34) il qual secondo relato sara 52523350144. & il suo otto uplo sara 420186801152. & questo sara il primo produtto (come in margine appare) poi pigliaremo il cen.cu. del detto 34. che sara 1544804416. & lo multiplicaremo per 28. & sara 43254523648. per il secondo produtto qual poneremo sotto al primo, fatto questo pigliaremo il rela. del detto 34 (che sara 45435424. & lo multiplicaremo per 56 sara 2544383744 per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri duoi, fatto questo pigliaremo il cen.cen. del detto 34. che sara 1336336. & lo multiplicaremo per 70. & sara 93543520. per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 3. fatto questo pigliaremo il cubo del medesimo 34. che sara 39304. & lo multiplicaremo per 56. sara 2201024. per il quinto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 4. fatto questo pigliaremo il

decima operatione

00
011
26600
0031030
1292796
4305742(9)5
47330605175
1129651296695 a
1785793904917 | 21
6,616(2)2053266 b
274991259(1)2
3265952125
5701523(4)
1464396
1503
4

proua per 7	6
	6
ce.	1
	6
cu.	6
	6
ce.ce.	1
	6
rel.	6
	6
cu.ce.	1
	6
secondo relato	6
	6
ce.ce.ce.	1
proua del auanzo	0
fa	1

La $\mathcal{R}$ propinqua $\mathcal{R}$ ce.ce.ce. di 1785793904917 sara $34\frac{21}{466081485728}$

quadrato del medesimo 34. che fara 1156. & lo multiplicaremo per 28. fara 32368. per il sesto produtto, qual poneremo sotto a gli altri cinque, fatto questo pigliaremo simplicemente il detto 34. & lo multiplicaremo per 8. fara 272 per il settimo, & ultimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 6. & li summaremo tutti insieme, & faranno in summa 4660821485728 per il nostro terzo denominatore da mettere sotto di quella linea, il che facendo la detta nostra propinqua radice cen.cen.ce. del detto 178571919049 ⅕ fara 34 [illegible], & se di tal nostra recondution ne sara fatta la prova naturale si trovara che il suo cen. cen. cen. non errara in cosa alcuna-mente dal nostro numero 178571919049 ⅕, ma nella radice fara quasi 0. Anchor che Michel Stifelio non dia particolar essempio alla estrattione di questa radice cen.cen.cen.) anzi vuole che tal estrattione si faccia con la regola della simplice estrattione della quadrata) non mi parse, di proponere alcun quesito sopra di tal estrattione a Hieronimo Cardano, ne a Lodovico ferraro suo creato dubitandomi che haveriano fatto, come fecero del quesito della cen.cubo, cioe che si hariano servito bellamente con la regola della quadra, vero e che della formatione del rotto si fariano incalpati, come nelle passate hanno fatto, & con parole haveriano coperta la cosa appresso al volgo. Io non voglio star a darti essempio, come si cavano queste specie di radice di quelli numeri, che ricevono piu di duoi ponti, per le ragioni adutte nelle passate, cioe perche questa data di duoi ti serve per tutte.

La causa della sopradetta nostra regola di cavare la radice censo di censo di censo, o vuoi dir simplicemente radice di radice di radice, & similmente quella di formar il rotto di quello, che sopra resta nelli numeri non cen.cen.cen. per dar tai radici propinque al vero. Si puo allegar da questa sotto scritta propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi ritrovata.

Propositione del presente auttor ritrovata.

7 Se una quantita sara divisa in due parti, come si voglia il ce.ce.ce. di tutta la detta quantita sempre sara eguale a questi 9 principali produtti, cioe al produtto del ce.ce.ce. della prima parte, & al produtto del 8 plo del secondo rel. della detta prima parte fia la seconda parte. Et al produtto del 28 uplo del ce. cu. della detta prima parte fia il quadrato della detta seconda. Et al produtto del 56 uplo del rel. della detta prima parte fia il cu. della detta seconda, & al produtto del 70 uplo del ce.ce. della seconda parte fia il ce.ce. della prima, & al produtto del 56 uplo del relato della detta seconda fia il cubo della prima, & al produtto del 28 uplo del cen. cubo della detta seconda fia il censo della prima, & al produtto del 8 uplo del secondo relato della detta seconda fia la prima simplice. Et finalmente al produtto del ce.ce.ce. della detta seconda parte. Essempi gratia sia tutta la quantita a b. (poniamo 10 per numero) divisa in due parti in ponto c. & ponimo, che la prima parte (cioe la a c.) sia 3. & la seconda (cioe la c b.) sia 7. hor dico che il cen. cen. cen. di tutta la a b. (qual veniria a esser 100000000) sara eguale a questi 9 principali produtti, cioe al cen. cen. cen. della detta prima parte (cioe di quel 3) qual trovaremo esser 6561. & questo

a ——— c 10 b

3 7

ce. ce. ce. di tutta la a b.
100000000

primo produtto	—	6561
secondo produtto		122472
terzo produtto	—	1000188
quarto produtto		4667544
quinto produtto		13613670
sesto produtto	—	25412184
settimo produtto		29647548
ottavo produtto		19765032
nono produtto	—	5764801
summa		100000000

poneremo da banda per il detto primo principal produtto, & poi pigliaremo il secondo relato della detta prima parte (cioe di quel 3) che fara 2187. & lo multiplicaremo p. 8. fara 17496. & questo multiplicaremo poi per la seconda parte (cioe per quel 7) fara 122472. per il secondo produtto, qual notaremo ordinariamente sotto al primo, poi pigliaremo il censo cubo della detta prima parte, che fara 729. & lo multiplicaremo per 28 fara 20412. & questo multiplicaremo poi per il censo della seconda parte (che fara 49) fara 1000188 per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri duoi, poi pigliaremo il relato della detta prima (che fara 243) & lo multiplicaremo per 56. fara 13608. & questo multiplicaremo poi per il cubo della seconda parte (il qual cubo fara 343) fara 4667544. per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri tre, poi pigliaremo il cen. cen. della detta prima (che fara 81) & lo multiplicaremo per 70 fara 5670. & questo multiplicaremo poi per il cen. cen. della seconda parte (che fara 2401) fara 13613670. per il quinto produtto, qual notaremo sotto a gli altri 4. Poi pigliaremo il relato della detta seconda parte (qual fara 16807) & lo multiplicaremo per 56 fara 941192. & questo multiplicaremo poi per il cubo della prima parte (che fara 27) fara 25412184. per il sesto produtto, qual notaremo sotto a gli altri 5. poi pigliaremo il censo cubo della detta seconda parte (qual fara 117649) & lo multiplicaremo per 28. fara 3294172. & questo multiplicaremo poi per il censo

della

della prima (che sara 2) fara 19647548. per il settimo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri sei, fatto questo pigliaremo il secondo rel. della detta seconda parte (qual sara 212541) & lo multiplicaremo per 2. fara 6581144. & questo multiplicaremo poi per la prima parte semplice (cioe per 2) fara 1976 1024 per l'ottauo prodotto, qual notaremo sotto a gli altri sette, fatto questo pigliaremo finalmente il cen.cen.cen. della detta seconda parte (cioe di quel 7) che fara 1761801. & questo sara il nono, & vltimo prodotto, qual notaremo sotto a gli altri otto prodotti, & fatto questo li summaremo tutti insieme, il che facendo trouaremo, che in summa faranno precisamente 1000000000. si come fece anchora il cen.cen.cen. di tutta la detta quantita a bach'e il proposito.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la radice cen. cen. cen. delli numeri rotti, & delli sani, & rotti, & non solamente le rationali, & discrete di detti numeri rotti cen.cen.cen. ma anchora le propinque, cioe di quelli che non sono cen. di cen. di cen. Cap. XIIII.

Come si cauano le radice cen. cen. cen. di rotti cen. cen. cen.

2 Per intendere la regola da cauar le R ce.ce.ce. di rotti bisogna per sapere (come nelle passate e stato detto) come che di detti rotti alcuni sono ce.cen.cen. & alcuni non, & molto piu spessi sono quelli, che non sono ce.ce.ce. di quelli che sono ce.ce.ce. li rotti, che sono ce. ce. ce. sono quelli, che dapoi che sono schissati alla vltima schisatione hanno & il numeratore, come il denominatore numero cen.cen.cen. come sono questi [illegible], & infiniti altri simili, onde per cauar la detta radice cen.cen.cen. di questi tai rotti, & altri simili, cauaremo la detta radice del numeratore, & la metteremo sopra di vn'altra linea per numeratore, & dapoi cauaremo anchora la detta radice del denominatore, & la poneremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & tal secondo rotto sara la radice cen. cen. cen. del primo. Essempi gratia secon tal ordine cauaremo la detta radice di [illegible] trouaremo quella esser $\frac{1}{2}$, & cosi con tal ordine la radice cen. cen. cen. di [illegible] trouaremo esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & cosi si douera procedere nelle altre simili, & se di tai estrattioni ne vorremo far la proua naturale recaremo tai radice a cen.cen. cen. & se ne ritornara il suo primo rotto diremo tal nostra operatione esser buona, ma trouando altramente saria falsa.

la R ce.ce.ce. di [illegible]
la R ce.ce.ce. di [illegible]
la R ce.ce.ce. di [illegible]
la R ce.ce.ce. di [illegible]

Essempio

Come si cauano le propinque radice cen.cen.cen. di rotti non cen.cen.cen.

2 Ma quando che il numeratore del rotto, & anchora il suo denominatore non saranno ambiduoi cen.cen.cen. tal rotto non sara cen.cen.cen. & quando che vn rotto non sara cen.cen.cen. & che di quello ne vorremo cauar la sua propinqua radice cen. cen. cen. tal atto si puo essequire per tre diuerse vie, ouer regole, ma la piu ingeniosa, & a manco error soggetta e questa, recaremo sempre il suo denominator al suo secondo relato, & quel tal secondo relato multiplicaremo fia il suo numeratore, & di quel produtto ne cauaremo la sua propinqua radice cen.cen.cen. (secondo l'ordine della nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partiremo per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo auenimento di tal partimento sara la propinqua radice cen.cen.cen. di quel tal rotto. Essempi gratia volendo cauar la detta propinqua radice cen.cen.cen. di [illegible] prima trouaremo il secondo relato di quel 3 ch'e sotto alla virgola per denominatore (che sara 2187) & lo multiplicaremo per quel 2 ch'e sopra la virgola per numeratore, & fara per 4374. & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice cen.cen.cen. per la detta nostra regola data nella terza del precedente capo, & trouaremo quella esser 2 [illegible], & quella partiremo per il denominatore del nostro primo rotto (cioe per quel 3 ch'e sotto la virgola) laqual cosa facendo ne venira [illegible], & tanto diremo esser la propinqua radice cen. cen. cen. di [illegible], dellaqual propinqua radice cen.cen.cen. se ne faremo la sua proua naturale (cioe trouando il suo cen.cen.cen.) trouaremo tal suo cen.cen.cen. errar di vna sensibil quantita del nostro proposto [illegible]. La causa di questa sopra data regola quando con il tuo studio sarai gionto alla nona del settimo capo delle proportioni (hauendo ingegno) sarai atto a poterla intendere da te medesimo, considerando pero l'ammonitione posta sopra la regola data sopra le radici cube di numeri rotti non cubi.

Come si cauano le radice cen.cen.cen. delli numeri sani, & rotti censi di censi di censi.

2 HAuendo ben intesa la regola da cauar le radici cen. cen. cen. di rotti cen.cen. cen. & le propinque di quelli che non sono cen.cen.cen. facil cosa sara a intender la regola di far il medesimo delli numeri sani, & rotti, per esser quella istessa saluo che vi occorre maggiori numeri nelli numeratori, per causa della riduttione di tal sano al suo rotto, & pero dico (come fu detto di rotti simplici) che di tai numeri sani, & rotti, alcuni sono cen. cen. cen. & alcuni non, li cen. cen. cen. sono quelli che riducto il sano al suo rotto (sch[illegible] prima) & summata tal riduttione con il numerator del rotto, & ponendo tal summa per numeratore (come nelli rotti si costuma) & se tal numeratore sara par numero cen. cen. cen. & similmente il denominatore tal numero sano, & rotto sara ce.ce.ce. come essempi gratia sara 25 161/256, qual riducendo quel 25 in 256 esimi, & giontoui quel 161 esimi sara in summa 6561/256, & perche l'uno, & l'altro di detti numeri (cioe il numerator, & il denominator) e numero ce.ce.ce. tal numero sano, & rotto diremo esser ce.ce.ce. & volendo trouare, ouer cauar la sua radice ce.ce.ce. cauaremo la detta radice di quel 6561. che e sopra la linea, & trouaremo quella esser 3. poi cauaremo medesimamente la detta radice di quel 256 (ch'e sotto la linea) & trouaremo quella esser 2. poi partiremo quel 3 per questo 2. & ne venira 1 1/2, & cosi concluderemo la detta radice cen.cen.cen. di quel 25 161/256 esser 1 1/2, che se ne farai proua recando quel 1 1/2 al suo cen.cen. cen. trouarai tal suo cen. cen. cen. esser precisamente quel 25 161/256, & perche penso che a sufficientia tu mi habbi inteso non voglio far aduti altro essempio.

Essempio

Come si cauano le propinque radice cense di cense di cense dalli numeri sani, & rotti non censi di censi di censi.

4 MA quando che li detti numeri sani, & rotti non saranno cen.cen.cen. & che di quelli ne vorremo cauar la sua propinqua radice cen.cen.cen. tal atto si puo essequire per 3 diuerse vie (con ragione) ma la piu ispediente, & a manco errori soggetta, e simile a quella data sopra li rotti non cen.cen. cen. cioe schiffar il rotto, & dapoi recar il sano a tal specie di rotto (come fu fatto nella precedente) & dapoi recar il denominatore al suo secondo relato, & tal secondo relato multiplicarlo sia quel grande numeratore (gia formato con la riduttione del sano, & di tal prodotto cauarne la propinqua radice cen.cen. (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & tal radice propinqua partirla per quel medesimo denominatore, & lo auenimento sara la propinqua radice cen. cen. cen. del detto numero sano, & rotto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cen.cen.cen.cen. di 17 1/2, faremo tutto in mezzi, che faranno 35/2, poi recaremo quel 2 (denominatore) al suo secondo relato, che fara 128. & questo multiplicaremo sia quel 35 (che e sopra la virgola per numeratore) fara 4480. & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice cen.cen.cen. Onde procedendo per la nostra regola data nella terza del precedente capo, trouaremo quella esser 2 [illegible], & questa la partiremo per quel medesimo 2 (denominatore) il che facendo ne venira 1 [illegible], & tanto diremo, che sia la propinqua radice cen.cen.cen. del detto 17 1/2, che se ne fara fatto la proua naturale si trouera il cen. cen. cen. di tal propinqua radice errar di vna miseria del detto 17 1/2, il qual errore nella detta radice sara quasi niente, & cosi con tal ordine procederai nelle simili.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la ottaua specie di radice, detta radice cuba di cuba. cap. XV.

1 PEr voler cauar la ottaua specie di radice chiamata radice cuba di cuba, egli e vero, che nelli numeri cubi di cubi si potressimo seruire della regola data per cauar la simplice R cuba (cioe cauando la simplice R cuba di quel tal numero, & di tal radice cuba (cauata) cauarne anchora la detta radice cuba, & cosi in tai due estrattioni veneressimo in cognitione della radice cercata, ma in quelli numeri, che fussero cu.cu. si veniria in confusione per causa de gli numeri, & pero la intention nostra e di mostrar il modo di cauarla per la sua propria regola, & non per la regola di altre specie di radice, accio si comprenda il mirabile ordine di numeri fra loro, ma piu che ignorando la sua propria regola saria impossibile a trouar la propria regola di formar il rotto di quello che auanzasse nelli numeri non cu. cu. Dico adonque che per voler essequire tal atto con la sua propria regola, egli e necessario hauer vna tauoletta, doue sano sopra

noterai tutti li numeri cu.cu. prodotti, ouer causati da ciascun numero digito, con il detto digito, che lo causa a dirimpetto si, come radice di tal numero cu.cu. come che in margine appare, & quella tal tauoletta tenerasla sempre auanti quando che si vuol cauar la detta radice cu.cu. da qualche proposto numero, per poter trouare, & negotiare tutte quelle particolarita a tal regola necessarie, come nel nostro processo s'intendera.

Come si cauano le radice cube di cube de numeri menori

4 Per cauar la radice cu.cu. di vn numero menore, & per numeri menori (come in tutte le passate è stato detto) si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice cu.cu. non puo esser piu di vna figura, & pero tai numeri menori in questa specie di radice non puo esser piu, che di 9 figure, perche il cu.cu. del maggior numero digito (qual è 9) è di noue figure composito (come nella tauoletta posta in margine appare) & pero per conoscere in questa specie di radice se vn proposto numero sia di menori, ouer di maggiori, si costuma di far vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passa noue figure si lascia cosi, perche tal ponto ne dinota tal numero esser di menori, cioe ne dinota tal ponto la radice cu.cu. di quel tal numero esser di vna figura sola (non parlando del rotto, che potria auanzar) ma se tal numero fusse piu di dette noue figure tal numero saria di maggiori, & bisognaria poi farui altri ponti (come al suo luogo si dira) dico adonque, che tal numero menore necessariamente, ouer che sara numero cu.cu. ouer rationale non, se sara numero cu.cu. tal sua radice cu.cu. ne sara nota per vigore di quella tauoletta in margine posta, laqual (com'è detto) bisogna sempre hauer auanti in scritto, perche se vorrai cauar la detta radice cu.cu. poniamo di 1. tu saperai (per vigor di tal tauoletta, che la sara per 1. & cosi di 512. tu saperai tal radice esser 2. & cosi di 19683. tu saperai quella esser 3. & similmente di 262144. tu saperai quella esser 4. & di 1953125. quella esser 5. & di 10077696. quella esser 6. & di 40353607. esser 7. & di 134217728. esser 8. & finalmente quella di 387420489. tu saperai esser 9.

Radici cube di cube	Numeri cubi di cubi
1	1
2	512
3	19683
4	262144
5	1953125
6	10077696
7	40353607
8	134217728
9	387420489

Regola generale (dal presente autor ritrouata) da cauare le radice cuba di cubo di numeri non cubi di cubi.

5 Ma quando che il detto numero proposto non sara cu.cu. caua prima tal ℞ cu.cu. del maggior numero cu.cu. contenuto da tal numero proposto (laqual cosa facilmente conoscerai per vigor della sopradetta tauoletta) & quello che ti auanzera sopra la tua operatione ponerai (secondo il solito) sopra di vna linea per numeratore, & fatto questo per formare il denominator da mettere sotto di quella. Bisogna notar, che quello si forma con otto principali prodotti, ouer multiplicationi, il primo prodotto si forma con il nono uplo del ce.ce.ce. della detta prima radice gia cauata, il secondo si forma con il 36 uplo del secondo relato della detta radice gia cauata, il terzo si forma con lo 84 uplo del cen.cu. della detta prima radice gia cauata, il quarto si forma con il 126 uplo del relato della detta radice gia cauata, il quinto si forma con il 126 uplo del cen.cen. della detta radice gia cauata, il sesto si forma con lo 84 uplo del cubo della detta prima radice gia cauata, il settimo si forma con il 36 uplo del quadrato (o vuoi dir censo) della detta prima radice cauata, l'ottauo, & vltimo prodotto si forma con lo nono uplo della detta simplice radice gia cauata, & cosi la summa di quest'otto prodotti si douera mettere sotto alla sopradetta linea per denominatore, & la detta prima radice gia cauata insieme con quel tal rotto sara la propinqua ℞ cu.cu. di quel tal proposto numero non cubo di cubo. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cu.cu. poniamo di 262141. caua prima la detta radice cu.cu. del maggior numero cu.cu. contenuto dal detto 262141. & trouarai (per vigor della tauoletta) tal radice esser 3. (come in margine vedi) de qual 3 il suo cubo di cubo trouarai esser 19683. qual sottratto dal detto 262141. ti restara 242458. & questo ponerai (secondo il solito) sopra di vna linea per numeratore, hor per formar il denominatore da mettere sotto di tal linea, tu lo formarai con li sopradetti otto prodotti, hor per formar il

Essempio

242458	
262141	$3\frac{242458}{[illegible]}$
19683	

primo piglia il cen.cen.cen. di quel 3 (prima radice cauata) che sara 6561. & multiplicalo per 9. fara 59049. per il detto primo prodotto, dapoi piglia il secondo relato del detto 3 (che sara 2187) et multiplicalo per 36 fara 78732 per il secondo prodotto, dapoi piglia il censo cubo del detto 3 che sara 729. & multiplicalo per 84 fara 61236 per il terzo prodotto, dapoi piglia il relato del detto 3 (che sara 243) & multiplicalo per 126 fara 30618 per il quarto prodotto, dapoi piglia il censo di censo del detto 3 che sara 81 & multiplicalo per 126 fara 10206 per il quinto prodotto, dapoi piglia il cubo del detto 3 che sara 27, & multiplicalo per 84 fara 2268 per il sesto prodotto, dapoi piglia il quadrato del detto 3 che fara 9, & multiplicalo per 36 fara 324 per il settimo prodotto, dapoi piglia simplicemente il detto 3 & multiplicalo per 9 fara 27 per l'ottavo, & ultimo prodotto, & tutti questi 8 prodotti ponili l'uno sotto l'altro ordinatamente, & summali insieme, il che facendo trovarai che in summa faranno 242460, per il denominatore da tenere sotto alla sopradetta linea, laqual cosi facendo, & accompagnato poi con il detto 3 dira $3\frac{242460}{242460}$ & tanto sara la propinqua radice cu.cu. del sopradetto 262143. che se ne farai la prova naturale (cioe tornando tal radice al suo cubo di cubo trovarai, che la errara manco di una unita del nostro 262143 il qual errore nella detta radice propinqua sara quasi nulla.

ce.ce.ce.	6561
	9
primo prodotto	59049
secondo rel.	2187
	36
	13122
	6561
secondo prod.	78732
ce.cu.	729
	84
	2916
	5832
terzo prodotto	61236
rel.	243
	126
	1458
	486
	243
quarto prod.	30618
ce.ce.	81
	126
	486
	972
quinto prod.	10206
cu.	27
	84
	108
	216
sesto prodotto	2268
	9
	36
settimo prodotto	324
	3
	9
ottavo prodotto	27

De notare.

4 Anchora per queste propinque radice cu. cu. bisogna notare qualmente gli casca quel medesimo accidente, overo conditione, che si e trovato cascar in tutte le altre specie di radice, cioe che di tutti quelli numeri, che scarseggiano di una sola unita a esser numero cubo di cubo la propinqua radice cu. cu. di quello cavata per questa nostra regola sempre veniria senza rotto, & il cubo del cubo di tal propinqua radice cu. cu. errara di una sola unita di piu del nostro proposto numero, laqual unita di errore, che fa nel suo cubo di cubo nella detta propinqua radice poi sara quasi nulla, come in tutte le altre e stato detto. Essempi gratia volendo cavar la propinqua radice cu.cu. di 262143, qual manca, over scarseggia di una sola unita a essere il cubo del cubo di 4 (come nella tavoletta puoi vedere) hor dico che cavandone la sua propinqua radice cu.cu. secondo quel medesimo ordine, che e stato visto nella precedente si trovara tal propinqua radice cu.cu. esser $3\frac{242460}{242460}$, che veniria a essere precisamente 4, senza alcun rotto, come habbiamo detto, delqual 4 facendone la prova naturale, trovaremo che il suo cubo di cubo fara quella unita di piu che prima scarseggiava, cioe il detto suo cubo di cubo fara 262144, & il nostro proposto numero (cioe quel 262143) che fara una unita di piu di quello, come habbiamo detto, ma tal errore nella detta propinqua radice cu.cu. (cioe in quel 4) sara quasi nulla.

primo prodotto	59049
secondo prodotto	78732
terzo prodotto	61236
quarto prodotto	30618
quinto prodotto	10206
sesto prodotto	2268
settimo prodotto	324
ottavo prodotto	27
denominatore	242460

Anchora nota quando che per sorte lo avanzo fusse maggiore del detto denominatore trovato secondo questa nostra regola, saria segno tu haver errato nella tua operatione, perche mai puo avanzar piu del detto denominatore, ma solamente tal avanzo puo esser menore, over eguale a quello, quel dello eguale, accade solamente in quelli numeri, che mancano della detta unita a esser cu.cu.

Anchora nota che si poria con ragione dar regola di saper trovar altre radice piu propinque di questa prima, & in infinito, ma per esser cosa superflua le lasciamo, atteso che questa prima e tanto propinqua, che non accade a cercarne di piu propinque.

Come si pontano le figure delli numeri maggiori per cavar la sua radice cu.cu. & per conoscere di quante figure, over digiti sara tal radice.

5 MA quando che il numero, delqual si ha da cavar la radice cu. cu. sara piu che di nove figure, tal numero sara di maggiori, perche la sua radice cu.cu. conviene esser piu di una figura, & tanto piu sara maggiore quanto che di maggior numero di figure si trovara esser la radice cu. cu. di quello, laqual cosa si conosce con il pontar le figure di quello (come nella passata specie e stato detto, & fatto) vero e che in questa ottava specie di radice si vanno appontando di 9 in 9 figure, cioe in questa se vi interlascia fra ponto, & ponto otto figure, & nella passata vi se ne interlasciava solamente 7 fra ponto, & ponto. Et pero in questa si fa il primo ponto sopra la prima figura verso man destra, & se ne interlascia 8 di quelle, che seguitano, & se apponta l'altra, che seguita, che saria la decima, & cosi con tal ordine andar procedendo di mano in mano, se tai figure fussero molte, cioe interlasciandone sempre 8, & pontar l'altra che seguita, come in questo solo essempio di 21 figure appar [illegible], lequal 21 figure ricevono solamente 3 ponti (secondo l'ordine detto) & pero la sua radice cu.cu. sara solamente di 3 figure, dellequal tre figure, la prima si trova sotto al terzo ponto, computando tutte quelle figure, che sono dal detto terzo ponto verso man sinistra, & cosi la seconda figura di tal

radice

radice si trouarà sotto al secondo ponto, computando tutte quelle figure, che saranno dal detto secondo ponto verso man sinistra, così la terza, & ultima figura di tal radice s'immaginarà sotto al primo ponto verso man destra, computandoui pur tutte quelle figure, che saranno dal detto primo ponto verso man sinistra, il modo di trouar tai figure nella seguente si farà manifesto.

Come si cauano la radice cu.cu. di quelli numeri maggiori, che ricercano solamente duoi ponti.

6 Or volendo cauar la radice cu.cu. poniamo di questo numero 502592611936843 prima ponteremo queste 15 figure, secondo l'ordine detto di sopra, et trouaremo, che occorreranno solamente duoi ponti, delliquali l'uno va sopra la prima figura verso man destra, & l'altro va sopra la decima che seguita (come che in margine si puo vedere nella prima operatione) liquali duoi ponti ne dimostrano (come di sopra è stato detto) la radice cuba di cuba di tal numero esser di due figure, l'una di queste figure (cioè la prima, che si ha da trouare) bisogna trouarla sotto a quel secondo ponto, l'altra poi si ha da trouar sotto al primo ponto, & questa venira a esser la seconda trouata. Per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto (computandoui quelle altre cinque figure, che seguitano verso man sinistra, che in tutto saranno 502592) imaginaremo la detta radice cu. cu. del detto 502592, ouero del maggior numero cu.cu. che sia contenuto da quello, onde (per vigor della nostra tauoletta) trouaremo tal radice esser 4. il qual 4 lo notaremo secondo il solito oltra la linea a b. & per saper quanto sia il sopravanzo, pigliaremo il cu.cu. del detto 4 (che sarà 262144) & lo poneremo sotto a quel 502592 (come nella detta prima operatione appare) & lo sottraremo da quello, & trouaremo, che ne restarà di sopra 240448 (come nella seconda operatione si puo vedere) il qual resto accompagnato con la figura, che seguita sarà poi 2404486. fatto questo per trouar mo la seconda figura, ouer digito, pigliaremo il ce.ce.ce. della figura trouata (cioè di quel 4) che sarà 65536. & lo multiplicaremo per 9 (per regola ferma) sarà 589824. & questo lo notaremo ordinatamente sotto a quel 2404486, che ne restò sopra alla seconda operatione (come che nella detta seconda operatione appare) & trouaremo che la prima figura (verso man sinistra) di quel 589824 (cioè quel 5) hauer rettamente sopra di se 24. hor bisognamo con diligentia, & sapientemente veder quante volte puo intrare il detto 5 nel sopraposto 24. con queste conditioni, che non solamente nel sopra restante vi possa intrare le altre figure, che gli seguo dietro (come nelle partitioni per batello, ouer galea si costuma) ma che anchora vi restitanto, che a tal resto (giontoui la figura che seguita) se ne possa poi cauare la multiplicatione, ouer produtto del 36 uplo del secondo relato del detto 4 fia il censo di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato co l'altra figura, che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione, ouer produtto del 84 uplo del censo cubo del detto 4 fia il cubo di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con l'altra figura, che seguita) se ne possa cauare la multiplicatione, ouer produtto del 126 uplo del relato del detto 4 fia il censo di censo di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con l'altra figura che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione, ouer produtto del 126 uplo del relato della seconda figura fia il censo di censo della prima, & che anchora del restante (accompagnato con la figura, che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione, ouer produtto del 84 uplo del censo cubo della detta seconda fia il cubo della prima, & che anchora del restante (accompagnato con la figura, che seguita) se ne possa cauare il produtto del 36 uplo del secondo relato della detta seconda figura fia il censo della prima, & che anchora del restante (accompagnato con la figura che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione del 9 uplo del censo di censo di censo della detta seconda fia la prima simplice, & che anchora del restante (accompagnato con la ultima figura, che seguita) se ne possa finalmente cauare il cubo di cubo della detta seconda figura trouata. Et nota che di tutte queste tante conditioni in questa, & altre simili tu te ne puoi certificare in due, ouer tre positioni, ouero isperimenti al piu, prima tu vedi, che quel 5 non puo intrar piu di 4 volte in quel sopraposto 24. prima isperientia sopra la mita di

prima operatione a
502592611936843 | 4
262144 b

primo produtto cu.cu. prima. 262144

seconda operatione
240448 a
502592611936843 | 43
262144 b
58982
cen.cen.cen.prima 65536
9
secondo produtto 589824

terza operatione
625 1
096702
2404454 a
502592611936843 | 43
2621446 b
63982
53084
secondo rel. prima 16384
36
98304
49152
589824
censo seconda 9
terzo produtto 5308416

quarta operatione
104 7
63511
0967025
24044842 a
502592611936843 | 43
26214468 b
5398212
530540
9289
censo cuba prima 4096
84
16384
32768
344064
cu. seconda 27
2408448
688128
quarto produtto 9289728

quel 4 (cioe sopra la mita di quello, che al piu puo intrare) che faria 1 volte, & cosi con quel 2 va sperimentando, & negotiando da banda nelli primi dupli, ouer tre restanti, nelli quali facilmente comprenderai con il tuo natural giuditio, che tu lo hauerai fatto intrar poco, perche ti trouarai auanzar numero assai, & pero tu lo farai intrar tre volte, & cosi negotiando per il medesimo modo tu trouarai che a farlo intrar le dette tre volte seguira tutte le dette conditioni, & pero notarai il detto tre appresso al 4 (oltra la linea. a b.) & dira poi 43 (come nella detta seconda operatione appare) & fatto questo con il detto 3 andaremo multiplicando di mano in mano le figure di quel 589824. & sottrahendo tai multiplicationi dal sopradetto 2000086 (come si costuma nelli partiri per battello, ouer galea) il che facendo il trouarai restar di sopra 635014 (come sopra alla terza operatione si vede) al qual 635014 giontoui la figura che seguita dira poi 6350149 (come sopra la detta terza operatione appare) fatto questo pigliaremo il secondo relato della detta prima figura (cioe di quel 4) che fara 16384. et lo multiplicaremo per 36 (per regola ferma) fara 589824. & questo multiplicaremo poi per il quadrato della seconda figura (cioe di quel 3. che fara 9) fara 5308416. & questo lo poneremo sotto a quel 6350149. che ne resto sopra alla terza operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo, che ne restara 1041733 (come sopra la quarta operation appare) al qual resto giontoui la figura, che seguita, dira poi 10417339. (come sopra alla detta quarta operatione appare) fatto questo pigliaremo il censo cubo della prima figura (cioe di quel 4) che fara 4096. & lo multiplicaremo per 84 (per regola ferma) fara 344064. & questo multiplicaremo, poi per il cubo della seconda figura (che fara 27) fara 9289728. & questo poneremo similmente sotto a quel 10417339. che ne auanzo sopra alla quarta operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo, che ne restara 1127611 (come sopra la quinta operatione si puo vedere) al qual giontoui la figura che seguita, dira poi 11276115. fatto questo pigliaremo il relato della prima figura (cioe di quel 4) che fara 1024. & lo multiplicaremo per 126 (per regola ferma) fara 129024. & questo multiplicaremo per il ce. cen. della seconda figura (cioe di quel 3) che fara 81. fara 10450944. & questo lo poneremo sotto a quel 11276115. che ne resto sopra alla quinta operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne restara 825171 (come sopra alla sesta operatione si puo vedere) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 8251719. fatto questo pigliaremo il relato della seconda figura (cioe di quel 3) chi fara 243. & lo multiplicaremo per 126 (per regola ferma) fara 30618. & questo lo multiplicaremo puoi per il cen. cen. della prima figura (che fara 256) fara 7838208. & questo poneremo sotto a quel 8251719. che ne auanzo sopra alla sesta operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne restara 413511. (come sopra alla settima operatione si vede) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 4135117. fatto questo pigliaremo il cubo censo della seconda figura (cioe di quel 3) che fara 729. & lo multiplicaremo per 84 (per regola ferma) fara 61236. & questo multiplicaremo poi per il cubo della prima figura (il qual cubo fara 64. & fara 3919104. & questo lo poneremo sotto a quel 4135117. che ne resto sopra alla settima operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo, che ne restara 216013 (come sopra alla ottaua operatione si vede) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 2160137, & fatto questo pigliaremo il secondo relato della detta seconda figura

quinta operatione

```
      011 7
     104217
    6351126
   096970231
  24044543[illegible]                a
  5025926695921764   |  43
  2621444654                         b
   4596S2124
   5308479
    92590
    1045      rel. prima   1024
                            126
                           6144
                          2048
                         1024
                         129024
       cen. cen. seconda     81
                         129024
                       1032192
  quinto produtto     10450944
```

sesta operatione

```
      00 1
      01187
     104275
    6351161
   096902317
  2404454321                 a
  5025926695921764   |  43
  26214446541                b
   4596S2124
   53084791
    925901
    10455
      71    rel. seconda    243
                            126
                           1458
                           486
                          243
                          30618
       cen. cen. prima      256
                         183708
                        153090
                        61236
  sesto produtto       7838208
```

settima operatione

```
        4
      0002
     011871
    1041275[illegible]
   63511261[illegible]
  096970231[illegible]
  2404454321[illegible]          a
  5025926695921764   |  43
  2621444654                     b
   459S21240
   5308479211
    9259059
    104551
     759
      3
  censo cubo seconda     729
                          84
                        2916
                       5832
                       61236
       cu. prima          64
                      244944
                     367416
  settimo produtto   3919104
```

ottaua operatione

```
        0
        4
      00022
     0115711
    10427536
   635116150
  0969023171[illegible]
  2404454321115          a
  5025926695921764   |  43
  26214446543421         b
   459S212400[illegible]
   530S4292[illegible]
    925905[illegible]
    10463[illegible]
     759[illegible]
      3[illegible]
  secondo rel. seconda    2187
                            36
                         13122
                         6561
                         78732
                            16
  ottauo produtto      1259712
```

figura

figura (cioe di quel 3) che fara 2187. & lo multiplicaremo per 36 (per regola ferma) fara 78732. & questo multiplicaremo poi per il quadrato della prima figura (cioe di quel 4. che fara 16) fara 1259712. & questo lo poneremo sotto a quel 2160071. che ne resto sopra l'ottaua operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che ne restara 900359 (come sopra alla nona operatione appare) al qual resto giontoui la figura, che seguita dira poi 9003596. & fatto questo pigliaremo il cen. cen. cen. della detta seconda figura (cioe di quel 3) che fara 6561. & lo multiplicaremo per 9 (per regola ferma) fara 59049. & questo multiplicaremo poi per la prima figura simplice (cioe per 4) fara 236196. & questo assettaremo sotto a quel 9003596. che ne resto sopra alla nona operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne restara 8767400 (come sopra alla decima operatione si vede) al qual resto giontoui la vltima figura, che seguita dira poi 87674004. Et fatto questo pigliaremo finalmente il cubo cubo della detta seconda figura (cioe di quel 3) che fara 19683 (come nella cauclesta potrai vedere) & questo lo poneremo sotto a quel 87674004. che ne è restato sopra alla decima operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che finalmente ne restara 87654321. come sopra alla vndecima, & vltima operatione si puo vedere, & cosi sara compita la nostra estrattione, cioe concluderemo la radice cu. cu. di quel proposito 502592699591164 esser 43. & auanzar 87654321. il qual auanzo ne dinota tal numero non esser cubo di cubo, ne tal 43 esser perfetta radice cu. cu. di quello, & se vorremo far proua se hauemo fatto alcun errore nella nostra general operatione lo potremo reccando quel 43 a cubo di cubo, & a tal cu. cu. giongendo quel 87654321. che ne è auanzato, & se tal summa ne darà precisamente il detto nostro numero 502592699591164 diremo la nostra general operatione esser stata rettamente operata, ma tornando altramente seguiria il contrario, ma se per fuggir fatica la prouaremo per la proua del 7 procedendo, come si vede in margine la trouaremo buona. Dico che la trouaremo buona in quanto alla nostra general operatione (come nelle passate è stato anchora detto) ma in quanto alla vera radice cuba di cuba di tal numero la è irrationale, & non si puo dar perfettamente per numero, ma volendola trouar propinqua alla verita (per la nostra regola) poneremo quel 87654321. che ne è auanzato sopra vna linea per numeratore appresso al detto 43. Et per trouar il denominatore da mettere sotto di tal linea, lo formaremo con quelli 8 principali produtti detti nella terza di questo capo, cioe pigliaremo il 9 uplo del cen. cen. cen. della nostra radice gia cauata (cioe di quel 43) il qual cen. cen. cen. fara 11688200277601. & il suo nonuplo fara 105193802498409. & questo sara il primo produtto (come in margine si puo veder notato) poi pigliaremo il secondo relato del detto 43. che fara 271818611107. & lo multiplicaremo per 36 (per regola ferma) fara 9785469999852. per il secondo produtto, qual poneremo sotto al primo, fatto questo pigliaremo il ce. cu. del detto 43. che fara 6321363049. & lo multiplicaremo per 84 (per regola ferma) fara 530994496116. per il terzo produtto, qual metteremo sotto a gli altri duoi, fatto questo pigliaremo il relato del detto 43. che fara 147008443. & lo multiplicaremo per 126 (per regola ferma) fara 18523063818 per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri tre, fatto questo pigliaremo il censo di censo del detto 43 (che fara 3418801) & lo multiplicaremo medesimamente per 126 (per regola ferma) fara 430768926. per il quinto produtto

primo produtto	105193802498409
secondo produtto	9785469999852
terzo produtto —	530994496116
quarto produtto —	18523063818
quinto produtto —	430768926
sesto produtto — —	6678588
settimo produtto — —	66564
ottauo produtto — — —	387
denominatore	115529227572660

nona operatione

0
40
000229
0215?10
2032753760
6351161587
0960602317295
2406484311179
502592699591164 | 43
2621444676534226
55982124009
5305479217?
92590996
2046531?1
75922
31

ce. ce. ce. della seconda 6561
9
59049
4
nono produtto 236196

decima operatione

0
305
0012297
0113721106
20422753667
6351161?054
09607023172650
2406485311179?0
502592699591164 | 43
2621444676534263
55982122006?0
53054792?1716
925909967
2046531?1
75922
31

decimo, & vltimo produtto cu. cu. della seconda 19683

vndecima, & vlt. operatione

0
308
0002297
011372166?
1062275360074
635112615?341
09607023127594
24064853111?7961
502592699591164 | 43
2621444676534263
55982124006?98
5305479217?16
925909969
20453?5?1
75922
31

$43\frac{87654321}{115529227572660}$

proua per 7	1
	1
ce.	1
	1
cu.	1
	1
ce. ce.	1
	1
rel.	1
	1
ce. cu.	1
	1
secondo rel.	1
	1
ce. ce. ce.	1
	1
cu. cu.	1
proua del auanzo	6
fa	0

3 43
43
129
172
ce. 1849
43
5547
7396
cu. 79507
43
238521
318028
ce.ce. 3418801
43
10256403
13675204
rel. 147008443
43
441025329
588033772
ce.cu. 6321363049
43
18964089147
25285452196
secido rel. 271818611107
43
815455833321
1087274444428
cu.cu.cu. 11688200277601

La propinqua radice cu.cu. di 5025026699592164 sara 43 [illegible]

a 10 c b
6 4
cu.cu. di tutta la a b.
1000000000

(qual poneremo sotto a gli altri 4) fatto questo pigliaremo il cubo del detto 43. che fara 79507. et lo multiplicaremo per 84 (per regola ferma) fara 6678588 per il sesto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 5) fatto questo pigliaremo il censo del detto 43. che fara 1849. & lo multiplicaremo per 36 (per regola ferma) fara 66564 per il settimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 6. & fatto questo pigliaremo simplicemente il detto 43. & lo multiplicaremo per 9 (per regola ferma) fara 387 per l'ottavo, & ultimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 7. & li summaremo tutti insieme, & faranno in summa 116329227572660 per il nostro riccercato denominatore da mettere sotto di quella linea, si che facendo la detta nostra propinqua radice cu. cu. del detto numero 5025026699592164 sara 43 [illegible], & se di tal nostra conclusione ne sara fatta la prova naturale si trovara, che il suo cubo di cubo non errara di cosa di momento dal nostro proposito numero, ma nella radice sara quasi nulla.

La causa della sopra data nostra regola da cavar la radice cuba di cubo, & similmente quella di formar il rotto di quello, che sopr'avanza nelli numeri non cubi di cubi, per dar tai radice propinque al vero. Si puo assignare da questa sonosciuta propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi ritrovata.

Propositione dal presente auttor ritrovata.

SE una quantita sara divisa in due parti, come si voglia, il cubo del cubo di tutta la detta quantita, sempre sara eguale a questi dieci principali produtti, cioe al produtto del cu.cu. della prima parte, & al produtto del nonuplo del ce.ce.cu. della detta prima per te sia la seconda parte. Et al produtto del 36 uplo del secondo relato della detta prima parte, sia il cen. della detta seconda parte, & al produtto del 84 uplo del censo cubo della detta prima, sia il cubo della seconda, & al produtto del 126 uplo del relato della detta prima sia il ce. ce. della seconda, & al produtto del 126 uplo del relato della seconda parte, sia il cen.cen. della prima, & al produtto del 84 uplo del censo cubo della detta seconda, sia il cubo della prima, & al produtto del 36 uplo del secondo relato della detta seconda sia il censo della prima, & al produtto del nonuplo del cen.cen.cen. della detta seconda, sia la prima simplice, & finalmente al produtto del cubo cubo della detta seconda parte. Essempi gratia sia tutta la quantita a b. (poniamo 10 per numero) divisa in due parti in ponto c. & poniamo che la prima parte (cioe la a c.) sia 6. & la seconda (cioe la c b.) sia 4. hor dico che il cubo del cubo di tutta la a b. qual veniria a esser 1000000000 sara eguale a questi diece principali produtti, cioe al cu.cu. della detta prima parte (cioe di quel 6) qual trovaremo esser 10077696. & questo poniremo da banda per il primo principal produtto, dapoi pigliaremo il cen. cen. cen. della detta prima parte (cioe di quel 6) che fara 1679616. & lo multiplicaremo per 9. fara 15116544. & questo multiplicaremo poi per la seconda parte (cioe per quel 4) fara 60466176 per il secondo produtto, qual notaremo sotto al primo. Poi pigliaremo il secondo relato della detta prima parte (che fara 279936. & lo multiplicaremo per 36 fara 10077696. & questo multiplicaremo poi per il quadrato, o vuoi dir censo della detta seconda parte (qual fara 16) & fara 161243136 per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri duoi. Poi pigliaremo il censo cubo della detta prima (cioe di quel 6) che fara 46656. & lo multiplicaremo per 84. & fara 3919104. & questo multiplicaremo poi per il cubo della seconda parte (qual fara 64) & fara 250822656 per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri tre, poi pigliaremo il relato della detta prima (cioe di quel 6) che fara 7776. & lo multiplicaremo per 126. & fara 979776. & questo multiplicaremo poi sia il cen.cen. della seconda, cioe di quel 4. qual cen.cen. fara 256. fara 250822656. per il quinto produtto, qual notaremo sotto a gli altri 4. poi pigliaremo il relato della seconda parte, cioe di quel 4. che fara 1024. & lo multiplicaremo per 126 fara 129024. & questo multiplicaremo poi per il cen.cen. della prima parte (il qual cen.cen. fara 1296) fara 167215104 per il sesto produtto, qual notaremo sotto a gli altri 5. poi pigliaremo il censo cubo della detta seconda parte, qual fara 4096. & lo multiplicaremo per 84. & fara 344064. & questo multiplicaremo poi sia il cubo della prima, qual fara 216. fara 74317824 per il settimo produtto, & questo notaremo sotto a gli altri 6. poi pigliaremo il secondo relato della detta seconda, qual fara 16384. & lo multiplicaremo per 36 fara 589824. & questo multiplicaremo poi per il censo della prima, qual censo fara

primo produtto	10077696
secondo produtto	60466176
terzo produtto	161243136
quarto produtto	250822656
quinto produtto	250822656
sesto produtto	167215104
settimo produtto	74317824
ottavo produtto	21233664
nono produtto	3538944
decimo produtto	262144
summa	1000000000

so fara 36. fara 21233664 per l'ottauo produtto, qual notaremo sotto a gli altri 7. poi pigliaremo il cen.cen.cen. della detta seconda parte, qual cen.cen.cen. fara 65536. & lo multiplicaremo per 9. fara 589824. & questo multiplicaremo poi per la prima parte simplice (cioe per 6) fara 3538944 per lo nono produtto, qual notaremo sotto a gli altri 8. Poi finalmente pigliaremo il cubo del cubo della detta seconda parte, cioe di quel 4. il qual cu.cu. fara 262144. & questo fara il decimo, & vltimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 9 produtti, & fatto questo li summaremo tutti insieme, laqual cosa facendo trouaremo, che faranno in summa precisamente 1000000000. si come fare anchora il cubo del cubo di tutta la detta quantita a buche el proposito.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la radice cu.cu. delli numeri rotti, & dalli sani, & rotti, & non solamente le rationali, & discrete di detti numeri cu.cu. ma anchora le propinque di quelli, che non sono cu.cu. Cap. XVI.

Come si cauano le radici cu.cu. di rotti cu.cu.

1 Per intendere la regola da cauar le radici cu.cu. di rotti bisogna pur sapere (come nelle passate è stato detto) come che di detti rotti alcuni sono cu.cu. & alcuni non, & molto piu spessi sono quelli, che non sono cu.cu. di quelli che sono cu.cu. li rotti, che sono cu.cu. sono quelli, che dapoi che sono schisati alla vltima schisatione, hanno si il numeratore, come il denominatore numero cubo cubo, come sono quelli $\frac{1}{512}$, $\frac{1}{19683}$, $\frac{1}{262144}$, $\frac{1}{1953125}$, & infiniti altri simili. Onde per cauar la detta radice cu.cu. di questi tai rotti, & altri simili, cauaremo la detta radice del numeratore, & la metteremo sopra di vn'altra linea, pur per numeratore, & dapoi cauaremo anchora la detta radice del denominator, & la poneremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & tal $\frac{*}{*}$ rotto fara la radice cu.cu. del primo. Essempi gratia secondo tal ordine cauaremo la detta radice cu.cu. di $\frac{1}{512}$ trouaremo quella esser $\frac{1}{2}$, & cosi con tal ordine la radice cu.cu. di $\frac{1}{19683}$ trouaremo esser $\frac{1}{3}$, & quella di $\frac{1}{262144}$ esser $\frac{1}{4}$ & quella di $\frac{1}{1953125}$ esser $\frac{1}{5}$, & cosi si douera procedere nelle altre simili, & se di tai estrattioni ne vorremo far la proua naturale reccaremo tai radici al suo cubo di cubo, & se ne ritornaranno il nostro primo rotto diremo la nostra operatione esser buona, ma tornando altramente saria falsa.

la R cu.cu. di $\frac{1}{512}$ è $\frac{1}{2}$
la R cu.cu. di $\frac{1}{19683}$ è $\frac{1}{3}$
la R cu.cu. di $\frac{1}{262144}$ è $\frac{1}{4}$
la R cu.cu. di $\frac{1}{1953125}$ è $\frac{1}{5}$
Essempio

Come si cauano le propinque radici cu.cu. di rotti non cu.cu.

2 Ma quando, che il numeratore del rotto, & il suo denominator non saranno ambidui cu.cu. tal rotto non sara cubo di cubo, & quando che vn rotto non sara cu.cu. & che di quello ne voremo cauar la sua propinqua radice cu.cu. tal atto si puo essequir per tre diuerse regole, ma la piu ingeniosa, & la manco errori soggetta é questa, reccaremo sempre il suo denominatore al suo cen.cen.cen. & qual tal cen.cen.cen. multiplicaremo fia il suo numeratore, & di quel produtto ne cauaremo la sua propinqua radice cu.cu. (secondo l'ordine della nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partiremo per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo auenimento di tal partimento sara la propinqua radice di quel tal rotto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cu.cu. de $\frac{3}{4}$ prima trouaremo il censo di censo di censo di quel 4. che è sotto la virgola per denominatore (che fara 65536) & lo multiplicaremo per quel 3. qual è sopra la virgola per numeratore fara 196608. & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice cu.cu. (per la detta nostra regola data nella terza del precedente capo) & trouaremo quella essere $3\frac{176925}{242461}$, & questa partiremo per il detto denominator del nostro primo rotto (cio è per quel 4. che è sotto la virgola) il che facendo ne venira $\frac{904308}{969844}$, & tanto diremo esser la propinqua radice cu.cu. di $\frac{3}{4}$ della qual propinqua radice cu.cu. se ne faremo la sua proua naturale (cio è trouando il suo cubo di cubo) trouaremo il suo cu.cu. errar di vna picola cosa del nostro proposito $\frac{3}{4}$.

La causa di questa sopra data regola, quando che con il tuo studio sarai aggionto alla decima del settimo capo delle proportioni, se non sarai piu, che sciocco sarai atto a intenderla da te medesimo, mediante gli auisi dati nelle passate sopra li rotti.

Come si cauano le radici cube cube di numeri sani, & rotti cubi di cubi.

3 Hauendo ben intesa la regola di cauare le radici cu.cu. di rotti cubi di cubi, & le propinque di quelli, che non sono cubi di cubi, facil cosa fara (come in tutte le passate si è visto) a intendere la regola di far il medesimo delli numeri sani, & rotti, per esser quella medesima, saluo che vi occorre maggiori numeri nelli numeratori, per causa della

riduttione di sani al suo rotto, e pertanto dico (come fu detto di rotti simplici) che de tal numeri sani, & rotti alcuni esser cubi cubi, & alcuni non, li cubi cubi sono quelli, che dapoi la riduttione del sano al suo rotto (schiffato) haueremo il suo numeratore (di nuouo formato) numero cu. cu. & similmente il suo denominatore, come essempi gratia saria $3814\frac{357}{512}$, qual riducendo quel 3814 in 512 esimi, & giontoui quel 357 esimi sara in summa $\frac{1953125}{512}$, & perche l'uno, & l'altro di detti duoi numeri (cioe il numerator, & il denominatore) è numero cubo cubo, tal numero sano, e rotto diremo esser cubo cubo, & volendone cauar la sua radice cuba cuba cauaremo la detta radice di quel 1953125 (che è sopra la virgola) & trouaremo quella esser 5. poi cauaremo similmente la detta radice di quel 512 (che è sotto la detta virgola) & trouaremo quella esser 2. poi partiremo quel 5 per questo 2. & ne venira $2\frac{1}{2}$, & cosi concluderemo la detta radice cu.cu. di quel $3814\frac{357}{512}$ esser $2\frac{1}{2}$, che se ne farai proua reccando quel $2\frac{1}{2}$ al suo cubo cubo trouarai tal suo cubo cubo esser precisamente quel $3814\frac{357}{512}$, & cosi con tal regola si debbe procedere nelle altre simili.

Come si cauano le propinque radice cu.cu. dalli numeri sani, et rotti non cu. cu.

4 Ma quando che li detti numeri sani, & rotti non saranno cubi cubi, & che di quelli ne vorremo trouar la sua propinqua radice cu.cu. tal atto si puo essequir per tre diuersi modi ragioneuoli, ma il piu ispediente, & a manco errori soggetto è simile a quel modo dato sopra di rotti non cu.cu. cioe schiffar il rotto, & dapoi reccar il sano a tal specie di rotto (come fu fatto nella precedente) & dapoi reccar il denominatore al suo cen.cen.cen. & tal cen.cen.cen. multiplicarlo sia quel grande numeratore (gia formato con la riduttione del sano) & di tal prodotto cauarne la propinqua radice cu.cu. (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & tal radice propinqua partirla per quel medesimo denominatore, & lo auenimento sara la propinqua radice cu.cu. di quel tal numero sano, & rotto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cu.cu. di $4\frac{1}{2}$ faremo tutto in mezzi, che saranno $\frac{9}{2}$, poi reccaremo quel 2 (denominatore) al suo cen. cen. cen. il qual sara 256. & questo multiplicaremo sia quel 9. (che è sopra la virgola per numeratore) fara 2304. & di questo ne cauaremo la sua propinqua R cu. cu. Onde procedendo per la detta nostra regola data nella terza del precedente capo trouaremo quella esser 2 [illegible], & questa partiremo per quel medesimo 2. che è sotto alla virgola per denominatore, il che facendo ne venira 1 [illegible], & tanto diremo, che sia la propinqua radice cu.cu. del detto $4\frac{1}{2}$, che se ne farai la proua naturale tu trouarai, che il suo cu.cu. di tal propinqua radice non errara in cosa di momento del detto $4\frac{1}{2}$, il qual errore nella detta radice sara quasi nulla, & cosi con tal ordine procederai nelle simili.

Essempio

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la nona specie di radice detta censa relata. Cap. XVII.

Radici cense relate	Numeri censi relati
1	1
2	1024
3	59049
4	1048576
5	9765625
6	60466176
7	282475249
8	1073741824
9	3486784401

1 Per voler cauar la nona specie di radice chiamata radice censa relata, egli è necessario (si come nelle altre specie è stato detto) hauer vna tauoletta, doue siano sopra notati tutti li numeri censi relati prodotti, ouer causati da ciascun numero digito, con il suo digito, che io causa a dirimpetto, si come radice cen.relata di tal numero cen.relato, come che in margine appare, & quella tal tauoletta tenerista sempre auanti quando, che si vuol cauar la detta radice censa relata da qualche proposto numero, per poter inuestigare, & trouar tutte quelle particularita a tal regola necessarie, come che nel nostro processo si narrara. Nota che per radice censa relata si debbe intendere per radice censa prima relata, & cosi per numero censo relato si debbe intendere per numero censo del primo relato.

Come si cauano le radice cense relate di numeri menori.

2 Per cauar la radice ce.rel. di vn numero menore, & per numeri menori (come in tutte le altre è stato detto) si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice censa relata non puo esser piu di vna figura sola, & pero il maggior di tal numeri menori in questa specie di radice non ponno esser piu, che di 10 figure, perche il censo relato del maggior numero digito (qual è il 9) è di 10 figure composto (come nella tauoletta posta in margine si vede) & pero per conoscere in questa specie di radice, se vn proposto numero sia di menori, ouer di maggiori, si osserua di far vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se per caso non passa dieci figure si lascia cosi, perche tal ponto ne dinota tal numero esser di menori, cioe tal ponto ne dinota

dinota la radice censa relata di quel tal numero esser di una sola figura (non parlando del rotto, che si potria formar del avanzo) ma se tal numero fusse di piu di dette diece figure, tal numero saria di maggiori, & bisogneria poi farui altri ponti (come al suo luogo si dira) Dico adonque che tal numero necessariamente, over che sara numero censo relato, over veramente non. Se sara numero censo relato, tal sua radice censa relata ne sara nota, per vigor di quella taucletta in margine posta, laqual (come è detto) bisogna sempre hauer auanti in scritto, perche se vorremo cauar la detta radice censa relata poniamo di. 1. noi saperemo per vigor di tal tauoletta, che la sara pur 1. & cosi di 1024 saperemo tal radice esser 2. & cosi di 59049 saperemo quella esser 3. & similmente di 1048576 saperemo quella esser 4. & di 9765625 quella esser 5. & di 60466176 esser 6. & di 282475249 esser 7. & di 1073741824 esser 8. & finalmente quella di 3486784401. saperemo quella esser 9.

Regola generale (dal presente auttor ritrouata) da cauare la
radice censa relata di numeri non censi relati.

5 MA quando che il detto numero proposto non sara censo relato, & che di quello ne vorremo cauar la sua propinqua radice censa relata prima cauaremo la detta radice censa relata del maggior numero censo relato contenuto da tal proposto numero (laqual cosa facilmente comprenderai per vigor della sopradetta tauoletta, & quello che gli auanzara sopra la tua operatione ponerai secondo il solito) sopra di una linea per numeratore, & fatto questo per formar il denominatore da mettere sotto di quella bisogna notare, come che quello si forma con 9 principali produtti, over multiplicationi, il primo produtto si forma con il decuplo del cubo cubo della prima radice gia cauata, il secondo si forma con il 45 uplo del ce. ce. ce. della detta prima radice gia cauata, il terzo si forma con il 120 uplo del secondo relato della detta prima radice gia cauata, il quarto si forma con il 210 uplo del censo cubo della detta prima radice gia cauata, il quinto si forma con il 252 uplo del relato della detta prima radice gia cauata, il sesto si forma con il 210 uplo del cen. cen. della detta prima radice gia cauata, il settimo si forma con il 120 uplo del cubo della detta prima radice gia cauata, l'ottauo si forma cō il 45 uplo del censo della detta prima radice gia cauata, il nono, & vltimo produtto si forma con il decuplo della detta simplice radice gia cauata, & cosi la summa di quelli 9 principali produtti si douera ponere sotto alla sopradetta linea per denominatore, & la detta prima radice gia cauata insieme con quel tal rotto sara la propinqua radice cen. relata di quel tal proposito numero non censo relato. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice censa relata, poniamo di 181400064. prima cauo la detta radice censa relata del maggior numero censo relato contenuto dal detto 181400064. & trouarai per vigor di quella tauoletta tal radice esser 6. delqual 6. il suo cen. relato sara 60466176. qual sottratto dal detto 181400064. ti restara 120933888 (come in margine appare) & questo sopra auanzo ponerai secondo il solito sopra di una linea per numeratore, hor per formar il denominator da poner sotto di tal linea, tu lo formarai con li sopradetti 9 produtti. Onde per

$$\begin{array}{r|l} 120933888 & \\ 181400064 & 6\frac{120933888}{222009072} \\ 60466176 & \end{array}$$

formar il primo, piglia il cu. cu. di quel 6 (prima radice gia cauata) che fara 10077696. & multiplicalo per 10. fara 100776960 per il detto primo produtto, poi piglia il cen. cen. cen. del detto 6. che fara 1679616. & multiplicalo per 45 fara 75582720 per il secondo produtto, poi piglia il secondo relato del detto 6. che fara 279936. & multiplicalo per 120 fara 33592320 per il terzo produtto. Dapoi piglia il censo cubo del detto 6 (che fara 46656) & multiplicalo per 210 fara 9797760 per il quarto produtto. Dapoi piglia il relato del detto 6. che fara 7776. & multiplicalo per 252 fara 1959552 per il quinto produtto. Dapoi piglia il cen. cen. del detto 6. che fara 1296. & multiplicalo per 210 fara 272160 per il sesto produtto. Dapoi piglia il cubo del detto 6. che fara 216. & multiplicalo per 120 fara 25920 per il settimo produtto. Dapoi piglia il quadrato, o vuoi dir censo del detto 6. che fara 36. & multiplicalo per 45. fara 1620 per l'ottauo produtto, dapoi piglia simplicemente il detto 6. & multiplicalo per 10 fara 60 per il nono, & vltimo produtto, & tutti quelli 9 produtti ponerli l'uno sotto l'altro ordinatamente, & summali insieme, il che facendo trouarai che in summa faranno 222009072 per il denominatore da mettere sotto alla sopradetta linea, laqual cosa facendo, & accompagnato poi tal rotto con il detto 6 dira $6\frac{120933888}{222009072}$ & tanto sara la propinqua radice censa relata del sopradetto 181400064. che se ne sara la proua naturale, cioe recando tal propinqua radice censa relata al suo censo relato trouarai che poco errara del detto nostro 181400064. il qual error nella detta si fara quasi nulla.

cu. cu.	10077696
	10
primo produtto	100776960
ce. ce. ce.	1679616
	45
	8398080
	6718464
secondo produtto	75582720
secondo rel.	279936
	120
terzo produtto	33592320
cen. cu.	46656
	210
	466560
	93312
quarto produtto	9797760
rel.	7776
	252
	15552
	38880
	15552
quinto produtto	1959552
cen. cen.	1296
	210
	12960
	2592
sesto produtto	272160
cu.	216
	120
settimo produtto	25920
cen.	36
	45
ottauo produtto	1620
simplice	6
	10
nono produtto	60

Da notare.

4 ANchora per queste propinque radice cense relate, bisogna notare qualmente gli occorre quel medesimo accidente, ouer conditione, che si è trouato occorrere in tutte le altre passate specie di radici, cioe che di tutti quelli numeri, che mancano, 1. o 2. sacongiamo di vna sola vnita a esser numero censo relato, la propinqua radice censa relata di quello (cauata secondo questa nostra regola) sempre venira senza rotto, & il censo relato di tal propinqua R cauandola cauata solamente di vna sola vnita di piu dal nostro proposto numero, laqual vnita di errore, che sa nel detto suo censo relato, nella detta propinqua radice poi sara quasi nulla, come in tutte le altre è stato detto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua R cen. relata di 28247524. qual manca di vna sola vnita a esser il censo relato di 7 (come nella tauoletta si puo vedere) hor dico che cauandone la sua propinqua radice censa relata secondo quel medesimo modo, ouer ordine che è stato fatto nella precedente si trouara tal propinqua radice censa relata esser 6 [illegible], che veniria a esser precisamente 7 senza alcun rotto (come habbiamo detto) delqual 7 facendone la prova naturale si trouara, che il suo censo relato sara 28247525. cioe vna vnita di piu del nostro 28247524. come che habbiamo detto, il qual errore nella detta propinqua radice (cioe in quel 7) sara quasi niente.

primo prodotto	100726960
secondo prodotto	75611520
terzo prodotto	25192220
quarto prodotto —	9777760
quinto prodotto	2955552
sesto prodotto —	272160
settimo prodotto —	25920
ottauo prodotto —	1620
nono prodotto — —	60
denominatore	222003072

Anchora bisogna sapere, che se per sorte lo auanzo fusse maggior del detto denominatore trouato secondo questa nostra regola saria segno tu hauer errato nella operatione, perche mai puo auanzar piu del detto denominatore, ma solamente eguale, ouer menor di quello, come nelle altre è stato detto.

Si porria anchora dar regola di saper trouar altre radici piu propinque di questa prima, & in infinito, ma per esser questa prima talmente propinqua mi par cosa superflua a dar altramente detta regola di trouarla piu propinqua.

Come si pontano le figure di numeri maggiori per cauarne la sua radice censa relata, & per conoscere di quante figure, ouer digiti sara tal radice.

5 MA quando che il numero, delquali si ha da cauar la radice censa relata sara piu che diece figure tal numero sara di maggiori, perche la sua radice censa relata conuien esser piu di vna figura, & tanto piu sara maggiore quanto che di maggior numero di figure si trouara esser la radice censa relata di quello, laqual cosa si conosce con il pontar le figure di quello (come nella passata specie è stato fatto) vero è che in questa nona specie di radice si vanno appontando di diece in diece figure, cioe in questa vi s'interlascia fra ponto, & ponto 9 figure, cioe vna figura di piu di quello si fece nella passata, & pero in questa si fa il primo ponto sopra la prima figura verso man destra, & se ne interlascia 9 di quelle, che seguitano, & si appontà l'altra che seguita, che saria la vndecima, & cosi con tal ordine andar procedendo di mano in mano, se tal figure fussero molte, cioe interlasciandone sempre 9. & pontar l'altra che seguita, come che in questo essempio di 25 figure appare 5234678030076976692052214 5, lequali 25 figure riceuono solamente tre ponti secondo l'ordine detto, & pero la sua radice censa relata sara solamente di tre figure dellequal tre figure la prima si ha da trouare sotto al terzo ponto (computando quelle altre figure, che sono dal detto terzo ponto verso man sinistra) & cosi la seconda figura di tal radice si ha da trouare sotto al 2. ponto (computando tutte quelle altre figure, che saranno dal detto secondo ponto verso la detta man sinistra, & cosi la terza, & vltima figura si ha da inuestigare sotto al primo ponto, verso man destra, computandoui pur tutte quelle figure, che saranno dal detto primo ponto verso man sinistra, il modo di trouar tal figure nella seguente si dira.

Come si cauano le radice cense relate da quelli numeri che riceuono solamente duoi ponti.

6 HOr volendo cauar la radice censa relata pontiamo di questo numero 1667988097820, prima pontaremo queste 14 figure secondo l'ordine detto di sopra, & trouaremo che riceueranno solamente duoi ponti, dellequali l'uno va sopra la prima figura verso man destra, & l'altro va sopra la vndecima, che seguita (come che in margine si puo vedere

vedere, liquali doi ponti ne dinotano (come di sopra è stato detto) la radice censa relata di tal numero esser di due figure, l'una di queste figure (cioe la prima che si ha da cauare) bisogna trouarla sotto a quel secondo ponto, & l'altra poi si ha da trouar sotto al primo ponto, & questa venira a esser la seconda trouata, per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto, computandoui quelle altre tre figure, che seguitano verso man sinistra, che in tutto fariano 1667. intelligeremo la detta radice censa relata del detto 1667. ouero quella del maggior numero censo relato, che sia contenuto da quello. Onde per vigor della nostra tauoletta trouaremo tal radice esser 2. qual 2 lo notaremo secondo il solito oltra la linea a b. & per saper quanto sia il suo numero, pigliaremo il censo relato del detto 2. che sara 1024. & lo poneremo sotto a quel 1667. & lo sotraremo da quello, & trouaremo restar 643. (come sopra alla prima operatione appare) alqual resto giontoui la figura, che seguita dira poi 6439. fatto questo, per trouar mo la seconda figura, ouer digito pigliaremo il cu.cu. della detta figura trouata (cioe di quel 2) che sara 512. & lo multiplicaremo per 10 per regola ferma fara 5120. et questo lo notaremo ordinatamente sotto a quel 6439. che ne restò sopra la prima operatione, come nella seconda operatione appare, & trouaremo, che la prima figura verso man sinistra di quel 5120. (cioe quel 5) hauer rettamente sopra di se 6. Hor bisogna mo con diligentia, & isperientia vedere quante volte puo intrare il detto 5 nel sopradetto 6. con queste conditioni, che non solamente nel sopra restante vi possa intrare le altre figure che gli segue dietro (come nelli partiri per galia, ouer batello si costuma) ma che anchora vi resti tanto, che a tal resto giontoui la figura, che seguita se ne possa poi cauare il produtto del 45 uplo del cen.cen.cen. del detto 2 fia il censo di quella figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con la figura che seguita) se ne possa cauare il produtto del 120 uplo del secondo relato di quel medesimo 2 fia il cubo di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con l'altra figura, che seguita) se ne possa cauare il produtto del 210 uplo del censo cubo del detto 2. fia il cen.cen. della detta seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con la figura, che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione, ouer produtto del 252. del relato del detto 2 fia il relato di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con la figura, che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione, ouer produtto del 210 uplo del censo cubo di quella seconda figura trouata fia il censo censo della prima figura trouata (cioe di quel 2) & che anchora del restante (accompagnato con la figura, che seguita) se ne possa cauare la multiplicatione, ouer produtto del 120 uplo del secondo relato della detta seconda figura trouata fia il cubo della prima, & che anchora del restante (accompagnato con la figura, che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione, ouer produtto del 45 uplo del cen.cen.cen. della detta seconda figura fia il censo della prima, & che anchora del restante (accompagnato con la figura, che seguita) se ne possa cauar la multiplicatione, ouer produtto del decuplo del cu. cu. della detta seconda figura, fia la prima simplice, & che anchora del restante (accompagnato con quella vltima figura apponanta, che seguita) se ne possa cauar finalmente il cen.rel. della detta seconda figura trouata. Son certo che sentendo tante conditioni di douer occorrere, che ti debbono quasi farti sgomentare, & disfidare di saper cauar tal specie di radici, ma quasi il tutto sta (come sopra le altre passate specie è stato detto) in due, ouer tre isperimentationi quando che gli auanza numero assai, ma in molte se ne verifica in vna sola isperientia, ouer due, & massime in quelle, che nel principio vi auanza poco numero, come accade in questa nostra, nellaqual si vede, che quel 5 di sotto non puo intrare, saluo che vna volta in quel 6 che gli sta rettamente sopra, & pero in vna sola isperientia se ne potremo chiarire, cioe vedendo di fuora via se facendolo intrare quella volta sola, se potremo essequir nelli restanti di mano in mano le sopradette qualita, ouer conditioni, & perche trouaremo che in fine vi mancara vna sola volta a essequire tutte le dette conditioni, & pero saremo chiari, che non potra intrare quella volta sola, onde lo faremo intrar .0. & cosi notaremo il detto .0. appresso a quel 2. oltra la linea a b. & dira poi 20, come nella detta seconda operatione appare, & perche tutte quelle multiplicationi, ouer produtti di sopra narrati per causa della detta seconda figura, (laqual è nulla) si vengono a risoluersi in nulla, per laqual cosa seguita senza procedere in altre operationi, che la detta radice censa relata del detto 16679880978200 esser il detto 20. & auanzar tutto quel numero, ch'è sopra alla seconda operatione si ritroua computando tutte le altre figure, che seguitano per fino al primo ponto, lequal figure in tutto dirano 6439880978200. per il qual auanzo siamo chiari il detto proposito numero 16679880978200. non esser censo relato, ne tal 20 esser perfetta radice censa relata di quello, anzi tal sua radice censa relata è irrationale, ma se vorremo far proua se nella detta general operatione habbiamo fatto alcuno errore, lo potremo far, & facendola, o con tutto il 20. ouer con la proua del 7. ouer del 9. la trouaremo buona, dico

prima operatione
primo produtto censo rel. della prima 1024.

0643	a
16679880978200	2
1024	b

cu. cu. della prima 512
10

secondo produtto 5120

seconda operatione

06439	a
16679880978200	20
5120	b
512	

buona in quanto alla general operatione, ma non in quanto alla perfetta radice censi relato, per esser (com'è detto) irrationale, o vuoi dir sorda, ma volendola assignar propinqua alla verita (per la regola nostra) poneremo quei 6439880978200. che ne è restato sopra di una linea per numeratore consequentemente dietro al detto 20. & per trovar il denominatore da mettere sotto di tal linea, lo formaremo con quelli 9 principali produtti detti nella terza del precedente capo, cioe pigliaremo il decuplo del cubo cubo del la nostra radice cavata (cioe di quel 20) il qual suo cubo di cubo sara 512000000000. qual multiplicandolo poi per 10 (per regola ferma) sara 5120000000000. & questo sara il primo produtto (come in margine si puo veder notato) poi pigliaremo il cen. cen. cen. del detto 20. che sara 25600000000. & lo multiplicaremo per 45 (per regola ferma) sara 1152000000000. per il secondo produtto, poi pigliaremo il secōdo rel. del detto 20 (che sara 1280000000.) & lo multiplicaremo per 120 (per regola ferma) sara 153600000000 per il terzo produtto, dapoi pigliaremo il censo cubo del detto 20 (che sara 64000000) & lo multiplicaremo per 210 (per regola ferma) sara 13440000000 per il quarto produtto, dapoi pigliaremo il relato del detto 20 (che sara 3200000) & lo multiplicaremo per 252 (per regola ferma) sara 806400000 per il quinto produtto, dapoi pigliaremo il cen. cen. del detto 20. che sara 160000. & lo multiplicaremo per 210 (per regola ferma) sara 33600000 per il sesto produtto, dapoi pigliaremo il cubo del detto 20. che sara 8000. & lo multiplicaremo per 120 (per regola ferma) sara 960000 per il settimo produtto, dapoi pigliaremo il censo del detto 20. che sara 400. & lo multiplicaremo per 45 (per regola ferma) sara 18000. per l'ottavo produtto, dapoi finalmente toremo simplicemente il detto 20. & lo multiplicaremo per 10 (per regola ferma) sara 200 per il nono, & ultimo produtto, & cosi tutti questi 9 principali produtti gli assettaremo ordinatamente l'uno sotto l'altro, & li summaremo insieme, il che facendo trovaremo, che faranno in summa 16807880978200 per il nostro ricercato denominatore, qual mettendolo sotto alla detta linea, trovaremo che la nostra propinqua radice censi relata dō detto numero 16679880978200 esser $20\frac{6439880978200}{16807880978200}$, che sara precisamente 21. senza alcun rotto, la qual cosa ne dinota il detto 16679880978200. manca di una sola unita a esser numero cen. del primo rel. & pero se ne faremo la prova naturale, cioe recando la detta radice propinqua (cioe il detto 21) al suo censo primo relato, trovaremo quel sar una sola unita di piu del detto nostro proposito numero, ma tal errore nella detta radice, cioe nel detto 21. è quasi nulla, come piu volte è stato detto.

0643		2	ultima conclusione
16679880978200			$20\frac{6439880978200}{16807880978200}$
10240		b	cioe sara 21.
512			

primo produtto	5120000000000
secondo produtto	11520000000000
terzo produtto	153600000000
quarto produtto	13440000000
quinto produtto —	806400000
sesto produtto —	33600000
settimo produtto —	960000
ottavo produtto — —	18000
nono produtto — — —	200
denominatore	16807880978200

La causa della sopra data nostra regola da cavar la radice censi prima relata, & similmente quella da formar il rotto di quello, che sopr'avanza nelli numeri censi primi relati, per dar tal radice propinqua al vero, si puo assignar da questa sottoscritta propositione, non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi ritrovata.

Propositione dal presente auttor ritrovata.

SE una quantita sara divisa in due parti, come si voglia, il censo del primo relato di tutta la detta quantita, sempre sara eguale a questi undici principali produtti, cioe al produtto del censo relato della prima parte, & al produtto del decuplo del cu. cu. della detta prima parte, sia la seconda parte. Et al produtto del 45 uplo del cen. cen. cen. della detta prima parte sia il censo della seconda, & al 120 uplo del secondo relato della detta prima sia il cubo della seconda, & al produtto del 210 uplo del censo cubo della detta prima, sia il cen. cen. della seconda, & al produtto del 252 uplo del relato della detta prima sia il relato della seconda, & al produtto del 210 uplo del censo cubo della seconda parte sia il cen. cen. della prima, & al produtto del 120 uplo del secondo relato della detta seconda sia il cubo della prima, & al produtto del 45 uplo del cen. cen. cen. della detta seconda sia il censo della prima, & al produtto del decuplo del cu. cu. della detta seconda sia la prima simplice, & finalmente al produtto del censo relato della detta seconda. Essempi gratia sia tutta la quantita a b. (poniamo 20 per numero) divisa in due

a 10 c b
7 3
cen.rel.di tutta la.a.b. 10000000000

due parti in ponto.c. Et ponismo che la prima parte (cioe la.a c.) sia 7. & la seconda (cioe la.c b.) sia 3. Dico che il censo del primo relato, o vuoi dir il primo relato del censo di tutta la quantita.a b. (qual veniria a essere 10000000000) sara equale a questi vndici principali produtti, cioe al censo relato della detta prima parte (cioe di quel 7) qual trouaremo esser 282475249. & questo poneremo da banda per il principal produtto. Dapoi pigliaremo il cu.cu. della detta prima parte (cioe di quel 7) che sara 40353607. & lo multiplicaremo per 10 fara 403536070. & questo multiplicaremo poi per la seconda parte (cioe per quel 3) fara 1210608210 per il secondo produtto, qual notaremo sotto al primo. Dapoi pigliaremo il cen.cen.cen. della detta prima parte, che sara 5764801. & lo multiplicaremo per 45. fara 259416045. & questo multiplicaremo poi per il censo della seconda (qual censo sara 9) fara 2334744405. per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 2 produtti. Dapoi pigliaremo il secondo relato della detta prima, che sara 823543. & lo multiplicaremo p. 120. fara 98825160. & questo lo multiplicaremo poi per il cubo della seconda (qual cubo sara 27) fara 2668279320. per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 3. dapoi pigliaremo il censo cubo della detta prima, che sara 117649. & lo multiplicaremo per 210. fara 24706290. & questo multiplicaremo poi per il cen.cen. della seconda, qual cen.cen. sara 81. fara 2001209490. per il quinto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 4. Dapoi pigliaremo il relato della detta prima, che sara 16807. & lo multiplicaremo per 252. fara 4235364. & questo multiplicaremo poi per il relato della seconda (qual relato sara 243) fara 1029193452 per il sesto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 5 produtti. Dapoi pigliaremo il censo cubo della detta seconda, che sara 729. & lo multiplicaremo per 210 fara 153090. & questo multiplicaremo poi per il cen.cen. della prima, qual cen. cen. sara 2401. fara 367569090. per il settimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 6. dapoi pigliaremo il secondo relato della detta seconda, qual sara 2187. & lo multiplicaremo per 120. fara 262440. & questo multiplicaremo poi per il cubo della prima, qual cubo sara 343. fara 90016920 per l'ottauo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 7. dapoi pigliaremo il cen.cen.cen. della detta seconda, che sara 6561. & lo multiplicaremo per 45. fara 295245. & questo multiplicaremo poi per il censo della prima (qual cen. sara 49) & fara 14467005 per il nono produtto, qual notaremo sotto a gli altri 8. dapoi pigliaremo il cu.cu. della detta seconda, che sara 19683. & lo multiplicaremo per 10. fara 196830. & questo multiplicaremo poi per la prima parte simplice (cioe per quel 7) fara 1377810 per il decimo produtto, qual notaremo sotto a gli altri 9. dapoi pigliaremo il censo relato della detta seconda parte, qual sara 59049. & questo sara l'vndecimo, & vltimo produtto, qual posto sotto a gli altri 10. & summandoli poi tutti insieme trouaremo, che faranno in summa precisamente 10000000000 si come fece anchora il censo del primo relato di tutta la detta quantita.a b. ch'e il proposito.

primo produtto	282475249
secondo produtto	1210608210
terzo produtto	2334744405
quarto produtto	2668279320
quinto produtto	2001209490
sesto produtto ——	1029193452
settimo produtto	367569090
ottauo produtto ——	90016920
nono produtto ——	14467005
decimo produtto ——	1377810
vndecimo produtto ——	59049
summa	10000000000

Regola generale dal presente autor ritrouata da cauar la radice censa relata delli numeri rotti, & dalli sani, & rotti, & non solamente le rationali, & discrete di detti numeri censi relati, ma anchora le propinque de quelli, che non sono censi relati.

Cap. XVIII.

Come si cauano le radici cense relate di rotti censi relati.

2 Per intendere il modo, ouer regola da cauar le radici cense relate di rotti bisogna per auertire (come nelle altre specie e stato detto) come che di detti rotti alcuni sono censi relati, & alcuni non, & molto piu spessi sono quelli, che non sono censi relati di quelli, che sono censi relati. Li rotti che sono censi relati sono quelli, che dapoi, che sono schisati alla vltima schisatione, hanno il numeratore, & anchora il denominatore numero censo relato, come sono quelli [illegible], & infiniti altri simili. Onde per cauar la detta radice censa relata di questi tali rotti, & altri simili procederemo secondo l'ordine delle passate specie, cioe cauaremo la radice censa relata del numeratore, & la po

neremo sopra di vn'altra linea, pur per numeratore, & dapoi cauaremo anchora la detta radice del denominatore, & la poneremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & tal secondo Essempio rotto sara la radice censa relata del primo. Essempi gratia se con tal ordine cauaremo la detta radice censa relata di [illegible] trouaremo quella esser $\frac{1}{2}$, & cosi con tal ordine la radice censa relata di [illegible] trouaremo esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & cosi si douera procedere in tutte le altre simili cauationi, & se di quelle ne vorrai far la proua procederai secondo che in tutte le altre seconde la specie sua e stato detto, cioe recarai tai radici al suo censo relato, & se ti ritornaranno il suo primo rotto saranno buone, altramente tornando saranno false.

la R cen. rel. di	[illegible]	è [illegible]
la R cen. rel. di	[illegible]	è [illegible]
la R cen. rel. di	[illegible]	è [illegible]
la R cen. rel. di	[illegible]	è [illegible]
la R cen. rel. di	[illegible]	è [illegible]

Come si cauano le propinque radice canse relate delli rotti non censi relati.

2 MA quando che il numerator del rotto, & il denominatore non saranno l'uno, & l'altro numero censo relato, tal rotto non sara censo relato, & quando che vn rotto non sara censo relato, & che di quello ne vorrai cauare la sua propinqua radice censa relata, tal atto si puo essequire per tre diuerse vie con ragione, ma la piu ispediente, & a manco errori soggetta è questa, recca sempre il suo denominatore al suo cubo di cubo, & tal cu. cu. multiplicarai fia il suo numeratore, & di tal produtto ne cauarai sempre la sua propinqua radice censa relata (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partirai per il medesimo denominatore di tal rotto, & lo auenimento di tal partimento sara la propinqua radice censa relata del predetto rotto. Essempi gratia volendo cauar la detta propinqua radice censa Essempio relata di $\frac{2}{3}$, prima troua il cu. cu. di quel 3 che è sotto alla virgola, qual cu. cu. sara 19683. & multiplicarlo per quel 2 che è sopra la virgola per numeratore fara 39366. & di questo ne cauarai la propinqua radice censa relata (per la detta nostra regola data nella terza del precedente capo) & trouarai quella esser 2 [illegible], & questa partirai per il detto denominatore del nostro primo rotto (cioe per quel 3) il che facendo te ne venira [illegible], & tanto dirai esser la propinqua radice censa relata di $\frac{2}{3}$, della qual propinqua radice censa relata, se ne farai la proua reccandola al suo censo relato, trouarai tal suo censo relato errar di vna piccola cosa dal detto $\frac{2}{3}$, ma nella propria radice sara quasi niente.

La causa di questa regola quando che con il tuo studio sarai giõto alla vndecima del settimo capo del trattato delle proportioni se hauerai ingegno da te medesimo la comprenderai.

Come si cauano le radice canse relate di numeri sani, & rotti censi relati.

3 HAuendo ben inteso la regola da cauar la radice censa relata di rotti censi relati, & le propinque di quelli, che non sono censi relati, facil cosa sara (come in tutte le altre specie si è visto) a intender quella da far il medesimo nelli numeri sani, & rotti per esser quella medesima, saluo che vi interuiene maggiori numeri nelli numeratori, per causa della riduttione di sani al suo rotto, & per tanto dico (come fu detto di rotti simplici) che di tai numeri sani, & rotti, alcuni esser censi relati, & alcuni non, li censi relati sono quelli, che dapoi la riduttione del numero sano al suo rotto (schifato prima) formaranno quel nuouo numeratore, Essempio numero censo relato, dommente che il suo denominatore sia anchora lui numero censo relato, come essempi gratia saria 9536 [illegible], del qual riducendo il sano in 1024 esimi, fara in summe [illegible], & perche l'uno, & l'altro di detti duoi numeri (cioe il numeratore, & anchora il denominatore) è numero censo relato, tal numero sano, & rotto diremo esser censo relato, & volendone cauar la sua radice censa relata cauaremo la detta radice di quel 9765625. che è sopra la virgola, & trouaremo quella esser 5 dapoi cauaremo anchora la detta radice di quel 1024. che è sotto la detta virgola, & trouaremo quella esser 2. dapoi partiremo quel 5 per quello 2. & ne venira $2\frac{1}{2}$, & cosi diremo la radice cen. relata di quel 9536 [illegible] esser $2\frac{1}{2}$, che se ne farai proua, reccando quel $2\frac{1}{2}$ al suo censo relato trouarai tal suo censo relato far precisamente quel 9536 [illegible], & cosi con tal regola si douera procedere ne gli altri simili.

Come si cauano le propinque radici canse relate di numeri sani, & rotti non censi relati.

Ma quando

MA quando che li numeri sani, & rotti non saranno censi relati, & che di quelli ne vorrai cavar la sua propinqua radice cen. rel. tal atto si puo esseguir per tre diverse vie ragionevoli, ma la piu espediente, & a manco error soggetta è simile a quella data sopra li simplici rotti non cen. rel. cioe schiffar il rotto, & dapoi recar il sano a tal specie di rotto (come fu fatto nella precedente) & dapoi recar il denominator al suo cu. cu. & tal cu. cu. multiplicar fia il suo (gia formato) numerator, & di tal produtto cavarne sempre la sua propinqua ℞ cē. relata (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella tal propinqua radice partirla sempre per il medesimo denominatore di tal rotto, & lo avenimento di tal partimento sara la propinqua radice censa relata del detto numero sano, & rotto. Essempi gratia volendo cavar la propinqua radice censa relata di 177148 ½ faremo tutto in mezzi, che saranno in tutto 354297/2 poi recaremo quel 2 (denominatore) al suo cu. cu. il qual sara 512, & questo multiplicaremo fia quel 354297 (che è sopra la virgola per numeratore) sara 181400064. & di questo ne cavaremo la sua propinqua radice censa relata, onde (procedendo secondo l'ordine dato nella detta terza del precedente capo) trovaremo quella esser 6 [illegible], & questa partiremo per quel medesimo 2 (che è sotto alla virgola per denominatore) laqual cosa facendo trovaremo, che ne venira 3 [illegible], & tanto diremo esser la propinqua radice censa relata del detto 177148 ½, che se ne farai prova trovarai, che il censo relato di tal radice errara di una minima cosa del detto 177148 ½, il qual errore nella detta radice sara quasi niente, & cosi con tal ordine procederai nelle simili.

Regola generale dal presente auttor ritrovata da cavar la decima specie di radice detta terza relata. Cap. XIX.

1 PEr cavar la decima specie di radice chiamata radice terza relata, egli è necessario (si come nelle altre specie è stato detto) haver una tavoletta, doue siano sopra notati tutti li numeri terzi relati, produtti, over causati da ciascun numero digito, con il suo digito, che lo causa avanti di se (cioe all'incontro) si come radice terza relata di tal numero terzo relato, come che in margine appare, & questa tal tavoletta se intenda sempre avanti quando, che si vuol cavare la detta radice terza relata da qualche proposito numero, per poter investigar, & trovar tutte quelle particolarita a tal regola necessarie, come nel nostro processo si fara manifesto.

Radici terze relate	Numeri terzi relati
1	1
2	2048
3	177147
4	4194304
5	48828125
6	362797056
7	1977326743
8	8589934592
9	31381059609

Come si cavano le radici terze relate di numeri menori.

2 PEr cavar la ℞ terza rel. d'un numero menore, & per numeri menori si debbe intendere (come in tutte le passate è stato detto) cioe tutti quelli, che la sua radice terza relata non puo esser piu di una figura sola, & pero il maggior di tai numeri menori non puo esser piu, che di vndici figure, in questa specie di radice, perche il terzo relato del maggior numero digito (qual è 9) è di vndici figure composto (come nella tavoletta posta in margine si puo vedere) et per tanto per conoscere in questa specie di radice se un proposito numero sia di menori, over di maggiori, si costuma di far un ponto sopra la prima figura verso man destra, & se per caso tal numero non passa le dette vndici figure si lascia cosi, perche tal ponto ne dinota tal numero essere di menori, cioe tal ponto ne dinota la radice terza relata di quello essere di una sola figura (non parlamo del rotto, che si potria formar del avanzo) ma se tal numero fusse piu di dette 11 figure, tal numero saria di maggiori, & bisognaria poi farui altri ponti (come al suo luogo si dira) dico adonque, che tal numero menore necessariamente, over che sara numero terzo relato, over veramente non, se sara numero terzo relato, tal sua radice si havera nota per vigor di quella tavoletta in margine posta, laqual (come ho detto) bisogna sempre haver avanti in scritto, perche se vorremo cavar la detta ℞ terza relata, poniamo di 1 noi saperemo (per vigor di detta tavoletta) che la sara pur 1. & cosi di 2048 saperemo tal radice esser 2. & cosi di 177147 saperemo quella esser 3. & finalmente di 4194304 saperemo quella esser 4. & cosi di 48828125 quella esser 5. & cosi di 362797056 quella esser 6. & di 1977326743 esser 7. & di 8589934592 esser 8. & finalmente quella di 31381059609 saperemo esser 9.

Regola generale dal presente auttor ritrovata da cavar la propinqua radice terza relata di numeri non terzi relati.

3 MA quando che il detto numero proposito non sara numero terzo relato, & che di quello ne vorremo cavar la sua propinqua radice terza relata, prima cavaremo la detta radice terza

relato del maggior numero terzo relato contenuto da quello, laqual cosa facilmente saperai per vigor della sopradetta tauoletta, & quello che ti auanzera sopra la tua operatione tu lo ponerai secondo il solito sopra di vna linea per numeratore, & fatto questo per formar il denominatore da metter sotto di tal linea, bisogna notare come che quello si forma con 10 principali produtti, over multiplicationi. Il primo produtto si forma con lo vndecuplo del censo relato della prima radice gia cauata. Il secondo si forma con il 55 uplo del cu.cu. della detta prima radice gia cauata. Il terzo si forma con il 165 uplo del cen.cen.cen. della detta prima radice gia cauata. Il quarto si forma con il 330 uplo del secondo relato della detta prima radice gia cauata. Il quinto si forma con il 462 uplo del censo cubo della detta prima radice gia cauata. Il sesto si forma con il 462 uplo del relato della detta prima radice gia cauata. Il settimo si forma con il 330 uplo del cen. cen. della detta prima radice gia cauata. L'ottauo si forma con il 165 uplo del cubo della detta prima radice gia cauata. Il nono si forma con il 55 uplo del quadrato, o vuoi dir cen. della detta prima R gia cauata. Il decimo, & vltimo produtto si forma con lo vndecuplo della detta simplice radice gia cauata, & cosi la summa di questi 10 principali produtti si douera mettere sotto alla sopradetta linea per denominatore, & la detta prima radice gia cauata insieme con quel tal rotto, fara la propinqua radice terza relata di quel tal numero non terzo relato.

Essempio

Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice terza relata, poniamo di 362800128, prima cauo la detta radice terza relata del maggior numero terzo relato contenuto dal detto 362800128. & trouarro (per vigor di quella tauoletta) tal radice esser 6. del qual 6. il suo terzo relato sara 362797056. qual sottratto dal detto 362800128, ti restara 3072. come in margine puoi vedere, & questo sopr'auanzo ponerai secondo il solito sopra di vna linea per numeratore. Poi per formar il denominatore da metter sotto di tal linea tu lo formarai con li sopradetti 10 principali produtti. Onde per formar il primo piglia il censo relato di quel 6 (prima radice gia cauata) che sara 60466176. & multiplicalo per 11 fara 665127936 per il detto primo produtto, dapoi piglia il cu.cu. del detto 6. che sara 10077696. & multiplicalo per 55 fara 554273280. per il secondo produtto, dapoi piglia il cen.cen.cen. del detto 6. che fara 1679616. & multiplicalo per 165 fara 277136640 per il terzo produtto, dapoi piglia il secondo relato del detto 6. che fara 279936. & multiplicalo per 330. fara 92378880 per il quarto produtto, dapoi piglia il censo cubo del detto 6. che fara 46656. & multiplicalo per 462 fara 21555072. per il quinto produtto, dapoi piglia il relato del detto 6. che fara 7776. & multiplicalo per per 462 fara 3592512 per il sesto produtto, dapoi piglia il cen. cen. del detto 6. che fara 1296. & multiplicalo per 330. fara 427680 per il settimo produtto, dapoi piglia il cubo del detto 6. che fara 216. & multiplicalo per 165. fara 35640 per l'ottauo produtto, dapoi piglia il censo del detto 6. che fara 36. & multiplicalo per 55 fara 1980 per il nono produtto, dapoi piglia simplicemente il detto 6. & multiplicalo per 11 fara 66 per il decimo, & vltimo produtto, & tutti questi 10 produtti ponili ordinatamente l'uno sotto l'altro, & summali insieme, laqual cosa facendo trouarai che in summa farano 1614529686 per il denominatore da metter sotto alla sopradetta linea, il che facendo, & accompagnato poi tal rotto con il detto 6. dira $6\frac{3072}{1614529686}$, & tanto fara la propinqua radice R rel. del sopradetto 362800128. che se ne farai proua, cioe recando tal propinqua radice terza relata al suo terzo relato trouarai che poco errara dal detto nostro

	000003072 2
	362800128 ǀ $6\frac{3072}{1614529686}$
	362797056 ℞
cen.rel.	60466176
	11
primo produtto	665127936
cu.cu.	10077696
	55
	50388480
	50388480
secondo produtto	554273280
cen.cen.cen.	1679616
	165
	8398080
	10077696
	1679616
terzo produtto	277136640
secondo relato	279936
	330
	8398080
	839808
quarto produtto	92378880
cen.cu.	46656
	462
	93312
	279936
	186624
quinto produtto	21555072
rel.	7776
	462
	15552
	46656
	31104
sesto produtto	3592512

so nostro 361200128. il qual errore nella detta radice sara quasi nulla.

cen.cen.	1296
	330
	38880
	3888
settimo produtto	427680
cu.	216
	165
	1080
	1296
	216
ottavo produtto	35640
cen.	36
	55
nono produtto	1980
simplice	6
	11
decimo produtto	66

Da notare.

4 ANchora per queste propinque radici terze relate, bisogna notare qualmente gli interuiene quel medesimo accidente, ouer conditione, che si è trouato interuenire in tutte le altre passate specie di radice, cioe che di tutti quelli numeri, che mancano di vna sola vnita a essere numero terzo relato, la sua propinqua radice terza relata (cauata secondo questa nostra regola) sempre venira senza rotto, & il terzo relato di tal propinqua radice errara solamente di vna sola vnita di piu del nostro proposto numero, laqual vnita di errore, che sara nel detto suo terzo relato nella detta propinqua radice sara quasi nulla, come in tutte le altre passate è stato detto. Essempigratia volendo cauar la detta propinqua radice terza relata di 1977326742. qual manca di vna sola vnita a essere il terzo relato di 7 (come nella tauoletta si puo vedere) hor dico che cauandone la sua propinqua R terza relata secondo quel medesimo modo, & ordine, che è stato fatto nella precedente, si trouara tal propinqua radice terza relata esser 6 [illegible], che veniria a esser precisamente 7 senza alcun rotto (come habbiamo detto) del qual 7 facendone la proua naturale si trouara, che il suo terzo relato sara 1977326743. cioe vna vnita di piu del detto nostro 1977326742. come che habbiamo detto, il qual errore, nella detta propinqua radice (cioe in quel 7) sara quasi niente.

primo produtto —	665127936
secondo produtto —	554273280
terzo produtto —	277136640
quarto produtto —	92378880
quinto produtto —	21555072
sesto produtto — —	3592512
settimo produtto — —	427680
ottauo produtto — —	35640
nono produtto — —	1980
decimo produtto — — —	66
denominatore	1614529686

Anchora in questa bisogna auertire (come che nelle altre specie è stato detto) che se per sorte lo auanzo fusse maggiore del detto denominator trouato secondo questa nostra regola saria segno esser errore nella operatione, perche mai puo auanzar piu del detto denominatore, ma solamente equale, ouer menor di quello, come nelle altre specie è stato detto.

Anchora in questa si potria dar regola di poter trouar altre radici piu propinque di questa prima, & in infinito, ma per le ragioni dette nelle passate, me ne passo con silentio.

Come si pontano le figure di numeri maggiori per cauarne la sua radice terza relata, & per conoscere anchora di quante figure, ouer digiti sara tal radice.

5 MA quando che il numero, dalqual si ha da cauar la radice terza relata, sara piu che di vndici figure, tal numero sara di maggiori, perche la sua radice terza relata conuien esser piu, che di vna figura, & tanto piu sara maggiore, quanto che di maggior numero di figure si trouara esser la radice terza relata di quello, laqual cosa si conosce con il pontar le figure di quello (come nelle passate specie è stato fatto) vero è che in questa decima specie di radice si vanno appontando di vndici in vndici figure, cioe fra ponto, & ponto vi si interlascia 10 figure (cioe vna figura di piu di quello si fece nella passata specie) cioe fatto che si ha il primo ponto sopra la prima figura verso man destra (come di sopra fu detto) se ne interlascia 10 di quelle, che seguitano, & si fa il secondo ponto sopra l'altra, che seguita, laqual saria la duodecima, & cosi con tal ordine si va procedendo di mano in mano, se tai figure fussero molte, cioe interlasciandone sempre 10. & apponrar l'altra, che seguita, come che in questo essempio di 30 figure appare 762437682 9704157678975 [illegible], lequal 30 figure ricercono solamente 3 ponti (secondo l'ordine detto) & per tanto la sua radice terza relata sara solamente di 3 figure, dellequal tre figure la prima si haueria da trouare sotto al terzo ponto, computando tutte quelle altre figure, che sono, ouer saranno dal detto terzo ponto verso man sinistra, & cosi la seconda figura si ha-

prima operatione
8 a
99999999999 | 1
8 b
cen. rel. della prima 1
11
secondo produtto 11
seconda operatione
8 a
99999999999 | 11
11 b
1
cu. cu. della prima 1
55
55
cen. della seconda 4
terzo produtto 220
6 terza operatione
57 a
99999999999 | 11
22 b
12
2 ce. ce. ce. prima 1
165
165
cu. della seconda 8
quarto produtto 1320
quarta operatione
4
65
579 a
99999999999 | 11
1320 b
121
21 secondo rel. prima 1
1 330
330
ce. ce. della seconda 16
quinto produtto 5280
quinta operatione
7
42
657
5099 a
99999999999 | 11
21050 b
1228
231 ce. cu. prima 1
15 462
462
rel. della seconda 32
sesto produtto 14784

ueria da inuestigare sotto al secondo ponto (computandoui tutte quelle altre figure, che si trouaranno a esser dal detto secondo ponto verso la detta man sinistra, & cosi la terza, & vltima figura si haueria da trouare sotto al primo ponto verso man destra (computandoui tutte quelle figure, che si trouaranno esser dal detto primo ponto verso man sinistra, il modo da trouar tai figure nella sequente si fara manifesto.

Come si cauano le radici terze relate da quelli numeri, che riceuono solamente duoi ponti.

HOr volendo cauar la radice terza relata poniamo di questo numero 99999999999 prima ponteremo queste 11 figure secondo l'ordine detto di sopra, & trouaremo che riceueranno solamente duoi ponti, delliquali l'uno va sopra la prima figura verso man destra, & l'altro va sopra la duodecima, che seguita, che veniria a esser la vltima andando verso la man sinistra, liquali duoi ponti ne dinotano (come di sopra è stato detto la radice terza relata di tal numero esser di due figure, l'una di queste figure (cioe la prima, che si da trouare) bisogna trouarla sotto a quel secondo ponto posto sopra la vltima, ouer duodecima, l'altra si ha da negotiare, & trouare sotto al primo ponto, & quella veniria a esser la seconda figura trouata. Per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto, sotto del quale non vi è altro, che vna sola figura (cioe vn 9) inuestigaremo la detta R. terza relata del detto 9, ouer quella del maggior numero terzo relato, che sia contenuto dal detto 9, onde per vigor della nostra tauola trouaremo tal radice esser 1, il quale lo notaremo secondo il solito oltra la linea a b. & per saper quanto quanto sia il sopravanzo, pigliaremo il terzo relato del detto 1. che sara pur 1. & lo poneremo sotto a quel 9. & lo sotraremo da quello, & trouaremo restar 8. come sopra la prima operatione si vede, al qual resto giontoui la figura, che seguita, dara poi 89. fatto questo per trouar mo la seconda figura, ouer digito, pigliaremo il censo relato della detta prima figura trouata, cioe di quel 1. il qual censo relato veniria pur a esser 1. & lo multiplicaremo per 11. (per regola fin...) che fara pur 11. & questo 11 lo notaremo sotto a quel 89, che ne resto sopra alla prima operatione, come nella seconda operatione appare, & trouaremo, che la prima figura verso man sinistra, di quel 11 (cioe di quel 1) hauer rettamente sopra di se 8. hor bisogna mo con diligentia vedere quante volte puo intrare il detto 1 nel sopra posto 8. con queste conditioni, che non solamente nel restante vi possa intrare quell'altro 1. che gli segue dietro (come nelli partiri per galia si costuma) ma che anchora vi resti tanto, che a tal resto giontoui la figura, che seguita se ne possa poi cauare il producto del 55 uplo del cu. cu. di quel medesimo 1 (prima figura trouata) fia il censo di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa cauare il producto del 165 uplo del cen. cen. cen. di quel medesimo 1 fia il cubo di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante accompagnato con l'altra figura, che seguita se ne possa cauare il producto del 330 uplo del secondo relato del detto 1 fia il cen. cen. di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante, accompagnato con la figura, che seguita se ne possa cauare il producto del 462 uplo del censo cubo del detto 1 fia il relato di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante accompagnato con quell'altra figura, che seguita se ne possa cauare il producto di 462 uplo del censo cubo di quella seconda figura trouata, fia il relato della prima figura (cioe di quel 1) & che anchora del restante accompagnato con quella figura, che seguita se ne possa anchora cauar il producto del 330 uplo del secondo relato della detta seconda figura fia il cen. cen. della prima, & che anchora del restante accompagnato con la figura che seguita, se ne possa anchor cauare il producto del 165 uplo del cen. cen. cen. della detta seconda figura fia il cubo della prima, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa cauare il producto del 55 uplo del cu. cu. della detta seconda figura fia il censo della prima, & che anchora del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchora cauare il producto del vndecuplo del censo relato della detta seconda figura fia la prima simplice, & che anchora del restante accompagnato, con quella vltima figura del primo ponto appontata, che seguita se ne possa finalmente cauare il terzo relato della detta seconda figura trouata.

Lettor benigno son certo (come piu volte ho detto) che sentendo tante conditioni da douer auertire, che ti debbono far smarire, & diffidare di poter saper cauare tai specie di radici, ma sappi che quasi il tutto si troua in due, ouer tre positioni al piu se auertirai a quel che vn'altra volta ti ho detto di far la prima sperientia sia la mita di quello che puo intrare secondo l'ordine commune del partir per batello. Essempi gratia tu vedi, che quel 1 in quel 8. che gli è sopra intraria 8 volte alla ragion del partir per galia, hor dico che la prima sperientia communamente si debbe fare nella mita

cioe

cioe farlo intrar 4. volte ponendo tal 4 da banda, & cosi di fuora via negotiar se potrai esseguir tutto quello che di sopra è stato detto, il che facendo tu trouarai, & conoscerai nelle prime due, pur nel pasto della terza conditione, che tu hauerai fatto intrar troppo, & tu lo farai intrar tre volte, pur da banda (cioe di fuora via) & negotiarai per il medesimo modo, il che facendo tu trouerai anchora hauerlo fatto intrar troppo, & tu lo farai intrar solamente due volte, onde negotiando di fuora via con quel 2. tu trouarai, che tu esseguirai tutte le sopradette conditioni, liquali cosi vedendo tu notarai il detto 2. consequentemente a quel 1. oltra la linea a b. come nella seconda operatione si puo vedere, & dira poi 12. & dapoi con quel 2 andarai multiplicando di mano in mano le figure di quel 12. & sottrando tai multiplicationi dal sopradetto 89. il che facendo tu ti trouarai auanzar di sopra 67. come sopra alla terza operatione appare, al qual 67 giontoui la figura, che seguita, dira poi 679. fatto questo piglierai il cu. cu. della detta prima figura (cioe di quel 1) che sara pur 1. & multiplicalo per 55 (per regola ferma) fara 55. & questo multiplicalo poi per il censo della seconda figura trouata (cioe per il censo di quel 2. che sara 4) fara 220. & questo ponerai sotto a quel 679. che ti resto sopra la terza operatione, & lo sottrarai da quello, & trouarai che ti restara 459. come sopra la quarta operatione appare, al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 4599. fatto questo piglierai il cen. cen. cen. della detta prima figura (cioe di quel 1) che sara pur 1. & multiplicalo per 165 (per regola ferma) sara pur 165. & questo multiplicalo poi per il cubo della seconda figura (cioe di quel 2) che sara 8. fara 1320. & questo ponerai sotto a quel 4599. che ti resto sopra alla quarta operatione, & lo sottrarai da quello, & ti restara 3279 (come sopra alla quinta operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 32799. fatto questo piglia il secondo relato della detta seconda figura, che sara pur 1. & multiplicalo per 330 (per regola ferma) sara pur 330. & questo multiplicalo poi per il cen. cen. della seconda figura) il qual cen. cen. sara 16) sara 5280. & questo notarai sotto a quel 32799. che ti resto sopra alla quinta operatione, & sottralo da quello, & trouarai, che ti restara 27519 (come sopra alla sesta operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita dira poi 275199. fatto questo piglia il censo cubo della prima, che sara pur 1. & multiplicalo per 462. (per regola ferma) sara pur 462. & questo multiplicalo poi per il relato della seconda, che sara 32. sara 14784. per il sesto prodotto, & questo lo ponerai sotto a quel 275199. che ti resto sopra alla sesta operatione, & lo sottrarai da quello, il che facendo trouarai che ti restara 260415 (come sopra alla settima operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita, dira poi 2604159. fatto questo piglia il censo cubo della seconda figura (che sara 64) & multiplicalo per 462 (per regola ferma) sara 29568. & questo multiplica per il relato della prima figura, che sara pur 1. sara pur 29568. & questo settimo prodotto ponerai sotto a quel 2604159. che ti auanzo sopra alla settima operatione, & lo sottrarai da quello, il che facendo ti restara 2574591. (come sopra alla ottaua operatione appare) al qual resto giontoui la figura, che seguita dira poi 25745919. fatto questo piglia il secondo relato della detta seconda figura, che sara 128. & multiplicalo per 330 (per regola ferma) sara 42240. & questo multiplica poi per il cen. cen. della prima, qual cen. cen. sara pur 1. sara pur 42240 per l'ottauo prodotto, qual ponerai sotto a quel 25745919. che ti resto sopra alla ottaua operatione, & sottralo da quello, & ti restara 25703679 (come sopra la nona operatione si vede) al qual resto giontoui la figura, che seguita dira poi 257036799. fatto questo piglia il censo di censo di censo della seconda figura, che sara 256. & multiplicalo per 165 (per regola ferma) sara 42240. & questo multiplica poi per il cubo della prima, che sara pur 1. sara pur 42240. per il nono prodotto, qual ponerai sotto a quel 257036799. che ti resto sopra alla nona operatione, & sottralo da quello, & ti restara 256994559 (come sopra alla decima operatione appare) al qual resto giontoui la figura, che seguita dira poi 2569945599. fatto piglia il cu. cu. della detta seconda figura, qual cu. cu. sara 512. & multiplicalo per 55 (per regola ferma) sara 28160. & questo multiplica poi per il censo della prima figura, qual censo sara pur 1. sara pur 28160 per il decimo prodotto, qual ponerai sotto a quel 2569945599. che ti resto sopra alla decima operatione, & sottralo da quello, & trouarai che ti restara 2569917439. come sopra alla vndecima operatione, al qual giontoui la figura, che seguita,

ottaua operatione
3
267
3704
42545
652129
5799951 a
999999999999 12
11000450 b
1225564
232752
25491
124
ce. ce. ce. della seconda 256
165
1280
1536
256
42240
cu. della prima 1
nono prodotto 42240

2 sesta operatione
57
425
6571
57995 a
999999999999 12
110064 b
12258
2327
124
ce. cu. della seconda 64
462
128
384
256
rel. della prima 29568
1
7 prodotto 29568

26 settima operatione
370
4254
65712
579995 a
999999999999 12
1100042 b
122556
23275
1549
13
2 rel. della seconda 128
330
3840
384
42240
cen. cen. della prima 1
ottauo prodotto 42240

5 nona operatione
2670
37045
425456
6571297
5799951 a
999999999999 12
11000450 b
1225564
232752
25492
124
cu. cu. della seconda 512
55
2560
2560
28160
cen della prima 1
decimo produt. 28160

dera poi 25699174199. fatto questo piglia il censo relato della seconda figura, qual sara 1024. & multiplicalo per 11. per regola ferma fara 11264. & questo multiplica poi per la prima simplice (cioe per 1) fara pur 11264. qual ponerai sotto a quel 25699174199. che ti restò sopra alla vndecima operatione, & sottralo da quello, & ti restara 25699162935 (come sopra la duodecima operatione si vede) al qual resto giontoui la vltima figura, che seguira dira poi 256991629359. & fatto questo piglia al finalmente il terzo relato della detta seconda figura (cioe di quel 2) qual sara 2048 (come nella vndecima potrai veder) & questo duodecimo, & vltimo produtto ponerai sotto a quel 256991629359. che ti auanzo sopra al la duodecima operatione, & lo sottrarai da quello, il che facendo trouarai, che ti restara 256991627311, come sopra la decima terza, & vltima operatione appare, & cosi sara compita la tua estratione, cioe tu concluderai la R terza relata di quel 999999999999 esser 12. & auanzar 256991627311. il qual auanzo ne dinota tal numero non esser terzo relato, ne tal 12 esser la perfetta radice terza relata di quello, & se vorrai far proua se hai errato nella tua general operatione lo puoi far reccando quel 12 a terzo relato, & a tal terzo relato giongendoui quel 256991627311. che ti auanzo sopra la vltima operatione, & se tal summa fara precisamente il detto 999999999999 sarai sicuro la tua general operatione esser buona, accertando pero che se tal auanzo fusse piu del denominator, che di sotto s'insegnaro di notare (per formar il rotto di tal auanzo) perche se fusse piu tal auanzo del detto denominatore saria segno tu hauer fatto intrar manco del douere, cioe che quel 2. della seconda figura, douería esser piu di 2. & pero auertirai in tai casi in tutte le altre specie di radici, hor tornando al nostro proposito tu la potresti anchora prouar (tal tua general operatione) per la proua del 7. ouer del 9. si come sopra delle passate fu anchora fatto, & tal proua sara piu facile, ma quella con tutto il 12 fara piu sicura, pur a tua satisfatione ti pongo la detta proua per 7. distesa in margine auertendoti che la proua del detto 12 (nostra radice) è 5. la qual proua si va multiplicando di mano in mano per 5. per fina al terzo relato, che trouarai esser 3. al qual 3 giontoui la proua del auanzo, ch'è 4. fara 7. la cui proua è nulla, & nulla debbe esser la proua del nostro 999999999999. & perche in effetto la è nulla, dirai tal tua general operatione esser buona per la proua del 7. dico in quanto alla general operatione, ma in quanto alla vera radice terza relata di tal numero, dico tal vera radice esser irrationale, o vuoi dir sorda, cioe che la non si puo dar per numero, ma volendola trouar propinqua alla verita per la nostra regola, ponerremo

decima operatione

569
26909
370434
4264565
65712905
579995199
999999999999 a | 12 | b
1100045000
122556446
2327422
254922 8
12442
ce. rel. della seconda 1024
11
11264
primo simplice 1
vndecimo pd. 11264

vndecima operatione

569
2670912
37043427
425436964
6571210751
57999319995
999999999997 a | 12 | b
11000450004
122556466
23276222 12
25492251
124422
duodecimo produtto terzo relato della seconda 2048.

duodecima operatione

569
2600116
370634073
4254364241
65712990535
579995199991
999999999997 a | 12 | b
11000450000048
1225563646664
232752222120
2549222512
124422

decimaterza, & vltima operatione

569
26009262
3706347359
425446564213
6671219075331
579996199996
999999999999 a | 12 [illegible] | b
1100045000045
12225564666 1
232752212 28
2549225512
124422

la proua per 7. 5
5
ce. 4
5
cu. 6
5
ce.ce. 2
5
rel. 3
5
cu.ce. 1
5
secondo relato 5
5
cen.cen.cen. 4
5
cu.cu. 6
5
ce.rel. 2
5
terzo relato 3
proua del auanzo 4
fa 0

primo produtto	6810321006464
secondo produtto	283287909160
terzo produtto	7094697 9640
quarto produtto	118144496640
quinto produtto	1379114608
sesto produtto	114960384
settimo produtto	4841880
ottauo produtto	285120
nono produtto	7910
decimo produtto	156
denominatore	1049157208 3548

neremo quel 256496629512. che ne auanzo sopra la vltima operatione, sopra di vna linea per numeratore appresso a quel 12 (radice gia cauata) & per trouar il denominator da ponere sotto di tal linea, lo formaremo con quelli 10 principali produtti detti nella terza di questo capo, cioe pigliaremo il censo relato della nostra radice gia cauata (cioe di quel 12) il qual censo relato fara 61917364224. & lo multiplicaremo per 11 (per regola ferma) fara 681091006464. & questo fara il primo produtto, poi pigliaremo il cu. cu. del detto 12. che fara 429981696. & lo multiplicaremo per 55 (per regola ferma) fara 23649993280 per il secondo produtto, qual poneremo sotto al primo, dapoi pigliaremo il cen. cen. cen. del detto 12. che fara 429981696. & lo multiplicaremo per 165 (per regola ferma) fara 70946979840. per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri duoi. Dapoi pigliaremo il secondo relato del detto 12. che fara 35831808. & lo multiplicaremo per 330 (per regola ferma) fara 11824496640. per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri tre. Dapoi pigliaremo il censo cubo del detto 12. che fara 2985984. & lo multiplicaremo per 462 (per regola ferma) fara 1379524608 per il quinto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 4. dapoi pigliaremo il relato del detto 12. qual fara 248832. & lo multiplicaremo per per 462 (per regola ferma) fara 114960384. per il sesto produtto, qual poneremo sotto a gli altri 5. dapoi pigliaremo il cen. cen. del detto 12. che fara 20736. & lo multiplicaremo per 330 (per regola ferma) fara 6842880 per il settimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 6. dapoi pigliaremo il cubo del detto 12. che fara 1728. & lo multiplicaremo per 165 (per regola ferma) fara 285120 per l'ottauo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 7. dapoi pigliaremo il censo del detto 12. che fara 144. & lo multiplicaremo per 55 (per regola ferma) fara 7920. per il nono produtto, qual poneremo sotto a gli altri 8. dapoi pigliaremo finalmente il detto 12 (simplice) & lo multiplicaremo per 11 (per regola ferma) fara 132. per il decimo, & vltimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 9. & li summaremo tutti insieme, il che facendo trouaremo, che faranno in summa 1049152002248. per il nostro ricercato denominatore, qual posto sotto a quel la linea, la detta nostra propinqua radice terza relata diria poi $12 \frac{256496629512}{1049152002248}$, & se di tal nostra conclusione ne sara fatta la proua naturale si trouara il terzo relato di tal propinqua radice non errar di cosa di momento dal nostro proposito primo numero, ma nella detta propinqua radice sara quasi nulla, come in tutte le altre e stato detto.

Questo medesimo soprascritto numero di 999999999999 fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferraro suo creato, nella nostra publica disputa, & fu il mio 31 quesito, qual diceua precisamente in questa forma.

Anchora vi adimando, che mi cauati con regola generale la propinqua radice terza relata di 999999999999. intendendosi sempre con la sua propria regola da formar il rotto di quello, che auanza nella operatione, & similmente quella di $\frac{3}{4}$, & similmente quella di $177148\frac{1}{4}$, alqual quesito (circa sette mesi dapoi il termine da loro limitato) mi concluseno con lo aiuto del Stifelio, & della regola di Orontio, la propinqua radice terza relata del detto 999999999999 esser $12\frac{1}{11}$, nella qual sua conclusione fecino duoi errori, il primo fu, che il rotto (cioe quel $\frac{1}{11}$) non fu da loro formato con la sua propria regola, come nel mio quesito si adimanda, anzi fu da loro formato con quel modo strauio tolto da Orontio, il che si ben la detta sua conclusione delle propinque al segno, nondimeno la regola sua saria pur falsa per non esser la sua propria (come ho detto) il secondo errore e questo, che se di tal sua conclusione ne sara fatto la sua proua naturale (cioe cercando tal $12\frac{1}{11}$ al suo terzo relato si trouara, che tal suo terzo relato sara precisamente 974891369814 $\frac{...}{...}$, il che veniria a esser precisamente 25108630184, $\frac{...}{...}$ manco del nostro proposto numero, cioe manco del nostro 999999999999. non so se questo si debba chiamar errore, ouero errorazzo.

Errore fatto da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato sopra il mio 31 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore, ouer errorazzo fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato sopra la solution del sopradetto mio 31 quesito a lor proposto.

Gli errori poi da loro fatti sopra la estrattione di tal radice di quel $\frac{3}{4}$, & di quel $177148\frac{1}{4}$ si notificaranno al suo conueniente luogo, cioe doue mostraremo a cauar tai radici delli numeri rotti, & anchora de sani, & rotti.

La causa della sopra data nostra regola da cauar la radice terza relata, & similmente quella da formar il rotto di quello, che sopr'auanza nelli numeri non terzi relati, si puo assignare da questa sottoscritta propositione, non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi ritrouata.

Propositione dal presente auttor ritrouata.

Se vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, il terzo relato di tutta la detta quantita, sempre sara equale a quelli 12 principali produtti, cioe al produtto del terzo relato della prima parte, & al produtto del vndecuplo del censo relato della detta prima parte fia la seconda parte, & al produtto del 55 uplo del cu.cu. della detta prima parte sia il censo della seconda, & al produtto del 165 uplo del cen.cen.cen. della detta prima parte sia il cubo della seconda, & al produtto del 330 uplo del secondo relato della detta prima parte sia il cen.cen. della seconda, & al produtto del 462 uplo del censo cubo della detta prima parte sia il relato della seconda, & al produtto del 462 uplo del censo cubo della seconda parte sia il relato della prima, & al produtto del 330 uplo del secondo relato della detta seconda parte sia il cen.cen. della prima, & al produtto del 165 uplo del cen.cen.cen. della detta seconda parte sia il cubo della prima, & al produtto del 55 uplo del cu.cu. della detta seconda parte sia il censo della prima, & al produtto del vndecuplo del censo relato della detta seconda parte sia la prima simplice. Et finalmente al produtto del terzo relato della detta seconda parte. Essempi gratia sia tutta la quantita a b, poniamo 10. per numero diuisa in due parti in ponto c. & poniamo che la prima parte (cioe la a c.) sia 2. per numero, & la seconda (cioe la c b.) sia 8. Hor dico che il terzo relato di tutta la a b. (cioe di 10) qual veniria a essere 100000000000. sara equal'a questi 12 principali produtti, cioe al terzo relato della detta prima parte (cioe di quel 2) qual trouaremo essere 2048. & questo poneremo da banda, per il primo principal produtto, dapoi pigliaremo il censo relato della detta prima parte (cioe di quel 2) qual sara 1024. & lo multiplicaremo per 11 sara 11264. & questo multiplicaremo poi per la seconda parte (cioe per quel 8) sara 90112 per il secondo produtto, qual notaremo sotto al primo, dapoi pigliaremo il cu.cu. della detta prima parte (cioe del detto 2) che sara 512. et lo multiplicaremo per 55. sara 28160. & questo multiplicaremo poi per il censo della seconda parte (qual censo sara 64) sara 1802240. per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 2 produtti. Dapoi pigliaremo il cen.cen.cen. della detta prima parte, che sara 256. & lo multiplicaremo per 165 sara 42240. & questo multiplicaremo per il cubo della seconda, qual cubo sara 512. fara 21626880. per il quarto produtto, qual notaremo sotto a gli altri tre. Dapoi pigliaremo il secondo relato della detta prima parte, che sara 128. & lo multiplicaremo per 330. sara 42240. & questo multiplicaremo poi per il cen.cen. della seconda, qual sara 4096. fara 173015040 per il quinto produtto, qual notaremo sotto a gli altri 4. dapoi pigliaremo il censo cubo della detta prima parte, che sara 64. & lo multiplicaremo per 462 sara 29568. & questo multiplicaremo poi per il relato della seconda, qual relato sara 32768. fara 968884224 per il sesto produtto, qual notaremo sotto a gli altri 5. dapoi pigliaremo il censo cubo della seconda parte, qual censo cubo sara 262144. & lo multiplicaremo per 462. fara 121110528. & questo multiplicaremo poi per il relato della prima parte, qual relato sara 32. fara 3875536896 per il settimo produtto, qual poneremo sotto a gli altri 6. dapoi pigliaremo il secondo relato della detta seconda parte, qual sara 2097152. & lo multiplicaremo per 330. fara 692060160. & questo multiplicaremo poi per il cen.cen. della prima parte, qual sara 16. fara 11072962560. per l'ottauo produtto, qual notaremo sotto a gli altri 7. dapoi pigliaremo il cen.cen.cen. della detta seconda parte, che sara 16777216. & lo multiplicaremo per 165. fara 2768240640. & questo multiplicaremo poi per il cubo della prima parte, qual cu. sara 8. fara 22145925120 per il nono produtto, qual poneremo sotto a gli altri 8. Dapoi pigliaremo il cu.cu. della detta seconda, qual cu.cu. sara 134217728. & lo multiplicaremo per 55. fara 7381975040. & questo multiplicaremo poi per il censo della prima, qual censo sara 4. fara 29527900160 per il decimo produtto, qual notaremo sotto a gli altri 9. dapoi pigliaremo il censo relato della detta seconda parte, qual censo relato sara 1073741824. & lo multiplicaremo per 11. fara 11811160064. & questo multiplicaremo poi per la prima parte simplice (cioe per quel 2) fara 23622320128 per lo vndecimo produtto, qual notaremo sotto a gli altri 10. dapoi finalmente pigliaremo il terzo relato della detta seconda parte (cioe di quel 8) il qual terzo relato sara 8589934592. & questo sara il duodecimo, & vltimo produtto, qual posto sotto a gli altri vndici, & summandoli tutti insieme trouaremo, che faranno in summa precisamente 100000000000. il come fece anchora il terzo relato di tutta la detta quantita a b. laqual quantita, over linea a b. se ben ti aricordi fu supposta esser longa 10. il cui terzo rel. e 100000000000. che è il proposito.

a c 10 b

2 8

il terzo relato di tutta la a b. 100000000000.

primo produtto	2048
secondo produtto	90112
terzo produtto	1802240
quarto produtto	21626880
quinto produtto	173015040
sesto produtto	968884224
settimo produtto	3875536896
ottauo produtto	11072962560
nono produtto	22145925120
decimo produtto	29527900160
vndecimo produtto	23622320128
duodecimo produtto	8589934592
summa	100000000000

Regola generale dal presente auttor ritrouata da cauar la radice terza relata delli numeri rotti, & dalli sani, & rotti, & non solamente le rationali, & discrete di detti numeri terzi relati, ma anchora le propinque di quelli, che non sono terzi relati. Cap. XX.

Come si cauano le radici terze relate di rotti terzi relati.

1 PEr intendere la regola di cauar le radici terze relate di rotti, bisogna pur auertire (come in tutte le passate è stato stato detto) come che di detti rotti, alcuni sono terzi relati, & alcuni non, & molto più spessi sono quelli, che non sono terzi relati, di quelli, che sono terzi relati. Li rotti che sono terzi relati sono quelli, che dapoi che sono schifati alla ultima schifatione hanno il numeratore, & anchora il denominatore numero terzo relato, come sono quelli [illegible], & infiniti altri simili. Onde per cauar la detta radice terza relata di quelli tali rotti, & altri simili, procederemo secondo l'ordine detto nelle passate specie, cioe cauaremo la detta radice terza relata del numeratore, & la poneremo sopra di vn'altra linea per per numeratore, & dapoi cauaremo anchora la detta radice terza relata del denominatore, & la metteremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & tal secondo rotto sara la radice terza relata del primo rotto. Essempigratia se con tal ordine cauaremo la detta radice terza relata di [illegible] trouaremo quella esser $\frac{1}{2}$, & cosi con tal ordine la radice terza relata di [illegible] trouaremo esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & quella di [illegible] esser [illegible], & cosi con tal ordine si douera procedere in tutte le altre simili estrattioni. Et se di quelle ne vorrai far proua, procederai secondo l'ordine, che in tutte le altre è stato, hauendo pero rispetto alla sua specie, cioe recare tai radici al suo terzo relato, & se ti ritornara precisamente il tuo primo rotto sarano buone, ma tornando altramente sarano false.

la R terza rel. di	[illegible]	sara [illegible]
la R terza rel. di	[illegible]	sara [illegible]
la R terza rel. di	[illegible]	sara [illegible]
la R terza rel. di	[illegible]	sara [illegible]
la R terza rel. di	[illegible]	sara [illegible]

Come si cauano le propinque radici terze relate delli rotti non terzi relati.

2 MA quando che il denominator del rotto, & il numeratore non sarano l'uno, & l'altro numero terzo relato, tal rotto non sara terzo relato, & quando che vn rotto non sara terzo relato, & che di quello ne vorrai cauar la sua propinqua radice terza relata, tal atto si puo essequire per tre diuerse vie ragioneuoli, ma la piu ispediente, & a manco errori soggetta è questa, recta sempre il suo denominatore al suo censo relato, & al censo relato multiplicarai sia il suo numeratore, & di tal produtto ne cauarai sempre la sua propinqua radice terza relata (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partirai per il medesimo denominatore di tal rotto, & lo auenimento di tal partimento sara la propinqua radice terza relata del predetto rotto. Et per essempio voglio che cauamo la detta propinqua radice terza relata di questo $\frac{8}{9}$, che fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferraro suo creato nel mio 25 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa. Per cauare adonque la propinqua radice terza relata del detto $\frac{8}{9}$ trouaremo il censo relato del denominatore (cioe di quel 9. che è sotto la virgola) il qual censo relato sara 3486784401. & questo multiplicaremo per il numeratore (cio per quel 8. che è sopra la virgola) fara 27894275208. & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice terza relata. Onde procedendo secondo la regola data nella terza del precedente capo) trouaremo quella esser [illegible], & questa partiremo p il medesimo denominator (cioe p quel 9.) il che facendo ne venira [illegible] & tanto sara la propinqua radice terza relata di quel $\frac{8}{9}$, della qual propinqua radice terza relata trouarai, che il suo terzo relato errara di vna miseria dal nostro $\frac{8}{9}$, ma nella detta radice sara quasi nulla tal errore, la causa di questa regola, quando che con il tuo studio sarai aggionto alla 12 del settimo capo del libro, doue si tratta delle proportioni se vi ponerai cura facilmente la comprenderai. Mediante gli auisi, che gia fur detti sopra il cauar la propinqua radice cuba delli numeri rotti nella seconda del quarto capo.

Il sopradetto Hieronimo Cardano medico, & Lodouico ferraro suo creato circa sette mesi dapoi il

Errore fatto in parole da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato sopra la solutione del mio 25 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa. Vn'altro errore fatto dalli sopradetti nel medesimo 25 quesito.

termine limitato, mi risolsero solamente con parole scritte, che per cauar la detta propinqua radice terza relata del detto $\frac{2}{3}$, che si debba procedere secondo che anchora ne gli altri rotti loro hanno detto, & fatto, cioe cauar la propinqua radice si del numeratore, come del denominatore con quel aggiongere di quelle nulle &c. Et pero in tal loro risposta hanno fatto duoi errori (si come nelle passate) il primo errore è che tal sua regola (anchor che la desse propinqua alla verita) la non è la sua propria, come nel mio 22 quesito chiaramente si adimanda, laqual conditione si repetisse in tutti gli altri simili quesiti chi seguitano in tal materia) il secondo errore è questo, che cauando attualmente tal radice secondo tal sua regola, non poteco lontano dalla verita risponderia il suo terzo relato, come nel rotto del nostro 22 quesito al suo luogo si fece manifesto. Dico adonque che risponderia molto lontano rispetto a tal poca, over piccola quantita. La causa di questa sopra data regola quando che con il suo studio sarai gionto alla duodecima del sesiaso capo del trattato delle proportioni se ben la considerarai da te medesimo la comprenderai.

Come si cauano le radici terze relate di numeri sani, & rotti terzi relati.

3 HAuendo ben intesa la regola da cauare la radice terza relata di rotti terzi relati, & similmente la propinqua di quelli, che non sono terzi relati, facil cosa sara a intendere quella di far il medesimo nelli numeri sani, & rotti, per esser quella istessa, ma vi occorre maggiori numeri da maneggiare nelli numeratori, cioe dapoi la reduttione del numero sano al suo rotto. Et per tanto dico (come fu detto di rotti simplici) che delli detti numeri sani, & rotti, alcuni sono terzi relati, & alcuni non. Li terzi relati sono quelli, che dapoi che si hauerano il sano alla natura del suo rotto schifsato (secondo che in tutte le passate è stato fatto) sorrano il numeratore numero terzo relato, & che similmente il denominatore sia pur numero terzo

Essempio

relato. Come essempi gratia saria questo 36549 [illegible], che riducendo secondo l'ordinario il sano in quella natura di rotto, saria in tutto [illegible], & perche l'uno, et l'altro di detti duoi numeri, cioe il numeratore, & il denominatore è numero terzo relato, diremo tal numero sano, & rotto esser terzo rel. Et volendo cauargli la sua radice terza relata, cauaremo la detta radice di quel [illegible] che è sopra la virgola, & trouaremo quella esser 7. poi cauaremo medesimamente la detta radice di quel 3048 che è sotto la detta virgola, & trouaremo quella esser 2. poi partiremo quel 7. per questo 2 ne venira $3\frac{1}{2}$, & cosi concluderemo la detta radice terza relata di quel 36549 [illegible] esser $3\frac{1}{2}$, che se ne farai proua (recando il detto $3\frac{1}{2}$ al suo terzo relato) trouarai, che darte piu quel medesimo 36549 [illegible]. Et con tal ordine procederai ne gli altri simili.

Come si cauano le propinque radici terze relate di numeri sani,

& rotti non terzi relati.

4 MA quando che li detti numeri sani, & rotti non saranno terzi relati, & che di quelli ne vorremo cauare la sua propinqua radice terza relata, tal atto si puo mandare ad essecutione per tre diuerse vie, ouer modi ragioneuoli, ma il piu ispediente, & a manco errori soggetto, è simile a quello dato sopra li simplici rotti non terzi relati, cioe recar il sano al suo rotto (prima schifsato secondo che fu fatto nella precedente) & dapoi recar il denominatore al suo censo relato, & tal suo censo relato multiplicarlo sia quel gran numeratore gia formato con la riduttion del sano) & di tal produtto cauarne la propinqua radice terza relata secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & la radice propinqua partirla per quel medesimo denominatore, & lo auenimento sara la propinqua radice terza relata del detto numero

Essempio

sano, & rotto. Et per essempio di questo voglio introdure quel 177148 $\frac{2}{3}$, che da me fu proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferraro suo creato nella terza parte del mio 25 quesito della nostra publica disputa. Per cauare adonque la propinqua radice terza relata di questo 177148 $\frac{2}{3}$ recaremo tutto in terzi, & sara [illegible], fatto questo recaremo quel 3 (denominatore) al suo censo relato, qual sara 1024, & questo multiplicaremo sia quel 531447 che è sopra la virgola per numeratore sara [illegible]. & di questo ne cauaremo la propinqua radice terza relata. Onde procedendo secondo la detta nostra regola data nella terza del precedente capo, trouaremo quella esser [illegible], & questa la partiremo per quel medesimo denominatore (cioe per quel 3) il che facendo ne venira [illegible], & tanto diremo, che sia la propinqua radice terza relata di quel 177148 $\frac{2}{3}$, che se ne sara fatta la sua proua naturale si trouara il suo terzo relato errare di vna piccola cosa dal detto nostro 177148 $\frac{2}{3}$, il qual errore nella detta propinqua radice sara quasi niente. Io non ti schiffo li rotti, che ne perueme, acio si veda il principale auenimento.

Al sopra notato quesito il sopra detto Hieronimo Cardano medico milanese insieme con Lodouico ferraro suo creato, circa sette mesi dapoi il termine limitato da loro mi risolsero solamente con parole scritte, che per cauare la detta propinqua radice terza relata del detto 177148 $\frac{1}{2}$, che si douesse procedere secondo che nelle altre estrattioni, nelli sini, & voti hauemo detto, & fatto (cioe con quel aggiongere di nulle al numeratore, & al denominatore. Et per tanto in tal sua risposta se cero duoi errori (si come nelle passate) il primo errore è questo, che se ben tal sua regola ne desse la detta radice propinquissima alla verita, non me l'hauerino trouata secondo la sua propria regola (come che in tutti tai miei quesiti si adimanda) anzi saria cauata per vna regola estrania, & non propria, come ciascun puo considerare, il secondo errore è questo, che cauando realmente tal radice propinqua del detto 177148 $\frac{1}{2}$ secondo tal sua regola. Il terzo relato di tal sua radice dara tanto assai lontano dal detto nostro 177148 $\frac{1}{2}$, che non errore, ma errorazzo senza cargo di conscienza si potra chiamare.

Errore fatto da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato sopra la solutione della terza parte del mio 25 quesito a lor proposito nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore, ouero errorazzo fatto dalli sopradetti nel sopradetto quesito.

Regola generale dal presente auttor ritrouata da sapere in tale estrattioni di radici in infinito piu oltra procedere nelle altre sequenti specie.

Cap. XXI.

2 HAuendo fina hora dilucidato a commune beneficio, con essempi assai chiari parte delle regole generali da noi trouate sopra delle estrattioni di radici, & insieme con quelle fatto anchora manifesto 25 errori fatti da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato, solamente sopra la rissolutione di quattro miei quesiti in tal materia a lor proposti nella nostra publica disputa, & quantunque si possi in tal estrattioni in infinito piu oltra procedere nelle altre sequenti specie di tale radice, nondimeno per al presente voglio che queste bastino. Ma acciochè in tal materia se ne habbia perfetta dottrina in questo vltimo capo intendo di mostrare vn certo ordine, che naturalmente si vede osseruare fra loro quelle 10 propositioni, notate nel precedente capo, cioe quelle dalle quali mostrassimo potersi assignar la causa di quelle 10 regole praticalmente date da cauare quelle 10 specie di radici di vna in vna, con qual ordine ogni commune ingegno da se medesimo (parendogli) sapera in infinito piu oltra procedere, & non solamente di saper cauare ogn'altra specie di radice, ma di sapere anchora formare il denominatore da ponere sotto a quella linea, doue sara stato posto, ouer doue che si douera ponere quel auanzo, che restasse di sopra alla operatione, per dare tal radici irrationali propinque alla verita, come che in ciascuna di quelle 10 specie date nel precedente capo è stato fatto.

Dico adonque che tutte le dette 10 propositioni (se ben mi aricordo) hanno per suo fondamento vna linea, ouer quantita diuisa in due parti, come si voglia, & la prima delle dette 10 propositioni notata sopra la estrattione della radice quadra è la quarta del secondo di Euclide, & da quella, se ben sia considerata si manifesta, che il quadrato di tal linea diuisa è sempre equale a tre principali produtti. Il primo delli detti tre produtti saria il quadrato della prima parte di tal linea diuisa, & l'ultimo delli detti 3 produtti saria il quadrato della seconda parte della detta linea diuisa, et il secondo produtto saria il doppio del dutto de l'una parte, nell'altra, & per esser meglio inteso, si in questa, come nelle altre, che si ha da dire, poneremo la linea a b. diuisa in due parti in ponto c. & dal detto ponto c tiraremo le due linee c d. & c e angularmente congionte nel detto ponto c. longhe quanto ne pare, & l'una, & l'altra di dette due linee diuideremo in quante parti equali ne pare, hor diuidemo l'una, e l'altra (per al presente) in 12 parti equali, et da ciascun di ponti diuisi dal l'una di dette linee al suo contra posito dell'altra linea sia tirata vna linea retta, & fatto questo si trouara formato il triangolo c d e. diuiso in 12 spacij contenuti da linee equidistante, eccetto quello, che angularmente termina in ponto c. il qual spacio è triangolare, & questo lo chiamaremo il primo spacio, l'altro che gli sotto giace lo chiamaremo il secondo spacio, & cosi quello, che sotto giace al detto secondo lo chiamaremo il terzo spacio, & cosi con tal ordine procedendo quello vltimo spacio, che sta sopra la basa d. e. lo chiamaremo il duodecimo spacio, hor che inteso hai queste particolarita voglio che ritorniamo al nostro primo lauoro, et perche il quadrato, ouuoi dir il censo di tutta la detta linea a b. per la sopra detta prima propositione si equaglia (com'è detto) alli censi delle due parti a c. & c b. & al doppio del dutto della parte a c. nella parte c b. & per memoria di questo poneremo da l'vna, & l'altra banda di fuora via di quel primo spacio triangolare questo nome censo, & cosi quel censo notato dalla banda sinistra denota il censo della prima parte a c. qual forma il primo produtto, & quell'altro censo notato dalla banda destra, denota il censo della seconda parte c b. che forma l'ultimo produtto, & perche il secondo produtto vien causato dalla duplicatione del dutto della a c. nella c b. & perche la duplicatione di vna quantita non è altro, che la multiplicatione di quella fatta per 2.& per memoria di questa dupplicatione, poneremo questo 2. di dentro via in mezzo del detto primo spacio triangulare, come nella figura appare.

2 ET perche nel primo, & secondo corellario, posto sopra alla seconda delle dette 10 propositioni (adutta sopra la estrattione della radice cuba) e manifesto, che il cubo di tutta la detta linea a b. e equale a 4. produtti, & perche (se ben ti aricordi) il primo, & ultimo di questi 4 produtti sono li cubi delle dette due parti a c. & c b. & per memoria di questo notaremo questo nome cu. da l'una, & l'altra banda di fuora via del secondo spacio, & quello che e notato dalla banda sinistra dinota il cubo della prima parte a c. formante il primo produtto, & quell'altro cubo notato dalla banda destra dinota il cubo della seconda parte c b. formante l'ultimo produtto (di detti 4 produtti) & perche il secondo produtto si forma (se ben ti aricordi) dal treppio del quadrato della a c. fia la c b. & perche tal treppio e fatto con la multiplicatione fatta per 3. per memoria di questa multiplicatione, over triplicita, notaremo questo 3 di dentro del detto secondo spacio (ma dalla banda sinistra) & perche il terzo di detti 4 produtti si forma con quel medesimo ordine, che vien formato il secondo (ma per modo contrario) cioe e si forma con il treppio del quadrato della parte c b. fia la parte a c. & pero per memoria di questa multiplicita notaremo un'altro 3 da l'altra banda (cioe dalla destra) nel detto secondo spacio, come nella figura vedi, vero e che tal seconda propositione si poteria tramutare, & proferire sotto altri modi di dire (come in fine del secondo corellario fu detto) pur proferendola, come si voglia sempre vi interuenira due trepplicationi, lequal due trepplicationi insieme con quelli duoi cubi da l'una, & l'altra banda notati formano li detti 4 principali produtti detti di sopra.

3 ET perche nella terza propositione da noi posta sopra la regola da cavar la radice cen. cen. per assignar la causa di tal regola si concluide che'l quadrato del quadrato, o vuoi dire il censo del censo di tutta la linea a b. esser equale a 5 principali produtti, delliqual li 5 produtti (se ben ti aricordi) il primo, & l'ultimo sono li cen. cen. delle dette due parti a c. & c b. onde per memoria di questo notaremo questo nome cen. cen. da l'una, & l'altra banda di fuora via del terzo spacio, & quello ch'e notato dalla banda sinistra dinota il cen. cen. della prima parte a c. che forma il primo produtto, & quell'altro cen. cen. notato dalla banda destra, dinota il cen. cen. della seconda parte c b. che forma l'ultimo produtto di detti 5 produtti. Et perche il secondo produtto si forma, se ben ti aricordi, dal cubo della parte a c. fia il quadruplo della parte c b. & perche il detto quadruplo nasce dalla multiplicatione fatta per 4. per memoria di questa multiplicita notaremo questo 4 di dentro del detto terzo spacio (ma dalla banda sinistra) & perche il quarto di detti 5 produtti si forma con quel medesimo modo, che si forma il secondo (ma per modo converso) cioe e si forma con il produtto del cubo della seconda parte c b. fia il quadruplo della prima parte a b. Et pero per memoria di questa multiplicita notaremo un'altro 4 da man destra nel detto terzo spacio, & perche il terzo produtto (qual e il medio di tutti li 5 produtti) si forma, se ben ti aricordi, del dutto del quadrato, o vuoi dir censo della a c. nel quadrato della c b. & tal dutto multiplicato poi per 6. & per memoria di questa multiplicatione, che si ha a far per 6. notaremo questo 6 nel mezzo del detto terzo spacio, come nella figura appare.

4 ET perche nella quarta propositione da noi posta sopra la regola da cavar la radice relata per assignar la causa di tal regola si conclude, se ben ti aricordi, che il relato di tutta la quantita.a b.sara eguale a 6 principali produtti, deliquali 6 produtti, se ben la consideri il primo, & l'ultimo sono li relati delle dette due parti.a c.&.c b. onde per memoria di questo notaremo questo nome relato da l'una, & l'altra banda (di fuora via) del quarto spacio, & quello che è notato dalla banda sinistra dinota il relato della prima parte a c. formante il primo produtto, & quell'altro relato notato dalla banda destra dinota il relato della seconda parte.c b.formante l'ultimo produtto di detti 6 produtti. Et perche il secondo produtto (se ben ti aricordi) si forma del dutto del cen.cen. della.a c.fia il quintuplo della.c b. Et perche quel quintuplo si forma con il numero 5 per memoria di tal multiplicatione, overo di tal multiplicatione notaremo questo 5 dalla banda sinistra (di dentro via) del detto quarto spacio, dinotando che con quel 5 si forma il secondo produtto, & perche il quinto produtto (se ben ti aricordi) si forma con quel medesimo ordine, che fa il secondo, ma al contrario, cioe el si forma con il dutto del cen. cen. della.c b. fia il quintuplo della.a c. & pero per memoria di questa multiplicatione formatrice il quinto produtto notaremo un'altro 5 dalla banda destra di dentro via del detto quarto spacio, & perche il terzo produtto di detti 6 si forma dal dutto del cubo della.a c.fia il decuplo del quadrato della.c b. onde per memoria di tal multiplicita fatta per 10 formante il terzo termine notaremo il detto 10, consequentemente dietro a quel 5 da man sinistra nel detto quarto spacio, & tal 10 dinotara la formatione del terzo produtto, & perche il quarto produtto (se ben consideri la detta quarta propositione) si forma per il medesimo ordine, che si fa il detto terzo, ma al contrario, cioe el si forma con il dutto del cubo della.c b.fia il decuplo del censo, o vuoi dir quadrato della.a c. Et pero notaremo un'altro 10 avanti di quel'altro 5 gia posto a man destra, come nella figura vedi.

5 ET perche nella quinta propositione da noi posta sopra la regola da cavar la radice censa cuba per assignar la causa di tal regola si conclude (se ben ti aricordi) che il censo cubo di tutta la quantita.a b.sara eguale a sette principali produtti, deliquali (se ben consideri la detta propositione) il primo, & l'ultimo sono li censi cubi delle dette due parti.a c.&.c b. onde per memoria di questo notaremo questo nome cen.cubo da l'una, & l'altra banda di fuora via del quinto spacio, & quello, che è notato da man sinistra dinota il censo cubo della prima parte a c. che forma il primo produtto di detti sette produtti, & quell'altro censo cubo notato da man destra, dinota il censo cubo della seconda parte.c b. che forma l'ultimo produtto di detti 7 produtti. Et perche il secondo produtto, se ben ti aricordi si forma del dutto del sesuplo del relato della prima parte.a c.fia la seconda parte.c b. o vuoi dir del dutto del relato della prima parte.a c.fia il sesuplo della seconda parte.c b. & per memoria di tal multiplicatione fatta per 6. notaremo questo 6 dalla banda sinistra di dentro via del detto quinto spacio, dinotando con tal 6 formarsi il secondo produtto. Et perche il sesto produtto si forma con quel medesimo modo, che fa il detto secondo, ma al contrario, cioe si forma con il dutto del relato della seconda parte.c b. fia il sesuplo della prima parte a c. & pero per memoria di questa multiplicatione fatta per 6. notaremo un'altro 6 dalla banda destra di dentro via del detto quinto spacio. Et perche il terzo produtto di detti 7 si forma, se ben ti aricordi con il dutto del 15 uplo del censo censo della detta prima parte.a c. fia il censo della seconda parte.c b. & pero per memoria di tal multiplicatione fatta per 15. con laqual si forma il terzo produtto, notaremo il detto 15 consequentemente dietro a quel 6. che è da man sinistra. Et perche il quinto produtto si forma con quel medesimo ordine che fa il terzo, ma al contrario, cioe si forma con il dutto del 15 uplo del cen. cen. della seconda parte.c b. fia il censo della prima.a c. & pero per memoria di tal multiplicatione notaremo tal numero 15. da l'altra banda destra avanti di quell'altro 6. dinotando che con tal 15 si forma il quinto produtto. Et perche il quarto produtto, se ben ti aricordi di tal propositione si forma dal dutto del 20 uplo del cubo della detta prima parte.a c. fia il cubo della seconda.c b. overo dal dutto del cubo della parte.a c.fia il 20 uplo del cubo della.c b. ch'è il medesimo, & pero per memoria di tal multiplicatione, che gli occorrea far per 20. notaremo il detto 20 in mezzo al detto quinto spacio, dinotante che con tal 20. o vuoi dire che con la multiplicatione di tal 20. si forma il quarto produtto, qual viene a esser il medio di tutti li detti 7 produtti, come che anchor nella figura si puo vedere.

6 HOr perche penso che tu sia per quello che è detto assai informato, in quello che seguita in questa materia usaro alquanto piu brevita. Dico adonque che nella sesta propositione, da noi data sopra la regola da cavar la radice seconda relata per assignar la causa di tal regola si conclude, se ben ti aricordi, che il secondo relato di tutta la quantita.a b.sara eguale a 8 principali produtti, deliquali se con diligentia la consideri, trovarai che il pri-

mo, & l'ultimo di tali otto prodotti esser li secondi relati delle dette due parti a c. & c b. Et pero notarai tal nome secondo relato da l'uno, & l'altro capo di fuora via del sesto spacio per le ragioni dette nelle precedenti. Et perche il secondo, & il settimo prodotto, se ben ti aricordi l'uno si forma dal dutto del 7 uplo del cubo censo, o vuoi dir censo cubo della prima parte a c. fia la seconda c b. & l'altro si forma al contrario, cioe dal dutto del settuplo del censo cubo della seconda parte c b. fia la prima a c. & pero da l'una, & l'altra banda di dentro via dal detto sesto spacio notarai il detto 7. per le ragioni dette nelle precedenti. Et perche il terzo, & il sesto prodotto se ben considerarai la detta nostra propositione l'uno si forma del 21 uplo del relato della detta prima parte a c. fia il censo della seconda c b. & l'altro si forma dal 21 uplo del relato della detta seconda c b. fia il censo della prima a c. & pero da l'una, & l'altra parte del detto sesto spacio notarai il detto 21. cioe l'uno a canto di quel 7. che è da banda sinistra, & l'altro appresso di quell'altro, che è da banda destra, come vedi nella figura, & perche il quarto, & il quinto prodotto se ben consideri la detta nostra propositione, l'uno si forma dal dutto del 35 uplo del cen. cen. della detta prima parte a c. fia il cubo della seconda c b. & l'altro si forma al contrario, cioe dal dutto del 35 uplo del cen. cen. della seconda parte c b. fia il cubo della prima a c. Et pero notarai il detto 35 da l'una, & l'altra banda di quello intervallo, che è nel mezzo del detto sesto spacio, cioe fra le altre notationi, come nella figura puoi vedere.

7 ET perche nella settima propositione da noi addutta sopra la regola della estrattione della radice cen. cen. cen. per assignar la causa di tal regola si conclude, che il censo di censo, di censo di tutta la quantita a b. essere equale a 9 principali prodotti, delliquali se con diligentia considerarai tal nostra propositione, trovarai che il primo, & l'ultimo di tai 9 prodotti essere li cen. cen. cen. delle dette due parti a c. & c b. & pero notarai tal nome cen. cen. cen. da l'uno, & l'altro capo di fuora via del settimo spacio, per le ragioni dette nelle precedenti, & perche il secondo, & l'ottavo prodotto, se ben ti aricordi, l'uno si forma dal dutto del 8 uplo del secondo relato della detta prima parte a c. fia la seconda c b. Et l'altro si forma al contrario, cioe si forma dal dutto 8 uplo del secondo relato della detta seconda parte c b. fia la prima a c. & pero notarai questo 8 da l'una, & l'altra banda di dentro via del detto settimo spacio per le ragioni narrate nelle passate, & perche il terzo, & il settimo prodotto, se ben considerarai la detta propositione trovarai, che l'uno si formara dal dutto del 28 uplo del censo cubo della prima parte a c. fia il quadrato della seconda c b. Et l'altro si forma al contrario, cioe si forma dal dutto del 28 uplo del censo cubo della detta seconda c b. fia il censo della prima a c. Et pero notarai il detto 28 da l'una, & l'altra banda del detto settimo spacio, dico di dentro via, cioe l'uno appresso a quel 8 posto a man sinistra, & l'altro appresso a quell'altro 8 a man destra, come nella figura puoi veder notato. Et perche il quarto, & il sesto prodotto, se ben consideri la detta propositione l'uno si forma dal dutto del 56 uplo del relato della detta prima parte a c. fia il cubo della detta seconda c b. & l'altro si forma dal dutto del 56 uplo del relato della detta seconda c b. fia il cubo della prima a c. Et pero notarai il detto 56 da l'una, & l'altra banda dentro dal detto settimo spacio, cioe uno appresso a quel 28 da man sinistra, & l'altro appresso a quell'altro 28 di banda destra, come nella figura vedi. Et perche il quinto prodotto se ben consideri la detta nostra propositione trovarai formarsi dal 70 uplo del censo censo della seconda parte c b. fia il cen. cen. della prima a c. overo dal 70 uplo del ce. ce. della prima a c. fia il ce. ce. della seconda c b. che darà il medesimo. Et pero notarai il detto 70 nel mezzo del detto settimo spacio, cioe fra quelli duoi 56. come nella figura appare.

8 ET perche nella ottava propositione da noi posta sopra la regola da cavar la radice cu. cu. per assignar la causa di tal regola, si conclude che il cubo del cubo di tutta la detta linea a b. esser equale a 10 principali prodotti, delliquali se ben ruminarai tal nostra propositione trovarai, che il primo, & l'ultimo di tai 10 prodotti esser li cu. cu. delle dette due parti a c. & c b. & pero notarai tal nome cu. cu. da l'uno, & l'altro capo, di fuora via del ottavo spacio, per le ragioni addutte nelle 5 prime di questo capo. Et perche il secondo, & il nono prodotto, se ben essamini la nostra detta propositione, trovarai il secondo formarsi dal dutto del nonuplo del cen. cen. cen. della detta prima parte a c. fia la seconda c b. Et il nono formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 9 uplo del cen. cen. cen. della seconda parte c b. fia la prima a c. & pero notarai il detto 9 da l'uno, & l'altro capo di dentro via del detto ottavo spacio, per le ragioni addutte nella seconda, terza, quarta di questo capo, & perche il terzo, & l'ottavo prodotto, se ben discorrirai la detta propositione trovarai il terzo formarsi dal dutto del 36 uplo del secondo relato della detta prima parte a c. fia il censo della seconda parte c b. Et l'ottavo formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 36 del secondo relato della seconda parte c b. fia il censo della prima

a c. Et pero notarai il detto 36 da l'una, & l'altra banda di quel interuallo, che è fra quelli duoi 9 gia notati nel detto ottauo spacio. Et perche il quarto, & il sesto produtto, se ben consideri la detta propositione, trouarai il quarto formarsi dal dutto del 84 uplo del censo cubo della detta prima parte a c. fia il cubo della seconda c b. Et il settimo formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 84 uplo del censo cubo della seconda parte c b. fia il cubo della prima a c. Et pero notarai il detto 84 da l'una, & l'altra banda di quello interuallo, che è fra quelli duoi 36. per auanti notati nel detto ottauo spacio, & perche il quinto, & il sesto produtto, se ben auertirai alla detta propositione, trouarai il quinto formarsi dal dutto del 126 uplo del relato della detta prima parte a c. fia il cen. cen. della seconda parte c b. Et il sesto produtto formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 126 uplo del relato della seconda parte c b. fia il ce. ce. della prima. Et pero notarai il detto 126 dalla banda sinistra, & anchora dalla destra di quello interuallo, ch'è in mezzo del detto ottauo spacio, cioe fra quelli duoi 36. per auanti notati, come che nella figura puoi vedere.

9 ET perche nella nona propositione da noi posta sopra la regola da cauar la radice censa relata per assignar la causa di tal regola si conclude che il censo del primo relato di tutta la detta quantita a b. sempre sara eguale a 11 principali produtti, delliquali se ben considerarai tal propositione, trouarai che il primo, & l'ultimo di tai 11 produtti esser li censi relati delle dette due parti a c. & c b. & pero notarai tal nome censo relato da l'uno, & l'altro capo di fuora via del nono spacio, per le ragioni adutte nella seconda, terza, & quarta di questo capo, & perche il secondo, & il decimo produtto se ben consideri la detta propositione trouarai il secondo formarsi dal dutto del decuplo del cu. cu. della prima parte a c. fia la seconda parte c b. & lo decimo formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del decuplo del cu. cu. della seconda parte c b. fia la prima parte a c. Et pero notarai il detto 10 da l'uno, & l'altro capo di dentro via del detto nono spacio. Et perche il terzo, & il nono produtto se ben notarai la detta nostra propositione trouarai il terzo formarsi dal dutto del 45 uplo del cen. cen. cen. della prima parte a c. fia il censo della seconda c b. & il nono formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 45 uplo del cen. cen. cen. della seconda c b. fia il censo della prima a c. Et pero notarai il detto 45 da l'una, & l'altra banda di quello interuallo, che è fra quelli duoi 10 per auanti notati nel detto nono spacio (come nella figura vedi) & perche il quarto, & anchora l'ottauo produtto, se ben considerarai la detta propositione, trouarai il quarto formarsi dal dutto del 120 uplo del secondo relato della detta prima parte a c. fia il cubo della seconda c b. Et l'ottauo formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 120 del secondo relato della seconda parte c b. fia il cubo della prima a c. Et pero notarai il detto 120 da l'una, & l'altra banda di quello interuallo, che è fra quelli duoi 45. per auanti notati nel detto nono spacio, come nella figura appare. Et perche il quinto, & il settimo produtto, se ben auertirai alla detta nostra propositione, trouarai il detto quinto produtto formarsi dal dutto del 210 uplo del censo cubo della detta prima parte a c. fia il cen. cen. della seconda c b. Et il settimo formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 210 uplo del censo cubo della seconda parte c b. fia il cen. cen. della prima a c. Et pero notarai il detto 210 da l'una, & l'altra banda di quello interuallo che è fra quelli duoi 120. per auanti notati nel detto nono spacio, come nella figura puoi vedere, & perche il sesto produtto, qual vien a esser il medio di tutti li detti 11 produtti, se ben considerarai la detta nostra propositione, trouarai formarsi dal dutto del 252 uplo del primo relato della detta prima parte a c. fia il primo relato della seconda c b. Et pero notarai il detto 252. nel mezzo del detto nono spacio, cioe in mezzo di tutti quelli altri 10 termini gia per auanti notati, come che nella detta figura puoi vedere.

10 ET perche nella decima, & ultima nostra propositione, adutta sopra la regola da cauar la radice terza relata per assignar la causa di tal regola fu concluso, che il terzo relato di tutta la detta quantita a b. esser eguale a 12. principali produtti, delliquali se ben considerarai tal propositione, trouarai il primo, & l'ultimo di tai 12 produtti esser li terzi relati delle dette due parti a c. & c b. & pero notarai tal nome terzo relato da l'uno, & l'altro capo di fuora via dal decimo spacio, per le ragioni piu volte dette, & perche il secondo, & l'undecimo produtto, se ben auertirai alla detta propositione trouarai il secondo formarsi dal dutto del undecuplo del censo relato della prima parte a c. fia la seconda parte c b. & l'undecimo formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 11 uplo del censo relato della seconda parte c b. fia la prima a c. & pero notarai il detto 11 da l'uno, & l'altro capo di dentro via del detto decimo spacio, & perche il terzo, & il decimo produtto, se ben ti aricordi il terzo si forma dal dutto del 55 uplo del cu. cu. della detta prima parte a c. fia il censo della seconda c b. & il decimo si forma al contrario, cioe si forma dal dutto del 55 uplo del cu. cu. della seconda parte c b. fia il censo della prima a c. Et pero

notarai il detto 55 da l'una, & l'altra banda di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 11 gia per avanti notati nel detto decimo spacio (come nella figura appare, & perche il quarto, & il nono produtto, se bẽ noterai alla detta propositione, trovarai il detto quarto formarsi dal dutto del 165 uplo del cen.cen.cen. della detta prima parte a c. fia il cubo della seconda c b. & il nono formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 165 uplo del cen. cen. cen. della seconda parte c b. fia il cubo della prima parte a c. & pero notarai il detto 165 da l'uno, & l'altro capo di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 55 gia per avanti notati, come nella figura poi vedere, & perche il quinto, & l'ottavo produtto, se ben notarai la detta nostra propositione, trovarai il quinto formarsi dal dutto del 330 uplo del secondo relato della detta prima parte a c. fia il cen. cen. della seconda c b. Et l'ottavo formarsi al contrario, cioe formarsi dal 330 uplo del dutto del secondo relato della seconda parte c b. fia il cen. cen. della prima a c. Et pero notarai il detto 330 da l'una, & da l'altra banda di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 165. gia per avanti notati nel detto decimo spacio (cioe come che nella figura vedi) & perche il sesto, & il settimo produtto, se ben considerarai la detta nostra propositione, trovarai il sesto formarsi dal dutto del 462 uplo del censo cubo della prima parte a c. fia il relato della seconda c b. & il settimo formarsi al contrario, cioe formarsi dal dutto del 462 uplo del censo cubo della seconda parte c b. fia il relato della prima a c. Et pero notarai il detto 462 da l'una, & da l'altra banda di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 330 gia per avanti notati nel detto decimo spacio, come che nella figura poi vedere.

21 DAcoi che habbiamo replicati, & ordinatamente notati in figura tutti quelli numeri, che occorreno di mano in mano alla formatione di tutti quelli produtti, che intervengono in ciascuna di quelle 10 propositioni da noi adutte sopra di quelle 10 regole date nel precedente capo, per cavar quelle 10 specie di radice, acioche tal nostra replicatione, & notatione non sia frusta, & vana ti voglio mostrare, donde tali numeri particolarmente il formino, con laqual notitia da te medesimo potrai piu oltra in infinito procedere nelle altre specie di radici, hor per dar principio a tal particolarita gia sai per le cose dette nella sopradetta nostra replicatione, che quelli nomi descritti, over notati di fuora via dal sinistro lato c d. sono li nomi delle dignita, che si vanno causando, over che si ponno causar di mano in mano della prima parte a c. & quelli che sono descritti, overo notati di fuora via dal destro lato c e. sono li nomi delle dignita, che si vanno causando, over che si ponno causar di mano in mano della seconda parte c b. & tal dignita se ben ti aricordi di quello che fu detto nella terza del primo capo, tal nomi, over dignita sono sempre stabili, & continuati in progressione geometrica denominata tal progressione da quella quantita, dellaquale è causata (cioe la detta progressione geometrica di quelli nomi, che sono dalla banda sinistra, cioe fuor della linea c d. è denominata dalla quantita della parte a c. & quella di quelli, che sono da banda destra, cioe di fuora via del lato c e. è denominata dalla quantita c b. & tal due progressioni geometriche ponno procedere in infinito, come fu essemplificato nella terza del primo capo, & quelli altri nomi, over dignita, che piu oltra andaranno causando l'uno sara sempre il primo, cioe quello che sara causato dalla banda sinistra, & l'altro l'ultimo di tutti quelli produtti, che incorreranno ad agguagliarsi a quella medesima dignita di tutta la detta quantita

a b.

a b. Anchora è manifesto per le cose dette nella nostra replicatione, & annotatione, che tutti quelli numeri, che dalla summita del triangolo (cioe dal numero 1) & vengono discendendo a canto al lato. a d. di dentro via per fin in 11 sono tutti stabili, & continuati nella progressione naturale arithmetica, & ciascuno di quelli tali numeri concorre alla formatione del secondo produtto in quella specie di dignita, che vi è posta a canto di fuora via della detta linea, over lato. a d. & quelli poi che dal medesimo 1. vengono discendendo a canto al lato. a e. pur di dentro via nella medesima progressione naturale arithmetica, per fin al detto 11 sono quelli, che ciascun di loro concorre alla formatione del penultimo produtto in quella specie di dignita, che vi è posta a canto di fuora via della linea, over lato. a e. come nella nostra replicatione con essempij è stato fatto manifesto. Et pero secondo che quelli duoi ordini di nomi, over dignita ponno in tal sua progressione geometrica procedere in infinito, quel medesimo seguita in quelli altri duoi ordini di numeri in tal sua progression naturale arithmetica, cioe che ponno procedere anchora loro in tal progressione in infinito. Ciascun di quelli altri numeri, poi che sono fra li detti duoi ordini di numeri continuati in quella progressione naturale, si forma da quelli duoi numeri a lui soprapositi nel precedente spacio insieme cõgionti. Essempi gratia se ben consideri nel terzo spacio tu trovarai che fra quelli duoi 4 delle dette due progressioni naturale, vi è solamente un 6. hor dico che il detto 6 si forma, over ch'è stato formato da quelli duoi numeri tornati a lui soprapositi nel precedẽte secõdo spacio insieme congionti, cioe che la summa delli detti duoi 3. fa precisamente il detto 6. Similmente se ben guardi nel quarto spacio, trovarai che fra quelli duoi 5 delle dette due progressioni naturali, vi è interposto duoi 10. hor dico l'uno, & l'altro di detti duoi 10 formarsi da quelli duoi numeri, che gli è sopra posti nel precedente terzo spacio, li duoi numeri, che sono sopra posti al primo 10 (cioe a quello che è verso la man sinistra) l'uno è quel 4 della progression sinistra, & l'altro è quel 6 gia formato, liquali duoi numeri gionti insieme fanno precisamente il detto 10. gli altri duoi numeri, che sono sopra posti al secondo 10 (cioe a quello che è verso la man destra) l'uno è pur quel medesimo 6. gia formato, & l'altro è quel 4. della progressione destra, liquali duoi numeri gionti insieme fanno precisamente il detto secondo 10. Dapoi se anchora guardi nel quinto spacio trovarai, che fra quelli duoi 6 delle dette due progressioni naturali, vi è interposto questi tre numeri 15.20.15. hor dico che quel primo 15. che è verso la man sinistra si forma da quelli duoi soprapositi numeri del precedente quarto spacio, liquali duoi numeri (per abreviar parole) se ben consideri l'uno è 5. & l'altro è 10. liquali duoi numeri insieme gionti fanno precisamente il detto 15. Similmente quel 20. che seguita si forma pur da quelli duoi numeri soprapositi nel precedente spacio, liquali duoi numeri se ben guardi sono duoi 10. liquali duoi 10 gionti insieme fanno precisamente quel 20. Similmente quel 15. che è verso man destra si forma pur da quelli duoi soprapositi numeri del precedente spacio, liquali duoi numeri se ben guardi l'uno è 10. & l'altro è 5. liquali gionti insieme fanno precisamente il detto 15. Dapoi se anchora guardarai nel sesto spacio trovarai fra quelli duoi 7. delle dette due progressioni naturali, essergli interposto questi quattro numeri 21.35.35.21. delliquali 4 numeri se ben consideri trovarai ciascuno di loro formarsi dalli duoi numeri a quel tal soprapositi insieme gionti, & per abreviare il dire, trovarai, che sopra al primo 21. vi è 6. & 15. liquali gionti insieme formano il detto 21. quel 35. che seguita ha sopra di se questi duoi numeri 15. & 20. qual gionti insieme formano il detto 35. similmente l'altro 35. ha sopra di se, se ben guardi questi duoi numeri 20. & 15. liquali gionti insieme formano il detto 35. Similmente quell'altro 21. che seguita ha sopra di se se ben guardi questi duoi numeri 15. & 6. liquali gionti insieme formano il detto 21. Dapoi se guardi nel settimo spacio trovarai fra quelli duoi 8 delle dette due progressioni arithmetice, essergli interposto questi cinque numeri 28.56.70.56.28. delliquali 5 numeri il primo, cioe quel 28. se ben guardi ha sopra di se questi duoi numeri 7. & 21. liquali gionti insieme formano il detto 28. il secondo poi, cioe quel 56. ha sopra di se questi duoi numeri 21. & 35. liquali gionti insieme formano il detto 56. quell'altro terzo numero, cioe quel 70. ha sopra di se questi duoi numeri 35. & 35 liquali gionti insieme formano il detto 70. il quarto numero, cioe quell'altro 56. ha sopra di se questi duoi numeri 35. & 21. liquali gionti insieme formano il detto 56. il quinto numero, cioe quell'altro 28. ha sopra di se questi duoi numeri 21. & 7. liquali gionti insieme formano il detto 28. Dapoi se guardarai nel ottavo spacio trovarai fra quelli duoi 9. delle dette due progressioni naturali, essergli interposti questi sei numeri 36.84.126.126.84. & 36. delliquali il primo di detti sei numeri, cioe quel 36. se ben guardi ha sopra di se 8. & 28. liquali gionti insieme formano il detto 36. Il secondo numero, cioe quel 84. ha sopra di se 28. & 56. liquali gionti insieme formano il detto 84. Il terzo di detti numeri (cioe quel 126. ha sopra di se 56. & 70. liquali gionti insieme formano il detto 126. Il quarto di detti numeri, cioe quell'altro 126. ha sopra di se 70. & 56. liquali gionti insieme formano il detto 126. Il quinto di detti numeri, cioe quel 84. ha sopra di se 56. & 28. liquali gionti insieme formano il detto 84. Il sesto, & vltimo di detti sei numeri, cioe quel 36. ha sopra di se 28. & 8. liquali gionti insieme formano il detto 36. Dapoi se guardarai anchora nel nono spacio trouarai fra quelli duoi 10 delle dette due progressioni naturali, esserui interposto questi sette numeri 45. 120. 210. 252. 210. 120. & 45. delliquali sette numeri, il primo, cioe quel 45. se ben guardi ha sopra di se questi duoi numeri 9. & 36. liquali gionti insieme formano il detto 45. Il secondo, cioe quel 120. ha di sopra di se questi altri duoi numeri 36. & 84. liquali gionti formano il detto 120. Il terzo numero, cioe quel 210. ha sopra di se questi duoi numeri 84. & 126. liquali gionti insieme formano il detto 210. Il quarto di detti numeri, cioe quel 252. ha sopra di se questi altri duoi numeri 126. & 126. liquali gionti insieme formano il detto 252. Il quinto di detti sette numeri, cioe quel 210. ha sopra di se questi duoi numeri 126. & 84. liquali gionti insieme formano il detto 210. Il sesto di detti sette numeri, cioe quel 120. ha sopra di se questi duoi numeri 84. & 36. liquali gionti insieme formano il detto 120. Il sette, & vltimo di detti sette numeri, cioe quel 45. ha sopra di se questi duoi numeri 36. & 9. liquali gionti insieme formano il detto 45. Dapoi se diligentemente guardarai anchora nel decimo spacio trouarai fra quelli duoi 11. delle dette due progressioni naturali esserui interposti questi otto numeri 55. 165. 330. 462. 462. 330. 165. 55. delliquali il primo, cioe quel 55. ha sopra di se questi duoi numeri 10. & 45. liquali gionti insieme formano il detto 55. Il secondo di detti otto numeri, cioe quel 165. ha sopra di se questi altri duoi numeri 45. & 120. liquali gionti insieme formano il detto 165. Il terzo di detti 8 numeri, cioe quel 330. ha sopra di se questi altri duoi numeri 120. & 210. liquali gionti insieme formano il detto 330. Il quarto di detti otto numeri, cioe quel 462. ha sopra di se questi duoi numeri 210. & 252. liquali gionti insieme, formano il detto 462. Il quinto di detti 8 numeri, cioe quell'altro 462. ha sopra di se questi altri duoi numeri 252. & 210. liquali gionti insieme formano il detto 462. Il sesto di detti 8 numeri, cioe quell'altro 330. ha sopra di se questi duoi numeri 210. & 120. liquali gionti insieme formano il detto 330. Il settimo di detti 8 numeri, cioe quel 165. ha sopra di se questi duoi numeri 120. & 45. liquali gionti insieme formano il detto 165. L'ottauo, & l'vltimo di detti 8 numeri, cioe quel 55. ha sopra di se questi duoi numeri 45. & 10. liquali gionti insieme formano il detto 55. & cosi penso per quello, che fin'hora è stato detto, & essemplificato, che non solamente habbi ottimamente inteso, come si formano, & trouano di mano in mano tutti quelli numeri, che sono ordinatamente descritti in quelli 10 spacij della sopraoscritta figura, ma non dubito anchora, che senza alcun altro mio particolar auiso da te medesimo saperesti in infinito per ordine procedere, come che in principio di questa 11. questione fu promesso, nondimeno a tua maggior informatione pongo questo caso, che vogliamo formare, ouer trouar la regola da cauar la vndecima specie di radice, laquale se ben ti aricordi di quello che fu detto sopra la terza del primo capo si chiamara R cuba di censa di censa di censa, prima da l'una, & l'altra banda di quel duodecimo spacio (ilqual non si a posta per questo) gli scriueremo di fuora via questo nome cu. cen. cen. come nella detta figura vedi, & similmente da l'una, & l'altra banda di dentro via del detto spacio gli descriueremo questo numero 12. come si ricerca a l'ordine di quelle dette due progressioni naturali, che discendono da l'una, & l'altra banda del triangolo a c d e. poi per trouar il primo di quelli altri 10 numeri, che ordinariamente vi vanno interposti fra quelli duoi 12 delle dette due progressioni naturali. Summaremo insieme quelli duoi numeri 11. & 55. che sono nel precedente decimo spacio faranno 66. & questo 66 poneremo consequentemente dietro a quel primo 12 del detto vndecimo spacio, & per trouar l'altro numero, che seguita dietro a quel 66. summaremo quel medesimo soprapposto 55 insieme cō quel 165. che gli segue dietro, fara in summa 220. & questo 220 lo notaremo consequentemente dietro a quel 66 (per auanti gia notato nel detto vndecimo spacio) e per trouar l'altro numero, che segue dietro al detto 220. summaremo insieme quel medesimo soprapposto 165 insieme con quel 330. che gli segue dietro fara in summa 495. et questo 495 lo notaremo cōsequentemente dietro a quel 220 per auanti notato nel detto vndecimo spacio. Et per trouar l'altro summaremo quel medesimo sopra posto 330. insieme con quel 462. che gli segue dietro fara in summa 792. & questo 792 lo notaremo consequentemēte dietro a quel 495. per auanti notato nel detto vndecimo spacio, & per trouar l'altro summaremo quel medesimo soprapposto 462. insieme con quell'altro 462. che gli segue dietro fara in summa 924. & questo 924. lo notaremo consequentemente dietro a quel 792 per auanti notato nel detto decimo spacio, & per trouar l'altro summaremo quel medesimo soprapposto 462. con quel 330. che gli segue dietro fara in summa 792. & questo notaremo consequentemente dietro a quel 924 per auanti annotato. Et cosi per trouar l'altro

Essempio

l'altro summaremo quel medesimo sopra posto 330 con quel 165 che seguita fara 495. & questo notaremo dietro a quel 792 gia notato. Et per trouar l'altro summaremo quel medesimo sopra posto 165 con quel 55 che seguita fara 220. & questo notaremo dietro a quel 495 per auanti notato. Et cosi volendo finalmente trouare il nono, & vltimo di detti numeri interposti summaremo quel medesimo soprapposto 55 con quel 11 che seguita della progressione naturale, fara 66. & questo lo notaremo fra quel 220. per auanti notato, & quel 12 della detta progressione naturale, come nella figura puoi vedere, & cosi hauueremo trouati tutti quelli numeri particolari, che concorreno alla estrattione della detta radice cubo, censo di censo, con laquale inuentione si potra formar quest'altra sottoscritta vndecima propositione.

Propositione di nuouo formata.

12 SE vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, il cubo censo censo di tutta la detta quantita sempre sara eguale a questi 13 principali produtti, cioe al produtto del cubo censo censo della prima parte. Et al produtto del 12 uplo del terzo relato della detta prima parte fia la seconda parte. Et al produtto del 66 uplo del censo relato della detta prima parte fia il censo della seconda, & al produtto del 220 uplo del cubo cubo della detta prima parte fia il cubo della seconda. Et al produtto del 495 uplo del censo di censo di censo della detta prima parte fia il censo censo della seconda. Et al produtto del 792 uplo del secondo relato della detta prima parte, fia il relato della seconda. Et al produtto del 924 uplo del censo cubo della detta prima parte, fia il censo cubo della seconda. Et al produtto del 792 uplo del secondo relato della seconda parte fia il primo relato della prima. Et al produtto del 495 uplo del censo censo censo della detta seconda fia il censo censo della prima. Et al produtto del 220 uplo del cu.cu. della detta seconda fia il cubo della prima. Et al produtto del 66 uplo del cen. primo rel. della detta seconda fia il censo della prima. Et al produtto del 12 uplo del terzo relato della detta seconda fia la prima simplice. & finalmente al produtto del cu. cen.cen. della detta seconda parte.

Dellaqual propositione se ne farai la proua naturale, o vuoi dir pratica, cioe come fu fatto nelle altre date nel precedente capo la trouarai buona, & con tal euidentia non dubito, che saperai come gouernarti in cauar la detta radice cu. cen. cen. di qual si voglia numero.

Et cosi se volesti anchora trouare, ouer formare la regola da cauar la duodecima specie di radice detta quarta relata, tu allongaresti li lati del detto triangolo, & similmente notaresti questo quarto relato da l'una, & l'altra banda di fuora via di quel duodecimo spacio, che formaresti, & similmente tu allongaresti anchora l'una, & l'altra di quelle due progressioni naturali (giongendoui questo numero 13 da l'una, & l'altra banda (come si ricerca a tai progressioni naturale) poi per trouare quelli altri numeri, che vanno interposti fra quelli duoi 13. procederesti, come festi nella precedente, cioe come ti dimostra quelle linee tirate, & hauueresti lo intento tuo, & con tal modo potrai procedere in infinito.

vnita	1
℞ generale	2
censo, ouer quadrato	4
cubo	8
cen.cen.	16
primo rel.	32
cen.cu.	64
secondo rel.	128
cen.cen.cen.	256
cu.cu.	512
cen.rel.	1024
terzo rel.	2048
cu.cen.cen.	4096
quarto rel.	8192
cen.secondo rel.	16384
cu.primo rel.	32768
cen.cen.cen.cen.	65536
quinto rel.	131072
cen.cu.cu.	262144
sesto rel.	524288
cen.cen.primo rel.	1048576
cu.secondo rel.	2097152
cen.terzo rel.	4194304
settimo rel.	8388608
cu.cen.cen.cen.	16777216
ottauo rel.	33554432
cen.quarto rel.	67108864
cu.cu.cu.	134217728
cen.cen.secondo rel.	268435456
nono rel.	536870912

Et cosi si potria procedere in infinito, & con qual si voglia altra progressione geometrica, cioe denominata da qual si voglia altro numero oltra il sopra dato binario.

Donde si caua la regola da formare il denominatore del rotto di quello, che auanza nelle radici irrationali per dare tal radice propinqua al vero.

13 LA regola da formare il denominatore da metterse sotto a quello che auanza nelle estrattioni delle radici irrationali, se ben considerarai a vna per vna tutte quelle, che nel precedente capo sono state date, trouarai tal denominatore in ciascuna di quelle formarsi solamente da quelli numeri,

che sono di dentro di quel spacio di tal specie di 12, & perche volerti essemplificar di nuouo tutte le dette formationi, saria cosa longa, ma se ben auertirai a questo, che ti ponero sopra questa R. cu. cen. cen. di nuouo formata da te medesimo intenderai non solamente donde si caua ciascuna di quelle, narrate nel detto precedente capo, ma anchora in tutte quelle che in infinito si potria piu ol tra di nuouo formare.

Quando che il numero proposto da cauar la R. cu. cen. cen. non sara cu. cen. cen. & che di quello ne vorrai cauare la sua propinqua R. cu. cen. cen. Prima caua la detta R. cu. cen. cen. del maggior numero cu. cen. cen. contenuto da quello, & quello che ti auanzara di sopra della tua operatione, tu lo ponerai di sopra di vna lineetta (secondo il solito) per numeratore, fatto questo per formare il detto denominatore da mettere sotto di tal linea. Bisogna notare che quello si forma con tanti principali produtti quanti sono quelli termini di numeri, che sono di dentro di quel vndecimo spacio della detta figura precedente, nelqual spacio se ben guardi vi sono dentro 11 termini di numeri, e pero dirai il detto denominatore formarsi da 11 principali produtti, dico anchora che quelli tali 11 produtti si formano di mano in mano con quelli medesimi numeri, che si trouano nel detto vndecimo spacio, cioe il primo di detti 11 produtti si forma dal 12 uplo del terzo relato della prima radice gia cauata. Il secondo si forma dal 66 uplo del censo relato della detta prima radice gia cauata. Il terzo si forma con il 220 uplo del cu. cu. della detta prima radice gia cauata. Il quarto si forma con il 495 uplo del cen. cen. cen. della detta prima radice gia cauata. Il quinto si forma con il 792 uplo del secondo relato della detta prima radice gia cauata. Il sesto si forma con il 924 uplo del cen. cu. della detta prima radice gia cauata. Il settimo si forma con il 792 uplo del relato della detta prima radice gia cauata. L'ottauo produtto si forma con il 495 uplo del cen. cen. della detta prima radice gia cauata. Il nono si forma con il 220 uplo del cu. della detta prima radice gia cauata. Il decimo si forma con il 66 uplo del cen. della detta prima R. gia cauata. L'undecimo & vltimo produtto si forma con il 12 uplo della simplice prima radice gia cauata, & cosi la summa di questi 11 principali produtti si douera mettere sotto la detta linea per denominatore, & la detta prima radice gia cauata insieme con quel tal rotto, sara la propinqua R. cu. cen. cen. di quel tal numero non cu. cen. cen. & con tal regola procederai in infinito in tutte le altre, che piu oltra trouar vorrai. Et acio tu sappia denominare le altre specie di dignita, & le radici di quelle in margine te ne ho annotate 30. Lo apponere delle figure nelle estrattioni di ogni specie di R. si puo sempre trouare, & sapere dalla medesima figura, perche quanti termini di numeri si trouara di dentro di quel spacio di tal specie di dignita tante figure si douera interlassciare fra ponto, & ponto in tal appontatione, & con questo voglio por fine a questo libro.

Fine del secondo Libro.

LIBRO TERZO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO

Tartaglia, nel qual si tratta delli cinque principali atti della pratica delle radici, cioe rappresentare, multiplicare, partire, summare, & sottrare di quelle fra loro, & con il numero.

Della prima specie, ouer atto del algorithmo detto rappresentare di radici. Cap. I.

LA radice di qual si voglia numero, & di qual si voglia specie di radice, ouer che la è rationale, o vuoi dir discreta, ouer che la è irrationale, o vuoi dir sorda, la rationale (come piu volte è stato detto) è quella che si puo trouare, & assignare precisamente per qualche specie di numero, cioe o per numero sano, ouer per rotto, ouer per sano, & rotto, & la irrationale è quella, che non si puo trouare, ne assignare per alcuna di dette specie di numero. Et per tanto dico che alla rationale non vi accade altra specie, ouero altra sorte di rappresentatione di quella che si costuma nelli detti numeri sani, ouer rotti, ouer sani, & rotti, perche quello, che si puo dire, ouero rappresentare per numero, el non si debbe dire, ne rappresentare per altro nome piu oscuro all'intelletto (saluo che per qualche lecita occasione) Essempi gratia potendo dire, ouero rappresentare la radice quadra di 4 per 2. el non si debbe rappresentare in questa forma radice 4. & cosi potendo dire, ouero rappresentare la radice cu. 8. pur per 2. la non si debbe dire, ne rappresentare in questo modo radice cu. 8 anchor che tanto significhi a vn modo quanto a l'altro, & questo che habbiamo detto della radice quadra, & della cuba rationale, si debbe intendere in ogni altra specie di radice rationale. Et quantunque le radici irrationali (come piu volte è stato detto) in fine di qualche conclusione, per qualche material occorrentia, si possino sempre trouare per numero propinquo a tal radice irrationale, ma perche tal radice propinqua non è lecito a cauarla, ne si debbe cauare nel principio di alcuna operatione per volersi poi seruire di quella nella detta operatione, perche non piccolo errore si causaria alle volte nella conclusione (come sopra il multiplicar di dette radici si fara manifesto) anzi egli è necessario a rappresentarle, & maneggiarle cosi sordamente in tutti gli atti del algorithmo. Essempi gratia hauendo da rappresentare, & da maneggiare poniamo la radice quadra di 2 la si debbe rappresentare in questa forma ℞ 2. & cosi volendo rappresentare poniamo la radice cuba di 3 la si descriuera in questo modo ℞ cu. 3 et cosi volendo rappresentare la radice di radice poniamo di 5. la si douera rappresentare in questa forma ℞ ℞ 5 ouero in quest'altra ℞ cen.cen. 5. & cosi volendo rappresentare poniamo la radice prima relata di 7 la si douera rappresentare in questo modo ℞ prima rel. 7. ouero in quest'altro ℞ rel. 7. Et cosi andar procedendo in tutte le altre specie, cioe nominandole con quelli suoi nomi, che nel precedente libro è stato detto, & si nelli rotti, & sani, & rotti, come nelli sani, & cosi sordamente maneggiarle in tutte le altre specie del algorithmo, il modo, ouer regola di saper maneggiar cosi sordamente tutte tali specie di radici ne gli altri sequenti atti del algorithmo si fara manifesto.

Del secondo atto del algorithmo detto multiplicar di radici. Cap. II.

Da notare circa al multiplicar di radici.

ANchora che il secondo atto del algorithmo, nelli numeri simplici sia il summare, nondimeno nelle radici (per varij rispetti) è il multiplicare, ma per intendere la causa praticale di questo multiplicare bisogna notare, che tanto fa a multiplicare qual si voglia numero fia vn'altro, quanto che a multiplicare qual si voglia specie di dignita de l'uno fia quella medesima specie di dignita de l'altro, & di quel produtto pigliarne poi quella specie di radici pertinenti al nome di tal dignita, & accio meglio m'intendi, dico che tanto fa a multiplicare qual si voglia numero fia vn'altro quanto, che a multiplicare il quadrato de l'uno fia il quadrato dell'altro, & di quel produtto pigliar poi la radice quadrata, & similmente quanto che a multiplicare il cubo dell'uno fia il cubo dell'altro, & di tal produtto pigliarne poi la radice cuba, & similmente quanto che a multiplicar il censo di censo dell'uno fia il censo di censo dell'altro, & di tal produtto pigliarne poi la radice cen.cen. Et similmente quanto che a multiplicare il relato di vno fia il relato dell'altro, & di tal produtto pigliarne poi la radice relata, & cosi procedendo in tutte quelle altre specie di dignita, & di radici, narrate nel precedente libro. Essempi gratia dico che tanto sara a multiplicare poniamo 2 fia 3. che fa 6. quanto che sara a multiplicare il quadrato di 2. che è 4. fia il quadrato di 3. che è 9. & di tal produtto pigliarne poi la radice, & perche si vede, che tal produtto è 36. & che la sua radice è medesimamente 6. si verifica il proposito, il medesimo si trouara seguir multiplicando il cubo di 2. che è 8. fia il cubo di 3. che è 27. fara 216. & la radice cuba del detto 216. sara medesimamente 6. il medesimo si trouara seguir multiplicando il cen.cen. del detto 2. che è 16. fia il cen.cen. di quel 3. che è 81. che fara 1296. la radice cen.cen. dellaquale sara medesimamente 6. il medesimo si trouara seguir multiplicando il relato del detto 2. che fara 32. fia il relato del detto 3. che fara 243. che fara 7776. la radice relata dellaquale sara medesimamente 6. & cosi si trouara seguir in tutte le altre specie di dignita, & di radice che a volerli in tutte dar essempio saria cosa longa.

2 Or che hai inteso per essempi la soprascritta propositione, tornando al nostro primo proposito, dico il multiplicar di radici poter occorrere communamente in 4 modi, anchor che in sostanza siano solamente 3. Il primo è da multiplicare vna radice secondo la specie di quella, cioe se tal si sara quadrata quadrarla, & se la sara cuba cubarla, & se la sara cen.cen. reccarla a censo di censo, & se la sara relata relatarla, & cosi discorrendo nelle altre specie, laqual cosa non vuol dir altro, che reccare tal radice alla sua dignita, ouero vn trouare la dignita di quella. Il secondo modo è a multiplicare vna radice fia vn'altra della medesima specie. Il terzo modo è a multiplicar vna radice fia numero. Il quarto, & vltimo modo è a multiplicare vn numero fia vna radice, & questo è simile al terzo modo in sostanza.

3 Quando che si vorra multiplicar vna radice secondo la sua specie, sempre il suo vltimo produtto sara quel numero dellaquale lei è radice. Essempi gratia volendo quadrare la radice quadra di 2. il suo quadrato sara precisamente 2. per numero, & cosi volendo cubare la radice cuba di 2. il suo cubo sara pur 2. per numero, & cosi volendo reccare a cen.cen. la radice cen.cen. di 2. il suo cen.cen. sara pur 2. per numero, & cosi volendo relatare la radice rel. di 2. il suo relato sara pur 2. per numero. Il medesimo seguira in ogni altra specie di radice, & di ogni altro numero maggiore, ouer menore del detto 2. ma perche la radice quadrata è la prima, & la piu frequentata, & maneggiata di qual si voglia altra specie di radice, & pero a maggior informatione delli discenti ne ho posto varij essempi in margine, vero è che bisogna auertir che tanto significa, ouero importa a dire multiplicare vna radice quadrata secondo la specie, ouer reccare tal radice quadrata alla sua dignita. Quanto che a dire multiplicare tal radice quadrata fia vn'altra alla eguale, come vedi nelli essempi posti in margine, che radice 2 fia radice 2 fa 2 per numero, il qual 2 vien a essere il numero del quadrato di quella tal radice sorda di 2. o vuoi dir la dignita di tal radice sorda di 2. & cosi per le medesime ragioni radici 3 fia radici 3 fa 3 per numero, il qual 3 vien pur a esser il quadrato, o vuoi dir la dignita di tal radice sorda di 3. Et quantunque la radice 4 sia rationale, cioe 2 per numero, ma per dechiaratione di tal regola, supponendola, come se fusse irrationale diremo, che a multiplicar ℞ 4 fia ℞ 4 fa pur 4 per numero, il qual 4 vien pur a esser il quadrato, o vuoi dir la dignita quadrata della detta ℞ 4. & questo realmente si vede in atto, & cosi a multiplicar radice 5 fia radice 5 fa pur 5 per numero, & cosi auenira in tutte le altre simili, come nelli detti essempi appare, auertendo anchora (come fu detto nella terza del primo capo del precedente libro) che doue si trouara questo nome radice particolarmente notato si debbe intendere per la radice quadrata, ma tal nome notato in generale, cioe d'infinita quantita, s'intende poi per qual si voglia specie di radice.

multiplicar di radice secondo la specie

a quadrar —	℞ —	2 fa 2
a cubar —	℞ cu. —	2 fa 2
a reccar a cen.cen.	℞ cen. cen.	2 fa 2
a relatar —	℞ rel. —	2 fa 2
a cen. cu. —	℞ cen. cu. —	2 fa 2
a secondo rel.	℞ secondo rel.	2 fa 2
a cen. cen. cen.	℞ cen.cen.cen.	2 fa 2
a cu.cu. —	℞ cu.cu. —	2 fa 2
a cen. rel. —	℞ cen.rel. —	2 fa 2
a terzo rel. —	℞ terzo rel.	2 fa 2

Et cosi discorrendo in tutte le altre specie.

multiplicar radice quadrata in se.

℞ 2 fia ℞	2 fa	2
℞ 3 fia ℞	3 fa	3
℞ 4 fia ℞	4 fa	4
℞ 5 fia ℞	5 fa	5
℞ 6 fia ℞	6 fa	6
℞ 7 fia ℞	7 fa	7
℞ 8 fia ℞	8 fa	8
℞ 9 fia ℞	9 fa	9
℞ 10 fia ℞	10 fa	10
℞ 11 fia ℞	11 fa	11
℞ 12 fia ℞	12 fa	12

Et cosi procedendo nelle altre simili, et non solamente nelli numeri sani, ma nelli rotti, & sani, & rotti.

4 Ma volendo multiplicare vna radice fia vn'altra di quella medesima specie sempre reccarai l'una, & l'altra di quelle alla sua dignita, il che facendo per la terza di questo capo, l'una, & l'altra di dette dignita sara numero, multiplicando poi le dette due dignita, cioe li detti duoi numeri l'uno fia l'altro, & la radice secondo la specie di quel tal produtto, per la prima di questo capo, sara il produtto di tal multiplicatione. Essempi gratia volendo

multiplicare

multiplicare radice 2 fia radice 3, troua li quadrati di ciascuna di quelle, che per la precedente, fai che l'uno è 2. & l'altro è 3. liquali multiplicati fanno 6. & cosi per la prima di questo capo la radice del detto 6. sara il prodotto della detta radice 2 fia la detta radice 3. Et cosi volendo multiplicar R. cu. 2 fia R. cu. 3. troua li cubi di ciascuna di quelle, che per la detta precedente sai l'uno esser 2. & l'altro 3. liquali multiplicati fanno pur 6. & cosi per la prima di questo capo, la radice cuba del detto 6. sara il prodotto di tal multiplicatione, cioe di R. cu. 2 fia R. cu. 3. sara R. cu. 6. & cosi per abreuiar scrittura a multiplicar R. cen. cen. 2 fia R. cen. cen. 3. fara R. cen. cen. 6. & cosi a multiplicar R. rel. 2. fia R. rel. 3. fara R. rel. 6. & procedendo come in margine vedi. Ma perche la radice quadrata (come fu detto nella precedente) è la prima, & la piu maneggiata di qual si voglia altra specie di radice, & pero a maggior satisfattione di studiosi in sua specialita voglio adur piu essempi. Replico adonque che a multiplicar R. 2 fia R. 3 fa R. 6. & cosi per le medesime ragioni a multiplicar R. 3 fia R. 5 fa R. 15. & a multiplicar R. 2 fia R. 8 fa R. 16. & perche R. 16 è 4. diremo che a multiplicar R. 2 fia R. 8 fa 4. per numero. Et pero si manifesta, che a multiplicar vna radice irrationale fia vn'altra radice irrationale, alle volte puo far numero rationale, o vuoi dir discreto, cioe che puo produre numero quadrato, come che nelli essempi posti in margine appare. Et bisogna notare che quelle radici quadrate, che multiplicate l'una fia l'altra producano numero quadrato (la cui radice vien a essere numero rationale) per la decima nona, & 20 del decimo di Euclide sono dette radice communicante, o vuoi dir commensurabile in longhezza, come in altro luogo piu abondantemente parlaremo a Iddio piacendo.

Essempi in generale.

R. —— —— 2	fia R. —— —— 3	fa R. —— —— 6
R. cu. —— 2	fia R. cu. —— 3	fa R. cu. —— 6
R. cen. cen. 2	fia R. cen. cen. 3	fa R. cen. cen. 6
R. rel. —— 2	fia R. rel. —— 3	fa R. rel. —— 6
R. cen. cu. 2	fia R. cen. cu. 3	fa R. cen. cu. —— 6
R. seconda rel. 2	fia R. seconda rel. 3	fa R. seconda rel. 6
R. cen. cen. cē. 2	fia R. cen. cen. cen. 3	fa R. cen. cen. cen. 6
R. cu. cu. —— 2	fia R. cu. cu. 3	fa R. cu. cu. 6
R. cen. rel. 2	fia R. cen. rel. 3	fa R. cen. rel. 6
R. terza rel. 2	fia R. terza rel. 3	fa R. terza rel. 6

Et cosi discorrendo in tutte l'altre sequenti specie.

Essempi in specialita delle radici quadre.
R. 2 fia R. 3 fa R. 6
R. 3 fia R. 5 fa R. 15
R. 2 fia R. 8 fa R. 16, cioe 4
R. 5 fia R. 10 fa R. 50
R. 3 fia R. 12 fa R. 36, cioe 6
R. 6 fia R. 7 fa R. 42
R. 6 fia R. 24 fa R. 144, cioe 12
Et cosi procedendo nelle altre simili, et non solamente nelli numeri sani, ma nelli rotti, & sani, & rotti.

5 MA volendo multiplicar qual si voglia specie di radice fia vn numero, perche in tal caso bisogna che il multiplicante, & la cosa multiplicata siano di vna medesima natura, onde non potendo trouar tal radice per numero (per esser irrationale dal presupposito) & pero bisogna recar l'uno, & l'altro alla dignita di tal specie di radice, il che facendo l'una, & l'altra di dette dignita per la terza di questo capo sara numero, multiplicando poi li detti duoi numeri l'uno fia l'altro, la radice poi secondo la specie di quel tal produtto per la prima di questo sara il produtto di tal multiplicatione. Essempi gratia volendo multiplicare poniamo R. 2 fia 3. quadra la radice 2. & fara 2. quadra anchora 3 & fara 9. multiplica mo 2 fia 9 fa 18. & la radice 18. sara il produtto di R. 2 fia 3. Et cosi volendo multiplicare R. cu. 2 fia 3 cuba quella R. cu. 2. & fara 2. cuba anchora quel 3 fa 27. multiplica mo 2 fia 27 fa 54. & la R. cu. 54. per la prima di questo capo sara il produtto di R. cu. 2 fia 3. Et cosi volendo multiplicare R. cen. cen. 2 fia 3. reca quella R. cen. cen. 2. alla sua dignita, cioe a cen. cen. che per la terza di questo capo fara 2. similmente recca quel 3 a cen. cen. fara 81. multiplica mo 2 fia 81 fa 162. & cosi per la prima di questo capo, la R. cen. cē. di 162 fara il produtto di R. cen. cē. 2 fia 3. Et cosi volendo multiplicare R. rel. 2 fia 3. redararai l'una e l'altra di dette due quantita, il che facendo l'una fara 2. l'altra 243. multiplica poi 2 fia 243 fara 486. & cosi per le ragioni piu volte dette la radice rel. 486. fara il produtto di R. rel. 2 fia 3. & cosi con tal ordine procederai in tutte le altre specie di radice, come nello essempio posto in margine in parte puoi vedere, ma perche la radice quadra (come piu volte è stato detto) è la prima, & la piu frequentemente maneggiata, di qual si voglia altra specie di radice. Et pero in sua specialita si disfondaremo alquanto piu chiara con altri essempi, replicando adonque dico volendo multiplicare R. 2 fia 3. che per recarli a vna medesima natura, el si debbe quadrar la R. 2. & fara 2. quadrar anchora il 3. & fara 9. & multiplicar poi questi duoi quadrati l'uno fia l'altro, & faranno 18. & cosi per la prima di que-

Essempio in generale

R. —— —— 2	fia 3 fa R. —— —— ——	18
R. cu. —— 2	fia 3 fa R. cu. —— ——	54
R. cen. cen. 2	fia 3 fa R. cen. cen. ——	162
R. rel. —— 2	fia 3 fa R. rel. —— ——	486
R. cen. cu. 2	fia 3 fa R. cen. cu. ——	1458
R. secondo rel. 2	fia 3 fa R. secondo rel.	4374
R. cen. cen. cen. 2	fia 3 fa R. cen. cen. cen.	13122
R. cu. cu. —— 2	fia 3 fa R. cu. cu. ——	39366
R. cen. rel. 2	fia 3 fa R. cen. rel.	118098
R. terzo rel. 2	fia 3 fa R. terzo rel.	354294

Et cosi procedendo in tutte le altre sequenti specie, & si di maggiore, come di menor quantita.

Essempio in specialita delle R. quadre fia numero.
R. 2 fia 3 fa R. 18
R. 3 fia 2 fa R. 12
R. 5 fia 4 fa R. 80
R. 6 fia 5 fa R. 150
Et cosi procedendo nelle altre simili, & non solamente nelli numeri sani, ma nelli rotti, & sani, & rotti.

Vn'altro essempio di numeri fia R.
2 fia R. 3 fa R. 12
2 fia R. 12 fa R. 48
3 fia R. 8 fa R. 72
4 fia R. 20 fa R. 320
5 fia R. 5 fa R. 125

sto capo, la ℞ 18 sara il produtto di ℞ 2 fia 3. Et cosi a multiplicar ℞ 3 fia 2 (procedendo per il medesimo modo) fara ℞ 12. perche il quadrato della ℞ 3 è 3. & il quadrato di 2 è 4. & 3 fia 4 fa 12. & la ℞ 12 sara il detto produtto, & cosi a multiplicare ℞ 5 fia 4 fara ℞ 80. & ℞ 6 fia 5 fara ℞ 150. come in margine vedi. Et perche il multiplicare di numero fia ℞ è simile in sostanza a quello di ℞ fia numero, perche tanto fa a multiplicar ℞ 2 fia 3, quanto che a multiplicar 3 fia ℞ 2. perche l'uno, & l'altro fa ℞ 18. & il medesimo seguira nelle altre, come che in margine puoi vedere, & pero non staremo a dilatarsi altramente in questo, avertendoti solamente che il numero è sempre incommensurabile con ogni specie di radice irrationale, & pero multiplicato per qual modo si voglia, con qual si voglia specie di radice irrationale, sempre il produtto sara irrationale.

Da notare non solamente per il multiplicare numero per radice, & radice per numero, ma anchora per il partire.

6 Nanti che piu oltra scorriamo ti voglio prima avertire, come che'l non si puo multiplicare, ne manco partire alcuna specie di radice per numero, ne numero per alcuna specie di radice, che non si riduffe ambiduoi a una medesima natura, cioe o trovare (se possibil è) tal radice per numero, over ridur l'uno, & l'altro di loro alla dignita di quella specie di radice, vero è che potendosi trovare tal specie di ℞ precisamente per numero piu conveniente, & ispediente saria a trovarla, & multiplicare il numero di quella fia quell'altro numero, & tal produtto saria il giusto produtto, che perveniria a multiplicar tal specie di radice per quel numero, overo a multiplicare tal numero per quella specie. Essempi gratia volendo multiplicare ponimo la radice quadra di 9 per 2. & perche la radice di 9 si puo trovare precisamente per numero (che saria 3) Et per tanto dico che in tal caso, piu conveniente, & ispediente saria a trovar la detta radice per numero, laquel (come è detto) è 3. & multiplicare il detto 3 per quel 2. & fara 6. & cosi diremo, che a multiplicar la detta radice 9 per quel 2 fara 6. Egli è ben vero, che quel medesimo si trovaria con il multiplicar le loro dignita, cioe li loro quadrati, & di tal produtto pigliarne poi la radice quadrata (come fu detto nella prima di questo capo) cioe quadrar quella ℞ 9. & fara 9. quadrar anchora quel 2. & fara 4. poi multiplicar 4 fia 9 fara 36. & la radice di 36 fara il produtto di 2 fia ℞ 9. & perche la radice del detto 36 è pur 6. come per l'altra via fu trovato, si verifica far tanto per una via, come per l'altra, ma in simili casi piu conveniente è il primo modo, che questo secondo. Et questo si debbe intendere in ogni specie di radice.

7 MA quando che la detta radice sara irrationale, per esserne impedita la via di poterla trovare precisamente per numero, in tal caso egli è necessario a procedere per il sopradetto secondo modo, cioe a essequire tal atto, con le loro dignita, cioe con li loro quadrati (essendo tal radice quadra) come nella quinta di questo capo è stato fatto, & quello che si è detto della radice quadra si debbe intendere per ogni altra specie di radice irrationale.

Alcuno potria dire, non saria buono di tale ℞ irrationale a cavarne la sua propinqua radice per numero, & quel tal numero multiplicarlo fia quell'altro, rispondo che tal modo non saria ne buono, ne bello, perche anchora che l'errore di detta radice propinqua fusse piccolo, multiplicandolo poi per quel tal numero si veniria a far grande in fine della conclusione. Essempi gratia volendo per tal modo multiplicare ℞ 7. ponimo per 1000. cavando la propinqua radice del detto 7. per la sua regola si trovara tal propinqua radice esser $2\frac{3}{4}$, hor multiplicando $2\frac{3}{4}$ fia 1000 fara 2750. Ma multiplicando poi la detta ℞ 7 per il detto 1000 secondo la regola data nella quinta di questo capo, cioe quadrar la detta ℞ 7 fara 7. quadrar anchora quel 1000. fara 1000000. & multiplicar poi 7 fia 1000000. fara 7000000. & cosi la radice 7000000 diremo, che faccia a multiplicar radice 7 fia 1000 per la sua propria regola, hor se di questo produtto (cioe di questa ℞ 7000000) ne cavaremo la sua propinqua radice trovaremo quella essere $2645\frac{[illegible]}{[illegible]}$, che veniria a essere manco circa $104\frac{[illegible]}{[illegible]}$ di quel 2750. che fece per quell'altro modo da me biasimato. Et questo cosi grande errore procede, perche la detta propinqua radice di 7 (cioe quel $2\frac{3}{4}$) è alquanto piu della vera radice del detto 7. perche se quadrarai quel $2\frac{3}{4}$ trovarai, che fara $7\frac{9}{16}$, che fara $\frac{9}{16}$ piu del detto nostro 7. & quantunque tal errore (nel detto suo quadrato) risponda quasi nulla nella detta radice propinqua (cioe in quel $2\frac{3}{4}$) nondimeno multiplicando poi tal $2\frac{3}{4}$ per quel 1000. si vien anchora a multiplicare tal errore, talmente che in quel suo 2750 di produtto vien a esser cresciuto, over fatto circa a quel $104\frac{[illegible]}{[illegible]}$ piu del dovere, come di sopra si è visto. Et pero mai si debbe cavare tal radice propinqua in alcuna specie di radice irrationale nel principio, ne manco nel mezzo di alcuna tua operatione (come nel principio del primo capo, & in molti altri luoghi è stato detto) Egli è ben vero, che in fine di tutte le tue operationi (come piu volte è stato detto) Egli è lecito alle volte a cauare tal radice propinqua nella vltima conclusione, per vedere in qualche naturale, ouer materiale questione, quanto risponda tal ℞ conclusione per numero, & questo è stato vsato (come in altri luoghi è stato detto) da Ptolomeo nel suo Almagesto, & nella sua Geografia, & similmente da Giouan di Monte regio, & da molti altri, vero è che questo non si debbe vsare in caso di disputatione, perche tal ℞ conclusione fatta cosi per numero propinquo dal suo auersario ti saria reprobata per falsa, anzi in tal caso bisogna rispondere per radici sorde, & questo si debbe intendere in ogni specie di ℞ irrationale.

Del terzo atto del Algorithmo detto partire di radici.

Cap. III.

Da notare circa al partir di radici.

1 IL partir di ℞ per esser vn atto in tutto contrario al multiplicare seguira, che colui, che hauera ben intese le regole del multiplicare facilmente apprendera quelle del detto partire, ma per intendere la causa praticale delle regole del detto partire bisogna notare, che tanto fa a partire qual si voglia numero per vn'altro, quanto che a partire qual si voglia dignita di quel numero, che debbe esser partito per quella medesima dignita del partitore, & di quello che ne venira a pigliarne poi la radice (secondo la specie di tal dignita) Essempi gratia partendo 6 per 2 ne vien 3. Dico che partendo qual si voglia dignita del detto 6 per quella medesima del detto 2. & di quello auenimento pigliandone poi quella medesima specie di radice, dico che tal radice sara medesimamente quel 3. & per verificarti naturalmente di questo, piglia il quadrato di 6. che è 36. & partilo per il quadrato di quel 2. che è 4. & te ne venira 9. & cosi la radice del detto 9. sara pur 3. come habbiamo detto. Similmente pigliando il cubo del detto 6. che è 216. & partendolo per il cubo di quel 2. che è 8. te ne venira 27. & cosi la radice cuba del detto 27 sara medesimamente quel 3. come habbiamo detto. Similmente pigliando il cen. cen. del detto 6. che sara 1296. & partendolo per il cen. cen. del 2. che sara 16. te ne venira 81. & cosi la ℞ cen. cen. del detto 81. sara pur il detto 3. come habbiamo detto, & anchora pigliando il relato del detto 6. che sara 7776. & partendolo per il relato del detto 2. che sara 32. te ne venira 243. et cosi la radice relata del 243 sara pur il detto 3. & cosi (senza che piu oltra mi stenda) il medesimo seguira in qual si voglia altra specie di dignita.

2 HOra che hai essemplarmente intesa la soprascritta particolarita, dico che il partire di radici poter auenire communamente in quattro modi (si come interuenne anchora nel multiplicare) il primo è a partire qual si voglia specie di ℞ per se medesima, cioe per vn'altra a lei eguale. Il secondo modo è a partire qual si voglia specie di ℞ per vn'altra da lei diuersa in quantita, ma ben di quella medesima specie. Il terzo modo è a partir qual si voglia specie di ℞ per numero. Il quarto, & vltimo modo è a partire vn numero per qual si voglia specie di ℞, delliquali quattro modi andaremo regolatamente delucidando con essempi.

3 VOlendo partire qual si voglia specie di ℞ per vn'altra a lei eguale in quantita sempre recaterai l'una, & l'altra di quelle alla sua dignita, lequali dignita (per la seconda del precedente capo) l'una, & l'altra sara numero, & tali numeri saranno eguali, & pero a partire l'uno per l'altro sempre di tal partimento ne venira precisamente 1. & la radice del detto 1. sempre sara 1. & sia tal ℞ di che specie si voglia. Essempi gratia volendo partire ponimo ℞ 2 per ℞ 2. & perche li loro quadrati sarino pur 2. & 2. onde partendo 2 per 2 ne venira 1. & la ℞ di 1. è pur 1. & per le medesime ragioni volendo partire ℞ cu. 2 per ℞ cu. 2. & perche le loro dignita, cioe li loro cubi saranno pur 2. & 2. onde partendo 2 per 2. ne venira pur 1. & la radice cuba di 1 è pur 1. Et cosi volendo partire ℞ cen. cen. 2 per ℞ cen. cen. 2. & per-

a partir ℞ —— 2	per ℞ ——	2 ne vien 1
a partir ℞ cu. —— 2	per ℞ cu. ——	2 ne vien 1
a partir ℞ cen. cen. 2	per ℞ cen. cen. ——	2 ne vien 1
a partir ℞ rel. —— 2	per ℞ rel. ——	2 ne vien 1
a partir ℞ cen. cu. 2	per ℞ cen. cu. ——	2 ne vien 1
a partir ℞ secondo rel. 2	per ℞ secondo rel.	2 ne vien 1

Et cosi discorrendo nelle altre specie di ℞, & in altro maggiore, ouer menor numero del detto 2.

Essempi per le ℞ quadre.

a partir ℞ 2	per ℞ 2	ne vien 1
a partir ℞ 3	per ℞ 3	ne vien 1
a partir ℞ 4	per ℞ 4	ne vien 1
a partir ℞ 5	per ℞ 5	ne vien 1
a partir ℞ 6	per ℞ 6	ne vien 1

Et cosi discorrendo.

che reccando l'una, & l'altra alla sua dignita, cioe al suo cen.cen. l'uno, & l'altro di quelli sara per 2. & 1. onde partendo l'uno per l'altro ne venira pur 1. & la radice cen.cen. del detto 1. sara pur 1. & cosi discorrendo nelle altre specie di ℞, come nelli essempi posti in margine in parte puoi vedere, & questo si debbe intendere in ogni altro numero maggiore, ouer menore del detto 1. Ma perche la radice quadrata (come piu volte è stato detto) è la prima, & la piu maneggiata di qual si voglia altra specie di ℞. Et pero a maggior intelligentia di studiosi, in sua specialita, mi voglio dilatare alquanto piu con essempi. Replico adonque che a partire ℞ 2 per ℞ 2 ne vien 1. & cosi per le medesime ragioni a partire ℞ 3 per 3 ne vien 1. & cosi a partire ℞ 4 per ℞ 4 (anchor che sia rationale) ne vien pur 1. & cosi a partire ℞ 5 per ℞ 5 ne vien pur 1. & cosi discorrendo.

La proua di qual si voglia partir di ℞ si fa secondo l'ordine di tutte le specie di partiri, cioe multiplicando lo auenimento fia il partitore, & ritornando la cosa partita, tal partimento sara buono.

4 MA volendo partir qual si voglia specie di ℞ per un'altra da lei diuersa in quantita (ma di quella medesima specie) partirai la dignita di quella per la dignita di quell'altra, & la ℞ di quella medesima specie) di tal auenimento sara lo auenimento, che veniria a partire quella tal radice per quell'altra da lei diuersa in quantita. Essempi gratia volendo partire ℞ 24 per ℞ 3 recca l'una, & l'altra alla sua dignita, cioe quadra ciascuna di quelle, & trouarai l'uno esser 24. & l'altro 3. partendo poi 24 per 3 ne vien 8. & la ℞ del detto 8. sara lo auenimento, che veniria a partir ℞ 24 per ℞ 3. Similmente volendo partir ℞ cu. 24 per ℞ cu. 3. recca il cu. di ℞ cu. 24. che sara 24. troua anchora il cu. di ℞ cu. 3. che sara 3. parti poi 24 per 3 ne vien 8. & la ℞ cu. di 8. laqual è 2. sara l'auenimento, che veniria a partir ℞ cu. 24 per ℞ cu. 3. Similmente volendo partir ℞ ce.ce. 24 per ℞ ce.ce. 3. recca l'una, & l'altra al suo cen.cen. (cioe alla sua dignita) & trouarai l'uno esser 24. & l'altro 3. partendo poi 24 per 3 ne veniria 8. & cosi ℞ cen.cen. 8 sara lo auenimento, che veniria a partir ℞ cen.cen. 24 per ℞ cen.cen. 3. Similmente volendo partir ℞ rel. 24 per ℞ rel. 3. recca l'una, & l'altra alla sua dignita, cioe al primo relato, & trouarai l'uno essere 24. & l'altro 3. partendo mo 24 per 3 ne vien pur 8. & cosi la ℞ rel. 8 sara lo auenimento, che veniria a partire la detta ℞ rel. 24 per ℞ rel. 3. & con tal ordine procederai in tutte le altre specie di ℞, come che in parte in margine per essempio puoi vedere. Ma per non pretermettere l'ordine nostro induremo alcuni altri essempij in specialita delle ℞ quadre, per le ragioni di sopra piu volte dette, replico adonque che a partire ℞ 24 per ℞ 3 ne viene ℞ 8. & cosi a partire ℞ 28 per ℞ 2 ne vien ℞ 14. Et cosi a partir ℞ 20 per ℞ 5 ne vien ℞ 4. laqual radice è 2. Et a partir ℞ 12 per ℞ 6 ne viene ℞ 2. & cosi discorrendo, come che in parte nelli essempi posti in margine puoi vedere.

a partir ℞ ——	24 per ℞ ——	3 ne vien ℞ ——	8
a partir ℞ cu. ——	24 per ℞ cu. ——	3 ne vien ℞ cu. ——	8, che è 2
a partir ℞ cen. cen.	24 per ℞ cen.cen.	3 ne vien ℞ cen.cen.	8
a partir per ℞ rel.	24 per ℞ rel. ——	3 ne vien ℞ rel. ——	8
a partir ℞ cen. cu.	24 per ℞ cen. cu.	3 ne vien ℞ cen. cu.	8, ch'è ℞ 2
a partir ℞ secondo rel.	24 per ℞ secondo rel.	3 ne vien ℞ secondo rel.	8

Et cosi discorrendo nelle altre specie di ℞, & in altri maggiori, & menori numeri.

Essempi per le ℞ quadre

a partir ℞ 24 per ℞ 3 ne vien ℞ 8
a partir ℞ 28 per ℞ 2 ne vien ℞ 14
a partir ℞ 20 per ℞ 5 ne vien ℞ 4, ch'è 2
a partir ℞ 12 per ℞ 6 ne vien ℞ 2
a partir ℞ 27 per ℞ 3 ne vien ℞ 9, ch'è 3
a partir ℞ 80 per ℞ 5 ne vien ℞ 16, ch'è 4
a partir ℞ 21 per ℞ 7 ne vien ℞ 3
Et cosi discorrendo, & si nelli rotti, & sani, & rotti, come che nelli numeri sani.

La proua di tutte le specie di partiri di radici si fa con il multiplicare di quelle (come nella precedente è stato detto) cioe multiplicando l'auenimento per il partitore se ne debbe ritornar la cosa partita.

Bisogna auertire, come quelle ℞ quadrate, che partendo l'una per l'altra, ne peruenga numero quadrato (la cui ℞ è rationale) sono dette communicante, o vuoi dir commensurabile in longhezza.

5 MA volendo partire qual si voglia specie di radice, per numero prima bisogna (come fu detto nella sesta del precedente capo) ridurli ambidoi a una medesima natura, & perche (essendo tal radice irrationale) non si puo hauer tal radice precisamente per numero bisogna venire alle loro dignita, cioe reccare la radice alla sua dignita, & similmente reccare anchora il detto numero a quella medesima specie di dignita, & dapoi partire la dignita di tal radice per la dignita del detto numero, & la radice (secondo la specie) di tal auenimento, sara lo auenimento di tal partimento. Essempi gratia volendo partire poniamo ℞ 12 per um, cioe per 2. quadra la detta ℞ 12. sara 12. quadra anchora quel 2. sara 4. Hor parti 12 per 4 ne

vien 3

vien 3. & la ℞ 3 sara lo auenimento, che peruenira a partir ℞ 12 per mita, o vuoi dir per 2. & se ne vorrai far la proua multiplicarai ℞ 3 per 2, trouarai che fara ℞ 12, come vuol il debito, e pero sta bene. Et cosi se vorrai indopplare ℞ cu. 12, cioe multiplicarla per 2, cuba ℞ cu. 12. & fara 12, cuba anchora quel 2. & fara 8. hor parti 12 per 8. & te ne venira $1\frac{1}{2}$, & la radice cu. $1\frac{1}{2}$ fara lo auenimento che peruenira a partire ℞ cu. 12 per mita, cioe per 2. & cosi volendo partir ℞ cen. cen. 12. per mita, cioe per 2. recca la detta ℞ cen. cen. 12. alla sua dignita, cioe a cen. cen. & fara 12. poi recca anchora quel 2 a cen. cen. & fara 16. poi parti 12 per 16. & te ne venira $\frac{3}{4}$, & cosi la ℞ cen. cen. di $\frac{3}{4}$ fara lo auenimento, che venira a partire ℞ cen. cen. 12 per 2. Et cosi volendo partire ℞ rel. 12. per il detto 2. troua il relato di detta radice relata 12. che trouarai esser 12. poi troua anchora il relato di 2. che fara 32. hor parti 12. per il detto 32. ne venira $\frac{3}{8}$, & cosi la ℞ relata di $\frac{3}{8}$ fara lo auenimento, che ne venira a partir ℞ rel. 12 per 2. & con tal regola procederai al partir qual si voglia delle altre specie di radice per 2. & per qual si voglia altro numero maggiore, ouer minore del detto 2. Ma per non deuiar da l'ordine nostro voglio addure quattro altri partiri di radice quadre per numero. Replico adonque che a partir ℞ 12 per 2. ne vien ℞ 3. & cosi a partire ℞ 20 per 2 ne vien ℞ 5. Et similmente a partir ℞ 63 per 3. ne vien ℞ 7. Et a partir ℞ 40 per 4 ne vien ℞ $2\frac{1}{2}$. & a partir ℞ 50 per 5. ne vien radici 2. & cosi discorrendo anchora nelli rotti, & sani, & rotti.

a partir ℞	12	per 2	ne vien ℞	3
a partir ℞ cu.	12	per 2 ne vien ℞ cu.		$1\frac{1}{2}$
a partir ℞ cen. cen.	12	per 2 ne vien ℞ cen. cen.		$\frac{3}{4}$
a partir ℞ rel.	12	per 2 ne vien ℞ rel.		$\frac{3}{8}$
a partir ℞ cen. cu.	12	per 2 ne vien ℞ cen. cu.		$\frac{3}{16}$
a partir ℞ secondo rel.	12	per 2 ne vien ℞ secondo rel.		$\frac{3}{32}$

Essempi speciali per partir ℞ quadre per numero.

a partir ℞ 12	per 2	ne vien ℞	3
a partir ℞ 20	per 2	ne vien ℞	5
a partir ℞ 63	per 3	ne vien ℞	7
a partir ℞ 40	per 4	ne vien ℞	$2\frac{1}{2}$
a partir ℞ 50	per 5	ne vien ℞	2
a partir ℞ $4\frac{2}{3}$	per $\frac{2}{3}$	ne vien ℞	$10\frac{1}{2}$

Et cosi procedendo nelle altre simili.

6 MA volendo partire numero per qual si voglia specie di radice, prima bisogna (come fu detto nella sesta del precedente capo) ridurli ambidui a vna medesima natura, & perche essendo tal radice irrationale non si puo hauere tal radice precisamente per numero, egli e necessario venire alle loro dignita, cioe reccare (come fu fatto nella precedente) la radice alla sua dignita, & similmente reccare anchora il numero a quella medesima specie di dignita, & dapoi partire la dignita del numero per la dignita della radice, & la radice secondo la specie di tal auenimento, sara lo auenimento, che venira a partire tal numero per quella tal specie di radice. Essempi gratia volendo partire poniamo 4 per ℞ 5, quadra quella ℞ 5 fara 5. quadra anchora quel 4 fa 16. hor parti 16 per 5 ne vien $3\frac{1}{5}$, & cosi ℞ $3\frac{1}{5}$ sara lo auenimento, che venira a partir il detto 4 per ℞ 5. Similmente volendo partir poniamo quel medesimo 4 per ℞ cu. 5. cuba la detta radice cu. 5. fara 5. cuba anchora quel 4. fara 64. hor parti 64 per 5. ne vien $12\frac{4}{5}$, & cosi ℞ cu. $12\frac{4}{5}$ sara lo auenimento, che venira a partir il detto 4. per la detta radice cu. 5. Similmente volendo partire per quel medesimo 4. per ℞ cen. cen. 5. recca la detta ℞ cen. cen. 5. alla sua dignita, cioe a censo di censo fara pur 5. recca medesimamente quel 4 a cen. cen. & fara 256. hor parti 256 per 5. ne venira $51\frac{1}{5}$, & cosi ℞ cen. cen. $51\frac{1}{5}$ sara lo auenimento, che venira a partire il detto 4 per ℞ cen. cen. 5. & cosi con tal regola andar procedendo nelle altre specie di radice, & per ogni altro numero maggior, ouer menor del detto 4. & per ogni altra maggiore, ouer menore quantita di ℞ 5. ma per non preterire al nostro ordine poneremo alcuni altri essempij sopra il partire delle radici quadre per numero per esser (come piu volte e stato detto) le piu maneggiate di qual si voglia altra specie di radice, e per tanto replico che a partire 4 per ℞ 5 (per la regola di sopra data) ne vien ℞ $3\frac{1}{5}$, & cosi per la medesima regola a partir 6 per ℞ 12 ne vien ℞ 3. Similmente par

a partir 4 per ℞	5 ne vien ℞		$3\frac{1}{5}$
a partir 4 per ℞ cu.	5 ne vien ℞ cu.		$12\frac{4}{5}$
a partir 4 per ℞ cen. cen.	5 ne vien ℞ cen. cen.		$51\frac{1}{5}$
a partir 4 per ℞ rel.	5 ne vien ℞ rel.		$204\frac{4}{5}$
a partir 4 per ℞ cen. cu.	5 ne vien ℞ cen. cu.		$819\frac{1}{5}$

Et cosi discorrendo nelle altre specie.

a partir 4 per ℞	5	ne vien ℞	$3\frac{1}{5}$
a partir 6 per ℞	12	ne vien ℞	3
a partir 7 per ℞	8	ne vien ℞	$6\frac{1}{8}$
a partir 8 per ℞	8	ne vien ℞	8

Et cosi discorrendo nelle altre simili.

tendo ~ per ℞ 2. ne veniria ℞ 4 $\frac{1}{2}$, similmente a partir 4 per ℞ 8 ne vien ℞ 2. & così discorrendo nelle altre simili. Auertendoti, come fu detto sopra la quinta di multiplicare, che il numero è sempre commensurabile con qual si voglia specie di radice sorda, e però a partire qual si voglia specie di radice sorda per numero, ouero vn numero per qual si voglia specie di radice mai di tai partimenti ne può venir quantità rationale.

Del quarto atto del algorithmo detto summar di radice. Cap. IIII.

Come si conoscono due radici esser fra loro communicante,

o vuoi dir commensurabile in qual si voglia specie.

Per ben intendere li fondamenti della pratica del summare di radici in generale, bisogna sapere, che in ogni specie di dette radici ve ne sono alcune, che sono dette communicante, ouer commensurabile fra loro, & alcune incommensurabile, cioè non communicante. Le radici quadrate communicante, ouer commensurabile Euclide nella 19. & 20 del decimo dimostra esser quelle, che dette, ouer multiplicate l'una fia l'altra producano quantità rationale (come che sopra la quinta del secondo capo fu anchor detto) ma nelle altre specie di radice niente si dice, eccetto che delle ℞ ℞, ouer ℞ cen. cen. da lui dette, ouer chiamate linee mediale, come che al suo luogo più abondantemente parlaremo. Ma noi habbiamo trouato vn modo generale di saper conoscere (in ogni specie di dette radici) quelle, che sono fra loro commensurabile, o vuoi dir communicante, & per duoi diuersi modi, ouer regole, la prima delle quai due regole è commune a ogni specie di radice, & l'altra (cioè la seconda) si va diuersificando secondo le specie di dette radici. La prima & commune regola è questa, che quelle radici sono fra loro communicante, che partendo qual si voglia di quelle per l'altra darà lo auenimento rationale (& questo s'intende in ogni specie di radice) Essempi gratia la ℞ 3 diremo esser communicante alla ℞ 12 perche partendo la maggiore per la menore, ouer la menore per la maggiore darà lo auenimento rationale, & che sia il vero partendo ℞ 12 per ℞ 3 ne vien ℞ 4. che saria 2 per numero rationale, similmente partendo ℞ 3 per ℞ 12 ne veniria ℞ $\frac{1}{4}$, laqual ℞ $\frac{1}{4}$ saria $\frac{1}{2}$ per numero rationale.

Similmente ℞ cu. 4. diremo esser communicante con ℞ cu. 108. perche partendo ℞ cu. 108 per ℞ cu. 4. lo auenimento sara ℞ cu. 27. laqual ℞ cu. 27. saria 3 per numero.

Essempi per la prima regola delle radici communicante in generale.

a partir ℞	12	per ℞	3 ne vien	2
a partir ℞ cu.	192	per ℞ cu.	4 ne vien	4
a partir ℞ cen. cen.	162	per ℞ cen. cen.	2 ne vien	3
a partir ℞ rel.	160	per ℞ rel.	5 ne vien	2
a partir ℞ cen. cu.	128	per ℞ cen. cu.	2 ne vien	2

Et così discorrendo

Et nota per abreuiar parole, & essempi ogni volta che la dia lo auenimento rationale per vn verso (cioè a partir la maggior per la menore) necessariamente la darà anchora per l'altro verso (cioè a partir la menor per la maggiore) vero è che tal auenimento sarà vn rotto, essempi gratia partendo ℞ cu. 4. per ℞ cu. 108 ne veniria prima ℞ cu. $\frac{4}{108}$, che schissato saria ℞ cu. $\frac{1}{27}$, laqual saria $\frac{1}{3}$ per numero, ma per abreuiar la così daremo solamente vno essempio nelle sequenti. Dico adonque ℞ cen. cen. 2. esser commensurabile con ℞ cen. cen. 162. perche partendo ℞ cen. cen. 162 per ℞ cen. cen. 2 te ne veniria ℞ cen. cen. 81. che saria 3 per numero, similmente diremo la radice rel. 5 esser commensurabile, o vuoi dir communicante con ℞ rel. 160. perche partendo ℞ rel. 160. per ℞ rel. 5. te ne veniria ℞ rel. 32. che saria 2 per numero, et così si debbe intendere in qual si voglia altra specie di radice.

La seconda regola da conoscere se due specie di radice siano communicante, ouer non è alquanto più fastidiosa dell'altra, perche si va diuersificando secondo le specie di radici, ma per esser cosa necessaria in molte altre particolarità (oltra il summar di radice) & massime per intendere anchora la causa di alcune altre regole la dichiararemo in questo luogo sotto breuità, cominciando dalle radici quadrate. Dico adonque due radici quadrate esser anchora communicante quando che multiplicando l'una fia l'altra producano numero rationale, dico anchora due radici cube esser fra loro communicante quando che multiplicando il quadrato di vna fia l'altra simplice producano numero rationale anchora due ℞ cen. cen. dico esser fra loro communicante, quando che multiplicando il cubo di vna fia l'altra simplice producano numero rationale. Similmente due radici rel. dico

Essempi per la prima regola delle ℞ quadrate communicante fra loro.

a partir ℞	12	per ℞	3 ne vien	2
a partir ℞	90	per ℞	10 ne vien	3
a partir ℞	80	per ℞	5 ne vien	4
a partir ℞	200	per ℞	8 ne vien	5
a partir ℞	216	per ℞	6 ne vien	6

Et così discorrendo nelle altre simili.

Essempi per la seconda regola delle ℞ quadrate communicante fra loro.

℞ 3 fia ℞	12	fa	6
℞ 10 fia ℞	90	fa	30
℞ 5 fia ℞	80	fa	20
℞ 8 fia ℞	200	fa	40
℞ 6 fia ℞	216	fa	36

Et così discorrendo nelle altre simili.

dico esser fra loro communicante quando che multiplicando il cen.cen. dell'una fia l'altra simplice producano numero rationale, & cosi due ℞ ce.cu. dico esser fra loro communicante quando, che multiplicando il relato di vna fia l'altra simplice producano numero rationale. Similmente due ℞ seconde rel. dico esser communicante, quando che multiplicando il cen.cubo di vna fia l'altra sinistra simplice producano numero rationale. Et cosi discorrendo con tal ordine in tutte le altre specie, cioe se multiplicando la sottogiacente propinqua dignita di vna di loro fia l'altra simplice producano numero rationale quelle saranno fra loro communicante. Et per esser meglio inteso poneremo quelli medesimi essempij adutti per quell'altro primo modo. Essempi gratia per questa seconda regola diremo ℞ 3 esser cõmunicante con ℞ 12. perche multiplicando simplicemente l'una fia l'altra fanno, ouer producano ℞ 36. che faria 6 per numero. Similmente ℞ cu.4. diremo esser communicante con ℞ cu.108. perche multiplicando il quadrato di ℞ cu.4. che faria ℞ cu.16. fia l'altra simplice, cioe fia ℞ cu.108. produranno ℞ cu.1728. che faria 12 per numero, il medesimo seguiria per l'altro verso, cioe multiplicando il quadrato di ℞ cu.108. che faria 11664. fia l'altra simplice, cioe fia ℞ cu.4. perche faria ℞ cu.46656. laqual faria 36 per numero, ma per abreuiar la scrittura le essemplificaremo per lo auenire solamente per vn verso, hor per tornar al nostro proposito diremo similmente ℞ cen.cen.2. esser commensurabile con ℞ cen.cen.162. perche multiplicando il cubo di ℞ cen.cen.2. che fara ℞ cen.cen.8. fia l'altra simplice, cioe fia ℞ cen.cen.162. faria ℞ cen.cen.1296. che faria 6 per numero. Similmente ℞ rel.5. diremo esser communicante con ℞ rel.160. perche multiplicando il cen.cen. di ℞ rel.5. che faria ℞ rel.625. fia l'altra simplice, cioe fia ℞ rel.160 faria ℞ rel.100000. che faria 10 per numero. Et con tal ordine si puo procedere in ogni altra specie di radice, cioe se multiplicando la dignita vn grado piu bassa di vna di quelle fia l'altra simplice, & che producano quantita rationale tal specie di radice saranno communicante, ma se per tal modo non producessero quantita rationale sariano incommensurabile, cioe non communicante, & perche dubito che tu non mi habbi anchora inteso ti voglio adure vn'altro essempio, pongo che vogliamo sapere se ℞ cen.cu.2 sia communicante con ℞ cen.cu.128. Et perche la dignita piu bassa vn grado del censo cubo faria il primo relato, e pero in questo caso trouaremo il primo relato di ℞ cen.cu.2. che faria ℞ cen.cu.32. & lo multiplicaremo simplicemente fia quella ℞ cen.cu.128. fara ℞ cen.cu.4096. & perche la ℞ cen. cu. di 4096. è rationale, perche la è precisamente 4, diremo tal due ℞ cen.cu. esser communicante, o vuoi dir commensurabile, ma quando che per caso la radice cen.cu. di quello 4096 non fusse stata rationale, le dette due ℞ cen.cu. fariano state incommensurabile fra loro, cioe non sariano state communicante, & cosi con tal seconda regola ti potrai certificare in ogni altra specie, ma perche la radice quadrata (come piu volte è stato detto) è la prima, & la piu maneggiata di qual si voglia altra specie di radice. Et pero in quella (a tua maggior informatione) te ne ho posti varij essempi in margine, & si per la prima regola (cioe con il partir l'una per l'altra) come per la seconda, cioe cõ il multiplicar l'una fia l'altra, come puoi veder.

In quanti modi puo occorrere il summar di radice in generale.

2 DApoi che dichiarito habbiamo il modo di saper conoscere le radici communicante, & in qual si voglia specie, al presente intendo di mostrare la regola, et modo di saper summar quelle il qual ci puo auenire communamente in 5. modi il primo è a summare due, ouer piu radici equale, il secondo è a summare due radici diuerse in quantita, ma communicante fra loro, il terzo è a summar due radici pur diuerse in quantita (ma di vna medesima specie) non communicante fra loro, il quarto è a summar radice con numero, il quinto & vltimo modo è a summar numero con radice.

Come si summano due, ouer piu radice equale.

3 VOlendo summar due radici equali basta a indoppiare l'una di quelle, cioe multiplicarla per 2 secondo la specie di quelle, cioe se tal radice saranno quadrate multiplicarai l'vna di quelle per 4. cioe per il quadrato di 2. che fara 4. & se le saranno cube multiplicarai vna di quelle per il cubo di 2. che fara 8. & se le saranno cen.cen. per il cen.cen. di 2. che fara 16. & se le saranno relate per il rel. di 2. che fara 32. & cosi discorrendo nelle altre specie, & la radice secondo la specie di quel tal produtto fara il doppio di vna di quelle radici proposte, il qual doppio viene a esser la summa di quelle tai due radici, perche il multiplicare non è altro, che vn summar piu numeri equali, e pero seguita che volendo summar tre, ouer piu radici equali (& in qual si voglia specie) basta a multiplicare vna di quelle per 3. hauendo sempre rispetto alle specie di tai radici, cioe a reccare lo 3, & il numero alla sua dignita, come fu detto sopra il multiplicar di

quelle per numero, & con tal ordine procederesti se fussero 2. ouer 3. ouer piu ℞ equale. Essempi gratia volendo summare ℞ 3 con ℞ 3 indoppia ℞ 3 (cioe multiplicala per il quadrato di 2. che faria 4) fara ℞ 12. & cosi diremo, che a summar ℞ 3 con ℞ 3 fara in summa ℞ 12. Similmente volendo summar ℞ cu. 3 con ℞ cu. 3. multiplica vna di quelle per il cubo di 2. che è 8. fara ℞ cu. 24. & cosi la summa di ℞ cu. 3. con ℞ cu. 3 fara ℞ cu. 24. & cosi la detta ℞ cu. 24. vien a esser il doppio di ℞ cu. 3. Et cosi con tal ordine procederesti nell'altre specie di ℞ equale, come che in margine puoi vedere.

A summar due ℞ equali.

a summar ℞ —	3 con ℞ —	3 fa ℞ —	12
a summar ℞ cu. —	3 con ℞ cu.	3 fa ℞ cu. —	24
a summar ℞ cen.cen.	3 con ℞ cen.cen.	3 fa ℞ cen.cen.	48
a summar ℞ rel.	3 con ℞ rel.	3 fa ℞ rel. —	96
a summar ℞ cen.cu.	3 con ℞ cen.cu.	3 fa ℞ cen.cu.	192

E cosi discorrendo nelle altre specie.

Come si summano le radici communicante per due diverse vie, ouer regole.

4 Quando vorrai summare qual si voglia due radici communicante tal effetto si puo essequir per due diuerse vie, delle quali l'una (cioe la prima) è commune a ogni specie di radice communicante, l'altra (cioe la seconda) si va diuersificando secondo le specie di radice, ma per non generar confusione dichiariremo primamente quella che è commune a ogni specie di radice, & dapoi notificaremo la seconda.

Come si summano due radici communicante per la prima regola.

5 Volendo adonque per la prima regola summare due radici communicante, vedi quante volte la menore numera la maggiore, & questo saperai partendo la maggiore per la menore, il che facendo trouarai per la prima di questo capo, che te ne venira numero rationale, il qual numero ne dinotara quante volte la detta radice maggiore contenira la menore, & perche siamo certi, che la summa della detta maggiore con la menore, contenira vna volta di piu la detta menore, e pero multiplicando la radice menore per 1 piu di quel primo auenimento produra la summa di dette due radici communicante. Essempi gratia volendo summare poniamo ℞ 5 con ℞ 80, partirai 80 per ℞ 5. & trouarai che te ne venira ℞ 16. laqual ℞ 16 è necessario esser rationale (per la prima di questo capo) altramente le dette due radici non fariano communicante, come si presuppone, e pero la detta radice di 16 fara 4. il qual 4 ne dinota la detta ℞ 80 esser quattro volte tanto quanto è la ℞ 5. onde siamo certi per ragion naturale, che la summa delle dette due ℞ fara cinque volte tanto quanto è la detta ℞ 5 (cioe vna volta di piu di quel 4) e pero multiplicando la detta ℞ 5 per vn piu di quello 4. cioe per 5 produra la summa di dette due ℞, & perche a multiplicar ℞ 5 per 5. fara ℞ 125. & cosi concluderemo, che la summa di ℞ 5 con ℞ 80 fara ℞ 125. Et accio meglio m'intendi te ne voglio proponere vn'altro essempio nelle ℞ quadre, dapoi parlaremo delle altre specie di radice, volendo anchora summare poniamo ℞ 8 con ℞ 98. parti ℞ 98 per ℞ 8. & te ne venira ℞ 12¼, laqual ℞ 12¼ debbe esser rationale, altramente le dette due radici non fariano communicante (per la prima di questo capo) che faria contra il presupposito, ma se cauarai tal radice trouarai quella esser 3½. E pero si manifesta la ℞ 98 esser tre volte tanto, e mezzo della detta ℞ 8. & cosi siamo anchora certi, che la summa di dette due ℞ (cioe di ℞ 8. & ℞ 98) sara vna volta piu, cioe che tal summa sara 4 volte tanto, e ½ della ℞ 8. e pero multiplicando la detta ℞ 8 per 4½ (cioe per 1 piu di 3½) fara la summa di dette due ℞, & perche a multiplicar la detta ℞ 8 per 4½ fara ℞ 162. & tanto diremo, che sara la summa delle dette due ℞ quadrate, il medesimo seguira in ogni altra specie di radici communicante. Essempi gratia volendo summar ℞ cu. 2 con ℞ cu. 54. parti pur ℞ cu. 54 per ℞ cu. 2. & te ne venira ℞ cu. 27. laqual ℞ 27 debbe esser rationale (essendo le dette due ℞ cu. communicante) onde cauando la detta ℞ cu. 27 trouaremo esser 3. e pero si manifesta la detta ℞ cu. 54 esser treppia alla detta ℞ cu. 2. & siamo certi, che summando la detta ℞ cu. 2 con la detta ℞ cu. 54. tal summa sara quadrupla alla detta ℞ cu. 2 per trouar adonque quanto sia tal summa ne basta a multiplicar la detta ℞ cu. 2 per 4 (cioe per 1 piu di quel 3) il che facendo recando quel 4 a cubo,

Essempio primo

Essempio secondo

Essempio terzo

A summar per il primo modo ogni specie di ℞ communicante.

a summar ℞ —	5 con ℞ —	80 fa ℞ —	125
a summar ℞ —	8 con ℞ —	98 fa ℞ —	162
a summar ℞ cu.	2 con ℞ cu.	54 fa ℞ cu.	128
a summar ℞ cen.cen.	3 con ℞ cen.cen.	48 fa ℞ cen.cen.	243
a summar ℞ rel.	4 con ℞ rel.	128 fa ℞ rel.	972

Et con tal ordine procederai nelle altre specie cōmunicāte.

fara

sara ℞ cu. 128. & tanto sara la summa di ℞ cu. 2. con ℞ cu. 54. Il medesimo si osseruaria quando vi
occorresse rotti, ouer sani, & rotti, perche a ogni particolarita non si puo dar essempio. Similmen-
te a summar ℞ ℞ cen.cen. 3. con ℞ cen.cen. 48. parti ℞ cen.cen. 48. per ℞ cen.cen. 3. ne viene ℞ cen. Essempio quarto
cen. 16. che sara 2 per numero, alqual 2 giongendoli quel 1 (per le ragioni dette) fara 3, hor multi-
plica la detta menor radice per il detto 3 (cioe multiplicando la detta ℞ cen.cen. 3 per quel 3 nume-
ro) fara ℞ cen.cen. 243. & tanto sara la summa della detta ℞ cen.cen. 3. con ℞ cen.cen. 48. & se con Essempio quinto
tal ordine summarai ℞ rel. 4. con rel. 128. trouarai che fara ℞ rel. 972. & con tal ordine procederai
nelle altre specie di mano in mano, dommente che quelle siano communicante, di quelle che non so-
no poi communicante tra loro, doppo la seguente si narrara, come si summano.

IL secondo modo, ouer la seconda regola da summare due ℞ communicante in qual si
voglia specie, la formamo, & cauamo dalla propria regola data a cauar tal specie di ℞,
essempi gratia la regola da cauar la radice quadra se ben si aricordi si caua dalla quarta
del secondo di Euclide, nellaquale si dimostra, che se vna linea sara diuisa in due parti,
come si voglia, che il quadrato di tutta la linea sempre sara equale alli quadrati di l'una, & dell'altra
di quelle due parti, & al doppio di vna parte in l'altra. E pero volendo summare poniamo pur ℞ Essempio primo
5 con ℞ 80 (come per l'altra regola fu anchor supposto) supponiamo che le dette due radici siano
le due parti della linea a b. cioe che la parte a c. sia ℞ 5. & la parte c b. sia ℞ 80. & la intention nostra
e di saper la summa delle dette due parti (cioe delle dette due radici) laqual summa veniria a esser

a ℞ 5 ℞ 80 b
c

tutta la linea a b. per trouare adonque quanto sia tutta la linea a b. trouaremo il quadrato di ℞ 5.
che sara 5. trouaremo anchora il quadrato di ℞ 80. che fara 80. dapoi trouaremo il dutto di ℞ 5 fia
℞ 80 (& questo sara sempre rationale essendo le radici communicante) il qual dutto di detta ℞ 5 fia
la detta ℞ 80 fara ℞ 400 la cui ℞ fara 20. il doppio delqual 20 fara 40. hor dico per la detta pro-
positione, che la summa di 5. & di 80. & di 40. laqual summa fara 125. sara equale al quadrato di
tutta la detta linea a b. ma perche noi non ricerchiamo il quadrato della detta linea a b. anzi cer-
chiamo simplicemente la detta linea a b. per trouarla adonque ne basta a tuor la ℞ quadrata di quel
125. & perche tal ℞ e irrationale la proferiremo in questa forma ℞ 125. & tanto sara la detta linea
a b. & tanto vien a esser anchora la summa di ℞ 5 con ℞ 80. come che per l'altra regola fu anchora
trouato. Et cosi volendo anchora per questa seconda regola summar ℞ 8 con ℞ 98. piglia il quadra-
to di ℞ 8. ch'e 8. & il quadrato di ℞ 98. ch'e 98. che summati insieme faranno 106, piglia anchora il Essempio secondo
dutto di ℞ 8 fia ℞ 98. che fara ℞ 784. laqual ℞ fara 28 per numero il doppio, delqual dutto fara 56.
qual gionto con la summa di duoi quadrati (cioe con quel 106) fara in tutto 162. & la ℞ 162 fara
la summa di ℞ 8 con ℞ 98. Ma volendo per questa seconda regola summare ℞ cu. 2 con ℞ cu. 54. Essempio terzo
bisogna procedere secondo l'ordine di quella nostra propositione, con laquale dimostrassimo la
causa della regola da cauar la detta radice cuba, laqual propositione non voglio star a replicarla,
ma se te l'hai scordata va la reuedi, perche in questo luogo ti narraro solamente il modo estratto
da quella, da summare le dette due ℞ cube communicante volendo adonque summare ℞ cube 2.
con ℞ 54. piglia il cubo di ℞ cu. 2. che sara 2. & il cubo di ℞ cu. 54. che sara 54. che in summa fa-
ranno 56. poi multiplica il quadrato di ℞ cu. 2. fia ℞ cu. 54. trouarai che fara ℞ cu. 216. & questa
tal radice debbe esser rationale (per la seconda regola della prima di questo capo, altramente le det-
te due radici cube non sariano communicante, e pero cauandola trouaremo esser 6. treppplica que-
sto 6. & fara 18. qual gionto a quel 56. fara 74. multiplica anchora il quadrato di ℞ cu. 54. fia ℞
cu. 2. & trouarai che fara ℞ cu. 5832. laqual radice fara 18. treppplica questo 18 fara 54. summalo
con quel 74. & fara 128. & cosi la ℞ cu. 128. fara la summa delle dette due ℞ cube, si come auenne
anchora per l'altra via, & se ben considerarai questa regola minutamente, trouarai esser cauata dal
secondo corellario della detta nostra propositione, con laquale dimostrassimo la causa della rego-
la del cauar la radice cuba, anchor che questa sia differente nel dire, & cosi trouarai esser tutte le al-
tre specie, che seguitano, cioe tutte depender dalla sua special propositione, anchor che nella ope-
ratione paiono alquanto differente. Essempi gratia volendo anchora per questa seconda regola Essempio quarto
summare ℞ ce.ce. 3 con ℞ ce.ce. 48. piglia li ce.ce. delle dette due ℞, che trouarai l'uno esser 3. & l'al-
tro 48. che gionti insieme faranno 51. poi multiplica il cubo di ℞ ce.ce. 3 fia la ℞ ce.ce. 48. & simil-
mente multiplica il cubo di ℞ ce.ce. 48 fia ℞ cen.cen. 3 (cioe in croce) & trouarai che la prima mul-
tiplicatione fara ℞ cen.cen. 1296. cioe 6 per numero, & la seconda fara ℞ 331776. laqual radice fa-
ra 24 per numero, onde summandole insieme faranno 30. & il quadruplo di questo 30. qual fara
120. summandolo con quel 51. fara 171. poi multiplica il quadrato di ℞ cen.cen. 3. fia il quadrato
di ℞ cen.cen. 48. & trouarai che fara ℞ cen.cen. 20736. laqual cauandola trouarai esser 12 per nu-
mero, il sesseuplo delqual fara 72. & questo gionto con quel 171 fara 243. & la ℞ cen.cen. 243

fara la summa di ℞ cen.cen. 2 con ℞ cen.cen. 48 si come auenne anchora per l'altra prima regola.

Essempio quinto

Similmente volendo per questa seconda regola summare ℞ rel. 4 con ℞ rel. 128. summa il relato di vna, & dell'altra di queste due ℞, che l'uno fara 4. & l'altro 128. la cui summa fara 132. qual salua, poi multiplica il cen.cen. di ciascuna di loro fia l'altra, & di vno, & dell'altra multiplicatione per la prima di questo capo, ne venira quantita rationale, dellequali l'una fara 8. & l'altra fara 64. la cui summa fara 72. il quintuplo dellquale fara 360. qual gionto con quel 132. che saluasti fara 492. qual salua per, poi multiplica il cubo di ℞ rel. 4. fia il cen. di ℞ rel. 128. & similmente il cu. di ℞ rel. 128 fia il censo di ℞ rel. 4. & trouarai, che l'uno, & l'altro di questi duoi produtti fara rationale, & trouarai l'uno esser 16 & l'altro 32. la cui summa fara 48. il decuplo delquale sara 480. qual gionto con quel 492. che saluasti fara 972. & cosi la ℞ rel. 972 fara summa di ℞ rel. 4 con ℞ rel. 128. si come auenne anchora per l'altra prima regola. Et con tal euidentie se hauerai ingegno saperai procedere con questa seconda regola nelle altre specie communicante, vero e che la prima regola e piu facile di questa seconda, eccettuando pero le radici quadrate, lequali quando sono communicante piu facilmente si conoscono esser communicante con questa seconda regola, cioe con il multiplicar l'una fia l'altra, & veder se danno il lor produtto rationale, ilche essendo per questa seconda regola facilmente si summano, & tal regola e stata vsitata da nostri antichi, & moderni prattici, e pero accio meglio la intendi (& massime per esser la piu maneggiata di qual si voglia delle altre) te ne voglio dare anchora duoi altri essempi. Volendo adonque anchora summare poniamo ℞ 6 con ℞ 24 prima vedi se sono communicante, ouer non (perche se non fussero communicante non si summariano per alcuna delle dette due regole date, come nella sequente si dira) & questo lo puoi sapere multiplicando, ouer partendo l'una per l'altra (come nella prima di questo capo fu detto) ma vedendolo con il multiplicare, onde multiplicando ℞ 6 fia ℞ 24 fara ℞ 144. & perche 144 e numero quadrato, & la sua ℞ e 12 per numero, diremo tal due ℞ esser communicante, & per summarle insieme, & farne vna sol quantita pigliaremo la summa di loro quadrati (di quali l'uno fara 6. & l'altro 24) fanno 30. & il doppio del dutto di vna in l'altra fara 24 (cioe il doppio di quel 12) qual gionto con 30. fara 54. & questo 54. per la quarta del secondo de Euclide fara equale al quadrato della summa di quelle due ℞, e pero la ℞ 54 venira a esser la simplice summa di tai due radici.

Essempio sesto

per summar la	℞	6
con la	℞	24
li duoi quadrati		30
il doppio del dutto		24
la summa sara	℞	54

Essempio settimo

Similmente volendo summar ℞ 5 con ℞ 45. piglia li loro quadrati, di quali l'uno e 5. & l'altro e 45. che gionti insieme fanno 50. poi piglia il doppio del dutto d'vna in l'altra, il qual dutto fara ℞ 225. cioe 15 per numero, il doppio delquale fara 30. & quel summandolo con 50 fara 80 & la ℞ 80 (per le ragioni dette) fara la summa di ℞ 5 con ℞ 45. & con tal ordine seguirai nelle altre simil communicante.

Come si summano quelle radici, che non sono communicante, & similmente numero con radice.

7 MA volendo summare qual si voglia specie di radice, che non siano fra loro communicante, o vuoi dire commensurabile, per essere impossibile a poterle mescolar insieme, & proferirle con vn nome solo, come nelle communicante e stato fatto (per causa della sua incommensurabilita) bisogna proferirle, & rappresentarle distintamente con duoi nomi per mezzo di questo termine, ouer sillaba piu. Essempi gratia volendo summare insieme poniamo ℞ 5 con ℞ 3. & perche il dutto di vna in l'altra non e rationale per non esser communicante, anzi e ℞ 15. & pero le summaremo, & proferiremo in quest'altro modo dicendo, che tal summa fara ℞ 5 piu ℞ 3. laqual cosa non si puo negare, ne manco dubitare, che cosi non sia, & tal quantita cosi composta si chiama simplicemente binomio, per esser composto, e proferito con duoi nomi, il medesimo si osseruaria volendo summare ℞ cu. 7 con ℞ cu. 5. cioe tal summa si proferiria, & rappresentaria

Essempio primo

a summar ℞	—	5 con ℞	—	3 fa ℞	—	5 piu ℞	— 3
a summar ℞ cu.	—	7 con ℞ cu.		5 fa ℞ cu.		7 piu ℞ cu.	5
a summar ℞ cen.cen.		4 con ℞ cen.cen.		6 fa ℞ cen.cen.		4 piu ℞ cen.cen.	6
a summar ℞ rel.		12 con ℞ rel.		10 fa ℞ rel.		12 piu ℞ rel.	10

Et cosi procedendo nelle altre specie non communicante.

a summar ℞	10	con	5	fa ℞	10 piu	— 5
a summar ℞ —	12	con	4	fa —	4 piu ℞	— 12
a summar ℞ cu.	5	con	4	fa —	4 piu ℞ cu.	5
a summar ℞ cu.	30	con	3	fa ℞ cu.	30 piu	— 3
a summar ℞ ℞	7	con	6	fa —	6 piu ℞ ℞	7
a summar ℞ rel.	10	con	8	fa	8 piu ℞ rel.	10

Et cosi procedendo nelle altre specie con numero.

rappresentaria in questa forma ℞ cu. 7. piu ℞ cu. 5. & tal quantita cosi composta si chiamara binomio cubo. Similmente volendo summare ℞ cen. cen. 8 con ℞ cen. cen. 6 tal summa si proferira, & rappresentara in questo modo ℞ cen. cen. 8 piu ℞ cen. cen. 6 tal radice cen. cen. molte le proferiano, & rappresentaranno per ℞ ℞, perche molti hanno costumato rappresentarle in tal forma, & massime (come testifica frate Luca) Leonardo pisano, & tal composto si chiamara binomio cen. cen. ouer binomio di ℞ ℞. Similmente volendo summar ℞ rel. 12 con ℞ rel. 10. tal summa si proferira, & rappresentara in questo modo ℞ rel. 12 piu ℞ rel. 10. & tal composto si chiamara binomio relato, & cosi con tal modo si douera procedere nelle altre specie di ℞, che non fussero communicanti, & perche il numero è sempre incommensurabile con ogni specie di radice irrationale, e pero volendolo summare con qual si voglia specie di ℞ sempre si proferira pur con il detto termine del piu, dicendo radice tal piu tal numero, ouer tal numero piu tal radice. Essempi gratia volendo summare poniamo ℞ 20 con 5. tal summa si proferira, & rappresentara in questo modo ℞ 20 piu 5. & volendo summar ℞ 12 con 8. tal summa si proferiria in questa forma 8 piu ℞ 12. cioe metere prima la maggior quantita, & dapoi la menore, abenche in questo caso tanto significaria ℞ 12 p̃ 8. quanto faria 8 p̃ ℞ 12. nondimeno sempre per piu conuenientia si debbe vsare di metere prima la maggior quantita, & dapoi la menore alcun potria pensare, che la ℞ 12 sia maggior quantita di 8 per esser 12 maggior di 8, laqual cosa non è vera, perche il quadrato della ℞ 12. è solamente 12. & il quadrato di 8 è 64, e pero quella quantita è maggiore, che ha maggior quadrato, & questo s'intende nelle altre dignita, & questo che habbiamo detto del summar numero con radice quadra si debbe intendere il medesimo con ogni altra specie di radice, cioe volendo summare ℞ cu. 5 con 4. proferiremo, & rappresentaremo tal summa in questo modo 4 piu ℞ cu. 5. & volendo summar ℞ cu. 30 con 3. la notaremo in questo modo ℞ cu. 30 piu 3. Et cosi volendo summar ℞ ℞ 7 con 6. rappresentaremo tal summa in questa forma 6 p̃ ℞ ℞ 7. & cosi volendo summare ℞ rel. 40 con 8. tal summa si notaria in tal modo 8 piu ℞ rel. 40. & in tal modo si summara il numero con qual si voglia altra specie di radice, & quella tal specie di binomio, che di tal summa sera formato sera denominato dal nome di quella specie di radice, che vi sara interposta eccettuando quello, doue sara interposta la radice quadrata, qual si chiamara simplicemente binomio, ma se tal interposta radice sara cuba, si chiamara binomio cubo, & se la sara cen. cen. si chiamara binomio cen. cen. & se la sara relata si chiamara binomio relato, & cosi delle altre specie di ℞. Ma quando che per sorte le radici incommunicanti, ouero incommensurabile, che si hauesse da summar fussero tre, ouer piu di tre, con il detto termine del piu si formaria vna quantita di tanti nomi composta quanto fussero quelle tal ℞. Essempi gratia volendo summare ℞ 15. & ℞ 5. & ℞ 7. & ℞ 2. tal summa si proferira, & rappresentara in questo modo ℞ 15 piu ℞ 5. piu ℞ 7. piu ℞ 2. & tal summa si chiamara vno quadrinomio, & cosi si procederia con altre specie di radice, & in maggior numero di nomi.

Essempio secondo

Essempio terzo

Essempio quarto

Essempio quinto

4 Circa al summar delle radici quadrate frate Luca a carte 116 vuole, che nel summar due ℞ quadrate incommensurabile si proceda secondo quel medesimo modo, che di sopra è stato fatto nel summar quelle, che sono commensurabile, cioe per quella seconda regola, & che sia il vero al detto luogo lui prepone di summare ℞ 5 con 3. & per far tal summa lui vuole che si multiplichi secondo il solito ℞ 5 fara ℞ 15. & fa ℞ 15. & per non hauer tal produtto radice discreta vuol che tal produtto s'indoppi, come radice, cioe multiplicarlo per 4. & fara ℞ 60. & questo dopplato vuole, che sia aggionto con la summa di 5. & 3. che fara 8. & tal aggiongimento diria 8 piu ℞ 60. & di questo tal binomio vuole, che ne sia rappresentata sodamente la radice vniuersale detta radice legata, ouer composta di quel tal binomio, & dice che tal radice in duoi modi si porra rispondere, & che in sostantia sara vno, cioe che porremo dire, che tal summa faccia ℞ v. ℞ 60 piu 8. & che anchora porremo dire, che tal summa faccia ℞ 8 piu ℞ 60. cioe ℞ v. 8 piu ℞ 60. Et questo medesimo modo è stato imitato da Hieronimo Cardano, & non solamente nel summare due radici quadre incommensurabile, ma anchora nel summare delle dignita, ouer denominationi algebratice. Laqual loro opinione mi pare vna simplicita grandissima a voler, che quello che si puo proferire, & rappresentare per vna denominatione breue, & chiara a voler (senza alcuna legitima causa) proferirlo, & rappresentarlo con vna denominatione longa, oscura, & confusa al nostro intelletto, perche molto piu chiaramente s'intende, & conosce quello che significa ℞ 5 piu ℞ 3 (che prepone frate Luca) di quello che significa ℞ v. 8 piu ℞ 60. Et cosi molto piu chiaramente si comprende il significato di ℞ 7 piu ℞ 3 (che prepone il Cardano) di quello, che significa ℞ v. 10 piu ℞ 84. & similmente nelle regole di algebra, molto piu chiaramente si apprende, & conosce quello che significa 1 cosa piu 7 (che prepone Hieronimo Cardano) di quello

Errore, ouer simplicita di fra Luca dal borgo.

Errore, ouer simplicita di Hieronimo Cardano medico milanese.

di ℞ v. 1 cosa piu 7. piu ℞ 1 8 cose. Et similmente è molto piu noto il significato di 4 cose piu 9 censi (che prepose per il detto Hieronimo Cardano) di quello di ℞ v. 4 cose piu tre censi piu ℞ 48 cubi. Et non si avedeno questi tali, che oltra il detto inconveniente, che ne seguε. Prevaricono al'ordine di Euclide, il quale nella 3 7 del decimo della nostra tradottione, dice che se saranno due linee rationali. Solamente in potentia communicanti, & che siano congionte direttamente in longo, che tutta la linea da quelle composita sara irrationale, & è detta binomio. Onde si vede che summando sempre due ℞ quadrate incommensurabile in longhezza, secondo la opinione di questi tali li giorni si causaria Binomio, le specie delquale sono 6. come che al suo luogo si fara manifesto, anzi cal lor summa saria sempre una radice universale, o vuoi dir legata del quadrato di quel tal binomio, e pero egli e una pazzia a voler quadrare quel tal binomio senza causa per rappresentare poi sordamente la radice di quel tal quadrato, & per esser meglio inteso da ogni qualita di persone. Dico che potendo io proferire, & rappresentare poniamo 2 $\frac{1}{3}$ per 2 $\frac{1}{3}$ non saria pazzia granda la mia, a voler quadrar senza alcuna legittima causa il detto 2 $\frac{1}{3}$, il qual quadrato saria 5 $\frac{4}{9}$, per voler poi proferire, over rappresentar sordamente la radice di quel tal quadrato, laqual radice sordamente si proferiria, & rappresentaria in questo modo ℞ 5 $\frac{4}{9}$, il medesimo volemo inferire del binomio, & questa loro chimera vogliono che si possa fare nel summare numero con ℞ quadrate. Nota che la prova del summare di radice si fa con il suo atto contrario, cioe con l'atto che seguita detto sottrare, & cosi la prova del sottrare si fa con il summare.

Del quinto atto del algorithmo chiamato sottrar di radici. Cap. V.

In quanti modi puo intervenire il sottrar di radice.

1 IL sottrar di radici puo accadere in 5 modi (si come che occorre anchora nel summare) il primo di quali è a sottra una radice di un'altra a lei equale. Il secondo è a sottrare una radice menore da un'altra maggiore allei communicante. Il terzo è a sottrare una radice menore da un'altra maggiore allei incommensurabile. Il quarto è a sottrar radice di numero, il quinto, & ultimo è a sottrar numero di radici.

Come si sottra una radice da un'altra allei equale.

2 ANchor che a sottrare una radice (in qual si voglia specie) da un'altra allei equale per ragione naturale ogni uno giudicara, che resti nulla, nondimeno per seguir l'ordine nostro non restaremo di essemplificarlo, dico adonque, che a sottrare poniamo ℞ 1 0 da ℞ 1 0 restara 0. & cosi a sottrar poniamo ℞ cu. 1 1 da ℞ cu. 1 1. restara pur 0. Et cosi a sottrar ℞ ℞ 1 5 da ℞ ℞ 1 5 restara pur 0. (Nota che ℞ ℞, & ℞ cen. cen. (come nella seconda fu detto) significano una medesima cosa) & cosi a sottrar ℞ rel. 7. da ℞ rel. 7. restara 0. & cosi seguita in tutte le altre specie.

Come si sottra una radice menore da un'altra maggiore, allei communicante per due diverse vie, over regole.

3 QVando vorrai sottrare una radice menore da un'altra maggiore allei, communicante (perche la maggiore mai si porria cavare dalla menore (come nel sottrar di numeri fu anchor detto) tal atto si puo essequir per diverse vie, over regole (come che accade anchora nel summar di dette radici) dellequali due regola l'una (cioe la prima) è commune a ogni specie di ℞ communicante, l'altra, cioe la seconda si va diversificando secondo le specie di ℞. Onde per non generar confusione dichiaremo primamente quella che è commune a ogni specie di radice, & dapoi notificaremo l'altra seconda.

Come si sottra una radice da un'altra allei cõmunicante per la prima regola.

4 VOlendo adonque sottrare una radice menore da un'altra maggiore allei communicante per la prima regola vedi (si come festi nel summare) quante volte la radice menore intra nella maggiore, & questo saperai partendo la maggiore per la menore, il che facendo trovarai (per la prima del precedente capo) che te ne venira numero rationale, il qual numero ne dinotara quante volte la detta radice maggiore contenira la detta radice menore, & perche siamo certi che quello che ne restara, dopoi la sottratione contenira una volta manco la detta radice menore, di quello faceva la maggiore, e pero multiplicādo la detta radice

menore

menor per vna volta manco di quel primo augumento produra il restante, che rimarra a sottrare la detta ℞ menore da quella maggiore. Essempi gratia volendo sottrar ℞ 5 dalla ℞ 125. parti 125 per ℞ 5. & te ne venira ℞ 25. cioe 5 per numero (per esser communicante) hor dico che siamo certi la detta ℞ 125 contenere 5 volte la detta ℞ 5. e pero la detta ℞ 125 vien a esser quincupla alla detta ℞ 5. Anchora (per ragion naturale) siamo certi, che sottrando la detta ℞ 5 dalla detta ℞ 125. quello che restara sara solamente quadruplo alla detta ℞ 5. cioe vna volta manco del quincuplo, & per tanto multiplicando la detta ℞ 5 per 4. cioe per vna volta mãco di quel 5. ne produra quel lo che restara a sottrar la detta ℞ 5 dalla ℞ 125. & per multiplicar la detta ℞ 5 per quel 4. bisogna arricordarsi di quadrare quel 4. & fara 16. & similmente la ℞ 5. che trouarai che fara 5. & cosi multiplicando 5 fia 16 fa 80. & ℞ 80 diremo che restara a sottrar ℞ 5 di ℞ 125. Et nota che questo e il conuerso della prima summa essemplificata nella quinta del precedente capo, e pero questo primo sottrare vien a esser la proua di quel primo summare, & quel primo summare vien a esser la proua di questo primo sottrare, & con tal ordine seguiremo ne gli altri per abreuiar le proue, volendo anchora sottrare ℞ 8 di ℞ 162. parti per ℞ 162 per ℞ 8. ne vien ℞ $20\frac{1}{4}$, laqual radice saria $4\frac{1}{2}$ per numero (per esser communicante) del qual $4\frac{1}{2}$ cauane 1 per regola ferma (per le ragioni di sopra adutte) restara $3\frac{1}{2}$, hor multiplica la radice menore, cioe ℞ 8. per $3\frac{1}{2}$, & trouarai che fara 98. & ℞ 98 sara quello che restara a sottrar ℞ 8 di ℞ 162. Volendo anchora sottrare ℞ cu. 2 di ℞ cu. 128. parti per ℞ cu. 128 per ℞ cu. 2. & te ne venira ℞ cu. 64. che saria 4 per numero, dalqual 4 (per le ragioni di sopra adutte) cauane 1 (per regola ferma) resta 3. hor multiplica la ℞ cu. 2. per il detto 3. trouarai che fara ℞ cu. 54. & tanto sara quello che restara a sottrar la detta ℞ cu. 2. dalla detta ℞ cu. 128. Similmente volendo sottrare ℞ ℞ 3 da ℞ ℞ 243. parti per ℞ ℞ 243 per ℞ ℞ 3 te ne venira ℞ ℞ 81. che saria 3 per numero, dalqual cauane 1 (per la detta regola ferma) restara 2. poi multiplica la ℞ ℞ 3 per quel 2. trouarai che fara ℞ ℞ 48. & tanto restara a sottrar la detta ℞ ℞ 3 di ℞ ℞ 243. Similmente volendo sottrare ℞ rel. 4 da ℞ rel. 972. parti pur ℞ rel. 972 per ℞ rel. 4. & te ne venira ℞ rel. 243. laqual radice saria 3. dalqual cauane pur 1 (per la regola detta) restara 2. poi multiplicando ℞ rel. 4 per quel 2. trouarai che te ne venira ℞ rel. 128. & tanto restara a sottrar la detta ℞ rel. 4. dalla detta ℞ rel. 972. Et con tal ordine procederai nelle altre specie communicante.

Essempio primo

Essempio secondo

Essempio terzo

Essempio quarto

Essempio quinto

a sottrar ℞	5	da ℞	125	resta ℞		80
a sottrar ℞	8	da ℞	162	resta ℞		98
a sottrar ℞ cu.	2	da ℞ cu.	128	resta ℞ cu.		54
a sottrar ℞ ℞	3	da ℞ ℞	243	resta ℞ ℞		48
a sottrar ℞ rel.	4	da ℞ rel.	972	resta ℞ rel.		128

Et cosi discorrendo nelle altre specie communicante.

Et nota che la proua di tai sottrari si fa secondo l'ordinario, cioe con il summar, & per tanto la proua di questi cinque sottrari, trouarai esser quelli cinque summari dati per essempij nella quinta del precedente capo, come di sopra e stato detto.

Come si sottra una radice quadra da un'altra allei communicante per la seconda regola.

5 LA seconda regola da sottrare vna radice da vn'altra allei communicante e il conuerso della seconda regola data nella sesta del precedente capo, laqual si caua dalla quarta del secondo di Euclide. Essempi gratia volendo sottrare ℞ 5 per di ℞ 125. summa li quadrati di queste due radici, & trouarai, che tal summa sara 130. & di questa tal summa cauane il doppio del dutto di dette due radici, l'una in l'altra, il qual dutto sara ℞ 625. cioe 25. per numero, & il doppio sara 50. hor cauando il detto 50 di 130 restara 80. & cosi ℞ 80 sara quello, che restara a sottrar ℞ 5 da ℞ 125 per questa seconda regola, come che per l'altra regola se anchor trouato. Volendo anchora sottrare ℞ 8 da ℞ 162. summa per li quadrati di queste due radici, che trouarai tal summa esser 170. & di questa tal summa cauane il doppio del dutto di dette due radici l'una fia l'altra, il qual dutto sara ℞ 1296. cioe 36 per numero, il doppio sara 72. qual 72 cauandolo da quel 170 restara 98. & cosi ℞ 98 sara il restante di tal sottrazione, come che re fosse anchora per l'altra regola, auertendoui che questa seconda regola e molto piu accommoda, & e piu costumata nelle sottrattioni delle radici quadrate communicante dell'altra, e pero fatela fa meglio fare, ma nelle altre specie di radice piu commoda e la sopra data prima regola, e pero non vo glio star a darui il modo de sottrar le dette altre specie di radice per quest'altra seconda regola non essendo tal regola da vsare, ma solamente per intender, & saper il mirabil ordine, che hanno li numeri fra loro, ma se pur desiderarai de saperlo cõsiderarai con diligentia quelle nostre propositioni adutte sopra le regole date nelle essamioni di tal specie di radice, & hauerai lo intento tuo.

Essempio primo

Essempio secondo

Come si sottra una radice menore da un'altra maggiore a quella in-commensurabile, o vuoi dir non communicante, & similmente vna radice da vn numero, & vn numero da vna radice.

6 Ma volendo sottrare vna radice menore da vn'altra maggiore a lei incommensurabi-
le, cioe non communicante, per esser impossibile di poter proferire, ne manco di poter
rappresentare tal resto, ouer tal sua differentia con vn nome solo (come nelle commu-
nicante è stato fatto) per causa della sua incommensurabilita, bisogna proferire, & rap
presentare tal resto, ouer differentia disgiontamente con duoi nomi per mezzo di questo termine,
Essempio primo — ouer sillaba men. Essempi gratia volendo sottrare ponimo ℞ 3 di ℞ 5. & perche il dutto di vna
fia l'altra non è rationale (per non esser communicante) anzi saria ℞ 15. e pero in tal caso le sottra-
remo, & proferiremo tal resto in questa forma ℞ 5 men ℞ 3. laqual cosa nõ si puo negare, ne man
co dubitare, che cosi non sia, & tal quantita (cosi disgiontamente posta) si chiama simplicemente
Essempio secondo — residuo, ouer resto, il medesimo si osseruaria volendo sottrare ℞ cu. 5. da ℞ cu. 7. cioe tal resto si
proferiria, & rappresentaria in questo modo ℞ cu. 7 men ℞ cu. 5. & tal quantita cosi proferta si
Essempio terzo — chiamara residuo cubo. Similmente volendo sottrare ℞ ℞ 6. da ℞ ℞ 8. tal resto si proferia, & rap-
presentara in questo modo ℞ ℞ 8 men ℞ ℞ 6. ouero in quest'altro ℞ cen.cen. 8. men ℞ cen.cen. 6.
& tal quantita cosi rappresentata si chiamara residuo cen.cen. ouero di ℞ ℞. Similmente volendo
Essempio quarto — sottrare ℞ rel. 10. da ℞ rel. 12. tal resto si proferira, & rappresentara in questa forma ℞ rel. 12 men
℞ rel. 10. & tal quantita cosi proferta, ouero rappresentata si chiamara residuo relato. Et con tal
modo, ouer regola si douera procedere, nelle sottrattioni di altre specie di radice incommensura-
bile, ouero che non fussero communicante.
Et perche il numero è sempre incommensurabile con ogni specie di radice irrationale, e pero volen-
do sottrare qual si voglia specie di ℞ da vn numero, ouer vn numero da vna ℞ sempre si procede
Essempio quinto — ra per il medesimo modo in tal sottrattione. Essempi gratia volendo sottrare ponimo ℞ 7 da 4.
tal resto si proferira, & rappresentara in questo modo 4 men ℞ 7. & tal quantita si dira per sim-
plicemente residuo, similmente volendo sottrare 5 da ℞ 27. tal resto si proferira, & rappresentara
Essempio sesto — in questa forma, ℞ 27 men 5. & tal resto si chiamara pur simplicemente residuo. Similmente vo-
lendo sottrare ℞ 10 da 10. tal resto si proferira, & rappresentara in questo modo 10 men ℞ 10. &
Essempio settimo — tal resto cosi proferto, ouer notato si chiamara pur simplicemente residuo. Ma volendo sottrare ℞
cu. 5 da 4. tal resto si proferira, & rappresentara in questo modo 4 men ℞ cu. 5. & tal quantita si
Essempio ottauo — chiamara residuo cubo. Et cosi volendo sottrare 3 da ℞ cu. 30. tal resto si rappresentara, & profe-
Essempio nono — rira in questa forma ℞ cu. 30 men 3. Et cosi volendo sottrare ℞ ℞ 12 da 4. si dira che restara 4 men
Essempio decimo — ℞ ℞ 12. Et cosi volendo sottrar 3 da ℞ ℞ 120. si dira, che restara ℞ ℞ 120 men 3. Et similmente
Essempio vndecimo — volendo sottrare ℞ rel. 2. da 5. si dira che restara 5 men ℞ rel. 2. Et cosi volendo sottrare 2 da ℞
rel. 130. si dira che restara ℞ rel. 130 men 2. & cosi procedendo nelle altre specie di radice con nu-
mero, & tal specie di residuo si denominara da quella specie di radice, che vi sara interposta, come
fu detto anchora di binomij. Ma quando che da vn numero, ouer radice occorresse di sottrare
duoi, ouer piu nomi a quello non communicante tal atto si essequira pur con il detto termine del
meno. Essempi gratia volendo sottrare ponimo ℞ 7. & anchora ℞ 5. & anchora ℞ 2 da 20. si
dira, che resta 20 men ℞ 7 men ℞ 5 men ℞ 2. & con tal ordine si procederia nelle altre specie.

7 Circa al sottrare delle radici quadrate, che non sono communicante frate Luca dal Bor
go, vuole, che si proceda sordamente per quella medesima regola, che si costuma nel
sottrare le communicante, & che sia il vero a carte 117 all'articolo sesto, lui prepone di
Errore, ouer simplicita di fra Luca dal borgo. — sottrare ℞ 3 da ℞ 5. & per far tal sottrattione vuol che si multiplichi ℞ 3 fia ℞ 5 fa ℞ 15.
laqual radice è sorda (per esser le dette radici incommensurabile) & tal produtto vuol che si radop
pi (multiplicando per 4) & fara ℞ 60. poi vuol che si aggiongi insieme paramente 3. & 5 (che ven
gono a esser li quadrati di tale radice) fanno 8. & da questo 8. vuol che si cavi questa ℞ 60 (con il
men) & restara 8 men ℞ 60. & la radice vniuersale di tal residuo, vuole che sia il detto resto, che
restara a sottrare ℞ 3 da ℞ 5. il qual resto si rappresentara in questo modo ℞ v. 8 men ℞ 60.
Similmente a voler sottrare vna radice da vn numero, ouero vn numero da vna radice vuol che si
proceda per quella medesima regola, & che sia il vero (al detto articolo sesto) lui prepone di sot-
trare ℞ 5 da 2. & cosi procedendo per il medesimo modo conclude, che restara la radice vniuer-
sale, ouer legata di questo residuo 7 men ℞ 40. laqual radice vniuersale si rappresenta in questo
modo ℞ v. 7 men ℞ 40. che vuol dire prendi la ℞ 40. & questa trata di 7. & la ℞ di quel resto sara
il detto resto, & cosi a sottrar 2 di ℞ 5 conclude, che resta ℞ v. 9 men ℞ 80.

Questo medesimo modo di sottrare è stato imitato da Hieronimo Cardano medico milanese nella sua pratica di Arithmetica al cap. 12. Qual vuole che a sottrar ℞ 3 da ℞ 7 sia lecito di dire, che resti ℞ v. 10 men ℞ 84. laqual loro openione (come fu detto anchora sopra la vltima del precedente capo) mi pare vna simplicita grandissima a voler, che quello, che si puo notificare per vna denominatione assai chiara, & breue a volerlo rappresentare per vna denominatione piu longa, & piu oscura al nostro intelletto, perche molto piu chiaramente s'intende, & comprende quello che significa 2 men ℞ 3 di quello, che fa ℞ v. 7 men ℞ 48. & similmente quello che significa ℞ 5 men 2. di quello che fa ℞ v. 9 men ℞ 80. Et similmente quello che significa ℞ 7 men ℞ 5 (che pone il Cardano) di quello che fa ℞ v. 12 men ℞ 140. Et non si accorgeno questi tali, che oltra il sopradetto inconueniente preuerisono a gli ordini di Euclide, il quale nella 73 del decimo della nostra tradottione. Dice che se sara tagliata (cioe sottratta) vna linea da vn'altra linea, & saranno ambedoe rationali solamente commensurabile potentialmente la rimanente linea sara irrationale, & sara detta residuo. Onde si vede che sottrando vna radice menore da vn'altra maggiore alla incommensurabile in longhezza, secondo la openione di questi tali, giamai si causaria alcun residuo (le specie delliquali sono 6. come vuol Euclide nel detto decimo) anzi tal loro resto saria sempre vna radice vniuersale, del quadrato di quel tal residuo, e pero non si puo negare, che non sia vna simplicita espressa a voler quadrare quel tal residuo (senza causa) per rappresentare poi sordamente la radice di quel tal quadrato, come che sopra la ottaua del precedente capo fu anchor detto, & essemplificato. Errore, ouer simplicita di Hieronimo Cardano medico milanese.

Come che si multiplicano, Partono, Summano, & sottrano le radici di diuerse specie fra loro, & con il numero. Cap. VI.

1 QVando che 'l occorresse di multiplicare, ouer partire due ℞ di diuerse specie sempre vedi di ridurle a vna medesima specie, dapoi multiplicale l'una per l'altra, & del produtto pigliane quella tal specie di ℞. Essempi gratia volendo multiplicare ℞ 2 fia ℞ cu. 3. per ridurle a vna medesima specie quadra la cuba, & fara cu.cen. 9. dapoi cuba la quadra, & fara ℞ cen.cu. 8. poi multiplica ℞ cu.cen. 9. fia ℞ cen.cu. 8. fara ℞ cen.cu. 72. Essempio primo

2 SImilmente volendo multiplicare ℞ cu. 3. fia ℞ cen.cen. 2. recca ℞ cu. 3 a censo di censo fara ℞ cu.cen.cen. 81. poi recca ℞ cen.cen. 2 a cubo, & fara ℞ cen.cen. cu. 8. poi multiplica ℞ cu. cen.cen. 81 fia ℞ cen. cen. cu. 8. fara ℞ cu. cen. cen. 648. & con tal ordine procederai nelle altre di diuerse specie. Essempio secondo

3 QVesto che si è detto del multiplicare si debbe intendere anchora per il partire, cioe volendo partir ℞ cu. 3 per ℞ cen.cen. 2. tu li ridurrai a vna medesima specie precisamente, come nella precedente hai fatto, & hauerai per ℞ cu. cen. cen. 81. da partire per ℞ cen.cen.cu. 8. il che facendo te ne venira ℞ cu.cen. cen. 10⅛, & cosi procederesti nelle altre simili. Essempio terzo

4 MA volendo summare due radici differente in specie tal atto si puo far in duoi modi l'uno è a proferirle, & rappresentarle tal qual le sono congionte con il termine del piu, ma perche tal binomio saria di due diuerse specie (per laqual cosa in alcune altre operationi porria causar difficulta assai, e pero piu laudabile sara a ridur le dette due radici a vna medesima denominatione, & dapoi componerle, ouer summarle con il detto termine del piu. Essempi gratia volendo summare ℞ cu. 10 con radice quadra 3. dico che si porria proferire, ouer rappresentare tal summa in questo modo ℞ cu. 10 piu ℞ 3. ouer ℞ 3 piu ℞ cu. 10. ma perche vn tal binomio saria di due diuerse specie per varij rispetti piu conueniente sara a ridur le dette due radici a vna medesima specie, e pero reccando ℞ cu. 10. a quadra dira, ouer fara ℞ cu.cen. 100. dapoi reccando ℞ 3 a cuba fara ℞ cen.cu. 27. quale summandole poi con il termine del piu fara ℞ cu.cen. 100 piu ℞ cē.cu. 27. & tal specie di binomio s'intenderia binomio cu.cen. ouer cen.cu. (ch'è il medesimo) Et per questo che è stato detto del summare si debbe intendere anchora per il sottrare, & per tanto voglio por fine a questo capo. Essempio quarto

Come che questo modo di summare, & sottrare con il termine del piu, & del meno, si costuma anchora da naturali nelle quantita rationali di natura diuerse. Cap. VII.

1 QVesto modo di summare con il termine del piu si costuma anchora da naturali nelle quantita materiali di natura diuersa, vero è che in luogo del detto termine del piu vi costumano, ouer che nō vi pongono segno alcuno, & quelle quātita, che non hanno alcun segno auanti

di se, s'intendono esser piu, come che nel sequente libro piu diffusamente intenderai. Essempi gratia pongo che vno mi paghi di fitto di vna possessione ducati 12. & stara 4 di formento a l'anno, egli e manifesto, che volendo proferire, ouer rappresentare la summa di queste due cose el non si puo fare, saluo che con duoi nomi (per esser di natura diuerse) dicendo che costui mi paga di fitto ducati 12. & stara 4 di formento, che e quanto, che a dire ducati 12 piu stara 4 formento. Et cosi quando che vno mi fusse debitore di ducati 20. & gr. 17. perche tali d. 20. & quelli gr. 17. sono di natura diuersi, e pero volendo proferire, ouer rappresentare la summa di tale due quantita, si fara con duoi nomi, dicendo che colui mi debbe dare ducati 20. & grossi 17. ouer d. 20 gr. 17 il che non vuol dir altro che ducati 20 piu gr. 17. Et cosi se vno mi douesse dare poniamo ducati 15 gr. 15. picoli 20. secondo l'uso di Venetia, tal debito in summa si notaria con 3 nomi, come per auanti e notato (cioe senza alcun segno) il che non vuol dir altro, che ducati 15 piu grossi 15 piu picoli 20. & cosi con tal ordine si seguiria in monete composte di piu nomi di natura diuerse.

a Anchora li detti naturali alcune volte in alcune sottrattioni costumano per breuita a proferire il resto con il termine del meno. Essempi gratia se vno mi douesse dare ducati 100 da lire 6. e soldi 4 per ducato, & che costui mi hauesse dato per vn certo mio negocio soldi 7. volendo proferire il detto resto con breuita si direbbe, che mi restasse ducati 100 men ß 7. & questo si fa alle volte (come ho detto per abbreuiar il dire) perche volendo dire, che mi restasse ducati 99 ₤ 5 ß 17 saria piu longo dire, & di piu nomi composto.

Fine del terzo Libro.

LIBRO QVARTO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO Tartaglia, nelqual si dichiara li cinque principali atti della pratica di duoi termini, detti più, & meno, cioe rappresentare, summare, sotrare, multiplicare, & partire di quelli.

Del primo atto detto rappresentare del più, & del men. Cap. I.

1 HAuendo nel precedente libro mostrato, come che le summe delle R, che non sono communicante in longhezza, & quelle di numero, & radice si notificano con il termine detto più, & li resti delle loro sotrationi si manifestano con il termine chiamato men. Et perche molte volte occorre di maneggiare le dette summe, & resti fra loro, & con altre quantita, nelli atti del algorithmo, tal che per intender le conclusioni, che di tali atti ne risultano, egliè necessario a dichiarire tale loro risolutioni, & per procedere regolatamente diremo prima, come che li detti termini si rappresentano.

Dico adonque che questo termine più (per abbreuiar scrittura) si rappresentara in questo modo ꝑ, & il termine del meno si rappresentara in questa forma m.

Del secondo atto detto summar del più, & del meno. Cap. II.

1 PEr intendere il modo del summare del più, & del meno, bisogna nella memoria reccarsi le sottoscritte quattro regole, lequali in sostantia sono solamente 3.

Prima regola a summar più con più, la summa fa sempre più,

Seconda regola a summar men con men, la summa fa sempre men.

Terza regola a summar più con men sempre si abbatte, & fara la maggior denominatione.

Quarta regola a summar men con più si abbatte pur, & fara pur la maggior denominatione.

Da notare circa li detti duoi termini più, & men.

2 NA nanti che procediamo più oltra bisogna notare, che non solamente quelle quantita che hauerãno auanti di se il termine, ouero il segno del più s'intenderanno più, ma anchora quelle, che non hauerãno alcun segno auanti di se s'intenderanno, & faranno più, onde seguita, che solamente quelle quantita, che hauerãno auanti di se il termine, ouero segno del men faranno men.

3 HOra accio che le sopra notate quattro regole s'intendano le andaremo essemplificando con quantita rationale sotto forma di binomij, & residui, con liquali castelli facilmente s'intendera poi tali attioni alli suoi luoghi, nelli veri binomi, & residui, & similmente nelli trinomi, quadrinomi, & multinomi, & per venire alli detti essempij cominciaremo in questo modo. Volendo summare poniamo 10 più 4 con 8 più 3. Poneremo questi duoi binomij finti l'uno sotto l'altro, ponendo di sopra qual ti pare di lor duoi, che non fa caso (perche tanto fa summar più 3 con più 4. quanto che fa a summar più 4 con più 3) tirandoui poi sotto vna linea, come si costuma ne gli altri summari, dapoi summa quel più 3 di sotto con quel più 4 di sopra, faranno 7. & per esser l'uno, & l'altro di duoi numeri summati più (per la prima regola) il detto 7 sara più, e pero tu lo notarai sotto alla detta linea con il segno più, come che in margine vedi, poi summa quel 8 (che seguita) di sotto con quel 10. che gli è sopra fara 18. qual ponerai (consequentemente) sotto alla linea detta, & tutta tal summa dira 18 più 7. & perche gli altri duoi numeri summati (cioe 8. & 10) non hanno alcun segno, vengono l'uno, & l'altro a esser più, & cosi quel 18 per la detta prima regola vien a esser più. E pero diremo, che a summar 10 più 4. con 8 più 3. fa 18 più 7. & perche 18 più 7 è tanto quanto a dir 25. & cosi 10 più 4 è tanto quanto a dir 14. & cosi 8 più 3 è tanto come a dir 11. & a summar 14 con 11 fanno medesimamente 25. e pero vien a esser verificata la prima regola, cioe che a summar più con più fa sempre più il medesimo seguira nelli veri binomi.

Essempio alla prima regola.

a summar	10 più 4
con	8 più 3
fara	18 più 7
cioe	25

4 ET cosi volendo summare 12 men 5 con 13 men 2. assetta questi duoi residui finti l'uno sotto l'altro tirandoui sotto la solita linea, & summando poi quel men 2. di sotto con quel men 5. &

Essempio alla seconda regola.

a summar 12 men 5
con 13 men 2
fara 25 men 7
cioe 18

sopra sara 7, & questo ponerai sotto alla linea, & perche l'uno, & l'altro di duoi numeri (summa-ti) men (per la seconda regola) il detto 7 sara meno, e pero ponerai il detto segno men, poi summa-rai quel 12 di sotto con quel 13 di sopra fara 25. & perche l'uno, e l'altro di detti duoi numeri, cioe 12. & 13 sono piu (per non haver alcun segno) e pero (per la prima regola) il detto 25 sara piu, & per tanto diremo, che a summar 12 men 5 con 13 men 2 fa 25 men 7. & perche 25 men 7 e tanto come a dire 18. & cosi 12 men 5 e come a dire 7. et cosi 13 men 2 e tanto come a dir 11. & perche a summar il detto 7 con il detto 11 fa medesimamente 18. il come fu a summar li duoi finti residui, e pero diremo la detta seconda regola esser buona, cioe che a summar men con men fa sempre men, il medesimo seguira nel summar li veri residui.

Essempio alla terza, over quarta regola.

a summar 9 piu 3
con 8 mẽ 4
fara 17 mẽ 1
cioe 16

5 ET cosi volendo summar 9 piu 3 con 8 men 4 assetta tal binomio, & residuo finto, l'uno sotto l'altro tirandoli la solita linea di sotto via, poi per summar quel men 4 di sotto con quel piu 3 di sopra, la terza, over quarta regola, vuole che si abbatti il menore numero del maggiore, & il resto sara della natura della maggior denominatione, cioe se'l detto maggior numero sara segnato men il detto resto sara meno, & si sara piu il detto resto sara piu, & perche in questo caso abbattendo quel 3 piu da quel 4 men restara 1 il qual 1 sara men, perche la maggior denominatione (cioe quel 4) e meno, e pero a quel 1 ponerai il segno del meno, fatto questo summarai quel 8 che seguita di sotto con quel 9 che seguita di sopra, fara 17. qual posto sotto alla detta linea, dira tal summa 17 men 1, che veniria a esser 16 a ponto, & perche 9 piu 3 e precisamente 12. & quel 8 men 4 e precisamente 4. il qual 4 gionto, over summato con il detto 12 fara medesimamente 16. il come fu a summar il detto binomio, & residuo finto, e pero diremo la detta terza regola esser ottima, cioe che a summar piu con men, over men con piu sempre si abbatte, & sia la maggior denominatione, il medesimo seguira a summar li veri residui con li veri binomi.

Essempio alla terza, over quarta regola.

a summar 15 mẽ 6
con 13 piu 9
fara 28 piu 3
cioe 31

Essempio alla terza, over quarta regola.

a summar 16 piu 5
con 14 mẽ 5
fara 30 0
cioe 30

Essempio alla terza, over quarta regola.

a summar 10 mẽ 3
con 10 piu 3
fara 20 0

a summar 7 piu 4
con 12 mẽ 4
fara 19 0

a summar 13 0
con 9 mẽ 4
fara 22 mẽ 4
cioe 18

6 MA perche la terza, & quarta regola di summar piu con men, over men con piu ponno variar in piu modi, e pero circa quelle ne ponero diversi essempij, volendo anchora summar 15 men 6, con 13 piu 9 assetta tal residuo, & binomio finto l'uno sotto l'altro, ponendo qual ti pare di sopra, che non fa caso, tirando la solita linea, poi per summare quel piu 9. di sotto con quel men 6. di sopra abbatti 6 di quel 9. come comanda la detta terza regola, & restara 3. & questo 3 ponerai per tal summa sotto alla linea, & perche la maggior denominatione, cioe la maggior quantita e piu il detto 3 sara anchor piu, e pero poneragli il segno piu. Fatto questo summarai quel 13. che consequentemente seguita di sotto con quel 15. che gli e sopra fara 28. qual ponerai sotto alla detta linea, & perche quel 13. & quel 15 e piu per non haver alcun segno, anchora per la prima regola quel 28 sara piu, ma esser il primo nome di tal summa non vi si debbe mettere segno alcuno, e pero si intende esser piu. E per tanto diremo che a summar 15 men 6. con 13 piu 9. faranno 28 piu 3. Et perche 28 piu 3 e precisamente 31. & quel 15 men 6 e precisamente 9. & quel 13 piu 9 e precisamente 22. & a summar 9 con 22 fa medesimamente 31. come fece la summa di quel binomio, & residuo finto, e pero viene a esser verificata la detta terza, & quarta regola, cioe che a summar piu con men, over men cō piu sempre si debbe abbattere il meno dal maggiore, & che il restante sara della natura della maggior denominatione, il medesimo seguira nel summare li veri binomi, & residui.

VOlendo anchora summare 16 piu 5 con 14 men 5 assettali secondo il solito l'uno sotto l'altro (ponendo qual ti pare di sopra) poi per summar quel men 5 di sotto con quel piu 5. di sopra abbatti per l'uno da l'altro, & restara nulla (per esser eguali l'uno all'altro) laqual nulla per seguir l'ordine tu la ponerai sotto alla linea senza altro segno, ma nel luogo del segno farai un ponto tondo per separarla da l'altra summa, che seguitara, fatto questo summarai quel 14. che consequentemente seguita di sotto con quel 16 di sopra fara 30. qual ponerai secondo il solito sotto alla linea, qual 30 (per le ragioni piu volte dette) sara piu, ma il segno non vi si debbe ponere, per le ragion dette. E pero diremo che a summar 16 piu 5 con 14 men 5, fara 30 a ponto. Et perche 16 piu 5 e precisamente 21. & 14 men 5 e precisamente 9. & perche a summar 21. & 9. fa medesimamente 30. come fece anchora la summa del binomio, & residuo finto vien a esser anchora meglio verificata la sopradetta terza, & quarta regola, il medesimo si dovera far nel summare delli binomi, & residui veri, & per tua maggior instruttione te ne pongo 5 altri essempij in margine.

Del terzo atto del sottrar del piu, & del meno.

Cap. III.

1 IL terzo atto chiamato sottrare del piu, & del meno, certamente è il piu ingenioso, & piu difficile di alcuno de gli altri atti, & questo procede, perche in piu varij, & diuersi modi di alcuno de gli altri puo accadere, e pero ha dibisogno di piu acuto natural discorso di alcuno de gli altri. Dico adonque tal atto poter occorrere in 24 diuersi modi, come ordinatamente con piu essempij (pur di binomij, & residui finti) si fara manifesto, con le qual regole finte facilmente s'intendera quelle medesime nelli veri binomij, & residui.

2 QVando l'occorrera di sottrare alcun piu da vn'altro piu, che sia maggior di lui in quantita, ma simili di denominatione, & di natura (che cosi sempre si debbe intendere) cauarai il menor simplicemente dal maggior, come si fussero numeri discreti, ouer rationali, & il restante sara piu. Essempi gratia volendo cauare 7 piu 2 da 20 piu 5. assetta questi duoi binomij finti, come si costuma nelli sottrari di numeri, cioe poni quel 7 piu 2 (che vuoi sottrare) sotto a quel 20 piu 5. & tira di sotto la solita linea, poi caua quel piu 2 di sotto da quel piu 5 di sopra, & ti restara 3. & questo 3 sara piu, qual notandolo sotto alla linea con il segno del piu, & sottrando anchora quel 7 che consequentemente seguita di sotto da quel 20 che gli è sopra, restara 13 qual 13 per le ragioni dette nel precedente capo sara piu, ma non vi si debbe mettere tal segno del piu per esser il primo nome del restante binomio finto, e pero concluderemo, che a cauare 7 piu 2 da 20 piu 5 restara 13 piu 3. & quantunque tal sottrare si possa verificare, come si facena anchora li summari del precedente capo, dicendo che 20 piu 5 vuol dir 25. & 7 piu 2 vuol dir 9. & a sottrar 9 da 25 resta 16. & quel 13 piu 3 è medesimamente 16. nondimeno questo, & gli altri, che si ha da dire, voglio che li approuiamo secondo che si costuma a prouar li sottrari, cioe con il summare, perche egli è manifesto, che a summar quel 13 piu 3 (che resta) con quel 7 piu 2 che fu sottrato, doueria far quel 20 piu 5 a douer esser giusto, ma perche a summar il detto 13 piu 3 con 7 piu 2 (secondo l'ordine dato nel precedente capo) fa precisamente 20 piu 5 (come in margine vedi) diremo il detto nostro sottrar esser buono.

Essempio primo	
a sottrar da	20 piu 5
questo	7 piu 2
restara	13 piu 3
la proua	20 piu 5

3 QVando l'occorresse di sottrare alcun piu da vn'altro piu a lui eguale in quantita, & di vna medesima denominatione, sottrarai l'uno dell'altro, come se fussero numeri simplici, et trouarai che ti restara 0. cioe nulla. Essempi gratia volendo cauar 9 piu 5 da 17 piu 5. assettali (come di sopra è stato detto) cioe poni quel 9 piu 5 sotto a quel 17 piu 5. tirando la solita linea, fatto questo caua quel piu 5 di sotto da quel piu 5 di sopra, & restara nulla, poi cauarai quel 9 che seguita di sotto da quel 17 di sopra restara 8. e pero diremo, che a cauar 9 piu 5 da 17 piu 5. restara a ponto 8. il qual 8 vien a esser piu, & per approuar tal sottrare, summarai quel 8 piu 0. che resta con quel 9 piu 5. che fu cauato, & trouarai, che fara 17 piu 5. e pero dirai che tal sottrare si sta bene.

Essempio secondo	
a cauar da	17 piu 5
questo	9 piu 5
restara	8 piu 0
la proua	17 piu 5

4 MA quando vorrai cauar alcun piu da vn'altro piu, & che quel piu, che vorrai cauar sia maggior di quantita di quel piu, dal qual si vuol cauare, allhora si debbe abbattere il menor dal maggior, & quello che resta sara meno. Essempi gratia volendo cauar 12 piu 6 da 18 ℘ 2. assetta quel 12 piu 6 sotto a quel 18 ℘ 2 (secondo l'ordine piu volte detto) poi volendo cauar quel piu 6 di sotto da quel piu 2 di sopra, tu vedi che non si puo (per esser maggiore) e pero in simil caso caua il menore del maggiore (cioe quel piu 2 da quel piu 6) & ti restara 4. il qual 4 in tal caso vien a esser meno, e pero ponilo sotto alla linea con il detto segno del meno, fatto questo cauarai quel 12 (che seguita di sotto) da quel 18 di sopra, & restara 6. & perche quel 18. & quel 12 sono piu per non hauer alcun segno, e pero quel 6 sara piu, ma per esser il primo nome del restante residuo finto non vi accade segno per le ragioni piu volte dette, & per tanto diremo, che a sottrar 12 piu 6 da 18 piu 2. restara 6 men 4. & se di tal sottrare ne vorrai far proua summa quel 6 men 4. che resta con quel 12 piu 6 (che cauasti) & trouarai che fara precisamente quel 18 piu 2. come che in margine vedi, e pero sta bene. Et se per sorte ti hauesti scordato il modo da summar quel 6 men 4. con quel 12 piu 6. va riuedi la regola del summar piu con meno nel precedente capo.

Essempio terzo	
a sottrar da	18 piu 2
questo	12 piu 6
restara	6 mẽ 4
la proua	18 piu 2

5 MA quando vorrai cauare alcun piu di alcun meno, summarai il piu con quel meno simplicemente, & tal summa sara meno. Essempi gratia volendo sottrare 7 piu 5 da 25 men 3. assetta quel 7 piu 5 sotto a quel 25 men 3 secondo il solito, poi per sottrar quel piu 5 di sotto da quel men 3 di sopra, summa quel 5 con quel 3 fara 8. et questo 8 sara men, qual ponerai sotto alla linea cõ il detto segno del men, fatto questo cauarai quel 7 che seguita di sotto da quel 25 di sopra, & ti restara 18. & questo 18 sara piu p le ragioni piu volte dette, ma non vi si mette altramente il detto segno ℘. E pero diremo che a sottrar 7 ℘ 5 da 25 men 3 restara 18 mẽ 8. & se ne vorrai far proua, summa quel 18 mẽ 8. che resta con quel 7 piu 5 (che cauasti)

Essempio quarto	
a sottrar da	25 mẽ 3
questo	7 piu 5
restara	18 mẽ 8
la proua	25 mẽ 3

& trouarai che sara quel medesimo 25 men 5. che è di sopra, e pero sta bene, & con tal modo si procedera nelle sottrationi di veri binomi dalli veri residui, come alli suoi luoghi meglio s'intendera.

6 Quando che si hauesse a battere, ouer cauare alcun piu di alcun meno, che fusse a lui equale (rispetto al numero) perche mai il piu si puo agguagliar al meno, rispetto alla so stantial sua quantita, cioe che una unita piu, senza coparatione è di maggior valore di 1000 unita meno, perche il piu è come un credito, & il meno è come un debito. Essempi gratia se uno hauesse solamente per un sol ducato al mondo, & un'altro che non hauesse niente al mondo senza dubbio niun mi negara, che colui che ha per quel sol ducato non habbia piu di colui, che non ha niente. Et se per sorte vi fusse un'altro terzo, che nō solamente non ha niente al mondo, ma ha anchor un debito di ₰ 1000. niun certo mi negara, che questo terzo non habbia manco di tutti. E pero non è vero un certo comun detto, che si costuma fra il volgo quando vogliono notificare uno per pouerissimo dicono il non poria esser piu pouero di quello che è, perche el non ha niente al mondo, quasi volendo dire che colui, che non ha niente al mondo non puo esser piu pouero, dicendo che'l non puo esser manco di nulla, ma questi tali s'ingannano di grosso, perche uno che hauesse solamente di debiti al mondo saria molto piu pouero di uno, che non hauesse ne debiti, ne crediti.

Questo discorso mi è parso di farti, acioche con il tuo natural giuditio possi intendere la causa non solamente delle regole date sopra il summar del piu, & del meno (nel precedente capo) ma anchora di queste, che in questo, & ne gli altri seguenti capitoli ha da dare, & per tanto tornando mo al nostro primo proposito. Dico che quando si hauesse a battere alcun piu di alcun meno a lui equale si debbe procedere, come nella passata, cioe summar l'uno con l'altro, come si fussero numeri simplici, & quella tal summa sara meno. Essempi gratia volendo cauare 12 piu 3 da 26 men 3. assetta quel 12 piu 3 sotto di quello 26 men 3 secondo il solito, poi per cauar questo piu 3 di sotto da quel men 3 di sopra, summali insieme, & faranno 6. & questo 6 dico esser men, qual ponilo sotto alla linea con il suo segno mē, fatto questo caua poi quel 12. che consequentemente seguita di sotto da quel 26. che gli è sopra restara 14. & cosi a cauar 12 piu 3 da 26 men 3 restara 14 men 6. & se ne vorrai far proua summa quel 14 men 6. che resta con quel 12 piu 3. che cauasti, & trouarai, che sara precisamente quel 26 men 3. che è di sopra, e pero sta bene.

Essempio quinto		
a sottrar da	26	men 3
questo	12	più 3
resta	14	men 6
la proua	26	men 3

7 Quando che ti occorresse anchora di cauare alcun piu da alcun meno maggior di lui (rispetto al numero) procederai, come nelle due precedenti, cioe summar l'uno con l'altro, come se fussero numeri simplici, & quella tal summa sara meno (si come nelle due precedenti) Essempi gratia volendo cauar 15 piu 5 da 28 men 7. assetta quel 15 piu 5 sotto a quel 28 men 7 (secondo il solito) poi per cauar quel piu 5 di sotto da quel men 7 di sopra, summali insieme, & faranno 12. il qual 12. dico esser meno, e pero lo notarai sotto alla linea con il segno del men, fatto questo caua poi quel 15 (che di sotto seguita) da quel 28. che gli è sopra, & restara 13. qual notarai di sotto la linea. Et cosi dirai che a cauar 15 piu 5. da quel 28 men 7. restara 13 men 12. Et se ne vorrai far proua summa quel 13 men 12. che resta con quel 15 piu 5. che cauasti, & trouarai che sara precisamente quel 28 men 7. che sta di sopra, e pero sta bene.

Essempio sesto		
a sottrar da	28	men 7
questo	15	più 5
resta	13	mē 12
la proua	28	men 7

8 Quando che vorrai cauare alcun men da un'altro men maggior di lui cauarai simplicemente il menore del maggiore, & il restante sara meno. Essempi gratia volendo cauar 14 men 3 da 19 men 5. assetta quel 14 men 3 sotto a quel 19 men 5 (secondo il solito) poi caua simplicemente quel men 3 di sotto da quel men 5 di sopra, & restara 2. il qual 2 dico esser men, qual notarai sotto alla linea con il segno men, fatto questo cauarai quel 14. che di sotto seguita da quel 19. che gli è sopra, & restara 5. qual posto sotto alla linea, dirai poi 5 men 2. & tanto dirai, che restara a cauar il detto 14 men 3. dal detto 19 men 5. & se ne vorrai far proua summarai quel 5 men 2. che resta con quel 14 men 3. che cauasti sara quel medesimo 19 men 5. che sta in cima, e pero tal sottrar è giusto.

Essempio settimo		
a sottrar da	19	men 5
questo	14	men 3
resta	5	men 2
la proua	19	men 5

9 Quando vorrai cauar alcun men da un'altro men a lui eguale cauarai simplicemente l'uno da l'altro, & restara nulla. Essempi gratia volendo cauare 10 men 3 da 15 men 3. assetta quel 10 men 3 sotto a quel 15 men 3 tirando la solita linea, poi cauarai quel men 3 di sotto da quel men 3 di sopra, & ti resta men 0. qual men 0. per seguir l'ordine notarai sotto alla linea, fatto questo sottrarai quel 10. che seguita di sotto da quel 15. che gli sta sopra, & ti restara 5. qual notato sotto alla linea, dirai poi 5 men 0. & tanto dirai che resta a sottrar il detto 10 men 3 da quel 15 men 3. & se ne farai proua summando quel 5 men 0. che resta con quel 10 men 3. che cauasti trouarai, che ti ritornara quel medesimo 15 men 3. da che fu fatta la sottratione, e pero sta bene.

Essempio ottauo		
a sottrar da	15	men 3
questo	10	men 3
resta	5	men 0
la proua	15	men 3

10 Quando

20 Quando vorrai sottrare alcun men da vn'altro men, che sia menore di lui sempre caua il menore dal maggiore, & il restante sara piu. Essempi gratia volendo cauar 18 men 7 da 25 men 4, assetta quel 18 men 7 sotto a quel 25 men 4, tirando di sotto la solita linea, poi per sottrare quel men 7 di sotto da quel men 4 di sopra, procedi al contrario, cioe caua quel men 4 da quel men 7. & ti restara 3, qual 3 dicesti esser piu, qual notarai sotto alla linea con il detto segno piu, fatto questo sottrarai quel 18. che di sotto seguita da quel 25. che gli è sopra restara 7. qual posto sotto alla linea, dira poi 7 piu 3. & tanto dirai che resti a sottrar 18 men 7 da 25 men 4. & se ne vorrai far proua, somma quel 7 piu 3. che ti resta con quel 18 men 7. che cauasti trouarai, che fara quel medesimo 25 men 4. da che fu fatta la sottratione, e pero sta bene.

Essempio nono.

a sottrar	da	25 m̃ 4
questo	—	18 m̃ 7
restara		7 p̃ 3
la proua		25 m̃ 4

21 Quando vorrai cauare alcun men da vn piu, & che il men, che si ha da cauar sia di maggior quantita (rispetto al numero) di quel piu, di che si vuol cauare, sempre aggiongerai ambiduoi insieme, & tal summa sara piu. Essempi gratia volendo cauare poniamo 17 men 5 da 26 piu 2, assettali secondo il solito, poi per cauare quel men 5 da quel piu 2 di sopra aggiongeli ambiduoi insieme, & faranno 7. dico questo 7 esser piu, qual notarai sotto alla linea con il segno piu. Fatto questo cauarai anchora quel 17 che seguita di sotto da quel 26. che gli sta sopra, & ti restara 9. qual 9 notato al suo luogo sotto alla linea, dira in tutto 9 piu 7. & tanto dirai che resti a sottrare 17 men 5 da 26 piu 2. & se ne vorrai far proua summarai quel 9 piu 7. che resta con quel 17 men 5. che cauasti, & trouarai che ti ritornara quel medesimo 26 piu 2. dal qual fu fatta la sottratione, e pero sta bene.

Essempio decimo

a sottrare	da	26 p̃ 2
questo	—	17 m̃ 5
restara	—	9 p̃ 7
la proua	—	26 p̃ 2

22 Similmente quando vorrai cauare alcun men da alcun piu a lui equale (rispetto al numero) procederai per il medesimo modo, cioe summarali ambiduoi insieme, & tal summa sara pur piu. Essempi gratia, volendo cauar poniamo 13 men 4 da 18 piu 4. assettali vn l'vno sotto l'altro, secondo il solito, & per sottrar quel men 4 di sotto, da quel piu 4 di sopra, summali ambiduoi insieme, & faranno 8. il qual 8 dico esser piu, e pero lo notarai sotto alla linea con il segno piu, fatto questo sottrarai quel 13. che di sotto seguita, da quel 18. che gli è sopra restara 5. qual notandolo al suo luogo sotto alla linea, dira in tutto 5 piu 8. & tanto dirai, che restara a cauar 13 men 4 da 18 piu 4. & se ne vorrai far la proua, procederai secondo il solito, cioe summarai quel 5 piu 8. che ti resta con quel 13 men 4. che cauasti, & trouarai che fara quel medesimo 18 piu 4. dal qual fu fatta la sottratione, e pero sta bene.

Essempio vndecimo.

sottrar da		18 p̃ 4
questo		13 m̃ 4
restara	—	5 p̃ 8
la proua	—	18 p̃ 4

23 Volendo anchora sottrare alcun men da alcun piu, maggior di lui (rispetto al numero) procedi pur si, come nelle due precedenti, cioe summali ambiduoi insieme, & tal summa sara pur piu. Essempi gratia volendo sottrare poniamo 15 men 5 da 19 piu 3. assettali secondo il solito, poi per sottrare quel men 5 di sotto da quel piu 3 di sopra, procedi pur secondo l'ordine delle due precedenti, cioe summali ambiduoi insieme, & faranno 8. il qual 8 dico esser piu, qual notarai sotto alla linea con il segno piu, fatto questo sottrarai quel 15. che di sotto seguita da quel 19. che gli sta sopra, & ti restara 4. il qual 4 notandolo al suo luogo sotto alla linea, dira in tutto 4 piu 8. & tanto dirai, che resti a cauar 15 men 5 da 19 piu 3. & se ne vorrai far la proua, summarai quel 4 piu 8. che resta con quel 15 men 5. che cauasti, & trouarai, che fara quel medesimo 19 piu 3. dal qual fu fatta la sottratione, e pero sta bene.

Essempio duodecimo.

a sottrar	da	19 p̃ 3
questo		15 m̃ 5
restara	—	4 p̃ 8
la proua	—	19 p̃ 3

24 Molte volte interuiene a cauar realmente vn piu, & vn men, da vn sol piu. Essempi gratia volendo cauare poniamo 12 men 5 da 20. assetta il 20. & sotto di lui ponerai 12. & consequentemente ponerai quel men 5. come in margine vedi, hor per far tal sottrare, tu puoi procedere per due vie l'una è a sottrar prima vno di detti duoi nomi, qual ti pare, & del restante cauarne l'altro, hor sottramo prima dal detto 20 quel 12. restara 8. fatto questo dal detto 8. sottramo poi quel men 5. & perche a cauar men di piu si summano, & tanto fara piu, e pero summandoli distinti, come se fussero quantita irrationale restara 8 piu 5. & se ne vorrai far proua summa 12 men 5 con 8 piu 5. & trouarai che fara precisamente 20. L'altra via è a ponere il detto 20 con piu 0. ouero con men 0. come che ne gli altri duoi essempi in margine appare, & sotto di quello metterai quel 12 men 5. che vuoi sottrare, & perche a sottrar men 5 di piu 0. aggionge quel men 5 con quel piu 0. & fara per piu 5. qual notarai sotto alla virgola al suo luogo, & dapoi cauar 12 di 20. & restara 8. qual posto sotto alla virgola appresso a quel men 5. dira 8 men 5. & tanto restara a sottrar 12 men 5 di 20. che facendone la proua secondo il solito si trouara, che a summar 8 piu 5 con 12 men 5 fara pur 20. & questa è piu leggiadra via. Il medesimo veniria se ponerai 20 men 0. perche a sottrar men 5 di men 0. tu abbatterai quel 0. di 5. & ti restara 5. qual sara piu (per le ragioni piu volte dette) qual ponerai medesimamente sotto alla virgola, & sottrarai anchora 12 di 20. & trouarai, che in tutto restara medesimamente 8 piu 5.

prima via

a sottrar da		20
questo		12 men 5
sotto prima		8
a cauarne men 5		
restara	—	8 piu 5

seconda via

a sottrar da		20 piu 0
questo	—	12 m̃ 5
resta	—	8 piu 5
la proua		20

terza via

a sottrar da		20 m̃ 0
questo		12 m̃ 5
resta		8 p̃ 5
la proua		20

25 Anchora molte volte interviene a cavar realmente duoi piu da un sol piu, & accio meglio m'intendi fingero pur tal atto con un binomio finto, cioe pongo che vogliamo cavare 5 piu 3 da 10. dico che in tal caso si puo proceder per due vie (si come nella precedente) cioe cavare l'uno di detti duoi nomi, qual ne pare dal detto 10. & dal restante cavarne l'altro nome, onde cavando prima quel 5. di 10 restara 5. & di questo 5 cavandone poi quel piu 3. & volendo tal resto rispondere distinto, cioe separato, come se fussero quantita irrationale, tu dirai 5 men 3. & tanto restara a sottrar 5 piu 3 dal detto 10.

prima via

a sottrar da	10
questo	5 piu 3
resta prima	5
a cavarne	piu 3
resta	5 men 3

L'altra via e da ponere il detto 10 con piu 0. overo con men 0. & sotto di questo numerarai quel 5 piu 3. (si come nella precedente fu fatto) & come ne gli altri duoi essempi posti in margine si vede, & perche (nel primo di duoi) a cavar quel piu 3 di quel piu 0. si abbatte lo piu 0 quel piu 3. & restara piu 3. qual si debbe ponere al suo luogo sotto alla linea, & dapoi cavar 5 di 10 resta 5. qual con quel men 3 dira 5 men 3. & tanto restara a cavar di 10 piu 0. quel 5 piu 3. che se ne farai la solita prova trovarai tal sottrar esser giusto. Il medesimo ti restara sottrando il detto 5 piu 3 dal detto 10 men 0. perche a sottrar quel piu 3 da quel men 0. si summano, & tal summa sara men, e pero summando 3 con quel 0. fara men 3. & cosi sottrando poi 5 di 10 restara in tutto 5 men 3. come di sopra, & queste specie di sottrari nelle quantita irrationale molte volte accadono, & cosi bisogna reggersi secondo queste regole rationalmente finte.

seconda via

a sottrar da	10 piu 0
questo	5 piu 3
resta	5 m̃ 3
la prova	10

terza via

a sottrar da	10 m̃ 0
questo	5 p̃ 3
resta	5 m̃ 3
la prova	10

Del quarto atto chiamato multiplicare del piu, & del meno. Cap. IIII.

1 Per intendere la regola, overo il modo di multiplicar li detti duoi termini piu, & meno, fra loro bisogna in memoria tenersi le sottoscritte quattro regole, lequali che ben le considera, in sostantia sono solamente tre.

Prima regola, a multiplicare piu fia piu fa sempre piu.

Seconda regola, a multiplicare piu fia men fa sempre men.

Terza regola, a multiplicare men fia men fa sempre piu.

Quarta regola, a multiplicar men fia piu fa sempre men.

Ma accio che le sopra notate regole meglio s'intendano le andaremo essemplificando con quantita rationale finte in forma di binomij, & residui (si come nelli duoi precedenti capi e stato fatto) con la qual cautella non dubito, che piu facilmente s'intendera poi piu facilmente tal cationi nelli veri binomij, & veri residui (come fu detto anchora sopra del summare nel secondo capo) Hor per venire alle dette essemplificationi, pongo che vogliamo multiplicare 8 piu 4 per 6. accio meglio m'intendi nel multiplicare, ponerai quel 8 piu 4 (come che in margine vedi) & sotto a quel piu 4 ponerai quel 6. per il quale voi multiplicare tal binomio finto poi di sotto via tirarai una linea, come si costuma nelli multiplicari di numeri simplici, fatto questo multiplica quel piu 4 di sopra per il detto 6 fara 24. Et perche quel 4 per vigor del segno e piu, & anchora quel 6 (per non haver segno alcuno) e piu (come piu volte e stato detto) & perche piu fia piu (per la prima regola) fa sempre piu, e pero quel 24 sara piu, qual notarai sotto alla linea con il segno piu, fatto questo multiplica quel 8. che seguita per il detto 6 fara 48. & perche si quel 8. come quel 6. e piu per non haver alcun segno, e pero quel 48 (per la detta prima regola) sara piu, qual notarai sotto alla linea, & non vi accade a metter segno per esser il primo nome di quel produtto, cioe di quel 48 piu 24. E pero concluderemo che a multiplicar quel 8 piu 4 per quel 6 fara 48 p̃ 24. & perche questo 48 piu 24 per ragion naturale dei saper, che non vuol dir altro, che 72. & perche anchora quel 8 piu 4 non vuol dir altro, che 12. & perche il detto 12 multiplicandolo per quel medesimo 6 fa pur quel medesimo 72. e pero naturalmente vien a esser verificata la detta prima regola, cioe che p̃ fia p̃ fa sempre piu.

a multiplicar	8 p̃ 4
per	6
fa	48 piu 24

che faria 72 a ponto

2 Hor per essemplificare la seconda regola, cioe che a multiplicare piu fia men facia sempre men. Pongo che vogliamo multiplicare 15 men 3 per 7. Assettaremo il detto residuo finto secondo, che fu fatto del soprascritto binomio, ponendo quel 7 sotto a quel men 3. et di sotto via tirarai la solita linea. Fatto questo multiplicaremo 7 fia quel men 3 fara 21. & perche quel 7 e piu (per non haver segno alcuno) & quel men 3 e men per vigor del segno, & perche a multiplicar piu fia men (per la seconda regola) fa meno, seguita che quel 21 sia men, qual notaremo sotto alla linea con il detto segno men, poi multiplicaremo quel 15. che di sopra seguita per quel medesimo 7. fara 105. & perche il detto 15 e piu, si come e il 7. per non haver alcun segno, & perche a multiplicar piu fia piu fa sempre piu (per la regola) diremo il detto 105 esser piu, ma per esser il primo nome del produtto residuo non vi si debbe mettere il detto segno piu, perche el vi s'intende. Concluderemo adonque, che a multiplicar 15 men 3 per 7 fa 105 men 21. Et perche 105 men 21. una per desinition naturale, tu dei sapere che non vuol

a multiplicar	15 m̃ 3
per	7
fara	105 m̃ 21

che faria 84 a ponto

dir altro

dir altro che 84. & similmente quel 15. men 3. tu dei saper che non vuol dir altro che 12. & che a multiplicar 12. per quel 7. fa medesimamente quel 84. e pero naturalmente vien a esser verificata la detta seconda regola, cio è che a multiplicar piu fia men fa men.

3 Anchora per essemplificare la terza regola, cio è che a multiplicare, men fia men faccia piu (laqual regola è alquanto piu dura da credere di ciascuna delle altre) pongo che habbiamo da multiplicare 8. men 3. fia 9. men 2. questi duoi residui fine li notaremo l'uno sotto l'altro, come che in margine vedi, & per multiplicarli potremo procedere per due vie, cio è secondo l'ordine del multiplicar per crosetta, & anchora secondo l'ordine del multiplicar per scachiero, & accioche per l'una, & l'altra via se ne habbia intelligentia voglio che lo multiplicamo per l'una, & per l'altra via, ma prima per crosetta, et per multiplicarlo multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel men 2. di sopra fara 6. & perche men fia men fa piu (per la terza regola) e pero diremo quel 6. esser piu, e pero lo notaremo sotto la linea con il detto segno piu, poi multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel piu 9. di sopra fara men 27. qual salvaremo in mente, poi multiplicaremo quel men 2. di sopra, fia quel piu 8. di sotto, fara men 16. qual summaremo con quel men 27. che salvassimo fara in summa men 43. qual notaremo consequentemente sotto alla linea, fatto questo multiplicaremo quel piu 8 di sotto, fia quel piu 9 di sopra, fara piu 72. qual notarai consequentemente dietro a quel men 43. & dira poi in tutto 72 mē 43. piu 6. & tanto diremo, che faccia a multiplicare quel 8 men 3. fia quel 9 men 2. il qual trinomio, se ben lo considerarai trovarai esser 35 a ponto, & se ben considerarai anchora quel 8 men 3. trovarai esser a ponto 5. & quel 9. men 2. trovarai esser a ponto 7. & a multiplicar 5 fia 7. fa medesimamente quel 35. e pero sara naturalmente verificata la detta terza regola, cio è che men fia men faccia piu.

Ma volendo anchora far la detta multiplicatione per via di scachiero multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel men 2. di sopra fara (per la detta terza regola) piu 6. qual notarai al suo luogo sotto alla linea, poi multiplica anchor quel medesimo men 3 di sotto fia quel piu 9. di sopra fara men 27. qual notarai consequentemente dietro a quel men 6. come in margine vedi, fatto questo multiplica poi quel piu 8. di sotto fia quel men 2. di sopra fara men 16. & questo men 16. notarai sotto a quel men 27. come vedi in margine, fatto questo multiplica quel piu 8. di sotto fia quel piu 9. di sopra fara piu 72. qual notarai senza segno consequentemente dietro a quel men 16. come in margine puoi veder, & fatto questo tirarai sotto un'altra linea, & summa queste due multiplicationi, come si costuma nelli scachieri, cio è metti prima quel piu 6 sotto alla seconda linea, poi summa quel men 16. con quell'altro men 27. faranno men 43. qual metti pur sotto alla detta seconda linea, dapoi summa, over rimetti quel piu 72. & tal summa fara pur come l'altra di sopra, cio è 72 men 43. piu 6. che saria pur quel medesimo 35. a ponto, & queste due regole date da multiplicare questi duoi residui fin ti te serviranno anchora nel multiplicare non solamente duoi veri residui, ma anchora a multiplicare duoi binomij veri, & similmente un ver binomio fia un vero residuo, come che nel sequente libro intenderai, & per disponerti meglio, voglio essemplificare la quarta regola con un binomio fitto, & similmente con un residuo.

4 Similmente per essemplificare la quarta regola, cio è che men fia piu faccia men, voglio procedere per via di multiplicar un binomio fia un residuo finto, laqual cosa ti sara molto utile (come di sopra dissi) nelle multiplicationi di veri binomij, & residui, volendo adonque multiplicare (ponimo) 9. piu 4. per 8. men 3. li assettaremo l'uno sotto l'altro, & sotto di quelli gli tiraremo la solita linea, come in margine appare, & procederemo per via di crosetta, cio è multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel piu 4. di sopra fara men 12. qual notaremo al suo luogo sotto la linea, poi multiplicaremo quel medesimo men 3. di sotto fia quel piu 9. di sopra fara men 27. & questo men 27. lo serbaremo in mente, poi multiplicaremo quel piu 4. di sopra fia quel piu 8. di sotto fara piu 32. & questo piu 32. lo summaremo con quel men 27. che salvassimo fara tal summa piu 5. & questo piu 5. lo notaremo al suo conveniente luogo sotto alla detta linea fatto questo (secondo l'ordine della crosetta) multiplicaremo quel piu 8. di sotto fia quel piu 9. di sopra fara piu 72. qual notaremo senza alcun segno al suo conseguente luogo sotto alla detta linea, come che in margine vedi, che in tutto fara 72 piu 5. men 12. il qual prodotto se ben il consideraremo sara a ponto 65. & perche quel 9. piu 4. è a ponto 13. & quel 8. men 3. è a ponto 5. & perche a multiplicar 5. fia 13. fa medesimamente quel 65. a ponto, e pero vien a esser verificata naturalmente la detta quarta regola, cio è che men fia piu faccia meno.

Ma volendo far la sopradetta multiplicatione per via di scachiero, multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel 9. piu 4. di sopra, & fara men 27. men 12. come in margine vedi, poi multiplicaremo quel piu 8 di sotto fia quel medesimo 9 piu 4 di sopra, & fara 72 piu 32. & questo lo notaremo

a multiplicar 9 m̄ 2
per — — 8 m̄ 3
fa 72 men 43 piu 6

che fara 35 a ponto

a multiplicar 9 m̄ 2
per — — 8 m̄ 3
men 27 piu 6
72 men 16
fara 72 men 43 piu 6

che faria 35 a ponto.

a multiplicar 9 p̄ 4
per — — 8 m̄ 3
fara 72 p̄ 5 m̄ 12

che faria a ponto 65

a multiplicar 9 p̃ 4
per 8 m̃ 2
men 27 men 12
72 piu 32
fara 72 piu 5 men 12
che saria a ponto 65

sotto al primo produtto, secondo che si costuma nelli scachieri, cioe ponendo quel piu 32 sotto a quel men 27 seguitando poi il 72, fatto questo tiraremo la seconda linea, & summaremo poi que ste due multiplicationi insieme ponendo prima quel men 12 sotto alla seconda linea, & summaremo poi quel 32 con quel men 27 & fara piu 5, qual piu 5 notaremo al suo luogo sotto alla seconda linea, & cosi consequentemente rimetteremo quel 72 sotto alla detta seconda linea, & dira in tutto pur 72 piu 5 men 12, come fece anchora per via di crosetta, che saria pur a ponto 65.

Del quinto atto detto partir del piu, & del meno. Cap. V.

1 Per intender l'ordine, overo il modo generale del partire delli detti duoi termini piu, & meno, egli e necessario in memoria recarsi le sottoscritte quattro regole generali, si come si fece anchora nel multiplicare.

Prima regola, a partir piu per piu ne vien piu.

Seconda regola, a partir piu per men ne vien men.

Terza regola, a partir men per piu ne vien men.

Quarta regola, a partir men per men ne vien piu.

a partir piu | ne vien
per piu | piu

2 Non solamente con il partire di binomii, & residui finti si potemo naturalmente verificare della maggior parte delle sopra notate regole, come che nel precedente capo e stato fatto. Ma piu leggiadramente se ne potemo certificare con l'ordine, che si costuma di approvare realmente il partire, cioe con l'atto suo contrario, ch'e il multiplicare, per che sapemo, che a multiplicar l'avenimento fia il partitore debbe ritornar la quantita partita, & ritornando tal partire si approva esser giusto, il medesimo seguira esser in queste regole, rispetto alli detti duoi termini, cioe a partir piu per piu, tu vedi che la cosa, che si parte e piu, & il partitor e piu, hor dico che il segno dell'avenimento e necessario essere di tal qualita, che multiplicandolo fia il segno del partitore ne faccia il segno della cosa partita, il qual segno e piu (dal presupposito) e pero il segno dell'avenimento in questo caso e necessario esser piu, & se possibil fusse (per l'aversario) a esser m̃, seguiria che a multiplicar quel men dell'avenimento fia quel piu del partitore, facesse quel piu della cosa partita, & gia sapemo (per la seconda, & terza regola del precedente capo) che fa men, e pero seguita esser impossibile il segno di tal avenimento in questo caso a esser men, anzi egli e necessario che sia piu, perche a multiplicare tal piu dell'avenimento fia il piu del partitore fara piu, il qual piu vien ben a esser simile al segno della cosa partita, qual e pur piu dal presupposito, & cosi sara verificata (con ragioni assirmative) la prima regola, cioe che a partir piu per piu egli e necessario a venirne piu.

a partir p̃ | ne vien
per m̃ | m̃

3 IL medesimo diremo della seconda regola, cioe che a partir piu per men, egli e necessario a venirne men, perche multiplicando quel men dell'avenimento fia quel men del partitore (per la terza regola del multiplicare) fara piu, che ben sara simile al segno della cosa partita (ch'e piu dal presupposito) & se possibil fusse a poter venir piu (per l'aversario) seguiria che a multiplicar piu fia men facesse piu, laqual cosa e impossibile (per la terza regola del multiplicare) e pero sara verificata la sopradetta seconda regola, cioe che a partir piu per men, necessariamente ne vien men.

a partir m̃ | ne vien
per p̃ | m̃

4 ANchora per il medesimo modo si puo dimostrare la terza regola, cioe che a partir m̃ per piu esser necessario a venirne men, perche multiplicando quel men dell'avenimento fia quel piu del partitore faria men, qual faria simile al segno della cosa partita (qual e supposito esser men) & se l'aversario volesse dire esser possibile di venir piu seguiria poi che a multiplicar quel tal piu fia quel piu del partitore facesse men (cioe il segno della cosa partita) il che e impossibile per la prima regola di multiplicari dissimo, adonque l'opposito rimane il proposito, cioe che a partir men per piu ne venghi meno.

a partir m̃ | ne vien
per m̃ | p̃

5 ANchora con le medesime argumentationi si dimostra la quarta regola, cioe che a partir men per men ne venghi piu, perche multiplicando quel piu dell'avenimento fia quel men del partitore fara m̃ (per la seconda regola di multiplicari) qual verra a esser simile al segno della cosa partita, qual e supposito esser men, & se l'aversario volesse, che potesse venire anchora men seguiria, che a multiplicar tal men dell'avenimento fia quel men del partitor facesse m̃ (per esser men il segno della cosa partita) laqual cosa e impossibile (per la terza regola di multiplicari) dissimo adonque l'opposito rimane il proposito, cioe che a partire men per men ne vien piu. Et cosi senz'altri naturali essempij vien a esser dimostrate generalmente le sopra notate quattro regole adutte sopra il partire del piu, & del meno, & cosi per queste si porria dimostrare quelle 4 adutte sopra il multiplicare, perche con il partire si puo provare il multiplicare, si come che con il multiplicar si puo provar il partire, dico secondo li duoi segni, over termini del piu, & del meno, &c.

Fine del quarto Libro.

LIBRO QVINTO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO Tartaglia, nelqual si tratta di quattro atti della pratica di Binomij, & Residui, cioe del summar, sottrar, multiplicar, & partir di quelli.

Del primo atto detto summar de Binomij, & Residui. Cap. I.

1 IL summar de Binomij, & Residui puo occorrere in varij, & diuersi modi, ma li piu accadenti nella pratica loro sono cinque, il primo é a summar vna quantita di vn solo nome, con vn Binomio, ouero con vn Residuo, ma questo puo occorrere in duoi modi, cioe ouer che quella tal quantita sara communicante con vn di nomi del detto binomio, ouer residuo, ouer amente nõ. Il secondo modo é a summar vn binomio, ouer residuo con vn'altro binomio, ouer residuo. Et questo puo accadere in tre modi, cioe ouer che li duoi nomi del detto binomio, ouer residuo sara communicante l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro di duoi nomi de l'altro binomio, ouer residuo, ouer che vn sol nome di l'uno sara communicante a vn sol nome dell'altro, ouer che ne l'uno, ne l'altro nome di l'uno sara communicante ne a vno, ne a l'altro nome dell'altro, & accio che di tutti questi modi se ne habbia perfetta dottrina gli andaremo essemplificando di mano in mano.

Come si summa una quantita di un sol nome con qual si voglia specie di binomio, ouer residuo.

2 VOlendo summare vna quantita di vn sol nome, con qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, quella tal quantita di necessita, ouer che la sara communicante con vno di nomi di quel tal binomio, ouer amente non, se la sara communicante con vno di detti nomi, la si debbe summare con quel tal nome, secondo l'ordine dato nel summar cadauna specie di quantita, & anchora quello dato nel summar del piu, & del meno, & hauerai l'intento tuo, ma se tal quantita non sara communicante con alcuno di nomi del detto binomio, ouer residuo in tal caso tal summa é necessario farla con il termine del piu, formando vn trinomio, cioe vna quantita di tre nomi composta. Essempi gratia volendo summar poniamo 4. con questo binomio ℞ 20 piu 3. tu vedi che quel 4 é communicante con quel 3 del binomio (per esser l'uno, & l'altro numero) tu summarai simplicemente quel piu 4 con quel piu 3 fara piu 7. qual con quella ℞ 20. dira poi in summa ℞ 20 piu 7.

Essempio primo
a summar cõ ℞ 20 p̃ 3
questo 4
fara ℞ 20 p̃ 7

Ma se tal binomio fusse vn residuo, cioe che fusse ℞ 20 men 3 & che con quello volesti summar il detto 4. summa pur quel piu 4. con quel men 3. & trouarai che fara piu 1. al qual giontoui quella ℞ 20. fara in summa ℞ 20 piu 1.

Essempio secondo
a summar cõ ℞ 20 m̃ 3
questo 4
fara ℞ 20 p̃ 1

Ma volendo summare ℞ 5 con il detto binomio, cioe con ℞ 20 piu 3. summarai la detta ℞ 5 con quella ℞ 20. fara in summa ℞ 45 alla quale giontoui quel piu 3. dira in summa ℞ 45 piu 3. Similmente volendo summare la detta ℞ 5 con ℞ 20 men 3. tal summa fara ℞ 45 men 3.

Essempio terzo
a summar cõ ℞ 20 p̃ 3
questa ℞ 5
fara ℞ 45 p̃ 3

Volendo anchora summar ℞ 27 cõ 20 piu ℞ 3, summarai la detta ℞ 27. con quella piu ℞ 3 fara piu ℞ 48 al qual gionto quel 20 fara 20 p̃ ℞ 48.

Essempio quarto
a summar cõ 20 p̃ ℞ 3
questa ℞ 27
fara 20 p̃ ℞ 48

Ma se tal binomio fusse residuo, cioe che fusse 20 men ℞ 3. & che con quello volesti summar la detta ℞ 27. summa pur la detta piu ℞ 27 con quella men ℞ 3 (secondo gli ordini dati) fara in summa piu ℞ 12. al qual giontoui quel 20 fara in summa 20 piu ℞ 12.

Essempio quinto
a summar cõ 20 m̃ ℞ 3
questa ℞ 27
fara 20 piu ℞ 12

Ma quando che quella quantita di vn sol nome non fara communicante con alcuno di duoi nomi del binomio, ouer residuo fara necessario tal summa esser vn trinomio, cioe vna quantita proferta, ouer rappresentata con tre nomi. Essempi gratia volendo summare ℞ 7 con 6 piu ℞ 5. perche la detta ℞ 7 non é communicante con alcuno di nomi di tal binomio egli é necessario a proferire, & rappresentare tal summa in questo modo 6 p̃ ℞ 5 p̃ ℞ 7, ouero in quest'altro modo 6 p̃ ℞ 7 piu ℞ 5 (che tanto fa) & se tal binomio fusse vn residuo, cioe che fusse 6 men ℞ 5. & che con quello tu

Essempio sesto
a summar con 6 p̃ ℞ 5
questa ℞ 7
fara 6 p̃ ℞ 5 p̃ ℞ 7
ouer 6 p̃ ℞ 7 p̃ ℞ 5

Essempio settimo
a summar con 6 men ℞ 5
questa — ℞ 7
sara 6 m̃ ℞ 5 p̃ ℞ 7
ouer 6 p̃ ℞ 7 m̃ ℞ 5

Essempio ottauo
a summar cõ ℞ 32 m̃ ℞ 2
questa — — ℞ 2
sara ℞ 32 a ponto

gli volesti aggiongere quella medesima ℞ 7. tu gli la summaresti per quel medesimo modo (cioe con il termine del piu) & tal summa proferiresti, ouer rappresentaresti in questa medesima forma 6 men ℞ 5 piu ℞ 7 ouer in quest'altra 6 piu ℞ 7 men ℞ 5. perche tanto fa a l'un modo quanto a l'altro, volendo anchor summar ℞ 2 con ℞ 32 men ℞ 2, trouarai che fara ℞ 32 a ponto. Et tutto questo ch'e stato detto, & essemplificato di summar vna quatita di vn sol nome, con vn simplice binomio, ouer residuo, quel medesimo si ha da intendere in ogni altra specie di binomio, ouer residuo, cioe sel binomio, ouer residuo fara cubo, ouer censo di censo, ouer primo relato, & cosi discorrendo, & che con quello vorrai summar vna quantita di vn sol nome, se quella tal quantita fara communicante con vn di nomi di quel tal binomio, ouer residuo tu la summarai con quel tal nome, secondo l'ordine dato nel summar di tale specie di radice communicante facendone di ambedue vn nome solo, come e stato fatto con il soprascritto binomio, & residuo simplice, & tal summa fara pur binomio, ouer residuo di quella medesima specie, che prima era, vero e che se l'uno di nomi communicanti fusse piu, & l'altro meno bisogna procedere in tal summare, secondo che dice la regola del summar piu con meno, ouer men con piu, & hauerai lo intento tuo, ma se per caso tal quantita di vn sol nome non fusse communicante ne con l'uno, ne con l'altro di nomi del detto binomio, ouer residuo saria necessario a proferire, & rappresentare tal summa per tre nomi, secondo che di sopra fu fatto. Et perche penso, che tu mi habbi inteso me ne passo senza altro essempio, perche a volerti dar essempio in ogni specie di binomio, & residuo oltra che vi andaria da scriuere assai, a gli huomini d'ingegno veniria in fastidio.

Come si summa qual si voglia specie di binomio, ouer residuo con qual si voglia altro binomio, ouer residuo.

3 MA volendo summare qual si voglia specie di binomio, ouer residuo con qual si voglia altro binomio, ouer residuo, necessariamente li duoi nomi di quel tal binomio, ouer residuo, ouero che saranno communicanti alli duoi nomi di quel altro binomio, ouer residuo (cioe l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro nome) ouer che vn sol nome, di quel tal binomio, ouer residuo fara cõmunicante a vn di nomi di quell'altro binomio, ouer residuo, ouer che ne l'uno, ne l'altro di duoi nomi del detto binomio, ouer residuo fara communicante, ne con l'uno, ne con l'altro di duoi nomi di quel altro binomio, ouer residuo. Se li duoi nomi saranno communicanti a gli altri duoi nomi (cioe l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro) gli si debbono tai nomi communicanti summar insieme (secondo l'ordine dato al suo luogo) & il medesimo si douera far quando vi fusse vn sol nome di l'uno communicante a vn sol nome dell'altro, cioe summar quelli duoi nomi insieme, facendone vn nome solo hauendo sempre rispetto alle regole del summar del piu, & del meno. Essempi gratia volendo summar 7 piu ℞ 27 con 5 piu ℞ 3 summarai piu ℞ 3 con piu ℞ 27 fara piu ℞ 48. poi summarai 5 con 7 fara 12. che in tutto fara 12 piu ℞ 48. come che nel primo essempio in margine appare. Et cosi a summar 7 men ℞ 27 con 5 men ℞ 3 fara 12 men ℞ 48. come nel secondo essempio appare, & perche tal specie di summare puo variar in piu modi per non abondar in scrittura ti pongo solamente tai varieta di summari per essempi in margine. Et perche anchora a summar quelli binomii, ouer residui, che hanno vn sol nome communicante non vi occorre altra difficulta, che di summare insieme quelli tai nomi communicanti (come di sopra e stato detto) ponero solamente tali summari per essempio in margine, auertendoti che di tal summe la maggior parte delle volte ne venira vn trinomio, vero e che alle volte ne puo venir anchor vna quatita di duoi nomi, come nelli essempi posti in margine puoi veder nella sesta summa.

Essempio primo
a summar cõ 7 p̃ ℞ 27
questo 5 p̃ ℞ 3
fara — 12 p̃ ℞ 48

Essempio secondo
a summar cõ 7 m̃ ℞ 27
questo — 5 m̃ ℞ 3
fara — 12 m̃ ℞ 48

Essempio terzo
a summar cõ 7 m̃ ℞ 27
questo — 5 p̃ ℞ 3
fara — 12 m̃ ℞ 12

Essempio quarto
a summar cõ 7 p̃ ℞ 27
questo — 5 m̃ ℞ 3
fara — 12 p̃ ℞ 12

Essempio quinto
a summar cõ 9 p̃ ℞ 20
questo ℞ 80 m̃ 3
fara ℞ 180 p̃ 6

Essempio sesto
a summar cõ ℞ 20 m̃ 2
questo — 3 p̃ ℞ 5
fara ℞ 45 1 a ponto

4 MA quando che ne l'uno, ne l'altro di nomi del binomio, ouer residuo fara communicante, ne a l'uno, ne a l'altro di nomi di quel altro binomio, ouer residuo, tal summa e necessario a proferirla, & rappresentarla con quattro nomi per mezzo del termine del piu. Essempi gratia volendo summare 7 piu ℞ 3 con ℞ 19 piu ℞ 5. tal summa si proferira, & rappresentara in questa forma 7 piu ℞ 3 piu ℞ 19 piu ℞ 5. ouero in quest'altra (che tanto fa) 7 piu ℞ 19 piu ℞ 3 piu ℞ 5. Et cosi volendo summare ℞ 30 men ℞ 6 con ℞ 13 men 2. tal summa si proferira, ouero rappresentara in questo modo ℞ 30 men ℞ 6 piu ℞ 13 men 2.

Da notare.

5 NOta che a summar duoi tali residui, ouero vn binomio con vn residuo, io costumo nel rappresentare tal summa a tirare vna curua linetta, cioe a modo di vna parentesis fra l'uno residuo, e l'altro, come nella soprascritta summa di ℞ 30 men ℞ 6 piu ℞ 13 men 2) perche non facendo cosi alle volte, tal summa si poria intendere in dui modi

(come

(come per l'auenire comprenderai) & per esser meglio inteso te ne pongo varij essempi, come nel la terza muda puoi vedere.

Da notare.

6 ANchora bisogna notare, che tutto quello che è stato detto, & essemplificato nel precedente capo, circa al summare delli binomij, & residui quadri, non solamente si debbe intendere per li detti binomij, & residui quadri, ma anchora per li binomij, & residui cubi, & per li censi di censi, & per li relati, & cosi per tutte le altre specie, che vanno seguitando di mano in mano, per che longo saria a voloti dar particolarmente essempij in ciascuna di dette specie, ma se hauerai ben in memoria il summar di tal specie di radici communicante insieme con le regole del summar del piu, & del meno il tutto ti sara facile.

primo essempio della seconda muda
a summar con 6 piu ℞ 2
questo ℞ 18 piu ℞ 10
sara 6 piu ℞ 32 piu ℞ 10

Essempio settimo
a summar cō ℞ 20 m̄ 3
questo — 3 m̄ ℞ 5
sara — ℞ 5 a ponto

Da notare.

7 ANchora bisogna notar, che nella general pratica di numeri, & misure spesse volte occorre di summare vn binomio, ouer residuo con vn trinomio, ouer quadrinomio, &c. Liquali per mezzo delle regole date non dubito, che con il tuo natural giudicio le saperai mandar a essecutione, perche il tutto non si puo dire.

Essempio secondo
a summar cō 6 m̄ ℞ 2
questo ℞ 18 m̄ ℞ 10
sara 6 [illegible] ℞ 8 m̄ ℞ 10

Del secondo atto detto sottrare di binomij, & residui. Cap. II.

1 IL sottrar di binomij, & residui, facil cosa sara a chi hauera bene inteso il summar di quelli per non esserui altra differentia, saluo che doue, che li nomi communicanti (nel summar si summano) nel sottrar si sottrano, hauendo pero sempre rispetto alle regole del sottrar del piu, & del meno. E per tanto dico che il sottrar di binomij, & residui poter occorrere in molti modi (come fu detto del summare) ma li generali sono medesimamente 5. (come fu detto anchora del summare) il primo di quali è a sottrare vna quantita di vn sol nome, da vn binomio, ouer residuo. Ma questo puo occorrere in duoi modi, cioe o che quella tal quantita sara communicante con vn di nomi di quel tal binomio, ouer residuo, ouer veramente non. Il secondo modo è a sottrare vn binomio, ouer residuo da vn'altro binomio, ouer residuo, & questo generalmente puo accadere in tre modi (come fu detto del summare) cioe ouer che li duoi nomi di quel tal binomio, ouer residuo, che si ha da sottrare sono communicanti alli duoi nomi di quel tal binomio, ouer residuo, da che si vuol sottrare (cioe l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro) ouero che vn sol nome dil'uno sara communicante vn sol nome de l'altro, ouero che ne l'uno, ne l'altro nome dil'uno sara communicante, ne a vno, ne a l'altro nome de l'altro, & accio che di tutti questi modi se ne habbia notitia gli andaremo essemplificando di mano in mano, come fu fatto di summari, & accio che in vn medesimo tempo s'intenda il modo di approuare tali duoi atti andaremo ponendo li conuersi di summari proposti nel precedente capo.

Essempio terzo
a summar cō 6 m̄ ℞ 15
questo ℞ 24 [illegible] ℞ 7
sara — 6 [illegible] ℞ 7

Essempio primo della terza muda.
a summar con 7 [illegible] ℞ 5
questo ℞ 19 [illegible] ℞ 5
sara 7 [illegible] ℞ 5 [illegible] ℞ 19 [illegible] ℞ 5
ouer 7 [illegible] ℞ 19 [illegible] ℞ 5 [illegible]

Essempio secondo.
a summar con ℞ 20 men 6
questo ℞ 12 men 2
sara ℞ 20 men ℞ 6 piu (℞ 12) men 2

Essempio terzo
a summar con ℞ 12 piu ℞ 5
questo 5 m̄ ℞ 2
sara ℞ 12 piu ℞ 5 piu (5 men ℞ 2

Essempio quarto.
a summar con — ℞ 24 m̄ ℞ 7
questo — — ℞ 14 piu ℞ 5
sara ℞ 24 m̄ ℞ 7 piu (℞ 12 piu ℞ 5
vero è che tal summe si porriano rappresentare in altri modi, che significarino la medesima quantita.

Come si sottra una quantita di un nome solo da qual si voglia specie di binomio, ouer residuo in tutti quelli diuersi modi detti nella seconda del precedente capo, & al contrario.

2 VOlendo sottrare 4 da ℞ 20 piu 7. assettali, come in margine vedi, poi caua quel piu 4 da quel piu 7. restara piu 3, al qual giontoui quella ℞ 20. restara in tutto ℞ 20 piu 3. & questo sottrar (se ben il consideri) vien a esser la proua del primo summar fatto nel precedente capo, & cosi quel tal summar venira a esser la proua di questo sottrare, & cosi

Essempio primo di sottrare.
a sottrar da ℞ 20 piu 7
questo — — 4
restara ℞ 20 piu 3
la proua ℞ 20 piu 7

ton tal ordine (per abreuiar il dire andaremo procedendo ne gli altri, che verano seguitando.

3 VOlendo anchora da ℞ 20 piu 2 cauarne 4. caua questo piu 4 da quel piu 2 (secondo l'ordine dato nel sottrar del piu, & del men) & trouarai che restara men 2, alqual giontoui quella radice 20. tal resto dira ℞ 20 men 2. & se ne farai proua lo trouarai buono, come nel secondo essempio appare.

Essempio secondo
a sottrar da ℞ 20 piu 2
questo — — 4
restara ℞ 20 m̄e 2
la proua ℞ 20 piu 2

4 VOlendo anchora sottrare questa ℞ 5 da questo binomio ℞ 45 piu 3, caua la detta ℞ 5 da quella ℞ 45 a lei communicante, restara ℞ 20. alla qual giontoui quel piu 3, dira intutto, tal resto ℞ 20 piu 3.

Essempio terzo
a sottrar da ℞ 45 piu 3
questa ℞ 5
restara ℞ 20 piu 3
la proua ℞ 45 piu 3

5 VOlendo anchora cauare ℞ 27 da 10 piu ℞ 48, caua quella piu ℞ 27 da quella ℞ 48 a lei communicante restara piu ℞ 3, alla qual giontoui appresso quel 10. dira tutto tal resto 10 piu ℞ 3. che facendone la proua lo trouarai buono, come nel quarto essempio vedi.

Essempio quarto
a cauar da 10 piu ℞ 48
questa — — ℞ 27
restara 10 piu ℞ 3
la proua 10 piu ℞ 48

6 MA quando che la quantita di vn sol nome non sara communicante con alcun di duoi nomi del binomio, ouer residuo, sara necessario tal resto a esser vn residuo trinomiale. Essempi gratia volendo cauare poniamo questo 6 da questo binomio ℞ 50 piu ℞ 10. per non esser il detto 6. communicante con alcuni di duoi nomi del detto binomio, egli e necessario a proferire, & rappresentare tal resto per vn residuo trinomiale con il termine del meno, dicendo che a cauar 6 da ℞ 50 piu ℞ 10. restara ℞ 50 piu ℞ 10 men 6.

Essempio quinto.
a cauar da — 10 piu ℞ 12
questa — — — ℞ 27
restara — 10 men ℞ 3
la proua — 10 piu ℞ 12

Essempio sesto.
a cauar da ℞ 50 piu ℞ 10
questo — — — 6
restara ℞ 50 piu ℞ 10 men 6
la proua ℞ 50 piu ℞ 10

Essempio settimo.
a sottrar da ℞ 19 men ℞ 3
questa — — — ℞ 2
restara ℞ 19 m̄e ℞ 3 men ℞ 2
la proua ℞ 19 men ℞ 3

Essempio ottauo.
a sottrar da ℞ 19
questo binomio ℞ 3 piu ℞ 2
restara ℞ 16 m̄e (℞ 3 piu ℞ 2)
la proua ℞ 19

7 Et cosi volendo anchor sottrar poniamo ℞ 2 da ℞ 19 men ℞ 3. tal resto si proferiria in questo modo ℞ 19 men ℞ 3 men ℞ 2. vero e che tal resto si poria proferire, dicendo che restaria ℞ 19 manco questo binomio, cioe manco ℞ 3 piu ℞ 2. & tal resto si rappresentaria in questo modo ℞ 19 men (℞ 3 piu ℞ 2) cioe separandolo con quelle linee curue in forma di vna parentesi, & cosi tanto significaria questa seconda rappresentatione, quanto che la prima, & accio meglio m'intendi ti voglio essemplificare tal mia intentione in quantita rationale. Dico che tanta quantita significa 19 men 3. men 2. quanto fara questa 19 men (3 piu 2) & che sia il vero se ben consideri quel 19 men 3. m̄e 2. tu trouarai esser precisamente 14. perche cauando dal detto 19 quel men 3. & quell'altro men 2. restara il detto 14. dico anchora, che quel medesimo significa questo 19 manco questo (3 piu 2) perche 3 piu 2. vuol dir 5. adonque 19 men 5 vuol dir medesimamente 14. & questo procede, che nella prima rappresentatione quel men 3. & dapoi men 2 si riferiscono distintamente a quel 19 (cioe a vno per vno) ma nella seconda rappresentatione si comprende tutto quel binomio di quel 3 piu 2 da sottrar dal detto 19. il qual binomio di 3 piu 2 vuol dir (com'e detto) 5 qual sottrato dal detto 19. veniria pur a restare 14. come di sopra e stato detto, & in questo bisogna esser molto auertente, altramente non poco errore si potria causare alle volte nella conclusione. Et nota che la soprascritta prima rappresentatione presuppone esser stato fatto due sottrationi dalla detta ℞ 19 nella prima sottratione fu sottratto ℞ 3. dalla detta ℞ 19. & resto ℞ 19 men ℞ 3. & la seconda si suppone di tal resto essere dapoi sottrato quella ℞ 2. tal che in simil caso questo secondo resto si proferiria, come nella prima e stato detto, cioe per ℞ 19 m̄ ℞ 3 m̄e ℞ 2. Ma la seconda rappresentatione presuppone vna sol sottratione, cioe che dalla detta ℞ 19 sia stato cauato tutto questo binomio (℞ 3 piu ℞ 2) onde questo resto veniria a proferirsi, & rappresentarsi, come nella seconda e stato detto, cioe in questa forma ℞ 19 men (℞ 3 piu ℞ 2) & tanta quantita dinotera (se ben vi consideri) a vn modo, come a l'altro, come nel settimo, & ottauo essempio puoi vedere.

Come si sottra qual si voglia binomio, ouer residuo da vn'altro binomio, ouer residuo.

1 IO non voglio star a dire nel sottrar di binomi, ouer residi, in quanti modi li nomi del binomio, ouer residuo, che si ha da sottrare possono esser, & non esser communicanti con li nomi del binomio, ouer residuo, dal qual si ha da far la sottratione per hauerlo gia detto nel summar di quelli,

ma solamente con gli essempij si faranno manifesti.

9 VOlendo sottrare 5 più R 3 da 12 più R 48. assettali per maggior intelligentia, come in margine vedi, & perche R 3 è communicante con R 48. e però sottrando la detta più R 3 dalla detta più R 48. resterà più R 27. poi sottrando anchora 5 da 12. resterà 7. qual posto appresso a quella R 27 tutto il detto resto sarà 7 più R 27. & tanto resterà a sottrar 5 più R 3 da 12 più R 48. & se ne farai la prova lo trouerai buono, come in margine vedi.

Essempio primo	
a sottrar da	12 p̃ R 48
questo	5 p̃ R 3
resterà	7 p̃ R 27
la proua	12 p̃ R 48

10 VOlendo anchora sottrar 5 men R 3 da 12 men R 48. caua medesimamente quel men R 3 da quel men R 48. & ti resterà men R 27. similmente cauando quel 5 da quel 12. resterà 7. qual posto appresso a quella m̃ R 27. dirà in tutto 7 m̃ R 27. e tanto resterà a cauar 5 men R 3 da 12 men R 48. & se ne farai proua la trouerai buona, come nel secondo essempio appare.

Essempio secondo	
a sottrar da	12 m̃ R 48
questo	5 m̃ R 3
resterà	7 m̃ R 27
la proua	12 m̃ R 48

11 VOlendo anchora sottrare 5 più R 3 da 12 men R 12. caua quel più R 3 da quel men R 12 (procedendo secondo la regola del sottrar più del men) trouarai, che resterà men R 27. poi sottrando 5 di 12. resterà 7. che con quel men R 27. farà in tutto 7 men R 27. & tanto ti resterà a sottrar 5 più R 3 da 12 men R 12. & se ne farai proua lo trouarai buono, come nel terzo essempio vedi.

Essempio terzo	
a sottrar da	12 m̃ R 12
questo	5 p̃ R 3
resterà	7 m̃ R 27
la proua	12 m̃ R 12

12 VOlendo anchora cauar 5 men R 3 da 12 più R 12. caua men R 3 da più R 12. & ti resterà più R 27. poi caua 5 di 12 resterà 7. qual con più R 27. dirà in tutto 7 più R 27. & tanto resterà a cauar 5 men R 3 da 12 più R 12. & se ne farai proua la trouarai buona, come nel quarto essempio appare.

Essempio quarto	
a cauar da	12 p̃ R 12
questo	5 m̃ R 3
resterà	7 p̃ R 27
la proua	12 p̃ R 12

13 VOlendo anchora sottrar R 80 men 3 da R 180 più 6. caua quel men 3 da quel più 6 resterà più 9. poi caua R 80 da R 180 resterà R 20. qual con quel più 9 dirà in tutto R 20 più 9. ma meglio sarà a dire 9 più R 20. perche il maggior nome di vn binomio si debbe metter primo, alcun porria dire esser maggior numero 20 del 9, rispondo che il 9 è maggiore della detta R 20. perche la detta R 20 è manco di 5. & 5 è menor del 9. e però la detta radice di 20 sarà molto più menor del detto 9. hor per tornar al proposito diremo, che a sottrare R 80 men 3 da R 180 più 6. resterà 9 più R 20. che se ne farai proua la trouarai buona, come che nel quinto essempio si vede, cioè che a summar quel 9 più R 20. che resta con quel R 80 men 3. che fu sottratto, ritorna quel medesimo R 180 più 6. dalqual fu fatta la sottrazione.

Essempio quinto	
a sottrar da	R 180 p̃ 6
questo	R 80 m̃ 3
resterà	R 20 p̃ 9
ouer	9 p̃ R 20
la proua	R 180 p̃ 6

Essempio sesto.	
a cauar da	R 45
questo	R 5 p̃ 5
resterà	R 20 m̃ 5
la proua	R 45

14 VOlendo anchora sottrare R 5 più 5 da R 45. prima caua R 5 da R 45 resterà R 20. dalqual R 20 cauane poi quel più 5. & per non esser communicante con detta R 20. tu lo cauarai con il termine del men, dicendo che resterà R 20 men 5. & tanto verrà a restar a cauar R 5 più 5 da R 45. & se ne farai la proua summando quel R 20 men 5. che resta con quel R 5 più 5. che fu sottratto ritornerà quel radice 45. dalqual fu fatta la sottrazione, come nel sesto essempio appare.

Essempio settimo.	
a cauar da	R 5
questo	5 m̃ R 5
resterà	R 20 m̃ 5
la proua	R 5

Anchora tu potresti sottrare il detto R 5 più 5 dalla detta R 45 per quella seconda via posta nella 15 del terzo capo del quarto libro, cioè a sottrar duoi più da vn sol più, laqual così si farà ponendo la detta R 45 con più 0. ouer con men 0. & dapoi sottrar quel più 5 da quel più 0. ouer men 0. trouarai (che operando secondo le regole del sottrar più da più, ouer più di meno) che ti resterà men 5. qual posto sotto alla linea, & dapoi sottrar R 5 da R 45. trouarai che resterà R 20. qual posto appresso a quel men 5. dirà medesimamente R 20 men 5. nondimeno la prima via è più da me vsitata, pur è buono il saper proceder per più vie.

a cauar da	R 45 più 0
questo	R 5 più 5
resterà	R 20 m̃ 5
la proua	R 45

a sottrar da	R 45 m̃ 0
questo R	5 p̃ 5
resterà	R 20 m̃ 5
la proua	R 45

15 VOlendo anchora sottrare 5 men R 5 da R 5. caua prima men R 5 da più R 5. resterà più R 20. dalqual R 20. cauane poi quel più 5. resterà R 20 men 5. & tanto resterà a cauar 5 men R 5 da R 5. & se ne farai proua summando 5 men R 5 con R 20 men 5. trouarai che sarà precisamente R 5. Et se ti paresse da voler far tal sottrare per quella seconda via ponendo R 5 più 0. ouer men 0. trouarai che ti resterà il medesimo R 20 m̃ 5.

Questi sottrari soprascritti te li ho voluti dichiarare a vno per vno (cosa che non feci nelli summari del precedente capo) per esser alquanto più difficultosi, & ingeniosi del summar di quelli, & massime doue sono li duoi nomi communicanti a gli altri duoi nomi.

16 MA quando, che vn solo di nomi del binomio, ouer residuo, che si harà da cauare sarà communicante a vn sol nome di quell'altro binomio, ouer residuo, dalqual si hauerà da far la sot

Essempio primo della seconda muda.	
a sottrar da	10 p̃ R 7
questo	8 p̃ R 5
resterà	2 p̃ R 7 m̃ R 5
la proua	10 p̃ R 7

Essempio secondo.	
a sottrar da	10 men R 7
questo	8 men R 5
resterà	2 m̃ R 7 p̃ R 5
ouer	2 m̃ (R 7 m̃ R 5
la proua	10 men R 7

Essempio terzo

a cauar da	20 più ℞ 7
questo ——	8 m̄ ℞ 5
restara 12 p̄ ℞ 7 p̄ ℞ 5	
la proua	20 p̄ ℞ 7

Essempio quarto

a sottrar da	20 m̄ ℞ 7
questo	8 p̄ ℞ 5
restara 12 m̄ ℞ 7 m̄ ℞ 5	
ouer 12 m̄ (℞ 7 m̄ ℞ 5	
la proua	20 men ℞ 7

Essempio quinto

a sottrar da ℞ 15 p̄ ℞ 6	
questo	℞ 10 p̄ ℞ 6
restara	℞ 15 m̄ ℞ 10
la proua	℞ 15 p̄ ℞ 6

Essempio sesto.

a sottrar da	℞ 24 m̄ 2
questo	℞ 10 m̄ 2
restara	℞ 24 m̄ ℞ 10
la proua	℞ 24 m̄ 2

tratione in tal caso si douera sottrare quel nome da quel altro nome a lui communicante, & l'altro nome non communicante sottrarlo dal restante con il termine del meno, & tanto sara tal restante, il qual restante la maggior parte delle volte sara vna quantita di tre nomi, vero e che alle volte potria restar vna quantita di duoi nomi, & questo accaderia quando che li duoi nomi communicanti fussero equali in quantita, & che l'uno, & l'altro fusse piu, ouer che l'uno, e l'altro fusse meno, come nel quinto, & sesto essempio in margine appare, liquali essempi non voglio star a dichiararteli in parole, perche vi andaria da dir assai, ma per gli essempi di sopra dichiarati non dubito, che da te li apprenderai hauendo pero in memoria le regole del summar, & sottrar del piu, & del meno.

17 Ma quando che ne l'uno, ne l'altro di nomi del binomio, ouer residuo, che si hauera da sottrare non sara communicante con alcuno di nomi di quel binomio, ouer residuo, dalqual si ha da far la sottratione, in tal caso sara necessario a proferire, & rappresentare tal resto con quattro nomi con lo aiuto del termine del meno. Essempi gratia volendo cauare ℞ 7 piu 2 da ℞ 24 piu ℞ 14. tal resto si proferira, & rappresentara in questo modo ℞ 24 piu ℞ 14 men (℞ 7 piu 2. vero e che in tal sorte di sottrar io costumo di tirarui quella linea (tai più volte detta) fra il binomio, che si sottra, & quello da che si sottra (come che di sopra, & nel essempio posto in margine si vede) perche non tirandoui tal linea, tal quantita quadrinomiale si potria intendere in piu modi, & massime nel sottrare di residui, come che ne gli altri essempi posti in margine da te medesimo potrai comprendere.

Da notare.

18 Ma nota che nel terzo essempio seguira ambusione, cioe voler trare vna quantita maggiore da vn'altra menore, perche nel detto terzo essempio si prepone di voler cauare ℞ 7 piu 2 da ℞ 24 men ℞ 14. & se ben consideri, trouarai esser maggior quantita ℞ 7 p̄ 2 (che si vuol sottrar) di quella ℞ 24 m̄ ℞ 14. & e impossibile di poter sottrare realmente il maggiore dal menore, & massime nelle quantita communicante, nondimeno alle volte si tolera nel maneggiare sordamente le quantita, che non sono communicanti (nelle intermedie operationi) per fin che si viene al fin della cosa, e pero ambusiuamente diremo che a sottrar ℞ 7 piu 2 da ℞ 24 mē ℞ 14 restara ℞ 24 men ℞ 14 men (℞ 7 piu 2. & tal ambusione vel risposta pratticamente si puo approuare, perche summando quel ℞ 24 men ℞ 14 men (℞ 7 piu 2. che resta con quel ℞ 7 piu 2. che fu cauato ritornara quel ℞ 24 m̄ ℞ 14. dalqual fu fatta la sottratione, e pero pratticamente si puo sostentare tal sottrar per buono.

Essempio primo della terza mula.

a sottrar da —— ——	℞ 24 piu ℞ 14
questo —— —— —— ——	℞ 7 piu 2
restara ℞ 24 piu ℞ 14 men (℞ 7 piu 2	
la proua —— ——	℞ 24 piu ℞ 14

Essempio secondo.

a sottrar da —— ——	℞ 24 men ℞ 14
questo —— —— ——	℞ 7 men 2
restara ℞ 24 men ℞ 14 men (℞ 7 men 2	
la proua —— ——	℞ 24 men ℞ 14

Da notare.

19 Anchora bisogna notar che a sottrar ℞ 7 men 2 da ℞ 24 piu ℞ 14 (come nel quarto & vltimo essempio si prepone) si potria proferire, & rappresentar tal resto in duoi modi il piu commune e il primo dicendo che resta ℞ 24 piu ℞ 14 men (℞ 7 men 2. ma piu magistrale saria a dire che a sottrar il detto ℞ 7 men 2 da ℞ 24 piu ℞ 14 piu 2 men ℞ 7. & se vi ponerai ben cura trouarai, che tanto significara tal resto, a vn modo, come a l'altro, ma il secondo e da persona piu intelligente, & per farti capace di questo ti voglio tirare tal specie di sottrare in quantita rationale pongo che vogliamo sottrar 7 men 2 da 24 piu 14 (ma supponemmo che li nomi, si del finto binomio, come del residuo non siano communicanti) volendo adonque sottrare secondo il primo modo diremo che restara 24 piu 14 men (7 men 2. & per il secondo modo diremo, che restara 24 piu 14 piu 2 men 7. liquali duoi resti dico esser equali fra loro, & che sia il vero egli e manifesto che quel binomio finto di 24 piu 14 e 38 a ponto, & quel residuo finto di 7 men 2 e 5 a ponto, sottrando adonque quel 5 da

Essempio terzo.

a sottrar da ——	℞ 24 men ℞ 14
questo —— ——	℞ 7 piu 2
restara ℞ 24 men ℞ 14 men (℞ 7 piu 2	
ma in questo sottrar seguira ambusione, & anchora nel resto.	
la proua —— ——	℞ 24 men ℞ 14

quel 38

quel 38 restara 22 a ponto, & tanto saria il resto secondo il primo modo. Hor venendo al secondo resto, qual dicemmo esser 24 piu 14 piu 2 men 7. Dico che quel trinomio di 24 piu 14 piu 2. fa precisamente 40. dalqual 40 cauandone quel 7. restara pur 22. si come fece quello del primo modo, e pero nelli simili sottrari bisogna esser molto auertente, e pero volendo rappresentare il resto del primo modo se gli debbe sempre cirare quella linea curua, dapoi il segno del men, laqual linea curua ne dinota tal men comprendere tutto quel binomio, che seguita, il medesimo s'intenderia quando che seguitasse vn residuo.

Essempio quarto.

a sottrare da	℞ 24 p̄ ℞ 14
questo	℞ 7 m̄ 2
restara	℞ 24 piu ℞ 14 men (℞ 7 men 2
la proua	℞ 24 piu ℞ 14
anchora a sottrar da	℞ 24 p̄ ℞ 14
questo	℞ 7 m̄ 2

si potria dir che restasse ℞ 24 p̄ ℞ 14 p̄ 2 m̄ ℞ 7

Da notare.

20 ANchora bisogna notare, che tutto quello che è stato detto, & essemplificato nel precedente capo, circa al sottrare delli binomij, & residui quadri, non solamente si debbe intendere per li detti binomij, & residui quadri, ma anchora per li binomij & residui cubi, & per li censi di censi, & per li relati, & cosi per tutte le altre specie, che vanno seguitando di mano in mano, perche troppo ci saria da scriuere a volerti dar particolarmente essempij per ciascuna di dette specie, ma hauendo tu ben inteso il summar, & sottrar di tale specie di radici communicante, & similmente le regole del summar, & sottrar del piu, & del meno (come fu detto anchora sopra il precedente capo) il tutto ti sara facile.

Da notare.

21 ANchora bisogna notare qualmente nella general pratica di numeri, & misure, molte volte accade di sottrare vn binomio, ouero vn residuo, da vn trinomio, ouero quadrinomio, &c. ma perche il tutto con la notitia delle regole date (mediante il tuo natural giudicio) da te medesimo facilmente lo comprenderai me ne passo con silentio.

Del terzo atto chiamato Multiplicar di Binomij, & Residui, & anchora di piu nomi. Cap. III.

1 IL multiplicare di binomij, & residui, & anchora di piu nomi puo intertenire in varij, & diuersi modi, ma li generali, & che spesso accadono sono communamente 7. il primo è a multiplicare vno binomio, ouer residuo, ouer multinomio, per numero rationale, il secondo è a multiplicarlo per vna quantita irrationale di vn nome solo. Il terzo è a quadrare tal binomio, ouer residuo, cioe multiplicarlo, ouer durlo in se medesimo, o vuoi dir multiplicarlo fia vn'altro a lui eguale, il quarto è a multiplicar vn binomio fia vn'altro binomio da lui diuerso, & similmente vn residuo fia vn'altro residuo pur da lui diuerso, il quinto è a multiplicar vn binomio fia vn residuo, il sesto è a multiplicare vn binomio, ouer residuo fia vn multinomio, il settimo & vltimo è a multiplicare vn multinomio fia vn multinomio. Ma questi sette modi ponno variare nelli lor produtti (di nomi) in varij, & diuersi modi secondo la commensurabilita, & incommensurabilita di loro nomi, secondo la varieta delle specie di detti binomij, & residui, & multinomi.

Essempio primo.

a multiplicar	℞ 20 p̄ 2
per	9
fara	℞ 1620 p̄ 18

2 A Multiplicare qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, ouero vn multinomio per vn numero rationale non dubito, che da te medesimo lo saperesti fare, per non vi occorrere altro, che multiplicare quelli tai nomi a vno per vno distintamente, & notare li detti produtti con il medesimo segno, che per auanti erano notati, vero è che bisogna osseruar la regola data nel multiplicare qual si voglia specie di radice per numero, cioe reccare, il numero, come la radice alla dignita di quella specie di radice, & perche tai multiplicari sono facile da intendere (come è detto) ponero solamente gli essempi in margine, & tal regola si dimostra nella prima del secondo di Euclide.

Essempio secondo.

a multiplicar	℞ 20 m̄ 2
per	9
fara	℞ 1620 m̄ 18

3 ET perche la medesima facilita occorre a multiplicar qual si voglia specie di binomio, ouer residuo per vna quantita irrationale di vn sol nome, poneremo solamente circa cio vn'altra muda di essempi in margine, con liquali facilmente intenderai generalmente tal modo in tutte le altre specie di binomij, & residui, & anchora nelli multinomij, a vna medesima specie, come che nel sesto capo del terzo libro ti mostrai.

Essempio terzo.

a mul car	10 p̄ ℞ 5 m̄ ℞ 3
per	4
fara	40 p̄ ℞ 80 m̄ ℞ 48

Essempio quarto in binomio, & residuo cubo.
a multiplicar R cu. 128 p R 3
per ——— ——— ——— 2
fara R cu. 1024 piu 6

Essempio quinto.
a multiplicar R cu. 128 m R 2
per ——— ——— ——— 2
fara R cu. 1024 men 4

Essempio sesto
a multiplicar R R 7 p R R 5
per ——— ——— ——— 2
fara R R 112 piu R R 48

Essempio settimo
a multiplicar R v. 10 m R v. 5
per ——— ——— ——— 5
fara R v. 2410 m R v. 1215

Essempio primo della seconda maniera.
a multiplicar 12 piu R 10
per ——— ——— R 5
fara R 720 piu R 50

Essempio secondo
a multiplicar 12 m R 10
per ——— ——— R 5
fara R 720 m R 50

Essempio terzo
a multiplicar R 40 piu 2
per ——— ——— R 10
fara ——— 20 piu R 90

Essempio quarto in binomio, & residuo cubo.
a multiplicar 6 piu R cu. 2
per ——— ——— R cu. 3
fara R cuba 648 piu R cuba 6

a multiplicar 6 men R cuba 2
per ——— ——— R cuba 3
fara R cu. 648 men R cu. 6

Et con tal ordine si procedera in tutte le altre sperie di binomij, & residui, & similmente nelli multinomij.

4 IL modo, ouer regola di quadrare, qual si voglia specie di binomio si puo cauare dalla quarta propositione del secondo di Euclide, perche tal binomio si suppone (come che sia) vna linea diuisa in due parti, lequali due parti sono li duoi nomi di quel tal binomio, e per tanto li quadrati di quelli duoi nomi insieme col il doppio del dutto dell'uno nome in l'altro tal summa venira a esser il quadrato di tutto tal binomio, & sia di che specie esser si voglia. Essempi gratia volendo quadrare (poniamo) 5 p R 3 quadra quel 5 fara 25 quadra anchora quel R 3 fara R 3 qual giongi con quel 25. fara 28. & questo 28 vien a esser la summa di quadrati di detti duoi nomi, fatto questo multiplica quel piu 5 fia quel piu R 3 fara piu R 75. & questo fara vn sol dutto di l'uno nome in l'altro, & perche la propositione dice il doppio, radoppiaremo la detta piu R 75 multiplicandola per il quadrato di 2 (cioe per 4) & fara piu R 300. & questa R 300 vien a esser il doppio del dutto di l'uno nome nell'altro, il qual doppio giongi con la summa di duoi quadrati, liquali fu 28. fara in summa 28 piu R 300. & questo tal quantita binomiale viene a esser il quadrato di 5 piu R 3 per la detta quarta del secondo di Euclide, & accio meglio m'intendi di sotto te la essemplifico insieme con due altre simili.

Essempio primo		Essempio secondo		Essempio terzo	
a multiplicar	5 piu R 3	a multiplicar	R 10 piu 2	a multiplicar	R 7 piu R 3
fia ———	5 piu R 3	fia ———	R 10 piu 2	fia ———	R 7 piu R 3
fara	28 piu R 300	fara	14 piu R 160	fara	10 piu R 84

5 ANchora per quadrare vn binomio si poteria procedere secondo l'ordine che si costuma a multiplicar per crosetta, il qual modo che ben si considera trouara esser quel medesimo, che di sopra habbiamo detto, vero e che le multiplicatione si pongono secondo che li si vanno formando, & in vltima si summano quelle che sono communicante insieme. Essempi gratia volendo quadrare quel medesimo sopradetto binomio di 5 piu R 3. per modo di crosetta, ouer casella mettine vn'altro simile sotto di lui, come di sopra t'ho fatto, tirandoui sotto la solita linea, poi multiplica quel piu R 3 di sotto fia quel piu R 3 di sopra fara R 3 qual notarai di sotto della linea, fatto questo multiplica quel piu R 3 di sotto fia quel piu 5 di sopra fara piu R 75. qual notarai di sotto della detta linea, poi multiplicarai quel piu R 3 di sopra fia quel piu 5 di sotto fara pur piu R 75 qual notarai sotto alla linea (dietro all'altro) vltimamente multiplicarai quel 5 di sotto, fia quel 5 di sopra fara 25. qual posto sotto alla linea appresso a gli altri 3 prodotti, fara in tutto 25 piu R 75 piu R 75 piu R 3. come nel essempio posto in margine appare, ma perche 25 e communicante con quel piu 3 (per esser l'uno, e l'altro numero) gionti insieme faranno 28. & cosi quelle due piu R 75. & piu R 75 sono equali, e pero summandole insieme, con duplicare vna, cioe multiplicandola per il quadrato di 2 (che e 4) faranno piu R 300. qual posto appresso quel 28. dira pur 28 piu R 300. come feci anchora per la detta quarta del secondo di Euclide.

6 ANchora per quadrare vno binomio si poteria procedere per via di scachiero. Essempi gratia volendo quadrare il detto binomio di 5 piu R 3 per modo di scachiero assettane vn'altro simile sotto di lui, & tirani sotto vna linea (come si costuma nelli multiplicari) poi multiplica quel R 3 di sotto fia quel binomio di sopra (cioe fia quel 5 piu R 3) fara piu R 75 p R 3. fatto questo multiplica quel 5 di sotto fia quel medesimo 5 p R 3 di sopra, fara 25 piu R 75 ponerai quel piu R 75 sotto a quell'altro R 75 della prima multiplicatione, & dietro a lui ponerai quel 25 (come che in margine puoi vedere) come si costuma anchora nelli multiplicari per scachiero, et fatto questo summarai queste due multiplicationi, cioe tirandoui sotto vn'altra linea, & sotto di quella ponerai prima quel piu 3. & dapoi summar quelli duoi piu R 75. & piu R 75. che in summa faranno piu R 300. & vltimamente ponerai appresso quel 25. & tal summa dira prima 25 piu R 300 piu 3. ma summando quel piu 3 con quel piu 25 fara 28. il quale con quella R 300. dira pur 28 piu R 300. come feci anchora per gli altri duoi modi. Egl'e il vero che per quadrare vn binomio il primo modo fatto secondo l'ordine della quarta del secondo di Euclide e il piu leggiadro de gli altri

Essempio di quadrar vno binomio per via di crosetta.
a multiplicar 5 piu R 3
fia ——— ——— 5 piu R 3
fara 25 piu R 75 p R 75 p R 3
che fara pur 28 piu R 300

Essempio di quadrar vno binomio per via di scachiero.
a multiplicar 5 piu R 3
fia ——— ——— 5 piu R 3
piu R 75 piu 3
25 piu R 75
fara 25 piu R 300 piu 3
che fara pur 28 piu R 300

duoi

duoi modi, ma gli altri duoi modi sono piu generali, cioe che non solamente seruono per quadrare vno binomio, ma anchora seruono per multiplicare vn binomio fia vn'altro binomio da lui diuerso, & cosi di vn residuo fia vn'altro residuo da lui diuerso. Et anchora il terzo modo (cioe quel per via di scachiero) è piu generalissimo di tutti gli altri, pero non solamente serue per multiplicare (com'è detto) vn binomio fia vn'altro binomio da lui diuerso, ma serue anchora per multiplicare vn binomio fia vn trinomio, ouer quadrinomio, ouero altro multinomio fia vn'altro, &c. E pero in questo principio mi è parso di dechiararti tutti questi modi, perche penso, che nelle altre multiplicationi, che si ha da dire con poche parole tu m'intenderai auertendoti, che tutti questi tre modi dati per quadrar vn binomio quadro seruono per quadrar ogni altra specie di binomio. Vero è che bisogna aricordarsi le regole date sopra del multiplicare tal specie di radice fra loro, & con il numero, nel resto ogni altra cosa ti sara facile. Essempi gratia volendo quadrare ponimo 2 piu R cu. 3. procedendo per qual modo ti pare delli sopradetti 3. & trouarai che tal quadrato sara 4 piu R cu. 192 piu R cu. 9. Et cosi a quadrare R R 5 piu R R 3. trouarai che sara R R 25 piu R R 240 piu R R 9. vero è che tal trinomio si potra proferire, & rappresentare in quest'altro modo R 5 piu R R 240 piu R 3. ma hauendo da operar tal trinomio meglio saria a lasciarlo al primo modo, per esser li nomi di vna medesima specie di radice, & con tal ordine si douera procedere a quadrar qual si voglia altra specie di binomio. 6

A quadrar vn binomio cubo per la quarta del secondo di Euclide.

a multiplicar	2 piu R cu. 3
fia	2 piu R cu. 3
fara	4 piu R cu. 192 piu R cu. 9

A quadrar vn binomio di R R per la quarta del secondo di Euclide.

a multiplicar	R R 5 p̃ R R 3
fia	R R 5 p̃ R R 3
fara	R R 25 p̃ R R 240 p̃ R R 9
che faria	R 5 p̃ R R 240 p̃ R 3

7 IL modo, ouer regola di quadrare qual si voglia specie di residuo si puo cauare, ouer formare dal primo antecedente della 41 propositione del decimo di Euclide da noi tradutto, nelqual antecedente si dimostra, che se vna linea sara diuisa in due parti inequali, li quadrati di ambedue le settioni, tolti insieme sono tanto piu del doppio della superficie dell'una in l'altra, quanto che è il quadrato di quella linea, nellaquale la maggior parte eccede la menore, perche ogni residuo si forma, ouer deriua da vna linea diuisa in due parti non equali, & cauando poi la parte menore dalla maggiore quella parte, che resta è la real quantita del detto residuo. E pero se dalla summa di quadrati di duoi nomi del detto residuo, ne cauaremo il doppio del dutto de l'un nome nell'altro il restante (per il detto antecedente) sara il quadrato del detto residuo. Essempi gratia volendo quadrare questo residuo 10 men R 5. pigliaro li quadrati di suoi duoi nomi, delliquali l'uno è 100. & l'altro è 5. che in summa fanno 105. poi dico l'uno nome nell'altro, cioe R 5 fia 10 fara R 500. qual dupplico (multiplicandolo per il quadrato di 2. ch'è 4) sara R 2000. & questo lo cauo di quel 105. restara 105 m̃ R 2000. & questo sara il quadrato di 10 m̃ R 5. vero è che il detto quadrato si poria trouare per via del multiplicar per crosetta, & anchora per via del scachiero, come fu fatto del binomio, & di questo da te medesimo per essercitarti te ne potrai chiarire. Et con tal modo potrai quadrare qual si voglia altra specie di residuo, come da te medesimo dalli cinque essempi, posti in margine, & parte qua di sotto posti potrai comprendere, & intendere il modo da procedere in tutti gli altri.

Essempio primo

a multiplicar	10 m̃ R 5
fia	10 m̃ R 5
fara	105 m̃ R 2000

Essempio secondo

a multiplicar	R 8 m̃ R 3
fia	R 8 m̃ R 3
fara	11 m̃ R 96

Essempio terzo in residuo cubo.

a multiplicar	R cu. 4 m̃ R cu. 2
per	R cu. 4 m̃ R cu. 2
fara	R cu. 16 m̃ 4 p̃ R cu. 4

Essempio quarto in residuo cen. cen.

a multiplicar	R R 6 men R R 2
per	R R 6 men R R 2
fara	R R 36 men R R 192 piu R R 4

Essempio quinto in residuo relato

a multiplicar	R rel. 3 men R rel. $\frac{1}{2}$
fia	R rel. 3 men R rel. $\frac{1}{2}$
fara	R rel. 9 men R rel. 48 piu R rel. $\frac{1}{4}$

Come si multiplica qual si voglia specie di Binomio fia un'altro da lui diuerso, & similmente vn recisso, ouer residuo.

8 IL modo da multiplicare qual si voglia specie di binomio fia vn'altro da lui diuerso, & similmente vn recisso, ouer residuo, tal atto si puo essequire per via di crosetta, & anchora per via di scachiero, come fu detto, & fatto sopra il quadrar vn binomio. Essempi gratia volendo multiplicare 4 piu radici 3 fia 5 piu radici 2, tu gli ponerai l'uno sotto l'altro (come si costuma nelli multiplicari di numeri simplici, & di sotto via

to gli tirarai la solita linea, & volendo procedere per via di crosetta (qual in effetto è piu laudabile, che per via di scachiero) multiplica prima piu R 5 sia piu R 2 fara piu R 6. qual notarai al suo luoco sotto alla tirata linea, poi multiplica in croce, cioe piu R 5 di sotto sia piu 5 di sopra fara piu R 75. & piu R 2 di sotto sia piu 4 di sotto fara R R 32. & perche questi duoi producti (cioe piu R 75. & piu R 32) non sono communicanti, egli e necessario a metterli distinti, o vuoi dir separati, ma congionti con il termine del piu, come nel primo essempio in margine appare, ultimamente multiplica quel 4 di sotto sia quel 5 di sopra fara 20. qual posto consequentemente dietro a gli altri 3 produtti, & dira in tutto 20 piu R 32 piu R 75 piu R 6. & tanto fara a multiplicar 4 piu R 2 sia 5 piu R 3. vero è che se in questo quadrinomio vi fusse alcuni di quelli quattro nomi, che fussero communicanti gli si doveriano summar insieme, & ridur tal quadrinomio in un trinomio, ouero un binomio, come che alle volte poria interuenire, ma perche in questo caso li detti quattro nomi sono tutti incommensurabili fra loro in longhezza, e pero egli è necessario a proferire, & a representare tal produtto per 4 nomi, come si vede, il medesimo si veniria procedendo per via di scachiero.

Essempio primo.

a multiplicare 5 piu R 3
per 4 piu R 2
fara 20 piu R 32 piu R 75 piu R 6

Essempio secondo.

a multiplicar R 24 piu 3
per R 6 piu 2
fara 12 piu R 54 piu R 96 piu 6
cioe 18 piu R 54 piu R 96
cioe 18 piu R 294

Essempio terzo nelli cubi.

a multiplicar R cu. 7 piu R cu. 3
per R cu. 5 piu R cu. 2
fara R cu. 35 piu R cu. 15 piu R cu. 14 piu R cu. 6

Essempio quarto in cen. cen.

a multiplicar R R 20 piu R R 3
per R R 6 piu R R 5
fara R R 120 piu R R 18 piu R R 100 piu R R 15

9 Anchora volendo multiplicar R 24 piu 2 per R 6 piu 2. assettandoli secondo il solito, & multiplicandoli secondo che fu fatto nella precedente trouarai, che fara 12 piu R 54 piu R 96 piu 6. ma perche il primo & l'ultimo di detti 4 nomi è numero, cioe l'uno è 12. & l'altro è 6. summandoli insieme tal produtto dira poi 18 piu R 54 piu 99 tal che quelli primi 4 nomi saranno ridotti in 3. ma perche anchora R 54 è communicante in longhezza, con R 96 (perche il dutto di l'una in l'altra fa 5184. che numero quadrato, la cui R è 72) e pero in tal caso summandole insieme faranno R 294. tal che il detto trinomio sara ridotto in un binomio, qual saria 18 piu R 294. & tanto diremo che facci a multiplicare R 24 piu 3 fia R 6 piu 2. come che nel secondo essempio in margine vedi, & se con tal ordine multiplicarai R cu. 7 piu R cu. 3 per R cu. 5 piu R cu. 2. trouarai che faranno R cu. 35 piu R cu. 15 piu R cu. 14 piu R cu. 6. come nel terzo essempio appare. Et finalmente se con tal ordine multiplicarai R R 20 piu R R 3 per R R 6 piu R R 5. trouarai che fara R R 120 piu R R 18 piu R R 100 piu R R 15. come nel quarto essempio appare, & con tal ordine procederai in qual si voglia altra specie di binomii.

10 Ma quando che li binomii, che si hauessono da multiplicare insieme di specie, o vuoi dir di natura diuersi, recali a una medesima natura (o vuoi dir a una medesima specie) secondo l'ordine, che nel 2. capo del 2. libro te insegnai. Essempi gratia volendo multiplicar R 5 piu 2 per R cu. 4 piu R cu. 2. reca l'un & l'altro di questi duoi binomii a binomii cubi quadri, & che facendo trouarai l'uno esser R cu. cen. 125 piu R cu. cen. 8. & l'altro trouarai esser R cu. cen. 16 piu R cu. cen. 4. fatto questo multiplicali secondo l'ordine dato, & trouarai che fara R cu. cen. 2000 piu R cu. cen. 128 piu R cu. cen. 125 piu R cu. cen. 72. come nel quinto essempio appare, & con tal modo procederai ne gli altri simili di natura, ouer specie diuersi.

Essempio quinto in cubi quadri.

a multiplicar R cu. cen. 125 piu R cu. cen. 8
per R cu. cen. 16 piu R cu. cen. 4
fara R cu. cen. 2000 piu R cu. cen. 128 piu R cu. cen. 125
piu R cu. cen. 72

11 IL modo, ouer regola di multiplicare qual si voglia specie di residuo per un'altro da lui diuerso è simile a quello che di sopra è stato dato nel multiplicare di binomii diuersi, & non vi è altra differentia, che nelli termini del piu, & del meno, perche bisogna sempre osseruar le regole di detti duoi termini. Essempi gratia volendo multiplicar 5 m R 3 per

Essempio sesto

a multiplicar 5 m R 3
per 4 m R 2
fara 20 men R 32 men R 75 piu R 6

per 4 men R 2. liquali per esser li residui di quelli duoi binomij nel primo essempio multiplicati, onde multiplicandoli secondo quel medesimo modo faranno quel medesimo quadrinomio, ma tal quadrinomio sara differente da quello in questo, che li duoi nomi di mezzo via (causati dalla crosetta) vanno notati con il termine del meno, perche sono produtti da men radici 3 fia piu 5. & da men R 2 fia piu 4. e pero l'una & l'altra di dette due multiplicationi fa meno, & li duoi estremi sono piu (cioe quel 20. et quel piu R 6) perche l'uno nasce della multiplicatione di men fia men (che fa piu) & l'altro nasce dalla multiplicatione di piu fia piu (che fa pur piu) cioe quel piu R 6 nasce dalla multiplicatione di men R 3 fia men R 2, che fa piu R 6. & quel 20 nasce dalla multiplicatione di 4 fia 5 liquali (anchor che non hanno segno) sono piu, e pero fanno piu 20. anchor che non vi accade tal segno piu, per esser il primo nome di tal quadrinomio.

Essempio settimo

a multiplicar	R 24 m̃ 3
per	R 6 m̃ 2
fara	12 m̃ R 54 m̃ R 96 p 6
cioe	18 men R 54 m̃ R 96
cioe	18 men R 294

22 Similmente volendo multiplicar R 24 men 3 per R 6 m̃ 2. multiplicaremo quel men 2. fia quel men 3. fara piu 6. qual posto sotto la linea secondo il solito, poi multiplicaremo in crosetta quel men 2 di sotto fia quel piu R 24 di sopra fara men R 96. & similmente quel men 3 di sopra fia quel piu R 6 di sotto fara men R 54. & questi duoi produtti notarli distintamente sotto alla linea (perche in fine vederemo poi se sono communicanti in longhezza) poi finalmente multiplicaremo quel R 6 di sotto fia quello R 24 di sopra faranno R 144. laqual radice per esser 12, notaremo quel 12. & tutto tal produtto dira 12 men R 54 men R 96 piu 6. fatto questo summaremo quel piu 6. con quel piu 12. fara poi 18 men R 54 m̃ R 96. ma perche quel m̃ R 54 è commensurabile con quel men R 96 li summaremo insieme, & faranno m̃ R 294. tal che finalmente concluderemo, che a multiplicar R 24 m̃ 3 per R 6 men 2 fara 18 men R 294. Si che tu vedi che la operatione, & conclusione fatta in questa multiplicatione di questi duoi residui è simile a quella fatta (nel secondo essempio) delli suoi binomij, ma vi è questa sola differentia, che il produtto di duoi binomij fa 18 piu R 294 (come nel detto secondo essempio appar) & in questa di suoi recisi è 18 men R 294. come che in margine nel settimo essempio appare. E pero per abreviar parole ponero solamente gli essempij delle multiplicationi di residui di tutti quelli medesimi binomij cubi, & cen. cen. di sopra multiplicati, perche mi par cosa superflua a usarvi parole.

Essempio ottavo nelli cubi

a multiplicar	R cu. 7 men R cu. 3
per	R cu. 5 men R cu. 2
fara	R cu. 35 men R cu. 15 men R cu. 14 p R cu. 6

Essempio nono in cen. cen.

a multiplicar	R R 20 men R R 3
per	R R 6 men R R 5
fara	R R 120 men R R 18 men R R 100 piu R R 15

Essempio decimo in cu. cen.

a multiplicar	R cu. cen. 125 men R cu. cen. 8
per	R cu. cen. 16 men R cu. cen. 9
fara	R cu. cē. 2000 m̃ R cu. cē. 128 m̃ R cu. cē. 1125 p R cu. cen 72

Come si multiplica qual si voglia specie di binomio fia un reciso.

23 Il modo di multiplicare qual si voglia binomio fia un residuo è simile a quel medesimo che è stato usato nelli soprascritti residui, & nelli binomij in quanto alla operatione, cioe che si puo procedere per via di crosetta, & anchora per via di scachiero, ma piu laudabile è a multiplicarli per via di crosetta, ma il tutto sta ad haver ben in memoria le regole del multiplicare delli duoi termini piu, & meno. Essempi gratia volendo multiplicare 7 piu R 3 per 5 men R 2. tu gli assettarai pur l'uno sotto l'altro secondo il solito tirandovi la solita linea, poi multiplica men R 2 di sotto fia piu R 3 di sopra fara men R 6. qual notarai sotto alla linea, poi multiplica pur quel men R 2 di sotto fia quel piu 7 di sopra, & fara men R 98. qual notarai pur sotto alla linea, poi per l'altra croce multiplica quel piu R 3 di sopra fia quel piu 5 di sotto fara piu R 75. qual notarai consequentemente dietro a gli altri ultimamente multiplicarai quel 5 di sotto fia quel 7 di sopra, & fara 35. qual notarai dietro a gli altri, & tutto tal produtto dira 35 piu R 75 men R 98 men R 6. & se vi fusse alcuni di detti 4 nomi communicanti gli si doveriano summar, over sottrare secondo le regole del piu, & del meno, ma perche in questo quadrinomio non vi è alcuno di detti nomi communicanti, e pero egli è necessario a proferirlo, & rappresentarlo per li detti quattro nomi, come nel primo essempio appare. Et perche le multiplicationi di binomij fia recisi variano piu nelli loro produtti di alcun'altra specie di

Essempio primo

a multiplicar	7 piu R 3
per	5 m̃ R 2
fara	35 piu R 75 m̃ R 98 men R 6

multiplicatione, perche alcune producono vna quantita di quattro nomi alcune di tre, alcune di duoi, & alcune producono vn sol nome, & rationale, & massime nelli binomij, & residui quadrati, e pero addurremo anchora piu essempi nelli detti binomij, & residui quadrati di quello che hauemo fatto in alcuna delle passate, e per tanto.

14 Volendo multiplicare R 63 men 3 per R 7 piu 2. assettali secondo il solito, & multiplica quel piu 2 fia quel men 3. & fara men 6. dapoi multiplica in croce, cioe quel piu 2 di sotto fia quella piu R 63 di sopra, & fara piu R 252. & quel men 3 di sopra fia quella piu R 7 di sotto fara men R 63. dapoi multiplica quella R 7 di sotto fia quella R 63 di sopra fara R 441. liquali quattro produtti assettati in retta fila secondo il solito daranno R 441 men R 63 piu R 252 men 6. & perche la R di 441 è 21 per numero, qual summandolo cō quel m̄ 6 fara 15 (perche piu con meno si abbatte) tal che tal produtto dira per fino a questa hora 15 men R 63 piu R 252. o vuoi dir 15 piu R 252 men R 63. ma perche quella men R 63 è communicante con quella piu R 252. e pero summandole insieme (cioe sottrando l'una de l'altra, perche a summar piu con men si abbatte, &c.) fara piu R 63. qual posto appresso di quel 15 & dira finalmente 15 piu R 63. & tanto diremo che faccia a multiplicar R 63 men 3 per R 7 piu 2. come nel essempio secondo appare.

Essempio secondo

a multiplicar	R 63 m̄ 3
per	R 7 piu 2
fara R 441 men R 63 piu R 252 men 6	
cioe 21 men R 63 piu R 252 men 6	
cioe	15 men R 63 piu R 252
ouer	15 piu R 252 men R 63
che faria	15 piu R 63

15 Volendo anchora multiplicare R 90 piu 5 per 8 men R 10. assettali, & multiplicali secondo l'ordine piu volte detto, & trouarai che primamente sara radice 5760 piu 40 men R 900 men R 250. ma perche la radice di quel 900 è 30. onde summando quel piu 40 con quel men 30 sara piu 10. onde fin hora diremo, che faccia R 5760 piu 10 men R 250. Ma perche quella piu R 5760 è commensurabile con quella men radice 250. onde summandole (secondo la regola regola del summar piu con meno) trouarai che faranno piu R 3610. e per tanto finalmente concluderemo, che a multiplicar R 90 piu 5 per 8 men R 10. fara R 3610 piu 10. come che nel terzo essempio appare.

Essempio terzo

a multiplicar	R 90 p̄ 5
per	8 m̄ R 10
fara R 5760 piu 40 men R 900 men R 250	
cioe	R 5760 piu 10 men R 250
che faria	R 3610 piu 10

16 Volendo anchora multiplicar R 240 piu R 10 per R 90 men R 15. assettandoli, & multiplicandoli secondo il solito si trouara, che primamente faranno R 21600 piu R 900 men R 3600 m̄ R 150. Ma perche la R 900 è 30. & quella di 3600 è 60. diremo che tal produtto sara R 21600 piu 30 men 60 men R 150. onde summando quel 30 con quel men 60 fara men 30. e pero diremo fin qua tal produtto esser R 21600 men 30 men R 150. ma perche quella men R 150 è communicante con quella piu R 21600. e per tanto summandoli insieme (secondo la regola del summar piu con meno) trouaremo che faranno piu R 18150. tal che finalmente concluderemo tal produtto esser R 18150 men 30. come nel quarto essempio si vede.

Essempio quarto

a multiplicar	R 240 piu R 10
per	R 90 m̄ R 15
fara R 21600 piu R 900 m̄ R 3600 m̄ R 150	
cioe	R 21600 piu 30 men 60 men R 150
cioe	R 21600 men 30 men R 150
che faria	R 18150 men 30

17 Euclide nella 112 propositione del decimo libro specolatiuamente ne dimostra qualmente dalla multiplicatione del binomio fia vn residuo, che li nomi di quello, siano commensurabili alli nomi del detto binomio (ciascuno al suo relatiuo) & in vna medesima proportione, sempre ne nascera quantita rationale, & nella sequente 114 propositione del detto decimo libro, il medesimo dimostra seguir della multiplicatione di vn residuo fia vn binomio della medesima qualita. Ma perche tal autore nel detto decimo libro non tratta, ne parla di altra specie di binomio, ne residuo, saluo che del binomio, & residuo quadro (cioe formato di radici quadre, e pero tal sua propositione s'intende, & si debbe intendere solamente nelli binomij & residui quadri, perche tal propositione non si verifica nelle altre specie di binomij, & residui

residui, anzi è impossibile a ritrouare vna quantita composta solamente di duoi nomi, anchor che fussero commensurabili alli nomi di quel tal binomio, ouer residuo, & in vna medesima proportione, che multiplicata fia qual si voglia altra specie di binomio, ouer residuo (dal quadro in fuora) che potesse produre quantita rationale (come che doppo il trattato delle proportioni faremo manifesto) Et abenche io non ti possi in questo luogo darti ad intendere quello che voglia inferire quel dire, che li nomi del residuo siano commensurabili alli nomi del binomio, & in vna medesima proportione, per non hauerti anchora diffinito che cosa sia proportione, & come s'intende le quantita commensurabili in vna proportione, nondimeno mi basta in questo luogo a dimostrarti con la isperienza qualmente egli è possibile di poter multiplicare qual si voglia binomio, & residuo quadro per vna tal quantita, che produrra vna quantita rationale, la causa di questo darai poi largamente ad intendere dapoi il trattato delle proportioni. Et sappi che questa cautela, ouer particolarita è summamente necessaria nella general pratica di numeri, & misure, altramente saria impossibile di sapere realmente partire qual si voglia quantita per vn binomio, ouer residuo quadro, come che al suo conueniente luogo si fara manifesto.

18 Hor tornando al nostro proposito dico, che a multiplicare vn binomio quadro fia vn residuo quadro dalli medesimi nomi composto sempre produra numero rationale. Essempi gratia volendo multiplicare 6 più ℞ 2 per 6 men ℞ 2. Assettandoli, & multiplicandoli secondo il solito tu trouarai (largo modo) che faranno 36 più ℞ 72 men ℞ 72 men 2. ma perche a summar quel più 36. con quel men 2 fa 34. & a summar quel più ℞ 72. con quel men ℞ 72. fa a ponto nulla, tal che vi resta solamente 34 a ponto, e pero si vede in questa, che a multiplicar 6 più ℞ 2 per il suo proprio residuo (cioe per 6 men ℞ 2) fa precisamente 34. che è numero rationale, come di sopra è stato detto, il medesimo si trouara seguir in tutte le altre simili multiplicationi. Et quantunque c'habbia fatto far tal multiplicatione secondo quel general modo dato nelle passate multiplicationi, nondimeno queste de binomio fia il suo residuo, voglio che le si facino per questa breue regola sempre caua la multiplicatione delli duoi secondi nomi (l'uno fia l'altro) dalla multiplicatione delli duoi primi nomi, & il restante sara il produtto di quel tal binomio fia il suo recisò. Essempi gratia a voler per questa breue regola multiplicare il sopradetto 6 più ℞ 2 per 6 men ℞ 2. multiplica li duoi secondi nomi l'uno fia l'altro dicendo men ℞ 2 fia più ℞ 2 fara 2. poi multiplica li duoi primi nomi dicendo 6 fia 6 fa 36. cauane quel men 2. restara 34. & 34 sara a multiplicare il detto binomio fia il suo recisò, & questo nasce perche le due multiplicationi fatte in croce sono sempre (in tal caso) equale, & l'una è sempre più, & l'altra men, tal che a summarle insieme sempre fanno nulla, e pero vien sempre a restar solamente la summa del dutto di duoi primi nomi con il dutto di dui secondi, ma perche l'uno di detti duoi dutti è sempre più, & l'altro è sempre men, e per summarli insieme, bisogna abbattere l'uno da l'altro, come comanda la sua regola, & il resto sara il produtto di tal binomio fia il suo recisò, ouer del recisò fia il suo binomio, & cosi hai inteso la causa di questa breue regola.

Laqual breue regola in sostantia non vuol dir altro, che cauare il quadrato del menor nome dal quadrato del maggiore, & il restante fara il produtto di quel tal binomio fia il suo residuo, ouer di tal residuo fia il suo binomio. Essempi gratia per far la sopradetta multiplicatione di quel 6 più ℞ 2 per 6 men ℞ 2 quadra ℞ 2 (menor nome) fa 2. quadra anchora 6 (maggior nome) fa 36. abbatti quel 2 di 36 restara 34. per il produtto del detto binomio fia il suo recisò, si come per l'altro modo fu anchor concluso. Hor per ritornar al nostro primo lauoro, & per fortificarti meglio in questa nuoua regola andaremo ponendo alcune altri simili multiplicari, & con tal regola gli andaremo facendo.

19 Volendo adonque per questa regola multiplicare ℞ 18 più 3 per ℞ 18 men 3. assettali l'uno sotto l'altro secondo il solito, poi quadra ℞ 18 (maggior nome) fa 18. quadra anchora 3 (suo menor nome) fa 9. caua 9 da 18. resta 9. & cosi il produtto di tal multiplicatione sara 9. come nel sesto essempio appare.

20 Volendo anchora multiplicar ℞ 32 men ℞ 10 per ℞ 32 più ℞ 10. quadra ℞ 32 fara 32. quadra anchora ℞ 10 fara 10. hor caua 10 di 32 restara 22. & tanto fara il produtto del detto binomio fia il suo recisò, o vuoi dir di tal recisò fia il suo binomio, come nel settimo essempio vedi. Et se con tal ordine multiplicarai ℞ 7 men ℞ 5 per ℞ 7 più ℞ 5. trouarai che fara 2. come nell'ottauo essempio vedi.

21 ET quantunque in questo luogo non ti possa dar ad intendere quello, che voglia inferire quel dire li nomi di vn residuo esser commensurabili alli nomi di vn binomio, & in vna medesima proportione per non hauerti (come di sopra è stato detto) anchora diffinito, che cosa sia propor-

Essempio quinto
a multiplicar 6 p̄ ℞ 2
per 6 m̄ ℞ 2
fara 36 p̄ ℞ 72 m̄ ℞ 72 m̄ 2
cioe 34 a ponto

Essempio sesto
a multiplicar ℞ 18 p̄ 3
fia ℞ 18 m̄ 3
fara 9

Essempio settimo
a multiplicar ℞ 32 m̄ ℞ 10
fia ℞ 32 p̄ ℞ 10
fara 22

Essempio ottauo
a multiplicar ℞ 7 m̄ ℞ 5
per ℞ 7 p̄ ℞ 5
fa 2

Essempio nono
a multiplicar 15 m̃ ℞ 72
per — 10 p̃ ℞ 32
fara 104

tione, & come s'intenda due quantita esser commensurabile a due altre, & in vna medesima proportione (laqual cosa s'intendera nel trattato delle proportioni, & proportionalita) nondimeno in questo luogo ti voglio dar vna regola sotto breuita, con laqual potrai se li nomi di vno residuo saranno commensurabile secondo vna medesima proportione, con li nomi di quel binomio, che vorrai multiplicare con lui, laqual regola e questa, guarda se li duoi produtti delle due multiplicationi fatte in croce vengono eguali, & se vengono eguali, quel tal residuo con quel binomio, ouer quel tal binomio con quel tal residuo hauera le dette due conditioni, che propone il detto Euclide nella detta 113. & 114. propositione del suo decimo libro (da noi tradutto) & consequentemente il produtto di quel tal binomio dutto nel detto residuo sara rationale. Essempi gratia volendo sapere se questo residuo 15 men ℞ 72 habbia le dette due conditioni con questo binomio 10 piu ℞ 32. multiplica li loro nomi in croce, cioe quel piu ℞ 32 di sotto fia quel piu 15 di sopra, & trouerai, che fara piu ℞ 7200. multiplicarai anchora quel men ℞ 72 di sopra fia quel piu 10 di sotto, & trouerai che fara medesimamente men ℞ 7200. & perche questi duoi produtti sono eguali in quanto alla quantita (anchor che l'uno sia piu, & l'altro meno) dico il detto residuo hauer le sopradette conditioni con il detto binomio, & consequentemente dico, che a multiplicar l'uno fia l'altro, il lor produtto sara quantita rationale, & questo si manifesta in questo modo, perche delle sopradette due multiplicationi l'una e piu, & l'altra e meno, e pero quelle gionte insieme fanno nulla, & perche al compimento di tal multiplicare fatto secondo l'ordine della croseta, vi manca il dutto di quel piu ℞ 32 di sotto fia quel men ℞ 72 di sopra, & anchora il dutto di quel 10 di sotto fia quel 15 di sopra, & perche l'uno di detti dutti fa men ℞ 2304 (cioe quel di piu ℞ 32 fia quel men ℞ 72) & l'altro fa 150 (cioe quello di 10 fia 15) & perche la radice di quel 2304 fara mẽ 48. qual tratto di quel 150 restaria 104. & tanto fara il produtto di 10 piu ℞ 32 fia 15 men ℞ 72 come nel essempio nono si vede. E per tanto si manifesta, che a multiplicare vn binomio con vn residuo, ouero vn residuo con vn binomio, che habbiano quelle due conditioni, che dice Euclide nelle sopradette due propositioni del decimo, il basta a cauare il dutto di duoi nomi menori (o vuoi dire delli duoi secõdi nomi) dal dutto delli maggiori (o vuoi dir primi) & il restante sara il produtto di quel tal binomio fia quel tal residuo, & tal produtto sara sempre rationale, ma per non stare in vn solo essempio te ne pongo anchora duoi altri essempij.

Essempio decimo
a multiplicar ℞ 27 p̃ ℞ 12
per — — ℞ 12 m̃ ℞ 8
fara — — — 6

Essempio vndecimo
a multiplicar ℞ 20 p̃ ℞ 12
per — — ℞ 5 m̃ ℞ 3
fara — — — 4

22 Volendo anchora multiplicare ℞ 27 piu ℞ 12 per ℞ 12 men ℞ 8. liquali se ne farai isperienza, le multiplicationi fatte in croce trouerai esser eguale, e pero per esseguire tal multiplicatione con breuita multiplica li duoi secondi nomi, cioe men ℞ 8 fia piu ℞ 12. & faranno men ℞ 144. laqual ℞ e 12. poi multiplica li duoi primi nomi, cioe ℞ 12 fia ℞ 27. faranno ℞ 324. laqual radice e 18. hor caua quel 12 da questo 18. restara 6. & tãto fara il produtto del detto residuo fia quel tal binomio (come nel decimo essempio appare) & se con tal ordine multiplicarai anchora ℞ 20 piu ℞ 12 per ℞ 5 m̃ ℞ 3. trouerai che fara 4 a ponto. Ma quando che le multiplicationi fatte in croce non fussero eguale a tal multiplicatione bisognara esseguire secondo quella prima regola generale. Auertisse quando si dice vn binomio, ouero vn residuo senza altro cognome (come che in altri luoghi te ne ho auertito) sempre si debbe intendere per vn binomio, ouer residuo quadro.

Da notare.

23 Ota che la sopradetta regola non seguira in alcuna delle altre specie di binomij, & residui, cioe che a multiplicar vn binomio, che non sia quadro fia il suo residuo, di tal multiplicatione giamai ne perueniria quantita rationale egli e ben vero, che nella maggior parte ne perueniria vn residuo di quella medesima specie, & questo procedera, perche le due multiplicationi fatte in croce sempre faranno equale, & sempre l'una fara piu, & l'altra meno, tal che summandole insieme faranno sempre nulla, e pero nelli simili, basta pur a cauare il dutto delli duoi secondi nomi, del dutto delli duoi primi (l'uno fia l'altro) & il restante sara il produtto di tal multiplicatione, & perche quelli duoi produtti sempre saranno incommensurabili in longhezza (la causa non voglio star a dire in questo luogo) e

Essempio duodecimo
a multiplicar ℞ cu. 3 piu ℞ cu. 2
per — — ℞ cu. 2 mẽ ℞ cu. 2
fara — — ℞ cu. 9 mẽ ℞ cu. 4

pero

pero a sottrare l'uno da l'altro nella maggior parte ne perueniria vn residuo di quella medesima specie. Essempi gratia volendo multiplicar ℞ cu. 3 più ℞ cu. 2 per ℞ cu. 3 men ℞ cu. 2 assettali secondo il solito, & perche le multiplicationi fatte in croce vanno in nulla (per le ragioni dette) multiplicaremo adonque li duoi primi nomi l'uno fia l'altro, & faranno ℞ cu. 9. & multiplicaremo anchora li dui secondi, & faranno ℞ cu. 4. & questa ℞ cu. 4 cauata di quella ℞ cu. 9. ma per essere tale due radici incommensurabile, tal sottramento si fara con il termine del meno dicendo ℞ cu. 9 men ℞ cu. 4. & tanto fara il produtto del detto binomio cubo multiplicãdolo per il suo residuo, come che nel duodecimo essempio si puo vedere, & questo medesimo si trouara seguir in tutte le altre specie di binomij fia il suo recisio, che longo saria a volerti dar particolar essempio in ciascuna specie, pur a tua maggior satisfatione te ne põgo duoi altri essempij in margine l'uno di ℞ ℞, o vuoi dir di cen. cen. & l'altro di radice relate, vero è che quello di ℞ ℞ per causa del quadrar li suoi nomi tal produtto mutara specie, cioe che tal suo produtto sara vn residuo semplice (cioe quadro) come nel decimo terzo essempio si vede, & questa mutatione di specie interuenira in tutti li binomij, & residui composti di radici quadre, come sono cen. cen. cen. & cen. cu. & cen. rel. & altri simili, come da te puoi considerare.

Essempio decimo terzo

a multiplicar — ℞ ℞ 7 p̃ ℞ ℞ 5
per — — ℞ ℞ 7 m̃ ℞ ℞ 5
fara — — ℞ ℞ 49 m̃ ℞ ℞ 25
cioe — — — ℞ 7 m̃ ℞ 5

Essempio decimoquarto

a multiplicar ℞ rel. 8 più ℞ rel. 6
per — ℞ rel. 8 m̃ ℞ rel. 6
fara — ℞ rel. 64 m̃ ℞ rel. 36

24 MA quando che le due multiplicationi fatte in croce non saranno eguale in tal caso procederai (in tal multiplicatione) secondo l'ordine della prima regola, & di tal multiplicatione te ne venira alla prima vna quantita di quattro nomi, come nel decimo quinto essempio puoi vedere, & questo medesimo interuenira in tutte le altre specie di binomij, & residui quando che le due multiplicationi fatte in croce non fussero eguale, & circa cio mi par cosa superflua a darti altri essempij.

Essempio decimo quinto

a multiplicar — — ℞ cu. 6 p̃ ℞ cu. 4
per — — — ℞ cu. 7 m̃ ℞ cu. 5
fara ℞ cu. 42 p̃ ℞ cu. 28 m̃ ℞ cu. 30 m̃ ℞ cu. 20

Come si multiplica vn trinomio, ouer multinomio per qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, & similmente vn multinomio per vn multinomio.

25 VOlendo multiplicare vn multinomio per qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, il piu commodo modo è a procedere secondo l'ordine del multiplicare per scachiero, & il primo & piu largo produtto, che di tal multiplicatione ne possa venire sara vna quantita duo tanto numero di nomi di quel tal multinomio, vero è che essendoui qualche vno di detti nomi communicanti fra loro si debbono summare insieme, ouer sottrare secondo le regole del piu, e meno, il che facendo si sminuira tal produtto di nomi secondo la quantita di nomi communicanti. Essempi gratia volendo multiplicar questo trinomio 10 piu ℞ 6 piu ℞ 2. per questo binomio 5 piu ℞ 3 assettandoli secondo il solito, & multiplicare quel piu ℞ 3. contra quelli 3 nomi di quel tal trinomio, et fara piu ℞ 300 piu ℞ 18 piu ℞ 6. & questo ponerai ordinatamente sotto alla solita linea, dapoi multiplicarai quel 5 del binomio fia quelli 3 nomi del detto trinomio, & fara 50 piu ℞ 150 piu ℞ 50. & questi 3 nomi ponerai sotto a gli altri tre della prima multiplicatione, ma piu in qua per vn luogo, come si costuma anchora nel multiplicare per il detto scachiero, & se per caso in questi duoi trinomij non vi fusse alcuni di detti nomi communicanti fra loro tu assettaresti li detti 3. & 3 nomi direttamente in longo in questa forma 50 piu ℞ 300 piu ℞ 150 piu ℞ 50 piu ℞ 18 piu ℞ 6. si che tu vedi che questi 6 sono il doppio delli nomi del detto trinomio, come di sopra dissi. Ma perche la ℞ 50 è communicante con ℞ 18 onde summandole insieme faranno ℞ 128. e per tanto diremo tal produtto esser solamente questi 5 nomi 50 piu ℞ 300 piu ℞ 150 piu ℞ 128 piu ℞ 6. & cosi quando che tu vi trouassi altri nomi communicanti tu summaresti, ouer sottraresti secondo, che comandasse la regola del summar del piu, & del meno, questo dico in generale, di tai multiplicari, perche in questo

Essempio decimo sesto

a multiplicar — — 10 piu ℞ 6 p̃ ℞ 2
per — — — — — 5 p̃ ℞ 3
p̃ ℞ 300 p̃ ℞ 18 p̃ ℞ 6
50 p̃ ℞ 150 p̃ ℞ 50
fara 50 p̃ ℞ 300 p̃ ℞ 150 p̃ ℞ 128 p̃ ℞ 6

per esser tutti li detti 6 termini soggetti con il termine del piu non occorre nelli termini communicanti salvo che il summarli insieme.

56 MA nel multiplicare vn multinomio per vn residuo si procede medesimamente per il medesimo modo, che si ha fatto con il binomio, ma bisogna hauer rispetto alle regole del multiplicar, & del summar del piu, & del meno. Essempi gratia volendo multiplicare quel medesimo trinomio di 10 piu R 6 piu R 2 per 5 men R 3 affermandoli, & multiplicandoli secondo l'ordine della precedente mostrai, che della multiplicatione del detto trinomio per quello men R 3 del residuo sara men R 300 men R 18 men R 6. poi multiplicando il detto trinomio per quel 5 del residuo sara 50 piu R 150 piu R 50. & quando che nelli detti 6 nomi non ve ne fusse alcuni di communicanti si notariano in retta linea in questo modo 50 piu R 150 piu R 50 men R 300 men R 18 men R 6. vero è che tali 6 nomi si porriano anchor proferire, & rappresentare con quella linea curua in forma di vna parentesis, come ti dissi nella quinta del primo capo, cioe in questa forma 50 piu R 150 piu R 50 men (R 300 piu R 18 piu R 6. & tal rappresentatione è da persona piu intelligente, perche quel men (con quella linea dopo appresso di me s'intende generalmente sopra di tutto quel trinomio chi seguita, ma nella prima rappresentatione ciascuno di quelli 3 men, s'intende particolarmente sopra quel sol nome, che gli è appresso. Hor tornando al primo proposito, perche quel R 50 è communicante con quella R 18, e pero in qual si voglia delle dette due sorte di rappresentationi si sotra quel la R 18 da quella radice 50, & restera piu R 8. onde secondo la prima rappresentatione, tal produtto si rappresentaria in questo modo 50 piu R 150 piu R 8 men R 300 men R 6. ma secondo quell'altro mio modo si rappresentaria in questa forma 50 piu R 150 piu R 8 men (R 300 piu R 6. & se ben consideri con lo intelletto trouarai l'una, & l'altra di queste due rappresentationi significare vna medesima quantità.

Essempio decimosettimo

a multiplicar	10 p̃ R 6 p̃ R 2
per	5 m̃ R 3
	m̃ R 300 m̃ R 18 m̃ R 6
	50 p̃ R 150 p̃ R 50
sara	50 piu R 150 piu R 50 men R 300 men R 18 men R 6
ouer	50 piu R 150 piu R 50 men (R 300 piu R 18 piu R 6
ouer	50 piu R 150 piu R 8 men R 300 men R 6
ouer	50 piu R 150 piu R 8 men (R 300 piu R 6

Essempio decimo ottauo

a multiplicar	R cu. 12 piu R cu. 9 men 2
per	R cu. 6 men R cu. 3
	men R cu. 36 men R cu. 27 piu R cu. 24
	R cu. 72 piu R cu. 54 men R cu. 48
sara	R cu. 72 piu R cu. 54 men R cu. 48 men R cu. 36 men 3 piu R cu. 24
ouer	R cu. 72 piu R cu. 54 piu R cu. 24 men (R cu. 48 piu R cu. 36 piu 3

Tanto significa la seconda rappresentatione, come la prima.

57 ET perche il medesimo modo, se multiplicarai qual si voglia altra specie di multinomio per qual si voglia altra specie di binomio, ouer residuo. Et similmente vn multinomio per vn'altro multinomio, & perche non vi occorre quasi altra difficulta di quello ch'è stata detta nelle due precedenti multiplicationi per abreuiar la scrittura ti pongo solamente gli essempij in figura, con liquali non dubito, che da te medesimo intenderai il tutto, & in ogni altra specie di detti binomij, residui, & multinomij.

a multiplicar	R R 10 piu R R 7 men R R 5
per	R R 8 piu R R 3 men R R 2
	men R R 20 men R R 14 piu R R 10
	piu R R 30 piu R R 21 men R R 15
	R R 80 piu R R 56 men R R 40
sara	R R 80 piu R R 56 men R R 40 piu R R 30 p̃ R R 21 m̃ R R 20 m̃ R R 15 m̃ R R 14 p̃ R R 10

Del quarto

Del quarto atto detto partire di binomij, residui, & anchora di piu nomi. Cap. IIII.

1 PErche il partire è il contrario del multiplicare, tal che l'uno (come piu volte è stato detto) vien a esser la proua reale dell'altro, e per tanto nelle essemplificationi di questo atto vsaremo li conuersi di quelli medesimi essempi dati nel detto multiplicare per vn numero rationale, & per vna quantita irrationale di vn nome solo, tal che questi veniranno a esser la proua di quelli, & quelli di questi, perche in tanti modi puo variar questo atto in quanti varia quello, vero è che in questo luogo non si dara il modo di partir per binomio, & per residuo, ne manco a cauar la radice di quelli, anzi tal particolarita le trasferiremo per fin dapoi il trattato delle proportioni per la ragioni, che al suo competente luogo si dira, e pero circa a questa facile particolarita non staremo a far altro interotto (per abreuiar scrittura) ma veniremo a gli essempij.

Essempio primo
a partir per 9
questo ℞ 1620 piu 18
ne vien ℞ 20 piu 2
la proua ℞ 1620 piu 18

2 VOlendo partire ℞ 1620 piu 18 per 9. in questo si puo procedere, come si costuma nelli partir per colonna, ouer di testa ponendo il partitore di sopra della cosa, che si vuol partire (per hauerlo sempre auanti a gli occhi) & dapoi partire la detta ℞ 1620 per il detto 9. quadrando prima il 9 (come fu detto nel partir radice per numero) fara 81. hor partendo la detta ℞ 1620 per il detto 81. trouarai che te ne venira ℞ 20. qual notandolo di sotto al suo luogo, poi partendo quel piu 18 per 9. ne venira p̃ 2. qual posto al suo luogo, dira poi ℞ 20 p̃ 2. & tanto ne venira a partir ℞ 1620 piu 18 per 9. & se ne vuoi far proua multiplica lo auenimento per il partitore (come si costuma) & se ritornara la cosa partita, tal partir sara giusto, & perche a multiplicar ℞ 20 piu 2 per il detto 9. fa il medesimo ℞ 1620 piu 18. e pero diremo che sta bene.

Essempio secondo
a partir per 9
questo ℞ 1620 m̃ 18
ne vien ℞ 20 m̃ 2
la proua ℞ 1620 m̃ 18

Nota che quando non sapesti partire quella ℞ 1620 per 81. di testa tu lo doueresti partir per batello, ouero a danda, ma per occupar manco carta gli andaro partendo per discorso, ouer di testa, ma tu procederai secondo, che a ti parera.

Essempio terzo
a partir per 4.
questo 40 piu ℞ 60 m̃ ℞ 48
ne vien 10 piu ℞ 3 m̃ ℞ 3
la proua 40 p̃ ℞ 80 m̃ ℞ 48

3 VOlendo anchora partire ℞ 1620 men 18 per il detto 9. procedendo per il medesimo modo trouarai che te ne venira ℞ 20 m̃ 2. perche a partire quel men 18 per quel piu 9. ne vien men 2. nel restante è simile al sopraścritto, & perche questo partire per vna sola quantita rationale, & in ogni specie di binomij, & residui, & anchora vn multinomio è cosa facile, ponero solamente gli essempij in margine per abreuiar scrittura.

Essempio quarto
a partir per 2
questo ℞ cu. 1024 p̃ 6
ne vien ℞ cu. 128 p̃ 3
la proua ℞ cu. 1024 p̃ 6

Essempio quinto
a partir per 2
questo ℞ cu. 1024 m̃ 6
ne vien ℞ cu. 128 m̃ 3
la proua ℞ cu. 1024 m̃ 6

4 ET perche anchora la medesima facilita occorre a partire qual si voglia specie di binomio, & residuo, & anchora vn multinomio per vna quantita irrationale di vn solo nome, poneremo solamente gli essempij in margine, & sappi che non vi occorre altra difficulta, che aricordarsi il partire delle radici fra loro, & con il numero, & le regole del piu, & del meno. Essempi gratia volendo partire ℞ 720 piu ℞ 50 per ℞ 5. in questo non vi occorre altra difficulta, che partire quelli duoi nomi a vno per vno per quello ℞ 5. il che facendo te ne venira ℞ 144 p̃ ℞ 10. ma perche la ℞ 144 è 12. diremo tal auenimento esser 12 piu ℞ 10. & se ne farai la proua proua multiplicando il partitore sia lo auenimento il doueria ritornar la cosa partita, & perche a multiplicar 12 piu ℞ 10 per ℞ 5 fa ℞ 720 piu ℞ 50. diremo tal partire esser buono. Et cosi se per tal ℞ 5 partirai ℞ 720 men ℞ 50. te ne venira 12 m̃ ℞ 10. come nel secondo essempio appare. Et perche non dubito che gli altri essempij, che vanno seguitando da te medesimo gli intenderai, a te lasciaro tal impresa.

Essempio sesto
a partir per 2
questo ℞ ℞ 112 p̃ ℞ ℞ 48
ne vien ℞ ℞ 7 p̃ ℞ ℞ 3
la proua ℞ ℞ 112 p̃ ℞ ℞ 48

In questo luogo volendo procedere regolatamente vi se gli conueniria l'atto contrario al quadrar di binomij, & residui, che saria il cauar la radice di vn binomio, ouer residuo, ouer di altra quantita di nomi, che habbiano radice quadra, che cauar si possa, & dopo questo vi se gli conueniria la regola di saper partire realmente qual si voglia quantita, generalmente per qual si voglia specie di binomio, ouer residuo. Et quantunque in questo luogo io potria mostrare la regola da essequire vn tal effetto per vn binomio, & per vn residuo quadro, cioe di saper partire realmente qual si voglia quantita per vn binomio, ouer per vn residuo quadro (per le euidentie date da Euclide nella sopra allegata 112. &

Essempio settimo
a partir per 5
questo ℞ rel. 2430 m̃ ℞ rel. 1215
ne vien ℞ rel. 10 m̃ ℞ rel. 5
la proua ℞ rel. 2430 m̃ ℞ rel. 1215

primo essempio della
seconda moda
a partir per ℞ 5
questo ℞ 720 piu ℞ 50
ne vien ℞ 144 piu ℞ 10
che tanto 12 p̃ ℞ 10
la proua ℞ 720 p̃ ℞ 50

Essempio secondo
℞ a partir per ℞ 5
questo ℞ 720 m̃ ℞ 10
ne vien ℞ 144 m̃ ℞ 10
che saria 12 m̃ ℞ 10

Essempio terzo
a partir per ℞ 10
questo 20 piu ℞ 90
ne venira ℞ 40 piu ℞ 9
che saria ℞ 40 piu 3
la proua 20 piu ℞ 90

124 del decimo) ma perche tal regola non serue nelle altre specie di binomij, & residui) come che sopra la vigesima terza, & nelle altre sequenti del terzo capo si mostrara) cioe che niun'altra specie di binomio (del binomio quadro in fuora) multiplicato fia il suo residuo non produce numero rationale, & a voler partire realmente vna quantita per vno di detti binomij, ouer residuo, egli e necessario prima di saper trouare vna quantita, che multiplicata fia quella tal specie di binomio, ouer residuo che faccia, ouer che produca quantita rationale, la qual cosa (per quanto ho visto, & letto) non solamente da niun auttore è stata conosciuta ne ritrouata tal regola generalmente in ogni specie di binomio, & residuo, ma anche il modo di sapere partire vna quantita per vn simplice binomio cubo, ouer per vn simplice residuo cubo, & conoscendo io di quanta importanza era a ignorare tal particolarita, cioe il non saper partire vna quantita realmente per vn binomio cubo, ouer per vn residuo cubo, mi missi a ricercare tal particolarita, & ricercandola non solamente quella ritrouai, ma trouai anchora da esseguire tal effetto in ogni altra specie di binomio, & residuo (& questo fu l'anno 1534. dapoi la inuentione del capitolo di cosa e cubo eguale a numero, & de gli altri suoi dependente) & perche questa mia inuentione non se la posso perfettamente dichiarare saluo, che dapoi il trattato delle proportioni. E per tanto per non far duoi trattati sopra di tal materia di partire per binomio, & residuo prorogaremo anchora il partire per binomio, & residuo quadro per fino a quel luogo per dichiararlo poi insieme con gli altri, e pero faremo fine a questo libro.

Essempio quarto
a partir per ℞ cu. 2
questo ℞ cu. 648 p̃ ℞ cu. 6
ne venira ℞ cu. 116 p̃ ℞ cu. 2
che saria 6 p̃ ℞ cu. 2
la proua ℞ cu. 648 p̃ ℞ cu. 6

Essempio quinto
a partir per ℞ ℞ 2
questo ℞ ℞ 30 men 2
ne venira ℞ ℞ 40 m̃ ℞ ℞ 1 7/8
la proua ℞ ℞ 30 men ℞ ℞ 16
che saria ℞ ℞ 30 men 2

Essempio sesto
a partir per ℞ rel. 2.
questo ℞ rel. 140 piu ℞ rel. 15 men 2
ne venira ℞ rel. 80 piu ℞ rel. 5 men ℞ rel. 1 7/8

Fanne proua, che la trouarai buona, & con tal ordine procederai nell'altre specie di multinomij.

Fine del quinto libro.

LIBRO SESTO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO TARTAGLIA,

nel quale con numeri naturalmente si verifica le prime undici conclusioni Geometricamente adutte, & dimostrate da Euclide nel suo secondo libro, & replicate Arithmeticamente dapoi la decima sesta del nono insieme con molte altre, non puoco alla pratica utile, & necessarie.

Considerando di quanta utilita, commodita, & necessita siano nella pratica di numeri, & misure le prime undici propositioni, over conclusioni adutte, & geometricamente dimostrate da Euclide nel suo secondo libro, & dal medesimo replicate anchora doppo la 16 propositione del nono libro per numeri, mi è parso da essemplificarle con numeri in questo luogo insieme con molte altre non puoco alla general pratica di numeri, & misure utile, & necessarie. Ma per far tai propositioni piu generali (con la pronontia) doue che Euclide dice una linea retta, noi diremo una quantita, & doue che Euclide dice due linee rette noi diremo due quantita, perche sotto di questo nome quantita, vi si gli intende si la discreta (cioe il numero) come la continua. Per intelligentia di quello che si ha da dire bisogna notare, che tutti questi vocaboli, over nomi, Rettangolo, Superficie, Dutto, Fatto, Produtto, Contenuto, & Multiplicatione, nella pratica di numeri, & misure s'intendono, & pigliano per una medesima cosa, anchor che fra questo dire multiplicatione, sia non puoco differente da questo dir Rettangolo, over Superficie, over Dutto, over Fatto, over Contenuto, come che sopra l'atto del Multiplicare fu detto. Ma per esser stato cosi usato l'uno per l'altro da gli altri pratici il medesimo faremo anchor noi.

La prima propositione del secondo di Euclide.

1 Se saranno due quantita, dellequali una sia divisa in quante parti si voglia quello, che vien fatto del dutto di l'una in l'altra sara eguale a quelli rettangoli, overo multiplicationi, che saranno produtti dal dutto della quantita non divisa in ciascuna parte della quantita particolarmente divisa. Essempi gratia siano 14. & 6. le due quantita delle quali sia diviso 14 (poniamo) in tre parti, & l'una sia 2. l'altra 5. & l'altra 7. hor multiplica quel 6 (non diviso) in ciascuna di quelle tre parti, dicendo 6 fia 2 fa 12. & 6 fia 5 fa 30. & 6 fia 7 fa 42. li quali tre produtti gionti insieme (cioe 12. 30. & 42) fanno 84. & tanto dico, che fara a multiplicare il detto 6 fia tutto il detto 14. che ben fa 84. Et per non stare in un solo essempio siano anchora 12. & 15. & sia anchora diviso 15 in 3 parti, & l'una sia 4 l'altra 5. & l'altra 6. poi multiplica 4 fia 12 fa 48. & 5 fia 12 fa 60. & 6 fia 12 fa 72. che gionti insieme 48. 60. 72. fanno 180. & tanto dico, che fara multiplicare 12 fia 15. che anche fa 180. come di sopra, se anche 15 sara diviso in 4 parti, & l'una sia 2 l'altra 3 l'altra 4. & l'altra 6. fara similmente 180 multiplicando le dette parte con il detto 12 (com'è di sopra) overo siano 16. & 18. Se 18 sara diviso in 2 parti, poniamo in 9. & 9. multiplica 16 fia 9. fara 144. & per l'altro 9. fara anche 144. che aggionti insieme fanno 288. & cosi fa a multiplicar 16 fia 18. overo in 8. & in 10. overo in 7. & in 11. overo in 12. & in 6. dico superficie di ciascuna di dette parti nell'altra parte (non divisa) aggionte insieme faranno similmente 288. & se'l detto 18 sara diviso in 3 parti, poniamo in 5.5.& 7. multiplica 5 fia 16 fa 80. & 6 fia 16 fa 96. & 7 fia 16 fa 112. che aggionti insieme fanno 288. com'è detto di sopra. & se'l sara diviso in 4 parte, come saria a dir 3.4.5. & 6. multiplica 3 fia 16 fa 48. & 4 fia 16 fa 64. & 5 fia 16 fa 80. & 6 fia 16 fa 96. che aggionti insieme fanno similmente 288. come di sopra. & se'l sara diviso in 5 parte, come saria 1.2.3.4.e 8. multiplica 1 fia 16. & 2 fia 16. & 3 fia 16. & 4 fia 16. & 8 fia 16 fanno in summa 288. come è detto di sopra. Et cosi a multiplicar 16 fia 18 faranno anchora 288. & cosi sta bene. Perdonami lettor se in questa prima son stato alquanto longo, ma sappi ch'io l'ho fatto per piu tua intelligentia, nondimeno nelli sequenti non ponero piu di 2 essempi, si che notala bene per tutti li sequenti, che la ti giouara.

2 Se una quantita sara divisa in quante parti si voglia, sempre il quadrato di detta quantita sara eguale alla summa di rettangoli, over alla summa delle superficie di detta quantita in ciascuna delle sue parti. Essempi gratia sia 14. la quantita qual dividi in 3 parti, poniamo in 3.5.& 6. hor se tu multiplichi 3 fia 14 fa 42. & 5 fia 14 fa 70. & 6 fia 14

Et 84. aggiongi poi insieme queste multiplicationi, cioe 42.70. & 84. faranno in summa 196. & cosi sara anchora il quadrato di 14. pero che 14 fia 14 fa 196. e pero sta bene. Et se detta quantita fosse divisa in 4 parte, poniamo in 2.3.4.5. Dico se tu multiplichi tutte le dette parte nel detto 14. che è il tutto, cioe 2 fia 14.& 3 fia 14.& 4 fia 14.& 5 fia 14. faranno poi aggionti insieme 196. come prima, & cosi vedi che la sta bene senza te ne dago piu essempii.

3 SE sara anchora divisa una quantita in due parti, come si voglia. Sempre sara tanto la superficie di detta quantita in una di dette parti (qual si voglia) quanto sara il quadrato di quella detta parte, postoui sopra la superficie di l'una parte in l'altra. Essempi gratia sia 14 la quantita divisa poniamo in 6. e 8. hor prendine una di queste qual ti piace, & sia 8. qual multiplicata in detta quantita fara 112 per la prima parte, poi quadra detta parte fara 64. & aggiongegli 48. che è il produtto di l'una in l'altra fara 112. come di sopra. Et se quella quantita fosse 16. divisa in 6. & in 10. Multiplica 10 fia 16. che è tutta la quantita fa 160. poi quadra il detto 10 fara 100. & aggiongegli 60. ch'è il produtto di l'una & l'altra, fara similmente 160. & questo è quello che vogliamo dire.

4 ANchora se sara divisa una quantita in due parti, come si voglia, dico che il quadrato di tutta la quantita sempre sara equale alli quadrati di dette due parti aggionte al doppio della superficie di l'una parte, & l'altra. Essempi gratia sia 14 diviso in 6 e 8. quadra ciascuna parte, cioe 6. e 8. haverai 36. & 64. poi piglia due fiate 6 fia 8. che è 48. per una fiata, & per l'altra 48 faranno 96. aggiongi poi insieme tutto, cioe 36.64. & 96 fara 196. & tanto fara il quadrato della detta quantita, che è 14. come è detto, overo sia 13 diviso in 6. & 7. quadra similmente ciascuna parte, che haverai 36. & 49. poi piglia due fiate 6 fia 7. che è 42. fara 84. & aggiongi insieme tutto fara 169. per il quadrato di tutto il 13. come ho proposito. Questa propositione è molto operata nella pratica di numeri, & misure.

5 SE sara anchora divisa una quantita in due parti equali, & in due parti non equali, sempre il quadrato di l'una parte equale sara tanto quanto, ch'è la superficie di l'una parte non equale in l'altra, aggiontovi il quadrato della differentia, ch'è da l'una parte equale a l'altra non equale. Essempi gratia sia 16 diviso per equali in 8. e 8. & per inequali in 6. & 10. Dico che'l quadrato di 8. cioe 64. si è tanto quanto 6 fia 10. aggiongendoli il quadrato della differentia, che è da 6 a 8. cioe 2. il quadrato di 2. che è 4. overo per la differentia che è da 8 a 10. che è per a ritrovarsi che l'uno, & l'altro fara 64. overo se sia diviso 18. per duoi equali, che è 9. & 9. & per inequali in 6. & 12. dico che il quadrato di 9. cioe 81. si è tanto quanto 6 fia 12. aggiontoli il quadrato di 3. cioe 9. che è la differentia da 6 a 9. overo da 9 a 12. trovaremo che l'uno & l'altro fara 81. & cosi sta bene.

6 SE una quantita sara divisa in due parti equali, & che a quella gli sia aggionto un'altra quantita, quello che vien fatto dal dutto di tutta la quantita cosi composta in quella, che gli è stata aggionta con quello, che vien fatto dal dutto della mita della prima quantita in se medesimo, sara equale al quadrato di quella quantita, che è composta della mita, & dello aggionto. Essempio sia 14 diviso in 7. & 7. & sia aggionto sopra al detto 14. 3. & fara 17. Dico che multiplicato quel 17 fia quel 3 (aggionto) fara 51. & a questo 51 giontovi 49 (cioe il quadrato della mita della prima quantita) fara 100. & questo dico che sara equale al quadrato della quantita composta di quel 7. & di quel 3 aggionto, cioe al quadrato di 10. che ben fa 100. come habbiamo detto.

Anchora sia diviso 16 in 8. e 8. e posto sopra 8. 4 fara 12. dico che il quadrato di questo 12. ch'è 144 sara equale a 64. che è il quadrato di una delle parti, giontovi la multiplicatione del detto 16 piu quel 4 aggionto, che è 20. fia il detto 4 aggionto, che è 80. cioe gionto 80 con 64. fara 144. come fa il quadrato di una delle parti insieme con il 4 aggionto, & cosi sta bene.

7 SE sara anchor divisa una quantita in due parti, come si voglia. Dico che il quadrato di una delle dette parti posto sopra al quadrato di detta quantita sempre sara tanto quanto che due volte la superficie di detta parte in tutta la quantita divisa, giontovi il quadrato dell'altra parte. Essempi gratia sia la quantita 14 divisa in 6. e 8. quadra 8 fa 64. poi quadra 14 fa 196. & aggiongeli insieme con 64 fara 260. qual salva, poi multiplica 8 fia 14 fa 112. doppialo fara 224. a questo aggiongi 36. per il quadrato dell'altra parte faranno in summa 260. come di sopra. Et cosi anchora havendo tu presa l'altra parte, cioe 6. quadralo fa 36. aggiongelo al quadrato di 14. che è 196. fara 232. poi multiplica 6 fia 14 fa 84. duplicalo fara 168. poi quadra l'altra parte che è 8. fara 64. aggionto insieme con 168. fara in summa 232. come di prima havesti per lo 6. & questo è quello, che noi cercavamo.

8 ET se una quantita sara divisa in due parti, come si voglia, sempre il quadrato della summa di detta quantita con una delle parti sara quanto, ch'è 4 volte la superficie di quella tal parte in tut-

ta detta

ta detta quantita diuisa aggiontoui il quadrato dell'altra parte. Essempi gratia sia 14 la quantita diuisa in 6. e 8. poi poni vna di queste parti, qual tu vuoi sopra esso 14. poniamo 6 fara 20. & quadrato fara 400. qual salua, poi multiplica 6. che aggiongesti fia 14 fa 84. & quadruplato fa 336. & a questo aggiongi 64. per l'altra parte, cioe per la quadratura di 8. trouarai che faranno 400. si come la summa, che saluasti. Et cosi ti riuscira se tu prendesti 8. che aggionto sopra 14. fara 22. quadrato fara 484. poi multiplica 8 fia 14 fa 112. & quadruplato fara 448. & aggiongeli 36. che e il quadrato di 6. faranno in summa 484. come fu di prima, ouero se'l numero fosse stato 18. diuiso in 6. & in 12. & che tu ponesti vna di quelle parti, qual si voglia sopra esso 18. poniamo 12. fara 30. & posto quadrato farebbe 900. da saluar da parte, poi multiplica 12. che aggiongesti fia 18. fara 216. & quadruplato fara 864. & a questo aggiongi la quadratura del 6. che e l'altra parte faranno in summa 900. come fece per la prima quadratura. Et cosi hauerai il vero se tu ti apponerai all'altra parte, cioe a 6. & non solamente in questi 14. & 18 hauerai il tuo intento, ma anchora in ogni altro numero.

9 Se vna quantita sara diuisa in due parti equali, & in due non equali, sempre la summa delli quadrati delle due parti inequali sera doppia alla summa delli duoi quadrati, cioe vno della parte equale, & quello della differentia, ch'e dalla parte equale, alla parte inequale. Essempi gratia sia 14. la quantita diuisa in parti equali, che e 7. e 7. & in parti inequali, che e 6. e 8. hora quadra 6 fa 36. e 8 fa 64. & aggiongeli insieme fa 100. qual salua, poi quadra vna delle parti equali, che e 7 fa 49. poi vedi che la differentia, che e da 6 a 7 si e 1. quadrato fa pur 1 da aggiongere con 49. fara 50. Adonque tu vedi bene, che la summa saluata si e doppia a questa vltima summa. Se anchor 16 fusse la quantita diuisa in parti equali, che e 8. & 8. & in parti inequali, che e 6. e 10 quadra prima 6 fa 36. e 10 fa 100. & aggiongeli insieme faranno 136. qual salua, poi quadra vna delle parti equali, che e 8. fara 64. poi quadra la differentia che e da 6 a 8. che e 2 fara 4. & aggiongelo con 64 fara a ponto 68. che e la mita di 136. che e la summa saluata.

10 Anchor se sara diuisa vna quantita in due parti equali, e sopra tutta la quantita si ponga vn'altra quantita qual si voglia. Dico che 'l quadrato di questa summa aggionto al quadrato di quella quantita aggionta sara doppio al quadrato di vna delle parti equali, & il quadrato del composito dell'altra parte equale, con detta quantita, che giongesti sopra tutta la detta quantita, che si diuide. Essempi gratia sia 14. diuiso in due parti equali, che e 7. e 7. & poi sopra il detto 14. poni vna quantita a tuo modo, poniamo 10 fara 24. quadrato fara 576. poi quadra 10. che aggiongesti fa 100. & aggiongeli insieme fara 676. qual salua, poi aggiongi il detto 10 sopra 7 fara 17. qual quadra fara 289. quadra anchora il detto 7 fara 49. & aggiongeli con 289. fara in summa 338. che e proprio la mita di 676.

Anchor sia diuiso 16 in due parti equali, ch'e 8. e 8. poi sopra il detto 16 poni vna quantita a tuo modo poniamo 9 fara 25. quadrato fara 625. poi quadra il 9. che aggiongesti fara 81. & aggiongeli con 625. fara in summa 706. qual salua, poi aggionge il detto 9 sopra 8. fara 17. qual quadra fara 289. quadra anchora il detto 8. fara 64. da aggiongere con 289. fara a ponto 353. che e proprio la mita di 706. come habbiamo detto.

11 Potiamo diuidere vna quantita in due tal parti, che il dutto di tutta la detta quantita in vna di quelle parti sia equale al quadrato dell'altra parte. Questa tal diuisione si chiama diuidere vna linea secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi (come che in altro luogo s'intendera) ma Euclide non la volse in questo luogo chiamare per tal nome per non hauer anchora diffinito, che cosa fusse proportione, il che diffinisse poi nel quinto. Alcun potria dir che l'auttore non doueua ponere tal diuisione in questo luogo, ma ponerla doppo il quinto libro. Rispondo che l'auttore era astretto a ponere tal diuisione in questo luogo, perche senza tal diuisione era impossibile di dar il modo di designare vn pentagono equilatero, & equiangolo in vn cerchio, il che ne da nel quarto. Hor tornando al nostro proposito, dico ch'egli e impossibile di poter trouare tal parti rationali, come dimostra nella vltima delle incidenti poste dopoi la decimasesta del nono libro, et anchora nella sesta del decimoterzo libro dimostra l'una, & l'altra di dette due parti necessariamente esser residuo (essendo pero la prima quantita rationale) & questo con essempij faremo manifesto. Per diuidere adonque poniamo 10 nelle dette due parti, cioe che il dutto della menore nel detto 10 sia equale al quadrato dell'altra parte, piglia la mita del detto 10. che fara 5. quadra questo 5 fara 25. quadra anchora quel 10 fara 100. aggiongi questi duoi quadrati insieme, & faranno 125. la radice di questo 125, men quel 5 fara la parte maggiore del detto 10 laqual parte maggior si proferira, & rappresentara in questo modo R 125 men 5. laquale, come tu vedi e vn residuo, hor per trouar l'altra menor parte, caua questo residuo

℞ 125 men 5 di tutta la quantita (cioe da 10) & se saperai far tal sottrare con diligentia trouarai, che ti restara 15 men ℞ 125. & tanto sara la parte menore del detto 10. laqual parte menore, come tu vedi è pur vn residuo, & se vorrai vedere, che tal diuisione sia fatta secondo il proposito multiplica la menor (cioe 15 men ℞ 125) per 10. & trouarai che fara 150 men ℞ 12500. hor quadra la maggiore, cioe ℞ 125 men 5. & trouarai che tal suo quadrato sara medesimamente 150 men ℞ 12500. e pero tal diuisione sara fatta secondo il proposito, io non ti ho mostrato particolarmente il modo di sottrare quel residuo di ℞ 125 mẽ 5. da quel 10. perche penso che tu lo debbi arricordare, che a sottrare quel men 5 da 10 (qual è piu) gli si aggiongono insieme, & fanno 15. dalqual 15 volendone poi sottrare quella ℞ 125 restara 15 men ℞ 125. & se di tal sottrare ne vorrai far proua summando quel 15 men ℞ 125 con quel ℞ 125 men 5. tu trouarai che fara precisamente 10. perche a summar quel piu ℞ 125 con quel men ℞ 125 fanno nulla, & a summar quel men 5 con quel piu 15 fara 10 a ponto, come è detto.

12 Se vna quantita sia diuisa in due parti inequali partendo la maggiore per la menore, dico che ne venira sempre meno, vno che non fara partendo tutta la quantita per la menore. Essempi gratia sia 14 diuiso in 6. e 8. parti 14 in 6 ne viene 2 $\frac{1}{3}$ poi parti 8. che è la maggiore per 6 ne viene 1 $\frac{1}{3}$, che è 1 meno, che non fu lo auenimento del 14. ouero se fia diuiso 16 in 6. e 10. parti prima 16. in 6 ne viene 2 $\frac{2}{3}$. poi parti 10. che è la maggiore per 6 ne viene 1 $\frac{2}{3}$, che è pur men vno, & se'l fosse diuiso 18 in 8. & in 10. & partirai 18 in 8. ne venira 2 $\frac{1}{4}$, & se partirai 10 in 8. non ne venira se non 1 $\frac{1}{4}$. che è pur men vno.

13 Anchora se saranno due quantita, che partita l'una per l'altra, & l'altra per l'una, sempre questi duoi auenimenti multiplicato l'uno contra l'altro faranno vno. Essempi gratia sia 6. e 8. parti 8 per 6 ne viene 1 $\frac{1}{3}$, & poi parti 6 per 8 ne vien $\frac{3}{4}$, io dico che a multiplicar 1 $\frac{1}{3}$ fia $\frac{3}{4}$, che sono gli auenimenti fara a ponto vno, & cosi se le due quantita fussero 6. e 10. parti 10 per 6 ne viene 1 $\frac{2}{3}$, & poi parti 6 per 10 ne viene $\frac{3}{5}$. Dico che a multiplicar 1 $\frac{2}{3}$ fia $\frac{3}{5}$, che sono gli auenimenti faranno pur vno, & cosi riesce in tutti.

14 Se vna quantita sara diuisa in due parti, che multiplicata vna in l'altra habbi a far vno terminato numero, dico quello tal numero non poter eccedere il quadrato della mita di quella quantita, ma menore, ouero equale al detto quadrato, quando ella si diuidesse per equali. Essempi gratia diuide 16 in due parti qual si voglia, o saranno equali, ouero inequali, se saranno equali faranno (multiplicati insieme) tanto quanto il quadrato della mita. Ma se saranno inequali di necessita l'una sara maggiore della mita, & l'altra menore. Dico che mai non potra fare 64. ma meno tanto quanto parera a colui che propone, & quanto sara maggiore la differentia da vna parte all'altra, tanto menore sara la detta multiplicatione. Essempi gratia diuide il detto 16 in 9. e 7. & multiplicati insieme faranno 63. che è 1 manco del quadrato della mita, & se'l fara diuiso in 6. & in 10. & multiplicati insieme non fara se non 60. & se'l fara diuiso in 11. e 5. & multiplicati insieme fara 55. & se'l fara diuiso in 12. e 4. & multiplicati insieme fara 48. & se in 13. e 3. fara 39 multiplicati insieme, & se in 14. e 2. fara 28. & in 15. e 1. non fara se non 15. & cosi riesci in ogni quantita, percioche quanto piu vna parte sia lontana dalla mita di detta quantita, tanto sa menore, & quanto piu si auicina, tanto sa maggiore, si che notala bene.

15 Se vna quantita sara diuisa in due parti, talmente che li loro quadrati debbono fare vno determinato numero, dico che sempre il detto numero terminato sara menore, che'l quadrato di detta quantita. Essempi gratia sia 14 diuiso in 6. e 8. Dico che li quadrati di 6. & di 8. cioe 36. e 64. aggionti insieme, che fa 100. sempre sara meno del quadrato del detto 14. che è tutta la quantita, & quanto maggior sara la differentia da vna parte a l'altra, tanto piu sara la summa delli loro quadrati, cioe che piu saranno li quadrati di 1. e 13. & di 2. e 12. & di 3. e 11. & di 4. e 10. & di 5. e 9. che di 6. e 8. & piu sono quelli di 1. e 13. che quelli di 2. e 12. & piu sono quelli di 2. e 12. che quelli di 3. e 11. & piu sono quelli di 3. e 11. che quelli di 4. e 10. & piu sono quelli di 4. e 10. che quelli di 5. e 9. &c.

16 Se vna quantita sara diuisa in due parti, che partita la maggiore per la menore, & per il contrario. Et che li duoi auenimenti aggionti insieme debbono fare vno determinato numero. Sempre se'l si fara di quello determinato numero due parti, & che multiplicata l'una nell'altra faccia 1. Dico che quelle duoi saranno gli auenimenti. Essempi gratia sia la quantita 14. & le due parti 2. & 12. che partita la maggiore nella menore ne vien 6. & partita la menor per la maggiore ne viene $\frac{1}{6}$, che aggionte fanno 6 $\frac{1}{6}$ per il numero terminato. Dico che chi fara di 6 $\frac{1}{6}$ due tal parti, che multiplicata l'una in l'altra faccia 1. Sappi che quelle tal due parti saranno gli auenimenti, & l'una parte sara $\frac{1}{6}$, & l'altra 6. che multiplicata l'una in l'altra, cioe $\frac{1}{6}$ fia 6 fara a ponto 1, si come si conclude di fare.

17 Se

17 SE vna quantita sara diuisa in due parti, & partita la maggiore per la menore. Dico se'l maggiore auenimento sia vn numero terminato, che il menore auenimento sempre sara vno, partito per il detto numero terminato. Essempi gratia sia di 14. l'una 2. & l'altra 12. tu vedi che partendo la maggiore per la menore ne vien 6. e pero dico che lo auenimento della menor partita ne la maggiore sara vno partito per 6. cioe per il maggiore auenimento, cioe se partirai $\frac{1}{6}$, che il menore auenimento per 6. che è il maggiore, che sempre ne venira vno, & cosi farai nelle altre simili.

18 SE vna quantita sara diuisa in due parti, & che partite siano l'una per l'altra, & aggionti insieme li suoi auenimenti, & la summa sia saluata, & poi se quadri ciascuna di dette parti, & li quadrati siano aggionti insieme, & questa summa partita nella summa saluata, ne debba venire vno terminato numero. Dico che chi fa della prima quantita due parti cosi fatte, che la superficie di vna in l'altra faccia detto numero, sempre hauerai le dette parti. Essempi gratia sia 10. la quantita da diuidere, & 16 il terminato numero, dico che di questo 10 ne faci due parti, che multiplicata l'una in l'altra facci il detto 16. dico che l'una delle parti sara 2. & l'altra 8. & tato sia ciascuna delle dimandate parti, con le dette conditioni. Hor stiamo alla proua prima di 10. fanne due parti, che l'una sia 2. & l'altra 8. poi parti dette parti l'una per l'altra, prima parti 8 per 2. ne vien 4. poi parti 2 per 8. ne vien $\frac{1}{4}$. & aggiongi insieme, questi duoi auenimenti faranno $4\frac{1}{4}$. che sara suo partitore, poi quadra ciascuna delle dette parti, cioe il 2. & lo 8. faranno 4. & 64. che aggionti insieme fanno 68. il qual numero dei partir per $4\frac{1}{4}$, ne venira a ponto 16. ch'è il numero terminato. Dico adonque che chi fa della prima quantita due parti cosi fatte, che la superficie di vna partita in l'altra faccia detto numero, sempre hauerai le dette parti, cioe partendo 64 per 4 hauerai 16. che partito per 2. hauerai 8. che è vna delle parti, & partito per 8 hauerai 2. che è l'altra parte.

19 ANchora se vna quantita sara diuisa in due parti, che multiplicata vna contra l'altra debba far vno terminato numero. Dico che chi prende la mita di detta quantita, & quella quadri, & del quadrato ne caui il detto numero terminato, & del rimanente pigliar la radice, & quella aggionta alla mita di detta quantita, & anche tratta dalla mita hauera l'una parte, & l'altra. Essempi gratia sia 10 la quantita, & 16 il numero terminato. Dico che se parti 10 per mita ne vien 5. quadralo fa 25. poi cauane 16 resta 9. & poi la radice di 9. che è 3. & caui di 5. restara 2. per l'una delle parti, poi aggiongasi quel 3 al 5 fara 8. per l'altra parte. Adonque la menore è 5 men R 9. & la maggior sara 5 piu R 9. prouala tu dici, che la menore è 5 men R 9. cioe 5 men 3. che è 2. & la maggior 5 piu R 9. cioe 5 e 3. che è 8. multiplica adonque 2 fia 8. fara a ponto 16. che è il numero terminato. Poniamo anchora che 16. sia la quantita, & 28 sia il numero terminato, parti per mita 16. ne vien 8. quadralo fa 64. delquale cauane 28 resta 36. & la radice di 36. che è 6. cauala di 8 restara 2. per l'una delle parti, poi aggiongi quello 6 al 8. fara 14 per l'altra parte. Adonque la menore è 8 men R 36. & la maggiore è 8 piu R 36. prouada tu dirai che la menore è 8 men R 36. che è 2. & la maggiore è 8 piu R 36. che è 14. Multiplica adonque 2 fia 14 fa 28. che è il numero terminato.

Questa si dimostra per la quinta del secondo Euclide.

20 SE vna quantita sara diuisa in due parti, che li loro quadrati aggionti insieme debbono far vno terminato numero. Dico chi multiplica vna parte in l'altra, & il produtto radoppiare, & ponerlo sopra il detto numero, sempre sara tanto quanto il quadrato di detta quantita. Essempi gratia sia 14. che li quadrati delle parti debbono far 116. l'una sara 4. & l'altra 10. & a multiplicar l'una parte in l'altra fara 40. radoppialo fara 80. posto con la summa di quadrati, cioe con 116 fara 196. per il quadrato di tutta la quantita, cioe per il quadrato di 14. che è 196.

Questa si dimostra per la quarta del secondo di Euclide
posta di sopra nella quarta di queste.

21 SE vna quantita sara diuisa in due parti, che li loro quadrati debbono fare vn numero terminato. Dico che chi multiplica vna parte in l'altra, & quel produtto radoppia, & la summa caui del terminato numero. Sappi che il rimanente sempre sara il quadrato della differentia, che è fra l'una parte, & l'altra. Essempi gratia sia 14 diuiso in 4. & 10. che li loro quadrati faccino 116. dico che si multiplichi 4 fia 10 fa 40. & questo radoppia fara 80. qual cauarai di 116 restaranti 36. per il quadrato della differentia, che è da 4 a 10. Quero sia det

to 14 diuiso in 2. & in 12. che li loro quadrati faccino 148. dico che si multiplichi 2 fia 12 fa 24. & radoppiarlo fara 48. & questo 48 cauar di 148. te ne restara 100. per il quadrato della differentia, che è da 2 a 12. &c.

22 SE vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, sempre l'auenimento della maggior partita nella menore multiplicato fia la maggiore fara tanto quanto lo auenimento del quadrato della maggior partito nella menore. Essempi gratia sia 14 diuiso in 2. & 12. parti 12 per 2 ne vien 6. qual multiplicarai fia 12. fara 72. da saluar, poi quadra la maggiore, che è 12 fara 144 da partir per la menore, che è 2 fara a ponto 72. si come fu la superficie saluata. Et se detta quantita fosse stata 12. diuisa in 2. & 10. hauesti partito 10 per 2. & il prodotto ch'è 5. hauerolli multiplicato fia 10 faria 50. da saluare, poi multiplicar la maggiore in se faria 100. e partirla nella menor, ch'è 2. faria a pōto 50. si come fu la superficie saluata, com'è detto.

23 SE vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia chi partira la detta quantita per ciascuna di dette parti, sempre li detti duoi auenimenti faranno tanto aggionti, quāto multiplicati vno in l'altro, & questo si verifica in tutte. Essempi gratia sia 12 diuiso in 2. e 10. poi parti 12 per 2. ne vien 6. & partilo anchora per 10. ne vien 1 1/5, che aggionti insieme fanno 7 1/5. Dico che similmente faranno tanto multiplicati 6 fia 1 1/5, che a ponto fanno 7 1/5. & cosi fara se 14 sia diuiso in 2. e 12. parti 14 per 2 ne vien 7. partilo anchora per 12 ne vien 1 1/6, che in summa fanno 8 1/6, & cosi fara se tu multiplichi 7 fia 1 1/6, trouarai che faranno a ponto 8 1/6, come è detto di sopra.

24 SE vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, & per li parti detta quātita per ciascuna di dette parti, sempre la summa di questi 2 auenimenti sara 2. piu che la summa gli auenimenti di vna parte partita nell'altra, & l'altra nell'una. Essempi gratia sia diuiso 12 in 2. e 10. come è detto di sopra, che partito 12 in ciascuna, & aggionti insieme gli auenimēti fanno 7 1/5, poi parti 10 in 2. ne vien 5. & 2 in 10. ne vien 1/5, che sono 5 1/5, cioe 2 meno di 7 1/5, ouero se 14 fosse diuiso in 2. & in 12. com'è detto di sopra, che partito 14 in ciascuna, & aggionti insieme gli auenimenti fanno 8 1/6, poi parti 12 in 2. ne vien 6. & 2 in 12 ne vien 1/6, che aggionti insieme fanno 6 1/6, cioe 2 manco di 8 1/6, cioe 2 manco che la summa delli duoi auenimenti partita la quantita in ciascuna delle due parti, & cosi auiene di ciascun'altra quantita.

25 SE vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, che li loro quadrati habbino a far vn numero terminato. Dico che se del quadrato di detta quantita si cauera il numero terminato, & del resto pigliarne la mita, & quella cauare del quadrato della mita di detta quantita, & la radice del rimanente aggionta, & cauata alla mita di detta quantita, haueremo l'una, & l'altra parte. Essempi gratia sia 14. la quantita diuisa in 2. & 12. che li loro quadrati debbano fare 148. che è il numero terminato. Dico se tu caui 148. del quadrato di 14. che è 196. te ne restara 48. del quale pigliane la mita, che è 24. & cauala del quadrato della mita di 14. che è 49. te ne restara 25. & la radice di 25. che è 5. giōta sopra a 7 fara 12. per vna parte, & per l'altra caua 5 di 7. resta 2. si che l'una fia 7 piu R 25 l'altra 7 men R 25.

26 SE vna quantita sara diuisa in due parti, che multiplicata la menore nella maggiore faccia 4. tanto che partita la maggiore nella menore, sempre la menore sia R 4. & cosi quando dicesse 5. tanto la menore sara R 5. & quando dicesse 7. tanti la menore sara R 7. Essempi gratia sia 10 diuiso in tal modo, dico che la menore sia R 4. che è 2. & la maggiore il resto sin 10. che è 8. & per 5 tanto la menore sara R 5. l'altra sara 10 men R 5. & per 6 tanto la menore sara R 6. l'altra sara 10 men R 6. & cosi risponde in ciascun'altra quantita.

27 QVando vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, che li loro quadrati debbono fare vn numero determinato, & la superficie di vna in l'altra per il simile debba fare vn numero terminato. Dico che chi radoppia la superficie, & aggionga sopra il numero terminato delli quadrati, hauera il quadrato della quantita diuisa. Essempi gratia che mi dicesse trouami vna quantita che fatone due parti cosi fatte, che li loro quadrati aggionti faccino 104. ouero 148. & la superficie della prima quantita l'una in l'altra faccia 20. & della seconda faccia 24. Dico per la prima, che duplichi 20 fara 40. & a questo aggiongi 104. fara 144. per il quadrato di 12. per l'una, & le parti faranno l'una 2. & l'altra 10. & per la seconda duplica 24 fa 48. & a questo aggiongi 148 fara 196. per il quadrato di 14. le parti faranno l'una 2. & l'altra 12. & cosi seguira in tutte.

28 SE faranno duoi numeri, come si voglia, che li loro quadrati debbono fare vn terminato numero, & che multiplicato vno in l'altro debbono fare per vn'altro terminato numero. Dico che chi parte per mita la summa di quadrati, che vuol che faccino, et multiplichi la detta mita in se, & poi quadri la superficie che vuol che faccino in l'altro, et quel quadrato caui del quadrato fatto

della

della mita della summa di quadrati, & la radice del rimanente aggiongi alla mita di detti quadrati, & la radice di questa summa sempre sia il numero maggiore delli duoi adimandati. L'altro sara la radice del rimanente della mita di detti quadrati, quando ne sia cavato prima la radice del rimanente di detti quadrati. Essempi gratia sieno 2 numeri poniamo 2. e 10. che li loro quadrati facino 104. & la superficie di uno in l'altro fa 20. E pero chi ti dicesse trovami 2 numeri, che li loro quadrati aggionti insieme facino 104. & la superficie di uno in l'altro sia 20. allhora per trovarli prosa innanzi altra positione, parterai per mita 104. che è la summa delli quadrati ne vien 52. & questo quadra fara 2704. poi di questo cava il quadrato della superficie, cioe il quadrato di 20. che è 400. restara 2304. & la radice di 2304. che è 48 se vuol cavare del dimezzamento delli quadrati, & la R del rimanente sara uno di questi numeri, cioe il menor, & il maggior sia preso la radice di 2304. & posta sopra detto dimezzamento, & della summa presa la radice, cioe sia R 52 men R 2304. il menore, & il maggiore sia R 52 piu R 2304. & haverai l'uno, & l'altro questo numero, cioe sia il maggiore presa la R 2304. qual è 48. & posta sopra 52 fa 100. & di questa summa presa la radice, che è 10. sia il detto numero maggiore, & il menore preso 48. & cavato di 52 resta 4. & di questo presa la radice, che è 2 sia detto menore numero, qual sia 2.

29 ET se saranno duoi numeri, come si voglia, che la superficie di uno in l'altro debba fare uno terminato numero, & anche la differentia di loro quadrati debba fare un terminato numero. Dico che per trovare detti numeri si dimezzi la differentia di detti quadrati, & multiplicarla in se, & questo si aggionga il quadrato della loro superficie, & la radice di questa summa si ponga sopra la mita della differentia, & di questa summa piglia la radice, & cosi haverai il maggior numero. Et il menore sara la radice della summa del quadrato della detta superficie, & della mita della differentia trattone la mita della detta differentia, et del resto preso la R. Essempi gratia chi ti dicesse trova duoi numeri che multiplicato uno in l'altro faccia 20. & dal quadrato di uno al quadrato dell'altro sia di differentia 96. allhora farai come dice la conclusione, parti per mita la differentia, che è 48. & questo quadra fa 2304. poi quadra 20. che è la superficie fa 400. & aggiongilo con 2304. faranno 2704. & la radice di questo, che è 52. si vuol ponere sopra la mita della differentia, cioe sopra 48. fara 100 a ponto, & la radice di questa summa, che è 10. sara il maggior numero, poi per il menore si vuol cavar detta mita della differentia della radice di 2704. che è 52. restara 4. & di questo presa la radice, ch'è 2. sia il menor numero quesito. Et se vuoi rispondere per duoi nomi, come si costuma nelle quantita irrationali. Quando le quantita fossero sorde dirai, che'l maggior numero sara R 48 piu R 2704. cioe presa la radice di 2704. che è 52. & posta sopra 48 fara 100. & di questo preso la radice, che è 10. haverai il maggior numero, & il menor sara R V. R 2704 men 48. cioe della radice di 2704. che è 52. trattone 48. resta 4. & di questo 4 presone la radice, ch'è 2. & questo sara il menor numero.

30 SE si vorra trovare duoi numeri, che l'uno sia piu dell'altro una quantita, & che multiplicato l'uno contra l'altro debba fare un terminato numero, cioe 1. overo 12. a ponto, dico che chi parti per mezzo detta quantita, & multiplichi la mita in se, & sopra questo quadrato sempre ponga 1. over 12. cioe quello che vuoi, che faccia multiplicato l'uno in l'altro, & della summa prenda la radice, & pongala sopra la mita di detta quantita havera il maggior numero. Et il menore havera cavando detta mita di detta radice. Essempi gratia come saria chi dicesse trovami duoi numeri, che l'uno sia $8\frac{8}{9}$ piu dell'altro, & multiplicato l'uno in l'altro faccia uno. Dico che parti per mita $8\frac{8}{9}$ ne venira $4\frac{4}{9}$, multiplicalo in se fa $19\frac{61}{81}$, sopra questo dico, che sempre ponga uno, cioe la superficie, che vuoi che faccia multiplicato l'uno in l'altro fara $20\frac{61}{81}$. & la radice di questo, che è $4\frac{5}{9}$, aggiongi con $4\frac{4}{9}$, che fu il dimezzamento fara a ponto 9. & tanto fara il maggior numero, & il menor fara $4\frac{5}{9}$ men $4\frac{4}{9}$, cioe $\frac{1}{9}$, & cosi se havesse detto, che fosse $4\frac{4}{5}$ l'uno piu dell'altro, parti per mita $4\frac{4}{5}$ ne viene $2\frac{2}{5}$, quadralo fa $\frac{144}{25}$ aggiongegli uno, che è la superficie fara $\frac{169}{25}$ la cui radice è $\frac{13}{5}$, aggiongela al dimezzamento fara 5. per il maggior numero, & il menor sia $\frac{13}{5}$, men $2\frac{2}{5}$, cioe $\frac{1}{5}$, & questa forma si cava dalla cosa, come per te potrai provare, & per il contrario se volessi, che facesse 12 multiplicato uno in l'altro. Allhora dove ponesti uno sopra il quadrato della mita, & tu vi poneresti 12. e seguirai similmente la operatione, & veniranno bene.

31 SE sia divisa una quantita in due parti, che li loro quadrati debbono far un terminato numero. Dico chi tra il quadrato della differentia del detto numero terminato, & il rimanente sempre sia il doppio di quello chi è fatto di una parte in l'altra. Essempi gratia sia diviso 14. in 2. e 12. che li loro quadrati fanno 148. & la differentia da 2. a 12. si è 10. il cui quadrato è 100. che cavato di 148. resta 48. per il duplo dell'una parte in l'altra, cioe

di 2 fa 12. che fa 24. & 2 fia 24 fa 48. &c.

32 Anchora se sia diuisa vna quantita in due parti, che li quadrati aggionti debbano far vn terminato numero. Dico che chi caua il quadrato della differentia del detto numero terminato, & del resto prenda la mita, sempre hauera la superficie di vna parte in l'altra, che seguita per quello ch'io dissi nella precedente. Essempi gratia sia 14 diuiso in 2. & 12. li quadrati di quali sono 148. & la differentia da 12 a 2. è 10. il quadrato delquale è 100. che cauato di 148. resta 48. la mita delquale è 24 per la superficie di vna parte in l'altra, si come diciamo la sta bene.

33 Et se vna quantita sara diuisa in due parti, che li loro quadrati debbano fare vno terminato numero piu, che la superficie di l'una parte in l'altra. Dico che sempre si prenda la mita di detta quantita, & quadrarla, & quello che fa cauarlo del detto numero terminato, il resto sempre partir per 3. & di quello che ne viene pigliar la sua radice. Et cosi fatto dico, che vna parte sia la mita di detta quantita men quella tal radice, & l'altra la mita di detta quantita piu quella tal radice. Essempi gratia che ti dicesse trouami 2 numeri, che aggionti insieme faccino 12. & li loro quadrati aggionti insieme faccino 48 piu che la loro superficie. Dico che parti per mita 12 ne vien 6. quadrala fa 36. et poi cauala di 48 restara 12. qual partirai in 3 ne vien 4. & la radice di 4 si è 2. che cauata, & aggionta alla mita di 12. hauremo le due parti, cioe li detti numeri quesiti, & l'uno sara 6 piu 2. ch'è 8. l'altro 6 men 2 cioe 4. & cosi sta bene, perche li loro quadrati fanno 80. & la loro superficie fa 32. si che vedi che 80 è piu 48 di 32. come hauemo proposto.

34 Se vna quantita sara diuisa in due parti, che'l quadrato di l'una debba fare vno terminato numero piu che'l quadrato dell'altra. Dico che chi quadra tutta detta quantita, e di quel quadrato caui il terminato numero, & il resto parti per il doppio di detta quantita, l'auenimento sempre sara la menor parte. Essempi gratia che ti dicesse fammi di 14 due parti, che il quadrato di l'una sia 84 piu del quadrato dell'altra. Fa come è detto quadra 14 fa 196. cauane 84 resta 112. & questo parti nel doppio di 14. cioe per 28. ne vien 4. & questa sia la menor parte, l'altra sara il resto, cioe 10. ma se hauessi fatto del detto 14. due tal parti, che'l quadrato di l'una fosse 140 piu dell'altra, haresti similmente cauato 140 di 196. et saria restato 56 da diuider in 28. che è il doppio di 14. ne venirebbe 2 per la menor parte, & il resto che è 12 sarebbe l'altra parte.

35 Se vna quantita sara diuisa in due parti, che li loro quadrati aggionti con la superficie di vna parte in l'altra debbano far vno terminato numero, dico che chi caua il terminato numero del quadrato di detta quantita, che sempre il rimanente sia equale alla superficie di vna parte in l'altra. Essempi gratia chi ti dicesse fammi di 12 due parti, che li loro quadrati aggionti al prodotto di vna parte in l'altra faccia 124. Dico che per trouarli tu farai cosi, tu quadri 12 fara 144. & di questo cauane 124 resta 20. per la superficie di vna in l'altra, & poi dirai fammi di 12 due parti, che multiplicata vna in l'altra faccia 20. tu trouerai che l'una sara 2. & l'altra 10. & cosi puoi fare in ogni altro numero.

36 Anchora se vna quantita sara diuisa in due parti, che partite insieme, cioe l'una per l'altra, & l'altra per l'una, & per la summa di detti duoi auenimenti si habbia a partire alcuna quantita, che ne debba venire vno terminato numero. Dico che parti quella tal quantita, che si vuol partire per detta summa, & che la si parti per quel numero, che vuol che ne venga, l'auenimento sempre sara equale alla summa delli duoi partimenti fatti, com'è detto. Essempi gratia sia 12 la quantita diuisa in 2. & 10. che partita l'una in l'altra, & per il contrario, & summati li detti auenimenti fanno $5\frac{1}{5}$. & che per questa summa se hauesse a partire 26 ne veniria 5 per il numero terminato, e pero dico che partisse 26 per questo 5. che vuole, che ne venga ne veniria $5\frac{1}{5}$. per la summa delli duoi primi auenimenti, & mai falla, & volendoli poi separatamente ritrouare, dirai fammi di $5\frac{1}{5}$ due parti, che multiplicata vna in l'altra faccia vno, dirai che l'una di quelle parti sara 5. & l'altra sara $\frac{1}{5}$, che multiplicata l'una in l'altra fara vno a ponto.

37 Et cosi se vna quantita sara diuisa in due parti, che partite l'una per l'altra, & l'altra per l'una, & poi si habbia a partire alcuna quantita per detti auenimenti, & che li loro auenimenti secondi debbono fare vno terminato numero. Dico che chi parte questo terminato numero per detta quantita, che intendi partire per detti auenimenti ne venira sempre la summa delli detti primi auenimenti. Essempi gratia ponimo che habbi a partir 12 in due parti, che partite l'una per l'altra, & l'altra per l'una, & poi per li detti duoi auenimenti si habbia a partire 30. che la summa delli duoi auenimenti aggionti insieme debba far 156. dico che l'una sara 2. l'altra 10. anchor ti dico, che se tu parti 156 per quel 30 ne venira la summa delli duoi auenimenti

nimenti

nimenti fatti vno per l'altro, & l'altro per l'uno, cioe $5\frac{1}{5}$, perche partendo 10 in 2. ne vien 5. & anchora partendo 2 in 10. ne vien $\frac{1}{5}$, che fanno $5\frac{1}{5}$, pruoua la parti 30 in 5 ne vien 6. poi parti per $\frac{1}{5}$ ne vien 150. che aggionti insieme fanno 156. come di sopra, & partito 156 per 30 ne vien $5\frac{1}{5}$, che sono la summa delli 2 auenimenti.

38 SE vna quantita sia diuisa in due parti, come si voglia sempre partita l'una per l'altra, & l'altra per l'una, & gli auenimenti aggionti, & poi multiplicata vna delle dette parti in l'altra, & questo che fa multiplicato poi nel congionto di detti duoi auenimenti, questo vltimo produtto sempre sara eguale alla summa delli quadrati di dette due parti. Essempi gratia sia 12. la quantita diuisa in 4. e 8. che partito 4 in 8 ne vien $\frac{1}{2}$, e 8 in 4 ne vien 2. che aggionti insieme fanno $2\frac{1}{2}$, poi multiplica 4 fia 8 fa 32. & questo multiplica nel congionto de gli auenimenti, cioe per $2\frac{1}{2}$ fara 80. & tanto dico che faranno li duoi quadrati delle dette due parti aggionte insieme, cioe 16. e 64. che anche fanno 80.

39 SE vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, sempre chi parte detta quantita per vna di dette parti ne venira piu vno, che partita vna di dette parti per l'altra. Essempi gratia sia 14 diuiso in 4. & in 10. poi parti 14 in 4. ne vien $3\frac{1}{2}$, qual dico esser piu 1. che partito 10 per 4. che ne vien $2\frac{1}{2}$, & anchora se tu parti 14 per 10 ne vien $1\frac{2}{5}$, qual parimente dico esser piu 1. che partito 4 per 10. che non ne vien se nome $\frac{2}{5}$, & questo è il contrario della duodecima conclusione hauuta di sopra, & cosi riesce in tutte le quantita.

40 SE saranno prese due quantita, come si voglia, che l'una sia piu 1. che l'altra, chi partira la maggiore per la menore, ne venira tal quantita, che multiplicata fia la maggiore faranno tanto aggionte insieme, quanto che multiplicate vna fia l'altra. Essempi gratia sia l'una 6. & l'altra 5. ouero l'una 7. & l'altra 6. tal che per vnita si habbino a eccedere. Hor sia per al presente 5. la menore, che parte 6. parti adonque 6 per 5. ne vien $1\frac{1}{5}$, dico che a multiplicare questo auenimento fia 6. fara tanto quanto aggionto con 6. onde 6 fia $1\frac{1}{5}$ fa $7\frac{1}{5}$, & tanto anchora fa 6. con $1\frac{1}{5}$, che similmente fa $7\frac{1}{5}$, & cosi se la menore fosse 6. & la maggiore 7. parti 7 in 6 ne vien $1\frac{1}{6}$ da multiplicar fia 7. fara $8\frac{1}{6}$, & cosi fara aggiongendo $1\frac{1}{6}$ sopra 7. che similmente fara $8\frac{1}{6}$, si che hauendo da trouare duoi numeri, che tanto faccino aggionti quanto che multiplicati ponerai duoi numeri a tuo piacere, che l'uno auanzi l'altro per sola vnitade. Il maggiore di quali sara l'uno delli quesiti, & il menore sara lo auenimento del maggiore partito nel menore, com'è detto di sopra, & questa dipende dalla 27 conclusione posta di sopra.

41 SE vna quantita sara diuisa in due parti, come si voglia, sempre il quadrato della mita di detta quantita aggionto con il quadrato della differentia, che é dalle parti alla mita della quantita sara la mita della summa di quadrati di dette due parti. Et cosi radoppiando la detta summa sara sempre equale alla summa delli quadrati di dette due parti. Essempi gratia sia 14 diuiso in 4. & in 10. che li loro quadrati fanno 116. & poi se parti per mita 14. ne vien 7. qual quadra fa 49. poi piglia la differentia, che é da 4 a 7. ouero da 7 a 10. che è 3. & quadralo fara 9. & questo 9 aggiongilo con 49. fara 58. per la mita di 116. che é la mita delli quadrati, duplicheta fara 116. come loro.

42 ANchora se vna quantita sara diuisa in due parti, che multiplicata vna nell'altra, & a questo aggiontogli la differentia, che é da l'una all'altra parte debbano fare vno terminato numero. Dico che chi caua del terminato numero la detta quantita, et il resto serbi, da poi della detta quantita sempre per regola generale caui 2. & del resto prendi la mita, & quadrala, & di questo quadrato caua il resto serbato, la menore parte sempre sia la detta mita meno la radice di questo vltimo resto, & la maggiore sia la detta quantita aggionta con la detta radice, & della summa cauatone il detto partimento. Essempi gratia che ti dicesse, fammi di 16 due parti, che la superficie aggionta con la loro differentia, cioe la superficie di vna in l'altra con la differentia aggionta faccia 64. dico che l'una fia 6 l'altra 10. che vna in l'altra fa 60. aggiontogli la differentia, ch'è 4 fa 64. & per trouarlo fa com'è detto, caua 16 di 64. resta 48. qual salua, poi di 16 cauane 2 per regola resta 14. partendolo per mita ne vien 7. quadralo fa 49. & di questo 49 cauane 48. che saluasti resta 1. & fa ℞ 1. cauata della mita di 14. che è 7 resta 6. cioe 7 men ℞ 1. & tanto fia la menore, & la maggiore fia 16 piu ℞ 1 men 7. cioe 17 men 7. che è 10. & cosi seguira in tutte il medesimo effetto.

43 SE vna quantita sia diuisa in due parti, che la prima sia tal parte di vno terminato numero, si come il detto terminato numero sia alla mita. Dico che chi pigliara la mita di detta quantita, & quella quadri, & di questo quadrato caui il quadrato di detto terminato numero, & la radice del resto cauata del dimezzamento di detta quantita sara la menore, & la maggiore sara di detto dimezzamento piu la detta radice. Essempi gratia fammi di 50 due parti, che la prima sia tal

parte di 20. qual è 20. della seconda. Dico che la prima sara 10 l'altra 40. che vedi si come 10 è la mita di 20. & cosi 20 è la mita di 40. & per trovarle fa com'è detto sminuzza 50. ne vien 25. quadralo fa 625. di questo cava il quadrato di 20. che è 400. resta 225 & la radice di questo (che è 15) cavata di 25. che fu il dimezzamento restara la menor parte, cioe 10. et l'altra fia il dimezzamento piu detta radice, cioe 40.

44 Anchora se sara divisa vna quantita in tre parti, come si voglia, che multiplicata la prima in la seconda, & poi quello, che fa nella terza debbia fare vno terminato numero, dico che chi partira il detto terminato numero per vna di dette parti, sempre ne venira la superficie dell'altre due vna in l'altra. Essempi gratia sia 18 la quantita divisa, & l'una parte sia 3 l'altra 6. & l'altra 9. & li detti prodotti debbano fare 162. perche 3 fia 6 fa 18. & 18 fia 9 fa 162. Dico se tu parti 162. che è il numero terminato per 3. ch'è vna delle dette parti ne vien 54. per la superficie delle altre 2. & se tu lo parti per 6 ne vien 27. per la superficie pure delle altre due, & se tu lo parti per 9 ne vien 18. pur per la superficie delle altre due, & cosi riuscira in tutte le altre.

45 Si vna quantita sara divisa in tre parti, & che il quadrato della terza debba esser quanto che la superficie della prima nella seconda, allhora dico chi prende la mita del congionto delle due prime parti, & quella mita quadri, et di quel tal quadrato cavi il quadrato della terza parte. Dico che la prima parte fia il dimezzamento della detta summa, meno la radice del detto rimanente, & la seconda fia detto il dimezzamento piu detta radice. Essempi gratia che ti dicesse fammi di 28 tre parti, che la superficie della prima nella seconda faccia il quadrato della terza. Et per trovarle poni che la prima sia 4. la seconda 16. & la terza 8. perche la superficie di 4 in 16 fa 64. si come il quadrato di 8. summa 4 e 16 fa 20. smezzalo ne vien 10. & quadralo fa 100. cavane 64 per il quadrato della terza, resta 36. & la radice di 36 tratta di 10 fia la prima parte, la seconda fia la R 36. gionta a 10. cosi seguira in ogni altra quantita.

46 Anchora se vna quantita sara divisa in tre parti, & che il quadrato della prima sia eguale alla summa delli quadrati delle altre due. Dico che chi toglie la mita del quadrato della prima, & di quello si tragga il quadrato della mita delle altre due, & del resto prese la radice, & postala sopra il dimezzamento sempre haverai la seconda parte, & la terza fia il detto dimezzamento men la detta radice. Essempi gratia poni che la quantita sia 24. & la prima parte sia 10. la seconda 8. & la terza 6. che preso il quadrato della prima, che è 100. fa tanto quanto che li quadrati delle altre due insieme gionti, & poi si prenda la mita di 100. che è il quadrato della prima ne viene 50. & di questo si tragga il quadrato della mita delle altre due, la cui mita è 7. & il suo quadrato è 49. che tratto di 50. resta 1. & la sua radice è pur 1. & questo si aggionga con la mita della seconda, e terza parte, che è 7. fara 8. per la seconda parte, & la terza sia 7 meno 1. cioe 6. & cosi &c.

47 Et se vna quantita sara divisa in tre parti, ch'è la superficie della prima in la seconda, aggionto poi li quadrati di tutte due le parti faccia quanto il quadrato della terza, dico che del quadrato di dette due parti insieme gionti si tragga il quadrato della terza, & il resto poi si tragga del quadrato della mita di tutte due le parti meno la detta radice, et la seconda fia la detta mita piu detta radice. Essempi gratia sia 30. cosi diviso in 6. per la prima parte in 10. per la seconda, & in 14. per la terza, che gionto 36. & 100. che sono li quadrati delle prime con la loro superficie, che è 60. fanno 196. che sono tanto quanto il quadrato della terza, dico che tu pigli il quadrato delle due parti prime insieme gionte, che sono 16. & il loro quadrato il è 256. & di questo cava il quadrato della terza, che è 196. resta 60. e questo si vuol cavare del quadrato della mita della prima, & della seconda, la prima e la seconda sono 16. la mita si è 8. il quadrato del quale è 64. cavane 60. resta 4. & la radice di questo che è 2. se cavi della mita di dette due parti, cioe di 8. resta 6 men R 4. che è 2. resta 6. per la prima parte, & la seconda fia detta mita, che è 8 piu la detta radice, cioe 8 piu R 4. che è 2. che vuol dir 10. & la terza fia 14. come è detto.

48 Se fia divisa vna quantita in 4. tal parti, che li quadrati delle due prime siano dupli alli quadrati delle altre due. Dico che sempre la menore è la differentia di dette due parti, che sono medie fra la prima, & la quarta, & mai falla. Essempi gratia sia 42. la quantita cosi divisa, & le due prime parti siano 16. & 12. & le due seconde siano 14. e 2. hor piglia li quadrati delle prime, che sono 256. & 144. che aggionte insieme fanno 400. poi li quadrati delle seconde sono 196. e 4. che aggionte insieme fanno 200. si che tu vedi bene, che li primi sono dupli alli secondi, hor dico quando questo fia, che la menor parte sara la differentia, che è fra 12. e 14. che sono le due parti medie fra 16. e 2. cioe fra la prima, & la quarta, come vedi.

49 Se una quantita sara divisa in due parti, come si voglia, chi multiplicara una in l'altra, & poi questo quadrupli, & questo cavi del quadrato di detta quantita, & il rimanente sempre sia il quadrato della differentia, che è da l'una parte all'altra. Essempi gratia sia 12. la quantita divisa in due parti 2. e 10. multiplica l'una in l'altra fa 20. poi quadruplalo fa 80. poi quadra 12 fa 144. del quale cavane 80 resta 64. per il quadrato della differentia, che è tra 2. e 10. laqual differentia è 8. come per avanti habbiamo detto.

50 Se una quantita sara divisa in due parti, che multiplicata la radice dell'una sia la radice dell'altra debba fare uno terminato numero. Dico che chi cava il quadrato del detto numero, del quadrato della mita di detta quantita, & la radice del rimanente traga della mita di detta quantita, hara la parte menore, l'altra sia detta mita piu la radice del detto rimanente. Essempi gratia sia 25. la quantita divisa in due parti 9. e 16. che è la radice di l'una in la radice dell'altra fa 12. per il numero terminato. Dico che si tolga la mita di 25. che è $12\frac{1}{2}$, & questo si quadri fa $156\frac{1}{4}$, & di questo quadrato si traga il quadrato di 12. che è il numero terminato, che è 144. resta $12\frac{1}{4}$, la cui radice tratta di $12\frac{1}{2}$ haremo la prima parte menore, cioe $12\frac{1}{2}$ men radice $12\frac{1}{4}$, che è 9. l'altra sia $12\frac{1}{2}$ piu ℞ $12\frac{1}{4}$, cioe 16. & cosi haueremo lo intento.

51 Et se una quantita sara divisa in due parti, che tratta la radice di l'una, della radice dell'altra debba rimanere uno terminato numero. Dico che chi multiplica detto numero terminato sia la congiontione di dette due ℞, sempre hara la differentia, che è da una parte all'altra. Essempi gratia poniamo che tu voglia dividere 40 in due tal parti, che cavata la radice di l'una della radice dell'altra resti 4. Dico adonque che l'una parte sia 4. l'altra 36. & dico che chi multiplica 4. che è il numero cavato da una radice all'altra, sia 8. che è la summa delle due radici fara 32 per la differentia, ch'è da l'una parte all'altra, & cosi si reggera se le parti non fossero diliente, & sempre concluderai lo effetto.

52 Anchora se una quantita sara divisa in due parti, che cavata la radice dell'una della radice dell'altra habbi a restare uno terminato numero. Dico che chi cava il quadrato di detto numero terminato della detta quantita, & del resto prenda la mita, & quella quadri, & questo quadrato si vuol cavare del quadrato della mita di detta quantita, & la radice del rimanente gionta, & cavata della mita di detta quantita saranno le parti di detta quantita adimandate. Essempi gratia fammi di 20 due parti, che tratto la radice dell'una della radice dell'altra, resti 2. Dico che quadri 2 fa 4. cavalo di 20 resta 16. prendine la mita, che è 8. & quadralo fa 64. poi piglia la mita di 20. che è 10. & quadralo fa 100 poi di questo cava 64. resta 36. & la radice di 36. aggionta, & tratta alla mita di 10. saranno le parti, cioe che l'una sara 10 men ℞ 36. che è 4. l'altra sara 10. piu ℞ 36. che è 16. & cosi ne gli altri seguira.

53 Se una quantita sia divisa in due parti, che cavata la radice di l'una della radice dell'altra resti uno terminato numero. Dico che chi cava il quadrato della mita di detto numero della mita di detta quantita, & del resto pigli la radice, & quella multiplichi per il detto numero terminato, & questo che fa cava della mita di detta quantita, & haverai la menor parte, l'altra sia la mita di detta quantita piu quello tal produtto. Essempi gratia chi dicesse fammi di 40 due parti, che tratta la radice di l'una della radice dell'altra resti 4. Dico che per trovar le dette parti si prendi la mita di 4. che è il numero terminato ne vien 2. multiplicalo in se fa pur 4. & questo cava della mita di 40. che è 20. resta 16. del qual pigliane la radice, che è 4. laqual dei multiplicar sia detto numero terminato, che è 4. fara 16. Fatto questo cava questo produtto della mita di 40. che è 20. restara 4. & tanto sara la menor parte, l'altra sara 20 piu 16. cioe 36.

54 Se una quantita sara divisa in due parti, che presa la radice di l'una, & la radice dell'altra gionte insieme faccino uno terminato numero. Dico che chi quadra il terminato numero, & di quel quadrato cavi la detta quantita, & il rimanente anchora quadra, & questo quadrato parti per 4. & lo avenimento cava del quadrato della mita di detta quantita. Et la radice del rimanente ultimo aggionta, & tratta della mita di detta quantita saranno le parti, cioe la menore sia la mita di detta quantita men la detta radice, la maggior sia la mita di detta quantita piu detta radice. Essempi gratia fammi di 20 due parti, che le loro ℞ gionte faccino 6 dico che per trovarli quadra 6 fa 36. trane 20. resta 16. quadralo fa 256. & partilo in 4. ne vien 64. poi quadra la mita di 20. che è 10. fara 100. & di questo trane 64. resta 36. & la radice di questo tratta di 10. fara la menor parte, cioe 10 men ℞ 36. ch'è 4. & l'altra sara 10 piu ℞ 36. cioe 16. & cosi verra in tutte.

55 Se una quantita sia divisa in tre parti, come si voglia. Dico che a multiplicar la prima nella terza, & quello che fa aggiongere alla multiplicatione della seconda nell'altre due, poi questa summa radoppiata sempre sara tanto quanto, che a multiplicar ciascuna parte in l'altre due, &

aggiongere quelle multiplicationi insieme. Essempi gratia sia 12 diviso in 3. e 4. e 5. multiplica la prima in la terza, fa 15. poi multiplica la seconda in la prima fa 12. & la seconda in la terza fa 20. poi aggiongi insieme 15. e 12. e 20 fanno 47. duplicali fanno 94. quali salva, poi multiplica la prima in 4. et in 5. fanno 27. la seconda che è 4 in 3. & in 5. fanno 32. & la terza che è 5 in 3. & in 4. fanno 35. fatto che hai cosi summa insieme 27. 32. e 35. fanno a ponto 94. ch'è tanto quanto fu il duplato servato.

56 Anchora se una quantita sia divisa in quante parti si voglia. Dico che la multiplicatione di ciascuna in tutte le altre gionte con li quadrati di dette parti questa summa sempre sara il quadrato di detta quantita, cosi divisa. Essempi gratia sia 12 diviso in 3 parti per il presente, cioe in 3. 4. 5. le multiplicationi di ciascuna nell'altre due gionte insieme fanno 94. come havesti di sopra, cioe 3 fia 4 fia 5. fanno poi 4 fia 3 fia 5 fanno 32. poi 5 fia 3. e fia 4 fanno 35. che aggionti insieme fanno 94. poi li quadrati di 3. di 4. e di 5. aggionti insieme fanno 50. da gionger con 94. fanno in summa 144 per il quadrato del detto 12.

57 Se una quantita sia divisa in due parti, che partita l'una per l'altra, & l'altra per l'una, li duoi avenimenti aggionti insieme, & partito la summa di quadrati in dette due parti per la summa di detti avenimenti ne debba venire uno determinato numero, & dapoi si divida un'altra quantita qual si sia per ciascuna di dette parti, & gli avenimenti gionti insieme. Dico che tal parte, over parti sara la prima quantita, che fu divisa, della summa di detti duoi ultimi avenimenti, qual sara lo avenimento, che venira partendo la summa delli quadrati per la summa delli detti duoi primi avenimenti, all'altra quantita, che partisti per le dette parti fatte. Essempi gratia fammi di 12 due parti, che partita l'una per l'altra, & l'altra per l'una gli avenimenti gionti insieme, e per quello partita la summa delli quadrati delle dette due parti ne venga 20. & dapoi partito 24 per ciascuna delle dette parti, & gli avenimenti gionti insieme faccino $14\frac{2}{5}$, dico che tal parte, over parti sara 12 di $14\frac{2}{5}$, qual sara 20 di 24. che l'uno, & l'altro è li $\frac{5}{6}$, & l'una parte di 12 è 2. l'altra è 10. che partite l'una per l'altra, & l'altra per l'una gli avenimenti fanno $5\frac{1}{5}$, & la summa delli quadrati fanno 104. che partita per $5\frac{1}{5}$ ne vien 20. & dapoi partito 24 per 2. & per 10. gli avenimenti gionti fanno $14\frac{2}{5}$, che è il proposito.

58 Se una quantita sara divisa in due parti, & dapoi se habbia 2 numeri, che debbino esser partiti in dette due parti, cioe uno per una, & che li duoi avenimenti debbino fare uno terminato numero multiplicati l'uno contra l'altro. Dico che chi parte li duoi numeri trovati nella detta quantita, & gli avenimenti multiplicar l'uno con l'altro, & la summa servata, & partito poi il produtto delli duoi primi avenimenti nella summa servata, cioe il terminato numero, ne debba venire uno terminato numero. Dico che chi fa della detta quantita due tal parti, che partita la detta quantita per ciascuna, & li duoi avenimenti gionti insieme faccia il terminato numero, che ne die venire. Sempre havera le prime due parti della detta quantita divisa. Essempi gratia fammi di 12 due parti, che partito 6. e 20 per le dette parti, cioe una parte, parta uno di detti numeri, & multiplicati li duoi avenimenti uno nell'altro faccia 6. & partiti poi 6. e 20 per 12. & li duoi avenimenti multiplicati uno nell'altro, e partito 6 in questo produtto ne venga $7\frac{1}{5}$, dico che l'una sia 2. e l'altra 10. & per trovarle basta a dire. Fammi di 12 due parti, che partito detto 12 per ciascuna gli avenimenti gionti insieme faccino $7\frac{1}{5}$, & sara satisfatto il tema, e pero dico che partito 6. e 20 per 2. e 10. sempre gli avenimenti uno fia l'altro fara 6. & partendo come tu vuoi le parti 6 per 2. ne vien 3. e 20 per 10 ne vien 2. che multiplicato fia 3 fara 6. overo vuoi partir 6 per 10. ne vien $\frac{3}{5}$, e 20 per 2 ne vien 10. che multiplicato l'uno contra l'altro fanno anchora 6. cioe voltando come si voglia rende il medesimo, poi dico che tu parti 6. e 20 per 12. ne vien $\frac{1}{2}$, e $\frac{5}{3}$, che multiplicati uno in l'altro fanno $\frac{5}{6}$, e per questo partito 6. cioe questo produtto ne vien $7\frac{1}{5}$, che è il quesito, e tanto anchora ti venira se tu parti 12 per ciascuna di dette parti, cioe per 2. e per 10. trovarai che ne venira 6. e $1\frac{1}{5}$, che aggionti insieme fanno similmente $7\frac{1}{5}$, come l'altro, e si sta bene senza troppo travagli di positioni, per liquali schivare fanno le conclusioni.

59 Et se una quantita sia divisa in due parti, come si voglia sempre la multiplicatione di una parte in l'altra sara la radice del quadrato di l'una nel quadrato dell'altra. Essempi gratia sia 25 la quantita in 12. e 13. divisa, dico che 12 fia 13. cioe 156. sia la radice del quadrato di 12. che è 144. multiplicato nel quadrato di 13. che è 169. che fanno 144. fia 169. che sono 24336. si che 156 si è la sua radice.

60 Se saranno due quantita, che l'una si parta per l'altra, & lo avenimento si serva, et poi se multiplichi l'una nell'altra, e quello che fa multiplichi per lo avenimento servato. Questo ultimo produtto sempre sara equale al quadrato di quella quantita, che fu partita nell'altra. Essempi gratia

gratia sono 14. e 7. & due quantita parti 14 in 7, ne vien 2. qual salva, poi multiplica 14 fia 7. fa 98. qual multiplica per il 2. che fu salvato fara 196. e tanto anchora fara il quadrato della quantita divisa, cioe di 14. qual similmente è 196. Potresti anchora dire una quantita divisa in due parti, come si voglia. Con le medesime conditioni fara lo effetto, come di sopra, & cosi farai nelle simili.

61 SE una quantita sia divisa in due parti, come si voglia, chi parte la detta quantita per ciascuna di dette parti, & questi avenimenti gionga insieme sempre faranno 2 piu, che partita una parte nell'altra, & l'altra per l'una, & li duoi avenimenti gionti insieme. Essempi gratia sia 14. diviso in 8. e 6. parti 14. in 6. ne vien $2\frac{1}{3}$. partilo in 8. ne vien $1\frac{3}{4}$. che aggionti insieme fanno $4\frac{1}{12}$. poi parti 8 in 6. ne vien $1\frac{1}{3}$. e 6 in 8. ne vien $\frac{3}{4}$. che aggionti insieme fanno $2\frac{1}{12}$. qual dico esser men 2. che la summa salvata, & questo è quello, che vogliamo inferire.

62 ANchora se una quantita si multiplica per due altre quantita il congionto di quelle multiplicationi partito per la superficie delle due altre quantita lo avenimento sia la summa delli duoi avenimenti della prima quantita partita nelle altre due separate. Essempi gratia dividasi 16 per 4. e per 8. ne venira 4. e 2. che in summa sono 6. quali salva, poi multiplica 16 in 4. & in 8. fanno 64. e 128. che aggionti insieme fanno 192. qual dei partire per 4 fia 8. cioe per 32. ne venira 6 per la summa salvata, & sta salda.

Fine del sesto libro.

LIBRO SETTIMO DELLA SECON-
DA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO
Tartaglia, nelqual si tratta delle Proportioni, & Proportionalita, & delli quattro atti della pratica di quelle, con molte nuoue regole dal presente Autor ritrouate sopra tal materia.

ANCHOR che Euclide nella terza diffinitione del quinto habbia diffinito, che cosa sia Proportione, & Proportionalita, con tutti gli altri conuenienti termini, nondimeno per satisfare a quelli, che non hanno forsi visto, ouer studiato il detto Euclide, registraremo, & dichiariremo tai diffinitioni in questo luogo, ma sotto breuita cominciando prima a diffinire, che cosa sia Parte, & dapoi seguitaremo di mano in mano, solamente in quelle cose, che alla pratica conosceremo essere vtile, ouero necessarie.

Che cosa sia Parte. *Cap. I.*

1 PARTE s'intende essere la quantita menor delli quantita maggiore quando che la detta menore numera, ouer misura la maggiore. La specie delle parti sono due vna è detta parte (largo modo parlando senza altra conditione) & questa è quella, che suppone Euclide nella vltima cōmuna sententia esser solamente menore del suo tutto, ouer che ogni tutto è maggiore della sua parte senza altra conditione, cioe misurādo, o non misurando il suo tutto, & questa tal parte il Campano la chiama parte aggregatiua, pche tolta vn certo numero di volte insieme cō qualche altra quātita da lei diuersa costituisse il suo tutto, l'altra specie di parte (piu propriamente parlando) è questa che si diffinisse in questo luogo (per bocca di Euclide) cioe quella che misura il suo tutto. Essempi gratia 6 diremo esser parte propria di 12. perche il detto 6 misura il detto 12 precisamente due volte, & tal parte in pratica si diria la mita, & si rappresentaria in questo modo $\frac{1}{2}$, come nella rappresentatione di rotti fu anchor detto, similmente per questa diffinitione diremo 4 esser parte di 12. perche il detto 4. numera, ouer misura precisamente il detto 12 tre volte, & tal parte saria detta il terzo di 12. & tal terzo si rappresentaria in questa forma $\frac{1}{3}$ (come nella rappresentatione di rotti fu anchor detto) & cosi per le ragioni dette 3 saria il quarto di 12. & si rappresentaria in questo modo $\frac{1}{4}$, & cosi discorrendo, & tal specie di parte per differentiarla con parole dall'altra communa è detta parte multiplicatiua, perche tolta vn certo numero di volte fa il suo tutto, alcuni altri gli dicono parte aliquota, per le medesime ragioni, cioe perche tolta vn certo numero di volte resta il suo tutto.

Che cosa sia Multiplice.

2 MVltiplice si dice esser la quantita maggiore della menore, quando che la detta menore misura la maggiore. Essempi gratia il 12 s'intende esser multiplice di 6. perche il detto 6 misura precisamēte due volte il detto 12. & tal multiplice si chiamaria doppio al detto 6. & per le medesime ragioni il detto 12. s'intenderia multiplice del 4. & direbbesi esser treppio, & cosi il detto 12 di 3. si diria quadruplo, & cosi discorrendo in tutti gli altri simili.

Che cosa sia Proportione.

3 LA proportione è la conuenientia di due quantita di vno medesimo genere, dell'una al l'altra. Due quantita di vn medesimo genere s'intende, che ambedue siano, o due linee, o due superficie, o duoi corpi, o duoi tempi, o duoi suoni, o duoi numeri, perche non si potria dire, che vna linea fusse maggiore, ne menore, ne eguale a vna superficie, ne a vn corpo, ne a vn tempo, ne a vn suono, perche solamente quelle cose, che sono di vn medesimo genere sono comparabile.

La conuenientia mo di dette due quantita è questa, che l'una di quelle necessariamente è maggiore, ouer menore, ouero egual a l'altra, & questo è il proprio della quantita.

Della Proportione di egualita.

4 LA conuenientia delle quantita eguali, come saria a dire da 1 a 1. ouer da 2 a 2. ouer da 3 a 3. ouer da 4 a 4. & cosi discorrendo, & non solamente nelli numeri, ma nelle linee, superficie,

corpi,

corpi, moti, luoghi, tempi, moti, pesi, & nelle potentie, & altre è detta proportione di equalità, & questa tal proportione di equalità, come afferma Boetio Seuerino, Giorgio Valla, & altri è indiuisibile, & è come principio della proportione della inequalità.

Delli generi delle proportioni della inequalità.

5 La conuenientia delle quantità inequale è detta proportione d'inequalità, li generi di questa proportione d'inequalità sono duoi, l'uno è detto maggior inequalità, & l'altro menor inequalità, la maggior inequalità è quando, che si fa la comparatione del maggior termine al menore, come saria da 2 a 1, ouero da 3 a 2. ouero da 4 a 3. & così discorrendo. La menor inequalità è quando, che la comparatione si fa dal menor termine al maggiore, come saria a dire comparando 1 a 2, ouer 2 a 3, ouer 3 a 4. & così discorrendo, e però si vede, che a questi duoi generi di proportioni, si oppone la equalità, laqual equalità vien quasi a esser mezzo, & commun termine fra questi duoi generi di proportioni, perche le proportioni della maggior inequalità discrescendo si vengono ad appropinquare alla equalità, et per il contrario crescendo si vanno allontanando da quella, ma nelle proportioni della menore inequalità si vede seguir al contrario, perche crescendo essi si vengono ad approssimare alla detta equalità, & discrescendo essi si vengono discostando, ouero allontanando da quella, come di sotto si farà manifesto.

Delle specie della maggior, et della menor inequalità.

6 Le specie sì della menore, come della maggiore inequalità sono due, l'una è detta rationale, & l'altra è detta irrationale, la rationale è quella, che è sì come da numero a numero, come saria (nella maggior inequalità) da 2 a 1, ouer da 3 a 2, ouer da 4 a 3, & infinite altre simili, & nella menor inequalità, come da 1 a 2, ouer da 2 a 3, ouer da 3 a 4. & infinite altre simile. La irrationale (nella maggior inequalità) è come saria dalla radice di 10 alla radice di 7. ouer dalla radice di 12. alla radice di 5. ouero come saria da 6 alla radice di 5. ouer dalla radice di 15 a 2. & infinite altre simili. Et nella menor inequalità, come saria dalla radice di 7 alla radice di 10. ouer dalla radice di 5. alla radice di 12. ouer come saria dalla radice di 5 a 6. ouer da 2 alla radice di 15. & infinite altre simili, & non solamente fra le radici quadre, ma in tutte le specie di radice fra loro incommensurabile.

Delle specie della maggiore, et della menore inequalità rationale.

7 Le specie delle proportioni della maggior inequalità rationale sono cinque, cioè tre simplici, & due composite, la prima delle tre simplici è detta multiplice, la seconda superparticolare, la terza superpartiente, delle due composite l'una è detta multiplice superparticolare, et l'altra multiplice superpartiente. In queste medesime cinque specie si diuide anchora la menor inequalità, ma per distinguerle dalle altre cinque li nostri antichi gli aggiongono questa propositione sub (che vuol dir sotto) dicendo sub multiplice, sub superparticolare, sub superpartiente, sub multiplice superparticolare, sub multiplice superpartiente, & così ogni proportione rationale, egli è necessario, che la sia in vna di queste cinque, & cinque specie, egli è ben vero, che ciascuna delle dette cinque, & cinque specie, si diuide in infinite indiuidue, ouero particolar proportioni, perche la prima specie detta multiplice si diuide in infinite proportioni multiplice, la prima, & minima delle quali è detta proportion doppia, & questa è quando, che il primo termine (detto antecedente) contiene due volte il secondo detto consequente, cioè come è da 2 a 1. la seconda è detta treppia, & questa è quando, che il primo termine contiene tre volte il secondo, cioè come da 3 a 1. la terza quadrupla, cioè come da 4 a 1. la quarta quincupla, cioè come da 5 a 1. & così in sessupla, settupla, ottupla, nonupla, decupla, & così procedendo in infinito, similmente la seconda specie (chiamata superparticolare) si diuide in infinite proportioni superparticolari, la prima, & minima delle quali, da nostri antichi è detta sesquialtera, & questa è quando che il primo termine (detto antecedente) contiene il secondo (chiamato consequente) vna volta, e mezza, cioè come da 3 a 2. la seconda poi è detta sesquiterza, & questa quando che l'antecedente contiene il suo consequente vna volta e $\frac{1}{3}$, cioè come saria da 4 a 3. & così la terza è chiamata sesquiquarta, cioè come da 5 a 4. & la quarta è detta sesquiquinta, cioè come da 6 a 5. & dapoi seguita la sesquisesta, la sesquisettima, la sesquiottaua, & così discorrendo in infinito. La terza specie detta superpartiente si diuide pur in infinite proportioni superpartienti, la prima, & minima, delle quali da nostri antichi è chiamata superbipartiens tertias, & questa è quando che'l suo antecedente contiene il suo consequente vna volta, & $\frac{2}{3}$, cioè come saria da 5 a 3. la seconda è detta supertripartiens quartas, & questa è quando che l'antecedente contiene il suo

Equalità

1. a 1.
2. a 2.
3. a 3.
4. a 4.
5. a 5.
6. a 6.
7. a 7.

Et così procedendo in infinito.

Maggior inequalità

2. a 1.
3. a 2.
4. a 3.
5. a 4.
6. a 5.
7. a 6.

Et così procedendo in infinito.

Menor inequalità

1. a 2.
2. a 3.
3. a 4.
4. a 5.
5. a 6.
6. a 7.

Et così procedendo.

Proportioni irrationali

℞ 10. a ℞ 7.
℞ 12. a ℞ 5.
6. a ℞ 5.
℞ 15. a ℞ 2.

℞ 7. a ℞ 10.
℞ 5. a ℞ 12.
℞ 2. a 6.

consequente vna volta, & $\frac{3}{4}$, cioe come da 7 a 4. la terza è chiamata super quadripartiens quintas, questa è quando, che l'antecedente contiene il suo consequente, vna volta, & $\frac{4}{5}$, cioe come saria da 9 a 5. & cosi discorrendo in infinito. La quarta specie chiamata multiplice superparticolare si diuide pur in infinite proportioni multiplice superparticolari. La prima & minima, delle quali da nostri antichi è detta doppia sesquialtera, & questa è quando che l'antecedente contiene il suo consequente due volte, e $\frac{1}{2}$, cioe come saria a dire da 5 a 2. la seconda è chiamata treppia sesquialtera, & questo è quando, che l'antecedente contiene il suo consequente tre volte, e $\frac{1}{2}$, & cosi quando, che l'antecedente contenesse il suo consequente quattro volte, e $\frac{1}{3}$, si chiamaria da gli antichi quadrupla sesquiterza, & cosi si puo andar procedendo in infinito variando la multiplicita, & la parte. La quinta & vltima specie (detta multiplice superpatiente) si diuide in infinite proportioni multiplice superpartienti la prima, & minima delle quali da nostri antichi è detta doppia superbipartiens tertias, & questa è quando, che l'antecedente cōtiene il suo consequente due volte, & $\frac{2}{3}$, cioe come saria da 8 a 3. la seconda è detta treppia supertripartiens quartas, & questa è quando, che l'antecedente contiene, il suo consequente tre volte, e $\frac{3}{4}$, cioe come saria da 15 a 4. Et cosi quando che lo antecedente contenesse il suo consequente cinque volte, & $\frac{3}{7}$ si diria quincupla supertripartiens septimas, che volgarmente si diria quintupla, & $\frac{3}{7}$, & cosi si poria procedere in infinito.

Come si diuide ciascuna delle cinque specie della menor inequalita rationale.

IN quelle medesime infinite indiuidue, ouer particolar proportioni si diuide ciascuna delle cinque specie della menor inequalita, che è stato detto, & fatto di sopra di ciascuna di quelle della maggior inequalita, cioe che non vi è altra differentia, saluo che in quelle della maggior inequalita si fa la comparatione del maggior termine al menore, come per li suoi essempij di sopra posti appare, & in questa menor inequalita si fa la detta comparatione dal menor termine al maggiore giongendoui nel proferir le dette proportioni la sopra notata propositione sub (che vuol dir sotto) cioe alla prima, & massime delle sub multiplice, la qual da gli antichi è detta sub dupla, & questa è quādo, che il primo termine (detto antecedente) contiene il secondo termine (detto consequente) $\frac{1}{2}$ volta, cioe come saria a dire da 1 a 2. & la seconda è detta sub treppla, & questa è quando che partendo l'antecedente per il consequente di tal partimento ne vien $\frac{1}{3}$, cioe come saria comparando 1 a 3 & cosi quando, che partendo l'antecedente per il consequente, che di tal partire ne vien $\frac{1}{4}$, tal proportione da nostri antichi è detta sub quadrupla, et cosi quando, che di tal partire ne vien $\frac{1}{5}$ è detta sub quincupla, & per $\frac{1}{6}$ sub sestupla, & cosi discorrendo in infinito.

La seconda specie detta da nostri antichi sub superparticolare si diuide pur in infinite specie, la prima è detta da nostri antichi subsesquialtera, & questa è quando, che partendo l'antecedente per il suo consequente di tal partimento ne vien $\frac{2}{3}$, cioe tal comparatione è come saria da 2 a 3. La seconda poi è detta subsesquiterza, & questa è quando, che partendo l'antecedente per il suo consequente di tal partir ne vien $\frac{3}{4}$, cioe tal comparatione saria, come da 3 a 4. & cosi la terza, qual è detta subsesquiquarta, & questa è quando, che partendo l'antecedente per il suo consequente di tal partimento ne vien $\frac{4}{5}$, cioe tal comparatione saria, come da 4 a 5. et cosi si debbe intendere della subsesquiquinta, ouer sesta, ouer settima, & cosi discorrendo in infinito.

La terza specie detta da nostri antichi subsuperpartiente si diuide pur in infinite indiuidue, ouer particolari proportioni, la prima è detta subsuperbipartiens tertias, & questa per abreuiar parole è come saria 3 a 5. & cosi la subsupertripartiens quartas, cioe come da 4 a 7. & cosi procedēdo in infinito.

La quarta specie detta da nostri antichi submultiplice superparticolare. La prima è detta subduplasesquialtera, & si descriue al contrario della duplasesquialtera, si come si è visto anchora delle altre, cioe come se la comparatione si facesse da 2 a 5. & cosi la subtripla sesquialtera, si scriue tal comparatione al contrario della tripla sesquialtera, cioe se la comparatione si facesse in questa forma 2 a 7. & cosi discorrendo in tutte le altre.

Medesimamente la quinta, & vltima specie detta da nostri antichi submultiplice superpartiente è pur diuisibile in infinite particolari proportioni, le comparationi delle quali si fanno al contrario de gli essempij posti sopra la multiplice superpartiente, cioe alla subdupla superbipartiens tertias si fa la comparatione in questo modo, come da 3 a 8. & alla subquincupla supertripartiens quartas si fa la comparatione si, come da 4 a 23. & cosi discorrendo in tutte le altre.

Come si debbe pronontiar tutte le dette specie di proportioni nella nostra volgar lingua Italiana.

NOn certo che molti si marauigliaranno per hauer io pronontiate le sopra narrate specie di proportioni, parte latinamente, come costumano li nostri antichi mathematici, & parte volgarmente, & parte miste di volgar & latino. Il che ho fatto perche il medesimo (per carestia di consonanti vocaboli volgari) si costuma fra volgari. Ma che ben considerara la 12 & anchora la 16 diffinitione del 7 del nostro Euclide volgare si cauara il modo generale di saper prononciare, & denominar ogni specie di proportione rationale in ogni sorte di lingua, perche lui dice nella 12 diffinitione, che la proportione del numero menor a vn numero maggiore, si dice in quello che lui è parte, ouero parti del detto maggiore, & quasi quel medesimo replica nella 16 diffinitione, e pero se vorremo prononciare, ouero denominare la proportione, ch'è da 1 a 2 diremo quella esser la mita, perche partendo 1 per 2 ne vien $\frac{1}{2}$, & tal auenimento si dice denominatore di tal proportione, & se vorremo sapere, ouero prononciar, che proportione sia da 1 a 4 diremo quella esser $\frac{1}{4}$, & cosi quella da 3 a 4 diremo quella esser $\frac{3}{4}$, & cosi volendo sapere, ouero prononciar la proportione, che è poniamo da 9 a 15 diremo quella esser $\frac{9}{15}$, ma è più elegante a proferirla schissando il rotto, cioe per $\frac{3}{5}$, & cosi seguirai in tutte le proportioni della menor inequalita, nellaquale sempre si fa comparatione del menor termine al maggiore, & aricordati, che tal rotto si chiama denominator di tal proportione. Poi per le comparationi, che si fanno dal termine maggiore al menore, il detto Euclide nella medesima 17 diffinitione del 7. seguitando dice. Ma la proportione dal maggiore al menore, si dice in quello (cioe in quel numero) secondo, il quale il maggiore contiene il menore, e parte, ouer parti di quello, e pero volendo noi saper, ouer prononciar la proportione, ch'è da 2 a 1, partiremo il detto 2 per quel 1. & perche vedemo che il detto 2 contiene due volte quel 1. diremo tal proportione esser doppia, ouero che diremo il detto 1. intrar due volte nel detto 2. si che lo auenimento di tal partire è detto denominator di tal proportione per esser quello in che si debbe proferire tal proportione, come di sopra è stato detto, & quasi il medesimo replica nella 16 il detto Euclide. Et cosi la proportione di 12 a 4. perche il 4 intra tre volte nel detto 12. diremo il detto 12 esser treppio, ouer tre volte tanto del detto 4. & cosi volendo sapere la proportione, ch'è da 30 a 12, partiremo 30 (antecedente) per 12 (consequente) & trouaremo, che ne venira $2\frac{1}{2}$, & cosi diremo 30 esser due volte tanto, e mezzo del detto 12. & questo $2\frac{1}{2}$ è detto denominator di tal proportione, & questa tal proportione è quella, che di sopra fu detta doppia sesquialtera, laqual dupla sesquialtera è proprio quando che'l primo termine contiene il menor due volte, e mezza. Et cosi volendo noi sapere la proportione, che è da 30 a 9. partiremo 30 antecedente per 9 suo consequente, & trouaremo, che ne venira $3\frac{1}{3}$, & cosi diremo 30 esser tre volte tanto, e $\frac{1}{3}$ di 9, ouer che diremo il 9 intrar $3\frac{1}{3}$ nel detto 30. & quel $3\frac{1}{3}$ si chiama denominatore di tal proportione, & con tal modi di dire si vien a proferire la loro proportione con il loro auenimento, e pero tal auenimento è detto denominator di tal proportione, cioe che ogni specie di proportione rationale, si della maggiore, come della menore inequalita, si proferisse, & denomina in quella specie di numero, che ne vien a partire l'antecedente per il consequente, & tal auenimento è detto denominatore di tal proportione, & per antecedente s'intende quel numero, che si compara, & per consequente s'intende quello, al qual vien fatta la comparatione.

Come si rappresenta ogni particolar specie di proportione in scritto.

20 LE particolar specie di proportioni si costumano da rappresentarle in tre diuersi modi, il primo è secondo il modo de gli Arabi, che procedeno dalla banda destra alla sinistra secondo il modo de gli hebrei, cioe pongano l'antecedente dalla bāda destra, & il consequente verso la sinistra, cioe volendo rappresentare poniamo vna proportione doppia segnaranno li dui termini in questa forma 1 a 2. cioe al contrario del nostro scriuere. Et questo modo è stato vsato in molti luoghi da Frate Luca. Il secondo modo è al contrario di questo de gli Arabi, perche pongano lo antecedente verso la banda sinistra, & il consequente verso la destra secondo l'ordine del nostro scriuere, cioe volendo rappresentare la detta doppia la notaranno in questo modo 2 a 1. & questo è quello che più costumano per esser secondo l'ordine del nostro scriuere, & cosi volendo rappresentare vna subduppla noi la rappresentaremo in questa forma di 1. a 2. laqual subdupla pigliandola secōdo il modo de gli Arabi saria vna duppla. Il terzo, & vltimo modo (qual è molto vsitato da musici, & da altri che di tal sorte, che pongano lo antecedente sopra vna virgola in forma di rotto, & il consequente di sotto di detta virgola, cioe volendo rappresentare la detta doppia la notaranno in questa forma $\frac{2}{1}$, & volendo rappresentare vna subdupla la rappresentaranno al contrario, cioe la segnaranno in questo modo $\frac{1}{2}$, & questo modo par che segui quello, che si proferisse con la voce latinamente, perche a questa $\frac{2}{1}$ diranno vna duppla,

perche quello ch'è sopra la virgola è doppio a quello, che gli è sotto, & anchora nella pratica diremo tal $\frac{2}{1}$ significar 2 integri, & così a questa $\frac{3}{1}$ diranno vna tripla, & a questa $\frac{4}{1}$ vna quadrupla, & a questa $\frac{5}{1}$ vna quincupla, & a questa $\frac{6}{1}$ vna sessupla, & così discorrendo in tutte le altre della prima specie detta multiplice, & così volēdo rappresentare la subdupla la rappresentaranno in questa forma $\frac{1}{2}$, laqual cosa molto corrisponde a quello, che proferemo in voce, perche vedemo che quello, ch'è sotto la virgola è doppio a quel di sopra, & questo fra li nostri si chiamemo vn mezzo, & questo nella menor inequalità seguita quel modo, che ne insegna Euclide nella detta 13. & 16 diffinitione del 7 narrato di sopra. Et con tal ordine rappresentaranno vna subtripla in questo modo $\frac{1}{3}$, che vuol dir vn terzo (come vuol anchora Euclide) & così volendo rappresentare vna subquadrupla la notaranno in questa forma $\frac{1}{4}$ (che saria vn quarto) & così procederiano in tutte le altre specie della submultiplice. Il medesimo osseruano nella seconda specie detta superparticolare, & nella subsuperparticolare, perche volendo rappresentare vna sesquialtera la notaranno in questa forma $\frac{3}{2}$, & la subsesquialtera la notaranno al contrario, cioe la figuraranno in questo modo $\frac{2}{3}$, & vna sesquiterza la notaranno in questa forma $\frac{4}{3}$, & la subsesquiterza la figuraranno in quest'altra forma $\frac{3}{4}$, & così la sesquiottaua (cioe il tono) la notaranno in questa forma $\frac{9}{8}$, & la subsesquiottaua la figuraranno in quest'altra $\frac{8}{9}$, & così con tal ordine procederanno in tutte le altre superparticolare, & nelle subsuperparticolare, & così per abreuiar il dire con tal ordine rappresentaranno tutte le superpartiente, & le subsuperpartiente, & finalmente le multiplice superparticolare, & le multiplice superpartiente, & le submultiplice superparticolare, & le submultiplice superpartiente. Ma perche appresso di Euclide, lo antecedente, ne manco il consequente di vna proportione non ha luogo determinato in scritto, perche nel seguire spesse volte de gli antecedenti ne femmo consequenti, & delli consequenti ne femmo antecedenti, si come che nel processo si farà manifesto.

MA per introdur nella memoria le cinque, & cinque specie di proportioni, si della menore, come della maggiore inequalità. Mi è parso di notarle volgarmente in figura anchor che molte causaranno dissonantia in tal lingua, per esser gia introdutto tra volgari a proferir latinamente tal specie di proportioni, & perche la indiuidua equalità è il proprio principio di ciascuna di quelle, & è termine medio fra quelle della maggior inequalità, & quelle della menore, e pero n'è parso esser così conueniente di assettare tal equalità nel mezzo, cioe fra le specie della maggiore inequalità, & quelle della menore, & perche tutte le specie della maggiore inequalità sono maggiori di quelle della menore inequalità (come di sotto s'intenderà) le hauemo assettate tutte di sopra della detta equalità, & per il contrario, perche tutte le specie della menore inequalità sono menore le hauemo annotate tutte di sotto della detta equalità, come nella figura appare.

Bisogna notare, che quando li nostri antichi proferiuano in scritto questa proportione superbipartiens, senza altro voleuano, che la s'intendesse per superbipartiens tertias, & così quando notauano supertripartiens voleuano, che la s'intendesse per supertripartiens quartas, & così per la superquadripartiens, voleuano che la s'intendesse per superquadripartiens quintas, & così discorrendo nelle altre simili, ma se le due parti fussero state poniamo 2 quinti ben le haueriano specificate, cioe diriano superbipartiens quintas, & così se le tre parti fussero state poniamo tre settimi le specificariano dicendo supertripartiens septimas, & così discorrendo. Questo ho voluto narrare a beneficio di quelli, che si dilettano di veder Boetio Seuerino, Giorgio Valla, & altri auttori si Greci, come Latini.

Le specie della proportione multiplice sono le sopra scritte.

la proportione doppia è come da 2. a 1
la proportione treppia è come da 3. a 1
la proportione quadrupla è come da 4. a 1
la proportione quintupla è come da 5. a 1
la proportione sessupla è come da 6. a 1
la proportione settupla è come da 7. a 1
la proportione ottupla è come da 8. a 1
la proportione nonupla è come da 9. a 1
la proportione decupla è come da 10. a 1.
Et cosi discorrendo in infinito.

Le specie della proportione superparticolare sono le sopra notate.

la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{2}$ è come da 3. a 2
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{3}$ è come da 4. a 3
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 5. a 4
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{5}$ è come da 6. a 5
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{6}$ è come da 7. a 6
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{7}$ è come da 8. a 7.
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{8}$ è come da 9. a 8
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{9}$ è come da 10. a 9
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{10}$ è come da 11. a 10
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{11}$ è come da 12. a 11.
Et cosi procedendo in infinito.

Le specie della proportione superpartiente sono le sopra figurate.

la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{3}$ è come da 5. a 3
la proportione di vn tanto, e $\frac{3}{4}$ è come da 7. a 4
la proportione di vn tanto, e $\frac{4}{5}$ è come da 9. a 5
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{5}$ è come da 7. a 5
la proportione di vn tanto, e $\frac{3}{5}$ è come da 8. a 5
la proportione di vn tanto, e $\frac{5}{6}$ è come da 11. a 6.
la proportione di vn tanto, e $\frac{4}{7}$ è come da 11. a 7
la proportione di vn tanto, e $\frac{5}{7}$ è come da 12. a 7
la proportione di vn tanto, e $\frac{3}{8}$ è come da 11. a 8
la proportione di vn tanto, e $\frac{5}{8}$ è come da 13. a 8
la proportione di vn tanto, e $\frac{8}{9}$ è come da 17. a 9.
Et cosi procedendo in infinito.

Le specie della proportione multiplice superparticolare sono le sopra poste.

la proportione di 2 tanto, e $\frac{1}{2}$ è come da 5. a 2
la proportione di 2 tanto, e $\frac{1}{3}$ è come da 7. a 3
la proportione di tre tanto, e $\frac{1}{3}$ è come da 10. a 3
la proportione di tre tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 13. a 4
la proportione di 4 tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 17. a 4
la proportione di 4 tanto, e $\frac{1}{5}$ è come da 21. a 5.
la proportione di 5 tanto, e $\frac{1}{6}$ è come da 31. a 6
la proportione di 6 tanto, e $\frac{1}{7}$ è come da 43. a 7
la proportione di 7 tanto, e $\frac{1}{8}$ è come da 57. a 8
la proportione di 8 tanto, e $\frac{1}{9}$ è come da 73. a 9
la proportione di 9 tanto, e $\frac{1}{10}$ è come da 91. a 10.
Et cosi discorrendo in infinito.

Le specie della proportione multiplice superpartiente sono le sopra scritte.

la proportione di 2 tanto, e $\frac{2}{3}$ è come da 8. a 3
la proportione di tre tanto, e $\frac{3}{4}$ è come da 15. a 4
la proportione di 4 tanto, e $\frac{3}{4}$ è come da 19 a 4
la proportione di 5 tanto, e $\frac{4}{5}$ è come da 29. a 5
la proportione di 6 tanto, e $\frac{3}{5}$ è come da 33. a 5
la proportione di 7 tanto, e $\frac{5}{6}$ è come da 47. a 6.
la proportione di 8 tanto, e $\frac{1}{8}$ è come da 65. a 8
la proportione di 9 tanto, e $\frac{7}{8}$ è come da 79. a 8
la proportione di 9 tanto, e $\frac{3}{8}$ è come da 75. a 8
la proportione di 10 tanto, e $\frac{7}{9}$ è come da 97. a 9.
Et cosi procedendo in infinito.

Le cinque specie della maggior inequalita sono le sopra notate procedendo di sotto andando in suso como vedi.

La indiuidua equalita è si come da 1. a 1. & questa è principio, & fondamento della maggior inequalita.

La indivisibil equalita è si come da 1 a 1. & questa è ancor principio della menor inequalita.

Le cinque specie della menor inequalita sono le sotto scritte procedendo di suso andando in giuso come vedi.

Le specie della proportione sub multiplice superpartiente sono le sotto scritte.	la proportione detta $\frac{3}{8}$ è come da 3 a 8 la proportione detta $\frac{4}{11}$ è come da 4 a 11 la proportione detta $\frac{5}{19}$ è come da 5 a 19 la proportione detta $\frac{7}{19}$ è come da 7 a 19 la proportione detta $\frac{5}{11}$ è come da 5 a 11 la proportione detta $\frac{6}{47}$ è come da 6 a 47	la proportione detta $\frac{8}{69}$ e come da 8 a 69 la proportione detta $\frac{8}{79}$ e come da 8 a 79 la proportione detta $\frac{8}{75}$ e come da 8 a 75 la proportione detta $\frac{9}{97}$ e come da 9 a 97 la proportione detta $\frac{10}{99}$ e come da 10 a 99 Et cosi discorrendo in infinito.
Le specie della proportione sub multiplice superparticolare sono le sotto notate.	la proportione detta $\frac{2}{5}$ e come da 2 a 5 la proportione detta $\frac{3}{7}$ e come da 3 a 7 la proportione detta $\frac{3}{10}$ e come da 3 a 10 la proportione detta $\frac{4}{13}$ e come da 4 a 13 la proportione detta $\frac{4}{17}$ e come da 4 a 17 la proportione detta $\frac{5}{11}$ e come da 5 a 11.	la proportione detta $\frac{6}{31}$ e come da 6 a 31 la proportione detta $\frac{7}{43}$ e come da 7 a 43 la proportione detta $\frac{8}{33}$ e come da 8 a 33 la proportione detta $\frac{9}{73}$ e come da 9 a 73 la proportione detta $\frac{10}{91}$ e come da 10 a 91. Et cosi procedendo in infinito.
Le specie della proportione sub superpartiente sono le sotto signate.	la proportione detta $\frac{3}{5}$ e come da 3 a 5 la proportione detta $\frac{4}{7}$ e come da 4 a 7 la proportione detta $\frac{5}{9}$ e come da 5 a 9 la proportione detta $\frac{5}{7}$ e come da 5 a 7 la proportione detta $\frac{5}{8}$ e come da 5 a 8 la proportione detta $\frac{6}{11}$ e come da 6 a 11.	la proportione detta $\frac{7}{11}$ e come da 7 a 11 la proportione detta $\frac{7}{13}$ e come da 7 a 13 la proportione detta $\frac{8}{15}$ e come da 8 a 15 la proportione detta $\frac{9}{17}$ e come da 9 a 17 la proportione detta $\frac{7}{12}$ e come da 7 a 12 Et cosi proseguendo in infinito.
Le specie della proportione sub superparticolare sono sotto poste.	la proportione detta $\frac{2}{3}$ e come da 2 a 3 la proportione detta $\frac{3}{4}$ e come da 3 a 4 la proportione detta $\frac{4}{5}$ e come da 4 a 5 la proportione detta $\frac{5}{6}$ e come da 5 a 6 la proportione detta $\frac{6}{7}$ e come da 6 a 7 la proportione detta $\frac{7}{8}$ e come da 7 a 8	la proportione detta $\frac{8}{9}$ e come da 8 a 9 la proportione detta $\frac{9}{10}$ e come da 9 a 10 la proportione detta $\frac{10}{11}$ e come da 10 a 11 la proportione detta $\frac{11}{12}$ e come da 11 a 12. Et cosi discorrendo in infinito.
Le specie della proportione sub multiplice sono le sotto scritte.	la proportione detta la mita e come da 1 a 2 la proportione detta $\frac{1}{3}$ e come da 1 a 3 la proportione detta $\frac{1}{4}$ e come da 1 a 4 la proportione detta $\frac{1}{5}$ e come da 1 a 5 la proportione detta $\frac{1}{6}$ e come da 1 a 6 la proportione detta $\frac{1}{7}$ e come da 1 a 7	la proportione detta $\frac{1}{8}$ è come da 1 a 8 la proportione detta $\frac{1}{9}$ e come da 1 a 9 la proportione detta $\frac{1}{10}$ e come da 1 a 10 la proportione detta $\frac{1}{11}$ e come da 1 a 11 la proportione detta $\frac{1}{12}$ e come da 1 a 12 Et cosi discorrendo in infinito.

Delli varij modi, che si costuma a nominar la proportione.

22 LA proportione in molti modi si costuma nominarla, perche alcuni la chiamano ragione, altri gli dicono relatione, alcuni la dimandano habitudine, ouero conuenientia, & altri rispetto, alcuni altri gli dicono mediata, & altri proportione.

Come si conosce una proportione esser equale, ouer maggiore,
ouero menore di vn'altra.

23 EVclide nella decima settima diffinitione del settimo. Dice che le proportioni si dicono simile, ouero equale quando che hanno vna medesima denominatione, & maggiore si dice esser quella proportione, che ha maggiore denominatione, & menore quella, che l'ha menore, & perche la denominatione di vna proportione si dice in quel numero, che ne viene a partire l'antecedente per il suo consequente (come fu detto in fine della 9 di questo) e pero quando che la denominatione di due proposte proportioni saranno equale, quelle due proposte proportioni saranno equali, & se l'una sara maggiore dell'altra, quella, che hauera maggior denominatione sara maggiore di quella che l'hauera menore. Essempi gratia volendo sapere se la proportione di 9 a 6 è maggiore, ouer menore, ouero eguale a quella che è da 27 a 18. fa cosi, troua il numero della denominatione della proportione di 9 a 6. il che trouarai partendo lo antecedente (cioe 9) per il suo consequente (cioe per 6) & perche di tal partimento ne venira $1\frac{1}{2}$, & tanto sara il numero della sua denominatione (detto denominatore) fatto questo troua poi il numero della denominatione, che è da 27 a 18. il che trouarai per partendo 27 per 18. il che facendo trouarai, che te ne venira pur $1\frac{1}{2}$, & perche il denominatore di questa seconda proportione è eguale a quello dell'altra (perche l'uno, e l'altro è $1\frac{1}{2}$) diremo la proportione di 9 a 6 esser simile, o vuoi dir eguale a quella, che è da 27 a 18. Et con tal modo trouarai la proportione di 2 a 3 esser simile, ouero eguale a quella, che è da 8 a 12. perche procedendo secondo il modo dato tu trouarai il denominatore dell'una, & dell'altra esser $\frac{2}{3}$. Et cosi con tal euidentie tu dirai la proportione, che è da 6 a 16. esser simile, ouero eguale a quella che è da 9 a 24. perche la denominatione di vna, & dell'altra trouarai esser $\frac{3}{8}$, perche a partir 6 per 16. & cosi 9 per 24 da l'uno, & dall'altro partire ne venira $\frac{3}{8}$. Similmente volendo sapere qual sia maggiore proportione, o quella che è da 8 a 5. ouero quella che è da 15 a 10. fa cosi, troua il denominator di quella, che è da 8 a 5. che partendo 8 per 5 trouarai esser $1\frac{3}{5}$, troua similmente il denominator di quella, ch'è da 15 a 10. che (partendo 15 per 10) trouarai esser $1\frac{1}{2}$, & perche questo $1\frac{1}{2}$ è menore di quel $1\frac{3}{5}$, diremo la proportione di 15 a 10 esser menore di quella, che è da 8 a 5. ouero diremo la proportione, che è da 8 a 5. esser maggiore di quella, che è da 15 a 10 per le ragioni dette, similmente volendo saper qual sia maggior proportione, o quella che è da 5 a 8. ouer quella, che è da 10 a 15. parti pur l'antecedente 5. per il suo consequente 8. & te ne venira $\frac{5}{8}$, qual salua, poi parti anchora l'antecedente 10. per il suo consequente 15. & te ne venira $\frac{2}{3}$, & perche il denominator $\frac{2}{3}$ è maggior del denominator $\frac{5}{8}$ (per le ragioni date nel trattato di rotti) diremo la proportione di 10 a 15 esser maggiore di quella che è da 5 a 8. cioe quella, che di sopra nella maggior inequalita, era maggiore, nella menore inequalita è fatta menore, perche di sopra fu trouato la proportione da 8 a 5. esser maggior di quella che è da 15 a 10. & trasmutando li termini trouamo, che la proportione da 5 a 8 esser menore di quella che è da 10 a 15. & tutto questo dimostra specialmente Euclide nella 26 propositione del quinto. Et cosi con tal ordine potrai sapere di due proposte proportioni qual di loro sia maggior dell'altra, ouer che se sono fra loro eguali, ouer simili, perche quando si dice, che vna proportione è simile a vn'altra s'intende anchora che quella è egual a tal altra, & anchora che quella è la medesima, che è quella tal altra, ouero che tal due proportioni sono vna, & questo afferma Euclide nella 17 del settimo.

Nota che tutte le diffinitioni, & propositioni, che sono state allegate da Euclide, & che per l'auenir se allegaranno si debbono intendere del nostro tradutto in volgare, perche tai diffinitioni, & propositioni alle volte variaranno di numero nelli latini, e pero auertisse.

Che cosa sia proportionalita, & dissproportionalita, &
quantita proportionale, & dissproportionale.

24 LA proportionalita, come vuol Euclide nella quarta diffinitione del quinto. Non è altro che vna similitudine di proportioni, come essempi gratia, perche la proportione, che è da 1 a 2 4. è

simile a quella, ch'è da 2 a 1 (per esser l'una, e l'altra treppia) hor dico che questa similitudine di proportioni è detta proportionalita, & li loro 4 termini (per la ottaua diffinitione del quinto) sono detti proportionali, & per la decima ottaua del sesimo. Similmente perche la proportione da 3 a 2 è simile a quella, che è da 6 a 4 (per esser l'una, e l'altra vna sesquialtera) tal similitudine di proportioni è pur chiamata proportionalita, & li loro 4 termini proportionali. Et cosi perche la proportione di 2 a 3 è simile a quella che è da 6 a 9 (per esser l'una, e l'altra vna subsesquialtera) tal similitudine di proportioni è pur nominata proportionalita, il medesimo s'intenderia quando fussero 5. ouer 4. ouer piu proportioni simili. La disproportionalita è contraria alla proportionalita, cioe la è vna dissimilitudine di proportioni, come essempi gratia la proportione di 3 a 2 è dissimile a quella ch'è da 4 a 3. perche l'una è vna sesquialtera, & l'altra è vna sesquiterza, & cosi li suoi termini, ouer quantita s'intendono disproportionali, & cosi si debbe intendere nelle altre simili.

Proportionalita
3 2 6 4
2 3 6 9

Proportionalita
18 2 12
6 2 4

Delle specie della proportionalita.

25 ANchora che Euclide non parli d'altro, che della proportionalita geometrica, nondimeno alcuni altri filosofi (come recita Giorgio Valla, & Boetio Seuerino) allegano diece specie di proportionalita, da loro detta medieta, cioe Arithmetica, Geometrica, Armonica, con altre sette specie, lequali per non esser al proposito di quello, che trattar intendo, da canto le lassaremo, & dichiariremo sotto breuita le tre prime, cominciando prima alla geometrica, perche a lei piu vi si conuiene (secondo il parer mio) questo nome di proportione, & proportionalita, di alcune delle altre. La proportionalita geometrica è quella, che di sopra è stata diffinita secondo Euclide, & essemplificata. La proportionalita arithmetica volendo procedere regolatamente bisogna prima dichiarire, che cosa sia proportione arithmetica, & la differentia, che fa da quella alla proportione geometrica. Dico adonque che la proportione geometrica generalmente ha rispetto (nella menor inequalita) che parte, ouer partisia il menor termine del maggiore, & nella maggior inequalita si considera quante volte il maggior termine contiene il menore e parte, ouer parti di quello. Ma nella proportione arithmetica si considera solamente la differentia, che fa da vn termine all'altro. Essempi gratia volendo proferire la proportione di questi duoi termini, cioe da 7 a 2. geometricamente diremo, che la conuenientia di tai duoi termini esser doppia sesquiterza, ma arithmeticamente diremo la differentia di detti 2 numeri esser 5. perche cosi ricerca la proportione Arithmetica (come al suo proprio luogo piu abondantemente parleremo) cioe in quella si considera solamente la differentia, che è da vn termine all'altro, e pero a me mi pare, che non vi si conuenga questo nome proportione, ma dapoi che cosi si è costumato fra noi antichi, cosi la chiamaremo anchora noi. Essendo adonque la proportionalita (generalmente parlando) vna similitudine di proportioni, o siano arithmetici, ouer geometrici. Et perche la differentia, ch'è da 7 a 2 è equale alla differentia, che è da 16 a 12 (perche l'una e l'altra è 4) diremo queste due proportioni (arithmeticamente parlando) esser simili, & questa similitudine diremo esser proportionalita arithmetica, & cosi perche la differentia da 48 a 7 è equale a quella, ch'è da 15 a 13. tai proportioni (arithmeticamente parlando) sariano equale, & simile, & questa similitudine diremo esser proportionalita arithmetica. La proportionalita armonica è vna similitudine di proportioni de gli estremi fra loro, & le proportioni, che sono fra le differentie di detti estremi, si come che se gli estremi fussero 6. & 3. & che'l medio termine fusse 4. in questa forma 6. 4. 3. Et quando che tai tre termini siano di tal conditione, che la proportione delli duoi estremi (cioe dal 6 al 3) che doppia sia simile a quella, che è dalla differentia del primo termine al medio (laqual differentia è 2) alla differentia del termine medio all'ultimo termine (laqual differentia in questo caso è 1) tal similitudine di proportioni è detta proportionalita armonica. Et perche li detti tre termini, cioe 6. 4. 3. hanno la detta conditione, cioe che la proportione di 6 al 3 (laqual è doppia) è simile alla proportione, che è dalla differentia del 6 al 4 (laqual è 2) alla differentia, che è dal 4 al 3 (laqual è 1) laqual è pur doppia, e pero diremo che tal similitudine di proportioni in tal modo sole esser proportionalita armonica, & tal proportione doppia, laqual è da vno all'altro estremo viene a esser diuisa da quel medio 4 in due proportioni, cioe in quella, che è dal 6 al 4 (laqual è vna sesquialtera) & in quella, che è dal 4 al 3. laqual è vna sesquiterza. Et perche anchora questi tre termini 2. 3. 6. hanno quelle conditioni, che si ricerca alla proportionalita armonica, cioe che la proportione del 2 (primo termine) al 6 (vltimo termine) è come che è dalla differentia del 2 al 3 (laqual è 1) alla differentia, che è dal 3 al 6. laqual è 3. che l'una, & l'altra è sub tripla, e pero diremo tal similitudine di proportioni esser proportionalita armonica. Et questi 3 termini, che formano la detta proportionalita armonica, si trouano per mezzo di tre termini continui nella progressione, ouer proportione arithmetica siano come si voglia, hor ponimo

Proportionalita
3 2 7
6 2 9

Essemplo

Proportionalita
Arithmetica
7 2 5
16 2 12

Proportionalita
Arithmetica.
15 2 7
48 2 13

Proportionalita
Armonica
doppia

doppia

Proportionalita
Armonica
subtripla

subtripla

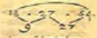
Come si trouano tre termini nella proportionalita armonica.

poniamo questi tre 1. 2. 3. volendo con questi tre termini trouarne tre altri nella proportionalita armonica multiplica il primo termine di detti tre 1. 2. 3 (cioe quel 1) fia il secondo (cioe fia 2) fara pur 2. qual salua per il primo termine della ricercata proportionalita armonica, poi multiplica pur quel 1. fia il terzo termine, cioe fia quel 3. fara pur 3. per il secondo termine della armonica proportionalita, fatto questo multiplica il secondo termine delli detti tre 1. 2. 3. (qual è 2) fia il terzo fara 6. per il terzo termine della armonica proportionalita, i quali 3 termini trouati staranno in questo modo 2. 3. 6. i quali se ben li consideri sono li secōdi sopra narrati (cioe nel secondo essempio) in detta proportionalita armonica, & cosi con tal modo ne puoi trouar infiniti, & accio meglio m'intendi pongo questi altri tre nella arithmetica progressione, ouer proportionalita arithmetica 3. 6. 9. hor volēdo con questi tre formarne tre altri nella proportionalita armonica multiplica il primo (cioe 3) fia il secōdo, & anchor fia il terzo, & di tai due multiplicationi te ne venira 18. & 27. poi multiplica il secondo, cioe 6. fia il terzo, cioe fia 9. fara 54. qual posto appresso a gli altri duoi faranno 18. 27. 54. & cosi questi tre termini se ben gli essaminarai trouarai essere nella proportionalita armonica, perche la proportione delli duoi estremi, & delle due differentie esser sub tripla, & con tal ordine ne puoi trouar infiniti.

Arithmetica progressione
1 2 3

Proportionalita Armonica
subtripla

subtripla
Arithmetica progressione
3 6 9
Proportionalita armonica
sub tripla



sub tripla

Molte altre specie di proportionalita sono state annotate da nostri antichi filosofi, come dimostra Boetio Seuerino, Giorgio Valla, Michel Sefelio, & molti altri, i quali per nō esser al proposito di quello, che trattar intendo da parte le lasciaremo.

Come che la proportionalita non puo esser costituita in manco di tre termini.

16 EVclide nella decima diffinitione del quinto dice, che la proportionalita è costituita almanco fra tre termini, perche a formar la proportionalita vi occorre almeno due proportioni, come di sopra nella sua diffinitione è stato detto, & a ogni proportione vi accade 2 termini, cioe vno antecedente, & vn consequente, tal che in due proportioni distinte vi andaria 4 termini, cioe vno antecedente, & vn consequente per ciascuna di loro, come saria in queste due tripple, cioe da 6 a 2. & da 9 a 3. onde tal proportionalita saria costituita fra 4 termini, come vedi, & tai termini sono detti (come vuol Euclide nella decima ottaua diffinitiō del settimo, & ottaua del quinto) termini proportionali, come fu detto nella 14. ma perche alle volte due proportioni simili ponno esser continuate in tre termini soli, come saria questi tre termini 9. 6. 4. li quali sono continuati in proportione sesquialtera, cioe che la proportione da 9 a 6. è simile a quella che è dal 6. al 4. per esser l'una, & l'altra (come è detto sesquialtera) per essenza adonque fra questi tre termini due proportioni simili vi è proportionalita, & quel 6 (termine di mezzo) fa l'officio di consequente nella prima proportione, & nella seconda fa l'officio di antecedente, ma il primo termine, cioe il 9. è solamente antecedente, & il terzo termine, cioe il 4. è solamente consequente, ma il medio termine (cioe quel 6) è quel che copula insieme tai due proportioni, & tal termine medio vien a esser antecedente dell'una (cioe della seconda) & consequente dell'altra (cioe della prima) & cosi si manifesta, la proportionalita è costituita almanco fra tre termini, il massimo numero di termini, doue tal proportionalita puo esser costituita non si puo diffinire, ne assignare, perche'l si puo dare, & assignare infiniti numeri di proportioni simili, onde li termini di tai proportionalita sariano anchora infiniti. Egliè ben vero, che a vn terminato numero di proportioni vi si puo dare, & assignare il massimo, & il minimo numero di termini, nelli quali tai proportioni potranno essere costituite, perche due sole proportioni simili ponno esser costituite al piu in 4 termini, & almanco in 3. come di sopra è stato detto, & essemplificato, & cosi tre proportioni simili al piu ponno esser costituite fra 6 termini, come sariano queste tre doppie distinte 2 a 1. 6 a 3. 8 a 4. come vedi, che ciascuna di loro vien ad hauer distintamente il suo antecedente, & il suo consequente, & almanco tai 3 proportioni ponno esser costituite fra 4 termini, come questi 8. 4. 2. 1. il primo di quali (cioe quel 8) vien a esser solamente antecedente, & l'ultimo (cioe quel 1) vien a esser solamente consequente, & li duoi termini intermedij (cioe quel 4. & quel 2) sono antecedenti, & consequenti copulanti le dette tre proportioni, & questo puo occorrere in ogni numero terminato di proportioni, cioe che vi si puo assignare il minimo, & il massimo numero di termini in che ponno esser costituite. Nota ogni volta, che nominaremo proportione, ouer proportionalita senza altro la si debbe intendere geometrica, come osserua Euclide, egliè ben vero, che questo, che si è detto della proportionalita geometrica si verifica anchora nella arithmetica, perche due proportioni arithmetice al piu ponno esser costituite in 4 termini, come sono queste due da 10 a 6. & da 12 a 8. & almanco ponno esser costituite in tre termini, come sono queste 12 a 8, a 4. il medesimo si trouara in piu

Proportionalita in 4 termini
6 a 2
9 a 3

Proportionalita in 3 termini
9. a 6. a 4.

Proportionalita di 3 proportioni costituite in 6 termini.
2 a 1
6 a 3
8 a 4

Proportionalita di 3 proportioni in 4 termini almanco costituite.
8. a 4. a 2. a 1.

Proportionalita arithmetica di 2 proportioni in 4 termini
10 a 6
12 a 8

Proportionalita arithmetica di 2 proportioni in 3 termini
12. a 8. a 4.

numero di proportioni, & di questo al suo conueniente luogo piu abōdantemente ne parleremo.

Che cosa sia proportionalita continua, & termini continui proportionali.

> Termini continui proportionali in continua proportionalita doppia 16. 8. 4. 2. 1.

> Termini continui proportionali nella arithmetica proportionalita eccedēti per 2. 5. 7. 9. 11. 13.

17 LA proportionalita continua, & termini continui proportionali in sostanza sono quasi una medesima cosa, perche l'un modo di dire a rispetto alle proportioni simili continuati, come di sopra fu fatto di quelle due in tre termini, & l'altro a rispetto alli termini, che hanno la detta proportionalita continua, i quali termini sono detti termini continui proportionali (per la ottaua diffinitione del quinto di Euclide) concluderemo adonque che li termini continui proportionali (cioe che hanno la proportionalita continua) sono quelli che il primo termine è solamente antecedente, & l'ultimo è solamente consequente, & ciascuno de gli altri intermedij seruono per antecedente, & per consequente, come sono questi in continua proportionalita doppia 16. 8. 4. 2. 1. & questi sono quelli che nelle progressioni se gli dicono termini nella progression geometrica, che per non esser anchora stato parlato di proportioni, ne di proportionalita, ne manco di termini continui proportionali, & questo che habbiamo detto della continua proportionalita geometrica, & termini continui proportionali, si puo anchora intendere nella continua proportionalita arithmetica, & termini continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica, come sariano questi cinque termini, che si vanno continuamente eccedendo per 2. 5. 7. 9. 11. 13. i quali nelle progressioni si chiamano termini nella progressione arithmetica, ma di questi al suo conueniente luogo piu abondantemente parleremo.

Che cosa siano li termini, ouer radici delle proportioni.

18 LI Termini, ouer radici delle proportioni (come diffinisce Euclide nella decimanona diffinitione del settimo) sono quelli numeri, aliquali è impossibile a trouarne di minori in quella specie di proportione. Essempi gratia 2. a 1. sono termini, ouer radici della proportione doppia per esser impossibile a poterne trouar doi altri minori in tal proportione doppia, alcuno potria dir che $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{4}$ hanno quella medesima proportione doppia, & sono minori di 2. & 1. a questo rispondo, che tai $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{4}$ non sono numeri secondo la consideratione mathematica, nella qual le vnita sono indiuisibile, ma sono certe parti di certi numeri, cioe di certe vnita rotte secondo la consideratione naturale, come fu detto anchora nel trattato di rotti, e pero questa diffinitione s'intende nelli numeri simplici, cioe secondo la consideratione del mathematico, & cosi per le medesime ragioni questi doi sono termini della proportione treppia 3 a 1. & questi della sesquialtera 3. a 2. & questi della sesquiterza 4. a 3. & cosi bisogna intendere di tutte le altre specie di proportioni.

Li termini, ouero radici della proportione doppia sono	2 a	1.
Et della treppia sono	3 a	1.
Et della sesquialtera sono	3 a	2.
Et della sesquiterza sono	4 a	3.
Et della sesquiquarta sono	5 a	4.
Et cosi discorrendo.		

Di doi numeri propositi a saper con regola generale conoscere se sono fra loro primi, ouer composti, & se sono fra loro composti a saper determinare il massimo numero numerante ambidui quelli.

19 DI duoi numeri propositi volendo trouare, ouer conoscere se sono fra loro primi, ouero composti, & essendo composti saper determinare il massimo numero numerante quelli, questo facilmente lo farai per il modo dato sopra il schifar di rotti, nel quinto capo del settimo libro della prima parte, qual modo si caua della prima, & seconda del settimo di Euclide, il qual modo è di questa sorte, parti il maggior di detti duoi numeri per il menore, & dello auenimento non se ne tien conto, ma solamente si tien conto di quello, che sopra auanza, perche con quello che sopra di nouo si debbe partire il partitore (cioe il numero menore) & con quello che sopr'auanza in questo secondo partire si se ne debbe partire quel secondo partitore, & con quello che sopra auanza, se ne debbe partire quel terzo partitore, & con quello che sopra auanza partire per quel quarto partitore, & cosi andando procedendo, egli è necessario, che tu troui vn sopr'auanzo, con il quale partendo il partitor ancho ti auanzi, ouer la vnita, oueramente nulla, se per sorte ti auanzara la vnita quelli duoi propositi numeri saranno fra loro primi, & questo dimostra Euclide nella detta prima propositione del settimo. Ma se per sorte ti auanzara nulla, quelli tali duoi propositi numeri saranno fra loro composti, & il massimo numero numerante ambiduoi quelli sara quel vltimo partitore, che nel suo partire ti auanzo nulla. Et tutto questo dimostra Euclide nella seconda del detto settimo. Et per esser meglio in-

teso poniamo per essempio, che vogliamo sapere se questi duoi numeri 253. & 97. siano primi fra lor, ouer composti, fa cosi, parti il maggiore, cioe 253 per il menore, cioe per 97. ne venira 2. & ti auanzara 59. di quel auenimento 2. non se ne tien conto alcuno, perche non fa al proposito, ma si lascia andar in tutti tai partiri, ma solamente del auanzo ne teniremo conto, cioe di quel 59. perche con questo 59. bisogna partire l'ancian partitore, cioe quel 97. & te ne venira 1. & ti auanzara 38. Et cosi con questo 38. partirai 59. te ne venira 1. & ti auanzara 21. & cō questo 21 partirai 38. & te ne venira 1. & auanzara 17. & con questo 17 partirai 21. & te ne venira 1. & ti auanzara 4. & con questo 4. partirai 17. & te ne venira 4. & auanzara 1. Et perche l'vltimo auanzo e la vnita, diremo li detti duoi proposti numeri, cioe 253. & 97. esser fra loro primi, cioe che non si poria trouar altro numero, che la vnita, che potesse numerare communamente ambiduoi quelli, & accio s'intenda il tutto, poniamo anchora che vogliamo sapere se questi altri duoi numeri 627. & 418. siano primi, ouer composti fra loro, procederemo pur, come nella precedente, cioe partiremo 627 per 418. & te ne venira 1. & auanzara 209. dapoi partiremo 418 per quel 209. che ne auanzo, & ne venira 2. & auanzara nulla, & perche in tal partimento fatto per 209. ne e auanzato nulla, diremo li detti duoi proposti numeri (cioe 627. & 418) esser fra loro composti, & il massimo numero numerante communamente ambiduoi quelli diremo esser quel 209. che fece il detto partimento netto, cioe che ne auanzo nulla, & questo con la isperientia te ne potrai chiarire, perche se partirai 418. per il detto 209 trouarai che te ne venira 2. & ti auanzara nulla, e pero e segno che lo numera due volte netto, similmente partendo 627. per il detto 209. trouarai che te ne venira 3. & ti auanzara nulla, e pero e segno, che lo numera perfettamente tre volte, e pero sono composti per la diffinitione di numeri composti, che quel 209 sia mo il massimo numerante quelli, lo dimostra Euclide nella detta seconda propositione del settimo, & cosi con tal ordine ti potrai certificare di tutti gli altri simili. Et nota, che numerare, misurare, & partire, anchor che siano atti diuersi (come fu detto sopra l'atto del partire.) Ma perche si essequiscono tutti per vn medesimo modo nella pratica si chiamano anchora tutti partiri.

I tre numeri proposti a saper conoscere se sono contra se primi, ouer compositi,
& se sono contra se composti a saper assignare il massimo numero numerante quelli.

20 Volendo di tre numeri proposti certificarsi se sono contra se primi, ouer composti, & se sono contra se composti determinare il massimo numero numerante quelli. Primamente vederemo (per li modi dati nella precedente) se il primo, & secondo di detti tre numeri siano contra se primi, ouer composti, & se per sorte li detti duoi saranno contra se primi senza dubbio tutti li detti tre numeri saranno fra loro primi. Ma se per sorte li detti duoi (cioe primo, & secondo) saranno fra loro composti, sia notato il massimo numero numerante quelli, il qual numero numerante li proposti li detti duoi, se per sorte numerasse anchora il terzo di detti tre numeri proposti li detti tre numeri euidentemente saranno fra loro composti, & il lor massimo numerante, tutti tre quelli sara quel medesimo, che fu trouato numerar il primo, & il secondo. Ma se per sorte il detto numerante li duoi non numerara il terzo numero, bisogna per il modo dato nella precedente vedere se sono contra se primi, ouer composti, & se per sorte sara contra se primi senza dubbio, li detti tre proposti numeri saranno fra loro primi, ma se per sorte il detto numerante li duoi, & il detto terzo numero delli tre proposti, saranno fra loro composti, li detti tre proposti numeri saranno fra loro composti. Hor per trouare il massimo numero numerante tutti li detti tre proposti numeri, trouaremo per il detto modo dato nella precedente il massimo numero numerante, il detto massimo numerante li duoi, & il gia detto terzo di numeri proposti, & cosi trouato tal numero, quel medesimo sara anchora il massimo numero numerante li detti tre proposti numeri. Essempi gratia volendo sapere se questi tre numeri 32. 24. 20. siano fra loro primi, ouer composti, et se sono cōposti trouar il massimo numero numerante quelli. Prima inuestigaremo p la precedente se il primo, & secondo (cioe 32. & 24) sono fra lor primi, ouer cōposti, & se per sorte fussero cōtra se primi, senza dubbio li detti 3 numeri sariano cōtra se primi, ma perche li detti 2 numeri 32. & 24. sono fra lor cōposti (per la precedente) & lor massimo numero numerāte, quelli saria 8. fatto questo vederemo se il detto 8. & il 20 (cioe il terzo numero di tre proposti) sono primi, ouer cōposti fra loro. Et se per sorte fussero primi, li detti tre proposti numeri sariano fra loro primi, ma perche li detti 8. & 20. sono fra lor composti (per la precedente) & il massimo numero numerante, ambiduoi quelli saria 4. Hor dico che questo 4. e il massimo numero numerante tutti li detti tre proposti numeri, cioe 32. 24. 20. & tutto questo specolatiuamente dimo-

Essempio primo
1
59
253|2
97

1
38
97|1
59

21
59|1
38

17
38|1
21

4
21|1
17

vnita
1
17|4
4

Essempio secondo
0
209
627|1
418

8
010
418|2
209

0
010
418|2
209

0
020
627|3
209

stra Euclide nella terza del settimo, & con tal ordine si porria saper di 4. ouero di 5. ouero di piu propositi numeri.

21 Euclide nella 20 propositione del settimo, dimostra che se si sara 4 numeri proportionali, che quello che vien produtto dalla multiplicatione del primo nell'ultimo sara equale a quello che vien produtto dalla multiplicatione del secondo nel terzo, & al contrario, cioe che se per sorte quello che è produtto dal primo nell'ultimo è equale a quello, ch'è produtto dal secondo nel terzo, tai quattro numeri saranno proportionali, laqual cosa in questo luogo naturalmente (cioe con la isperienza) lo faremo manifesto siano questi quattro termini 6. 3 4. & 2. 2. 1 quali si vede, che sono proportionali, perche la proportione, che è da 6 a 4. è simile a quella ch'è da 3 a 2. per esser l'una, & l'altra sesquialtera (cioe che l'antecedente è un tutto, e mezzo del suo consequente in ciascuna di loro. Hor dico che tanto fara la multiplicatione del primo (cioe del 6) nel ultimo (cioe nel 2) quanto che la multiplicatione del secondo (cioe del 4) nel terzo (cioe nel 3) laqual cosa si vede manifestamente, che dell'una, & l'altra multiplicatione ne vien 12. & questo si trouara sempre in ogni 4 altri numeri proportionali si continui, come non continui, come in margine appare, & cosi per il conuerso, cioe essendo poniamo questi 4 numeri 12. 7. 36. 21. & perche a multiplicare il primo fia il quarto (cioe 12 fia 21) fa tanto quanto il secondo fia il terzo (cioe 7 fia 36) perche l'una, e l'altra multiplicatione fa 252. diremo li detti 4 numeri esser proportionali, & di questo volendone far la proua praticale vedi se li denominatori di dette due proportioni sono equali, i quali denominatori se ben ti aricordi si trouamo a partire l'antecedente per il consequente in ogni proportione, & perche a partire 12 per 7. & cosi 36 per 21. da l'una, & l'altra partitione ne vien 1 5/7, diremo tai due proportioni esser equali, & li detti 4 termini esser proportionali, ch'è il proposito. Et nota che da questa propositione è stata cauata quella general regola, che sta per il detto del tre, come nel principio di quella fu anchor detto.

22 Anchora Euclide nella 16 propositione del 7 specialissimamente dimostra, che se tre numeri saranno proportionali, il produtto della multiplicatione degli estremi sara equale al quadrato del numero di mezzo, & per il contrario se il produtto degli estremi di tre numeri sara equale al produtto del numero di mezzo in se medesimo, li detti tre numeri saranno proportionali, & tutto questo alla isperienza si trouara cosi esser. Ma bisogna notare, che tre termini a douer esser proportionali egli è necessario, che siano in proportionalita continua, laqual cosa non è necessaria in 4 numeri, perche 4 numeri ponno esser proportionali, & non esser in proportionalita continua, vero è che ponno esser anchora in detta proportionalita continua, ma non è necessario si come in tre, & accio che questo sensibilmente si veda siano questi tre numeri 9. 6. 4. in continua proportionalita sesquialtera, hor dico che'l produtto del primo nel terzo (cioe di 9 fia 4) che fara 36. sara equale al produtto del numero di mezzo in se medesimo (cioe di 6 fia 6) qual medesimamente fara 36 il medesimo seguira in tutti gli altri. Per il contrario poi poniamo, che siano questi tre numeri 81. 72. 64. & che vogliamo inuestigare se siano continui proportionali, ouer non. Multiplicaremo il primo nel terzo, cioe 81 fia 64. & trouaremo, che faranno 5184 fatto questo quadraremo il termine di mezzo, cioe quel 72. multiplicandolo in se medesimo, & trouaremo, che fara medesimamente 5184. onde per questa propositione saremo chiari li detti tre termini esser proportionali, il medesimo seguira in tutti gli altri simili. Et queste due propositioni bisogna hauerle molto famigliar, perche concorrano alla solutione di molti casi sottili, & queste tal propositioni non solamente si verificano nella quantita discreta (cioe nelli numeri semplici) ma anchora nella continua, come che specialissimamente dimostra Euclide nella decimasesta, & decimaseptima propositione del sesto.

Et bisogna notar, che dalle sopra notate propositioni di Euclide se ne caua infinite altre, delle quali ne dichiariro alcune praticalmente. Dico adonque che se si sara 5 numeri continui proportionali, la multiplicatione del primo nel quinto sara equale alla multiplicatione del secondo nel quarto, & tal multiplicatione sara anchora equale al quadrato del terzo (cioe del medio) & accio meglio m'intendi siano questi cinque numeri continui proportionali nella proportione subdupla 3. 6. 12. 24. 48. Dico che la multiplicatione del primo nel quinto, cioe di 3 fia 48. che fara 144. sara equale alla multiplicatione del secondo nel quarto, cioe del 6 fia 24. che fara pur 144. & che sara anchor equale al quadrato del terzo (cioe del medio) qual è 12. che dutto in se medesimo fara medesimamente 144. come in margine appare. Et cosi se saranno 6 termini di numeri continui proportionali, la multiplicatione del primo nel sesto, sara equale a quella del secondo nel quinto, & anchora a quella del terzo nel quarto. Essempi gratia siano questi 6. numeri continui proportionali nella continua proportionalita doppia 64. 32. 16. 8. 4. 2. Dico che la multiplicatione del primo nel sesto (cioe di 64.

4 numeri proportionali non continui.

$$\overset{12}{\frown}$$
6. 2. 4. 3. 8. 2
12

4 altri numeri proportionali non continui.

$$\overset{30}{\frown}$$
6 2 5 10 8 3
30

4 altri numeri proportionali continui.

$$\overset{24}{\frown}$$
12. 8. 4. 11. 6. 8. 2
24

$$\overset{252}{\frown}$$
12. 7. 36. 21
252

3 numeri continui proportionali.

9 . 6 . 4
6
36

3 altri numeri continui proportionali

16
8 4 2
4
16

5184
81 72 64
5184

144
144
3 6 12 24 48
12
144

128
128
64. 32. 16. 8. 4. 2
128

di 64 fia 2. che fara 128) sara eguale alla multiplicatione del secondo nel quinto (cioe di 32 fia 4. che fara pur 128) & sara anchora eguale alla multiplicatione del terzo nel quarto (cioe di 16 fia 8. che fara pur 128) come in margine appare. Et con tal ordine vanno procedendo tutte le quantita continue proporzionali in infinito, & di questo bisogna auertire.

23 ANchora Euclide nella 38 propositione del 7. ne insegna speculatiuamente il modo di saper trouare li minimi numeri, che habbiano la proportione di quai si voglia duoi numeri proposti, laqual cosa in questo luogo mi e parso di mostrarla in pratica. Dico adonque (per essequir tal problema) che dobbiamo per la decimanona di questo vedere se li detti duoi proposti numeri sono fra loro primi, ouer composti, se sono fra loro primi saranno quelli, che cercamo (per la 21 del settimo del detto Euclide) ma se saranno contra se composti bisogna partire ciascuno di detti duoi proposti numeri per il massimo lor comun numeratore, & li 2 auenimenti saranno quelli, che cercamo. Essempi gratia pongo, che ne sia dibisogno trouar li minimi numeri, che habbino la proportione di questi duoi 25. a 9. per far questo, dico che dobbiamo vedere (per la decimanona di questo) se tali duoi numeri sono contra se primi, ouer composti, & perche procedendo per il detto modo noi trouaremo quelli esser contra se primi, e pero diremo tali 2 numeri esser quelli che cercamo, cioe che sono li minimi, che habbia tal proportione, come da 25. a 9. Et questo dimostra Euclide nella 25 propositione del 7. cioe che li numeri, che sono contra se primi sono li minimi della sua proportione; ma se li proposti 2 numeri fussero ponitamo 77. & 55. & volendo trouar li duoi minimi numeri di tal sua proportione inuestigaremo pur (per la detta 19 di questo) se tai duoi numeri sono contra se primi, ouer composti, onde (procedendo per l'ordine della 19) trouaremo quelli esser composti, & trouaremo anchora che il suo massimo numero numerante quelli esser 11. Et per tanto dico, che dobbiamo partire l'uno, & l'altro di detti duoi numeri (cioe 77. & 55) per il detto 11. & che facendo te ne venira 7. & 5. & cosi concluderemo li detti duoi auenimenti (cioe 7. & 5) esser li minimi numeri, che habbano quella medesima proportione, ch'e da 77 a 55. & con tal modo seguirai nelle altre simili questioni.

Di quanti numeri proposti si voglia a saper trouare
il minimo numero da quelli numerato.

24 VOlendo ritrouare (largo modo) vn numero numerato da quanti proposti numeri si voglia, questo problema e quello atto detto accattare, qual fu narrato nel sesto capo del settimo libro della prima parte, cioe nel trattato di rotti, & quantunque in quel luogo tal modo fu dechiarito assai sufficientemente, per quello che in tal luogo si aspettaua lo voglio replicare in questo luogo, secondo che si aspetta in questo luogo. Dico adonque che per trouar simplicemente vn numero numerato da quanti numeri si voglia basta a multiplicare il primo di quelli numeri proposti fia il secondo, & quel produtto fia il terzo, & quel secondo produtto fia il quarto, & cosi andar procedendo per fina all'ultimo di proposti numeri, & cosi tal vltimo produtto sara il ricercato numero, cioe che sara numerato, ouer partito nettamente da ciascuno di quelli proposti numeri. Essempi gratia volendo trouare vn numero, che sia numerato, o vuoi dir partito da 3. da 5. & da 7. multiplica 3 fia 5 (cioe il primo fia il secondo) fara 15. & quello 15 multiplicalo fia il terzo, cioe fia 7. fara 105. & cosi questo vltimo produtto sara il ricercato numero, cioe quello che sara numerato, ouer partito da ciascun di quelli tre proposti numeri, che se ne farai proua, trouarai che'l 3 lo numerara 35 volte, & il 5 lo numerara 21. volte, & il 7 lo numerara 15 volte, & con tal modo si procederia in piu proposti numeri, ma quando che si volesse ritrouare il minimo numerato da piu proposti numeri, la sopradetta regola non seruiria, se non quando che li proposti numeri fussero contra se primi, come sono stati li sopra dati 3. 5. 7. perche se fussero fra loro composti, o tutti, ouer parte di loro, tal regola non ne daria il minimo da quelli numerato. Essempi gratia volendo trouar il minimo numerato da 4. & da 6. multiplicando 4 fia 6. secondo la sopra data regola, faria 24. il qual 24 ben saria numerato dalli detti duoi numeri 4. & 6. ma non saria il minimo. Per trouar adonque il minimo numero numerato (prima) da duoi numeri, bisogna prima considerar se'l maggior di quelli duoi e numerato dal menore, & se per sorte il maggiore fusse numerato dal menore il detto numero maggiore sara quello, che cerchiamo, perche ogni numero numera se medesimo. Essempi gratia volendo ritrouare il minimo numero numerato da 3. & da 9. perche il 3 numera il 9. diremo che il detto 9 sara il minimo numerato da 3. & da 9. ma se li detti duoi numeri saranno contra se primi, come saria 7. & 12. il produtto della multiplicatione de l'uno in l'altro, che faria 84. saria il minimo da quelli numerato, come di sopra fu detto, ma se saranno contra se composti, bisogna trouar li duoi minimi in quella proportione (per il modo

Essempio primo

Essempio secondo

Essempio terzo

deto nella precedente) & ritrouati quelli, il prodotto della multiplicatione del maggior termine di quelli 2 trouati, fia il termine menore delli 2 primi faria lo ricercato numero, anchora il prodotto della multiplicatione del menor termine delli 2 numeri trouati fia il maggior delli 2 primi numeri faria, ouer daria il medesimo. Essempi gratia volendo trouar il minimo numero numerato da

Essempio quarto

6. & da 9. per esser li detti duoi numeri contra se composti trouaremo li minimi, che habbia la medesima proportione (per l'ordine, ouer modo dato nella precedente) & trouaremo quelli esser 2. & 3. hor dico che'l prodotto del maggior termine di quelli 2. trouati (che saria il 3) fia il numero menor delli duoi primi, qual saria il 6. che faria 18. ouer del menor di 2 trouati, che faria 2. fia il maggiore delli 2 primi, che faria 9. qual faria pur 18. & cosi diremo il detto 18. esser il numero, che cerchiamo, cioe il minimo numerato dalli detti 2 numeri, cioe da 6. & da 9. Hor accioche hai questo in 2 proposti numeri, facilmente intenderai di piu numeri proposti, perche li detti proposti numerano poniamo 4. & volendo trouar il minimo numerato da quelli, prima troua il minimo numerato dal primo, & dal secondo di quelli per li modi dati di sopra (cioe o siano li detti 2 primi fra loro, o sia che l'uno numeri l'altro, o siano fra lor composti) & trouato tal minimo numero, troua anchora il minimo numerato da quel tal numero trouato, & dal terzo di 4 numeri proposti, procedendo precisamente, come di sopra e stato detto de gli altri duoi, & trouato tal numero, bisogna anchora trouar un'altro numero, che sia il minimo numerato da quel gia trouato, & dal quarto di quattro numeri proposti pur per quelli medesimi modi di sopra detti, & vltimo ne gli altri duoi, & questo vltimo fara il numero ricercato, cioe il minimo numerato dalli detti quattro proposti numeri. Essempi gratia volendo trouar il minimo numero numerato da questi quattro numeri 6. 9. 8. 10. prima perche li duoi primi, cioe 6. & 9. sono fra loro composti, e pero trouaremo per l'ordine detto nella precedente li duoi minimi della proportione, che e da 6. a 9. & trouaremo quelli esser 2. & 3. hor multiplicando il 2. di trouati fia il 9. di duoi primi proposti, ouer uero il 3. di trouati fia il 6. di duoi primi proposti, perche per l'una, & l'altra via ne venera 18. & cosi 18 fara il minimo numerato da 6. & da 9. fatto questo bisogna trouar un'altro numero, che sia il minimo numero numerato dal detto 18. & dal 8 (cioe dal terzo di quattro proposti numeri) & perche 18. & 8. sono contra se composti, trouaremo li duoi minimi in tal proportione (pur per la precedente) che saranno 9. e 4. onde il prodotto di 9 fia 8. ouer di 4 fia 18. che fara 72. sara il minimo numerato da 8. & da 18. fatto questo trouaremo anchora il minimo numero numerato da questo 72. & da 10 (quarto di numeri proposti) & perche 72. & 10. sono fra loro composti trouaremo li duoi minimi di tal sua proportione (pur per l'ordine detto nella precedente) & trouaremo quelli esser 36. & 5. & cosi il prodotto di 5 fia 72. ouer di 10 fia 36. che l'uno, & l'altro fa 360. sara il nostro ricercato numero, cioe il minimo numerato dalli proposti 4 numeri, cioe da 6. 9. 8. 10. & tutto questo speculatiuamente dimostra Euclide nella detta 38 del settimo, & cosi con tal ordine si procederia in piu numeri proposti.

Nota che con questo medesimo ordine si puo ritrouare il minimo, che habbia le parti di piu proposte denominationi, come saria a dire trouar il minimo, che habbi terzo, quarto, settimo, & nono, laqual cosa non vuol inferire altro, che trouar il minimo numero numerato da 3. da 4. da 7. & da 9. & cosi trouandolo per il modo di sopra narrato, tal numero sara diuisibile per li detti quattro numeri, cioe per quelli 3. 4. 7. 9. e pero hauera le dette parti, il qual numero trouarai esser 252. & questo atto operatiuo e quello, che nel sesto capo del settimo libro della prima parte fu detto ocurare, & perche in tal luogo fu a sufficientia chiarito in questo luogo no voglio piu oltra parlarne.

Del modo di saper trouar quanti numeri simplici si voglie in continua proportionalita secondo vna data proportione.

25 Per trouar quanti numeri simplici si voglia in continua proportionalita in qual si voglia data proportione, & li minimi per numeri simplici si debbe intendere numeri secondo la consideratione mathematica, delliquali le loro vnita sono indiuisibile. sia prima trouato li duoi termini minimi in quella data proportione per il modo dato nella precedente, liquali pongo che siano questi duoi 3. a 2. laqual proportione (come vedi) e sesquialtera, & per abreuiar parole chiamaremo, ouer figuraremo il primo per a. & il secondo per b (come vedi in margine) fatto questo multiplicaremo il primo (cioe. a) in se medesimo fara 9 (qual figuraremo per c.) poi multiplicaremo a. in b. cioe 3 fia 2. fara 6. qual figuraremo per d. conseguentemente dietro al c. (come in margine vedi) dapoi multiplicaremo b. in se medesimo fara 4. & questo lo poneremo conseguentemente dietro al d. & lo figuraremo per e. come vedi, & cosi fino hora habbiamo trouato tre numeri continui proportionali, i quali sono c. d. e. nella detta proportione del a. al b.

li duoi termini minimi nella proportione sesquialtera.

a.		b.	
3.	2.	2.	
c.	d.	e.	
9.	6.	4.	
f.	g.	h.	k.
27.	18.	12.	8.

a.al b.(cioe da 3.a 2.che e sesquialtera) & se ne vorremo tre, ouer quattro pur continui proportionali nella detta proportione del a.al b. Sia anchora dutto, o vuoi dir multiplicato a.(cioe il 3) contra a ciascuno di tre c.d.e. & siano tre produtti f.g.h. & fatto questo sia multiplicato b.in e. & ne peruenga k.cioe 8. & cosi hauer emo li quattro numeri f.g.h.k.continui proportionali, liquali in questo caso saranno 27.18.12.8. & cosi con questi 4.termini tu ne potresti trouar 5. & per li 5 tu ne potresti trouar 6. & cosi procedendo in infinito multiplicando sempre a.fia tutti li trouati, & il b.nel vltimo delli trouati, & cosi sempre tu andarai crescendo vn termine di piu delli primi trouati. Et bisogna notar che se li duoi primi, cioe a.& b.saranno li minimi in tal proportione, anchora tutti quelli, che si trouaranno saranno li minimi in quel numero di termini, che si trouaranno, cioe li tre termini, cioe c.d.e.saranno li minimi di tutti gli altri tre termini continui proportionali in tal specie di proportione, & cosi li 4.di tutti li 4.& li 5 di tutti li 5.&c. Et tutto questo dimostra specialmente Euclide nella seconda del ottauo, perche li loro estremi di tal numeri continui proportionali, si trouaranno sempre esser cōtra se primi, & ogni volta, che gli estremi di quanti si voglia numeri continui proportionali saranno contra se primi, quelli saranno sempre li minimi di tal numero di termini continui proportionali, in tal specie di proportioni, & tutto questo dimostra specialmente Euclide nella prima del ottauo. Ma quando che li duoi primi, cioe a.& b. non fussero li minimi in tal sua proportione, procedendo secondo l'ordine detto si potra pur trouar quanti numeri continui proportionali si vorra in tal proportione, ma niuno di quelli saranno minimi di tal numero di termini.

Anchora bisogna notar, che ogni tre numeri continui proportionali minimi secondo tal continua proportionalita sempre gli estremi saranno numeri quadrati, & in ogni specie di proportioni, come che anchora puoi vedere nelli sopradetti c.d.e.(di sopra trouati) che.c.e 9.& e.e 4.i quali 9.& 4.sono numeri quadrati. Et cosi di ogni quattro numeri di continua proportionalita (che siano li minimi) gli estremi conuien esser numeri cubi, & tutto questo si manifesta per la operatione, che si via in ritrouarli. Et cosi di ogni 5 termini di continua proportionalita (minimi) li duoi estremi e necessario esser quadrati di quadrati, detti anchora censi di censi. Et cosi di ogni 6 termini, gli estremi e necessario esser primi relati. Et cosi di ogni 7 termini, gli estremi saranno numeri quadri cubi, ouer cubi quadri (che e quel medesimo) & cosi andaranno procedendo secondo l'ordine di quelli numeri narrati nella terza del primo capo del secondo libro, ouer nel fine del detto secondo libro.

Anchora bisogna notare, che quando ne occorresse di voller ritrouare quanti numeri si voglia di continua proportionalita in vna data proportione, & che non fussemo astretti a trouarli in numeri simplici, cioe secondo la consideratione mathematica, facilmente gli si potranno trouare con la regola del tre, come si costuma nel meritar a capo d'anno. Essempi gratia volendo a questi duoi numeri 9.6.trouarne vn'altro terzo in continua proportionalita, nella medesima proportione sesquialtera diremo se 9 mi da 6.che mi dara 6.multiplica 6 fia 6 fa 36.& questo parti per 9. & te ne venira 4.& cosi questi tre numeri 9.6.4.saranno continui proportionali in quella medesima proportione, & volendone trouar anchora vn'altro quarto pur in continua proportionalita, dirai pur per la regola del 3.se 9 mi da 6.che mi dara 4.multiplica, & parti come vuol la regola, & trouarai che ti dara 2 2/3, & volendone trouar anchora vn quinto dirai pur, se 9 mi da 6.che mi dara 2 2/3, opera che ti dara 1 7/9, & cosi hauerai trouati questi cinque termini 9.6.4.2 2/3.1 7/9 continui proportionali nella medesima proportione, ch'e da 9.a 6.et con tal ordine tu ne potresti trouare infiniti. Et se ti paresse di volerli trouare da l'altra banda, cioe in augmentatione tu diresti, se 6 mi da 9.che mi dara 9.multiplica 9 fia 9 fa 81.& questo partendolo per 6.te ne venira 13 1/2, & cosi questi tre 13 1/2.9.6.saranno continui proportionali nella medesima proportione, che e da 9.a 6. & cosi volendone trouar vn quarto pur nel medesimo verso tu direstı se 6 mi da 9.che mi dara 13 1/2.onde multiplicando, & partendo, come vuol la regola si trouara, che dara 20 1/4, & cosi hauerémo trouati questi quattro numeri 20 1/4.13 1/2.9.6.continui proportionali nella detta proportione, che e da 9.a 6. & con tal ordine se ne poria trouar infiniti, ma secondo tal consideratione non si poria dar alcuni numeri minimi in tal proportionalita, perche tal numeri sono secondo la consideratione naturale, & non mathematica, perche il naturale piglia le materie numerate per numero, le vnita delle qual materie numerate, sono certi tutti diuisibili in infinito, come fu detto nel principio della prima parte, ma il primo modo (cioe secondo la consideratione mathematica) e necessario per intendere, & ridure in atto le speculatiue propositioni adutte da nostri antichi filosofi generalmente in tutte le discipline mathematiche, & sue dependentie, cioe in arithmetica, geometria, musica, astronomia, perspettiua, geografia, la scientia di pesi, & nelle pratiche mecaniche, & altre, perche li rotti nella general consideratione di numeri sono come irrationali si come, che sono le radici sorde nella general consideratione delle quantita continue, e pero bisogna fugirli doue si puo.

Del modo di saper trouare continuamente diuerse proportioni, nelli minimi numeri simplici, simile a diuerse proportioni assignate.

g.42	b.6	3
h.28	a.4	2 4
e.21	c.3	3 7
f.18	d	6

26 Essendo proposte, ouer date diuerse proportioni discontinuate, & volendo trouare, ouer formare quelle medesime continuate, & nelli minimi numeri, prima trouarai le medesime proposte diuerse proportioni nelli minimi numeri a vna per vna, secondo l'ordine dato nella 25 di questo capo, & poniamo che tai proportioni proposte, & trouate nelli minimi numeri. Siano queste tre, cioe la prima da 3.a 2. la seconda da 4.a 3. la terza da 7. a 6. hor volendole continuare le assettaremo (per esser meglio inteso) l'una sotto l'altra, come vedi in margine, cioe secondo il modo, che costumano li musici, che pongono di sopra lo antecedente, & di sotto il consequente, fatto questo (per la 24 di questo) trouaremo il minimo numero numerato dal 2 (consequente della prima proportione) & dal 4 (antecedente della seconda proportione) il quale (per le ragioni adutte nella detta 24) sara pur 4. il qual 4. lo poneremo di fuora via, come vedi in ponto a. & tante volte, come che 4 (signato per a.) contien in se quel 2 (consequente del 3) sia tolto il numero b. che contenga medesimamente tante volte l'antecedente 3. onde il detto numero b. verra a esser 6. & dapoi sia tolto anchora il numero c. che contenga tante volte quel 3. qual è consequente del 4 (nella seconda proportione) quante che'l 4 (signato per a.) contien quel altro 4. antecedente della seconda proportione, onde il detto numero c. verra a esser pur 3. come in margine vedi, fatto questo bisogna veder se quel 7 (antecedente della terza proportione) numera quel numero c. (cioe quel 3) & se per sorte lo numerasse si doueria tuor il numero d. che contenesse tante volte quel numero 6 consequente del 7, quante volte che'l detto numero c. contenesse il 7 (antecedente del detto 6) & fatto questo hauessimo trouate le dette tre proportioni continuate nelli detti quattro numeri b.a.c.d. perche la proportione dal b. al a. saria simile a quella, che è dal 3. al 2. che è sesquialtera) & quella che è dal a. al c. saria simile a quella, che è dal 4. al 3 (che è sesquiterza) & supponendo che'l 7 numerasse il numero c. seguiria anchora, che la proportione, che fusse dal numero c. al numero d. saria simile a quella, che saria dal 7. al 6. e pero sariano continuate. Ma perche in effetto quel 7 (antecedente del 6) non numera il 3 (anzi è maggior di lui) e pero bisogna trouar il minimo numero numerato da quelli (cioe da 7. & dal numero c. che è 3) onde procedendo per il modo dato nella 24 di questo trouaremo quel esser 21. il qual 21 lo signaremo per e. (a dirimpetto al c) hor siamo tolto il numero f. che contenga tante volte il numero 6 (consequente del 7) quante volte, che'l numero e. contien il numero 7 suo antecedente, il che facendo il detto numero f. verra a esser 18. similmente sia tolto il numero g. talmente multiplice al numero b. & similmente il numero h. al numero a. si come che è il numero e. multiplice al numero c. il che facendo il numero g. verra a essere 42. & il numero h. 28. & cosi hauerremo trouate, & continuate le gia dette tre proportioni fra li detti quattro numeri g.h.e.f. i quali numeri sono questi 42.28.21.18. cioe che la proportione da 42. a 28 è si come quella da 3. a 2 (cioe sesquialtera) & quella da 28. a 21. è si come quella da 4. a 3. (cioe sesquiterza) & quella da 21. a 18. è si come quella, che è da 7. a 6. (cioe sesquisesta) & se dicono tai tre proportioni continue fra quelli quattro termini (anchor che siano fra loro diuerse) per esser colligate, & continuate dalli duoi termini di mezzo (cioe dal 28. & 21) i quali sono consequenti di vna di dette proportioni, & antecedenti di vn'altra, e per tal continuatione siano in detti quattro termini, & le prime date, cioe queste tre, 3. a 2. 4. a 3. & 7. a 6. per esser disconti-nue vogliono sei termini, cioe tre antecedenti, & tre consequenti, & le dette tre proportioni continuate sono nelli minimi numeri, cioe ch'egli è impossibile a dar le dette tre proportioni continuate in altri quattro termini menori di questi trouati 42.28.21.18. & tutto questo speculatiuamente dimostra Euclide nella quarta propositione del ottauo, & nota che con li medesimi modi tu gli ne potresti continuar vn'altra quarta proportione, & dapoi vn'altra quinta, & dapoi vna sesta, & cosi procederai in infinito.

Di alcune diffinitioni, & propositioni di Euclide necessarie per intendere la causa del Algorithmo delle proportioni. Cap. II.

Er darti ben ad intendere la causa del algorithmo delle proportioni a me è necessario a dichiarirte prima la vndecima, & duodecima diffinitione del quinto di Euclide, lequal sono generali a ogni specie di proportioni, si irrationali, come rationali. Et similmente
3. la 14. & 15 diffinitione del 7 lequal parlano solamente di numeri.

a Dico

2 Dico adonque che Euclide nella detta vndecima, & duodecima diffinitione del quinto diffinisse, che se saranno tre quantita continue proportionali, che la proportion della prima alla terza si dira esser la proportione duplicata della prima alla seconda, cioe che la si debbe intendere nel processo delle proportioni esser il doppio di quella, cioe di quella che é dalla prima alla seconda, ouer che la sia composta di due tale, qual é quella che é dalla prima alla seconda. Et che se saranno quattro quantita per continue proportionali diffinisse, che la proportione della prima alla quarta la si debbe intendere (nel suo processo) esser treppia a quella, ch'é dalla prima alla seconda. Vero é che il Campano di diffinitioni le riduce in propositioni, o vogliamo dire in conclusioni, cioe lui vuole che Euclide concluda in tal luogo, che la proportione della prima alla terza sia doppia a quella che é dalla prima alla seconda, & che quella ch'é dalla prima alla quarta, che la sia treppia a quella ch'é dalla prima alla seconda, laqual cosa non é vera, anchor che Frate Luca, & molti altri afferma il medesimo, perche se Euclide l'hauesse posta, come conclusione saria necessario a dimostrare, che cosi fusse. Laqual cosa non si poteria dimostrare, che non diffinisse prima, come si debba intendere il doppio di vna proportione, altramente l'huomo intenderia tal duplicare, & treplicare, & quadruplicare di proportioni, si come che nelli numeri si costuma, il che non é vero, come che sopra a tal diffinitione (in esso Euclide) habbiamo chiarito, anzi per tai diffinitioni ne diffinisse, come si debba intendere il detto duplicar, treplicar, quadruplicar, & multiplicar delle proportioni, qual non poco si discosta (in denominatione delli risultanti) da quello risulta nel duplicar, treplicar, & multiplicar di numeri, & altre quantita, come sopra tai diffinitioni in esso Euclide habbiamo con chiari essempij dilucidato, e pero in questo non voglio star a replicarli, ma ritornar intendo al nostro primo proposito, cioe a essemplificar tai sue diffinitioni con numeri, cioe nelle proportioni rationali, perche questo medesimo vtilita nella 14. diffinitione del 7 in numeri, dicendo. Quando saranno quanti numeri si voglia continuamente proportionali, la proportione del primo al terzo si dira (cioe si douera intendere) come dal primo al secondo duplicata, & al quarto treplicata. Essempi gratia siano questi tre numeri continui proportionali in treppla proportione 9.3.1. Et perche la proportione dal primo al terzo (cioe da 9.a 1) é nonupla, diremo adonque per le sopra legate diffinitioni, che il doppio di vna treppia é vna nonupla, & se Euclide non hauesse poste tai diffinitioni, a ogni vno pareria, che il doppio di vna treppia douesse essere vna sestupla, perche anchora il doppio di tre (nelli numeri) fa sei. Et se li detti numeri fussero questi quattro 54.18.6.2. pur nella medesima continua proportionalita treppia, & perche la proportione del primo al quarto, cioe da 54.a 2.é vna vintisettupla, e pero per le sopradette diffinitioni seguiria, che vna vintisettupla sia il treppio di vna treppia (cioe della proportione, che é dal primo al secondo (laqual denominatione é molto lontana dal treppio di 3 nelli numeri) e pero bisogna approuar le multiplicita delle proportioni per le dette diffinitioni, & se tai diffinitioni fussero propositioni, ouer conclusioni, come vuole il detto Campano, & Frate Luca, saria bisognaria dimostrare tai conclusioni, come di sopra é stato detto, & per non star in vn solo essempio, ponimo anchora questi altri quattro termini 27.18.12.8. nella continua proportionalita sesquialtera, & perche la proportione del primo al terzo (cioe da 27.a 12.) é vna dupla sesquiquarta, noi concluderemo, che vna dupla sesquiquarta esser il doppio di vna sesquialtera per le dette diffinitioni, & perche la proportione del primo al quarto, cioe da 27.a 8.é vna treppia sopra seguendo le 3 parti ottaue diremo (per le dette diffinitioni) la treppia soprasequendo le 3 parti ottaue, esser treppia alla sesquialtera, ouer che diremo esser composta da tre sesquialtere (ch'é quel medesimo) & questo medesimo s'intendera in tutte le altre specie di proportionalita continue si rationale, come irrationale, & si della menor inequalita, come della maggiore. Et ecca (anchor che Euclide non lo dica) che se saranno piu termini continui proportionali, la proportione del primo al quinto la si debbe intendere esser quadruplicata a quella, che fara dal primo al secondo (cioe composta di quattro tale) & cosi dal primo al sesto quintuplicata alla medesima, che fara dal primo al secondo, & cosi procedendo in infinito, perche cosi vuol inferir Euclide.

Errore del Campano.

Errore di Frate Luca.

Essempio

nonupla

9 . 3 . 1

tripla

27 upla

54 . 18 . 6 . 2

tripla

27 . 18 . 12 . 8

3 Euclide nella 15 diffinitione del settimo dice. Quando saranno continuate medesime, ouer diuerse proportioni, la proportione dal primo all'ultimo si dira (cioe che la si debbe intendere nel suo processo) composta di tutte quelle. Essempi gratia sia queste quattro diuerse proportioni continuate fra questi cinque termini 10.5.4.3.2. fra il primo termine, & il secondo (cioe fra 10.& 5) é vna proportione doppia, & fra il secondo, & il terzo (cioe fra 5.& 4) é vna sesquiquarta, & fra il terzo, & il quarto (cioe fra 4.e 3) é vna sesquitertia, & fra il quarto, & l'ultimo (cioe fra 3.& 2.) é vna sesquialtera, & perche la proportione dal primo termine all'ultimo (cioe dal 10.al 2) é vna quintupla, e per la detta diffinitione diremo vna quintupla esser

Essempio

10 . 5 . 4 . 3 . 2

composta di tutte quelle quattro diverse specie di proportioni, cioe da vna doppia, da vna sesquiquarta, da vna sesquiterza, & da vna sesquialtera il medesimo si deve intendere quando fussero piu numero di proportioni, & non solamente diverse, ma anchora se fussero tutte eguali, over parte eguale, & parte diverse, over parte della maggior inequalita, & parte della menore, over tutte della menore inequalita.

Del summar delle proportioni. *Cap. III.*

1 Havendo dichiarito nella decima del precedente capo la rappresentatione delle proportioni non staremo a replicarlo (anchor che in questo luogo vi se gli convenira) ma parleremo del summar di dette proportioni, il qual atto si puo essequire per due diverse vie. La prima é per l'ordine della sopra allegata decimaquinta diffinitione del settimo di Euclide, continuando tutte quelle proportioni, che pretendemo di summare secondo l'ordine dato nella 26 del precedente capo, & cosi la proportione del primo termine a l'ultimo ne dira la summa di tutte le dette continuate proportioni. Essempi gratia volendo summare insieme queste due proportioni 3.a 2.& 4.a 3. (che é vna sesquialtera, & vna sesquiterza) le continuaremo in tre termini secondo il detto ordine della 26 del precedente capo, & staranno in questo modo 6. 4. 3. & perche la proportione del primo termine a l'ultimo (cioe da 6.a 3.) é vna doppia, diremo la summa di dette due proportioni esser vna doppia, & perche l'una di dette due proportioni é vna sesquialtera, & l'altra é vna sesquiterza, diremo la proportione doppia esser composta di vna sesquialtera, & di vna sesquiterza, e pero li musici dicono, come é il vero, che'l diapason, cioe la doppia, che da loro é detta ottava, esser composta di vna sesquialtera, & di vna sesquiterza. Et cosi volendo summare queste tre proportioni 4.a 3.& 5.a 4.& 2.a 1. che saria vna sesquiterza, & vna sesquiquarta, & vna doppia, siano per continuate, come insegna la detta 26 del precedente capo, & fatto questo staranno in questo modo 20. 15. 12. 6. & perche la proportione del primo termine a l'ultimo (cioe da 20. a 6) é vna tripla sesquiterza, cioe vna tripla sopra seguendo il terzo, & cosi concluderemo la summa di dette tre proportioni esser vna tripla sesquiterza, e pero diremo la detta tripla sesquiterza esser composta di dette tre proportioni, & con tal ordine si procederia a summar 4. over 5. over piu proportioni.

proportioni da summar 3.a 2. & 4.a 3.

continuate

6 . 4 . 3

le proportioni da summar 4.a 3. & 5.a 4. & 2.a 1.

continuate

20 . 15 . 12 . 6

Da notare.

2 Ota che a summar vna proportione della maggiore inequalita, con la sua conversa della menore inequalita sempre di tal summo ne risultara la equalita, cioe a summar vna dupla, con vna subdupla ne risultara la equalita, & cosi vna tripla con vna subtripla, over vna quadrupla con vna subquadrupla, & similmente vna sesquialtera con vna subsesquialtera, & cosi in tutte le altre specie sempre ne risultara la detta equalita. Essempi gratia continuando quelle per questo modo, over per questa via, trovarai che la dupla continuata con la subdupla stara in questa forma 2. 1. 2. & perche la proportione del primo termine (qual é 2.) a l'ultimo (qual é pur 2.) sia vna equalita, & per tanto diremo, che a summar vna dupla con vna subdupla fa la equalita, che é da 2.a 2. Et cosi a continuar vna tripla con vna subtripla stara in questo modo 3. 1. 3. & perche la proportione del primo termine, qual é 3. al terzo, qual é pur 3. é vna equalita, e pero la detta equalita é composta anchora in questo caso da vna tripla, & da vna subtripla, si che a summar la tripla con la subtripla fa vna equalita, il medesimo trovarai, che continuata la quadrupla con la subquadrupla stara in questo modo 4. 1. 4. & la sesquialtera con la subsesquialtera stara in questa forma 3. 2. 3. & cosi riuscira in tutte le altre specie.

equalita

2 . 1 . 2

equalita

3 . 1 . 3

equalita

4 . 1 . 4

equalita

3 2 3

equalita

7 4 7

3 La seconda via (laqual si cava dalla 23 propositione del sesto del nostro Euclide, & anchora dalla 5 del ottavo delli numeri) é molto piu presta, & ispediente della prima, perche in questa basta solamente in due proportioni a multiplicar lo antecedente de l'una, fia l'antecedente dell'altra, & quel produtto notarlo per antecedente della summa, & dapoi multiplicar medesimamente lo consequente de l'una fia lo consequente dell'altra, & questo secondo produtto notarlo per consequente della summa. Essempi gratia volendo summar queste due proportioni 3.a 2.& 4.a 3. (che é vna sesquialtera, & vna sesquiterza) multiplica l'antecedente della prima proportione (qual é 3) fia l'antecedente della seconda, qual é 4. fara 12. & questo 12. lo notarai per antecedente della summa, che ha da venire, fatto questo multiplicarai il consequente della prima proportione, qual é 2. fia il consequente della seconda, qual é 3. fara 6. & questo 6 lo notarai per consequente al 12. che prima notasti, & stara in questa forma 12.a 6. che saria vna doppia, &

pia, & tanto diremo, che sia la summa delle dette due proposte proportioni, over diremo che vna doppia è cōposta di vna sesquialtera, & di vna sesquiterza, si come che anchor p la prima via, over modo fu determinato, ma per summar le dette proportioni per questa secōda via si costuma di assettarle l'una sotto l'altra, come che in margine vedi, cioe ponendo l'antecedēte di vna sotto l'antecedente dell'altra, & cosi il consequente dell'una sotto al cōsequente dell'altra, & dapoi sotto tirar ui poi vna linea, come che in margine vedi, et dapoi multiplicar gli antecedenti, & consequenti, come di sopra è stato detto, & poner li a produtti sotto a tal linea per la summa di tai proportioni, come in margine vedi. Et per nō star in vn solo essempio, ne hauemo posto 5 summe in margine nella seconda summa si vede, che a summar vna subdupla cōvna tripla, fa in summa vna sesquialtera, nella terza si manifesta, che a summare vna subsesquiquarta con vna subtripla fa vna subtriplasesquiquintipartiens quartas, cioe vna sotto treppia sopra seguendo le tre parte quarte, nella quarta summa si vede, che a summar vna dupla con vna subdupla fa vna equalita, cioe 2. a 2. come nel precedente modo fu anchor detto, & finalmente nella quinta si notifica, che a summar vna sesquialtera con vna subsesquialtera fa pur vna equalita, cioe come da 6 a 6. Et pero si manifesta, che tutte le specie della menor inequalita, tanto diminuiscono della equalita, quanto che tutte le specie della maggior inequalita superchiano la detta equalita, cioe ciascuna specie con la sua relatiua, talmente che gionte insieme vengono poi a formar precisamente la detta equalita.

4 Anchora per summar le dette proportioni molti costumano di assettar le dette proportioni in forma di rotti (come fu detto nella decima del primo capo) & massime musici, & dapoi procedano, come si costuma a multiplicar li detti rotti, cioe volendo rappresentar vna sesquialtera la signaranno in questo modo $\frac{3}{2}$, & vna sesquiterza in questa forma $\frac{4}{3}$, onde volendo poi summar queste due proportioni insieme multiplicaranno li numeri, che sono sopra le virgole l'uno fia l'altro, che in questo caso faranno 12. & tal produtto lo pongono sopra a vn'altra virgola, dapoi multiplicano li numeri, che sono sotto alla virgola l'uno fia l'altro, & tal produtto (che in questo caso saria 6.) lo pongono sotto alla detta virgola, & staria (in questo caso) in questo modo $\frac{12}{6}$, che schifado daria $\frac{2}{1}$, che significa vna doppia, come che anchora per l'altro modo fece, & accioche di tutti li modi tu ne habbia notitia ti ho voluto in margine resummar le sopra notate cinque summe per quest'altro secondo modo, come che in margine tu puoi vedere.

A summar piu proportioni diuerse insieme.

5 MA quando che le proportioni, che s'hauesse da summar fussero piu di due, assettale per per qual modo ti piace delli duoi sopranotati, & multiplica poi l'antecedente de l'una fia l'antecedente dell'altra, & quel produtto fia l'antecedente dell'altra, & quel produtto fia l'antecedente dell'altra, & cosi andar procedendo per quanti antecedenti vi fara, over vi fussero, & tal produtto notarlo per antecedente della summa, che ne risultera, & fatto questo multiplica il consequente di vna fia il consequente dell'altra, & quel produtto fia il consequente dell'altra, & cosi andar procedendo, come fu detto de gli antecedenti, cioe andar procedendo per quanti consequenti vi fussero, & questo secondo produtto notarlo per consequente appresso a quello antecedente, che gia notasti, & questi duoi produtti ne denominaranno la summa di tutte le date proportioni. Essempi gratia volendo summare poniamo queste quattro proportioni, cioe da 2. a 1. da 12. a 8. da 3. a 4. da 5. a 3. che saria vna doppia, vna sesquialtera, vna subsesquiterza, & vna superbipartiens tertias, volendo procedere per quel primo modo dato di sopra notarai le dette quattro proportioni l'una sotto l'altra, come che in margine vedi, & sotto di quelle tirarai vna linea, come si costuma nelli summari di numeri, & dapoi multiplica tutti gli antecedenti, come di sopra è stato detto, & trouarai che fara 90. finalmente multiplica tutti li consequenti pur per il medesimo modo, & te ne venira 24. come sotto la virgola appar, laqual summa saria vna tripla supertripartiens quarta, cioe il denominator di tal proportione saria $3\frac{3}{4}$. il qual denominator se ben ti ricordi si ritroua a partir l'antecedente per il suo consequente, & in ogni specie di proportione rationale, & sel ti paresse di rappresentar le sopradette proportioni per il secondo modo, cioe in forma di rotto procederai, come nel secondo essempio posto in margine appare, & con tal modo potrai con facilita summar quante varie specie di proportioni ti occorrera, o siano della maggior inequalita, over dalla menor, over parte della maggior, & parte della menore, & per tua maggior informatione due altre summe summate te ne ho posto in margine di 5 proportioni diuerse per summa.

Come si puo conoscere una proportione da che specie di proportioni la sia composta, vero è che tal specie sono di numero infinito. Cap. IIII.

equalita

5 . 2 . 5

della seconda via, over modo

prima

sesquialtera	3 — 2	
sesquiterza	4 — 3	
summa	12 — 6	

Essempio

seconda

subdupla	1 — 2
tripla	3 — 1
summa	3 — 2

terza

subsesquialtera	4 — 5
subtripla	1 — 3
summa	4 — 15

quarta

dupla	2 — 1
subdupla	1 — 2
summa	2 — 2

quinta

sesquialtera	3 — 2
subsesquialtera	2 — 3
summa	6 — 6

a summar $\frac{3}{2}$ con $\frac{4}{3}$ fa $\frac{12}{6}$

a summar $\frac{1}{2}$ con $\frac{3}{1}$ fa $\frac{3}{2}$

a summar $\frac{4}{5}$ con $\frac{1}{3}$ fa $\frac{4}{15}$

a summar $\frac{2}{1}$ con $\frac{1}{2}$ fa $\frac{2}{2}$

a summar $\frac{3}{2}$ con $\frac{2}{3}$ fa $\frac{6}{6}$

per il primo modo

dupla 2. a 1.

sesquialtera 12. a 8.

subsesquiterza 3. a 4.

superbipartiens 5. a 3.

summa 90. a 24.

per il secondo modo

a summar $\frac{2}{1}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{3}$ fa $\frac{90}{24}$

schifa saria $\frac{15}{4}$. il denominator $3\frac{3}{4}$.

a summar [illegible] fa [illegible]

schifa saria [illegible], & tanto [illegible]

ria il suo denominatore.

a summar [illegible] fa [illegible]

schifa saria [illegible], & tanto [illegible]

anchora il suo denominat[illegible]

PUclide nella quinta diffinitione del sesto. Dice che vna proportione si dice esser composta da due, ouer piu proportioni, quando le quantita di alcune proportioni multiplicate fanno la quantita di detta proportione. Laqual diffinitione non vuol inferire altro nella pratica delle proportioni, se non questo, che vna proportione si debbe intendere esser composta da due, ouer piu proportioni quando che li denominatori di alcune proportioni multiplicati fanno il denominatore di tal proportione. Essempi gratia sia vna dodecupla (cioe ch'è da 12 a 1. ouer da 24 a 2.) il denominatore dellaqual proportione saria 12. il qual denominatore (come piu volte è stato detto) si troua partendo l'antecedente per il suo consequente, & perche 3 fia 4 fanno il detto 12. & 3 è il denominator della proportione tripla, & il 4 è il denominator della quadrupla, & per tanto (per la detta diffinitione) diremo la detta nostra proportione dodecupla esser composta da vna tripla, & di vna quadrupla, dellaqual cosa con la isperientia te ne potrai chiarire, cioe summando vna tripla con vna quadrupla, & si trouara che fara per la detta dodecupla, cioe come da 12. a 1. Et perche anchora il denominator di vna duppla è 2. & il denominator di vna sestupla è 6. & multiplicato 2 fia 6 fa pur il medesimo 12. & per tanto diremo anchora per la medesima diffinitione la detta dodecupla esser composta di vna doppia, & di vna sestupla. Et perche anchor a multiplicar 8. per $1\frac{1}{2}$ fa pur 12. & lo 8 è il denominator della ottupla, & quel $1\frac{1}{2}$ è il denominatore della sesquialtera, e pero (per la detta diffinitione) diremo la detta proportione dodecupla esser composta di vna ottupla, & di vna sesquialtera, & perche a multiplicar anchora $\frac{2}{3}$ fia 18 fa medesimamente 12. & li $\frac{2}{3}$ è il denominator di vna subsesquialtera, & quel 18 è il denominator di vna decimaottupla, o vogliam dire di vna 18 upla, e pero potremo anchora dire la detta dodecupla esser composta delle dette due proportioni, cioe di vna subsesquialtera, & di vna 18 upla. Et perche anchora a multiplicare $\frac{1}{2}$ fia 4 fa 2. & quel 2 multiplicato fia 6 fa quel medesimo 12. & perche quel $\frac{1}{2}$ è il denominator della subdupla, & quel 4 è il denominator della quadrupla, & quel 6 è il denominator di vna sestupla, e pero potremo anchora dire la detta dodecupla esser composta di vna subdupla, & di vna quadrupla, & di vna sestupla, & cosi per il contrario multiplicando li denominatori di due, ouer piu proportioni l'uno fia l'altro produranno il denominatore della proportione della lor summa. Essempi gratia perche 2 multiplicar 3 fia 2 fa 6. & perche il 2 è il denominator della doppia, & il 3 della treppia, & il 6 della sestupla (per la detta diffinitione) diremo la sestupla esser composta di vna doppia, & di vna treppia. Similmente perche $\frac{1}{2}$ è il denominator di vna subdupla, & $\frac{2}{3}$ è il denominator della subsesquialtera, & $\frac{3}{4}$ è il denominatore della subsesquitertia, & questi tre rotti multiplicati l'uno fia l'altro, & quel prodotto fia l'altro (secondo l'ordine del multiplicar di rotti) a questi che faranno $\frac{6}{24}$, che schisado sara $\frac{1}{4}$, & perche questo $\frac{1}{4}$ è il denominator della subquadrupla, & per tanto diremo la subquadrupla esser composta di queste tre proportioni, cioe di vna subdupla, & di vna subsesquialtera, & di vna subsesquitertia, & cosi con tal modo, ouer ordine puoi conoscere ogni proportione rationale per mezzo del suo denominatore (vero è che tai specie sono di numero infinito, come di sotto si prouara) da quante varie specie di proportioni la sia composta, & per il contrario date quante si vogliano specie di proportioni, ouero solamente li suoi denominatori, con summa breuita potrai dare, ouero assignare il denominatore della proportione della summa di tutte quelle, & tal proportione di detta summa non puo esser altro, che vna sola, ma le varie specie di proportioni, che possono concorrer alla compositione di vna data proportione sono (come di sopra è stato detto) di numero infinito, & questo procede perche fra li duoi estremi della data proportione essendoui collocato vn solo termine, che formara due proportioni componenti quella tal data proportione, tal termine solo si puo variar di quantita in infiniti modi, e pero infinite specie di due proportioni puo concorrere alla compositione di quella data proportione, ma piu che fra li detti duoi estremi della data proportione vi si puo collocare duoi termini d'infinite qualita, & quantita, che divideranno la data proportione in in tre diuerse proportioni, che concorreranno alla compositione di quella, ma le dette tre proportioni ponno essere d'infinite qualita. Ma piu che fra li detti duoi estremi vi si poteria interponere non solamente 3. & 4. & 5 termini, ma infiniti, & di quantita, & qualita infiniti, distribuendo la data proportione in infinite specie di proportioni, lequal tutte concorreriano alla compositione di quella tal proportione, questo t'ho voluto dire per auertirti, che se per sorte fussi adimandato di quante specie di proportioni è composta poniamo vna dodecupla (cioe da 12 a 1.) tu potresti rispondere esser infinite le specie da che la puo esser composta, perche fra quel 12. & quel 1. se gli puo assettare vn termine solo d'infinite qualita, come saria a dire vn 3 il che facendo stara in questo modo 12. 3. 1. nelqual positione la veniria a esser composta da vna quadrupla, & da vna treppia, & cosi tu gli potresti assettar in

luogo

luogo del 3. un 5. ouer un 7. ouer un 8. ouer un 9. ouer un 10. ouer un 11. anchora tu vi potresti asettar di numeri maggiori di 12. come saria un 18. ouer un 16. ouer un 14. & altri simili, talmente che la veniria a esser composta di una proportione della maggior inequalita, & in un'altra della menor inequalita, & questa interpositione di un tal termine maggior di 12. puo variar in infiniti modi, & se con la interpositione di un tal termine solo tu la potresti variar in infiniti modi, e pero la puo esser composta in infiniti modi da due sole proportioni, perche in tutti li modi, che si muta quel termine medio, si muta anchor quelle due proportioni, che la compongano, & se un termine solo varia in infiniti modi, le due proportioni, che la componeranno, molto piu variaranno le tre proportioni, che la potriano componere interponendoui duoi termini, & molto piu interponendoui tre, ouer piu termini, come in questo essempio si vede 12. 16. 16. 6. 1. nelqual essempio la proportione dal primo a l'ultimo, cioe da 12. a 1. veniria a esser composta da tutte quelle quattro specie di proportioni interposte, & con questo essempio voglio far fine a questa particolarita.

Per la notitia del denominatore di una proportione, & di l'uno di suoi duoi termini a saper trouar l'altro termine.

Se per sorte ti accadesse, che tu hauesti notitia della denominatione di una proportione, & insieme con quella, che hauesti anchora notitia del antecedente, & che ti fusse dibisogno di trouar il consequente di tal proportione, sempre parti il detto antecedente, per il denominatore di tal proportione, & lo auenimento sara il ricercato consequente. Essempi gratia sapemo, che il denominatore della sesquialtera e $1\frac{1}{2}$, & pongo che sappiamo, che l'antecedente di una tal proportione esser 9. hor volendo trouar il suo consequente, parti il detto 9 per $1\frac{1}{2}$, & te ne veniria 6. & cosi il suo consequente saria il detto 6. & con tal modo procederesti in ogni altro caso simile. Ma quando che con la detta notitia del denominatore di detta proportione, hauesti notitia solamente del consequente di tal proportione, & che con tal notitia volesti trouar l'antecedente di tal proportione procederai al contrario, cioe multiplicarai il detto consequente per il detto denominatore, & tal produtto sara lo ricercato antecedente. Essempi gratia pongo che sappiamo, come che il denominatore pur della sesquialtera sia pur $1\frac{1}{2}$, & che sappiamo che il consequente di una tal proportione sia 6. hor volendo trouar l'antecedente di tal proportione, multiplica il detto 6 per $1\frac{1}{2}$ fara 9 per il nostro ricercato antecedente. Et cosi procederai in ogni simil caso.

Del sottrare delle proportioni. Cap. V.

Il sottrare delle proportioni è al contrario del summare, perche con il summar si compone, & con il sottrare si discompone (alla similitudine che si fa con li numeri.) Questo tal atto in piu modi si puo essequire, perche se voremo cauare una proportione dopla da una tripla, & determinare che proportione resta si puo procedere per questo modo, cioe asettaremo la trippla in questa forma, cioe in questa guisa 3. 1 fatto questo fra quel 3. e quel 1. asettaremo un'altro termine, che formi la detta dupla con l'uno di quelli duoi termini, cioe con quel 1. ouer con il 3 (per li modi dati nella precedente) hor interponemoui un 2. in questo modo 3. 2. 1. il qual 2. mi ha distribuita la detta tripla in due proportioni, cioe in una dupla, & in una sesquialtera, la dupla e quella che è dal detto 2. al 1. & la sesquialtera e quella che è dal 3. al 2. e pero se della detta tripla ne cauaremo quella dupla restara una sesquialtera, cioe quella che è dal 3. al 2. il medesimo seguiria se v'interponesse $1\frac{1}{2}$ in questo modo 3. $1\frac{1}{2}$. 1. perche tal $1\frac{1}{2}$. vien pur a distribuire la detta tripla in una dupla (laqual è quella, che è da 3 a $1\frac{1}{2}$) & in una sesquialtera (laqual è quella ch'è dal detto $1\frac{1}{2}$ al 1.) onde se di dette due proportioni ne leuamo la nostra dupla, ne restara la medesima sesquialtera, cioe quella che è da $1\frac{1}{2}$ a quel 1. ma volendo far tal effetto senza romper la unita formaremo la tripla in numeri maggiori, cioe in questo modo 6. a 2. & cosi v'interponeremo un 3. in questo modo 6. 3. 2. & fara il medesimo.

Se voremo anchora per questo medesimo modo sottrare una sesquialtera di una tripla, poneremo la detta tripla in forma in questo modo 3. a 1. fatto questo, ouer con lo antecedente 3. formaremo una sesquialtera (per li modi dati nella sesta) ouer che la formaremo con il consequente 1. formandola con lo antecedente 3. il suo consequente sara 2. & stara in questo modo 3. 2. 1. hor cauando la detta sesquialtera dalla detta tripla, restara la proportione, ch'è dal 2. a quel 1. ch'è una dupla, e pero concluderemo, che a sottrare una sesquialtera da una tripla restara una dupla. La proua di queste specie di sottrar si fanno, come quelle del sottrar di numeri, cioe summando quella proportione che resta con quella, che habbiamo cauata doueria ritornar la proportione, dallaquale fu fatta la

sottratione, cioe summando quella dupla (che in questo caso resta) con quella sesquialtera, che fu cauata, doueria ritornar la nostra tripla, & perche a summar la detta dupla con la detta sesquialtera (per li modi dati) ne fa vna tripla, e pero diremo tal nostra sottratione esser buona, & con cotal modo si approuera tutte le altre sottrationi di proportioni.

Openione di Frate Luca circa il sottrare delle proportioni.

Errore di fra Luca dal borgo

a summar $\frac{3}{1}$ con $\frac{1}{2}$ fa $\frac{3}{2}$

a sottrar da vna sesquialtera vna tripla (per il modo dato di sopra) restara vna subdupla, come di sotto vedi.

sesquialtera

3 · 1 · 2

tripla resta

1 FRate Luca dal Borgo sopra il sottrare delle proportioni, dice che non si puo mai sottrare, ouer cauare vna proportione maggiore da vn'altra menore di lei, & questo lo approua solamente con quello, che nelli numeri appare, cioe che da vn numero menore non e possibile a poterne cauare vn'altro maggiore, come saria a dire a voler sottrare 6 di 2. esser cosa impossibile, & cosi per tal ragione a lui par esser impossibile (come è detto) a poter cauare vna proportione maggiore da vn'altra menore, laqual sua openione, & conclusione è totalmente falsa, perche se tal sua openione fusse vera seguiria, che fusse anchora impossibile a summare vna proportione della maggior inequalita, con vna della menor inequalita, come saria a dire a summar vna tripla con vna subdupla, della qual compositione, ouer summa (procedendo per li modi dati) ne veniria vna sesquialtera, laqual sesquialtera e minor della tripla (per le ragioni adutte nella 11 del primo capo) & nondimeno tal summare si approua con il sottrare, cioe se della detta sesquialtera ne sottraremo la tripla (che fu summata) doueria restar (essendo tal summa buona) la subdupla, & perche a sottrare la detta tripla (per li modi dati) dalla detta sesquialtera si trouara restar precisamente la detta subdupla, e pero diremo la nostra summa esser stata ben fatta, & oltra di questo si vede, che noi hauemo sottratta vna tripla di vna sesquialtera, & siamo anchora chiari, che la detta tripla è maggiore della detta sesquialtera, perche quella proportione è maggiore, che ha maggiore denominatione, & il denominator della tripla è 3. & il denominator della sesquialtera è $1\frac{1}{2}$, e pero la tripla è maggiore della sesquialtera, & nondimeno habbiamo sottratta la detta tripla (maggiore) della detta sesquialtera (menore) & è restato di tal sottramento vna subdupla, & perche queste specie di sottrari si possono essequire in ogni altra qualita di proportioni, non vi è dubbio la detta openione di fra Luca esser falsa, & per non star in vn solo essempio, a sottrare anchora vna quadrupla da vna tripla procedendo per il predetto modo restara vna subsesquitertia, come in margine vedi, & se ne vorrai far proua summa la subsesquitertia, che resta, con quella quadrupla, che fu sottrata, & trouarai che di tal summa ti ritornara la detta tripla, e pero tal sottrare sta bene, & cosi si procederia nelle altre, come che per quell'altro secondo modo piu abondantemente si essemplificara.

a sottrar vna quadrupla di vna tripla restara vna subsesquitertia, come qua sotto vedi.

tripla

3 · 4 · 1

resta quadrupla

Del secondo modo di sottrar le proportioni.

la proua
a summar $\frac{3}{2}$ con $\frac{2}{1}$ fa $\frac{6}{2}$, che sara vna tripla

2 IL secondo modo di sottrar le proportioni è molto piu ispediente del precedente, & questo si caua dal concetto della 27 propositione del sesto di Euclide, & della quinta dell'ottauo, vero è che in duoi modi si puo mettere in forma, cioe rappresentare, & notare le due proportioni, con lequali si ha da fare la sottratione, il primo di quei modi è questo, volendo sottrare poniamo vna dupla da vna tripla, notarai la tripla, come in margine vedi, & sotto di quella notarai la dupla, che vuoi sottrar, & di sotto via tirarai vna linea, hor questo multiplica il conseguente di quella, che vuoi sottrare, cioe della dupla, qual è 1 via l'antecedente dell'altra, qual è 3, & il prodotto, qual sara 3. notarai per antecedente del resto, sotto di quella linea, & dapoi multiplica l'antecedente di quella proportione, che vuoi cauare, cioe della dupla, qual è 2 via il conseguente dell'altra, qual è 1. & questo secondo prodotto, qual sara 2. notarai sotto alla linea per conseguente del detto resto, & stara in questo modo 3. 2. come in margine vedi, il qual resto sara vna sesquialtera, & cosi diremo, che a sottrare vna dupla di vna tripla, restara vna sesquialtera, & se di tal sottrare, & di altri simili, ne vorrai far proua, summa la proportione, che resta con quella che si e sottratta, per li modi dati, & se la proportione di tal summa sara eguale alla proportione, da che fu fatta la sottratione, diremo tal nostra sottratione esser giusta, & perche a summar la detta sesquialtera, che resta, con quella dupla, che fu sottratta, per li modi dati, fa in summa questa proportione, cioe come da 6 a 2. come in margine vedi, laqual proportione è pur vna tripla, e pero sta bene, & per non star in solo essempio duoi altri sottrari ti pongo in figura.

Di —	3	1
a sottrar	2	1
resta	3 —	2
proua	6 —	2
Di —	3	2
a sottrar	4	3
resta	9 —	8
proua	36 —	24
Di —	5	2
a sottrar	9	4
resta	20 —	18
proua	180 —	72

Nota che la proportione delle proue per esser in numeri grandi, so che ti faranno dubitar, ma se trouarai il suo denominatore tu trouarai quello esser simile a quello della proportione, dallaquale hai fatta la sottratione, e pero sta bene.

4 Volendo

4 VOlendo anchora per questo medesimo modo sottrare vna tripla di vna dupla (cioe vna proportione maggiore di vna menore, che fra Luca dice esser impossibile) assettaremo le dette proportioni al contrario nella precedente, cioe poneremo prima la dupla, & sotto di quella gli notaremo la tripla, & tiraremo di sotto via la solita linea, & multiplicaremo quel 1 (consequente della tripla) fia quel 2 (antecedente della dupla) fara pur 2. il qual 2. notaremo sotto alla linea per antecedente del resto, & dapoi multiplicaremo quel 3 (antecedente della tripla) fia quel 1 (consequente della dupla) fara pur 3. & questo 3 notaremo sotto alla linea per consequente della proportione, che resta, et stara in questa forma 2.a 3. come in margine vedi, il qual resto saria vna subsesquialtera, & cosi diremo, che a sottrar vna tripla da vna dupla restaria vna subsesquialtera, & se ne vorrai far proua, summa quella subsesquialtera (che resta) con quella tripla (che hai sottratta) & trouarai che fara vna, come da 6 a 3. che è vna dupla, cioe simile a quella, dallaqual hai fatta la sottratione, e pero tal nostra sottratione è buona, & per non star abondar in parole, nõ procederemo piu oltra, ma per tua maggior instruttione poneremo alquanti altri sottrari in margine di varie qualita, con le sue proue, fra liquali in fine te ne pongo vno di sottrar vna sesquialtera di vna sesquialtera, dallaquale sottratione ne resta la equalita, cioe da 6. a 6. per auertirti, che a sottrare vna proportione da vn'altra a lei eguale, sempre ti restara la detta equalita, laqual cosa ne dinota qualmẽte la detta equalita esser nulla nella inequalita, ma solamente principio della detta inequalita.

Del secondo modo di rappresentare, ouer di mettere in figura le proportioni nelle sottrationi.

5 L'Altro modo di metter in forma le proportioni nelle sottrationi, è a rappresentar quelle in forma di rotti, come fu detto nella decima del primo capo, & mettere quella, che si vuol sottrare dalla banda sinistra, & l'altra dalla banda destra, dapoi procedere secondo l'ordine del partir di rotti. Essempi gratia volendo sottrare vna tripla da vna quadrupla tu notarai la tripla in questo modo $\frac{3}{1}$, & la quadrupla in quest'altro $\frac{4}{1}$, & ponerai la tripla, che vuoi cauar da banda sinistra, & la quadrupla dalla destra, come in margine vedi, dapoi procederai, come si costuma nel partir di rotti, multiplicando quel 3. che è sopra la virgola della tripla fia quella vnita figurata sotto la virgola della quadrupla, fara pur 3. & questo 3 notarai consequentemente sotto a vna virgola, poi multiplicarai quel 1. che è sotto la virgola della tripla fia quel 4. che è sopra la virgola della quadrupla, & fara 4. & questo 4 notarai consequentemente sopra la virgola di quel 3. che gia notasti, il che facendo stara in questa forma $\frac{4}{3}$, che rappresenta vna sesquitertia, & tanto restara a sottrare vna tripla da vna quadrupla, & se ne vorrai far proua summarai la detta $\frac{4}{3}$ (che resta) con la $\frac{3}{1}$, che fu cauata fara $\frac{12}{3}$, che saria vna quadrupla, laquale per esser simile a quella proportione, dallaquale fu fatta la sottratione, diremo tal sottratione esser giusta.

6 VOlendo anchor per questo modo sottrare vna dupla di vna suberipla (laqual dupla, come credo tu sappia è molto maggiore della suberipla) rappresentarai la dupla in questo modo $\frac{2}{1}$, & notarala dalla banda sinistra, & la suberipla rappresentarai in questa forma $\frac{1}{3}$, & notarala dalla banda destra, come in margine vedi, fatto questo procederai secondo l'ordine, che si costuma nel partir di rotti, cioe multiplica quel 2. che è sopra la virgola della dupla, fia quel 3. che è sotto la virgola della suberipla fara 6. & questo 6 notarai consequentemente sotto a vna virgola, poi multiplicarai quel 1. che è sotto la virgola della dupla fia quel 1. che è sopra la virgola della suberipla, fara pur 1. & questo 1 ponerai sopra la virgola di quel 6. che gia ponesti, il che facendo stara in questa forma $\frac{1}{6}$, che significa vna subsestupla, & tal proportione restara a sottrar vna dupla da vna suberipla, & se ne vorrai far proua summarai la $\frac{2}{1}$, che cauasti con la $\frac{1}{6}$, che ti resta, & trouarai che fara in summa $\frac{2}{6}$, che saria vna pur vna suberipla, e pero staria bene, & cosi con tal ordine procederai in tutte le altre poste in margine, come puoi vedere, della proua ati lasso il cargo.

Corellario.

DAlle regole date sopra il summare, & sottrare delle proportioni (rappresentate in forma di rotti) si manifesta che il summare di dette proportioni è simile al multiplicar di rotti, & il sottrare di dette proportioni, è precisamente simile al partire di detti rotti.

Del multiplicar delle proportioni. Cap. VI.

1 IL multiplicare delle proportioni è tanto simile al summare di quelle, quanto che è il multiplicare di numeri semplici al summare di quelli, cioe che ben considera questi duoi atti trouaranno, che

Di — 2 X 1
a sottrar 3 X 1

resta 2 — 3

proua 6 — 3

Di — 3 X 4
a sottrar 5 X 6

resta 18 — 20

proua 90 — 120

Di — 3 X 2
a sottrar 2 X 2

resta 3 — 4

proua 12. 12

Di — 3 X 2
a sottrar 3 X 2

resta 6 — 6

proua 18. 12

Essempio

a sottrar vna — di vna — restara vna

$\frac{3}{1} \times \frac{4}{1}$ — $\frac{4}{3}$

per far la proua summa $\frac{3}{1}$ con $\frac{4}{3}$ fa $\frac{12}{3}$, che schissato saria $\frac{4}{1}$

a cauar — di vna — restara vna

$\frac{2}{1} \times \frac{1}{3}$ — $\frac{1}{6}$

per far la proua summa $\frac{2}{1}$ con $\frac{1}{6}$ fa $\frac{2}{6}$, che schissato saria $\frac{1}{3}$

a sottrar $\frac{3}{2}$ di $\frac{3}{2}$ resta $\frac{6}{6}$
a sottrar $\frac{4}{3}$ di $\frac{3}{2}$ resta $\frac{8}{9}$

15	23
25	23
35	23
25	23
32	23
9	23
18	23
159	161
summa	summa

con il multiplicare	23
	7
produtto.	161

con il summar se ne seruiamo, ouer che se ne potemo seruire generalmente per summare insieme piu parti di numeri, o siano tal numeri equali fra loro, ouer inequali. Essempi gratia se hauremo ponimo queste sette parti di numeri 15.25.35.25.32.9.18. da componere, ouer summar insieme, lequal sette parti come si vede sono di numeri fra loro differenti, & se similmente poniamo anchora queste sette altre parti di numeri equali 23.23.23.23.23.23.23 ouer da componere, ouer summar insieme, dico, che assettando queste 7. & 7. parti l'una sotto l'altra, come si costuma nelli summari (cioe come si vede in margine) l'una, & l'altra summa potremo essequire con il simplice atto detto summar, come che in margine vedi, che l'una summa fa 159. & l'altra fa 161. & quantunque questo atto detto summare ne poria seruire a componere, ouer summare insieme ogni grande numero di parti di numeri equali fra loro, nondimeno la pratica ne ha insegnato a essequire piu leggiadramente, & con piu breuita tal unioni con vn'altro modo, ouer atto detto multiplicare, come che in margine si vede, che multiplicando quel 23. per 7. fa medesimamente quella medesima summa di 161. ma non resta, che tutto quello che si fa con il multiplicare, si puo far anchora con il summare, & non seguita il contrario, cioe che tutto quello, che si puo fare con l'atto del summare si possa far con il multiplicare, perche con il multiplicare non potemo componere, ouer summare insieme molte parti di numeri fra loro diuersi. Questo medesimo voglio inferire del summare, & del multiplicare delle proportioni, a quali duoi atti quello che e detto summare, anchor che ne serua si per componere, ouer summare insieme piu proportioni, si equale, come inequale fra loro, nondimeno (per quella ragione detta sopra di numeri) quando che le proportioni, che si hauerano da componer, ouer summar insieme saranno diuerse in denominationi tal atto si poria chiamar summare, ouer componere insieme. Ma quando che le dette proportioni saranno equali in denominationi, conuenientemente tal atto si poria dire multiplicare, anchor che l'uno & l'altro di detti duoi atti per vna medesima via si costuma di mandarsi ad essecutione, cioe che per tutti quelli varij modi di sopra vsati per summare due, ouer piu proportioni diuerse in denominationi, per tutti quelli si costuma a summare, ouer componere insieme due, ouer piu proportioni equale, ouer a duplicare, treplicare, quadruplicare, cosi multiplicare per 5. per 6. & per ogni altro numero vna data proportione. Et acio meglio m'intendi pongo, che vogliamo

Essempio

multiplicare vna sesquialtera per 5. laqual cosa non vuol dir altro, che vn voler summare, ouero componere insieme cinque proportioni sesquialtere, cioe come da 3. a 2. hor dico che questo tal atto si puo essequire in tutti quelli varij modi dati nel summar di dette proportioni, il primo modo e a continuare le dette cinque proportioni in sei termini per il modo mostrato nella 21 del primo capo, il che facendo li detti 6 termini saranno in questa forma 243. 162. 108. 72. 48. 32. & fatto questo per l'ordine diffinito da Euclide nella (piu volte allegata) 11. & 12. diffinitione del quinto, & nella 14 del settimo, la proportione del primo termine (che e da 243) a l'ultimo (che e 32) sara quintupla alla proportione, che e dal primo al secondo (cioe da 243. a 162. laqual e sesquialtera, e pero la proportione di 243. a 32. sara per la summa di cinque proportioni sesquialtere, & la denominatione di questa tal summa, ouer multiplicatione saria $\frac{243}{32}$, & con tal modo si puo multiplicar qual si voglia altra specie di proportione, & per qual si voglia altro numero, & questo e il primo modo dato nel atto del summar di dette proportioni.

a multiplicar per il secondo modo.

3.	a	2.
3.	a	2.
3.	a	2.
3.	a	2.
3.	a	2.
243.	a	32

2 QVesta medesima sorte di multiplicationi si possono essequire per quel secondo modo, ouer via data di sopra nella terza, ouer quinta di summari del terzo capo, cioe assettando cinque proportioni sesquialtere l'una sotto l'altra, come che in margine appare, & dapoi multiplicar gli antecedenti l'uno fia l'altro, & quel produtto fia l'altro, et quel fia l'altro, & cosi proseguendo te ne venira per 243. come che in margine sotto alla linea appare, & il medesimo farai delli consequenti, il che facendo fara per 32. & cosi concluderai che multiplicando vna sesquialtera (cioe come da 3. a 2. per 5) fara la detta proportione di 243. a 32. si come fece anchora per il primo modo.

3 ET se ci paresse di voler rappresentare le dette cinque proportioni in forma di rotti (come che in margine vedi) lo puoi fare, & dapoi seguir, come nel multiplicar di rotti si costuma, il che facendo te ne venira $\frac{243}{32}$, come che in margine vedi.

Di un'altro modo, ouer regola di multiplicar una data proportione.

4 VN'altro breue modo, ouer regola ti voglio mostrare di multiplicare vna data proportione; il fondamento dellaquale cauamo non solamente dal primo correlario della 19. del sesto di Euclide, ma anchora dalla vndecima del ottauo, & dalla 36 del vndecimo libro, & massime il duplicare, & il treplicare vna data proportione, cioe multiplicarla per 2.

per 2.& per 3 dalqual suo fondamento si verifica in tutte le altre dignita di numeri, che seguono ordinariamente dietro al cubo. Essempi gratia volendo duplicare vna data proportione quadraremo l'uno, & l'altro di termini di quella, & cosi la proportione delli detti duoi quadrati sara doppia a quella proportione di lati. Et cosi volendo treplicare tal data proportione, cubaremo l'uno, & l'altro di duoi estremi, ouer termini di tal data proportione, & cosi la proportione di tali duoi numeri cubi sara treppla, alla data proportione di suoi lati, & tutto questo dimostra Euclide nelle sopra allegate propositioni, & corollari, hor dico mo (anchora che Euclide non lo ponga) che volendo quadruplicare vna data proportione recaremo a censo di censo (o vuoi dire a quadrato di quadrato) l'uno, e l'altro termine di quella, & cosi la proportione di tali censi di censi, sara quadrupla a quella prima proportione data di suoi lati, & per non abondar in parole, reccando anchora l'uno, & l'altro di duoi termini di tal data proportione al suo relato, la proportione delli detti duoi relati sara quincupla alla detta data proportione, & cosi reccando l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo censo cubo, la proportione di detti duoi censi cubi sara sessupla alla detta data proportione, & cosi reccando l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo secondo relato la proportione di detti duoi secondi relati sara settupla a quella prima data proportione, & cosi reccando l'uno, & l'altro di detti duoi termini a cen.cen.cen. la proportione di tali duoi cen.ce.cen. sara ottupla a quella prima data proportione, & cosi reccando l'uno, e l'altro di predetti duoi termini al suo cubo cubo, la proportione di tali duoi cubi cubi sara nonupla a quella prima data proportione. Et similmente reccando l'uno, e l'altro de detti duoi termini al suo censo relato la proportione di tali duoi censi relati sara decupla a quella prima data proportione, & similmente reccando l'uno, e l'altro di detti duoi termini al suo terzo relato, la proportione di quelli duoi terzi relati sara vndecupla (cioe vndici volte tanto) di quella prima data proportione, & cosi con tal ordine puoi andar multiplicando qual si voglia data proportione in infinito. Et acio meglio m'intenda poniamo essempi gratia che vogliamo duplicare (cioe multiplicar per 2) la proportione, che e da 3.a 2. (laqual saria vna sesquialtera) quadraremo l'uno, & l'altro di quelli duoi termini, & tali quadrati saranno 9.& 4. hor dico che la proportione di 9.a 4. esser doppia a quella, che e da 3.a 2.& volendo treplicar quella medesima proportione, che e da 3.a 2. cubaremo l'uno, & l'altro di detti duoi termini, il che facendo trouaremo l'un cubo esser 27.& l'altro 8. hor dico la proportione, che e da 27.a 8. esser treppia a quella che e da 3.a 2. Et cosi volendo quadruplicar la medesima proportione, che e da 3.a 2. reccaremo l'un & l'altro di detti duoi termini al suo censo di censo, i quali censi di censi si trouara l'uno esser 81.& l'altro 16. hor dico la proportione da 81.a 16. esser quadrupla a quella che e dal detto 3.al detto 2. & per abreuiar parole volendo quincuplare tal proportione (cioe multiplicarla per 5) reccaremo l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo primo relato, i quali saranno 243.& 32.& l'altra proportione di tali duoi relati sara cinque volte tanto quanto e quella, che e da 3.a 2.& cosi la proportione delli censi cubi di detti duoi termini (i quali censi cubi sarino 729.& 64.) sara sessupla, cioe sei volte tanto di quella che e da 3.a 2.& similmente la proportione delli secondi relati delli detti duoi termini (che saranno 2187.128) sara sette volte tanto di quella, che e da 3.a 2.& similmente la proportione delli cen.cen.cen. delli medesimi duoi termini (i quali cen.cen.cen. saranno 6561.a 256.) sara otto volte tanto di quella, che e da 3.a 2.& similmente la proportion delli cu.cu. delli detti duoi termini (i quali cu.cu. saranno 19683.512.) sara 9 volte tanto quanto quella, che e da 3.a 2.& cosi la proportione delli censi relati delli detti duoi termini (i quali censi relati saranno 59049.1024.) sara 10 volte tanto di quella, che e da 3.a 2.& similmente la proportione di terzi relati di detti duoi termini (i quali terzi relati sono 177147.2048) sara 11 volte tanto quanto quella, che e da 3.a 2. Et con tal ordine potrai procedere in infinito, & in ogni specie di proportione.

sempia da —	3.a	2
doppia da —	9.a	4
treppia da —	27.a	8
4.tanto da —	81.a	16
5.tanto da	243.a	32
6.tanto da —	729.a	64
7.tanto da	2187.a	128
8.tanto da	6561.a	256
9.tanto da	19683.a	512
10.tanto da	59049.a	1024
11.tanto da	177147.a	2048

Come che il partire delle proportioni si puo intendere in duoi modi, & come solamente vno di quelli e proprio partire, & l'altro non, & di alcune nuoue regole dal presente auttore ritrouate, al proprio partire di dette proportioni molto commode, & necessarie. Cap. VII.

IL partire delle proportioni si puo intendere in duoi modi l'uno e a partire vna proportione per numero, cioe a partire vna proportione in due, ouero in tre, ouero in piu parti eguali, & questo e il proprio partire (come sopra al partir di numeri simplici fu anchor detto) & lo auenimento di tal proporio partire e sempre della natura della cosa partita, e pero partendo con tal sorte di partir vna proportione, lo auenimento sara vna proportione.

1 L'Altro modo di partire (nelle proportioni) è a partire vna proportione maggiore per vn'altra menore. Et questo non è proprio partire, ma è vn voler sapere quante volte vna proportione menore entri, numeri, ouer misuri vn'altra proportione maggiore, & in questo atto sempre bisogna, che la misura sia della natura della cosa misurata, cioe che la sia di quel medesimo genere, & l'auenimento di tal sorte di partir, necessariamente è sempre numero simplice, cioe tal auenimento ne rappresenta il numero delle volte, che quella tal proportione menore intra, ouer misura quell'altra proportion maggiore, o vogliam dir che tal auenimento sara il numero delle volte, che quella proportione maggiore cõtenira in se quell'altra proportione menore. Et quantunque questi duoi atti siano differenti, nondimeno nelli numeri sani integri, come rotti da pratici non vi è stato fatto distintione alcuna (come sopra al partir di quelli fu anchor detto) anzi a l'uno, & l'altro gli dicono partire, perche con quelli medesimi modi, che si risolue l'uno, si risolue anchora l'altro, ma perche tai duoi atti nelle proportioni non puoco sono nelle lor risolutioni differenti egli è necessario a far anchora distintione di nome a l'uno, & all'altro, ma inanti che si dia principio ad alcuno di quelli, per procedere regolaramente, voglio dar modo, & regola da risoluere alcune questioni, al proprio partire delle proportioni summamente necessarie.

2 Auendo nota la prima, & l'ultima di tre quantita continue proportionali, & volendo per tal notitia ritrouar la seconda di dette tre quantita sempre multiplica la prima fia l'ultimo (o vuoi dir fia la terza) & la radice di tal produtto sara la detta seconda quantita. Essempi gratia se la prima di tre quantita continue proportionali fusse 9. & la terza fusse 4. & se con tal notitia vorremo trouar la seconda quantita, multiplica il detto 9. fia 4. fara 36. & la radice di 36 (qual è 6) sara la ricercata seconda quantita, cioe che le dette tre quantita saranno 9. 6. 4. & questa regola si seruira in tutte le altre simili questioni, laqual regola si caua dalla 20 propositione del settimo di Euclide nelli numeri, ma piu largamente nella 17 del sesto si dimostra tal propositione in ogni specie di quantita continua, e pero bisogna auertire, che la maggior parte delle volte nelle simili questioni, tal secondo quantita non sara rationale, o vuoi dir discreta, ma sara sorda. Essempi gratia se'l primo termine di tre quantita continue proportionali fusse 10. & l'ultimo (cioe il terzo) fusse 5. & che per tal notitia tu volesti trouare la quantita del secondo termine, multiplica per 10 fia 5. & fa 50. dico che la radice di 50. sara la quantita del secondo termine, & perche 50. non è numero quadrato, et non ha la discreta, o vuoi dir rationale, volendo dar risposta senza riprensione tu concluderai tal secondo termine esser R 50. & tai tre termini, ouer quantita saranno in questa forma 10 R 50. 5. Et per approuar se tal conclusione è buona, vedi se la multiplicatione della prima nella terza è eguale al quadrato di quella di mezzo (come che dimostra Euclide nella 17 del sesto) & perche 5 fia 10 fa 50. et il quadrato di R 50 è pur 50. per tal cõclusion è buona.

Essempio primo

1ª	2ª	3ª
9.	0.	4

1ª	2ª	3ª
9.	6.	4

Essempio secondo

1ª	2ª	3ª
10.	0.	5.

1ª	2ª	3ª
10.	R 50.	5.

4 Anchora hauendo nota la prima & la vltima di quattro quantita continue proportionale, & volendo per tal notitia ritrouar la seconda di dette quattro quantita, sempre multiplica il quadrato della prima quantita fia la vltima (o vuoi dir fia la quarta) & la radice cuba di tal produtto sara la ricercata seconda quantita. Essempi gratia se la prima di quattro quantita proportionali fusse ponimo 64. & la quarta fusse 27. & se con tal notitia vorrai trouar la seconda di dette quattro quantita, quadra la prima (cioe quel 64) fara 4096. & questo quadrato multiplica fia la quarta quantita (cioe fia quel 27) fara 110592. & la radice cuba di questo 110592 laqual fara 48. sara la seconda quantita, laqual posta consequentemente dietro alla prima saranno in questa forma 64. 48. 0. 27. cioe vi mancaria da trouar la terza quantita, & quantunque la detta terza quantita si poria trouar per piu vie (cioe multiplicando la prima con la quarta) & quel produtto partirlo per la detta seconda lo auenimento saria la detta terza (per le ragioni adutte nella 11 del primo capo) ouer anchora multiplicando la seconda quantita, cioe quel 48 in se medesimo, & quel produtto partendolo per la prima (cioe per 64) lo auenimento saria per la medesima terza quantita (per le ragioni adutte nella 11 del detto primo capo) nondimeno voglio, che trouamo anchora la detta terza quantita con quel medesimo modo, che habbiamo trouata la seconda, cioe multiplica la quarta quantita (cioe 27) in se medesima, fara 729. & questo quadrato multiplica fia la prima (cioe fia 64) fara 46656. & la radice cuba di tal produtto (laqual sara 36.) sara la detta terza quantita, tal che tutte le dette quantita proportionali saranno in questa forma 64. 48. 36. 27. & con tal ordine, ouer regola procederai in tutte le altre simili questioni.

Essempio
prima positione

1ª	2ª	3ª	4ª
64.	0.	0.	27.

prima inuentione

1ª	2ª	3ª	4ª
64.	48.	0.	27.

seconda inuentione

1ª	2ª	3ª	4ª
64.	48.	36.	27.

Ma bisogna auertire che nella maggior parte di simili questioni, tal seconda quantita non si trouara esser rationale (come fu detto anchora nella precedente di 3 quantita) ma irrationale, ouer sorda, & cosi anchora la terza. Essempi gratia se'l primo termine di quattro quantita proportionali fusse ponimo 10 & il quarto 5. & che per tal notitia, volesti trouar il secondo termine. Quadra il primo, cioe

Essempio secondo
prima positione

primo	2ª	3ª	4ª
10	0.	0.	5.

mo, cioe 20. fara 400. & questo multiplica fia il quarto termine, cioe fia 5 fara 2000. & la radice cuba di questo produtto fara il secondo termine di dette quattro quantita proportionali, & perche il detto 2000 non e numero cubo, onde la detta sua radice cuba vien a esser sorda, e per tanto in simili casi non bisogna cauar la sua radice propinqua, perche la cõclusione saria falsa, anzi per concluder giustamente bisogna notarla cosi sordamente dicendo, che il secondo termine, di tai quattro quantita continue proportionali vien a esser la radice cuba di 2000. & notarassi in questa forma 20. R cu. 2000. 0. 5. il terzo termine per esser anchora incognito lo notaremo per nulla, & il quarto sara il nostro proposito 5. Ma volendo anchora per questo nostro modo, ouer regola trouar la terza quantita, o vuoi dir il terzo termine procederai per il medesimo modo (cioe supponendo il quarto termine per il primo, & il primo per il quarto, secondo l'ordine de gli arabi) cioe quadra quel 5. fara 25. & questo 25 multiplicalo fia il 20. fara 500. & la radice cuba del detto 500. fara la terza quantita, o vuoi dir il terzo termine, & tutti li detti quattro termini continui proportionali sariano in questo modo 20. R cu. 2000. R cu. 500. 5. come che anchora in margine puoi vedere detti nella prima essemplificatione rationale, lo puoi fare multiplicando la prima nella quarta dicendo 5 fia 20. fa 100. & questo 100 partirlo per la seconda, cioe per R cu. 2000. il che facendo trouarai che te ne venira R cu. 500. Anchora potresti trouar la detta terza quantita per la regola del 3. dicendo se 20 mi da R cu. 2000. che mi dara R cu. 2000. multiplica, & parti secondo l'ordine dato nel multiplicar, & partir di R fra loro, & per numero, & trouarai che te ne venira quel medesimo, cioe R cu. 500.

prima inuentione

a	a	a	a
P	2	3	4
20.	R cu. 2000.	0.	5.

seconda inuentione

a	a	a	a
P	2	3	4
20.	R cu. 2000.	R cu. 500.	5.

Queste questioni di saper fra due quantita trouar duoi mezzi continui proportionali Frate Luca le mette una per cosa difficile, & la insegna a essequire per algebra, & per una via molto strana, & fastidiosa, come che a carte 87 dell'opera sua, alla decima questione potrai vedere.

6 HAuendo anchora nota la prima, & la ultima di cinque quantita continue proportionali, & volendo per tal notitia ritrouar la seconda (di dette 5 quantita) sempre cuba il primo termine, & quel tal cubo multiplicalo fia il quinto termine, o vuoi dire fia la ultima quantita, & la radice della radice di tal produtto sara la ricercata quantita. Essempi gratia, se la prima di cinque quantita continue proportionali fusse 32. & la quinta fusse 2. hor se con tal notitia vorrai trouar la seconda di dette cinque quantita, cuba la prima (cioe quel 32) fara 32768. & questo multiplica fia la quinta (cioe fia 2) fara 65536. hor dico che la radice della radice di questo 65536 (laqual fara 16) fara la seconda quantita, & se ti paresse di voler trouare anchora la quarta quantita, la puoi trouar per questa medesima regola supponendo la quinta per prima, & la prima per quinta, cioe cubar questa quinta (cioe quel 2) fara 8. & questo 8 multiplicandolo fia la prima (cioe fia quel 32) fara 256. & la radice di radice di quel 256 (che fara 4) fara la quarta quantita, ouero il quarto termine, onde ponendolo nel quarto luogo staranno in questo modo 32. 16. 0. 4. 2. cioe vi restara anchora occolto il termine di mezzo (cioe doue e quel nulla) qual si poria ritrouare per piu vie, ma la piu communa saria a multiplicare il primo termine fia il quinto, cioe 2. fia 32. fara 64. & la R quadra di 64 (qual e 8) saria il medio termine, o vuoi dir il terzo, qual mettendolo al suo luogo li detti cinque termini stariano in questo modo 32. 16. 8. 4. 2.

prima positione

a	a	a	a	a
P	2	3	4	5
32.	0.	0.	0.	2.

prima inuentione

a	a	a	a	a
P	2	3	4	5
32.	16.	0.	0.	2.

seconda inuentione

a	a	a	a	a
P	2	3	4	5
32.	16.	0.	4.	2.

terza inuentione

a	a	a	a	a
P	2	3	4	5
32.	16.	8.	4.	2.

Nota che per altre vie, ouer regole si poria trouar fra due quantita li sopra detti tre medij continui proportionali, & massime per le euidentie date, ouero dichiarate in fine della 22 del primo capo, & anchora per quel modo dato in fine della 25 del primo capo, perche trouato il secondo termine, con quello insieme con il primo, ne potremo trouar quanti ne pare, ma io te li ho voluti trouar per questa nostra regola, accioche tu comprenda questo notabil ordine da noi trouato nelle quantita continue proportionali si nelle dette, come che in quelle che si ha da dire. Auertidoti che nelle quantita continue proportionali di termini dispari, & di medij dispari e cosa facile, & commune a molti il saper per la notitia di suoi duoi estremi ritrouar li suoi termini di mezzo, cioe egli e cosa facile fra pratici il trouare fra due quantita un termine medio proportionale, & similmente fra duoi termini trouar tre medij termini continui proportionali (cioe numero dispari) Ma a trouare medij pari, fra li termini pari, non e cosa cosi commune, anzi vi occorre maggior inteligentia, perche senza la notitia di queste regole di nouo ritrouate, difficil saria a trouare fra due quantita duoi termini continui proportionali (come di sopra dissi per auttorita di fra Luca) per esser li detti medij di numero paro, & similmente le quantita pare, & se fra due quantita e stato cosa difficile (senza queste nostre regole) a trouar duoi medij continuamente proportionali, tanto maggiormente saria cosa difficilissima a trouare fra due quantita quattro termini continui proportionali, ma per la notitia di queste nostre regole si potra con gran facilita trouare, non solamente quattro medij continui proportionali (fra due quantita) ma 6. 8. & 10. & cosi procedendo in infinito.

Hor per tornar al nostro proposito dico, che nelle simil questioni la maggior parte delle volte il detto secondo termine non ti venira rationale, & discreto, come che nella presente ti è accaduto, e pero in tal caso tal secondo termine bisogna notarlo sordamente, si come nelle altre è stato fatto. Essempi gratia, sel primo termine di cinque quantita continue proportionali fusse 12. & il quinto, over ultimo fusse 3. hor se con tal notitia vorrai trovar il secondo termine, cuba pur il primo, cioe quel 12 fara 1728. & questo multiplicalo fia il quinto termine (cioe fia quel 3) fara 5184. dico che la radice della radice di questo 5184. fara il secondo termine di detti cinque termini continui proportionali, & perche tal numero non è quadrato di quadrato, non ha R discreta, e pero bisognano tarlo sordamente in questo modo R R 5184. Eglie ben vero, che tal numero è simplice quadrato, per il che si poria cavar una volta la radice quadra, che faria 72. & notar tal secondo termine in quell'altro modo R 72. Et se vorrai anchora con questo medesimo modo trovar il quarto termine, cuba il quinto termine (cioe quel 3) fara 27. & questo multiplica fia il primo (cioe fia 12) fara 324. & cosi la radice della radice di 324. fara il quarto termine, & perche questo 324. è simplice quadrato, la cui radice faria 18. e pero diremo il detto quarto termine esser R 18. & staranno fino a questa hora in questo modo 12. R 72. 0. R 18. 3. cioe ne restaria anchora occulto il terzo termine, nel cui luogo vi ho posto. 0. il qual terzo termine volendolo anchora lui trovare, lo puoi trovar per piu vie, ma la piu facile (per il termine medio di tutti cinque) multiplica il primo termine fia il quinto (cioe 12 fia 3) fara 36. & la radice simplice di questo 36 (laqual è 6) fara il detto termine medio, o vuoi dir il terzo termine, & cosi tutte le dette cinque quantita continue proportionali staranno in questa forma 12. R 72. 6. R 18. 3. come che anchora in margine appare, & con tal ordine procederai nelle simili.

Essempio secondo prima positione				
primo	2°	3°	4°	5°
12	0.	0.	0.	3.

prima inventione				
primo	2°	3°	4°	5°
12.	RR 5184.	0.	0.	3.

prima inventione				
primo	2°	3°	4°	5°
12.	R 72.	0.	0.	3.

seconda inventione				
primo	2°	3°	4°	5°
12.	R 72.	0.	RR 324.	3.

seconda inventione				
primo	2°	3°	4°	5°
12.	R 72.	0.	R 18.	3.

terza inventione				
primo	2°	3°	4°	5°
12.	R 72.	6.	R 18.	3.

6 Anchora havendo nota la prima, & la ultima di sei quantita continue proportionali, & volendo per tal notitia ritrovare la seconda. Multiplica il quadrato del quadrato della prima fia la ultima (cioe fia la sesta) & la radice relata di tal produtto fara il secondo termine, o vuoi dir la seconda quantita, delle dette sei continue proportionali. Essempi gratia poniamo che la prima di sei quantita continue proportionali sia 4. & che la sesta sia 128. hor volendo mo per tal notitia ritrovar la seconda di dette sei quantita, trova il cen. cen. o vuoi dir il quadrato del quadrato della prima (cioe di quel 4) che fara 256. & questo multiplicalo fia il sesto termine, o vuoi dir fia la sesta quantita (cioe fia quel 128) fara 32768. & la radice relata del detto 32768 (laqual fara 8) fara lo ricercato secondo termine. Et quantunque trovato, che si habbia il detto 2° termine, facilmente per la notitia di questo, & del primo per varie vie si puo trovar tutti gli altri, & massime per quell'ordine della regola del tre, detto in fine della 25 questione del primo capo, nondimeno anchora per questa nuova regola li puoi ritrovare, trovando prima il quinto per la medesima nostra regola, cioe trovar il quadrato del quadrato del sesto termine, qual fara 268435456. & questo multiplicalo fia il primo (cioe fia 4) fara 1073741824. et la radice relata di questo 1073741824. (qual fara 64.) fara la quinta quantita, o vuoi dir il quinto termine, gli altri duoi termini, che resta di trovar, volendoli trovar per questa nostra regola, tu vedi, che li detti duoi termini incogniti, sono duoi medij continui proportionali fra il secondo, & quinto termine, cioe fra 8. & 64. e pero per trovarli procedi, come fu fatto nella quarta questione di questo capo, cioe per la notitia del primo, & quarto termine di quattro quantita continue proportionali sa per trovar il secondo, & anchora il terzo termine, cioe quadra quel 8. fara 64. & questo multiplicarai fia il quinto, cioe fia quel'altro 64. fara 4096. & la R cu. del detto 4096. ch'è 16. fara il detto terzo termine, & cō il detto modo trovarai anchor il quarto esser 32. questo medesimo ordine osservarai quando che il secondo termine ti venisse irrationale. Essempi gratia poniamo che la prima di sei quantita continue proportionali fusse 6. & la sesta 4. & se per tal notitia vorrai trovar il secondo termine, o vuoi dir la seconda quantita, trova il quadrato della prima, cioe di quel 6. che fara 1296. & questo multiplicalo per la sesta quantita, cioe per quel 4. fara 5184. & la radice relata di questo 5184. fara il secondo termine, over la seconda quantita, & perche tal numero non è relato, la sua radice fara irrationale, laqual si dovera notar in questo modo R relata 5184. Nota che per R relata s'intende, se ben ti aricordi, la radice del primo relato. Et con tal ordine (volendo) potrai trovar anchora la quinta, cioe trovando il quadrato del quadrato della sesta, cioe di quel 4. che fara 256. & questo multiplicarlo per quel 6. fara 1536. & la radice relata di 1536 fara la quinta quantita, o vuoi dire il quinto termine, & perche tal numero non è relato, non ha la detta radice relata rationale, e pero bisognara notarla in questa forma R rel. 1536. & cosi haverai trovata la seconda, & la quinta quantita. Ma la terza, & la quarta veniria a restar anchora ignote. Et sel ti paresse di volerle ritrovare, tu le puoi trovare per piu vie, la prima è quadrando la seconda (cioe R rel. 5184.)

Essempio primo prima positione					
primo	2°	3°	4°	5°	6°
4.	0.	0.	0.	0.	128.

prima inventione					
primo	2°	3°	4°	5°	6°
4.	8.	0.	0.	0.	128

seconda inventione					
primo	2°	3°	4°	5°	6°
4.	8.	0.	0.	64.	128.

terza, & quarta inventione					
primo	2°	3°	4°	5°	6°
4.	8.	16.	32.	64.	128.

& trouarai, che sara ℞ rel. 26873856. & questo partendolo per il relato di 6. il qual relato sara 7776. & te ne venira ℞ rel. 3456. & tanto sara la terza quantita, questo medesimo trouarai per la regola del 3. dicendo. Se 6 mi da ℞ rel. 5184. che mi dara ℞ rel. 5184. che operando ti daria quel medesimo, & con tal ordine puoi trouar la quarta dicendo, se 6 mi da ℞ rel. 5184. che mi dara ℞ rel. 3456. onde multiplicando, & partendo, come vuol la regola trouarai, che te ne venira ℞ rel. 2304. & tanto sara la quarta quantita, & con tal modo ne potresti trouar piu, se piu ve ne fusse da ritrouare, anchora si poria trouar la detta quarta per via della sesta, & della quinta dicendo, se 4. mi da ℞ rel. 1536. che mi dara ℞ rel. 1536. onde multiplicando, & partendo ti venira il medesimo (cioe ℞ rel. 2304.)

prima positione

2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6
6.	0.	0.	0.	0.	4.

prima inuentione

2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6
6	℞ rel. 5184.	0.	0.	0.	4.

Nota che questa dichiaratione te la ho fatta, non solamente per questa, ma per tutte quelle, che si ha da dire, perche in questo luogo mi basta a darti ad intendere (per il partire delle proportioni) per la notitia della prima, & della vltima di piu quantita continue proportionali a saper ritrouar la seconda, ouero la penultima, & per tanto nelle altre, che si ha da dire, mostraremo solamente quella parte, che ne fa dibisogno, ma se pur ti occorresse di voler trouar anchora tutte le altre, procederai per li modi dati di sopra, & facilmente le trouarai, domente che tu non ti habbi scordato il multiplicar, & partire di ℞ fra loro, & con il numero.

Seconda inuentione.

2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6
6.	℞ rel. 5184.	0.	0.	℞ rel. 1536.	4.

Terza, & quarta inuentione.

2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6
6	℞ rel. 5184.	℞ rel. 3456.	℞ rel. 2304.	℞ rel. 1536.	4.

Hauendo anchora nota la prima, & la vltima di sette quantita continue proportionali, & volendo per tal notitia ritrouare la seconda, sempre troua il rel. della prima, & quel multiplicarai fia la vltima di dette sette quantita, & la radice cuba quadra di tal prodotto sara la ricercata seconda quantita. Essempi gratia poniamo che la prima di sette quantita continue proportionali sia 6. & la settima, o vuoi dir vltima, sia 4374. hor volendo per tal notitia ritrouare il secondo termine di dette sette quantita, troua il primo rel. di quel 6. che sara 7776. & questo multiplicalo fia la detta settima quantita, o vuoi dir settimo termine (cioe fia quel 4374) sara 34012224. & la radice censa cuba di questo 34012224. (qual sara 18) sara il ricercato secondo termine, & quantunque trouato, che si habbia il detto secondo termine, facilmente per la notitia di quello, & del primo si puo trouar tutti gli altri, & massime per quel ordine della regola del 3. dato in fine della 25 questione del primo capo (visto anchora nella precedente) & per molte altre vie, nondimeno anchora con questa nuoua regola si puoi trouare, trouando prima il sesto termine, per questo medesimo ordine, supponendo il settimo per il primo, & il primo per il settimo, come nelle passate e stato fatto, & procedendo, come si e fatto nel trouar l'altro secondo, il che facendo trouarai il detto sesto termine esser 1458. anchora dapoi che hauerai trouato il secondo termine (cioe quel 18.) tu potrai trouar quello, che gli segue dietro, per la regola delle passate, perche tu vieni hauer noto il primo, & il sesto di 6 termini continui proportionali, cioe il primo sara quel 18. & il sesto sara quel 4374. e pero trouando il secondo per detta regola, trouarai quel esser 54. & cosi tu hauerai poi noto il primo, & il quinto di 5 termini continui proportionali, il primo verra a esser quel 54. & il quinto quel medesimo 4374. onde procedendo per l'ordine dato nella quinta si trouara il termine, che seguira dietro al detto 54. esser 162. & cosi con gli ordini dati nelle passate di mano in mano si puoi trouar tutti, & non solamente in questa, ma in tutte le passate, & in quelle che hanno da venire, cioe retrogradando, il che facendo li trouarai tutti sette esser quelli 6.18.54.162.486.1458.4374.

prima positione

2	2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6	7
6.	0.	0.	0.	0.	0.	4374

prima inuentione

2	2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6	7
6.	18.	0.	0.	0.	0.	4374.

seconda inuentione

2	2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6	7
6.	18.	0.	0.	0.	1458.	4374.

terza inuentione

2	2	2	2	2	2	2
P	2	3	4	5	6	7
6.	18.	54.	0.	0.	1458.	4374.

Questo medesimo ordine osseruaresti quando, che il secondo termine ti venisse irrationale. Essempi gratia poniamo, che la prima di sette quantita continue proportionali fusse 5. & la settima 9. & se per tal notitia vorrai trouar il secondo termine, o vuoi dir seconda quantita, troua pur il relato della prima, cioe di quel 3, che fara 243. & multiplicalo fia la settima (cioe fia quel 9) fara 2187. & la radice quadra cuba, o vuoi dir cen.cu. del detto 2187. fara il secondo termine, ouer la seconda quantita, ma perche tal numero non è censo cubo, tal sua radice censa cuba fara irrationale, e pero volendo isprimere, & notar perfettamente tal secondo termine, tu lo notarai in questo modo R cen.cu. 2187. & con tal ordine trouarai il sesto termine esser R cen.cu. 177147. gli altri 3 termini di tal quantita irrationale da te medesimo le saprai trouare, & non solamente per gli auisi dati nella precedente, & sopra la 21. 22. & 23. del primo capo, ma anchora per queste regole da noi ritrouate. Eglie il vero, che in queste sette quantita, per esser di numero dispare, occorrendoti il bisogno (per gli auisi della 21. & 22.) tu puoi ritrouare la quarta quantita per esser quella media proportionale fra la prima, & la settima, & per trouarla multiplica la detta prima fia la settima (cioe 3 fia 9) & fara 27. & cosi la radice quadra di 27. fara la detta quarta quantita, come di sotto in figura appare, se ti parera di trouar anchora le altre 2 te lascio la impresa, operando per qual modo ti pare di sopra detti.

2	2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6	7
3.	R cen.cu. 2187	0.	R 27.	0.	R ce.cu. 177147.	9.

8 Anchora hauendo nota la prima, & la vltima di 8 quantita continue proportionali, & volendo per tal notitia trouar la seconda, sempre troua il quadro cubo, o vuoi dir il censo cubo della prima, & quello multiplica fia la vltima quantita, & la R seconda rel. di tal produtto fara la ricercata seconda quantita, hor perche penso che quasi senza altro essempio tu mi debbi hormai intendere, si in questa, come in quelle, che si ha da dire, ti daro solamente vn essempio per abbreuiar la scrittura, vero è che tal essempio te lo ponero sempre in quantita irrationale a tua maggior instruttione. Poniamo adonque che la prima di otto quantita continue proportionali sia 2. & la ottaua, ouer vltima sia 6. hor volendo per tal notitia trouar la seconda, troua il censo cubo di quel 2 (prima quantita) che fara 64. & questo multiplica per quel 6. (vltima quantita) fara 384. & cosi la radice seconda relata di questo 384. fara la detta seconda quantita, & perche tal numero non è secondo relato, tal sua radice fara irrationale, & volendo notar tal seconda quantita, tu dirai quella esser radice seconda relata 384. & se con tal ordine vorrai anchora trouar la settima quantita, supponerai quel 6. per prima, & quel 2 per ottaua (secondo il modo di Arabici) dapoi procedendo per il medesimo modo trouarai tal settima quantita essere R seconda relata 93312. & perche questo ne basta per quel che consequentemente si ha da dire (come fu detto sopra la sesta di questo capo) non voglio star a narrare il modo da trouar gli altri restanti termini, ouer quantita, perche facilmente da te medesimo saprai trouar il tutto, hauendo in memoria quello, che fu detto nella detta sesta, ouero nella 21. 22. & 23. del primo capo, insieme con quello, che in questa si è detto.

Essempio

prima, & seconda inuentione.

2	2	2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6	7	8
2.	R seconda rel. 384.	0.	0.	0	0.	R seconda rel. 93312.	6.

9 Hauendo anchora nota la prima, & la vltima di noue quantita, ouer termini continui proportionali, et volendo per tal notitia trouar la seconda, sempre troua il secondo rel. della prima, & quel multiplicalo per la vltima (cioe per la nona quantita) & la R ce.ce. cen. di quel tal produtto, fara la detta seconda quantita. Essempi gratia poniamo che la prima di 9 quantita continue proportionali sia 3. & la nona sia 6. hor volendo trouar la seconda di dette noue quantita, troua il secondo relato di quel 3 (prima quantita) che fara 2187. & questo multiplica per quel 6 (vltima quantita) fara 13122 & cosi la radice cen.cen.cen. di questo 13122. fara la ricercata seconda quantita, & perche tal numero non è cen. cen. cen. tal sua radice fara irrationale, onde volendo notar precisamente tal seconda quantita, tu la notarai in questo modo R cen.cen.cen. 13122. Et se con tal ordine vorrai trouar la ottaua quantita, o vuoi dir l'ottauo termine, supponerai quel 6. per il primo termine, & quel 3 per l'vltimo, ouer nono, & dapoi procedendo per il medesimo ordine, trouarai tal ottaua quantita esser R cen.cen. cen. 23328. & per esser le dette quantita di numero dispare, cioe per esser 9. occorrendo il bisogno, facilmente (per le cose fin hora

Essempio

sin hora dette) potrai trouar la quinta quantita, per esser la detta quinta media proportionale fra la prima, & la nona quantita, onde multiplicando la prima fia la nona (cioe quel 3 fia quel 6) fara 18. onde la radice quadra di quel 18 (per le cose dette sopra la 20. & 21 del primo capo) sara la detta quinta quantita, come di sotto puoi vedere in figura, le altre, che resta da te medesimo le saprai trouare, & non solamente per le regole date nella sesta, ouer nella 11. & 22. & 25. del primo capo, ma anchora per queste nostre regole trouate, anzi con queste sole potrai essequir il tutto, se ben auertirai.

Prima, seconda, & terza inuentione.

2	2	2	2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6	7	8	9
3.	℞ cen. cen. cen. 13122.	0.	0.	℞ 18.	0.	0.	℞ cen. cen. cen. 23328.	6.

10 Anchora hauendo cognita la prima, & la vltima di 10 quantita continue proportionali. Et volendo per tal cognitione trouar la seconda di quelle, sempre troua il cen. cen. cen. della prima, & quel multiplica fia la vltima (cioe fia la decima) & la ℞ cu.cu. di quel tal produtto sara la ricercata seconda quantita. Essempi gratia ponimo che la prima di 10. quantita continue proportionali sia 5. & la decima (cioe la vltima) sia 2. Hor volendo trouar la seconda quantita, ouer termine, troua il cen. cen. cen. di quel 5 (prima quantita) che sara 390625 & questo multiplica per quel 2 (vltima quantita) fara 781250. & cosi la ℞ cu.cu. di questo 781250 sara la detta seconda quantita, & perche tal numero non è cubo di cubo, tal sua ℞ cu. cu. sara irrationale, onde volendola proferire giustamente in voce, ouero in scritto, diremo tal seconda quantita esser ℞ cu.cu. 781250. Et se con tal ordine vorrai trouar la nona quantita, supponerai la detta decima per prima, & la prima per decima, & dapoi procedendo per il medesimo modo trouerai la detta nona esser ℞ cu.cu. 1280. come di sotto vedi. Essempio

Prima, & seconda inuentione.

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5.	℞ cu. cu. 781250.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	℞ cu. cu. 1280.	2

11 Anchora hauendo cognita la prima, & la vltima di 11 termini, ouer quantita continue proportionali. Et volendo per tal cognitione trouar il secondo termine, ouer quantita, sempre troua il cubo del cubo della prima, & quel multiplica fia la vltima (cioe la vndecima) & la radice censa relata di quel tal produtto, sara la ricercata seconda quantita. Essempi gratia ponimo che la prima di vndici quantita continue proportionali sia 3. & la vndecima, ouer vltima sia 2. Hor volendo trouar la seconda, troua il cubo del cubo di quel 3 (prima quantita) che sara 19683. & questo multiplica per quel 2 (vltima quantita) fara 39366. & cosi la radice censa relata di questo 39366 sara la detta seconda quantita, & perche tal numero non è censo relato, tal sua radice censa relata sara irrationale, onde volendola proferir in voce, ouero in scritto, diremo tal seconda quantita esser ℞ cen.rel. 39366. Et se con tal modo vorrai trouar la decima, supponendo la vltima per prima, & la prima per vltima, trouaremo tal decima esser ℞ cen. relata 1536. Et per esser le dette vndici quantita, ouer termini di numero dispari, occorrendoti il bisogno (per le cose fin hora dette) potrai trouar la sesta quantita, per esser la detta sesta media proportionale fra la prima, & la vndecima. Onde multiplicando la prima fia la vndecima (cioe 3 fia 2) fara 6. & per tanto la radice quadra di quel 6. sara la detta sesta quantita, come di sotto puoi vedere.

Essempio
prima vltima
3.0.0.0.0.0.0.0.0.0.2

Prima, seconda, & terza inuentione.

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3.	℞ cen.rel. 39366.	0.	0.	0.	℞ 6.	0.	0.	0.	℞ cen.rel. 1536.	2.

Le altre poi che ti restano ignote (come nelle altre passate è stato detto) se ti parera da te medesimo facilmente le potrai trouare, per le regole dette nella sesta, ouer nella 11. & 12. & 25. del primo capo, & volendo le potrai anchor trouare per queste nostre regole.

12 Anchora hauendo nota la prima, & l'ultima di 12 quantita continue proportionali. Et volendo con tal notitia trouar la seconda, sempre troua il censo relato della prima, & quel multiplicalo per l'ultima (cioe per la duodecima) & la radice terza relata di quel tal produtto sara la detta seconda quantita. Essempi gratia ponimo, che la prima di 12 quantita continue proportionali sia 1. & l'ultima sia 2. Hor volendo trouar la seconda, troua il censo relato della prima, cioe di quel 1. qual sara pur 1, & questo multiplica per quel 2 (ultima quantita) fara pur 2. & cosi la radice terza relata di quel 2. fara la detta seconda quantita, & perche tal numero non è terzo relato, tal sua radice terza relata non sara rationale, onde volendola proferire in scritto, ouero in voce, diremo tal seconda quantita esser radice terza relata 2. Et se con tal modo vorremo trouar l'undecima supponeremo la duodecima per prima, & la prima per duodecima, si come in tutte le passate è stato fatto, & operando poi per il medesimo ordine, trouaremo tal undecima quantita esser radice terza relata 1024. come che di sotto nel essempio si vede.

Essempio
prima ultima
2.0.0.0.0.0.0.0.0.0.0.2

Prima, & seconda inventione.

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	R terza rel. 2.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	R terza rel. 1024.	2.

Et cosi senza che piu oltra mi stenda son certo, che da te medesimo saprai trouar la detta seconda quantita, ouero il secondo termine di quante si voglia quantita continue proportionali mediante la notitia della prima, & della ultima per mezzo di quel nostro ordine di saper cauare tutte le altre infinite specie di radici, che vanno seguitando di mano in mano dietro alla detta radice terza relata, il qual ordine fu dato in fine del secondo libro.

Di certe specie di casi, ouer questioni, che sopra li meriti, & sconti a capo d'anno nell'arte negotiaria, ouer mercantile potriano realmente incorrere, i quali senza la notitia delle sopra notate nostre regole saria impossibile a darui perfetta rissolutione. Cap. VIII.

MOlti, & diuersi casi, ouer questioni potriano realmente accadere, ouero esser proposti sopra li meriti, & sconti a capo d'anno, ouero altro termine, alliquali senza la notitia delle sopra notate regole, et massime di quelle da noi trouate, saria impossibile a darui perfetta rissolutione. Et per procedere regolatamente principiaremo alle piu basse, & commune questioni.

1 Uno tuole impresto ducati 750. & tienli precisamente anni duoi, et in capo di detti duoi anni gli ritorna fra merito, & capitale ducati 1080. Si adimanda quanto gli pagaua di merito per cento a l'anno a far capo d'anno. Per rissoluere questa, & altre simili questioni, bisogna auertire, che vi sono tre termini continui proportionali, il primo di detti tre termini è quelli ₰ 750. che piglia impresto, il secondo termine ne è occulto, & questo è quello che saria tornati li detti ₰ 750. fra merito, & capitale in capo del primo anno. Il terzo termine è quelli ₰ 1080. che fra merito, & capitale gli ritorna in capo del secondo anno. Hor si vede, che di questi tre termini continui proportionali hauemo cognito il primo, & il terzo, & per rissoluere tal questione bisogna trouar il secondo. Et per trouarlo procederemo secondo l'ordine, ouer regola data nella terza del precedente capo, cioe multiplicaremo il primo termine fia il terzo, cioe 750. fia 1080. fara 810000. & la radice quadra di questo produtto, fara il detto secondo termine, laqual radice quadra sara 900. & cosi il detto secondo termine saria ducati 900. & tutti tre li dettiere termini stariano in questo modo 750. 900. 1080. Hor per saper mo quanto pago di merito per 100. al anno, cauaremo li ducati 750 di capitale di quelli ducati 900. capitale, & guadagno del primo anno restara 150. per il puro guadagno del primo anno, con li detti ₰ 750. ma per trouar quanto guadagna per cento, darai per la regola. Se ducati 750 mi guadagna a l'anno ducati 150. che mi guadagnara ducati 100. opera che trouarai, che ti guadagnara 20. & cosi diremo, che colui pago di merito ducati 20 per 100. a l'anno a far capo d'anno, cioe a pagar merito del merito. Et se di tal conclusione ne farai la proua naturale procedendo secondo li modi dati sopra tai meriti nelle regole negotiarie la trouarai buona.

Nota che tu potrai anchora trouar quanto guadagno per 100. al l'anno dicendo, se 750 mi tornano

900.

400, che mi tornara 100, opera che ti tornara 440, fra capitale, & merito, cauane li 400 di capitale, & ti restara medesimamente quel 40, per il merito di 400 a l'anno, & questa regola saria molto piu commoda della prima nelle sequenti, ma per farti essercitar il multiplicare, & partir di residui vsaremo la prima regola.

MA quando che il detto secondo termine non venisse rationale (come molte volte nelle simili questioni interuiene) a voler dare tal conclusione pontalmente, & senza riprensione bisognara rispondere per radice sorda (come sopra la detta terza del precedente capo fu detto) essempi gratia se ti fusse detto vno tuol impresto ducati 354. & tendi precisamente anni duoi, & in capo di detti anni duoi, colui gli rese fra merito, & capitale ℔ 406. Si adimanda quanto vien a pagar di merito per 100 al'anno a far capo d'anno.

Procedi per come nella passata, cioe multiplica quel 354 fia quel 406. fara 143724. & la radice di 143724. sara il secondo termine fra merito, & capitale, ma perche tal numero non è quadrato, tal sua radice è irrationale, & a volerla rispondere pontalmente, si dira il detto secondo termine fra merito, & capitale esser R 143724. & tutti tre li detti termini fariano in questo modo 354. radice 143724. 406.

Hor per voler sapere quanto pago di merito per 100. procedi come fu fatto nella precedente (di termini rationali) cioe caua ducati 354 di R 143724. restara questo residuo R 143724 men 354. poi dirai per la regola del 3. se ducati 354. mi guadagno ducati R 143724 men 354. che mi guadagnara ducati 100. opera come vuol la regola trouarai, che ti guadagnara ℔ R 11468 [illegible] men 100. & tanto guadagnara per 100 a l'anno. Et se tu vorrai far la proua praticale, o vuoi dir la proua naturale, vedi se quel secondo termine trouato, cioe quel R 143724. qual vien a essere merito, & capitale del primo anno, meritandolo alla medesima ragione per l'altro secondo anno, ti ritorna precisamente fra merito, & capitale quelli ducati 406. che gli rendo, & ritornando quel li medesimi non si potra negare, che tal conclusione non sia buona. Et per meritar tal secondo termine, tu dirai, se ducati 354 mi ritornano ducati R 143724. che mi ritornara li medesimi ducati R 143724. multiplica R 143724 fia R 143724 fara 143724. qual partendolo per 354. trouarai che ti venira precisamente li detti ℔ 406. e pero tal conclusion è buona. Anchora tu poteui trouar (& piu facilmente) quanto pago di merito per 100 a l'anno per quel secondo modo dato nella precedente dicendo, se ducati 354 di capitale mi tornano fra capitale, & guadagno ducati radice 143724. che mi tornara ℔ 100 di capitale, opera trouarai che ti ritornara R 11468 [illegible] del qual cauandone li ducati 100 di capitale, trouarai che ti restara per ducati 11462 [illegible] men 100, ma per farti essercitar il multiplicar, & partire di residui te la ho risolta per il primo modo, il medesimo faro della maggior parte di quelle che seguita, e pero non te ne admirare, che il tutto faccio a tua maggior instruttione.

Ma nota che se vn simil caso ti accadesse realmente nell'arte negotiaria, ouer mercantile sempre lo puoi concludere rationalmente senza error sensibile, & questo farai pigliando la propinqua radice quadra di quel 143724. onde procedendo secondo la sua regola (posta sopra la estrattione di tal radice) trouarai quella esser 379 [illegible], & tanto saria il detto secondo termine, & tanti ducati fra merito, & capitale gli veniria in capo del primo anno, hor per sapere quanto gli pago di merito per 100 al'anno, procederai secondo che fu fatto nella precedente (per esser regola piu commune) cioe caua quelli ducati 354 di capitale, di quelli ducati 379 [illegible], & ti restara ducati 25 [illegible] per il puro guadagno, dapoi dirai per la regola del tre, se ducati 354 mi danno di guadagno ducati 25 [illegible], che mi dara ducati 100. opera che trouarai, che ti dara ducati 7 [illegible], & tanto pago di merito per 100 al'anno a far capo d'anno (io non ti schiffo il rotto, accio tu vedi la conclusione prima) & se per satisfare piu chiaramente il negotiante di tal questione, di quel rotto ne porrai cauare grossi, & piccoli, ouer amente ß, ß, ß, secondo il costume del paese, ouer prouincia, che ti ritrouarai, & cosi tal negotiante restara perfettamente satisfatto, perche in effetto in tal conclusione non vi è error sensibile, & li negotianti, & altri naturali (come in molti altri luoghi habbiamo detto) gli errori insensibili li reputano per nulla, e pero tal conclusione (tolta secondo la consideratione naturale) saria pontalmente risolta, vero è che pigliandola secondo la consideratione mathematica, tal conclusione saria giudicata per falsa, e pero quando si vuol dar risposta a qualche proposta questione, bisogna considerare la persona, che te la propone, perche se tal proponente sara qualche persona dottrinata in questa facolta, bisogna darui tal risposta da persona intelligente, cioe di precisione con radice sorde, ouero con binomij, ouero con residui secondo che ti occorrera nella risolutione di tal questione, perche facendo altramente (cioe rispondendoli per via di radici propinque) immediatamente ti reprobaria la tua risolutione per falsa, & farefti tramato da ignorante da quel tale. Et per il contrario quando che si vuol dar risposta a qualche questione proposta da qualche negotiante, over naturale, a lui realmente accaduta in qualche contratto materiale (occorrendoti nella conclusione quantita irrationale) risponderai a quel tale rationalmente, cioe con R propinque, perche se gli risponderai con R sorde, over con binomij, & residui, da lui sarai tenuto huomo di poca dottrina, & non senza ragione, perche colui che non si sa far intendere dalla persona, con chi parla si debbe giudicare di poca intelligentia. Essempi gratia se un mercante ti havesse proposta la soprascritta questione, realmente a lui accaduta, & che tu gli rispondesti, che lui vien a guadagnar ducati R 11461 [illegible] men ducati 100. per cento al'anno, dimando se quel tale non haveria causa a scandaleggiarsi di te, perche per tal tua risposta manco ne intenderia, che prima, e pero avertirai nelle simili, & altre.

Questo poco discorso ti ho voluto distendere a tua maggiore informatione, il quale notarai non solamente per questa, & per quelle, che consequentemente (in tal materia) si ha da dire, ma universalmente per tutta la presente nostra opera, perche secondo la qualita del proponente bisogna dar la risposta, & per questo effetto habbiamo cercato di trovare quelle regole di saper cavar la propinqua radice in ogni qualita di radice irrationale, come cosa non solamente utile, ma necessaria nella general pratica di numeri, & misure, come che in altri luoghi piu amplamente si fara manifesto.

3 Vn'altro tuol impresto ducati 27. & in capo de tre anni gli ritorno fra merito, & capitale ducati 64. Si adimanda quanto pagò di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Anchora in questa bisogna avertire, che vi concorre quatro termini continui proportionali, delliquali solamente il primo, & l'ultimo ne è cognito, & gli altri duoi ne sono occulti, il primo è quelli ducati 27 (primo capitale) & il quarto è quelli ducati 64. fra merito, & capitale, & per risolvere tal questione ne è forza di trovar il secondo termine, perche trovato il detto secondo termine con facilita si trovan tutte le ricercate particularita. Hor per trovare tal secondo termine procederemo per la regola data sopra la quarta del precedente capo, cioe quadra quel 27. fara 729. & questo multiplica fia quel 64. fara 46656. & la radice cuba del detto 46656. qual è 36. sara il detto secondo termine, & tanto fu il merito, & capitale del primo anno, & per saper quanto fu il puro merito di tal primo anno, cava quel 27 di capitale di quel 36 restara 9. & tanto pagò di merito di quelli ducati 27. in un'anno. Hor per saper quanto venne a pagar per cento a l'anno, dirai per la regola, se ducati 27 paga ducati 9. che pagara 100. opera che trovarai, che pagara $33\frac{1}{3}$, & se ne farai prova secondo le regole date sopra li meriti (nella prima parte) la trovarai buona. Se ti paresse di voler trovare il terzo termine, cioe il merito, & capitale del secondo anno, procedendo per la medesima regola, & per molte altre vie trovarai quello essere 48. ma in questi tai casi il tutto consiste a saper trovar il secondo termine, perche per vigor di quello per diverse vie potemo ritrovare tutti gli altri.

4 Ma quando che il detto secondo termine non venisse rationale in tal caso tu lo pronontiarai sordamente, come fu fatto della radice quadra sorda sopra la seconda di questo capo. Essempi gratia se ti fusse detto uno ha tolto impresto ducati 30. & in capo di anni tre gli ritornò fra merito, & capitale ducati 40. si adimanda quanto venne a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

In questa procederai si, come nella precedente, cioe quadra 30. fa 900. multiplica questo 900. per 40. fara 36000. & la radice cuba di questo 36000 sara il secondo termine, cioe il merito, et capitale del primo anno, ma perche questo 36000 non è numero cubo, la sua radice cuba sara irrationale, & volendo rispondere puntalmente, tu dirai che il merito, & capitale del primo anno fu radice cuba di 36000. si che li detti ducati 30. in capo del detto primo anno tornarino fra merito, & capitale ducati R cu. 36000 (come è detto di sopra) ma volendo sapere il puro merito del detto primo anno di detti ducati 30. a te sara necessario a proferirlo, overo a rappresentarlo in questo modo radice cu. 36000. men 30. Hor per saper quanto venne a pagar di merito per cento a l'anno, procederai secondo l'ordine dato sopra li meriti, & scontia capo d'anno nella prima parte del nostro general trattato, cioe (come nella precedente con le quantita rationali è stato fatto) dicendo, se R 30 mi guadagna R cu. 36000 men 30. che mi guadagnara R 100. opera che trovarai, che ti ritornara R cu. $1333333\frac{1}{3}$ men 100. & tanto venne a pagar di merito per cento al'anno. Il medesimo (& piu facilmente) trovarai procedendo per quell'altra seconda regola detta nella seconda di questo capo. Et se di questa conclusione, over solutione ne vorrai far la prova naturale, bisogna vedere se tal merito li detti ducati 30 tornaranno in capo di tre anni ducati 40. come dice la questione, & tornando precisamente li detti ducati 40. non si potra negare, che tal solutione non sia buona, & per veder tal cosa secondo l'ordine della pratica non è altro, che un trovar gli altri duoi termini, che

seguitano

seguitano con la regola del tre, dicendo, se ducati 30 mi tornano R. cu. 36000. fra merito, & capitale, che mi tornara la detta R. cu. 36000. opera che trovarai, che ti ritornaranno R. cu. 48000. & tanto saranno tornati li detti ducati 30 fra merito, & capitale in capo del secondo anno, hor per vedere quanto saranno tornati in capo del terzo anno dirai pur, se ducati 30 mi tornano radice cu. 36000 che mi ritornara R. cu. 48000. opera che trovarai, che ti ritornaranno R. cu. 64000. laqual R. cu. del detto 64000. sara precisamente 40. e pero la detta conclusione è buona.

Si vede adonque che la maggior difficulta, che occorra in queste specie di question è il saper trovar il secondo termine di tai quantita continue proportionali, & trovato quello (havendo pero in memoria il multiplicare, & partir di radici, & binomii) tutto il restante è facile, e pero per abbreviar la scrittura, nelle altre simili questioni, che seguitano a te lasciaro la impresa della prova.

Ma quando che tal questione ti fusse stata proposta da qualche mercante, overo altro naturale, per esser accadesta realmente, in tal caso tu doveresti procedere, come fu detto di sopra la seconda, cioe cavare la propinqua radice cuba di quel 36000. & con quella potrai poi trovare senza error sensibile tutto quello, che nella detta questione si adimanda, cioe quanto veniva a pagar di merito per cento a l'anno, & restara satisfatto.

5 VN'altro impresta a un signore fuora uscito ducati 2. & in capo di anni quattro essendo tornato tal signore in stato gli ritornò ducati 32. si adimanda quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Anchora in questa bisogna considerare, che vi concorre cinque termini continui proportionali, delliquali habbiamo notitia solamente del primo, & dell'ultimo, & per risolvere tal questione ne fa dibisogno trovar il secondo. Onde procedendo per la nostra regola data nella quinta del precedente capo, cioe cubando quelli 2. faranno 8. et multiplicar poi il detto 8. fia l'ultimo, cioe fia quel 32. fara 256. & la R. R. del detto 256. laqual è 4. sara il detto secondo termine, cioe il merito, & capitale del primo anno. E per tanto se di ducati 2. in un'anno ne fa 4. e si vede, che lui viene ad haver pagato di merito a ragion di 100 per cento a l'anno a far capo d'anno.

6 ANchora un'altro signor essendo scacciato fuora del suo stato piglia imprestito da un che lo conosceva ducati 3. & doppo anni quattro, essendo ritornato nel suo stato, ritornò ducati 12 a quel tale, si adimanda quanto viene ad haver havuto di merito colui per cento a l'anno a far capo d'anno.

Onde procedendo per il modo detto di sopra trovarai, che il secondo termine sara R. cen. cen. 324. ma per esser tal numero quadrato, pigliaremo la sua prima R. quadra, che sara 18. & la simplice R. quadra del detto 18. sara il detto secondo termine, & tanto fra merito, & capitale venne ad haver colui in capo del primo anno. Hor volendo trovar quanto venne ad haver havuto per cento a l'anno a far capo d'anno. Procedi secondo l'ordinario, cioe cava li ducati 3. di capitale di quella R. 18. restara R. 18 men 3. & tanto fu il puro guadagno di detti ducati 3. in un'anno, poi per trovar quanto vien per cento, dirai se ducati 3 guadagna R. 18 men 3, che guadagnara 100. multiplica, & parti, come vuol la regola, & trovarai, che te ne venira R. 20000. men 100. & tanto guadagno, overo che tanto venne ad haver di merito per cento a l'anno. Il medesimo trovarai per quella seconda regola detta nella seconda del precedente capo, & piu facilmente, perche non ti occorrera nel multiplicar, ne partir di quel residuo. Et se ne farai prova secondo l'ordine delle passate, trovarai che li detti ducati 3 in capo di detti anni quattro saranno ritornati fra merito, & capitale R. 144 laqual radice si è precisamente 12. e pero sta bene.

Nota che per abbreviar la scrittura in quelle, che si ha da dire sopra di questa materia, poneremo una sola questione per essempio in quantita irrationale, & sotto brevita rimettendo il modo operativo ordinariamente alle regole date nel precedente capo, & in quelli medesimi essempi.

7 EGlie un'altro gentil'huomo, il quale piglia a interesso ducati 4. da un mercante, & tenneli anni cinque, & in capo di detti anni cinque gli ritornò ducati 6. fra merito, & capitale, si adimanda quanto gli venne a pagar d'interesso per cento a l'anno a far capo d'anno.

Se ben considerai in questa questione vi occorre 6 termini continui proportionali, delliquali habbiamo notitia solamente del primo, & dell'ultimo, cioe il primo è quelli ducati 4. & l'ultimo è quelli ducati 6. & a voler risolvere tal questione ne basta a saper trovare quanto sia il secondo, & per trovarlo procederemo secondo la nostra regola data sopra la sesta del precedente capo, cioe recando quel 4 al suo cen. cen. che fara 256. & quel multiplicaremo fia quel 6. fara 1536. & la radice relata del detto 1536. sara il detto secondo termine, & perche la detta radice è irrationale, tu la notarai per R. rel. 1536. & tanto sara il capitale, & guadagno del primo anno, & per tal notitia volendo trouar quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno, procedi come nelle passate, cioe cava quel 5 di R rel. 1536 & ti restara R rel. 1536 men 5 & tanto fu il puro merito di detti ducati 5 in un'anno, & per trouar quanto fu per 100. dirai se ducati 5 mi danno di merito R rel. 1536 men 5. che mi dara 100. opera che ti dara R rel. 4915200000 men 100. & tanto gli venne a dar di merito per cento a l'anno, & ne farai proua la trouarai buona.

8 ANchora un'altro tuol impresto (per un suo bisogno) ducati 2. & li tenne anni 6. & in capo di detti anni 6. costui gli ritorno ₰ 9. fra merito, & capitale. Si adimanda quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Se ben consideri anchora questa questione tu trouarai, che vi concorre sette termini continui proportionali, delliquali habbiamo noto solamente il primo, & l'ultimo, il primo e quelli ₰ 2. & l'ultimo e quelli ducati 9. & volendo risoluere tal quesito, egli e necessario a ritrouare il secondo termine. Et per trouarlo procederemo per quella nostra regola posta nella settima del precedente capo, cioe recaremo quel 2 al suo primo relato, che sara 32. et quello multiplicaremo fia quel 9. fara 288. & cosi la radice censa cuba di questo 288. sara il secondo termine, & perche tal radice e irrationale tu la notarai in questo modo R cen. cu. 288. & tanto fara il capitale, & guadagno del primo anno. Hor per trouar quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno, voglio che lo ritrouiamo per quella seconda regola detta nella seconda questione di questo capo, dicendo se ducati 2 di capitale mi ritornano fra merito, & capitale ducati R cen. cu. 288. che mi ritornara ducati 100. di capitale, opera che trouarai, che ti ritornara R cen. cu. 4500000000000. fra merito, & capitale, del qual cauandone li ducati 100 di capitale restara R cen. cu. 4500000000000. men 100. & tanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno, & questa tal regola e molto piu espediente in queste specie di ragioni irrationali dell'altra, che nelle precedenti habbiamo vista, perche in questa non ne interuiene, ne il multiplicare, ne il partir di quel residuo, pur se per essercitarti la vorrai soluere per la detta regola trouarai il medesimo. Et se ti parelle anchora di volerla concludere rationalmente, cauarai la propinqua radice censa cuba del detto secondo termine, & con quella procederai secondo, che nelle regole negotiarie sopra tal meriti s'insegnai, anchora tu potresti far il medesimo cauando la propinqua R cen. cu. di quel 4500000000000. & di tal radice propinqua cauandone 100. & il restante saria quello che gli venne a pagar di merito per 100 a l'anno.

9 VN'altro piglia a impresto ducati 2. & li tenne sette anni, & in capo di detti sette anni gli ritorno ducati 6 fra merito, & capitale. Si adimanda quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno per far capo d'anno.

Tu vedi che in questa questione gli concorre 8 termini continui proportionali, delliquali ne e noto solamente il primo, & l'ultimo, il primo e quelli ducati 2. & l'ultimo e quelli ducati 6. ma per soluere tal questione ne fa dibisogno di saper il secondo termine, & per trouarlo procederai per la nostra regola data sopra la ottaua del precedente capo, cioe troua il censo cubo di quelli ducati 2. che fara 64. & quello multiplicalo per quelli ducati 6 fara 384. & la radice seconda relata del detto 384. sara il detto secondo termine, & perche tal radice e sorda, o vuoi dire irrationale tu la proferirai in questo modo radice secondo rel. 384. & tanto sara il capitale, & guadagno del anno. Hor per trouar quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno procedendo per quella seconda regola, dirai se ducati 2. di capitale mi ritorna fra merito, & capitale ducati radice seconda relata 384. che mi tornara 100 di capitale, opera & trouarai, che ti ritornara radice seconda relata 300000000000000. dellaquale cauandone li ducati 100 di capitale restara radice seconda relata 300000000000000 men 100. & tanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno, & se ne farai proua la trouarai buona. Et se per essercitarti la soluerai per quell'altra prima regola trouarai il medesimo.

10 VN'altro tuol impresto ducati 3. & li tenne anni otto, & in capo di detti anni otto gli ritorno il doppio, cioe ducati 6. fra merito, & capitale. Si adimanda quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Tu vedi che in questa dimanda gli interuiene 9 termini continui proportionali, delliquali habbiamo cognito solamente il primo, & l'ultimo, il primo e quelli ₰ 3. & l'ultimo e quelli ₰ 6. & per risoluere tal dimanda e necessario a ritrouar il secondo termine, & per trouarlo procederemo per quella nostra regola data nella 9 del precedente capo, cioe pigliaremo il 2° rel. di quel 3. che fara 2187. & lo multiplicaremo per quel 6. fara 13122. & la R cen. cen. cen. del detto 13122. sara il detto secondo termine, & per esser tal radice sorda, o vuoi dire irrationale, tu la notarai in questa forma R cen. cen. cen. 13122. & tanto sara il merito, & capitale del primo anno, hor per trouar mo quanto venne a pagar di merito per 100 a l'anno a far capo d'anno, procedendo per quel la seconda regola diremo, se ducati 2 di capitale mi torna fra merito, & capitale ducati 10 cen. cen. cen. 15 1 2 1. che mi tornara ducati 100 di capitale, opera che trouarai, che ritornara 10 cen. cen. cen. 20000000000000000. delliquali cauane li ducati 100 di capitale, & ti restara radice cen. cen. cen. 20000000000000000. men 100. & tanto venne a pagar di merito per cento a l'anno, & se ne farai la proua la trouarai buona. Ma se per essercitarti nel multiplicare, & partir di residui, la soluerai per la prima regola trouarai, che ti venira il medesimo.

11 ANchora vn'altro piglia impresto ducati 2. & li tenne anni noue, & in capo di detti anni noue gli ritorno' ducati 5 fra merito, & capitale. Si adimanda quanto gli veniua a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Anchora in questa si vede che gli occorre 10. termini continui proportionali, delliquali solamente il primo, & l'ultimo habbiamo noto, il primo è quelli ℔ 2. & l'ultimo è quelli ℔ 5. & per risoluer tal quesito, egli è necessario a ritrouare il secondo termine, & per trouarlo procederemo per questa nostra regola data nella decima del precedente capo, cioe piglieremo il cen. cen. cen. di quelli ducati 2. che sara 256. & lo multiplicaremo fia quel 5. fara 1280. & cosi la R. cu. cu. del detto 1280. sara il detto secondo termine, & perche tal radice è sorda, ouer irrationale la descriueremo in questo modo R. cu. cu. 1280. & tanto sara il merito, & capitale del primo anno, delli detti ducati 2. per trouarmo quanto veniua a pagar di merito per cento a l'anno, tu dirai (secondo il solito) se ducati 2 di capitale mi torna fra capitale, & guadagno R. cu. cu. 1280. che mi tornara ducati 100. opera che trouarai che ti ritornara ducati R. cu. cu. 2500000000000000000. delliquali cauandone li ducati 100. di capitale, restara R. cu. cu. 2500000000000000000 men 100. & tanto veniua a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno, & se ne farai proua la trouarai buona.

12 VN'altro tuol impresto per ducati 2. & in capo di anni 10. gli ne ritorno' fra merito, & capitale ducati 3. Si adimanda quanto gli veniua ad hauer pagato di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Similmente in questa si vede, che gli interuiene vndici termini continui proportionali, delliquali solamente del primo, & dell'ultimo habbiamo notitia, & a voler concludere il proposito egli è necessario a trouar il secondo, & per trouarlo procederemo per questa nostra regola data sopra la vndecima del precedente capo, cioe piglieremo il cubo cubo di quel 2. che sara 512. & lo multiplicaremo per quel 3. fara 1536. & cosi la radice censa relata del detto 1536. sara il detto secondo termine, & perche tal radice è sorda, o vuoi dire irrationale, la notaremo in questa forma radice ce. rel. 1536. & tanto sara il capitale, & merito del primo anno, con la noticia de questo volendo trouare quanto gli veniria ad hauer pagato di merito per cento a l'anno, dirai se ducati 2 di capitale mi torna fra merito, & capitale ducati R. cen. rel. 1536. che mi tornara ducati 100 di capitale, opera che trouarai, che ti tornara R. cen. rel. 260 122548737489203 $\frac{1}{2}$, delliquali cauane li ducati 100 di capitale, & trouarai che ti restara 260122548737489203 $\frac{1}{2}$ men ducati 100. & tanto veniua ad hauer pagato di merito per 100 a l'anno, facendone proua, che la trouarai buona.

13 VN'altro piglia impresto da vn suo amico ℔ 2. & per varij infortunij stette anni 12. che mai hebbe il modo di poterueli restituire, ma in capo di detti 12. anni heredito' vna certa pocca facolta, & per mostrarsi grato del seruitio ritorno' a quel suo amico ℔ 2. Si adimanda quanto gli venne a dar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

In questa si vede, che vi occorre 13 termini continui proportionali, delliquali habbiamo solamente notitia del primo, & dell'ultimo, il primo è quei ducati 1. & l'ultimo è quelli ducati 2. ma a douer concludere il proposito egli è necessario a ritrouare il secondo termine. Et per trouarlo procederemo per quella nostra regola data sopra la duodecima del precedente capo, cioe piglieremo il censo relato di quel 1. qual sara pur 1. & lo multiplicaremo fia quel 2. fara pur 2. & cosi la radice terza relata di quel 2 sara il detto secondo termine, & per esser tal radice sorda la notaremo in questa forma radice terza relata 2. & tanto sara il merito, & capitale del primo anno, con il quale volendo noi trouare quanto gli venne a dar di merito per cento a l'anno, procederai secondo il solito, dicendo se ℔ 1 di capitale mi ritorna fra merito, & capitale ducati radice seconda relata 2. che mi ritornara ducati 100 di capitale, opera che trouarai, che ti ritornara radice terza relata 2000000000000000000000. delliquali cauandone li ducati 100 di capitale, trouarai che ti restara ducati radice terza rel. 2000000000000000000000000 men ducati 100. & tanto gli venne a dar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno, & se ti parera di volerla prouare, procederai secondo le regole date, & trouarai che in capo di detti anni vndici veniria a riceuere fra merito, & capitale li detti ducati 2. Et cosi senza che piu oltra mi stenda, non dubito che con tal nostro ordine da te medesimo saperai in infinito piu oltra procedere, cosa non piu audita, ne da alcun'altro antico, ne moderno cogitata.

Li casi, ouer questioni, che sopra li sconti a capo d'anno potriano realmente occorrere nell'arte negotiaria sono precisamente al contrario delli sopra notati meriti, e pero si risoluono quasi al contrario delli precedenti, ma pur per le dette nostre regole poste nel precedente capo, & per procedere regolatamente, cominciaremo alle piu basse, & commune questioni, come fu fatto nelli sopra notati meriti, ponendo anchora per maggiore intelligentia li conuersi di quelli medesimi meriti.

24 VNo die hauer da vno mercante ducati 1080. in termine di duoi anni, & trouandosi il detto creditore in vn certo bisogno, va dal detto mercante, & gli dice, se tu mi vuoi dar al presente ducati 750. mi voglio chiamar satisfatto da te, costui si contenta, & gli snoda li detti ducati 750. Si adimanda mo a quanto per cento a l'anno (a far capo d'anno) furno scontati li detti ducati 1080.

In questa (se ben ti aricordi le regole del scontar a capo d'anno) vi concorre tre termini continui proportionali, delliquali habbiamo solamente notitia del primo, & dell'ultimo, il primo è quelli ducati 1080. & l'ultimo è quelli ducati 750. Ma per risoluere tal questione a noi è necessario a trouare il secondo termine, & per trouarlo procederemo secondo la regola posta sopra la terza del precedente capo, cioe multiplica 750. fia quel 1080 fara 810000. & la radice quadra di tal prodotto sara il detto secondo termine, laqual radice di 810000 saria 900. & tanto sara il detto secondo termine, & anchora tanti ducati saranno tornati li detti ducati 1080. scontati per vn'anno solo, cioe per il primo anno, hor per saper a quanto per cento a l'anno sia tal sconto, tu puoi procedere per piu vie (come sopra li detti sconti nella prima parte fu mostrato) ma procedendo per la piu commune diremo, se 900. mi torna 1080. che mi tornera 100. opera che trouarai, che ritornaranno 120. fra capitale, & guadagno, delliquali trattone li ducati 100 di capitale restara ducati 20. per il merito (meritando) ouer per il sconto scontando per cento a l'anno, e pero li detti ducati 1080. vengono a esser stati scontati a ragione di 20 per cento a l'anno a far capo d'anno.

Tu poteui anchora trouar il medesimo 120. con l'ultimo termine, cioe con quelli ducati 750. dicendo se ducati 750. di capitale meritandolo torna in ducati 900 in vno anno, che ritornara 100 di capitale, opera che ritornara quel medesimo 120 fra merito, & capitale (meritando) ma scontando di 120. ritornara in 100. Et se di tal conclusione ne farai la proua, trouarai cosi essere, e pero tu vedi che la conclusione di questo sconto è simile alla prima di questo capo sopra li meriti.

25 MA quando che il detto secondo termine non venisse rationale (come la maggior parte delle volte interuiene) bisognaria a volerla risoluere pontalmente, et senza riprensione da gli huomini intelligenti rispondere tal secondo termine per R. sorda, come sopra la seconda di meriti di questo capo fu anchora detto. Essempi gratia (per ponere il conuerso della seconda di questo capo) poniamo che vno debba hauer da vn'altro ducati 406. in capo di duoi anni, & costui che debbe hauere tali ducati 406. nel detto termine, ne ha dibisogno al presente per fare vn certo suo effetto, & per tanto va dal detto suo debitore, & dicegli se mi vuoi dare al presente ducati 354. ti voglio saldar la tua partita, & il scritto di tutto il mio credito, & cosi costui si contenta. Si adimanda a quanto per 100 a l'anno a far capo d'anno furno scontati tai ducati.

In questa (se ben la consideri) vi interuiene tre termini continui proportionali, delliquali habbiamo notitia solamente del primo, & dell'ultimo, il primo in questo caso saria quelli ducati 406. (rispetto al scontare) & l'ultimo saria quelli ducati 354. Ma per risoluere tal questione, egli e necessario di trouare il secondo termine, & per trouarlo procederemo secondo la regola data nella detta terza del precedente capo, cioe multiplicaremo quel 354 fia quel 406. & fara 143724. & cosi la radice di quel 143724. sara il detto secondo termine, qual per non hauere tal radice rationale, & a voler proferire pontalmente, tal secondo termine si notaria in questo modo R. 143724. & tanto saranno ritornati li detti ducati 406. scontati per vn'anno, ouero che tanti saranno retornati fra merito, & capitale, li detti ducati 354. meritati per vn'anno, & per tanto volendo mo trouare a quanto per cento a l'anno, furno scontati tai danari, a far capo d'anno tu puoi procedere per piu vie, come fu detto nelle regole negotiarie sopra tai sconti, ma la piu commune e questa, dirai, se R. 143724 di capitale mi ritornano ducati 406 fra merito, & capitale, che mi ritornara 100. opera che trouarai, che ti venira R. 1146 [illegible], dalliquali cauane quelli ducati 100 di capitale, & ti restara R. 1146 [illegible] men 100. & a tanto per 100 a l'anno furno scontati tai danari a far capo d'anno. Et questo tal sconto tu vedi, ch'egli e precisamente eguale a quello, che si merita nella seconda di meriti di questo capo, tal che questa vien a esser la proua di quella, & quella di questa, vero è che tu potresti prouarla scontando alla medesima proportione quella R. 143724. douerriano tor-

nar

tor quelli ducati 354. & tornando quelli ducati 354. tal conclusione non si poria negare, che non fusse buona. Et per far questo secondo sconto tu dirai, se ducati 406 mi ritornano scontati per vn'anno ducati 143724. che mi ritornara li medesimi ducati 143724. opera che ti ritornera precisamente ducati 354. e pero sta bene.

Ma se questa tal questione ne fusse stata proposta da vn qualche negotiante per essergli realmente a lui accaduta (come che anchora fu supposto sopra la seconda di questo capo) in tal caso volendo satisfare naturalmente al negotiante in tal material questione, cauaremo la propinqua radice quadra del detto 143724. laquale (come fu detto sopra la seconda di questo capo) sara 379 [illegible], & cosi ducati 379 [illegible] faranno ritornati li detti ducati 406 scontati per vn'anno solo. Poi per voler trouare a quanto per cento a l'anno a far capo d'anno furno scontati li sopradetti ducati 406. tu lo puoi ritrouare per due vie, cioe potiamo dire, se ducati 379 [illegible] mi ritornano in ducati 406. che mi ritornara ducati 100. Et potemo anchora dire, se ducati 354. mi ritornano in ducati 379 [illegible], che mi ritornara ducati 100. perche se li detti ducati 379 [illegible] fusse il perfetto medio proportional fra 406. & 354. tanto veniria per l'uno modo quanto per l'altro, ma perche il detto 379 [illegible] non é perfetto medio, per non esser la perfetta radice del sopradetto 143724. ma solamente propinqua al vero, e pero variara alquanto piu per vn verso, che per l'altro. Ma perche ogni picolo errore, che si faccia nel partitore molto piu maggior errore si trouara seguire nell'auenimento di tal partire, & per il contrario se nella quantita, che si ha da partire fara qualche errore (partendola poi per vn giusto partitore) nel auenimento di tal partire, molto si sminuira tal errore, & tanto piu sminuira tal errore quanto, che piu maggior fara il detto partitore, e pero ti laudo a procedere per il secondo modo, cioe dire, se ducati 354 mi ritornano ducati 379 [illegible], che mi ritornara 100. che operando si trouara, che ritorna ducati 107 [illegible], delliquali trattone li ducati 100 di capitale restara ducati 7 [illegible], & cosi a ducati 7 [illegible] per 100 a l'anno a far capo d'anno saranno stati scontati li detti ducati 406. si porria anchora procedere precisamente (come fu fatto nella seconda di meriti di questo capo) cioe cauar quelli ducati 354. di quelli ducati 379 [illegible], & ti restara ducati 25 [illegible], & dapoi dire se ducati 354 mi danno di merito ducati 25 [illegible], che mi dara ducati 100. onde operando si trouara, che dara quelli medesimi ducati 7 [illegible] di merito per cento a l'anno a far capo d'anno (dico di merito meritando) ma scontando mi da quel medesimo sconto per cento a l'anno a far capo d'anno. Ma procedendo per quella prima via dicendo, se ducati 379 [illegible], mi ritornano ducati 406. che mi ritornara ducati 100. procedendo si trouara, che ritornara ducati 107 [illegible], delliquali cauandone ducati 100. restara ducati 7 [illegible], ch'e alquanto differente dal sopradetto per le ragioni di sopra narrate. Et se di tai conclusioni ne farai la proua naturale, & in fine di tal proua se cirarai quel rotto di [illegible] (che ti venira) in grossi, & picoli, ouero in ß, & ₰, ouer ß, tu trouarai, che la non ti fallicara d'vn picolo, ouer di vn danaro dal la verita, il qual errore (appresso di mercanti, & altri negotianti) sara reputato per niente, & perche tutto quello che si é visto seguire in questo sconto, fatto per duoi anni, quel medesimo seguira in tutti gli altri di piu numero di anni, cioe che quella medesima regola, che habbiamo vsata in tutte le precedenti questioni di meriti, quella medesima si debbe vsare nelli sconti, tal che senza altra essemplificar questione da te medesimo douerésti saper essequire il proposito in ogni altra simile questione di sconti in piu numero di anni, nondimeno a tua maggiore informatione ne poneremo alcune altre, ma sotto breuita, repetendo le medesime questioni delli precedenti meriti.

26 VNo debbe hauere da vn'altro ducati 64. in capo di tre anni, & per vn suo bisogno si contento di tuor al presente ducati 27. Si adimanda a quanto per cento a l'anno furno scontati a far capo d'anno.

In questa tu vedi che gli occorre quattro termini continui proportionali, delliquali solamente il primo, & l'ultimo ne é cognito, il primo é quelli ducati 64. & l'ultimo é quelli ducati 27. ma per risoluere tal questione, ne é forza di trouare il secondo, ouer il terzo, perche tanto si potiamo seruir del terzo, come del secondo, ma per maneggiar menori numeri, il terzo, & questo trouaremo secondo l'ordine, che fu fatto nella terza di meriti di questo capo, cioe quadraremo quel 27 fara 729. & questo multiplicaremo fia quel 64. fara 46656. & cosi la radice cuba del detto 46656. (laqual fara 36) sara il detto terzo termine, & perche l'ultimo é 27. qual meritandolo per vn'anno torna fra merito, & capitale li detti ducati 36. & per saper quanto vien per cento, procedi come fu fatto nella terza di meriti dicendo, se 27 torna 36. che tornara 100. opera che tornara $133\frac{1}{3}$, delliquali cauane 100. capitale, restara di merito $33\frac{1}{3}$ per cento a l'anno a far capo d'anno, dico meritando, ma scontando daranno medesimamente di sconto ducati $33\frac{1}{3}$ a l'anno a far capo d'anno, & cosi li detti ducati 64. furno scontati alla detta ragione di $33\frac{1}{3}$ per 100 a l'anno a far capo d'anno.

27 MA quando che il detto secondo, ouer terzo termine venisse irrationale tu procederesti per secondo il medesimo modo, ma irrationalmente. Essempi gratia se vno douesse hauer da vn'altro ducati 40. in termine di tre anni, & che si contentasse di tuor di presente ducati 30. Hor volendo sapere a quanto per cento al'anno a far capo d'anno, sariano scontati li detti ducati 40. In questa procedendo secondo l'ordine dato nella quarta di meriti (qual è a lei simile) trouarai, che il secondo, o vuoi dir terzo termine sara R.cu.36000. hor per sapere a quanto per cento a l'anno sia tal sconto, dirai, se 30. di capitale (meritandolo) torna radice cu.36000. fra merito, & capitale, che mi tornara ducati 100 di capitale, opera che trouarai, che tornara R.cu.1333333 $\frac{1}{3}$ fra merito, & capitale (meritando) dellaquale cauane li ducati 100 di capitale, restara R.cu.1333333 $\frac{1}{3}$ men 100. & tanto per cento al'anno sariano scontati li detti ducati 40. a far capo d'anno, & per il contrario li ducati 30. che haueria colui per tre anni auanti tratto, & tirandone poi ducati 40. veniriano a esser meritati alla medesima ragione per cento a l'anno a far capo d'anno, & se ne farai la proua la trouarai buona.

28 EGli è vno, il quale debbe hauere da vn'altro ducati 32. in capo di quattro anni, & essendo al bisogno si contenta hauer di presente ducati 2. Si adimanda a quanto per cento a l'anno a far capo d'anno, furno scontati tai ducati.

In questa tu vedi che la è simile alla 5 di meriti, & che medesimamente sono cinque termini continui proportionali, onde trouando il secondo, ouer il quarto, perche tanto vie sene l'uno quanto l'altro, & trouarai il quarto esser la R.cen.cen. 256. (cioe 4.) & cosi in tal caso meritando di ducati 2. se ne fa 4. in vn'anno, che veniria a meritar 100. per 100. a l'anno. Ma scontando tai ducati 32. veniriano a esser stati scontati a quella ragione medesima, cioe a cento per cento a l'anno intendendo pero sempre a far capo d'anno.

29 ANchora voglio facciamo il conuerso della sesta di meriti. Dicendo vno debbe hauere da vn'altro ducati 12. a termine di anni quattro, & per vn suo gran bisogno si contenta di tuore al presente ducati 3. Si adimanda a quanto per cento a l'anno, vengono a esser stati scontati li detti ducati 12. intendendo sempre a far capo d'anno.

In questa tu vedi medesimamente occorrerui cinque termini continui proportionali, de iquali si vien ad hauer notitia del primo, & del quinto, onde trouando il secondo, ouer il quarto secondo l'ordine detto nella sesta di meriti, ma per maneggiar menori numeri, trouaremo quello che seguita li ducati 3. che veniria a esser la R.cen.cen. 324. (come interuiene anchora nella detta sesta di meriti) ma per esser il 324. numero quadrato, pigliaremo la sua prima radice quadra, che sara R.18. & tanto sara il detto secondo termine, onde procedendo, come che nella detta sesta fu fatto, trouaremo medesimamente che veniria ad hauer scontati li detti ducati 12. a ragion di ducati R.20000. men 100. per cento a l'anno a far capo d'anno, cioe si come che nella detta sesta di meriti veniuano ad esser meritati la detta R.20000. men 100. in questa vengono a esser scontati, ma l'operatione vien a esser questa medesima, e pero senza che piu oltra mi stenda con altro essempio non dubito, che da te medesimo saprai, come gouernarti quando, che in tal questione, ouer sconto ti occorresse in qualunque numero di anni si voglia, & tanto piu hauendoti auertito nelle risolutioni delle 6 precedenti questioni di sconti, sono quelle medesime regole, con lequali sono sta risolte le prime sei questioni di meriti, solamente vi è questa differentia, che quel termine, che è primo nelle questioni di meriti vien a esser vltimo nelle questioni di sconti, & quello, che è vltimo nelle questioni di meriti diuenta primo nelle questioni di sconti, ma questo non importa, perche (come fu detto nelle questioni del precedente capo) essendo piu termini continui proportionali volendoli proferire secondo l'ordine del nostro scriuer quello che sara piu verso la man sinistra sara detto primo, & quello che sara piu verso man destra sara detto l'vltimo. Ma volendo proferire li detti termini al contrario, cioe secondo il modo de gli Arabi, quel termine che era primo diuenta vltimo, & quello che era vltimo diuenta primo, laqual cosa in questi casi (com'è detto) non importa, perche con quella medesima regola, che si troua il secondo termine, di quanti si voglia termini continui proportionali, con quella medesima si troua il penultimo, come fu mostrato sopra a tutte le questioni del precedente capo. Hor per tornar al nostro proposito. Dico si come che con quelle regole vsate nelle risolutioni di quelle 6 prime questioni di meriti, habbiamo risolte le sopra notate 6 questioni di sconti, similmente con quelle medesime regole vsate nella risolutione di quelle altre 7 questioni, che seguitano nelli detti meriti potrai risoluere le altre 7 a quelle relatiue de sconti, & si come in quelle di detti meriti si puo procedere in altro maggior numero d'anni in infinito, il medesimo seguira in queste questioni di sconti, e pero faremo fine a questo capo.

Di una prima regola circa al proprio partire delle proportioni. Cap. IX.

Prima regola di saper partire una proportione in due parti eguali, overo di sapere assignare la mita di quella.

1 Volendo diuidere vna data proportione in due parti eguali, ouer pigliar la mita di quella, sempre fra li duoi termini di tal specie di proportione, trouarai vn termine medio proportionale (per il modo dato nella terza del settimo capo) & la proportione che sara dal primo termine a tal termine medio sara la mita della prima data proportione (per le ragioni adutte nella prima del secondo capo) Essempi gratia volendo pigliar la mita della proportione, che è fra 9. & 4. troua vn solo medio proportionale fra il detto 9. & 4. onde procedendo per il modo dato nella terza del settimo capo trouarai quello esser 6. & starāno posti in questo modo 9. 6. 4. & cosi dico (per le ragioni adutte nella detta prima del secōdo capo) la proportione del primo al secondo termine (cioe da 9. a 6.) esser la mita di quella, che è dal primo al terzo (cioe da 9. a 4.) che è il proposito, il medesimo seguiria in ogni altra specie di proportione si della minore, come della maggior inequalita, & si nelle proportioni irrationali, come rationali. Ma bisogna notare, che ogni proportione non è diuisibile (rationalmente) in due parti eguali, ma solamente quelle proportioni sono diuisibili rationalmente in due parti eguali, che li duoi termini di tal proportioni sono numeri quadrati, ouer numeri superficiali, & simili, & tutto questo dimostra Euclide nella 1... & 18 del suo ottauo libro, e pero concluderemo che solamente quelle proportioni sono diuisibili rationalmente in due parti eguali, dellequali li lor duoi termini multiplicati l'uno fia l'altro produrano numero quadrato, & tutte quelle, dellequali li lor duoi termini multiplicati non produrano numero quadrato non sono diuisibili rationalmente in due parti eguali.

Anchora d'vn'altro accidente ne dimostra Euclide nella 25 del 8. da poter conoscer li numeri, che sono superficiali, & simili, dicendo, che la proportion di numeri superficiali simili esser si, come da numero quadrato a numero quadrato. Essempi gratia la proportione quadrupla, cioe come da 4. a 1. è come da numero quadrato a numero quadrato, perche il 4 è numero quadrato, & la vnita è connumerata fra li numeri quadrati, e pero tutti li numeri nella proportione quadrupla saranno tutti numeri superficiali, & simili, e pero multiplicati, ouer partiti l'uno per l'altro sempre daranno numero quadrato, & accio meglio m'intendi ti pongo questi per essempio in margine, cioe 4. a 1. 8. a 2. 12. a 3. 16. a 4. 20. a 5. & 24. a 6. liquali trouarai, che multiplicando l'antecedente fia il suo consequente di qual si voglia di tai proportioni fara numero quadrato, e pero diremo la proportione quadrupla esser diuisibile (rationalmente) in due parti eguali, il medesimo trouaremo seguir in tutti quelli numeri costituiti nella proportione di 9. a 4. per esser l'uno, & l'altro quadrato, delliquali a tua dichiaratione ti pongo questi in tal proportione 9. a 4. 18. a 8. 27. a 12. & cosi si potria procedere in infinito, delliquali se ne farai la speriencia, trouarai che multiplicato l'antecedente per il suo consequente (di qual proportione di loro si voglia) fara numero quadrato, & perche la detta proportione da 9. a 4. (è dupla sesquiquarta) diremo la detta proportione dupla sesquiquarta esser diuisibile in due parti eguali, dico in due parti rationali. Et cosi per abbreuiar parole dico, che ogni ogni proportione, che sia come da 25. a 4. ouer come da 9. a 16. ouer come da 16. a 25. ouer come da 36. a 16. ouer come da qual si voglia numero quadrato a vn'altro numero quadrato, sempre sara diuisibile in due parti eguali, & rationali, perche sempre multiplicando l'antecedente di qual si voglia di dette proportioni, fia il suo consequente, & similmente partendo l'uno per l'altro dara numero quadrato.

Ma per il contrario tutte quelle proportioni, che li suoi termini non saranno numeri superficiali simili, multiplicando il suo antecedente fia il suo consequente non produranno numero quadrato, ne similmente partendo l'uno per l'altro non ne peruenira numero quadrato, ne manco tai proportioni potranno esser diuise in due parti eguali, che siano rationali, e pero (come dimostra Euclide nella ottaua propositione del ottauo) niuna superparticolare puo esser diuisa in due parti eguali, che siano rationali, perche li suoi termini non sono, ne ponno esser numeri superficiali simili, e per questa causa il tuono in musica (che è vna sesquiottaua proportione, cioe come da 9. a 8.) non puo esser diuiso in duoi veri semitoni. Ma necessariamente da musici vien diuiso in semiton minore, & in semiton maggiore, & la qualita di tal sua diuisione nel nostro processo al suo luogo si fara manifesta, & quantunque la detta sesquiottaua, ne alcun'altra superparticolare sia diuisibile in due parti eguali, che siano rationali, nondimeno ciascuna di loro è diuisibile in due parti eguali, ma tai due

Essempio primo
Proportione da diuidere in due parti eguali.
9. 4.
proportione diuisa
9. 6. 4.

numeri in quadrupla proportione

4.	a	1.
8.	a	2.
12.	a	3.
16.	a	4.
20.	a	5.
24.	a	6.

Et cosi procedendo in infinito.

numeri nella proportione di

9.	a	4.
18.	a	8.
27.	a	12.

Et cosi discorrēdo in infinito.

parti saranno irrationali, cioe che in tutte vi si trouara il suo termine medio proportionale, che diuidera tal specie di proportioni in due parti eguali, vero è che tal termine medio sempre sara vna radice sorda, e pero ciascuna di quelle due proportioni (che l'una e l'altra vien a esser la mita della prima proportione diuisa) veniria a esser irrationale, per causa di quella radice sorda, laquale vien a esser consequente di l'una, & antecedente dell'altra di tai due proportioni, & accio meglio m'intendi qua di sotto ti ho posto tutte le superparticolari dalla sesquialtera per fino alla sesquiottaua (che è il tono musicale) irrationalmente diuise in due parti eguali, secondo l'ordine dato nel secondo essempio della terza del settimo capo, & tal superparticolari le habbiamo diuise sotto a diuersi termini (come di sotto puoi vedere) a tua maggior satisfattione.

Questa sottoscritta è la sesquialtera irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto diuersi termini 3.℞6.2. / 6.℞24.4. / 9.℞54.6. / 12.℞96.8. / 15.℞150.10.

Questa sottoscritta è la sesquiterza irrationalmente diuisa in due parti eguali, & in diuersi termini. 4.℞12.3. / 8.℞48.6. / 12.℞108.9. / 16.℞192.12. / 20.℞300.15.

Questa sottoscritta è la sesquiquarta irrationalmente diuisa in due parti eguali, et sotto a diuersi termini 5.℞20.4. / 10.℞80.8. / 15.℞180.12. / 20.℞320.16. / 25.℞500.20.

Questa sotto scritta è la sesquiquinta irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi termini. 6.℞30.5. / 12.℞120.10. / 18.℞270.15. / 24.℞480.20. / 30.℞750.25.

Questa sotto scritta è la sesquisesta irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi termini 7.℞42.6 / 14.℞168.12. / 21.℞378.18. / 28.℞672.24. / 35.℞1050.30.

Questa sotto scritta è la sesquisettima irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi termini. 8.℞56.7. / 16.℞224.14. / 24.℞504.21. / 32.℞896.28. / 40.℞1400.35.

Questa sotto scritta è la sesquiottaua (cioe il tono) irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi termini. 9.℞72.8. / 18.℞288.16. / 27.℞648.24. / 36.℞1152.32. / 45.℞1800.40.

Et per tanto bisogna notar, che quel che dimostra Euclide nella ottaua propositione del ottauo libro, & nel correllario della medesima propositione, cioe che niuna proportione superparticolare puo esser diuisa in due parti eguali si debbe intendere nelli numeri simplici (cioe secondo la consideratione del mathematico, delliquali le vnita sono indiuisibili) perche di tal sorte di numeri parla, & tratta nel 7, 8, & 9. Ma non nelli numeri di misure, & altre materie numerate, che occorreno in geometria, cioe secondo la consideratione del naturale, & in questa specie di numeri, di misure, & di altre materie numerate si cōprende li numeri, che fra pratici si dicono numeri rotti, & quelli che si chiamano numeri irrationali, & sia tal sua irrationalita sotto a qual si voglia specie di ℞ sorda, & tutto questo si puo conoscer, & prouare per il medesimo Euclide delli numeri irrationali si puo prouare per tutto il decimo, doue tratta delle quantita irrationali, cioe quantita irrationali tutte sono linee, & superficie denominate da diuersi nomi, come al suo luogo parlaremo. Ma che li numeri rotti non siano compresi nelli numeri simplici, ma solamente per numeri pur di quantita continua (laqual è diuisibile in infinito) per molte propositioni del detto Euclide si puo prouare, ma per non abondar in parole per vna sola lo voglio far conoscere, cioe per la 23 del settimo libro, nellaquale dice, che qualonque duoi numeri, che siano contra se primi, sono li minimi secondo la sua proportione, & perche questi duoi numeri 3. & 2. sono contra se primi, e pero saranno li minimi nella sua proportione, laqual proportione è sesquialtera. Et nondimeno nella general pratica di numeri, & misure ne potremo fra li numeri rotti trouar infiniti in tal proportione, che saranno menori di loro, & questo si fara con la regola del tre dicendo, se 3 mi da 2. che mi dara $\frac{1}{2}$, opera che ti dara $\frac{1}{3}$, onde la proportione di $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$ sara sesquialtera, & nondimeno questi duoi numeri rotti sono menori delli duoi minimi, cioe di 3. & 2. E pero egli e necessario a confessare, che li numeri rotti non sono numeri simplici, secondo la consideratione del mathematico, ma che sono numeri secondo la consideratione naturale, cioe denominati da vn tutto materiale, anchor che siano proferti astratti da ogni materia sensibile, come che anchora sopra la diffinitione di rotti nella prima parte fu anchor detto. E per tanto concluderemo, che nella general pratica di numeri, & misure vi si abbraccia, & comprende li numeri secondo l'una, & l'altra di queste due sorte di considerationi, cioe tal hora secondo la consideratione mathematica, et tal hora secondo la consideratione naturale, anchor che siano molte volte pronontiati astratti da ogni materia sensibile, e pero nõ bisogna marauigliarsi se nelle nostre operationi, et conclusioni, la maggior parte delle volte cosi faremo. Onde per ritornar al nostro primo proposito replicamo, che tutte le proportioni superparticolari, & infinite altre, che nelli numeri simplici nõ ponno esser diuisi in due parti eguali nelli numeri di quantita cõtinua tutte sono diuisibili, come di sopra nelle superparticolari si è visto, et questa specie di diuisione è stata vsata anchora geometricamente dal nostro Euclide nella nona propositione del sesto, nellaquale n'insegna fra due linee proposte a saperui interponere vna media proportionale, onde se l'vna di quelle linee fusse tre misurette, & l'altra due trouando la detta media per l'ordine da lui dato tal linea media proportionale veniria a esser la radice di 6. come di sopra nella diuisione della sesquialtera fu determinato, & perche quel 3 è numero di misure lineali, & similmente quel 2. e però anchora quella R 6. vien a esser di misure lineali, cioe di piedi, ouer di qualche misuretta formata con il compasso a nostro piacere, si che tal sorte di numeri sono numeri denominati da quella tal specie di misura (anchor che tal misura, ouer misure, la maggior parte delle volte non si nominano, ma si nomina solamente il numero di quelle) & la vnita di tal numero vien a esser quella tal misura, laqual vnita per esser vna linea vien a esser diuisibile in infinito, si come che è la vnita naturale (come fu detto sopra la diffinitione della vnita, nel principio della prima parte principale) & così da tal sorte di vnita, & dalli numeri composti da quelle vien causati li numeri rotti, & le quantita irrationali, come sopra la diffinitione di rotti fu anchor detto. Ma mi è parso di replicando anchora in questo luogo per farti conoscere, che nella pratica generale di numeri, & misure (come di sopra è stato detto) vi si abbraccia, & comprende li numeri tal hora simplicemente (cioe astratti) secondo la consideratione del mathematico, & tal hora congionti con qualche material sugetto di quantita continua, cioe, o lineale, o superficiale, o corporea, o di tempo, o di moto, o di peso, ouer di voce, sono, e canto, & questa ammonitione voglio ti sia bastante per tutto quello, che per lo auenire si ha da dire.

Prima regola di saper partire una proportione in tre parti equali,

ouer di saper trouar la terza parte di quella.

VOlendo diuidere vna data proportione in tre parti equali, ouer trouar la terza parte di quella, sempre fra li duoi termini di tal proportione, trouarai il secondo termine delli duoi termini medij in continua proportionalita, per l'ordine dato nella quarta del settimo capo, & la proportione del primo termine al detto secondo sara la terza parte di quella prima data proportione. Essempi gratia volendo trouar la terza parte poniamo della proportione, che è da 64. a 27. per le cose piu volte dette, tu sei chiaro, che se fra 64. & 27. vi fusse duoi altri termini in continua proportionalita, che la proportione del primo al quarto, cioe da 64 a 27. saria treplicata a quella, che saria dal primo termine al secondo, e però troua il secondo termine, onde procedendo per il modo, ouer per la regola data nella quarta del settimo capo, trouarai tal secondo termine esser 48. & così concluderai la proportione di 64. a 48. (che sara vna sesquiterza) esser la terza parte della proportione, che è da 64. a 27. che è il proposito. Se ti paresse mo di voler anchora trouare il terzo termine proportionale, procedendo per il medesimo modo, cioe come se 27. fusse il primo, & il 64. il quarto, & trouarai il detto terzo esser 36. vero è che in tal questione basta a dar la terza parte di tal proposta proportione, & se ti paresse di volerne far proua, treplicarai il detto auenimento (cioe la detta proportione, che è da 64. a 48.) per li modi dati, & trouarai che ti produra la proportione prima, cioe di 64. a 27. egliè il vero, che se non retirarai la detta proportione di 64. a 48. nelli minimi numeri (quali sariano da 4. a 3.) tal produtto ti veniria in numeri molto maggiori delli primi, cioe delli duoi 64. & 27. vero è che schisando tal numeri ti ritornaranno li duoi medesimi, cioe 64. & 27. & così sara prouata tal tua operatione, ma treplicando il detto auenimento nelli minimi numeri, che sono 4. & 3. al primo colpo ti produranno 64. & 27. come prima.

Essempio
La proportione da diuidere in tre parti equali.

prima		quarta
64.	a	27

prima inuentione

a	a	a	a
p.	2.	3.	4.
64.	48.	o.	27.

seconda inuentione

a	a	a	a
p.	2.	3.	4.
64.	48.	36.	27.

Ma bisogna auertire, che nel partire vna data proportione in tre parti, non sempre tal terza parte sara rationale (come fu detto anchora sopra la diuisione fatta in due parti equali) anzi la maggior parte sara irrationale, perche a douer venire tal terza parte rationale, egliè necessario che li duoi termini della data proportione, o che ambiduoi siano numeri cubi, ouer che siano duoi numeri solidi simili, perche solamente li numeri cubi, & li numeri solidi simili (oltra quella conditione detta nella sua diffinitione (cioe che partendo l'uno per l'altro, l'auenimento sara numero cubo, o sia tal auenimento numero sano, ouer rotto, ouer sano, & rotto) hanno anchora questa conditione, che multiplicando il quadrato dil l'uno fia l'altro numero, producano numero cubo, come si ricerca a voler che il secondo termine venghi rationale, & perche molto piu rari sono li detti numeri solidi simili, di quelli che non sono simili, e però la maggior parte delle volte tal secondo termine sara irrationale, e però il terzo di tal data proportione sara irrationale. Essempi gratia volendo partire in tre parti la proportione, che è da 3. a 2. (cioe pigliarne la terza parte) procedi secondo l'ordine detto di sopra, cioe troua il secondo termine di quattro termini continui proportionali, cioe multipli-

Essempio secondo
La proportione da diuidere in tre parti.

primo 2
3. a 2.

prima inuentione

primo 1 1 2
3. R cu. 18. o. 2.

seconda inuentione

primo 1 1 2
3. R cu. 18. R cu. 12. 2

ca il primo in se medesimo (cioe il 3.) fara 9. & questo multiplica fia l'ultimo (cioe fia 2.) fara 18. & la radice cuba di 18. fara il ricercato secondo termine, & perche la radice cuba di 18. è sorda, o vuoi dire irrationale bisogna dir che tal terza parte è come da 3 a R cu. 18. e pero tal proportione vien a esser irrationale, & se ti paresse di voler trouar anchora il terzo termine (anchor che in tal caso non sia necessario per hauer notato lo auenimento di tal partimento fatto per 3) procederai per il medesimo modo, cioe quadra quel 2. fa 4. & quel multiplicalo per quel 3. fara 12. & cosi la radice cuba di 12. fara il terzo termine, & staranno per tutti quattro li termini in questa forma 3. R cu. 18. R cu. 12. 2. come che anchora in margine vedi.

Prima regola di saper partire una proportione in quattro parti eguali, ouero di saper assignare la quarta parte di quella.

3 Volendo diuidere vna data proportione per 4. ouero assignar la quarta parte di quella. Questo non vuol dir altro, che supponer li suoi duoi estremi, ouer termini, il primo è quinto di 5 termini cōtinui proportionali, & per tal notitia trouar il secondo, per il modo dato nella quinta regola del settimo capo, & cosi la proportione del primo al detto secondo sara la quarta parte della prima data proportione. Essempi gratia volendo diuidere per quattro la proportione che è da 2. a 32. della menor inequalita, cuba il primo termine (cioe quel 2.) fara 8. & questo multiplicalo fia 32. fara 256. & cosi la radice della radice di 256. (qual sara 4.) sara il secondo termine delli 3 medij continui proportionali fra 2. & 32. & cosi la proportione del 2. al detto 4. (che sara vna subdupla) sara la quarta parte della proposta proportione da 2. a 32. per le ragioni adutte sopra la prima del secondo capo, & se ne vorrai far la proua pratica le multiplicarai la subdupla per 4. che trouarai, che sara la medesima, che è da 2. a 32. che è vna sedecupla, ma fara in altre specie di numeri, ma schiffandoli da l'una, & l'altra banda, & trouarai che in tutte tornarano, come da 1. a 16. e pero stara bene. Se ti paresse di voler trouare gli altri duoi termini intermedij, cioe il quarto, & il terzo, procederai come fu fatto nella regola quinta del settimo capo, & trouarai tutti cinque li detti termini esser questi 2. 4. 8. 16. 32.

Essempio primo

Ma quando che'l produtto del cubo del primo termine multiplicato fia l'altro non hauesse la sua radice di radice discreta, la detta quarta parte di tal proportione saria irrationale. Essempi gratia volendo assignar la quarta parte della proportione, che è da 4. a 3. cuba 4. fa 64. multiplica quello 64. fia quel 3 fara 192. & la R di R di questo 192. sara il secondo termine delli 3. continui proportionali fra 4. & 3 (che fra tutti sariano poi 5 termini continui proportionali) & perche questo 192. non ha la sua radice di radice discreta, anzi è irrationale, e pero diremo che la quarta parte della data proportione, che è da 4. a 3. esser quella che è da 4. alla R R di 192. & con tal regola procederai nelle altre.

Essempio secondo

Prima regola di saper partire una proportione in cinque parti eguali, ouer di saper trouare la quinta parte di quella.

4 Volendo diuidere vna data proportione per 5. cioe saper trouare la quinta parte di quella, li dui termini della data proportione supponerali per il primo, & sesto di sei quantita continue proportionali, & per tal notitia trouarai il secondo termine (per il modo, ouer regola data nella sesta del settimo capo) & cosi la proportione, che sara dal primo al detto secondo (o sia tal secondo termine rationale, ouero irrationale) sara la quinta parte della data proportione, & circa a tal operatione mi par cosa superflua a essemplificarla, perche son certo (per gli essempi dati nella precedente, & per la regola data nella detta sesta del settimo capo) saperai come gouernarti in tal operatione.

Prima regola di saper diuidere una proportione per sei, cioe trouar la sesta parte di quella.

5 Similmente volendo diuidere vna data proportione per 6. cioe trouar la sesta parte di quella, supponerai li duoi termini di tal data proportione esser il primo, & il settimo di sette termini continui proportionali, & per loro notitia trouarai il secondo termine (per il modo, ouero regola data nella settima del settimo capo) & cosi la proportione del primo termine al detto secondo (o sia tal secondo rationale, ouero irrationale) sara la sesta parte della data proportione.

Prima regola di saper diuidere una data proportione per
sette, cioe saper assignar la settima parte di quella.

Similmente volendo partire una data proportione per 7. cioe saper trouar la settima parte di quella. Supponerai li duoi termini di tal proportione vno esser il primo, & l'altro l'ottauo di otto termini continui proportionali, & per loro noticia trouarai il secondo termine (per il modo, ouer regola data nella ottaua del settimo capo) & cosi la proportione, che sara dal primo al detto secondo termine (o sia tal secondo termine rationale, ouero irrationale) sara la settima parte della data proportione.

Prima regola di saper partire una data proportione per otto,
cioe saper assignare la ottaua parte di quella.

7 Anchora volendo partire vna data proportione per otto, cioe assignare la ottaua parte di quella, supponerai li duoi termini di tal data proportione l'uno esser il primo, & l'altro il nono di noue termini continui proportionali, & per loro noticia trouarai il secondo termine (per la regola data nella nona del settimo capo) & cosi la proportione, che sara dal primo al detto secondo termine, o sia tal secondo termine rationale, ouero irrationale, sara la ottaua parte della data proportione.

Prima regola di saper partire una data proportione per
noue, cioe saper assignare la nona parte di quella.

8 Anchora volendo partire vna data proportione per 9. cioe saper assignare la nona parte di quella, supponerai li duoi termini di tal proportione, l'uno esser il primo, & l'altro il decimo di 10 termini continui proportionali, & per la loro noticia trouarai il secondo termine (per la regola data nella decima del settimo capo) & cosi la proportione dal primo termine al detto secondo (o sia tal secondo termine rationale, ouero irrationale) sara la nona parte della data proportione.

Prima regola di saper partire una data proportione per diece,
cioe saper assignare la decima parte di quella.

9 Et volendo anchora partire vna data proportione per 10. cioe saper trouare la decima parte di quella, supponerai l'uno di termini di tal proportione esser il primo, & l'altro l'vltimo di vndici termini continui proportionali, & per la loro cognitione trouarai il secondo termine (per la regola data nella vndecima del settimo capo) & cosi la proportione del detto primo termine al detto secondo (o sia tal secondo termine rationale, ouero irrationale) sara la decima parte della data proportione.

Prima regola di saper partire, ouer diuidere una data proportione per
vndici, cioe saper trouare la vndecima parte di quella.

10 Volendo anchora diuidere vna data proportione per 11. cioe saper trouare la vndecima parte di quella, supponerai l'uno di termini di tal proportione esser il primo, & l'altro l'vltimo di 12. termini continui proportionali, & per la loro noticia trouarai il secondo termine (per la regola data nella vltima del settimo capo) & cosi la proportione del primo termine al detto secondo (o sia tal secondo rationale, ouero irrationale) sara la vndecima parte della detta data proportione, & cosi senza che piu oltra mi stenda non dubito, che da te medesimo saprai occorrendoti a diuidere vna data proportione per 12. per 13. per 14. & cosi discorrendo in infinito, domente che tu non ti scordi quella regola posta in fine del secondo libro, di saper cauar le radici propinque, come rationali a tutte le altre specie, che vanno seguitando di mano in mano dietro alla radice terza relata.

Et nota che tutte le sopra notate operationi, ouer diuisioni vengono a esser specialmamente approbate per la vndecima, & duodecima diffinitione del quinto di Euclide, & dalle sue dependenti, nondimeno volendole anchora approuare praticalmente lo puoi fare con l'atto suo contrario, cioe col il multiplicare, & quantunque per qual si voglia di modi dati nelli multiplicati ti potrai seruire per far tal proua, & si essendo lo aumimento proportione irrationale, come rationale. Nondimeno ne gli aumimenti irrationali piu accommodo ti fara a prouarle per quell'ultimo modo dato nella quarta, & vltima del sesto capo, vero è che dapoi che hauerai multiplicato l'aumimento per il partitore se vorrai, che ti ritorni la proportione partita in quelli medesimi numeri, che era la detta proportione partita a te sara necessario a schiffare li duoi termini della produtta proportione, cioe ctrarla nelli minimi numeri, & hauerai quella nelli detti medesimi numeri. Essempi gratia di sopra nella terza di questo capo fu cõcluso la quarta parte della proportione di 4 a 3 esser quella, che e da 4 a 3 & a 192. hor per far la proua praticale, tu sai che multiplicando tal auenimento per il partitore douería tornare la proportione partita, onde per multiplicar per 4. la detta proportione, che è da 4 a 3 & a 192. basta a recare li suoi estremi a censo di censo (come fu detto nella detta vltima del sesto capo) & perche il cen.cen. di 4 è 256. & il cen.cen. di 3 cen.cen. 192 è 192. & per che la proportione di 256 a 192 è simile a quella nostra, ch'è da 4 a 3 per esser l'una, & l'altra vna sesquitertia) diremo il nostro partire esser buono. Et se ti paresse di voler far incontrar tal prodotto nelli medesimi primi numeri, trouarai li duoi minimi numeri, che habbino la medesima proportione, ch'è dal detto 256 a 192. onde procedendo secõdo la regola data nella 13 del primo capo, & trouarai esser quelli medesimi 4. & 3. & cõ tal ordine prouarai tutti li partiri delle proportioni.

D'un'altra seconda regola circa al proprio partire delle proportioni. Cap. X.

1 VNa altra seconda regola, circa al proprio partire delle proportioni, il fondamento della quale cauamo dal primo corellario della decima nona del sesto di Euclide, & dalla vndecima de l'ottauo, & dalla trigesima sesta del vndecimo libro, nelle quai dice, che le figure simili, ouero che li numeri quadrati, che la proportione da l'uno al l'altro esser doppia a quella, che è dal lato al lato. Et quella che sara da vn numero cubo a vn'altro cubo, ouer di duoi solidi simili di lati equidistanti sara si, come la proportione treplicata a quella, che è dal lato di l'uno al suo relatiuo lato dell'altro. Et per tanto volendo pigliar la mita di vna data proportione supponeremo li duoi termini di tal proportione essere duoi quadrati, & perche sappiamo, che la proportione di lati di tai quadrati e la mita della proportione di detti quadrati, e pero trouando li lati di tai quadrati, la proportione di quelli venira a esser la mita della data proportione, & li lati di detti quadrati saranno le radici quadrate di detti duoi termini della data proportione. Et cosi volendo pigliar, ouer trouar il terzo di vna data proportione imaginaremo, ouer che supponeremo li duoi termini di tal proportione esser duoi cubi, onde trouando li lati di tai duoi cubi, liquali saranno la radice cuba di vno, & dell'altro di detti duoi termini, onde la proportione di detti duoi lati venira a esser il terzo della data proportione (per le ragioni di sopra dette) Et quantunque Euclide non habbia posto oltra la proportione di cubi, & li suoi lati nõdimeno nelle altre qualita vengono a esser da se manifeste, cioe che la proportione di duoi censi di censi, o vuoi dir di duoi quadrati di quadrati, esser quadrupla a quella, che è dal lato di l'uno al lato dell'altro, & quella che è da vn relato primo a vn'altro sara quintupla a quella, che sara dal lato al lato, & con tal ordine va procedendo nelle altre dignita, ouer specie di quelli numeri detti nella terza del primo capo del secondo libro, cioe quadri cubi, secondi relati, censi di censi di censi, cubi di cubi, censi di primi relati, terzi relati, & cosi discorrendo in infinito, secondo che in fine del secondo libro piu abondantemente sono stati descritti.

Questa seconda regola, circa al proprio partire delle proportioni è proprio il conuerso di quell'ultimo modo di multiplicare vna data proportione posta nella quarta, & vltima del sesto capo, e pero con quella sorte di multiplicare, facilmente prouarai questa sorte di partire, & per il contrario quella sorte di multiplicare facilmente prouarai con questa sorte di partire.

Come si troua la mita di una data proportione per questa seconda regola.

2 ADonque volendo per questa seconda regola trouare la mita di vna data proportione, prima troua li minimi numeri, che sia nella data proportione (secondo la regola data nella 13. del primo capo) & fatto questo caua la radice quadra dell'uno, & l'altro di detti duoi termini di tal data proportione, & cosi la proportione delle dette due radici sara la mita della detta data proportione. Essempi gratia volendo trouar la mita della proportione, che è da 18 a 8. prima troua li duoi minimi numeri di tal proportione, che (per la regola data nella detta 13 del primo capo) trouarai quelli esser 9. & 4 hor caua la radice quadra dell'uno, & dell'altro di detti duoi numeri, & trouarai l'una di dette radici esser 3 & l'altra 2. & cosi concluderemo la proportione di 3 a 2 esser la mita di quella, che è da 9 a 4. ouer da 18 a 8. & con tal ordine procederai in tutte le altre simili. Auertendoti che ogni volta, che hauerai trouati li duoi minimi numeri di quella proportione, che vorrai diuider per mita, & che l'uno, & l'altro di quelli non

sia numero quadrato, sara impossibile di poter diuidere tal proportione rationalmente in due parti equali, anzi sempre tai due parti, o vuoi dir tal sua mità sara irrationale. Essempi gratia volendo diuidere per mità la proportione, che è da 15. a 12. troua li minimi numeri di tal proportione (per la regola data nella 13. del primo capo di questo libro) & trouerai quelli esser 5. & 4. onde cauando la radice di l'uno, & l'altro di quelli, trouerai quella del 5 esser sorda, & si notara per ℞ 5. & quella del 4. (per esser numero quadrato) sara 2. & cosi la proportione di ℞ 5. a 2. sara la mità della data proportione di 5. a 4. ouer da 15. a 12. & perche il 5. non è stato numero quadrato, tal mità di detta proportione è stata irrationale, come hai visto, & tanto piu irrationale saria quando che l'uno, & l'altro di detti duoi termini non fusse numero quadrato. Essempi gratia volendo diuidere per mità la proportione, ch'è da 12. a 10. troua li minimi numeri di tal proportione, che saranno 6. & 5. delliquali cauando la radice di ciascuno di quelli, tai radici (per non esser ne l'un, ne l'altro numero quadrato) saranno irrationali, cioe l'una si dira ℞ 6. & l'altra ℞ 5. & cosi la proportione di queste due radici sara la mità della data proportione da 12. a 10. ouer da 6. a 5. il medesimo osseruarai nelle proportioni della menor inequalità.

Essempio secondo
la mità della proportione che è da — — — 5. a 4.
saria questa che è da ℞ 5. a 2.

Essempio terzo
la mità della proportione che è da — — 6. a 5.
saria questa da ℞ 6. a ℞ 5.

Seconda regola di saper trouar il terzo di una proportione.

3 VOlendo poi diuidere per tre vna data proportione, cioe trouare la terza parte di quella, troua prima li duoi minimi numeri di tal proportione, & da l'uno, & l'altro di quelli trouarai la radice cuba, & cosi la proportione di tal due radici sara la terza parte della data proportione, per le ragioni di sopra adutte. Essempi gratia volendo trouar la terza parte della proportione, ch'è da 24. a 3. troua prima li duoi minimi numeri di tal proportione, che trouarai quelli esser 8. & 1. hor caua la radice cuba di l'uno, & l'altro di quelli, & trouarai l'una radice cuba esser 2. & l'altra 1. & cosi la proportione da 2. a 1. (che è vna dupla) diremo esser il terzo di quella data proportione da 8. a 1. ouer da 24. a 3. che è vna ottupla.

Essempio primo
la terza parte della proportione che è da — 8. a 1.
saria quella da — 2. a 1.

Ma quando che l'uno, & l'altro delli detti duoi minimi numeri non fusse cubo, la terza parte di tal data proportione sara irrationale, come essempi gratia volendo la terza parte della proportione, che è da 18. a 16. li minimi duoi numeri, delliquale sara 9. & 8. & perche la radice cuba di 9. è sorda (per non esser numero cubo) & quel del 8. & 2. & cosi la proportione della radice cuba di 9. a 2. sara la terza parte della data proportione da 9. a 8. ouer da 18. a 16. & tal terza parte si rappresentarà in questo modo ℞ cu. 9. a 2. il medesimo seguiria quando, che ne l'uno, ne l'altro di detti duoi numeri minimi non fusse numero cubo.

Essempio secondo
la terza parte della proportione che è da — 9. a 8.
sara come da ℞ cu. 9. a 2.

Seconda regola di saper trouar il quarto di una proportione.

4 VOlendo anchora per questa seconda regola trouar il quarto di vna data proportione, troua prima li 2 minimi numeri di tal proportione, & la proportione delle ℞ ℞ di detti 2 numeri sara la quarta parte di tal data proportione. Essempi gratia volendo trouar la quarta parte della proportione, che è da 162. a 32. troua li duoi minimi numeri di tal proportione, che trouarai esser 81. & 16. & cauane la ℞ ℞ di l'uno, & l'altro, & trouarai l'una esser 3. & l'altra 2. & cosi diremo la proportione di 3. a 2. esser la quarta parte della data proportione da 81. a 16. ouer da 162. a 32. Ma quando che l'uno, & l'altro di detti duoi minimi numeri non fusse censo di censo, o vuoi dir quadrato di quadrato, tal sua quarta parte sara irrationale. Essempi gratia volendo trouar la quarta parte della proportione, che è da 10. a 8. troua li minimi numeri di tal proportione, quali trouarai esser 5. & 4. & per abbreuiar parole diremo, che la proportione della ℞ ℞ 5. a ℞ ℞ 4. sara la quarta parte della data proportione da 5. a 4. ouer da 10. a 8. ma perche quel 4. è numero quadrato simplice, tal proportione si potria notar in questa forma ℞ ℞ 5. a ℞ 2. Et con tal ordine la quarta parte della proportione da 3. a 2. saria quella che è dalla ℞ ℞ 3. alla radice 2.

Essempio primo
la quarta parte della proportione da 81. a 16.
è quella da — 3. a 2.

Essempio secondo
la quarta parte della proportione da — 5. a 4.
sara quella da ℞ ℞ 5. a ℞ ℞ 4.

Seconda regola di saper trouar il quinto di una proportione.

5 OR per abbreuiar la scrittura, & parole, volendo trouar la quinta parte di vna proportione data nelli minimi numeri, poniamo di quella che è fra 32. & 1. caua la radice relata delli detti duoi termini, che trouarai quella esser 2. & 1. Et cosi la proportione da 2. a 1. sara la quinta parte della data proportione da 32. a 1. & con tal regola la quinta parte della proportione da 3. a 5. sara la proportione della radice relata di 3. alla radice relata di 5.

Essempio primo
la quinta parte della proportione da 32. a 1.
saria quella da 2. a 1.

Essempio secondo
la quinta parte della proportione da — — 3. a 5.
saria quella ch'è da ℞ ℞ 3. a ℞ relata 5.

Seconda regola di saper assignare la sesta parte di una proportione.

Essempio primo la sesta parte della proportione che è da 64.a 1. saria quella che è da 2.a 1.

6 Volendo anchora tuor la sesta parte di vna proportione data nelli duoi minimi numeri, poniamo di quella che è da 64.a 1. caua la radice cuba quadra di l'uno, & l'altro di detti duoi termini, che trouarai l'una esser 2. & l'altra 1. & così la proportione di 2.a 1. sarà la sesta parte di quella, che è da 64.a 1. Ma la sesta parte di quella, che è da 10.a 15. saria quella che è dalla radice cuba quadra di 10. alla radice cuba quadra di 15.

Seconda regola di saper trouare la settima parte di una data proportione.

7 Anchora volendo trouar la settima parte di vna proportione data nelli minimi numeri, poniamo di quella, che è da 2187.a 16384. caua la radice seconda relata di l'uno, & l'altro di detti duoi termini, l'una delle quali trouarai esser 3. & l'altra 4. & così la proportione di 3.a 4. sarà la settima parte di quella, che è da 2187.a 16384. Ma la settima parte di quella, che è da 4.a 5. sarà quella, che è dalla radice seconda relata di 4. alla radice seconda relata di 5.

Seconda regola di saper assignare la ottaua parte di una data proportione.

Essempio primo

8 Similmente volendo partire vna data proportione per 8. cioè trouar la ottaua parte di quella, troua prima li duoi minimi numeri di tal proportione, & la proportione della R cen.cen.cen. di detti duoi numeri sarà la ottaua parte di tal data proportione. Essempi gratia volendo trouare la ottaua parte della proportione, ch'è da 131072.a 13122. troua li minimi, che trouarai essere 65536. & 6561. caua la R cen. cen. cen. dell'uno, & dell'altro, & trouarai l'una esser 4. & l'altra 3. & così dirai la proportione da 4.a 3. esser la ottaua parte della data proportione da 65536.a 6561. ouer da 131072.a 13122. ma quando che l'uno, & l'altro di detti duoi numeri non fusse cen.cen.cen. tal sua ottaua parte saria irrationale. Essempi gratia

Essempio secondo

volendo trouare la ottaua parte della proportione, che è da 14.a 12. troua li minimi di tal proportione, quali trouarai esser 7. & 6. Et per abbreuiar parole diremo, che la proportione della R cen. ce.ce. 7.a R ce.ce.ce. 6. esser la ottaua parte della data proportione, che è da 7.a 6. ouer da 14.a 12.

Bisogna notare che quel tirare la proportione, che si ha da diuidere nelli minimi numeri, si fa solamente per vedere se li duoi estremi fussero cen.cen.cen. perche la sua R cen.cen.cen. saria rationale, come che nel primo essempio hai visto, che per hauer trouati li minimi nella data proportione da 131072.a 13122. cioè quelli 65536.a 6561. tu hai ritrouati li detti minimi esser cen. cen. cen. & hai trouata la detta R cen.cen.cen. di l'uno, & dell'altro esser rationale, cioè esser l'una 4. & l'altra 3. laqual cosa nelli primi numeri non ti saria auenuta. Egli è ben vero che anchora la R cen. cen. cen. di quel 131072. alla R cen.cen.cen. di quel 13122. anchor che tai R siano irrationali, sarà per la ottaua parte della data prima proportione, ma egli è piu bello (potendo) a dar tal risposta in quantità rationale, & questo si debbe intendere in tutte le passate, come in quelle che hanno da venire, e però nel secondo essempio tanto saria a dar la risposta sopra li duoi primi numeri quanto sopra li minimi, perche l'una, & l'altra sarà la ottaua parte della prima proportione, ma se la faccio trouar nelli minimi per la causa detta, e però di questo te ne ho voluto auertire.

Seconda regola di saper trouare la nona parte di una data proportione.

9 Volendo anchora partire vna data proportione per 9. cioè trouar la nona parte di quella, sempre piglia la R cu cu. di l'uno, & l'altro termine di detta proportione, & la proportione di queste due radici sarà la nona parte della prima. Essempi gratia volendo assignare la nona parte della proportione, che è da 512.a 19683. troua la R cu.cu. di l'uno, & dell'altro di detti duoi numeri, & trouarai la prima (cioè del primo numero) esser 2. & la seconda esser 3. & così diremo la proportione di quel 2.a quel 3. esser la nona parte di quella data proportione, che è da 512.a 19683. ma quando che l'uno, & l'altro di detti numeri non fusse cubo di cubo, la detta sua nona parte saria irrationale. Essempi gratia volendo trouare la nona parte della proportione, che è da 12.a 15. potremo dir tal nona parte essere la proportione, che è dalla R cu. cu. 12. alla R cu. cu. 15. ma pigliando li minimi numeri, diremo tal nona parte esser quella, che è dalla R cu.cu. 4. alla R cu. cu. 5. & l'una, & l'altra saria buona risposta, ma piu elegante saria quella di minimi numeri, cioè dalla R cu.cu.4. alla R cu.cu. 5.

Seconda regola di saper partire una data proportione per 10. cioè per assignar la decima parte di quella.

10 Anchora volendo partire una data proportione per 10. cioe assignar la decima parte di quella, troua prima li duoi minimi numeri di tal proportione (per veder se la si potesse diuidere con termini rationali) & la proportione delle radici censi relate di detti duoi numeri sara la decima parte di quella data proportione. Essempi gratia volendo trouare la decima parte della proportione, ch'è da 1209323520. a 5649504980. troua prima li minimi numeri di tal proportione (per veder, come è detto, se la si potesse trouar con termini rationali) & trouarai quelli esser 60466176. & 282475249. fatto questo piglia la radice censa relata di l'uno, & dell'altro di detti termini, & trouarai l'una esser 6. & l'altra 7. & cosi diremo la proportione da 6. a 7. esser la decima parte di quella, che è da 60466176. a 282475249. ouer di quella che è 1209323520. a 5649504980 (per esser quella medesima) egli è il vero, che tal questione si potria rispondere in quest'altro modo dicendo, che la proportione della R cen. rel. 1209323520. alla R cen. relata 5649504980. esser la detta decima parte della detta proportione delli primi numeri proposti, & tal risposta saria giusta, & buona, perche li detti duoi primi numeri proposti non sono censi relati, e pero le sue radici non sono rationali, & non essendo rationali si debbono rispondere in tal forma. Ma si vede che trouando li minimi di tal proportione li suoi termini sono poi censi relati, & le sue R cen. rel. sono poi rationali, come di sopra si è visto, e pero la detta decima parte viene in numeri rationali, che saria molto piu leggiadra risolutione, anchor che l'una, & l'altra sia buona, ma quando l'uno, & l'altro di detti duoi termini della data proportione (ni li minimi, come li non minimi) non fussero censi relati, per men fastidio si puo dar la risolutione, ouer risposta nelli duoi numeri proposti. Essempi gratia volendo trouare la decima parte della proportione, che è da 9. a 6. (per men fastidio) si puo dire tal decima parte esser quella, che è da R cen. rel. 9. alla R cen. rel. 6. & sara bonissima risolutione, egli è il vero che piu bello saria a dire tal decima parte esser quella, che è dalla R cen. rel. 3. alla R cen. rel. 2. e pero auertirai. Essempio

Seconda regola di saper partire una data proportione per undici, cioe saper trouare la undecima parte di quella.

11 Volendo anchora partire una data proportione per undici, cioe saper assignare la undecima parte di quella, troua prima li duoi minimi numeri di tal proportione, per veder se la si potesse diuidere con termini rationali, & la proportione delle radici terze relate delli detti duoi numeri sara la undecima parte di quella data proportione. Essempi gratia volendo assignare la undecima parte della proportione, che è da 2048. a 177147. & perche questi sono li minimi numeri di tal proportione, & per tanto dico che la proportione delle radici terze relate di detti duoi numeri, sara la undecima parte di tal data proportione, & perche li detti duoi numeri l'uno, et l'altro è terzo relato, onde cauando le dette sue R terze relate, si trouara l'una esser 2. & l'altra 3. e pero in tal caso diremo la proportione di 2. a 3. esser la undecima parte di quella data proportione, che è da 2048. a 177147. Ma quando che l'uno, & l'altro delli termini di tal data proportione non fussero terzi relati, nelli minimi numeri di tal proportione la detta undecima parte di tal proportione necessariamente sara irrationale, laquale in tal caso si assignaria fondamente per radici sorde. Essempi gratia volendo trouar la undecima parte della proportione, che è da 5. a 2. diremo che la sara quella, che è dalla radice terza relata di 5. alla radice terza relata di 2. & cosi con tal secondo modo, ouer regola potrai procedere da te medesimo in infinito secondo le infinite specie di radice, che seguitano dietro alla terza relata, delle quali in fine del secondo libro a tua maggiore informatione abondantemente ne ho parlato, e pero qua non accade a replicarle. Essempio primo Essempio secondo

Nota che tutte queste specie di partiri facilmente gli approuarai praticalmente con quel modo di multiplicare dato nella quarta, & ultima dichiaratione del sesto capo (come fu detto anchora sopra la prima di questo capo) per esser tal modo di multiplicare il proprio conuerso di questo modo di partiri. Essempi gratia di sopra è stato concluso, che la undecima parte della proportione, che è da 5. a 2. esser quella, che è dalla R terza relata 5 alla R terza rel. 2. hor per voler praticalmente prouare tal conclusione, tu sai che multiplicando questo auenimento per il partitore ti doueria venir la proportione partita, & perche a voler multiplicare una proportione per 11. (come fu detto nella detta quarta, & ultima del sesto capo) basta a recare li termini di tal proportione al suo terzo relato, & perche il terzo relato di R terza rel. 5 è 5. & il terzo relato di R terza rel. 2. è 2. e pero la proportione di 5. a 2. sara undecupla a quella, che ne venne nella partitione, & perche si vede che la è equale alla proportione partita, non si puo negare, che la nostra conclusione non sia buona, & con tal ordine approuarai le altre simili partitioni.

Regola di saper multiplicar, & partir una proportione per vn numero rotto. Cap. XI.

1 Volendo multiplicare vna proportione per vn numero rotto procederai, come si costuma a multiplicar vn numero sano per vn rotto, cioe multiplicarai tal proportione per il numerator di tal rotto, secondo l'ordine, ouer regola data nel multiplicar delle proportioni, & il produtto partirlo per il denominatore di tal rotto, procedendo secondo le regole date nelli soprascritti partiri. Essempi gratia volendo multiplicare la proportione, che è da 5. a 4. poniamo per $\frac{2}{3}$, multiplica la detta proportione per 2. (numerator di quelli $\frac{2}{3}$) & trouarai, che sara come da 25. a 16. & questo produtto partirai per 3. (denominator del detto $\frac{2}{3}$) & te ne venira di tal partimento la proportione che è da 25. alla R. cu. 10000. & tanto produra la detta proportione multiplicata per $\frac{2}{3}$. Io non ti dico, come tu debbi procedere a multiplicar la detta proportione da 5. a 4. per quel 2. perche penso che tu ti debbi arricordare della regola data nel multiplicare delle proportioni, ne manco ti dico, come tu debbi procedere a partire per 3 quella proportione di 25. a 16. perche penso che tu ti debbi arricordare, che bisogna quadrare quel 25. che fara 625. & tal quadrato multiplicarlo per quel 16. fara 10000. & che la radice cuba del detto 10000. sara il secondo termine di duoi medij proportionali fra 25. & 16. e pero la detta proportione di 25. alla R. cu. 10000 sara la terza parte della radice di 25. a 16. come di sopra fu detto, & con tal ordine procederai a multiplicare ogni altra proportione si per $\frac{3}{4}$, come per $\frac{4}{5}$, & similmente per $\frac{5}{7}$, ouero per $\frac{3}{5}$, ouero per $\frac{4}{7}$, ouero per $\frac{5}{6}$, & altri simili, cioe sempre multiplicando tal proportione per il detto numeratore, & tal produtto partirlo per il denominatore, & lo auenimento sara il produtto di tal multiplicatione. Ma nota che volendo multiplicar la detta proportione per $\frac{1}{2}$ basta a partirla simplicemente per 2. (cioe per il denominator di quel $\frac{1}{2}$) perche a multiplicarla per quel 1. che è sopra alla virgola, sara quella medesima proportione. Et cosi volendola multiplicar per $\frac{1}{3}$ basta a partirla simplicemente per 3. & cosi per $\frac{1}{4}$, ouer per $\frac{1}{5}$, ouero per $\frac{1}{6}$, &c. basta a partirla per 4. ouero per 5. ouero per 6. & cosi discorrendo, dalle quali multiplicationi alle volte si produra proportione rationale, & alle volte irrationale, come per le cose dette nelle precedenti regole puoi considerare.

Regola di saper partire una proportione per un numero rotto.

2 Volendo partire vna proportione per vn numero rotto, procederai come si costuma a partire vn numero sano per vn numero rotto, cioe multiplica la detta proportione per il denominatore di quel tal rotto, & quel tal produtto partirai per il numeratore, & tal auenimento sara lo auenimento, che venira a partire la detta proportione per quel tal rotto. Essempi gratia volendo partire la proportione, che è da 2. a 1. (che è vna dupla) per $\frac{3}{4}$, multiplica la detta dupla per 4. (denominator di quel $\frac{3}{4}$) & produra questa da 16. a 1. che sara vna sedecupla, & questa partirai per 3. numeratore del detto $\frac{3}{4}$ procedendo per li modi dati te ne venira questa da 16. a R. cu. 256. & tanto venira a partire la detta dupla per $\frac{3}{4}$, & con tal ordine procederai nelle altre simili sorti di rotti. Et nota che per partire per 3. la detta proportione, che è da 16. a 1. secondo che tu hai trouato il secondo termine di quattro termini continui proportionali (qual è quella R. cu. 256. per maneggiar menori numeri, tu poteui anchora trouar il terzo termine per li modi dati, il qual terzo termine saria R. cu. 16. qual posto per antecedente a quel 1. staria poi in questo modo R. cu. 16. 1. & questa medesima proportione saria simile a quell'altra, che è da 16. a R. cu. 256. ma quella che è da R. cu. 16. a 1. è in menori numeri, che da piu leggiadra risposta, & è da huomo piu intelligente.

*Come si prouano questi multiplicari, & partiri di propor*tioni per numeri rotti, & con sani, & rotti.

3 Credo che hormai senza alcun mio auiso, che ti debba esser chiaro il modo di saper praticalmente approuare queste specie di multiplicari, & partiri di proportioni, & massime sapendo, che generalmente il multiplicare approua il partire, & il partire approua il multiplicare, & perche di sopra habbiamo concluso, che a partir la proportione, che è da 2. a 1. per $\frac{3}{4}$, che ne viene la proportione, che è da 16. a R. cu. 256. hor dico che se tal partir è giusto, egli è necessario, che multiplicando la detta proportione da 16. a R. cu. 256. per il partitore (cioe per $\frac{3}{4}$) douera ricrear la proportione partita (cioe vna doppia, o vuoi dir dupla) & venendo non si potra negare, che tal conclusione non sia buona, & venendo altramente saria falsa, hor

per far

per far tal multiplicatione multiplica la detta proportione di 16. a ℞ cu. 256. per quel 3. numeratore del rotto (come di sopra è stato detto) & quantunque tu possi far tal multiplicare per qual si voglia di modi dati sopra il multiplicar delle proportioni, nondimeno il piu ispediente in questi casi è quello dato nella quarta, & ultima del sesto capo, cioe cubar l'antecedente, & consequente di tal proportione, & per tanto il cubo di quel 16. sara 4096. & il cubo di ℞ cu. 256. sara 256. & cosi tal triplo sara la proportione di 4096. a 256. & questa tal proportione partirai per quel 4. denominatore del rotto, onde procedendo in tal partire per quella seconda regola data nel decimo capo, cioe pigliar la ℞ con. con. di ambidui gli estremi, il che facendo trovarai la ℞ ℞ di 4096. esser 8. & quella di 256. trovarai esser 4. & cosi tu vedi, che la proportione di 8. a 4. è una dupla, come che era la proportion partita, e pero la nostra conclusion fu buona, & la vorrai incontrar nelli medesimi numeri, che furno 2. & 1. schiffarai quel 8. & 4. per 4. & te ne venira quelli medesimi 2. e 1. & con tal ordine procederai nelle altre simili. Questa mi e parso di distenderla per avertirti in questo multiplicar, & partir per numeri rotti una proportione si irrationale, come rationale, & come che nelle irrationali bisogna haver in memoria le regole date sopra il multiplicare, & partire delle varie specie di radice fra loro, & con il numero, nel restante poi bisogna seguir le regole date sopra le rationali.

Inteso il modo di multiplicar, & partir una data proportion per un numero rotto, facilmente il medesimo essequirai per un numero sano, & rotto ridido il numero sano a quella specie di rotto, & da poi multiplicar, & partir la detta proportione secondo che nelle due precedenti è stato fatto, & per il medesimo modo ne farai la prova, che per esser, com'è detto facile me ne passo senz'altro essempio.

Regola di sapere quante volte una proportione menore numeri, over misuri una altra maggiore, ouero quante volte una proportione maggiore contenghi in se un'altra menore, con il qual atto si conosce la proportione, che hanno due proportioni fra loro, & altre particolarita al musico necessarie, & ad altri. Cap. XII.

1 A Sapere quante volte una proportione menore intri, numeri, ouero misuri un'altra maggiore, cava, over sotra quella tal proportione da quell'altra, secondo l'ordine dato sopra il sotrare delle proportioni, & fatto tal primo sotrare dalla proportione, che resta cavarai un'altra volta la detta proportione, & fatta quest'altra seconda sotratione, dalla proportione che sara restata, ne cavarai pur la detta proportione, & cosi andarai procedendo per fin che ti restara la equalita, ouer tanto che la proportione, che restara mutara genere, cioe se la proportione da che si fara la sotratione sara della maggior inequalita, & che la restante si trovasse nel genere della menor inequalita, & econverso, & cosi tante volte quante sotrationi saranno state fatte per fin a tal accidente, tante volte la detta proportione intrara, over numerara, over misurara quell'altra proportione, & se in tali continue sotrationi avanzara (come è detto la equalita) quella tal proportione intrara, over numerara precisamente (cioe senza alcun sopra avanzo) quell'altra proportione, onde in simil caso quell'altra proportione veniria a esser multiplice di quella tal proportione sotrata per tante volte quante sara stata fatta la detta sotratione, ma se in tai continue sotrationi non ti restara la equalita, ma ti condurrai per fino a tanto, che facendo un'altra sotratione la restante mutara genere in tal caso, tal proportione non numerara precisamente quell'altra, ma la numerara solamente tante volte quante sara state le sotrationi fatte, & vi soprauanzara una certa proportione menor di lei (come occorre anchora nelli partiri di numeri simplici, cioe che un numero si dice numerar un'altro, quando che quello lo numera precisamente senza alcun sopravanzo, come in tutte le proportioni multiplice, ma quando non lo numera precisamente, o che tal proportion di detti numeri è superparticolare, o superpartiente, o multiplice superparticolare, over multiplice superpartiente, il medesimo seguita nelle proportioni comparate fra loro, cioe che fra quelle vi occorre quelle medesime specie di proportioni, che occorre fra li numeri. Essempi gratia volendo sapere quante volte una sesquialtera (cioe come da 3. a 2.) numeri, ouero intri in un'altra proportione sesquialtera (cioe in un'altra pur, come da 3. a 2.) assetta le dette due proportioni l'una sotto l'altra (come in margine vedi) & sotto di quelle tirarai una linea secondo che nelli sotrari di numeri fu costuma, & fatto questo sotrarai quella proportion da 3. a 2. di sotto da quella pur da 3. a 2. di sopra, onde procedendo secondo l'ordine, over regola data sopra il sotrare delle proportioni, & massime per quel secondo modo dato nella terza del quarto capo, & trovarai che ti restara la equalita (cioe come da 6. a 6.) come in margine vedi, & perche la prima sotratione ne è restata la detta equalita, concluderemo che tal proportione intra, over numera una volta sola quell'altra proportione, & questo medesimo seguira a sotrare qual si voglia

Essempio primo

3	2
3	2

resta 6 6
equalita

15	10
3	2

resta 30 30
equalita

Essempio secondo
prima sottratione
36 ⨉ 16
3 · 2

primo resto 72 48

seconda sottratione
72 ⨉ 48
3 · 2

secondo resto 144 144
equalita

specie di proportione da vn'altra a lei equale, e pero ogni specie di proportioni intra, ouer misura vna volta sola ogni altra a lei equale, anchor che fussero composte sotto a diuersi termini, cioe se con il medesimo ordine vorrai saper la detta proportione da 3.a 2. quante volte intri, ouer numeri la proportione che è da 45.a 30. sottrando la detta da 3.a 2. da quella che è da 45.a 30. tu trouarai che ti restara la equalita (cioe da 90.a 90.) come in margine vedi, e pero è manifesto, che la v'intra solamente vna volta, & anchora si manifesta la proportione della equalita esser fra le proportioni della inequalita, come nulla, cioe si come che è la nulla fra le figure significatiue nel arto del numerare.

Similmente volendo sapere quante volte la proportione, che è da 3.a 2. intri, ouer numeri la proportione, che è da 36.a 16. assettarai quella da 3.a 2. sotto a quella da 36.a 16. & tira sotto la solita linea, come in margine vedi, & sottra quella di sotto da quella di sopra secondo l'ordine detto, & ti restara la proportione, che è da 72.a 48. come in margine vedi, dallaquale sottrarai vn'altra volta la detta proportione da 3.a 2. e che facendo trouarai che ti restara la equalita, cioe da 144.a 144. & perche habbiamo fatto due sottrattioni nanti che siamo peruenuti alla equalita, diremo che la detta proportione, ch'è da 3.a 2. intra precisamente due volte nella detta proportione da 36.a 16. e pero diremo la proportione da 36.a 16. esser doppia alla proportione, che è da 3.a 2. perche la contiene due volte, ma se vorremo comparare la detta proportione, che è da 3.a 2. a quella che è dal detto 36.a 16. diremo che la sara subdupla, per esser la mita di quella.

Essempio terzo
prima sottratione
512 ⨉ 216
4 · 3

primo resto 1536 864

seconda sottratione
1536 ⨉ 864
4 · 3

secondo resto 4608 3456

terza sottratione
4608 ⨉ 3456
4 · 3

terzo resto 13824 13824
equalita

Similmente volēdo saper quante volte la proportione, ch'è da 4.a 3. intri, ouer misuri la proportione, ch'è da 512.a 216. assettali secondo il solito l'una sotto l'altra, & sottrarai quella da 4.a 3. da quella ch'è da 512.a 216. & trouarai che ti resta la proportione, ch'è da 1536.a 864. & da questa, che resta sottrandone la medesima, ch'è da 4.a 3. trouarai che ti restara quella, che è da 4608.a 3456. dallaquale sottrandone anchora quella, ch'è da 4.a 3. trouarai che ti restara la equalita, cioe da 13824.a 13824. come in margine vedi, & perche habbiamo fatto tre sottrattioni nanti, che siamo peruenuti alla equalita, diremo la detta proportione, che è da 4.a 3. intrar, ouer numerar precisamente tre volte la detta proportione, che è da 512.a 216. & cosi comparando le dette proportioni fra loro, diremo la detta proportione da 512.a 216. esser tripla alla detta proportione, che è da 4.a 3. ouer che diremo la detta proportione da 4.a 3. esser subtripla alla detta proportione, che è da 512.a 216. (per esser il terzo di quella) & senza che piu oltra mi stenda con tal regola potrai conoscere quelle, che saranno in ogni altra multiplicita, ouer submultiplicita, perche a volerti dar particolar essempio nelle quadruple, quintuple, sestuple, & cosi discorrendo, mi par cosa superflua, perche per la regola data son certo che da te medesimo le saperai conoscere, & sapere, e pero voglio che parliamo di quelle, che sottrando secondo l'ordine dato di sopra non si peruiene alla equalita.

prima sottratione
256 ⨉ 2
4 · 1

primo resto 256 8

seconda sottratione
256 ⨉ 8
4 · 1

secondo resto 256 32

terza sottratione
256 ⨉ 32
4 · 1

terzo resto 256 128

Questa quarta sottratione nō è da esser fatta, perche la restāte proportione muta genere, cioe di maggiore inequalita si fa della menore.

256 ⨉ 128
4 · 1

quarto resto 256 512
menor inequalita

Ma volendo sapere quante volte la quadrupla (cioe la proportione che è da 4.a 1.) entri, numeri, ouer misuri la proportione, che è da 256.a 2. assettale ambedue secondo il solito, cioe secondo che in margine vedi, & sottrarai quella di sotto da quella di sopra, & trouarai che ti restara la proportiō, che è da 256.a 8. & cosi da questa restāte sottrandone pur la medesima, che è da 4.a 1. & trouarai che ti restara la proportione, che è da 256.a 32. & da questa seconda restante ne sottrarai pur la medesima da 4.a 1. & trouarai che ti restara la proportione, che è da 256.a 128. & perche a sottrare da questa terza restante pur la medesima, che è da 4.a 1. restaria la proportione, che è da 256.a 512. laquale come vedi è del genere della menore inequalita, & quella dallaquale si è fatta questa quarta sottratione era della maggiore inequalita (cioe era da 256.a 128.) e pero questa quarta sottratione non debbe esser fatta, perche questo tal segno ne dinota quella tal proportione da 256.a 128. che resta nella terza sottratione esser menore di quella, che è da 4.a 1. per laqual cosa fin a questa operatione diremo, che la detta quadrupla (cioe da 4.a 1.) entra, ouer che la numera tre volte integre quella proportione, che è da 256.a 2. & che oltra di questo vi auanza anchora la proportione, che è da 256.a 128. (menor di lei) laqual proportione di 256.a 128. retirandola nelli minimi numeri (secondo l'ordine dato nella 23 del primo capo) & trouarai esser vna dupla, cioe come da 2.a 1. & per tanto diremo, che la detta proportione da 4.a 1. intra tre volte nella detta proportione, che è da 256.a 2. & auanza anchora vna dupla, cioe da 2.a 1. Et perche la detta dupla con questa medesima regola si trouara, che la intrara precisamente due volte nella detta quadrupla, e pero diremo quella tal dupla esser la mita di quella quadrupla, per laqual cosa concluderemo che la detta quadrupla intrara, ouer che la misurara tre volte, e mezzo quella proportione, che è da 256.a 2. Onde volendo comparare queste due proportioni insieme diremo la detta proportione da 256.a 2. esser tripla sesquialtera alla proportione, che è da 4.a 1. ouer che diremo che la pro-

portione

portione, che è da 9. a 8. esser subtripla sesquialtera alla detta proportione, che è da 156. a 1.

Come che per le regole di sopra date si puo trouare tutte le proportioni delle varie parti, & parti, di parti del Diapason, consonantia, cioe della dupla, che da pratici è detta ottaua. Cap. XIII.

Regola di saper conoscere, & trouare di quanti toni sia composto il Diapason, cioe la dupla, che da pratici è detta ottaua.

1 Dalle regole sopra notate si puo conoscere, & sapere di quanti toni sia composto il Diapason, cioe la dupla, che da pratici musici è detta ottaua, & per trouare tal particularita, bisogna trouare quante volte il detto tono (che è vna sesquiottaua) intra, ouer numera la detta dupla, cioe vedere quante volte la proportione, che è da 9. a 8. intra, numera, ouer misura la proportione, che è da 2. a 1. onde procedendo secondo l'ordine di sopra dato, cioe sottrare la detta proportione da 9. a 8. dalla detta proportione da 2. a 1. & si trouara, che restara la proportione, che è da 16. a 9. dallaquale sottrandone anchora la medesima proportione, che è da 9. a 8. si trouara restare la proportione, che è da 128. a 81. & di questo secondo resto sottrandone pur la detta proportione, che è da 9. a 8. si trouara restar la proportione, che è da 1024. a 729. & da questo terzo resto sottrandone pur la medesima proportione da 9. a 8. & si trouara restare la proportione, che è da 8192. a 6561. & da questo quarto resto sottrandone pur la detta proportione da 9. a 8. si trouara a restar la proportione, che è da 65536. a 59049. Et perche se dal detto quinto resto ne fusse sottrato la medesima proportione da 9. a 8. restaria la proportione, che è da 524288. a 531441. laqual saria del genere della menor inequalita, e pero (come piu volte è stato detto) tal sesta sottratione non è da esser fatta, anzi bisogna concludere, che la detta proportione da 9. a 8. intra, ouer numera cinque volte integre la detta proportione, che è da 2. a 1. & oltra le dette cinque volte gli auanza anchora la proportione, che è da 65536. a 59049. e pero si manifesta, che il detto Diapason, o vuoi dir dupla, o vuoi dir ottaua, esser composta da cinque toni, & piu di detti cinque toni, tanto quanto è la detta proportione, che è da 65536. a 59049. laqual proportione, (come afferma Boetio Seuerino, Giorgio Valla, Michel Stifelio, & altri) vien a esser duoi semitoni menori, & perche il tono (come dimostra Boetio, & Giorgio valla) è composto da duoi semitoni menori, & da vna cōma, e pero sottrando li detti duoi semitoni menori da vn tono restara vna cōma, & per far tal sottratione assettarai la proportione, che è da 9. a 8. (che è il detto tono) & sotto di quella assettarai la sopradetta proportione, che è da 65536. a 59049. (che sono li duoi semitoni menori) & dapoi sottrando quella di sotto da quella di sopra (secondo l'ordine dato nel secondo modo di sottrari di proportioni) trouarai che ti restara la proportione, che è da 531441. a 524288. & questa tal proportione, che resta vien a esser vna cōma, & consiste fra li duoi minimi numeri di tal proportione (come da te medesimo potrai certificarti) & con tal regola ti potrai certificare di quante cōme sia composto il tono, & similmente il semiton menore, & anchora del maggiore (di quali di sotto si dara) cioe vedendo quante volte intra, numera, ouer misura la detta cōma il detto tono, ouero il detto semiton menore, ouero il maggiore, il che facendo ti verificarai di tutto quello, che Boetio conclude, & similmente Giorgio valla, & tutti quelli, che di musica hanno trattato, cioe il semiton menore esser maggiore di tre cōme, & menor di quattro, & il semiton maggiore esser maggiore di quattro comme, & menore di cinque, e pero seguita il tono esser maggiore di 8 comme, & menore di 9.

Corellario.

2 Dalla sopra notata operatione si manifesta, come che il Diapason (cioe la dupla, ouer ottaua) esser eccéduto da sei toni per vna comma, cioe che summando insieme 6. proportioni, come da 9. a 8. tal summa sara maggiore di vna dupla per vna comma, cioe per la detta proportione, che è da 531441. a 524288. laqual summa, & sottratione se con diligentia la farai secondo li ordini dati alli suoi luoghi trouarai cosi essere.

Regola di trouar la proportione del semiton menore, detto Diesis.

3 Per le cose di sopra concluse, volendo trouare la proportione del semiton menore, detto diesis, gia sai che quella proportione da 65536. a 59049. che ti restò nella quinta sottratione della sesquiottaua, dalla dupla, era duoi semitoni menori, ouero duoi diesis. Onde pigliando la mita di tal proportione (per l'uno di modi dati al suo luogo) trouarai tal mita esser la proportione, che è da

prima sottratione

2 : 1
9 : 8

primo resto 16 9

seconda sottratione

16 : 9
9 : 8

secondo resto 128 81

terza sottratione

128 : 81
9 : 8

terzo resto 1024 729

quarta sottratione

1024 : 729
9 : 8

quarto resto 8192 6561

quinta sottratione

8192 : 6561
9 : 8

5 resto 65536 59049
duoi semitoni menori

Questa sesta sottratione non è da esser fatta, perche la restante proportione sia mutato genere, cioe si conuertisse della menor inequalita, come vedi.

65536 : 59049
9 : 8

6 resto 524288 531441
menor inequalita

a sottrar da vn tono duoi semitoni menori resta vna cōma

9 : 8
65536 : 59049

restara 531441 524288
Comma

Duoi semitoni menori da 65536. a 59049.

semiton menore nelli minimi numeri. da 256.a 243.

256.a 243. & tanto sara la proportione del detto semiton menore. Et nota che per pigliare la mita della sopradetta proportione, che è da 65536.a 59049. piu facilmente essequirai tal effetto, per quella seconda regola data nella prima del nono capo, cioe pigliar la radice quadra di l'uno, & del l'altro di duoi termini di quella, lequal radici l'una trouarai esser 256. & l'altra 243. come di sopra è stato detto.

Regola di trouare la proportione del semiton maggiore.

9×8

$256 \cdot 243$

resta 2187. 2048

Semiton maggiore.

4 Volendo poi trouare la proportione del semiton maggiore per piu vie lo puoi fare, l'una è a sottrare il semiton menore dello integro tono, & il restante sara la proportione del detto semiton maggiore, cioe cauà la detta proportion da 256.a 243. dalla proportione da 9.a 8. che facendo trouarai, che ti restara la proportione da 2187.a 2048. & tanto sara la detta proportione del semiton maggiore.

Come si puo uerificare che'l Diesis, cioe semiton menore, sia quel spacio, nel quale la proportione sesquitertia, detta diatessaron, ouer la quarta è maggior di duoi toni.

sesquitertia da 4×3

duoi toni da $81 \cdot 64$

resta 256. 243

semiton menore

5 Volendosi certificare di quello che afferma Boetio, Giorgio valla, & altri che'l Diesis (cioe il semiton menore) sia equale a quella proportione, nellaquale la sesquitertia è maggiore di duoi toni, farai cosi duplica il ton, cioe la proportione, che è da 9.a 8. onde procedendo secondo le regole date, trouarai che tal duplicatione sara la proportione, che è da 81.a 64. hor questi duoi toni sottrali dalla sesquitertia, che è da 4.a 3. & trouarai che ti restara la proportione, che è da 256.a 243. laqual proportione (per le ragioni adutte nella terza) è il semiton menore, da nostri antichi chiamato Diesis, e pero è manifesto il Diatessaron (cioe la detta sesquitertia) esser composta di duoi toni, & da vn semiton menore, questa sesquitertia volgarmente da pratici è detta la quarta.

Come si puo trouare di quante comme, sia composto il tono.

6 Volendo trouare di quante comme, sia composto il tono, tu sai che la proportione del tono è si, come da 9.a 8. & similmente di sopra fu trouato, che la proportione della comma, era come da 531441.a 524288. & per tanto bisogna vedere quante volte la detta proportione di 531441.a 524288. intra nella detta proportione di 9.a 8. onde procedendo secondo la regola data si trouara, che la v'intrara otto volte, & vi auanzara vna proportione menore della proportione della cōma, e pero sarai chiaro il detto tono esser piu di 8 comme, & manco di 9. come afferma Boetio, & Giorgio valla per autorita di antichi greci musici, & periti Mathematici.

Diatessaron 4 — 3

Tono 9 — 8

Diapente 36 24

7 Et cosi senza che piu in tal materia particolarmente m'isfenda con le euidentie delle regole date nelli precedenti capi da te medesimo ti potrai certificare, & ritrouare con numeri tutte quelle particolari conclusioni adutte da nostri antichi musici, & mathematici, cioe che il Diapente sia composto dal Diatessaron, & da vn tono, il che trouarai summando il Diatessaron con vn tono, come in margine vedi, & trouarai che tal summa ti dara il detto diapente.

8 Anchora ti puoi verificare con numeri il detto Diapente esser composto da tre toni, & da vn semiton menore, il che trouarai summando insieme li detti tre toni con vn semiton menore, come in margine vedi.

tono 9 — 8

tono 9 — 8

tono 9 — 8

Semiton me. 256 — 243

Diapente 186624 — 124416

9 Anchora puoi ritrouare la mita della comma, laqual mita è detta schisma, il che trouarai diuidendo la detta Comma per mita, come in margine vedi, laqual schisma verira a esser, come da 531441.a [illegible] ouer da [illegible] a 524288.

Comma

531441 [illegible] 524288

schisma schisma

10 Similmente poi ritrouare il semiton menore con vna schisma, laqual cosa vien a essere precisamente la mita del tono, & per tanto il basta a diuidere il detto tono per mita secondo l'ordine dato nel ottauo capo, & trouarai quello esser, come da 9.a 72 ouer come da 72.a 8.

ton

9 · 72 · 8

semiton. semiton.

11 Similmente

21 Similmente puoi trouar la mità del diapason, il che farai diuidendo la dupla in due parti equali secondo l'ordine dato nel ottauo capo, il che facendo trouarai la mità del detto diapason essere, come da 2. a ℞ 2. ouer come da ℞ 2. a 1. come in margine appare, laqual mità vien a esser la mità del Diapente insieme con vn Schisma.

22 Anchora puoi ritrouar la mità del semiton menore, laqual mità da nostri antichi è detta diaschisma, & per trouar tal diaschisma, basta a diuidere il detto semiton menore in due parti equali, il che facendo per le regole date nel ottauo capo, trouarai quella esser, come da 256. a ℞ 62208. ouer come che è dalla detta ℞ 62208. a 243. come in margine vedi.

23 Similmente puoi trouar la mità del diatessaron, laqual mità vien a esser vn tono con vn diaschisma, & tal mità (procedendo per le regole date nel ottauo capo) trouarai essere, come da 4. a ℞ 12. ouer come da ℞ 12. a 3. come in margine vedi.

24 Similmente puoi trouare la mità del semiton maggiore, laqual mità vien a essere vna schisma, & vna diaschisma, & tal mità (procedendo per le regole date nel ottauo capo) trouarai esser, come da 2187. a ℞ 4478976. ouer come dalla detta ℞ 4478976. a 2048. come in margine vedi.

25 Anchora puoi trouare la mità del diapente, laqual mità da nostri antichi è chiamato semiditono con schisma, & diaschisma, & tal mità (procedendo per le regole date nel detto ottauo capo) trouarai essere, come da 3. a ℞ 6. ouer come dalla detta ℞ 6. a 2. come che in margine vedi. Molte altre varie attioni si porria addure, ma per al presente voglio che queste bastino, perche penso che da te medesimo (in ogni altra strana questione, ouer caso che ti occorresse) saprai come gouernarti. Et nota che tutte le sopra date diuisioni si ponno rappresentare in qual si voglia di quelli tre modi, narrati sopra del rappresentar le specie delle proportioni in scritto (cioe nella decima del primo capo del presente libro) cioe, o secondo l'ordine degli Arabi, ouer secondo l'ordine del nostro scriuere, ouero in forma di rotti, anchor che io te le rappresenta secondo l'ordine del nostro scriuere, & con questo voglio, che facciamo fine a questo capo.

Da notare.

26 Bisogna notare qualmente in questo luogo vi se gli conueniria di esplicare la eccellentia, & mirabili effetti di vna solitaria, & singular specie di proportione irrationale non poco remota dalle altre specie di proportioni, laquale da Euclide nella terza diffinitione del sesto è detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & in piu particolarita è differente dalle altre specie di proportioni, prima tutte le altre specie di proportioni si possono proferire, & rappresentare fra duoi termini, ma questa non si puo rappresentare saluo, che fra tre termini, tal che in questo vien a portar con se vna similitudine di proportionalita, secondariamente in questa tal specie di proportione Euclide (nel suo decimoterzo libro) vi assegna varij, & diuersi mirabili effetti, liquali in niuna altra specie di proportione si ritrouano. Ma perche li detti suoi singulari effetti sono in materie geometrice, e pero rimetteremo a parlar di tal proportione, & di detti suoi inestimabili effetti nel nostro trattato di geometria, & massime doue che in pratica esplicaremo il decimoterzo del detto Euclide.

Da notare.

27 Anchora bisogna notar che la proportione rationale si puo trouar fra due quantita irrationali, ma fra due quantita rationali non vi puo cascare proportione irrationale. Ma quando che vna quantita è rationale, & l'altra irrationale, sempre la loro proportione sara irrationale. Essempi gratia la proportione, che è da ℞ 12 a ℞ 3 è doppia (cioe come da 2. a 1.) e pero tal proportione è rationale, perche la proportione rationale è quella, che è

come da numero a numero, & similmente la proportione di ℞ cu. 54. a ℞ cu. 2. è treppia, e pero è rationale, & nondimeno li termini di tai proportioni sono irrationali.
Che la ℞ 12 sia doppia alla ℞ 3. & similmente, che la ℞ cu. 54 sia treppia alla ℞ cu. 2. non te l'ho dichiarato, perche penso che tu ti debbi aricordare, che quella ℞ 12. numera due volte quella ℞ 3. perche partendo ℞ 12. per ℞ 3. ne vien ℞ 4. che è 2. e pero è doppia a quella, & similmente partendo ℞ cu. 54 per ℞ cu. 2. ne vien ℞ cu. 27. che saria 3. e pero la ℞ cu. 54. vien a esser treppia alla ℞ cu. 2. & cosi infinite altre simili se ne potriano trouare, ma fra due quantita rationali è necessario la proportione esser rationale. Ma fra vna quantita rationale, & vna irrationale, egli è necessario la proportione esser sempre irrationale.

Da notare.

22 Anchora bisogna notare che non solamente fra due qual si voglia specie di radice irrationale vi si puo trouare la detta proportione rationale, & massime in quelle, che ambedue siano di vna medesima specie, ma anchora nelle quantita composte di duoi nomi, cioe nelli binomij, & residui, & similmente nelli trinomij, quadrinomij, & multinomij, & in ogni specie, cioe o siano composti di ℞ cube, ouer cense di cense, ouer prime relate, & cosi discorrendo in tutte le altre specie, che vanno seguitando, come in quelli composti simplicemente di ℞ quadre, che a volerti in ciascuna specie darti particular essempio vi andaria da scriuere assai, ma accioche da te medesimo possi conoscere questo esser vero, & fonzarne da tua posta multiplica qual si voglia specie di binomio, ouer trinomio, ouer quadrinomio, ouer multinomio per vn numero rationale sano, ouer rotto, ouer sano, et rotto secondo l'ordine dato nel terzo capo del quinto libro, & il produtto di tal multiplicatione sara in proportione rationale con quello, che hauerai multiplicato, & la denominatione di tal proportione sara quel numero multiplicante. Essempi gratia sia questo trinomio cubo ℞ cu. 5. piu ℞ cu. 4. piu ℞ cu. 1. hor multiplicamolo per 2. secondo la regola data nel detto terzo capo del quinto libro, & trouarai che fara ℞ cu. 40. piu ℞ cu. 32. piu ℞ cu. 24. hor dico che la proportione di ℞ cu. 40. piu ℞ cu. 32. piu ℞ cu. 24. esser doppia a ℞ cu. 5. piu ℞ cu. 4. piu ℞ cu. 3. laqual proportione è rationale detta proportione doppia, il medesimo ti seguiria multiplicandolo per 3. ouer per 4. ouer per 5. & cosi discorrendo. Il medesimo seguiria partendo il detto trinomio, & altri simili per qual si voglia numero, cioe che lo auenimento hauera pur proportione rationale, con la quantita partita, ma procedendo per via del partire si vien in rotti, il che è piu confuso, e pero meglio è a procedere con il multiplicare.

Il fine del settimo libro.

LIBRO OTTAVO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO Tartaglia, nel qual si dichiara alcune corrispondentie, che ha la proportione, & proportionalita Arithmetica con la proportione, & proportionalita Geometrica, & dapoi si narra alcuni notabili effetti, che si trouan occorrer nelle quantita proportionali nella geometrica proportionalita. Cap. I.

1 HAVENDO nella decimaquinta del primo capo notificato le principali specie della proportionalita esser 3. cioe, proportionalita arithmetica, geometrica, & armonica, & che per varie ragioni di queste 3. a me mi pareua, che la geometrica meritasse esser la priora, e pero per tal priorita, quando che nelle cose, che seguita nominaremo proportione, ouer proportionalita (senza altro cognome) la si debbe sempre intendere per la proportione, ouer proportionalita geometrica. Et quantunque nella detta decimaquinta del primo capo fu da me diffinito sotto breuita, come che s'intenda la proportione, & anchora la proportionalita arithmetica, nondimeno mi e parso in questo luogo di voler diffinire, & diuidere questa proportione arithmetica, & anchora la sua proportionalita, & notificare li proprij accidenti delle quantita proportionali nella detta proportionalita arithmetica, & la conuenientia, & corrispondentia, che hanno li detti accidenti con li accidenti delle quantita proportionali nella proportionalita geometrica.

2 LA proportione arithmetica (se proportione si puo chiamare) diremo esser pur la conuenientia di due quantita di vno medesimo genere (come fu detto anchora della proportion geometrica, nella terza del primo capo del precedente libro) & la conuenientia di dette due quantita e questa, che l'una di quelle necessariamente e maggior, ouer menore, ouero eguale a l'altra, & questo e il proprio delle quantita.

Della proportione di equalita.

3 LA conuenientia delle quantita eguali (come fu detto nella quarta del primo capo del precedente libro) e come saria a dire da 1. a 1. ouer da 2. a 2. ouer da 3. a 3. ouer da 4. a 4. & cosi discorrendo, & questa tal proportione e indiuisibile, & e principio della proportione della inequalita, si arithmetica, come geometrica, & non e parte di quella, si come che e il ponto geometrico, che e principio della linea, & non e parte di tal linea, & similmente lo istante nel tempo, ouer nel moto, il quale e principio del tempo, ouer del moto, & non e parte del tempo, ne manco del moto.

Della proportione di inequalita.

4 LA proportione delle quantita inequali e detta proportione di inequalita (come che sopra la quinta del primo capo del precedente libro) si diuide in duoi generi, l'uno e detto maggior inequalita, & l'altro menor inequalita. La maggior inequalita e quando che si fa la comparatione del maggior termine al menore, come saria da 2. a 1. ouer 5. a 2. ouer 8. a 7. & cosi discorrendo. La menor inequalita e quando, che la comparatione si fa dal menor termine al maggior, come saria a dire, comparando 1. a 2. ouer 2. a 5. ouer 7. a 8. & cosi discorrendo.

Et perche questa proportione arithmetica si della maggiore, come della menore inequalita si comprende, & piglia per la simplice differentia, che e da vn termine a l'altro, e pero l'uno, & l'altro di questi duoi generi si diuide solamente in infinite specie di proportioni arithmetice secondo, che in infinito le loro differentie possono variare, le qual sono le denominationi di dette proportioni.

Che cosa sia proportionalita arithmetica.

5 LA proportionalita arithmetica no e altro, che vna similitudine di proportioni arithmetice, cioe vna equalita di differentie di piu termini in vno medesimo genere constituiti, ouer comparati. Essempi gratia perche la differentia, ch'e da 5. a 2. e eguale alla differentia, ch'e da 9. a 6. & l'una, & l'altra proportione e della maggior inequalita, diremo tal equalita di proportioni esser detta proportionalita arithmetica, il medesimo seguiria quado che ambedue le dette proportioni fussero della

menor inequalita. Ma quando che l'una fusse della maggiore inequalita, & l'altra della menore (anchor che le differentie fussero equali) non saria proportionalita, ma disproportionalita. Essempi gratia anchor che la differentia, che è da 15 a 9. sia equale alla differentia, che è da 7 a 13. (che in l'una, & l'altra è 6.) nondimeno perche quella che è da 15. a 9. è della maggiore inequalita, & quella che è da 7 a 13. è della menore, e pero tal equalita di differentie non s'intende esser proportionalita arithmetica, ma piu presto disproportionalita, perche bisogna che siano tutte di vno medesimo genere.

Come che la proportionalita arithmetica non puo esser constituita in manco di tre termini.

proportionalita arithmetica in quattro termini.

13. à 9.
7. à 3.

proportionalita arithmetica in tre termini.

13. 9. 5.

6 Perche a formar la proportionalita arithmetica vi occorre almanco due proportioni (come fu detto anchora nella proportionalita geometrica) & a ogni proportione vi occorre sempre duoi termini, cioe vno antecedente, & vno consequente, tal che in due proportioni distinte vi andaria quattro termini, cioe vno antecedente, & vno consequente a ciascuna di quelle, come saria in queste due da 13 a 9. & da 7 a 3. onde tal proportionalita arithmetica saria constituita fra quattro termini, & tai termini si diriano termini proportionali nella proportionalita arithmetica, ma perche due proportioni equali ponno esser constituite in tre termini soli, come fariano in questi tre 13. 9. 5. nelli quali si vede, che la differentia da 13 a 9. è 4. & la differentia da 9 a 5. è similmente 4. & l'una, & l'altra di queste due proportioni sono del genere della maggior inequalita, per esser adonque fra questi tre termini due proportioni equali arithmetice, vi è anchora la proportionalita arithmetica, & quel 9. (termine di mezzo) fa l'officio di consequente nella prima proportione, & nella seconda fa l'officio di antecedente. Ma il primo termine, cioe quel 13. è solamente antecedente, & il terzo termine, cioe quel 5. è solamente consequente, ma il termine di mezzo, cioe quel 9. è quello che copula insieme tai due proportioni.

Che cosa sia proportionalita continua Arithmetica, & termini continui proportionali.

7 LA continua proportionalita arithmetica è precisamente quella, che nel primo libro chiamassimo progressione arithmetica, & similmente termini continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica sono precisamente quelli termini, che formano tal continua proportionalita arithmetica, delli quali vno è solamente antecedente, & vno è solamente consequente, & ciascuno di quelli altri intermedij seruono per antecedente, & per consequente, come sono questi 2.5.8.11.14. ouer questi 20.16.12.8.4. ouer questi 7.15.23.31.39.47. & cosi discorrendo, tu vedi adonque in ciascuno di questi tre essempi, che il primo termine è solamente antecedente, & l'ultimo è solamente consequente, & tutti quelli di mezzo seruono per antecedente, & consequente, anchora se ben considerali detti termini, & le proportioni fra quelle collocate trouarai, che il numero di termini è vn di piu del numero delle dette proportioni tra quelli collocate.

8 SE si sara quattro termini, ouer numeri proportionali nella proportionalita arithmetica, la summa del primo, & del quarto sara equale alla summa del secondo, & del terzo. Essempi gratia siano questi quattro termini proportionali nella arithmetica proportionalita 13.9.11.7. il primo è 13. & il quarto è 7. quali gionti insieme fanno 20. il secondo poi è 9. & il terzo è 11. li quali medesimamente fanno 20. & questo si mostra seguir il medesimo in tutti gli altri simili si della menore, come della maggior inequalita.

Corellario.

Al multiplicar nelle geometrice corrisponde il summar nelle arithmetice proportionalita

E Pero si manifesta quello che nelle geometrice proportionalita, ne certifica il multiplicare, nelle arithmetice ne'l fa noto il summare, tal che a multiplicare nelle geometrice corrisponde il summare nelle arithmetice.

9 SE tre numeri saranno continui proportionali nella proportionalita arithmetica, la summa del primo con il terzo sara equale al doppio del secondo. Essempi gratia siano questi tre termini continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica 9.7.5. la summa del 9. con 5. fa 14. & il doppio del 7. fa medesimamente 14. & il medesimo seguira in tutti gli altri simili, si della menore, come nella maggiore inequalita.

Corellario.

Il doppiare nelle arithmetice, corrisponde al quadrare nelle geometrice.

Onde si manifesta, che il doppiare nelle arithmetice corrisponde al quadrare nelle geometrice proportionalita continue.

Del modo, ouer regola di saper trouare a un numero dato un'altro numero a quel proportionale secondo la proportione arithmetica di duoi altri numeri proposti.

20 A Vn numero proposto volendosi trouare vn'altro numero a lui proportionale secondo la proportione di duoi altri nella proportionalita arithmetica, sempre summa quel tal numero con quel di duoi a lui dissimile (rispetto al luogo) & di quella tal summa sempre ne cauarai l'altro numero (potendo) & il rimanente sara il ricercato numero. Essempi gratia volendo trouar a questo numero 12. vn'altro numero a lui proportionale (arithmetice) secondo la proportione arithmetica, che è da 6. a 9. dico che summi il detto 12. con quello di duoi a lui dissimile rispetto al luogo, cioe se vuoi che il detto 12. sia antecedente tu lo summarai con quel 9. che è consequente, ma volendo che'l sia consequente tu lo summarai con quel 6. antecedente, & di tal summa sottrarne l'altro numero (potendo) & il restante saria il ricercato numero. Hor poniamo che si voglia, che'l detto 12. sia consequente, summaremo il detto 12. con 6. fara 18. & di questo 18. ne cauaremo l'altro numero, cioe 9. & ne restara vn'altro 9. per il ricercato antecedente, & tal quattro numeri staranno in questa forma 6.9.9.12. & con tal modo si douera procedere nelle altre simili, ma nota che se per sorte dalla detta summa tu non ne potessi cauare quell'altro numero, tal caso saria impossibile. Essempi gratia se in luogo di tal numero 12. hauessimo detto 2. il qual 2. summandolo con il detto 6. faria 8. dalqual non se ne porria cauar il 9. e pero in tal caso saria impossibile a trouar tal ricercato numero, & il medesimo seguiria con il 3. perche summando il detto 3. con 6. faria 9. cauandone poi l'altro 9. restaria 0. & cosi 0 saria il ricercato numero. Anchora nota che questa questione nelle proportioni arithmetice, è simile alla regola del tre nelle proportioni geometrice.

Corellario.

Onde si manifesta, che il sottrare nelle arithmetice corrisponde al partire nelle geometrice proportionalita, perche nelle geometrice bisogna multiplicare quel tal proposto numero fia quello (di duoi) a lui non simile (rispetto al luogo) & quel tal produtto sempre bisogna partir per l'altro numero (di duoi) & lo auenimento è sempre il numero cercato.

Il sottrare nelle arithmetice, corrisponde al partire nelle geometrice proportionalita.

Regola da saper trouar quanti numeri si voglia in continua proportionalita arithmetica da duoi numeri proposti.

21 ESsendo duoi numeri proposti, & volendo da questi trouarne quanti altri si voglia in continua proportionalita arithmetica, duplica il maggior di duoi, & di tal duplato cauane l'altro numero, & il restante numero sara il terzo continuo in tal proportionalita, per trouar il quarto procedi per il medesimo modo, cioe duplica il detto numero trouato, & di tal duplato cauane il secondo numero, & il restante sara il quarto numero ricercato, & con tal ordine puoi procedere in infinito. Essempi gratia volendo da questi duoi numeri 7. 15. continuarne altri nella arithmetica proportionalita duplica il maggiore, cioe 15. fa 30. cauane 7 resta 23. per il terzo numero, & per trouar il quarto duplica 23. fa 46. cauane 15. resta 31. per il quarto numero, & cosi puoi procedere in infinito.

continuati.
7. 15. 23. 31.

Corellario.

Et da questo si verifica, che il doppiare nelle arithmetice proportionalita corrisponde al quadrare nelle geometrice, & similmente che il sottrare corrisponde al partire.

Regola de sapere da un numero proposto continuar quanti altri termini di numeri si voglia, & secondo qual diverse specie di proportioni arithmetice si voglia di vno medesimo genere.

22 VOlendo da vn numero proposto costituirui, ouer trouarui vn'altro numero, in che proportione arithmetica si voglia. Piglia la differentia denominante quella proportione, che vuoi formare, ouer costituire, & aggiongela con il proposto numero, & tal summa sara il ricercato secondo numero, & se ne vorrai trouar vn'altro terzo farai il medesimo, cioe piglia la differentia denominante tal seconda proportione, che vuoi formare, & aggiongela con quel secondo numero gia trouato, & tal summa sara il terzo ricercato numero, & con tal ordine potrai procedere in infinito. Essempi gratia sia il proposto numero, poniamo 7. hor volendo formare, ouer trouare vn'altro numero, che la differentia di quello al detto 7. sia 3. ag-

giongi quel 3. con 7. fara 10. & questo 10 fara il detto secondo ricercato numero, qual 10. volendo continuarlo dal detto 7. secondo l'ordine della menor inequalita tu li assettarai in questo modo 7. 10. ma volendo continuarlo secondo l'ordine della maggior inequalita tu lo assettarai in questa altra forma. 10. 7. Hor per continuarne un'altro terzo numero, che la differentia di questo al gia trovato 10. sia 6. aggiongi il detto 6 al detto 10. fara 16. & questo 16. e il ricercato terzo numero, qual assettandolo secondo l'ordine della menor inequalita starano tutti tre in questo modo 7. 10. 16. Ma volendolo assettar secondo l'ordine della maggiore inequalita, sariano in quest'altra forma 16. 10. 7. Et cosi con tal regola ne potrai andar continuando quanti altri termini ti parera, & in che specie di proportioni ti parera.

23 SE saranno tre termini continui proportionali nella proportionalita arithmetica, la proportione del primo al'ultimo sara doppia a quella, che sara del primo al secondo, cioe che la differentia del primo termine al'ultimo sara doppia a quella, che sara del primo al secondo. Essempi gratia siano questi tre numeri continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica 6. 11. 16. la differentia, che e da 6. a 16. e 10. & la differentia, che e da 6. a 11. e 5. & perche il 10. si vede esser il doppio di 5. seguita il proposito.

24 ANchora se saranno quattro numeri continui proportionali nella proportionalita arithmetica, la proportione del primo al quarto sara treppia a quella, che e dal primo al secondo. Siano questi quattro numeri nella detta proportionalita arithmetica continui 3. 7. 11. 15. la differentia del primo al secondo, tu vedi che e 4. & la differentia del primo al quarto, tu vedi che e 12. il qual 12 e treppio al detto 4. come habbiamo detto, & cosi per abbreviar la scrittura, se saranno cinque termini continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica, la proportione del primo al quinto sara quadrupla a quella, che sara dal primo al secondo, & se saranno 6 termini, la proportione del primo al sesto la sara quincupla alla medesima, che sara dal primo al secondo, & con tal ordine andarai procedendo in infinito, come per te medesimo con la isperientia te ne potrai verificare, & tutte queste propositioni speculativamente si ponno dimostrare, ma per non interrompere questo ordine pratticale pretermetto l'ordine speculativo, ma pur per satisfare ad alcun speculativo in queste conclusioni. Dico che se saranno 20 termini continui proportionali nella proportionalita arithmetica, che la proportione del primo al'ultimo sara 19 volte tanto quanto sara quella, che sara dal primo al secondo, & per dimostrar speculativamente tal propositione. Egli e manifesto che fra quelli 20 termini vi sara solamente 19 differentie, & perche le dette 19 differentie sono equali fra loro dal presupposito, & perche quella, che e dal primo al secondo e una sola di quelle 19 differentie, e pero egli e manifesto, che tutte quelle 19. in summa sono 19 volte tanto di una di quelle, e pero seguita il proposito.

25 SE saranno continuate equali, over diverse specie di proportioni arithmetice in un medesimo genere, la proportione del primo termine al'ultimo, sara composta di tutte quelle. Questa propositione non vuol inferir altro, che se sara continuate equali, over diverse specie di proportioni arithmetice in un medesimo genere, cioe o tutte nella menore inequalita, over tutte nella maggior, che la differentia del primo termine al'ultimo sara equale, alla summa di tutte quelle differentie, o vuoi dir di tutte quelle proportioni intermedie. Essempi gratia siano queste sette diverse proportioni arithmetice continuate nella menor inequalita 7. 10. 15. 21. 23. 31. 35. 43. Dico che la differentia del primo termine al'ultimo, cioe da 7. a 43. che e 36. sara equale alla summa delle dette 7 proportioni, cioe alla summa di quelle sette differentie, delle quali la prima e quella, che e da 7. a 10. che saria 3. la seconda e quella, che e da 10. a 15. che saria 5. la terza e quella che e da 15. a 21. che saria 6. la quarta e quella che e da 21. a 23. che saria 2. la quinta e quella, che e da 23. a 31. che saria 8. la sesta e quella, che e da 31. a 35. che saria 4. la settima, & ultima e quella, che e da 35. a 43. che saria 8. & tutte sette sariano 3. 5. 6. 2. 8. 4. 8. le quali sommate insieme faranno 36. si come fa anchor la differentia del primo termine al'ultimo, cioe da 7. a 43. come fu proposto. Il medesimo se-

guiria quando che le dette sette proportioni fussero continuate secondo l'ordine della maggiore inequalità, cioe in questa forma [illegible]. Ma quando vna parte di tal continuate proportioni fussero secondo la maggiore inequalità, & parte secondo la menore tal propositione non seguiria secondo che e stato detto.

26 Hauendo noto il primo, & il terzo di tre numeri continui proportionali nella proportionalita arithmetica, & volendo per tal notitia ritrouare il secondo di detti tre numeri, summa il detto primo numero con il detto terzo, & di questa summa pigliarai la mita, & tal mita sara il detto secondo numero. Essempi gratia se il primo di tre numeri continui proportionali (nella detta proportionalita arithmetica) fusse 7. & il terzo fusse 17. Et volendo per tal notitia ritrouar il secondo, summa 7. con 17. fara 24. pigliane la mita, che e 12. & cosi 12. sara il secondo ricercato numero.

Essempio primo.
primo 2 3
7. 0. 17.

Essempio secondo
primo 2 3
7. 12. 17.

Corellario.

Da questa operatione si manifesta per che il summare nelle arithmetice proportionalita corrisponde al multiplicare nelle geometrice. Et oltra di questo si notifica che il dimezzare nelle dette arithmetice, corrisponde al pigliar la radice quadra nelle dette geometrice, come che nella terza del settimo capo del precedente libro appare.

Il pigliar la mita nelle arithmetice proportionalita corrispõde al pigliar la radice quadrata nelle geometrice.

Ma anchora quando che per sorte la summa del primo, & del terzo numero non si potesse diuidere per mita senza spezzare la vnita, tal secondo numero sara cosi irrationale nelle arithmetice proportionalita, si come che e la radice quadra sorda nelle geometrice, cioe qualunque numero, che non si possa diuidere in due parti equali senza spezzare la vnita, nelle dette arithmetice proportionalita corrispondeno alli numeri non quadrati nelle geometrice. Essempi gratia sel primo di detti tre numeri continui proportionali nella arithmetica proportionalita fusse 5. & il terzo fusse 12. Et volendo per tal notitia trouar il secondo summa 5. con 12. fa 17. delqual volendone pigliar la mita, el si vede che egli e necessario spezzar la vnita, e pero tal mita (qual e $8\frac{1}{2}$) corrisponde alla radice sorda quadra nelle dette geometrice proportionalita.

Li numeri dispari nelle arithmetice proportionalita corrispondeno alli numeri nõ quadrati nelle geometrice.

27 Hauendo noto il primo, & il quarto di quattro numeri continui proportionali, nella arithmetica proportionalita, & volendo per tal notitia trouar il secondo, duplica il primo numero, o vuoi dir il primo numero, & tal duplicatione summarai con il quarto numero, & di tal summa pigliarai il terzo (cioe partirla per 3.) & lo auenimento sara il ricercato secondo numero. Essempi gratia sel primo di quattro numeri continui proportionali nella proportionalita arithmetica fusse 8. & il quarto fusse 17. & volendo con tal notitia ritrouar il secondo duplica 8. fa 16. summa il detto 16. con 17. fara 33. & di questo pigliane il terzo, che sara 11. & cosi questo 11. sara il detto secondo ricercato numero, & se con tal regola vorrai trouar anchora il terzo procederai al contrario, cioe co ponendo il quarto per primo, & il primo per quarto (secondo il modo de gli Arabi) & cosi duplicar 17. fara 34. alqual giontoui quel 8. fara 42. il terzo delqual 42. fara 14. & cosi 14. sara il detto terzo ricercato numero, & cosi li detti quattro numeri staranno in questa forma 8. 11. 14. 17. & con tal regola procederai in tutte le altre simili.

Essempio
prima positione
primo 2 3 4
8. 0. 0. 17.

prima inuentione
primo 2 3 4
8. 11. 0. 17.

seconda inuentione.
primo 2 3 4
8. 11. 14. 17.

Corellario.

Hor comparando queste operationi, ouer regole a quelle fatte, ouer date nella quarta del settimo capo del precedente libro si manifesta, per che il doppiare nelle proportionalita arithmetice corrisponde al quadrare nelle geometrice, & che il partir per 3. corrisponde al cauar la radice cuba. E pero quando che per caso della summa del doppio del primo termine con il quarto non si potesse partir per 3. senza rompere la vnita seguiria tal secondo numero esser cosi irrationale nelle arithmetice considerationi si, come che e la radice cuba irrationale nelle geometrice. Essempi gratia sel primo di quattro numeri continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica fusse 10. & il quarto fusse 30. & volendo per tal notitia ritrouar il secondo, duplica 10. fa 20. summa il detto 20. con 30. fa 50. parti tal summa per 3. & te ne venira $16\frac{2}{3}$, & tanto sara il detto secondo numero, & perche vi occorre quel $\frac{2}{3}$, tal $16\frac{2}{3}$ s'intende esser cosi irrationale nelle speculationi arithmetice, si come che sono le radici cube sorde nelle geometrice, e pero si manifesta tutte le specie di rotti nelle dette speculationi arithmetice esser irrationali in comparatione di numeri simplici, cioe secondo la consideratione del mathematico, hor per tornar al proposito, volendo anchora trouar il terzo numero duplica il quarto, cioe 30. fa 60. summa 60. con 10. fa 70. parti 70 per 3. ne vien $23\frac{1}{3}$, & tanto sara il terzo numero, & cosi tutti quattro staranno in questo modo 10. $16\frac{2}{3}$. $23\frac{1}{3}$. 30.

Il doppiare nelle arithmetice corrisponde al quadrare nelle geometrice, & il partir per 3. al cauar delle R cube.

prima positione.
primo 2 3 4
10. 0. 0. 30.

prima inuentione.
primo 2 3 4
10. $16\frac{2}{3}$. 0. 30.

seconda inuentione.
primo 2 3 4
10. $16\frac{2}{3}$. $23\frac{1}{3}$. 30.

prima positione

primo				
6.	0.	0.	0.	18.

prima inventione

primo				
6.	9.	0.	0.	18.

seconda inventione.

primo				
6.	9.	0.	15.	18.

terza inventione.

primo				
6.	9.	12.	15.	18.

Il treppiare nelle arithmetice corrispõde al cubare nelle geometrice, & il partir per 4. al cavar delle R R.

18 HAvendo anchora noto il primo, & il quinto di 5 numeri continui proportionali nella proportionalita arithmetica, & volẽdo per tal noticia ritrovar il secondo, triplica il primo, & quel triplato summarai con il quinto termine, & tal summa partirai per 4. & lo avenimento sara il detto secõdo numero cercato. Essempi gratia sel primo di 5 numeri continui proportionali nella detta arithmetica proportionalita fusse 6. & il quinto fusse 18. & volendo per tal noticia ritrovar il secondo. Triplica il 6. fa 18. & questo 18. summarai con il quinto, cioe con quell'altro 18. fa 36. parti questo 36. per 4. & te ne vien 9. & questo 9 sara il detto secondo numero, & quantunque per la noticia del detto secondo numero, et del primo tu possi per la regola data nella 11. trovar tutti gli altri consequenti numeri, nondimeno volendo per questa regola ritrovar il quarto, tripla 18. fa 54. summalo con 6. fa 60. partilo per 4. ne vien 15. & 15. sara il quarto numero, volendo anchora per la decimasesta ritrovar il terzo numero, qual vien a esser il medio fra 6. & 18. summa 6. con 18. fa 24. pigliane la mita, che sara 12. & cosi il detto 12. sara il terzo numero, & tutti cinque saranno in questo modo. 6. 9. 12. 15. 18.

Corellario.

Hor comparando tutte queste attioni a tutte quelle fatte nella quinta del settimo capo del precedente libro, si manifesta pur che il treppiare nelle arithmetice proportionalita, corrispondere al cubare nelle geometrice. Et che il partire per 4. corrispõde al cavar la R cen. cen. o vuoi dir al cavar la R R. E pero quando che la summa del treppio del primo termine con il quinto, non si potesse partire nettamente per 4. cioe senza rompere la unita seguiria tal secondo termine esser cosi irrationale nelle consideracioni arithmetice si, come che e la R R sorda, o vuoi dire irrationale nelle geometrice. Essempi gratia sel primo di cinque numeri continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica fusse 7. & il quinto fusse 20. & volendo per tal noticia ritrovar il secondo, procedi come di sopra, cioe treplica 7. fa 21. summalo con 20. fara 41. partilo per 4. ne vien $10\frac{1}{4}$. & cosi $10\frac{1}{4}$ sara il secondo termine, ma tal secondo termine (per causa di quel rotto) nelle consideracioni arithmetice s'intendera esser cosi irrationale, si come che e la R R sorda nelle geometrice, come di sopra e stato detto. Et cosi se desiderarai di voler trovar gli altri termini, procedendo secondo le regole di sopra dette, trovarai il quarto esser $16\frac{3}{4}$. & il terzo esser $13\frac{1}{2}$. & tutti cinque saranno in questo modo $7.\ 10\frac{1}{4}.\ 13\frac{1}{2}.\ 16\frac{3}{4}.\ 20.$

prima positione.

primo				
7.	0.	0.	0.	20.

prima, seconda, & terza inventione.

primo				
7.	$10\frac{1}{4}$.	$13\frac{1}{2}$.	$16\frac{3}{4}$.	20.

prima positione.

primo					
8.	0.	0.	0.	0.	24.

prima, seconda, terza, & quarta inventione.

primo					
8.	$11\frac{1}{5}$.	$14\frac{2}{5}$.	$17\frac{3}{5}$.	$20\frac{4}{5}$.	24

19 ANchora havendo noto il primo, & l'ultimo termine di 6 numeri continui proportionali nella proportionalita arithmetica, & volendo per tal noticia ritrovar il secondo, quadruplica il primo, & quel quadruplo summarai con l'ultimo, & tal summa partirai per 5. & lo avenimento sara il secondo termine. Ma per abbreviar le parole, & la scrittura ponero solamente uno essempio solo, & in numeri irrationali secondo la detta speculatione arithmetica. Sel primo termine adonque di detti 6 numeri fusse 8. & il sesto 24. & che per tal noticia tu volessi trovar il secondo, quadruplica 8 fa 32 summalo con 24. fa 56. partilo per 5. & te ne venira $11\frac{1}{5}$. & tanto sara il detto secondo termine, & perche tal secondo termine e con rotto, tal secondo termine vien a esser cosi irrationale nelle proportionalita arithmetice, si come che sono le R relate sorde nelle geometrice, & perche trovato che si habbia il detto secondo termine, facil cosa e per le regole date a trovar gli altri consequenti termini, e pero per abbreviar la scrittura a te lassaro la impresa, basta che se gli investigarai tu li trovarai essere in questo modo $8.\ 11\frac{1}{5}.\ 14\frac{2}{5}.\ 17\frac{3}{5}.\ 20\frac{4}{5}.\ 24.$

Corellario.

Comparando tutte le sopra notate regole, & attioni a tutte quelle usate nella sesta del settimo capo del precedente libro, si trovara esser manifesto, che il quadruplicare nelle proportionalita arithmetice corrispondere al reccare a censo di censo, cioe a quadrato di quadrato nelle geometrice, & oltra di questo si manifesta anchora, che il partir per 5. nelle dette arithmetice corrisponde alla estrattione della radice relata nelle geometrice, & anchora si manifesta quelli numeri, che non sono divisibili per 5. (senza rompere la unita) esser irrationali, & corrispondenti alli numeri non relati, delli quali la sua radice relata e irrationale.

Il quadruplare nelle arithmetice corrisponde al reccare a cen. cen. nelle geometrice, & il partir per 5. alla estration della radice relata.

20 HAvendo anchora noto il primo, & l'ultimo di sette numeri continui proportionali nella proportionalita arithmetica, & volendo per tal noticia ritrovar il secondo, piglia il quintuplo del primo, & aggiongilo con l'ultimo, & tal summa parti per 6. & lo avenimento sara il detto secondo numero. Et se tal avenimento venira senza rotto, tal secondo numero s'intendera esser rationale, ma venendo con rotto s'intendera esser irrationale nelle progressioni arithmetice, alla simili-

tudine

ordine, che sono le 10 cen. cu. delli numeri non censi cubi nelle progressioni geometrice. Essempi gratia sel primo di sette numeri continui proportionali, nella detta proportionalita arithmetica fusse 5. & l'ultimo fusse 18. & volendo per tal notitia ritrouar il secondo, multiplica il primo (cioe 5) per 5. fara 25. & questo aggiongi con l'ultimo, cioe con 18 fara 43. & questo parti per 6. & te ne vien $7\frac{1}{6}$, & questo $7\frac{1}{6}$ fara il detto ricercato secondo termine, & per esser tal secondo termine venuto con quel rotto $\frac{1}{6}$ s'intende esser irrationale nelle proportionalita arithmetice, si come sono le 10 cen. cu. delli numeri non censi cubi nelle proportionalita geometrice, & se per le regole date ricercarai gli altri consequenti numeri, trouarai tutti sette li detti termini esser come di sotto vedi.

primi positione.

primo						
5.	0.	0.	0.	0.	0.	18.

prima, seconda, terza, quarta, & quinta inuentione.

primo						
5.	$7\frac{1}{6}$.	$9\frac{1}{3}$.	$11\frac{1}{2}$.	$13\frac{2}{3}$.	$15\frac{5}{6}$.	18.

Corollario.

Comparando tutte le sopra notate attioni a tutte le attioni adutte sopra la settima del settimo capo del precedente libro, si manifesta il quinciplare, cioe il multiplicar per 5. nelle proportionalita arithmetice, corrispondere al relatare nelle geometrice, & anchora si manifesta il partir per 6. nelle dette proportionalita arithmetice corrispondere alla estrattione della 10 cen. cu. nelle geometrice proportionalita, & oltra di questo si manifesta anchora, che quelli numeri, che non sono diuisibili per 6. senza rotto (nelle dette proportionalita arithmetice) corrispondere a quelle radici censi cube irrationali, cioe delli numeri non censi cubi, per il che si manifesta li numeri rotti esser irrationali nelle speculationi arithmetice, come che nella decimasettima fu anchor detto.

Il multiplicar per 5. nelle arithmetice corrisponde al relatar nelle geometrice, & il partir per 6. al cauar della 10 cen. cu.

22 Anchora hauendo noto il primo, & l'ultimo di otto numeri continui proportionali nella proportionalita arithmetica, & volendo per tal notitia ritrouar il secondo. Multiplica il primo per 6. & tal produtto summarai con l'ultimo, & tal summa partirai per 7. & lo auenimento sara il detto secondo numero. Essempi gratia sel primo numero fusse 7. & l'ultimo fusse 15. & volendo con tal notitia ritrouar il secondo, multiplica quel 7 per 6. fara 42. & questo 42 aggiongi con quel 15 fara 57. & questo 57 parti per 7. & te ne venira $8\frac{1}{7}$, & cosi questo $8\frac{1}{7}$ fara il secondo numero, & per esser tal secondo numero venuto con quel rotto s'intende esser irrationale nelle arithmetice proportionalita, si come sono le 10 seconde rel. irrationali, cioe delli numeri non secondi relati nelle geometrice proportionalita. Et sel te parera di voler ritrouar gli altri consequenti cinque termini procedendo per quel modo ci pare de gli annotati nelle passate, trouarai tutti gli otto numeri star in questo modo 7. $8\frac{1}{7}$. $9\frac{2}{7}$. $10\frac{3}{7}$. $11\frac{4}{7}$. $12\frac{5}{7}$. $13\frac{6}{7}$. 15.

Corollario.

Comparando tutte le sopra notate operationi a tutte quelle fatte nella ottaua del settimo capo del precedente libro, si trouara manifestamente il multiplicar per 6. nelle arithmetice proportionalita corrispondere al recare a quadro cubo nelle geometrice, & oltra di questo si manifesta anchora il partir per 7. nelle dette arithmetice proportionalita, corrispondere alla estrattione della radice seconda relata nelle geometrice. Et oltra di questo si manifesta anchora quelli numeri, che non sono diuisibili netamente per 7. nelle dette proportionalita arithmetice esser corrispondenti a quelli numeri, che nō sono secondi rel. cioe che la sua 10 seconda rel. e irrationale, nelle geometrice proportionalita.

Il multiplicar per 6. nelle arithmetice corrisponde al recare a quadro cubo nelle geometrice. Et il partir per 7. alla estrattione della radice seconda rel.

23 Hauendo anchora noto il primo, & l'ultimo di 9. numeri continui proportionali, nella arithmetica proportionalita, & volendo per tal notitia ritrouare il secondo numero, multiplica il primo numero per 7. & a tal produtto aggiongerai l'ultimo, & tal summa partirai per 8. & lo auenimento sara il detto secondo numero. Essempi gratia sel primo numero fusse 32. & l'ultimo fusse 7. & volendo per tal notitia ritrouar il secondo, multiplica il primo (cioe 32) per 7. fara 224. & a questo aggiongerai l'ultimo (cioe 7) fara 231. & questo partirai per 8. & te ne venira $28\frac{7}{8}$, & tanto sara il secondo, & se con tal notitia cercarai gli altri consequenti termini, trouarai tutti li detti 9. numeri esser questi 32. $28\frac{7}{8}$. $25\frac{6}{8}$. $22\frac{5}{8}$. $19\frac{4}{8}$. $16\frac{3}{8}$. $13\frac{2}{8}$. $10\frac{1}{8}$. 7.

Corollario.

Che ben considerara tutte le sopranotate regole, & quelle comparandole alle regole della nona del settimo capo del precedente libro, trouara manifestamente il multiplicar per 2. nelle proportionalita arithmetice corrispondere al reccare al secondo relato nelle geometrice. Et oltra di questo si manifesta anchora il partir per 2. nelle dette arithmetice proportionalita corrispondere al cauar la radice, cioe alla estrattione della R cen. cen. cen. nelle geometrice. Et anchora si manifesta quelli numeri, che non sono diuisibili per 2. nelle dette arithmetice proportionalita esser corrispondenti a quelli numeri non cen. cen. cen. cioe a quelli che hanno la sua R cen. cen. cen. irrationale, si come che nelle precedenti specie e stato detto. Et perche son certo, che per le regole fin hora date, da te medesimo saprai come gouernarti a trouar il secondo numero di quanti numeri si voglia continui proportionali, nella arithmetica proportionalita, per la notitia del primo, et dell'ultimo, e pero a questa materia intendo di por fine. Auertendoti che in 10. numeri continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica per la detta notitia del primo, & ultimo, volendo trouar il secondo bisogna multiplicar il primo per 8. & quel prodotto summarlo con l'ultimo, & tal summa partirla per 9. & lo auenimento sara il detto secondo numero. Et in vndici numeri bisogna multiplicar il primo per 9. & quel prodotto summarlo con l'ultimo, & tal summa partirla per 10. & lo auenimento sara il secondo numero. Et in dodici numeri bisogna multiplicar il primo per 10. & lo auenimento summarlo con l'ultimo, & quella summa partirla per 11. & lo auenimento sara il secondo numero, & con tal ordine si puo procedere in infinito. Se vorrai intendere la corrispondentia di tale attioni (nelle arithmetice proportionalita) con le geometrice, considerarai le medesime nella decima, vndecima, & duodecima del settimo capo del precedente libro, & hauerai lo intento tuo mediante gli altri dati nelle passate.

Di alcuni notabili effetti, che occorrono nelle quantita proportionali. Cap. 11.

1 Se due quantita (in che proportione geometrica si voglia) saranno summate insieme, & partita tal summa per ciascuna di dette due quantita, li duoi auenimenti saranno nella medesima proportione delle due prime quantita, & oltra di questo li detti duoi auenimenti hauerranno sempre questa conditione, che tanto faranno aggionti, come multiplicati l'uno fia l'altro. Essempi gratia siano questi duoi numeri in proportione sesquialtera 3. & 2. quali gionti insieme fanno 5, hor partendo 5 per 2. ne vien $2\frac{1}{2}$, & partendo anchora il detto 5. per 3. ne vien $1\frac{2}{3}$, hor dico che questi duoi auenimenti $2\frac{1}{2}$, & $1\frac{2}{3}$ esser nella medesima proportione delle due prime, cioe come da 3. a 2 (che se ben li considerarai trouarai cosi essere) & oltra di questo se summarai insieme li detti $2\frac{1}{2}$, & $1\frac{2}{3}$ faranno $4\frac{1}{6}$, & multiplicando $2\frac{1}{2}$ fia $1\frac{2}{3}$, trouarai che faranno medesimamente $4\frac{1}{6}$, come si propone.

sesquialtera
3 - 2

2
5 | $2\frac{1}{2}$
2

Ma pur summando anchora insieme questi duoi auenimenti (cioe $2\frac{1}{2}$, & $1\frac{2}{3}$) che faranno pur $4\frac{1}{6}$, & partendo tal summa per ciascuno di detti duoi auenimenti, questi secondi auenimenti saranno equali alli primi, cioe partendo $4\frac{1}{6}$ per $2\frac{1}{2}$, ne venira pur $1\frac{2}{3}$, & partendo anchora il detto $4\frac{1}{6}$ per $1\frac{2}{3}$ ne venira pur $2\frac{1}{2}$, come che habbiamo detto, cosa degna da esser nella memoria notata.

3
5 | $1\frac{2}{3}$
3

La causa di questa seconda conclusione e questa, che ogni duoi numeri si grandi, come piccoli in questa sopra posta proportione sesquialtera summati insieme, & tal summa partendola per ciascuno di detti duoi numeri, li duoi auenimenti necessariamente saranno li medesimi $2\frac{1}{2}$, & $1\frac{2}{3}$, & perche li detti duoi auenimenti sono pur in detta proportione sesquialtera, & pero partendo la lor summa per ciascun di quelli egli e necessario (per le ragion dette) che ne vengano quelli medesimi $2\frac{1}{2}$, & $1\frac{2}{3}$. Et questo che habbiamo detto in questa specie di proportione sesquialtera, si verificara in tutte le altre specie di proportioni, cioe che ogni specie di proportione in vn simil caso hara li suoi duoi auenimenti speciali, & accio meglio m'intendi, se li primi numeri saranno in proportion doppia, li duoi auenimenti in vn simil caso l'uno sara 3. & l'altro $1\frac{1}{2}$, & questi daranno tutti li numeri in proportion doppia, dico in vn simil caso, & se saranno in treppia proportione, delli detti duoi auenimenti l'uno sara 4. & l'altro $1\frac{1}{3}$, & se saranno in sesquialtera l'uno sara $2\frac{1}{2}$, & l'altro $1\frac{2}{3}$, come di sopra e stato detto, e pero si verifica che ogni specie di proportione ha li suoi termini duoi auenimenti in vn simil caso.

Nota quando che si dice due quantita esser nella medesima proportione di doe altre quantita, tal proportione si debbe intendere geometricamente, come nel precedente libro e stato detto. Et similmente

milmente quando si dira 3. over piu quantita continue proportionali (non specificando altro) sempre si debbe intendere nella proportionalita geometrica.

2 SE tre quantita continue proportionali saranno summate insieme, & partendo poi tal summa per ciascuna di dette tre quantita, li tre avenimenti serueranno la medesima continua proportionalita delle tre prime quantita. Et oltra di questo la summa di detti tre avenimenti sempre sara eguale al quadrato del secondo avenimento (cioe di quel di mezzo) overo al dutto del primo avenimento nel terzo, che è quel medesimo (per esser continui proportionali.) Essempi gratia siano queste tre quantita continue proportionali nella sesquialtera proportionalita 9. 6. 4. lequali gionte insieme faranno 19. hor partendo il detto 19. per 4. per 6. & per 9. te ne venira questi tre avenimenti $4\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{6}$, $2\frac{1}{9}$, i quali tre avenimenti se ben li considerarai, trouarai esser continui proportionali nella medesima proportione sesquialtera delle tre prime quantita. Et oltra di questo se summarai li detti tre avenimenti insieme trouarai, che faranno $10\frac{1}{36}$, hor dico che il quadrato di $3\frac{1}{6}$ (secondo avenimento) sara medesimamente $10\frac{1}{36}$, che se ne farai la sperientia trouarai cosi essere, il medesimo fara anchora il dutto del primo avenimento fia il terzo, cioe $4\frac{3}{4}$ fia $2\frac{1}{9}$, come di sopra fu concluso.

Ma perche ogni tre quantita si maggiore, come minore delle sopradette 9. 6. 4. nella medesima proportione sesquialtera, in un simil caso daranno li medesimi tre avenimenti, cioe $4\frac{3}{4}$. $3\frac{1}{6}$. $2\frac{1}{9}$. perche (come fu detto nella precedente) ogni specie di proportione continuata in tre termini in un simil caso ha li suoi speciali, & limitati tre avenimenti, e pero summando insieme li sopradetti tre avenimenti, cioe $4\frac{3}{4}$. $3\frac{1}{6}$. & $2\frac{1}{9}$. & tal summa partendola per ciascuno di detti tre avenimenti necessariamente questi tre secondi avenimenti saranno eguali alli tre primi, per esser nella medesima proportione sesquialtera. E pero il medesimo seguira in ogni altra specie di proportione continuata in tre quantita, o siano tale quantita grande, over picole. Et tutto questo merita da esser notato nella memoria, percioche per vigor di queste avertenze si puo risolvere, & formare molte sottile questioni, come da te medesimo puoi considerare.

Nota che se per tre quantita continue proportionali sara partita un'altra quantita maggiore, over minore della lor summa, li tre avenimenti manteneranno la medesima proportione delle dette tre prime quantita, ma li detti tre avenimenti non haueranno la sopra notata seconda conditione.

3 SE quattro quantita continue proportionali saranno summate insieme, & dapoi partita la detta summa per ciascuna di dette quattro quantita, li quattro avenimenti manteniranno la medesima continua proportionalita delle quattro prime quantita. Et oltra di questo la summa delli detti quattro avenimenti sara eguale alla multiplicatione del secondo avenimento nel terzo, overo a quella del primo nel quarto, che faria quel medesimo per esser proportionali. Essempi gratia siano queste quattro quantita in continua proportionalita sesquialtera 27. 18. 12. 8. lequali summate insieme faranno 65. partendo mo il detto 65. per ciascuna delle dette quattro quantita, ne venira questi quattro avenimenti $8\frac{1}{8}$. $5\frac{5}{12}$. $3\frac{11}{18}$. $2\frac{11}{27}$. i quali se ben gli essaminarai, li trouarai esser continui proportionali nella medesima proportione sesquialtera delle prime quattro quantita, & oltra di questo se summarai insieme li detti quattro avenimenti trouarai, che saranno in summa $19\frac{121}{216}$. Hor dico che a multiplicar il primo avenimento fia il quarto, cioe $8\frac{1}{8}$ fia $2\frac{11}{27}$ overo il secondo fia il terzo, cioe $5\frac{5}{12}$ fia $3\frac{11}{18}$, fara medesimamente $19\frac{121}{216}$, come habbiamo detto.

Ma che summasse li detti quattro avenimenti, & quella tal summa partendola per ciascuno di detti avenimenti questi secondi avenimenti saranno eguali alli primi per le ragioni dette nelle due precedenti, perche ogni specie di proportionalita si in grande, come in picole quantita, in casi simili hanno li suoi speciali avenimenti.

4 COsi anchora se cinque quantita continue proportionali, in che proportion si voglia, saranno summate insieme, & partendo poi la detta summa per ciascuna di dette cinque quantita, li cinque avenimenti osseruaranno la medesima proportione delle dette cinque prime quantita, & oltra di questo la summa di detti cinque avenimenti sara eguale al dutto del primo avenimento fia l'ultimo, overo al dutto del secondo fia il quarto, overo del terzo in se medesimo, & se li detti cinque avenimenti saranno summati insieme, & partendo la detta summa per ciascuno di detti cinque avenimenti, questi secondi avenimenti saranno eguali alli primi, & se di questo ne farai la proua naturale, trouarai cosi essere. Et cosi per abbreviar le parole il medesimo trouarai seguire in quante si voglia quantita continue proportionali, cioe partendo la summa di tutte quelle per ciascuna di quelle, li avenimenti osseruaranno la medesima proportione delle prime, & oltra di questo la summa anchora di detti avenimenti sara eguale al dutto delli estremi di essi avenimenti.

Di alcuni altri notabili effetti, che si trouano occorrere in tre quantita continue proportionali. Cap. III.

1 Di ogni tre quantita continue proportionali, sempre la multiplicatione della prima fia la seconda, & tal produtto fia la terza quantita, tal vltimo produtto sara eguale al cubo della seconda quantita. Essempi gratia siano le tre quantita continue proportionali 9. 6. 4. hor multiplicando la prima fia la seconda fara 54. qual 54 multiplicandolo fia la terza, fara 216. & questo vltimo produtto, dico che sara eguale al cubo della seconda (cioe al cubo di 6) qual è pur 216. il medesimo seguira in ogni altre tre quantita continue proportionali. La causa di questo è perche quel medesimo fara il dutto della detta prima nella terza, & quel produtto nella seconda. Et perche il dutto della prima nella terza è eguale al quadrato della seconda, e pero la seconda dutta nel suo quadrato fa il suo cubo.

2 Di ogni tre quantita continue proportionali, partendo il quadrato della seconda per ciascuna delle dette tre quantita, li tre auenimenti saranno eguali alle dette tre quantita. Essempi gratia siano queste tre quantita cōtinue proportionali 4. 6. 9. il quadrato della seconda (cioe di 6) è 36. dico che partendo il detto 36. per ciascuna di dette tre quantita ne venira questi tre auenimenti 9. 6. 4. che sono eguali alle predette tre quantita, & questo seguira in ogni altre tre quantita continue proportionali.

3 Se 3 quantita saranno cōtinue proportionali, nella proportione di 2 altre quantita. Tanto fara a multiplicar la menor delle due nella summa della maggiore, & mezzana di quelle tre proportionali, quanto che a multiplicar la maggior delle due quantita nella summa della menore, & mezzana delle tre continue proportionali. Essempi gratia siano le due quantita 2. 3. & le tre continue proportionali nella detta proportione sesquialtera 9. 6. 4. dico che a multiplicar la summa di 9. & 6. che fara 15. per la menore delle due, cioe per 2. che fara 30. quanto che a multiplicar la summa di 6. & 4. che faria 10. per la maggiore delle due, cioe per 3. che fara pur 30. & il medesimo seguira in tutte le altre simili.

4 Se saranno tre quantita continue proportionali, multiplicando ciascuna di quelle nelle altre dui, & quelle 6. multiplicationi summandole insieme, & tal summa partendola per il doppio della summa di dette tre quantita lo auenimento sara la seconda quantita. Essempi gratia siano queste tre quantita continue proportionali 9. 6. 4. multiplicando la prima, cioe quel 9. fia le altre due fara 54. & 36. quai salua, multiplicando poi la seconda, cioe quel 6. fia le altre due fara 54. & 24. poi multiplicando la terza, cioe quel 4. fia le altre due fara 36. & 24. Et questi 6 produtti summandoli tutti insieme faranno 228. & questa summa di 228. partendola per il doppio della summa delle dette tre quantita 9. 6. 4. laqual summa fara 19. il doppio fara 38. Dico che partendo 228. per 38. ne venira la seconda di dette tre quantita, cioe 6. & perche a partir 228. per 38. ne vien precisamente 6. seguita il proposito, il medesimo seguira in tutte le altre simili.

Di alcune conclusioni cauate della decimaottaua, & decimasesta del quinto di Euclide. Cap. IIII.

prima, seconda, terza, quarta,
27. 18. 12. 8.

65 × 30
39 × 18

1170 1170

1 Di ogni quattro quantita continue, & non continue proportionali (per la decimaottaua, & decimasesta del quinto di Euclide) si puo dimostrare, che tal proportione sara della summa di tutte le dette 4 quantita alla summa della seconda, & terza, laqual sara della summa della prima, & terza alla seconda sola. Essempi gratia siano le quattro quantita continue proportionali 27. 18. 12. 8. la summa di queste quattro quantita sara 65. & la summa della seconda, & terza sara 30. hor dico che la proportione di 65. a 30. sara si come quella della summa della prima, & terza (cioe di 27. & 12) che sara 39. alla seconda sola, cioe a 18. che se ne farai la proua naturale trouarai cosi essere, la detta proua naturale puoi far per piu vie, la piu espediente è a vedere se'l dutto della prima nella quarta è eguale a quello della seconda nella terza, come dimostra Euclide nella seconda parte della decimasesta del sesto, & anchora nella 20 del settimo libro. Et perche il dutto di 65. prima fia 18. quarta fa 1170. il medesimo fa 39 (terza) fia 30. (seconda) e pero seguita il proposito, il medesimo seguira in quelli, che fussero simplicemente proportionali, cioe che non fussero continue per la detta 18. & 16. del quinto di Euclide.

prima, seconda, terza, quarta,
27. 18. 12. 8.

45 × 20
27 × 12

540 540

2 IN ogni quattro quantita continue, & non continue proportionali per la decimaottaua, & decimasesta del quinto di Euclide, tal proportione sara della summa della prima, & seconda alla summa della terza, & quarta, quale sara della prima alla terza. Essempi gratia siano le medesime quattro

quattro quantita continue proportionali 27.18.12.8.la summa della prima, & seconda fa 45. & la summa della terza, & quarta fa 20.hor dico che tal proportione sara da 45.a 20. quala sara dalla prima alla terza (cioe da 27.a 12.) che se ne farai la proua naturale, multiplicandole in croce, trouarai cosi essere, il medesimo seguira in tutte le altre simili. La causa di questa conclusione si caua, & apprende, & dimostra dalla decimaottaua, & dalla decimasesta del quinto di Euclide, cioe per la congionta, & permutata proportionalita, auertendoti, che il medesimo seguira in quattro quantita proportionali non continue per la detta decimaottaua, & decimasesta del quinto di Euclide. Essempi gratia siano queste quattro quantita proportionali, non continue prima 12. seconda 8. terza 3. quarta 2. la summa della prima, & seconda fa 20. & la summa della terza, & quarta fa 5. la proportione di 20.a 5. e come quella, che e dalla prima alla terza, cioe da 12.a 3. che l'una, & l'altra e quadrupla, che e il proposito.

12	8
3	2
20	5
12	3
60	60

3 Similmente (per la sopra detta decimaottaua, & decimasesta del quinto di Euclide, cioe per la congionta, & permutata proportionalita) si puo facilmente dimostrare, che in ogni quattro quantita proportionali, si continue, come non continue, tal proportione sara della summa della prima, & terza, alla summa della seconda, & quarta, qual sara della prima alla seconda. Essempi gratia siano queste quattro quantita proportionali non continue 12.8.& 3.2.la summa della prima, & terza fa 15.& la summa della seconda, & quarta fa 10.hor dico che la proportione di 15.a 10.esser si come della prima alla seconda, cioe come da 12.a 8. che se ne farai proua multiplicandole in croce trouarai cosi essere, il medesimo seguiria quando che le dette quattro quantita fussero anchora continue proportionali, come da te puoi considerare.

prima	12	8	seconda
terza	3	2	quarta
	15	10	
	12	8	
	120	120	

4 IL quadrato della summa di quattro quantita si voglia, o siano proportionali, o non proportionali (per la prima, & seconda del secondo di Euclide) sara eguale alla summa delle multiplicationi fatte di ciascuna di quelle in se medesima, & in tutte le altre. Essempi gratia siano queste quattro quantita 3.4.6.5.che summate fanno 18.il cui quadrato e 324. Dico che questo 324.sara eguale alla summa delle multiplicationi fatte di ciascuna di dette quattro quantita in se medesima, & nelle altre, lequal multiplicationi saranno in tutto 16.& per farne la proua praticale multiplicando la prima (cioe quel 3.) in se medesima, & dapoi nelle altre fara questi quattro produtti 9.12.18.15.Poi multiplicando la seconda (cioe quel 4.) in se medesima, & dapoi nelle altre tre fara questi quattro produtti 16.24.20.12. quali ponerai retto tramite sotto a gli altri quattro, poi multiplicando la terza (cioe quel 6.) in se medesima, & dapoi nelle altre tre fara questi quattro produtti 36.30.18.24.quali ponerai sotto a gli altri, poi multiplicando la quarta (cioe quel 5.) in se medesima, & dapoi nelle altre fara questi quattro produtti 25.15.20.30.quali posti sotto a gli altri, & summandoli tutti insieme, trouarai che faranno medesimamente quel 324.il medesimo si trouara seguir in maggior numero di quantita, cosi proportionale, come non proportionale.

3.	4.	6.	5.
summa		18	
quadrato		324	

9
12
18
15
16
24
20
12
36
30
18
24
25
15
20
30

summa 324

5 SE saranno tre quantita continue proportionali, sempre il produtto della prima nella terza, gionto con li duoi produtti fatti dalla seconda nelle altre due, questa summa sara la mita della summa delli produtti fatti di ciascuna ne le altre due. Essempi gratia siano queste tre quantita continue proportionali 9.6.4. Hor multiplicando la prima nella terza fara 36. poi multiplicando la seconda nella prima fara 54. poi multiplicando anchora la detta seconda fia la terza fara 24.& questi tre produtti gionti insieme faranno 114.& questa summa dico esser la mita della summa delle 6 multiplicationi, che si causaranno di ciascuna delle dette tre quantita nelle altre due, & che sia il vero, multiplicando la prima fia le altre due fara questi duoi produtti 54.& 36.& multiplicando la seconda fia l'altre due, fara questi altri 2 produtti 54.& 24. poi multiplicando anchora la terza fia le altre due, fara questi altri duoi produtti 24.& 36.& se tutti questi 6 produtti saranno gionti insieme si trouara, che faranno 228.il qual 228 vien a esser il doppio di quel 114.e pero il detto 114 vien a esser la mita del detto 228. come fu proposto. Et nota che il medesimo seguiria, anchor che le dette tre quantita non fussero proportionali, come con la esperienza te ne potrai chiarire Ma perche da questa nelle quantita proportionali, se ne haueremo da seruire, tal conclusione habbiamo fatta sopra le continue proportionali.

6 ANchora se saranno quattro quantita continue proportionali, sempre tanto fara a multiplicar la prima nella seconda, & il produtto nella terza, & questo secondo produtto nella quarta, quanto che a multiplicare il produtto della prima nella quarta fia il produtto della seconda nella terza. Essempi gratia siano le quattro quantita continue proportionali 16.8.4.2. multiplicando la prima fia la seconda (cioe 16 fia 8) fara 128.& questo produtto fia la terza (cioe fia 4) fara 512.& questo fia la quarta (cioe fia 2) fara 1024.hor dico che tanto fara

a multiplicar il produtto della prima fia la quarta (cioe di 16 fia 2) che fara 32. fia il produtto della seconda fia la terza (cioe di 8 fia 4) che fara pur 32. & perche si vede, che 32 fia 32. fa pur 1024. seguita il proposito. Et tutto questo si puo facilmente dimostrare si in quattro quantita non proportionali, come nelle proportionali continue, & anchora discontinue, ma te la propongo nelle continue, perche in quelle se ne habbiamo da seruire in altri luoghi.

Regola da risoluere uarie, & diuerse questioni sopra le quantita si continue, come non continue proportionali, & altri. Cap. V.

1 TRouami tre quantita continue proportionali, che multiplicata la prima in se medesima, & poi anchora nelle altre due. Et far il medesimo della seconda, & anchora della terza, & che tali 9. produtti gionti insieme facciano 400.

Questa & ogni altra simile puoi risoluere con le euidentie date nella quarta del precedente capo, nellaqual si mostra, che la summa di questi tai produtti, esser eguale al quadrato della summa delle dette tre quantita, e pero la radice di 400 (qual è 20) sara la summa di dette tre quantita, & per tanto facendo di 20 tre parti continue proportionali, in che proportion ti pare hauerai risolta tal questione, ma a tal questione si poria in simil caso dar infinite risposte, per esser infinite le specie delle proportioni. Ma quando che il proponente ti specificasse la specie della lor proportionalita, tal questione non poria hauer altro, che una sola risposta. Essempi gratia se hauesse detto trouami tre quantita continue proportionali in sesquialtera proportione con le medesime conditioni dette di sopra, tu faresti del sopradetto 20 tre parti continue proportionali nella detta proportione sesquialtera, & per far tai tre parti pigliane tre in tal proportione, grande, ouer picole, che non importa, hor siano queste 9. 6. 4. summale insieme fanno 19. ma tu voresti, che facessero 20. e pero per la regola del tre dirai, se 19 vien da 9 da 6. & da 4. da chi venira 20. opera che trouarai, che venira da 9 9/19, da 6 6/19, & da 4 4/19, & queste saranno le adimandate tre parti, che se ne farai proua la trouarai secondo la proposta, e pero quando si tace la specie della proportionalita, (il che molte volte si fa a cauda per offuscar la questione all'auersario) risolvila in che proportion ti pare, & non potrai esser ripreso.

2 MA quando che la summa di detti 9. produtti delle dette tre quantita continue proportionali in sesquialtera proportione non fusse numero quadrato, cioe poniamo che doue, che di sopra si disse, che la summa di detti 9. produtti facesse 400 che si dicesse, che facessero 260. tu procederesti per il medesimo modo, ma con quantita irrationale, dicendo che la summa di dette tre quantita saria ℞ 260. dellaqual radice sorda, volendone far le dette tre parti, pigliarai la summa di quelle medesime 9. 6. 4. dette nella precedente, che sara pur 19. & dir se 19. vien da 9. da 6. & da 4. da chi venira ℞ 260. opera secondo le regole del multiplicare, & partir radice per numero, & trouarai che venira da ℞ 58 122/361 da ℞ 25 335/361, & da ℞ 11 189/361, & queste saranno le adimandate tre parti, & con tal ordine ne potrai trouar ogni altro maggior numero di quantita, si continue, come non continue proportionali, & si irrationali, come rationali.

3 TRouami tre quantita continue proportionali, poniamo in proportione doppia, che multiplicata la prima fia la seconda, & quel produtto fia la terza faccia 27.

Questa, & ogni altra simile potrai risoluere per la euidentia data nella prima del terzo capo, perche la radice cuba della 27. qual è 3. sara la seconda di dette tre quantita, per laqual notitia facilmente puoi trouar le altre due, & per diuerse vie, ma la piu facile è a pigliar la mita di 3 ch'è 1 1/2, & tanto sara la terza, o vuoi dir la prima, l'altra sara il doppio del detto 3. che sara 6. & tutte tre saranno in questa forma 6. 3. 1 1/2, ouero in quest'altra 1 1/2. 3. 6. fanne proua, che tu la trouarai buona.

4 MA quando che'l detto produtto non fusse numero cubo, cioe poniamo che habbia detto, che il produtto della prima fia la seconda di dette tre quantita continuamente doppie, multiplicato anchora fia la terza, faccia 30. in questo procedi pur per il medesimo modo, dicendo che la seconda di dette tre quantita sara ℞ cu. 30. & per trouar le altre due, doppia ℞ cu. 30. cioe multiplicala per 8. sara ℞ cu. 240. & similmente parti ℞ cu. 30. per 2. cioe per il cu. di 2. ch'è 8. & te ne venira ℞ cu. 3 3/4, & tutte tre saranno in questa forma ℞ cu. 240. ℞ cu. 30. ℞ cu. 3 3/4, & con tal ordine procederai in ogni altra specie di proportione, che dall'auersario ti fusse proposta. Ma quando che il proponente non ti specificasse in che specie di proportione, allhora tu puoi eleggere che specie di proportion ti piace.

5 TRouami tre quantita continue proportionali in proportion treppia, che multiplicata ciascuna nelle altre due, & quelli 6 produtti gionti insieme, & tal summa partendola per la summa delle dette

le dette tre quantita me ne venga ℞ 80. Se non ti hai scordato quello che fu concluso nella quarta del terzo capo del precedente libro sarati chiaro, che la mita di quella ℞ 80. sara la seconda di dette tre quantita, e pero piglia la mita di ℞ 80. che trouarai tal mita esser ℞ 20. & tanto sara la seconda di dette tre quantita, hor per trouar le altre due, & prima per trouar la maggiore, multiplica ℞ 20. per 3. sara ℞ 180. & per trouar la menore, parti ℞ 20 per 3. & te ne venira ℞ $2\frac{2}{9}$, & tutte tre le dette quantita sarāno in questa forma ℞ 180. ℞ 20. ℞ $2\frac{2}{9}$, fanne proua, che la trouarai buona.

Per il medesimo modo operarassi in ogni altra specie di radice, cioe se in luogo di quella ℞ 80. hauesse detto ℞ cu. 80. ouer ℞ cen. cen. 80. ouer radice relata 80. & cosi procedendo in ogni altra specie di radice, hauendo pero sempre in memoria le regole date sopra il multiplicare, & partire di numero per radice, ouero di radice per numero.

6 FAmmi di 24 tre parti continue proportionali, che multiplicata la prima nelle altre due, similmente la seconda nelle altre due, & cosi la terza nelle altre due, & queste 6. multiplicationi gionte insieme facciano 288. Questa risoluerai per le regole date sopra la quarta del terzo capo, nellaquale se ben ti aricordi trouarai, che a partir quel 288 per il doppio di 24. cioe per 48. ne veniria la seconda di dette tre quantita continue proportionali, parti adonque 288 per 48. & ne venira 6. & cosi 6. sara la seconda delle dette tre quantita, qual 6. tratto di 24. restara 18. per la summa delle altre due, cioe della prima, & della terza, onde per trouarle separate, bisogna far di 18 due tai parti, che multiplicate l'una fia l'altra faccia 36. cioe il quadrato di 6 (seconda quantita.) Et per far queste tai due parti (a chi non intende le regole d'Algebra) bisogna procedere per la quinta del secondo di Euclide, da noi essemplificata rationalmente nella quinta del nostro sesto libro, laquale superfluo saria a replicarla in quest'altro luogo. Et pertanto quiui mostraro solamente la regola di saper far le dette due parti del detto 18. laqual regola se ben la considerarai trouarai quella esser cauata dalla detta quinta del secondo di Euclide.

Per far adonque di 18 due tai parti, che multiplicate l'una fia l'altra faccia 36. piglia la mita del detto 18. che e 9. quadralo fa 81. & di questo 81 cauane quel 36. che vuoi, che faccia, restara 45. & la radice di questo 45. gionta alla mita del detto 18 (cioe a quel 9) sara la parte maggiore, laquale veniria a esser 9 piu ℞ 45. Dapoi cauando la medesima ℞ 45 dall'altra mita di 18. che e pur 9. tal cauato sara la parte menore, laquale veniria a esser 9 men ℞ 45. & tutte tre le dette parti sarāno in questa forma 9 piu ℞ 45. 6. 9 men ℞ 45. ouero in quest'altra 9 men ℞ 45. 6. 9 piu ℞ 45. perche la comparatione si puo far secondo l'ordine della maggior inequalita, ouer della menore. Et se di questa conclusione ne vorrai far proua, prima per approuar che tutte tre siano continue proportionali, multiplica la prima fia la terza, cioe 9 men ℞ 45. fia 9 piu ℞ 45. & trouarai, che fara a ponto 36. & per che il quadrato della seconda fa medesimamente 36 seguita che siano continue proportionali. Poi bisogna anchor vedere se la summa di tutte tre le dette quantita fa 24. come si propone, & perche a summar la prima con la terza, cioe 9 piu ℞ 45. con 9 men ℞ 45. fanno precisamente 18. alqual 18 giontoui anchor la seconda, cioe quel 6. fara precisamente quel 24. che si ricerca, e pero sara bene.

9 p̃ ℞ 45
9 m̃ ℞ 45
fara 36

Da notare circa la sopradata regola.

NOta quando che ti occorresse, ouero che ti fusse proposto di fare di vna quantita due tal parti, che multiplicata l'una fia l'altra douesse fare vn'altra determinata quantita, & che per sorte del quadrato della mita della detta prima quantita non si potesse cauare quella determinata quantita, che si vuol che faccia, seguita esser impossibile di poter essequir tal effetto. Essempi gratia se ti fusse proposto di douer far di 10. due tai parti, che multiplicata l'una fia l'altra facesse 26. dico esser impossibile di essequire tal problema, perche pigliando la mita di 10. che è 5. & quadrandola fara 25. & di questo 25. volendone cauar quel 26. che si vuol che facciano (come vuol la regola) si vede che'l non si puo cauare per esser maggiore, & cosi ogni volta che'l non si puo cauar, seguita lo impossibile. Ma se per caso tal dicesse, che a multiplicar l'una in l'altra facesse 25. ouero men di 25. allhora il caso saria possibile, perche di 25 se ne puo cauar 25. & resta 0. e pero in tal caso l'una delle dette due parti sara 5 piu ℞ 0. che vuol dir 5. & l'altra sara 5 m̃ ℞ 0. che vuol pur dir 5. e pero le dette due parti del detto 10. l'una, & l'altra sara 5. che multiplicato l'uno fia l'altra fara quel 25. che si propone, ma volendo, che le dette due parti di 10 multiplicate facessero 21. tu cauaresti 21 del sopradetto 25. & ti restaria 4. & cosi la radice di 4. che è 2. gionta alla mita di 10. fara 7 (per la parte maggiore) & cauandola dell'altra mita di 10. restara 3. per la parte menore, lequal due parti, cioe 3. & 7. multiplicandole faranno 21. come si propone. Et questa tal regola fa, che la noti nella memoria, perche a chi non intende le regole di Algebra, a molte questioni sara impossibile senza la sua noticia a darui risolutioni, come nel nostro processo si fara manifesto.

7 FAmmi di 16 tre parti continue proportionali, che il produtto della prima nella terza gionto con li duoi produtti, fatti dalla seconda nelle altre due faccia 32. a ponto.

Per risoluere questa questione egli e manifesto (per la quinta del quarto capo) che il doppio di 32. sara la summa delli 6 produtti fatti di ciascuna delle dette tre quantita, in le altre due. Et perche il doppio di 32. è 64. il uenno adonque che li 6 produtti fatti della multiplicatione di ciascuna delle dette tre quantita, nelle altre due esser 64. Et è anchor manifesto (per la quarta del terzo capo) che a partir il detto 64. per il doppio di 16. che fara 32. ne venira la seconda quantita delle dette tre continue proportionali. Et perche a partir il detto 64. per il detto 32. ne vien 2. diremo adonque, che la seconda quantita delle dette tre sara 2. il qual 2. cauandolo di 16. restara 14. per la summa della prima, & della terza di dette tre quantita, hor per trouar separatamente la detta prima, & terza, bisogna far due tal parti del detto 14. che multiplicata l'una fia l'altra faccia 4. (cioe il quadrato della seconda) & per far le dette parti bisogna procedere per la regola data nella precedente, cioe piglia la mita di 14. che è 7 quadrado fara 49. cauane quel 4. che vuol che faccia, & restara 45. & così la ℞ 45. gionta con 7. fara 7 più ℞ 45. per la parte maggiore, poi cauata la detta ℞ 45. di 7. restara 7 men ℞ 45. per l'altra menor quantita, & tutte le dette tre quantita staranno in questa forma 7 più ℞ 45. 2. 7 men ℞ 45. Et se ne farai proua trouarai, che saranno continue proportionali, perche il dutto della prima nella terza (cioe 7 più ℞ 45. fia 7 men ℞ 45) fara 4. cioe il quadrato della seconda, & summando insieme le dette tre quantita, trouarai che faranno a ponto 16. come si propone, perche 7 più ℞ 45. gionto con 7 men ℞ 45. fa 14. al qual gionto la seconda (cioe 2) trouarai, che fara 16 come è detto.

8 TRouami quattro quantita continue proportionali, che la summa della prima, & della quarta faccia 76. & multiplicata la prima fia la seconda, & quel produtto fia la terza, & questo secondo produtto fia la quarta faccia 1225.

Per risoluere questa egli e manifesto, per quello fu detto nella sesta del quarto capo, che tanto fa a multiplicare la prima nella seconda, & quel produtto nella terza, & quel produtto nella quarta, quanto che a multiplicare il produtto della prima nella quarta nel produtto della seconda nella terza. Et perche il produtto della prima nella quarta, necessariamente e eguale a quello della seconda nella terza (per esser tai quantita proportionali) e pero seguita, che il produtto della prima nella quarta sia precisamente ℞ 1225. che fara 35. Et per trouar mo la detta prima, & quarta distinte, egli e necessario a far di 76. due tal parti, che multiplicate l'una fia l'altra facciano 35. & per far tal effetto bisogna procedere per quella regola cauata dalla quinta del secondo di Euclide adutta sopra la sesta di questo capo, cioe pigliar la mita di 76. che è 38. & quadrarlo fara 1444. cauane poi quel 35. che vuoi che facciano restara 1409. & così ℞ 1409. gionta & trata (secondo il solito) dalla mita di 76. fara per la parte maggiore 38 più ℞ 1409. & per la menor 38 men radice 1409. il qual binomio, & residuo multiplicati l'uno fia l'altro fanno 35. come si ricerca, e pero la prima di dette quattro quantita sara 38 più ℞ 1409. & la quarta sara 38 men ℞ 1409. volendo poi per tal noticia trouar la seconda, & anchor la terza, procederai per la nostra regola data nella quarta del settimo capo del settimo libro, cioe quadra la prima, cioe quel 38 più ℞ 1409. & quel tal quadrato multiplicarai fia la quarta, cioe fia quel 38 men ℞ 1409. & la ℞ cuba di quel tal produtto sara la seconda quantita, & con il medesimo modo potrai trouar la terza, si come, che nella detta quarta del settimo capo del precedente libro ti mostrai, vero è che in questa vi concorre maggior artificio, perche bisogna hauer ben in memoria il quadrare, & multiplicare di binomij, & residui, pero che di questo a te lascio la impresa.

9 FAmmi di 12 quattro parti continue proportionali, che il dutto della prima nella quarta faccia cinque tanto, che il dutto della detta prima nella terza, hor perche se due quantita saranno multiplicate per vna quantita li produtti hauerranno quella medesima proportione delle multiplicate (per la decimaquinta del quinto di Euclide) e pero se li duoi produtti sono in subquintupla proportione, egli e necessario, che la quarta quantita sia quintupla alla terza. Adonque tal proportionalita sara subquintupla, & per tanto poni quattro quantita (come ti pare) continue proportionali in tal proportione, hor siano questi 1. 5. 25. 125. summali insieme, & fanno 156. & tu voresti, che facessero 12. & per tanto procederai per la regola del tre dicendo, se 156 vien da 1. da 5. da 25. & da 125. da chi venira 12. opera che trouarai, che venira da questi $\frac{12}{156}$, $\frac{60}{156}$, 1 $\frac{144}{156}$, 9 $\frac{96}{156}$, che se ne farai proua, trouarai, che la summa di tai quattro ponti faranno 12. & osseruano le ricercate conditioni.

20 TRouami quattro quantita proportionali, che la summa della prima, & terza faccia 24. & la summa della seconda, & quarta faccia 36.

Per la terza del quarto capo cauata dalla decimaottaua, & decimasesta del quinto di Euclide. Egli e manifesto che la proportione, che è dal sopradetto 24. a 36. quella medesima sara dalla prima alla seconda, ouer della terza alla quarta, e pero bisogna far di 24. due tal parti, che osseruino quella medesima, che è da 24. a 36. & il medesimo far anchora di 36. & per far tai parti troua duoi numeri in tal proportione sesquialtera, come ti pare, hor siano 2. & 3. summali insieme, & fanno 5. Dapoi dirai, se 5 mi da 2. & 3. che mi dara 24. opera che trouarai $9\frac{3}{5}$. & $14\frac{2}{5}$. & queste saranno la prima, & seconda quantita. Similmente farai con il 36. dicendo, se 5 mi da 2. & 3. che mi dara 36. opera che ti dara $14\frac{2}{5}$. & $21\frac{3}{5}$. & queste saranno la terza, e quarta quantita, & tutte quattro le dette quantita staranno in questa forma $9\frac{3}{5}$. $14\frac{2}{5}$. $14\frac{2}{5}$. $21\frac{3}{5}$. & quantunque la seconda, & terza siano eguali, questo è accaduto per sorte, & porriano anchora le dette quattro quantita esser, & non esser continue proportionali, secondo le due summe proposte, & questo non importaria, perche nella proposta non si astringe, che siano continue, ma dice simplicemente proportionali, e pero stanno bene, perche le osseruano la condicione proposta.

21 TRouami tre quantita continue proportionali di tal qualita, che partendo 100. per ciascuna di quelle, li tre auenimenti siano eguali alle dette tre quantita, & che anchora la summa delli detti tre auenimenti sia eguali alla summa delli produtti di ciascuna di dette 3 quantita nelle altre due.

Tu sai (per la seconda del terzo capo) che partendo il quadrato della seconda di tre quantita continue proportionali, per ciascuna di quelle, che li tre auenimenti saranno eguali alle dette tre quantita, e pero egli e necessario, che il sopradetto 100. sia il quadrato della seconda di dette tre quantita, & perche la radice di 100. è 10. diremo che la seconda di dette tre quantita sara 10. & perche (per la prima del medesimo capo) il dutto della prima nella seconda, & quel produtto nella terza, tal vltimo produtto sara eguale al cubo della detta seconda quantita. Seguita adonque che il cubo della detta seconda sara eguale alla summa di dette tre quantita, & perche il cubo della detta seconda (cioe di 10.) in questo caso sara 1000. essendo adonque 1000. la summa delle dette tre quantita, cauandone la seconda (cioe 10.) restara 990. per la summa della prima, & terza, per trouar la prima, & terza separatamente, tu sai che il dutto della prima nella terza, sara eguale al quadrato della seconda, e pero bisogna fare di 990. due tai parti, che multiplicate l'una fia l'altra faccia 100. (cioe il quadrato della seconda.) Et per far le dette parti, procederai per la regola data sopra la sesta di questo capo, cioe piglia la mita di 990. che sara 495. quadralo fara 245025. cauane quel 100. che voi che faccia, restara 244925. & la ℞ 244925. gionta & tratta alla mita di 990. cioe da 495. sara per la parte maggiore 495 piu ℞ 244925. & per la menore 495 men ℞ 244925. & tutte tre le dette quantita staranno in questa forma 495 piu ℞ 244925. 10. 495. men ℞ 244925. lequali se ben le essaminarai, trouarai hauer tutte le adimandate condicioni, cioe prima le sono continue proportionali, perche il dutto della prima nella terza è quanto il quadrato della seconda, secondariamente la summa di tutte tre, trouarai esser 1000. (cioe il cubo della seconda) & anchora partendo 100. per ciascuna di quelle si trouara venire medesimamente le dette tre quatita, vero è che tu non saprai partire il detto 100. per quel binomio, & per quel residuo per non ti hauer mostrato fin hora il modo di saper partire per tai quantita binomiali, il che s'insegnara nel sequente libro, ma dapoi che hauerai inteso tal regola ti saprai certificare, che partendo il detto 100. per ciascuna di quelle ne verria le medesime tre quantita, come si propone, & cosi sara manifesto, & approuato il tutto.

Il fine del ottauo libro.

LIBRO NONO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO

Tartaglia, nel qual si tratta della creatione di tutti li numeri signalati in generale, & in particolare, insieme con molte speculatiue questioni, sopra li numeri quadrati. Cap. I.

La Generale, & naturale origine, ouer creatione di tutti li numeri signalati detti quadrati, cubi, censi di censi, primi relati, censi cubi, secondi relati, & di tutti gli altri, che vanno seguitando consequentemente, che si chiamano dignita. Euclide nella ottaua propositione del suo nono libro in gran parte ne la manifesta, e la qual propositione dice in questa forma.

Se saranno piu numeri dalla vnita continuamente proportionali, il terzo dalla vnita sara quadrato, & da li indietro sempre intermesso vno, & il quarto dalla vnita sara cubo, & da li indietro sempre intermessi duoi. Ma il non dice che il quinto dalla vnita sara quadrato di quadrato, o vogliam dir censo di censo, & da li indietro sempre intermessi tre. Ne manco dice che il sesto dalla vnita sara primo relato, & da li indietro sempre intermessi quattro, anchora al settimo (la causa non so) dicendo.

Et anchora il settimo dalla vnita e quadrato cubico, & da li indietro sempre intermessi cinque, seguitara continuamente quadrato cubico, & cosi non procede piu clara con tal propositione, perche per questa parte si puo comprendere, & dimostrare, che l'ottauo numero dalla vnita sara secondo relato, & da li indietro sempre intermessi 6. & che il nono dalla vnita sara quadrato di quadrato, cioe ce.ce.ce. & da li indietro sempre intermessi 7. & che il decimo dalla vnita sara cubo di cubo, cioe cu.cu. & da li indietro sempre intermessi 8. & cosi con tal ordine si puo concludere, & dimostrare di tutti quelli altri numeri, ouer dignita, che consequentemente vanno seguitando in infinito, il nome delli quali in fine del secondo libro per fino in 30 ve ne registrai in margine. Et accioche questa propositione sia ottimamente intelligibile, & da ogni altro pratico, te la ho esemplificata qua di sotto et diuersi ordini di numeri dalla vnita cōtinuamente proportionali, cominciando prima dalla proportion doppia, o vuoi dir subdupla, et dapoi seguitando nelle altre multiplice, ouer submultiplice, come di sotto vedi, i quali 9 ordini se ben li essaminarai a vno per vno, trouarai il terzo numero dalla vnita, in ciascun di quelli esser numero quadrato (come dice la propositione) & da li indietro intermettendone vno esser per quadrati, & questi verrebbono a esser tutti li quinti, & li settimi, & li noni, & li vndecimi dalla vnita, & cosi procedendo in infinito. Et similmente trouarai in tutti li detti ordini il quarto numero dalla vnita esser cubo, & da li indietro sempre intermessi 2. esser per cubi, & questi verrebbono a esser tutti li settimi, decimi, & duodecimi dalla vnita, e con tal ordine seguiranno in infinito. Et similmente trouarai il quinto dalla vnita esser ce.ce. & cosi da li indietro sempre intermessi tre, & cosi discorrendo in tutti gli altri, come di sopra e stato detto nella detta propositione. Et nota che questi sono soliti 9 ordini sono quasi simili a quella tauola del le 10. specie di radici posta in fine della terza del primo capo del secondo libro. A certo dico che quel secondo numero, che seguita la vnita in ciascuno di detti ordini, vien a esser la radice (secondo la specie) di ciascuna di quelle dignita, che occorrer possa in quel tal ordine. Essempi gratia il secondo numero dalla vnita nel primo ordine, tu vedi ch'egli e 2. dico tal 2 esser la radice quadra del terzo, cioe di 4. & la radice cuba del quarto, cioe di 8. & la ra. cen.cen. del quinto, cioe di 16. & cosi la radice relata del sesto, cioe di 32. & cosi procedendo di tutti gli altri in infinito. Et tutto questo che habbiamo detto del 2 (secondo numero del primo ordine) quel medesimo seguitara del 3 nel secondo ordine, & del 4 nel terzo ordine, & cosi in tutti gli altri ordine, come per te medesimo te ne potrai chiarire.

Anchor nota, che con questa euidentia tu puoi conoscere, & trouare con ragione il nome d'infinite altre dignita oltra di quelli 30 da me notati in fine del trattato delle radici, perche tai nomi si compongano da gli anctiqui nomi.

tutti

tutti li sotto scritti duodecimi numeri sono terzi relati.	2048.	177147.	4194304.	48828125.	362797056.	1977326743.	8589934592.	31381059609.	100000000000.	terzi relati.
tutti li sotto scritti vndecimi numeri sono censi relati.	1024.	59049.	1048576.	9765625.	60466176.	282475249.	1073741824.	3486784401.	10000000000.	censi relati.
tutti li sotto scritti decimi numeri sono cu. cu.	512.	19683.	262144.	1953125.	10077696.	40353607.	134217728.	387420489.	1000000000.	cu. cu.
tutti li sotto scritti noni numeri sono cen. cen. cen.	256.	6561.	65536.	390625.	1679616.	5764801.	16777216.	43046721.	100000000.	cen.cen.cen.
tutti li sotto scritti ottaui numeri sono secondi relati.	128.	2187.	16384.	78125.	279936.	823543.	2097152.	4782969.	10000000.	secondi rel.
tutti li sotto scritti settimi numeri sono censi cubi.	64.	729.	4096.	15625.	46656.	117649.	262144.	531441.	1000000.	cen.cu.
tutti li sotto scritti sesti numeri sono relati.	32.	243.	1024.	3125.	7776.	16807.	32768.	59049.	100000.	primi rel.
tutti li sotto scritti quinti numeri sono cen.cen.	16.	81.	256.	625.	1296.	2401.	4096.	6561.	10000.	cen.cen.
tutti li sotto scritti quarti numeri sono cubi.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000.	cu.
tutti li sotto scritti terzi numeri sono quadrati.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.	cen.
tutti li sotto scritti secondi numeri sono radice delle consequenti dignita in tal suo ordine poste secondo la specie di quelle.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	℞
vnita	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	vnita

Per ben intendere questi sopra scritti dodici ordini di numeri, bisogna leggerli volando questa riga verso di se cominciando dalla vnita.

Di un'altra seconda natural creatione di numeri quadrati, cubi, censi di censi, primi relati, & gli altri che consequentemente vanno seguitando.

2 ANchora l'origine, ouer creatione naturale di sopra detti numeri signalati, ouer dignita, cioe numeri quadrati, cubi, censi di censi, primi relati, censi cubi, & tutti gli altri, che vanno seguitando, si puo dire, che Euclide nella nona propositione del suo nono libro ne la faccia manifesta, nellaqual propositione dice in questa forma.

Se dalla vnita saranno disposti quanti numeri si voglia di continua proportionalita, se quello, che seguita la vnita sara quadrato, tutti gli altri anchora saranno quadrati, & se quello, che seguita la vnita sara cubo, tutti gli altri anchora saranno cubi. Allaqual propositione (anchora che Euclide non lo dica per breuita) vi si puo aggiongere, & dimostrare, che se quello che seguita la vnita sara censo di censo, tutti gli altri anchora saranno censi di censi, & se quello che seguita la vnita sara primo relato, tutti gli altri saranno primi relati, il medesimo seguira in tutti gli altri, che vanno seguitando, & accioche questo sotto breuita ti sia manifesto. Essempi gratia siano questi cinque numeri dalla vnita continui proportionali 1.4.16.64.256. & perche quel che seguita la vnita è numero quadrato (per esser 4.) tu vedi che tutti gli altri sono quadrati. Et per non stare in vn solo essempio, siano anchora questi altri cinque 1.9.81.729.6561. & perche quello, che seguita la vnita è numero quadrato (per esser 9.) tu vedi che tutti gli altri sono numeri quadrati, il medesimo seguiria quando che il detto secondo numero fusse qual si voglia altro maggior numero quadrato.

Hor per venir a gli altri siano questi altri cinque numeri dalla vnita continui 1.8.64.512.4096. & perche il secondo è cubo (per esser 8.) tu vedi tutti gli altri esser cubi, & cosi questi altri quattro 1.16.256.4096. perche quello, che seguita la vnita è numero cen. cen. si vede tutti gli altri esser cen. cen. il medesimo mostrarai seguire in tutte le altre dignita se ne farai isperientia.

Della propria, & natural origine, ouer creatione di numeri quadrati.

3 LA propria, & naturale creatione di numeri quadrati, non vi è da dubitare, che la non sia questa seconda specie di progressione arithmetica, come fu anchora detto nella secunda del Settimo, capo del primo libro, cioe che summando quanti numeri si voglia sbrunati, dalla vnita nella seconda specie di progressione arithmetica, cioe in quella continua proportionalita arithmetica, che dalla vnita va ascendendo per 2. tal summa sempre produra numero quadrato, & perche tal progressione gli va creando ordinatamente, cominciando dal primo, & poi di mano in mano va creando il secondo, & dapoi il terzo, & dapoi il quarto, & con tal ordine va formando tutti gli altri, e pero conuenientemente si puo dire tal specie di progressione esser la propria madre di numeri quadrati. Essempi gratia siano questi 10. numeri dalla vnita continui proportionali nella detta proportionalita arithmetica 1.3.5.7.9.11.13.15.17.19. hor dico che prendendo la simplice vnita di tal progressione, ne dara per 1. ilqual 1. ouer vnita vien a esser il primo, & principal capo di tutti li numeri quadrati. Poi summando anchora la detta vnita con quel 3. che gli segue appresso fara 4. il qual 4. in ordine sara il secondo numero quadrato. Similmente summando li tre termini di tal progressione, cioe 1.3.5. trouarai che faranno 9. che sara il terzo di numeri quadrati, & cosi summando li primi quattro numeri di tal progressione, cioe 1.3.5.7. trouarai che faranno 16 per il quarto di numeri quadrati, & cosi summando questi cinque 1.3.5.7.9. trouarai che faranno 25. per il quinto di numeri quadrati, similmente summando questi sei 1.3.5.7.9.11. trouarai che faranno 36. per il sesto di numeri quadrati. Similmente summando questi sette termini 1.3.5.7.9.11.13. trouarai che tal summa sara 49. per il settimo di detti numeri quadrati. Similmente summando questi altri otto termini 1.3.5.7.9.11.13.15. trouarai che tal summa sara 64. per l'ottauo di numeri quadrati. Similmente summando questi noue termini 1.3.5.7.9.11.13.15.17. trouarai che tal summa sara 81. per il nono di numeri quadrati, & cosi summando questi 10 termini 1.3.5.7.9.11.13.15.17.19. trouarai che tal summa sara a ponto 100. per il decimo di numeri quadrati, & perche tal progressione si puo prolongar in infinito, e pero non si puo negare che questa non sia la genetrice, & madre di tutti li numeri quadrati.

Correlario primo.

Dalla sopra narrata creatione di numeri quadrati si manifesta, che tal luogo hauera vn numero quadrato (nell'ordine di numeri quadrati) quanto sara il numero di termini, che in summa concorreranno alla sua creatione. Essempi gratia perche alla creatione del 4. vi concorre duoi di detti termini

mini

mini della progressione, si dira il detto quattro esser il secondo di numeri quadrati, il medesimo s'intendera de gli altri.

Correlario secondo.

Anchora si manifesta, dalle cose dette, che il numero del lato di qual si voglia numero quadrato, ne dinota il numero di termini, che in summa saranno concorsi alla sua creatione. Essempi gratia perche il lato del 9. è 3. (cioe la radice di quello) e pero diremo alla creatione del detto 9. esserui concorso 3. di detti termini della progressione.

Correlario terzo.

Anchora si manifesta, che nella sopradetta progressione vi concorre tutti li numeri dispari, & che niun numero paro vi se gli interpone, e pero si puo dire, tutti li numeri quadrati esser procreati dalle summe di numeri dispari, ordinatamente disposti dalla vnita, di mano in mano progressiuamente ascendendo, & summando.

Di alcune questioni, lequali per mezzo della precedente
dechiaratione, & di suoi correlarij facilmente si risolueno.

4 Volendo con somma breuita saper di quanti numeri dispari sia composto qual si voglia numero quadrato proposto, & il nome ordinario di tal numero quadrato. Caua la radice di quello (per hauer il suo lato) & tanto quanto sara tal radice, tanti saranno li numeri dispari componenti quello, & anchora tanto sara il numero ordinario di tal numero quadrato. Essempi gratia volendo sapere da quanti numeri dispari sia stato formato 49. caua la radice di 49. che è 7. & cosi da 7 numeri dispari è stato composto il detto 49. (intendendo sempre dalla vnita progressiuamente ascendendo) i quali sariano questi 1.3.5.7.9.11.13. Anchora il sopradetto 7. ne dinota il detto 49 esser il settimo numero quadrato. Volendo anchora con somma breuita trouar l'ultimo di numeri dispari concorrenti alla formatione di qual si voglia numero quadrato proposto. Troua la radice di quel tal numero quadrato, & quella duplica, & di quel duplato cauane sempre 1. per regola ferma, & il rimanente sara il detto numero cercato, cioe l'ultimo di numeri dispari concorrenti alla formatione di tal numero quadrato. Essempi gratia volendo saper l'ultimo di numeri dispari concorrenti alla formatione di 169. troua la radice di 169. che trouarai esser 13. duplicala fa 26. cauane 1. per regola resta 25. & cosi 25 fu l'ultimo di numeri dispari cōcorrenti alla creation del detto 169. che se ne farai la proua naturale, trouarai cosi essere.

La causa di questa regola è questa, tu sai per la precedente, che la radice del detto 169. cioe quel 13. esser e il numero di termini dispari, che concorreno alla formatione del detto 169. & per la seconda del sesto capo del primo libro. Tu sai che a voler trouar la summa di detti 13. numeri di tal progressione, laqual summa in questo caso saria quel 169. la regola vuole, che si multiplichi il numero di termini (cioe quel 13) fia la mita della summa del primo, & dell'ultimo, & la summa del primo, & dell'ultimo, in questo caso è necessario, che sia il doppio del detto 13. cioe 26. Se adonque la summa del primo, & dell'ultimo è 26. gia sai che il primo è la vnita, cauando adonque la vnita del detto 26 restara 25 per l'ultimo di detti numeri dispari, che è il proposito.

5 Ora che non solamente sopra li numeri quadrati puo accadere simili questioni, ma anchora in altri versi, che senza la notitia delle regole dette di sopra, & delle progressioni vi andaria difficulta assai a risoluerle, & massime nelli numeri grandi. Essempi gratia se ti fusse detto, ouer che ti occorresse di sapere quanti numeri dispari concorreranno alla formatione poniamo di 6400. caua la radice del detto 6400. che trouarai esser 80. & cosi con somma breuita potrai rispondere tali numeri dispari esser 80. laqual cosa volendola risoluere naturalmente, cioe a tastone (come fanno li ciechi di ragione) vi andaria manifattura assai, & quando che in tal questione ti accadesse di voler saper l'ultimo di detti 80. numeri dispari, duplica quel 80. fa 160. cauane 1 (p le ragioni di sopra adutte) restara 159. e tanto fu l'ultimo di detti 80 numeri dispari

6 Ma quando che per sorte il numero proposto non fusse numero quadrato, tu potresti rispondere tal numero non esser composto di numeri dispari dalla vnita ordinatamente disposti, e pero tal questione porria hauer piu risposte. Essempi gratia volendo saper da quanti numeri dispari sia composto, poniamo 46. perche il detto 46 non è numero quadrato, dico che non è composto di numeri dispari dalla vnita progressiuamente disposti, e pero per ragione non vi si puo dare determinata risposta, ma procedendo a tastone, come fanno li ciechi di ragione, si porria rispondere esser composto di questi duoi numeri dispari 21. & 25. ouer

da questi sei 3.5.7.9.11.13. & da molti altri, e pero si puo legitimamente rispondere alle simili, (come che di sopra è stato detto) Molte altre simili, si delli numeri pari, come delli dispari se ne poteria addure, lequali se non ti haverai scordate le regole date sopra delle progressioni non dubito, che da te medesimo facilmente le saperai risolvere.

Varie questioni sopra li numeri quadrati.

7 TRovami duoi numeri quadrati, che gionti insieme facciano numero quadrato, nota che questa, & tutte le altre, che seguitano (se altro non si dice) si debbe intendere di numeri quadrati simplici, & non sordi (cioe senza rotti) per risolvere tal questione per le regole, & evidentie date, tu dei saper, che nella progressione di numeri dispari v'interuiene tutti li numeri quadrati dispari, e pero troua qual ti pare di quelli, & quel tale non si puo negar, che gionto cō quel numero quadrato, che si formara con la summa de gli altri anteriori termini dispari verso la unita, fara anchora numero quadrato. Essempi gratia per trouar li detti duoi numeri quadrati, che gionti facciano anchora numero quadrato, troua vn numero quadrato dispario, qual ti pare (eccettuando la unita) hor pigliamo 25. & perche questo 25. interuiene nella progressione de tutti li numeri dispari, dalla qual si crea tutti li numeri quadrati, e pero la summa di tutti gli altri numeri dispari di sotto dal detto 25. (verso la unita) fara numero quadrato, alla qual summa giontoui anchora quel 25. fara anchora numero quadrato, & perche l'ultimo di quelli numeri dispari di sotto dal detto 25. viene a esser 23. & la summa di quello con gli altri fino alla unita (per la regola data in tal progressione) fara 144. numero quadrato, al qual giontoui il sequente numero dispario (cioe quel 25) fara 169. che è pur numero quadrato, come si ricerca, il medesimo poterai trouar con il 9. & con il 49. & con lo 81. & con lo 121. & con qual si voglia altro numero quadrato dispario.

8 TRouami tre numeri quadrati, che gionti insieme facciano numero quadrato, & gionto anchora il primo con il secondo, tal summa sia pur numero quadrato.

Per risolvere questa questione, & altre simili, troua prima (secondo l'ordine dato nella precedente) duoi numeri quadrati, che gionti insieme facciano numero quadrato, hor poniamo che siano quelli 25. & 144. trouati nella detta precedente, i quali gionti insieme fanno pur 169. numero quadrato, & anchora dispario, e pero gionto a quell'altro numero quadrato, che si formara con la summa de gli altri numeri dispari di sotto dal detto 169. per fino alla unita non vi è dubbio, che tal congionto fara anchora numero quadrato, & perche l'ultimo di quelli numeri dispari di sotto dal detto 169. veniria a esser 167. con il quale per le regole date sopra la detta progressione, trouarai la summa di tutti li numeri dispari dalla unita per fino al detto 167. esser 7056. che è numero quadrato, al qual giontoui quell'altro 169. numero dispario, & quadrato, fara 7225. che è pur numero quadrato, come nella detta questione si addimanda, & cosi habbiamo trouati questi tre numeri quadrati 25.144. & 7056. i quali gionti insieme fanno 7225. che è (come è detto) numero quadrato, la cui radice è 85. Et con tal regola poterai trouare infiniti numeri quadrati, che gionti insieme faranno numero quadrato, & questo senza altro essempio penso che ti sia manifesto, cioe che sempre alla summa per auanti fatta, poi trouar vn'altro numero quadrato, che gionto a quella fara pur numero quadrato, & cosi puoi andar procedendo di mano in mano.

9 TRouami duoi numeri simplici (cioè nō sordi, o vuoi dir senza rotti) che li loro quadrati gionti insieme facciano numero quadrato.

Troua prima duoi numeri quadrati, che gionti insieme facciano numero quadrato (secondo la regola data nella precedente) & trouati che gli hauerai, le due radici di ambiduoi quelli saranno li duoi ricercati numeri. Essempi gratia per trouar li duoi addimandati numeri, che summati li loro quadrati insieme facciano numero quadrato (per la regola della precedente) trouo duoi numeri quadrati, che gionti insieme faccia numero quadrato, quali pongo siano li medesimi 25. & 144. che in quella furno trouati, & piglio la radice di ciascuno di loro, lequali saranno l'una 5. & l'altra 12. & cosi dirai gli addimandati numeri l'uno esser 5. & l'altro 12.

Et quando che tu desiderassi di trouar tre, ouer quattro, ouer piu numeri, che tutti li loro quadrati gionti insieme facessero numero quadrato, & gionto anchora il quadrato del primo, & del secondo facesse pur numero quadrato.

10 TRoua tre, ouer piu numeri quadrati, secondo la regola della decimaterza, che gionti insieme facciano numero quadrato, & quando li hauerai trouati, pigliarai la radice di ciascun di quelli, & hauerai lo intento tuo, che per abbreuiar scrittura non ti adduco altro essempio, saluo che quelli tre numeri quadrati, che furno trouati nella detta decimaterza, cioe 25.144.7056. le radici di quali

di quali sono 5. 12. & 14. & questi saranno li tre adimandati numeri, vero è che altri diuersi da questi se ne poria trouare, si per altre regole, come per questa.

Di alcune regole sopra a queste materie di numeri quadrati, adutte da fra Luca, qual dice hauer cauate da vno particolar trattato di Lunardo pisano intitolato de Quadratis numeris.

11 VNa regola da saper trouar duoi numeri diserenti, che li lor quadrati gionti insieme facciano numero quadrato, adutte da fra Luca, qual dice hauer cauata da vn particolar trattato di Leonardo Pisano, laqual è questa. Dice che per risoluere le simili per regola ferma, & generale, che si debba trouar duoi numeri quadrati, come ne pare, ma che siano tutti duoi pari, ouer tutti duoi dispari, perche la regola non serue, altramente, ouer trouar duoi numeri, i quali vuoi che fra loro sia proportione, come fra duoi numeri quadrati a modo detto, cioe che li numeri quadri siano tutti duoi pari, o tutti duoi dispari, & trouati, che hauerai tali numeri hauenti la detta proportione, bisogna che multiplicato l'uno di detti contra l'altro faccia numero quadrato, & che altramente non bastarebbe hauere la medesima proportione, che li numeri quadri, sanche il produtto di vno in l'altro non hauesse radice discreta.

Questa tal seconda conditione non vi accade a dirla, anzi è cosa superflua, perche tal conditione seguita di necessita, cioe che hauendo la detta proportione, che è da numero quadrato, a numero quadrato, seguita di necessita, che il loro produtto sia numero quadrato, hor sia la prima ponendo a ventura li duoi numeri quadri, & siano pari, pro nunc, & sia 4. & 16. questi trouati multiplica vno in l'altro di necessita, sara anche quadrato, come di sopra allegammo, & di 4. fia 16. fa 64. delqual prendi la radice, che è 8. & questo sara l'uno di detti numeri, poi per trouar l'altro summa li detti duoi numeri insieme, cio è 4. & 16. de necessita la summa loro sara para, o siano tutti duoi li numeri quadrati pari, ouer dispari, fara 20. dellaqual summa sempre pigliane la mita, che è 10. & di questa mita ne caua il menor numero quadrato, che hauesti, cioe 4. & restara 6. per l'altro numero, che cercauamo, si che dirai che l'uno sia 8. & l'altro 6. & li loro quadrati sono 64. & 36. che gionti fanno 100. che è numero quadrato.

Et cosi hauerasti il vero, se tu ponesti duoi numeri quadri dispari, quali vuoi similmente procedendo, hor siano li casti 9. & 25. fa come di sopra, multiplica vno contra l'altro, cioe 9 fia 25 fa 225. il qual produtto di necessita sara quadro, come li producenti, come nel nono, dice Euclide alla seconda conclusione, delqual prendi la radice, che è 15. & questo sara l'uno di numeri adimandati. Poi per trouar l'altro, summa li duoi numeri trouati insieme, cioe 9. & 25. che fa 34. laqual summa per quello, che è detto di necessita sara para, pigliane la mita, che è 17. & di questa mita caua sempre il menor numero trouato, pero che si presuppone, che detti numeri quadri non siano equali, perche all'hora non fariano duoi, ma vn medesimo, hor caua 9. di 17. restara 8. & questo sia l'altro numero questo, si che dirai che l'uno sia 8 l'altro 15. delli quali li quadrati sono 225. & 64. che aggionti insieme fanno 289. la cui radice è 17. Si che vedi, che a l'uno modo, et a l'altro si satisfa il tema, ben che la loro natura non sostiene, ma nell'operare la forza loro si dimostra, auenga che piu larga assai senza comparatione si contenga la proportione nella quantita continua.

Questi simili casi anchora dico, che si soluano quando noi non pigliassimo prima numeri quadrati. Ma solo duoi che hauessero fra loro la proportione di duoi quali vuoi numeri quadrati, cioe che ambo fiano pari, ouer dispari a modo detto, si come pigliasse 10. & 40. fra quali è la proportione, che è fra 4. & 16. cioe quadrupla, & multiplicato vno in l'altro fara 400. che è numero quadrato, & se non sapesti trouarli altramente detti numeri, cioe che hauessero la proportione di duoi numeri quadrati multiplicato l'uno fia l'altro facesse quadrato, fa per la cosa ponendo per l'uno tante cose quanto è il numero quadro che hauesse, cioe 4 cose per vno, & 16 cose per l'altro, ouer 9. cose per vno, & 25 cose per l'altro, ouer vna cosa per vno, & quattro cose per l'altro, poi tu multiplicarai queste cose vna via l'altra fara censi, & ponerali che siano equali a vn numero quadrato, qual vuoi, & ti venira la valuta della cosa, & per quella trouarai detti numeri, o siano rotti, o sani non fa caso, essequiral, & ti venira come da 10 a 40. il cui produtto è 400. delqual prendi la sua radice, che è 20. & questo è vno di numeri per lo tema adimandato, poi per l'altro fa come di sopra, cioe summa 10. & 40. fa 50. delqual dico, che prendi la mita, che è 25. & di questo caua il menor numero, cioe 10. restara 15. per l'altro numero questo, onde li loro quadrati, che è 225. & 400. gionti insieme fanno 625. la cui radice è 25. fatta, si che qual modo vuoi, che l'uno, e l'altro è vero, & buono. Ma sappi che anchor la summa delli duoi numeri, che ponesse fra quali fusse (come è detto) la proportione conuerra essere in proportione a ciascun di suoi numeri, come la summa delli numeri quadrati, a ciascuno delli numeri quadrati, come per te sperimentare potrai facilmente, & questo basti a simili casi. &c.

L'auttore.

LA sopra scritta regola la ho voluta registrare quasi di parola in parola, come si troua nell'opera di fra Luca dal borgo, a carte 16. per due cause, l'una accioche di tal regola tu ne habbi noticia, l'altra per verificar quello, che nel principio della prima parte, cioe delle regole negotiarie da me fu detto, cioe tal auttore hauere interposte le cose di Lunardo Pisano senza ordine alcuno, & che questo sia il vero si puo conoscere nella sopra notata regola da lui posta quasi in principio della opra sua, & la vuol dare ad intendere al studente con progressioni, & proportioni, & con le regole di algebra, cioe per la positione della cosa auanti che habbia dechiarito li termini delle progressioni, & proportioni, & similmente quelli de l'algebra, & il medesimo costuma in molte altre.

La causa della sopra scritta regola.

12 LA causa della sopra scritta regola si assegna per la settima di quelle 15 conclusioni adutte consequentemente dietro alla decimasesta del nono di Euclide, laqual dice in questa forma, di ogni numero diuiso in due parti equali, & in due non equali, lo produtto, che vien fatto della maggiore delle inequali nella menore, con il quadrato dello intermedio è equale al quadrato della mita del tutto, il medesimo propone la quinta del secondo in linee. Et perche la intentione nostra è di trouare li detti duoi numeri, senza rotti bisogna, che la summa di detti duoi numeri quadrati, o non quadrati tolti a nostro piacer sia numero paro, accioche la detta summa (cioe il tutto) si possa diuidere per mita senza rotto, & per questo bisogna che siano ambidui pari, ouer dispari per la ragion detta, & bisogna anchora che il produtto di vno in l'altro sia numero quadrato, e pero li detti duoi numeri, egli è necessario esser ambiduoi quadrati, ouero nella proportione di duoi numeri quadrati, accioche tal numero quadrato gionto con il quadrato dello intermedio si equaglia al quadrato della mita del tutto, il qual sara pur numero quadrato senza rotto, per esser il detto tutto numero paro (per le ragioni dette) & accio meglio m'intendi te la voglio essemplificar sopra quelli duoi numeri 10. & 40. i quali non sono quadrati, ma multiplicati fanno numero quadrato. Et per tanto supponeremo la summa di quei 10. & 40. che fanno 50. esser tutto il numero diuiso nelle dette due parti 10. & 40. inequali, & in due equali, lequali sariano 25. & 25. & perche il produtto delle due inequali è numero quadrato, che sara 400. & lo intermedio alle due diuisioni vien a esser la differentia, ch'è da 10. a 25. ouer da 40. a 25. che l'una, & l'altra è 15. il cui quadrato sara 225. il qual quadrato gionto con quel 400 (che è pur quadrato) tal summa sara equale (per la detta propositione) al quadrato della mita del tutto, cioe al quadrato di 25. che sara 625. come di sopra fu concluso. Ma quando che la questione ne astringesse, che tai numeri fussero simplici (cioe senza rotti) si potriano eleggere li primi duoi numeri quadrati, come ne paresse, perche anchor che la loro summa fusse numero dispari non importaria, & la solutione saria piu difficile a chi non hauesse famigliare la detta settima delle 15. poste dapoi la decimasesta del nono, ouer la quinta del secondo di Euclide, come da te puoi considerare.

Anchora questa medesima regola di sopra adutta ne la insegna particolarmente Euclide nella lemma dapoi la 29 propositione del suo decimo libro da noi tradutto, dico da noi tradutto, perche nelli latini varia di numero tal propositione, e pero ogni volta che sara allegato alcuna propositione del detto Euclide sempre si debbe intendere del nostro tradutto in volgare, per le ragioni dette.

Di alcune altre regole generali dal presente auttore di nuouo ritrouate, per risoluer con somma breuita varie questioni, che occorrer potriano sopra di numeri quadrati.

13 ESsendo sul componere, & trattare di numeri quadrati, mi si scoperse varie conclusioni degne da esser notate sopra a tal materia, dellequali le prime furno queste, che ogni duoi numeri situati nella proportione sesquiterza, ouer subsesquiterza, cioe come da 4. a 3. ouer 3. a 4. la summa di loro quadrati sempre sara (largo modo) numero quadrato, & non solamente nelli numeri simplici, ma anchora nelli rotti, & sani, & rotti.

14 IL medesimo seguira in ogni duoi, che siano collocati in queste altre specie di proportioni (cioe come da 12. a 5. ouero da 84. a 13. ouer da 15. a 8. &c. Et questo s'intende si nella menore, come nella maggiore inequalita, & di tutto questo (per abbreuiar scrittura) con essempii te ne potrai naturalmente certificare.

25 LE seconde conclusioni sono queste, che ogni duoi numeri quadrati (largo modo parlando) collocati nella proportione, come da 16. a 9. gionti insieme sempre faranno numero quadrato, & non solamente nelli numeri simplici, ma anchora nelli rotti, & sani, & rotti.

26 IL medesimo seguira in ogni duoi numeri quadrati, che siano collocati in queste altre specie di proportioni, cioe come da 144. a 25. ouer da 7056. a 169. ouer da 225. a 64. Et questo s'intende si nella minore, come nella maggiore inequalita. Et non solamente nelli numeri simplici, ma (largo modo) anchora nelli rotti, & sani, e rotti. Et di tutto questo (per abbreuiar le parole) da te medesimo con essempij te ne potrai naturalmente verificare.

Questioni che per la notitia delle sopra date conclusioni con somma breuita si possono risoluere.

27 TRouami duoi numeri che li loro quadrati gionti insieme facciano numero quadrato. Anchora che questa in varij modi per le regole per auanti date, si potria risoluere, nondimeno per la prima delle sopra date conclusioni, voglio che la risoluiamo. Et per tanto tu puoi pigliar per l'uno di detti duoi numeri, che numero ti piace, ma per schiuar rotti, tu puoi pigliar vn numero, che sia diuisibile per 3. & per 4. ma per venire alle cose piu oscure, voglio che pigliamo 10. il qual non e diuisibile, ne per 3. ne per 4. & per trouar l'altro numero trouaremo conseguente al detto 10. come ch'e 3. a 4. & questo trouaremo con la regola del tre, dicendo, se 4. mi da 3. che mi dara 10. opera che trouarai, che ti dara $7\frac{1}{2}$, & questo sara l'altro numero, li quadrati di quali 10. e $7\frac{1}{2}$ (per esser sesquitertia proportione) faranno numero quadrato, & se ne vorrai far la proua naturale, trouarai li loro quadrati l'uno esser 100. & l'altro $56\frac{1}{4}$, li quali gionti insieme fanno $156\frac{1}{4}$, che è numero quadrato, la cui radice è $12\frac{1}{2}$, & con tal modo ne puoi trouare infiniti.

Tu potrai anchora far che 10. restasse conseguente, cioe trouar il suo antecedente dicendo, se 3. mi da 4. che mi dara 10. opera che trouarai, che ti dara $13\frac{1}{3}$, & cosi li quadrati di detti duoi numeri $13\frac{1}{3}$, & 10 (per esser nella detta proportione di 3. a 4. ouer di 4. a 3.) fara numero quadrato, & se ne vorrai far la proua, quadrarai li detti duoi numeri $13\frac{1}{3}$, & 10. & trouarai l'uno di detti quadrati esser $177\frac{7}{9}$, & l'altro 100. i quali gionti insieme fanno $277\frac{7}{9}$, che è numero quadrato, la cui radice è $16\frac{2}{3}$, & con tal ordine ne puoi trouar infiniti altri.

Correlario primo.

Onde si manifesta, che a ogni proposto numero si puo sempre trouar duoi altri numeri, che il quadrato di qual si voglia di quelli, gionto con il quadrato del detto proposto numero fara numero quadrato.

Correlario secondo.

Anchora si manifesta, che il detto proposto numero vien a esser medio in continua proportione, come da 4. a 3. fra li detti duoi numeri trouati.

Da notare.

NOta che il medesimo effetto seguiria dando, ouer trouando vn conseguente, ouer vn antecedente al detto 10. in quelle altre specie di proportioni annotate nella decimaquarta, trouarai altri numeri, che il quadrato di ciascuno di quelli, gionto con il quadrato del detto 10. faranno pur numero quadrato.

Correlario.

Onde si manifesta, che a ogni proposto numero si puo trouare molti numeri, & in diuerse proportioni, che il quadrato di qual si voglia di quelli, gionto con il quadrato di quel proposto numero (largo modo) quadrato.

Questioni che per uigore delle seconde conclusioni si risoluono.

28 A Qualunque proposto numero quadrato si puo trouare vn'altro numero quadrato, che gionto con quello fara anchora numero quadrato. Essempi gratia sia 25. il proposto numero quadrato, hor per voler trouare vn'altro numero quadrato, che gionto con quello faccia anchora numero quadrato, troua vn conseguente, ouero vno antecedente al detto 25. nella proportione, che è da 16. a 9. ouer da 9. a 16. dicendo, se 16. mi da 9. che

mi dara 25. opera, che ti dara $14\frac{1}{16}$, & questo è lo ricercato numero quadrato, che gionto con 25. fara $39\frac{1}{16}$, che è pur numero quadrato, la cui radice è $6\frac{1}{4}$, che è il proposito.

Tu poteui anchora dire, se 9 mi da 16. che mi dara 25. opera che ti dara $44\frac{4}{9}$, & questo anchora saria il ricercato numero quadrato, che gionto con il detto 25. fara $69\frac{4}{9}$, che è medesimamente numero quadrato, la cui radice è $8\frac{1}{3}$, che saria pur il proposito.

Correlario primo.

Onde si manifesta, che ogni proposto numero quadrato si puo sempre (largo modo) trouar duoi altri numeri quadrati, che qual si voglia di quelli gionto con il proposto numero quadrato, fara anchora numero quadrato.

Correlario secondo.

Anchora si manifesta, che il detto proposto numero quadrato sempre esser medio proportionale fra li detti duoi numeri quadrati.

Da notare.

Anchora bisogna notare, che il medesimo effetto seguiria mettendo vn conseguente, ouero antecedente al detto 25. in qual si voglia di quelle altre specie di proportioni annotate nella decimasesta del presente capo.

Correlario.

E pero si manifesta, che ogni proposto numero quadrato si puo trouare molti altri numeri quadrati, & in diuerse specie di proportioni, che qual si voglia di quelli gionto con il detto proposto numero quadrato fara pur numero quadrato.

25 Anchora per le sopra date regole, & correlarij si manifesta esser possibile, a qualunque proposto numero quadrato si voglia trouare quanti numeri quadrati si voglia, & in diuersi modi, che la summa di tutti quelli fara numero quadrato. Et oltra di questo la quello la summa del primo, & secondo fara pur numero quadrato, & similmente la summa del primo, secondo, & terzo fara pur numero quadrato, & cosi la summa del primo, secondo, terzo, & quarto fara numero quadrato, & cosi procedendo in infinito, perche se alla summa del primo, & secondo numero quadrato (qual sara quadrato) gli daremo vn conseguente secondo l'ordine de gli duoi haueremo vn'altro numero quadrato, che gionto con la summa de gli altri duoi fara pur numero quadrato. Et cosi se a questa seconda summa gli trouaremo vn'altro conseguente, secondo l'ordine principiato, quel sara quadrato, & quel gionto con la detta summa, tal terza summa sara anchora quadrata, & con tal ordine si puo procedere in infinito. Essempi gratia sia il proposto numero quadrato 100. & si l'habbiamo posto di voler trouar tre altri numeri quadrati (largo modo parlando) che gionti tutti con 100. tal summa sia quadrata, & gionto anchora 100. con il secondo solo, tal summa sia anchora quadrata, & similmente gionto anchora il detto 100. con il secondo, & terzo la detta summa sia anchora quadrata.

Prima trouaremo vn numero quadrato (secondo l'ordine della precedente) che gionto con 100. faccia numero quadrato dicendo, se 16. mi da 9. che mi dara 100. onde operando si trouara esser $56\frac{1}{4}$. & questo sara il secondo di detti 4. ricercati numeri, hor per trouar il terzo summa il detto $56\frac{1}{4}$. con 100. fara $156\frac{1}{4}$, qual è quadrato (per le ragioni dette) fatto questo dirai pur, se 16 mi da 9 che mi dara $156\frac{1}{4}$, opera che ti dara $87\frac{57}{64}$, per il terzo di detti numeri quadrati, qual gionto con la summa del primo, & del secondo (cioe con il detto $156\frac{1}{4}$) fara $244\frac{9}{64}$, che sara pur numero quadrato, la cui radice è $15\frac{5}{8}$, & cosi sin hora habbiamo trouato questi 3 numeri quadrati 100. $56\frac{1}{4}$. $87\frac{57}{64}$, i quali hanno le ricercate conditioni, cioe che summati tutti 3. insieme fanno numero quadrato, come di sopra si è visto, & similmente la summa del primo con il secondo solo, fa pur numero quadrato, hor con il medesimo modo, ouer regola, trouarai il quarto dicendo, se 16 mi da 9. che mi dara $244\frac{9}{64}$, opera che ti dara $137\frac{337}{1024}$, & questo sara il quarto di detti ricercati numeri quadrati, & tutti quattro saranno questi 100. $56\frac{1}{4}$. $87\frac{57}{64}$. $137\frac{337}{1024}$, i quali se ne farai proua trouarai hauer le ricercate conditioni, cioe prima ciascun di loro è quadrato, secondariamente la summa di tutti (qual sara $381\frac{481}{1024}$) sara quadrata, la cui radice sara $19\frac{17}{32}$, & similmente di sopra si è visto, che la summa del primo, & secondo, & similmente quella del primo, secondo, & terzo è quadrata, come si propone, & con tal regola se ne puo trouar infiniti.

Da notare

Da notare.

Anchora tu poteui procedere al contrario dicendo, se 9. mi da 16. che mi darà 100. & cosi andar seguitando con tal ordine per fin che li hauerai trouati tutti quattro, ma per questo modo veniranno tutti differenti dalli sopradetti eccettuando il primo, cioe il 100. qual non si muta. Il medesimo si potria essequire con qual si voglia di quelle altre specie di proportioni narrate nella decimasesta di questo capo.

20 Dalla precedente è manifesto potersi trouar quanti numeri si voglia, che li loro quadrati gionti insieme faccino numero quadrato, perche trouando prima tanti numeri quadrati, che gionti insieme faccino numero quadrato (secondo l'ordine dato nella precedente) le radici di detti numeri quadrati saranno li ricercati numeri, & per esser da se chiara non ti adduco altro essempio.

21 Volendo trouare vn numero quadrato, che trattone vna certa quantità rimanghi quadrato, & gionto à la medesima quantità tal summa sia anchor quadrata. Questa propositione, ouer questione fra Luca dal Borgo dice (come di sopra fu anchor detto) hauerla cauata insieme con le sequenti da vn particolar trattato di Leonardo Pisano intitolato De quadratis numeris. Et che in questo si sforza, & ingegna à dar regola enorma a simili solutioni, & che pur finalmente generalmente non seruano a tutte, che pur si conuien ridursi ad andare a tastoni a cercarle. Et per tornare al nostro proposito bisogna assignare vn'altra specie di numeri, i quali si chiamano numeri congrui, senza la cui notitia saria impossibile di poter risoluere assai casi, ouer questioni simili proposte. I quali numeri congrui hanno certamente vn certo ordine natural tra loro, dal quale regolatamente si creano, & di loro si assegna il primo, secondo, terzo, quarto, quinto, come che nel nostro processo intenderai, & a ciascun numero congruo, corrisponde vn suo proprio congruente, il quale è detto esser di quel numero congruo. Et cosi quel numero congruo è detto esser il cõgruo di quel tal congruente, come nel nostro processo intenderai, & chiamasi congrui, cioè atti, ouer cõmodi a dare, & riceuere vn'altro numero, qual è detto congruente, qual gionto al cõgruo la summa sara quadrata, & tratto del congruo il rimanente anchor sara quadrato. Et pero bisogna notare, che ogni numero congruo gli risponde vn congruente, & questi tali congruenti la maggior parte delle volte non sono quadrati, ma li congrui la maggior parte delle volte sono quadrati, & hanno il loro processo in infinito, si come hanno gli altri ordini naturali di numeri, di quali il primo numero congruente diciamo, che sia 24. & il numero quadrato congruo a quel corrispondente è 25. il secondo numero è 120. il suo proprio numero quadrato congruo è 169. Il terzo numero congruente è 336. & il suo numero quadrato congruo è 625. Il quarto numero congruente è 720. & il suo numero quadrato congruo è 1681. Il quinto numero congruente è 1320. & il suo corrispondente quadrato cõgruo è 3721. & cosi discorrendo.

Dell'origine, ouer creatione di numeri congruenti secondo l'intention di Leonardo Pisano (come testifica fra Luca) & similmente li loro numeri quadrati congrui.

22 Li sopradetti numeri congruenti si creano, ouer che si formano da questo regolato ordine, cioe il primo vien formato da 1. & da 2. il secondo da 2. & da 3. il terzo da 3. & da 4. il quarto da 4. & da 5. il quinto da 5. & da 6. il sesto da 6. & da 7. il settimo da 7. & da 8. l'ottauo da 8. & da 9. il nono da 9. & da 10. il decimo da 10. & da 11. Similmente li loro quadrati nascono dalli medesimi numeri. Essempi gratia per trouar il primo aggiongi insieme quel 1. & 2. fa 3. & questa summa sempre si radoppia, & fa 6. qual salua, & poi si multiplica li detti numeri vno fia l'altro, cioe 1. fia 2. fa 2. & questa multiplicatione si multiplica fia quel doppiato, che serbasti, cioe fia 6. & fara 12. & questa vltima multiplicatione per sempre si radoppia, & fara 24. & questo sara il nostro primo congruente, poi per trouar il suo quadrato congruo si procede in questo modo, prima si quadrano li detti duoi numeri, che hanno dato il detto congruente, ciascun per se, & poi quelli duoi quadrati si summano insieme, & quella summa, che faranno anchora si quadra, & quello che nascera di questa vltima quadratura sara il numero quadrato congruo di quel tal numero congruente. Essempi gratia per il primo, cioe 1. & 2. dico che prima quadri 1. fa pur 1. & quadra 2. fa 4. quali dico che summati insieme fanno 5. & questa summa quadra, dicendo 5. fia 5. fa 25. qual dico essere lo numero quadrato congruo primo del sopradetto primo congruente, poi per il secondo qual (come di sopra è stato detto) si forma dal 2. & dal 3. secondo il medesimo modo, cioe summa insieme 2. & 3. fanno 5. qual (come dissi) sempre doppia fa 10. qual salua. Poi multiplica 2. fia 3. fa 6. & questo 6. multiplica fia quel doppiato, che saluasti, cioe dirai 6. fia 10. fa 60. qual dico che sempre radoppij fara 120. & questo sara il secondo

numero congruente. Poi per trouare il suo quadrato cōgruo a lui corrispondente, quadra ogn'un di detti numeri, cioe 2. & 3. dicendo 2. fia 2. fa 4. & 3. fia 3. fa 9. quali summali pur sempre insieme fara 13. & questa summa sempre quadra, dicendo 13. fia 13. fa 169. & questo sara il numero quadrato congruo del secondo numero congruente, cioe di 120. onde gionto 120. con 169. fa 289. qual è quadrato, & la sua radice è 17. anchora cauato 120. da 169. restara 49. che similmente è quadrato, la cui radice è 7. Et se vorrai trouare il terzo prendi 3. & 4. & procedi per il medesimo modo, cioe summa 3. & 4. fa 7. qual doppia fa 14. poi multiplica 3. fia 4. fa 12. & questo multiplica fia quel doppiato, cioe fia 14. fara 168. qual anchor radoppia fara 336. & questo dico essere il terzo numero cōgruente. Poi per trouar il suo quadrato congruo, quadra 3. fa 9. quadra 4. fa 16. summali insieme fanno 25. hor quadra questo 25. fara 625. per il suo numero quadrato congruo. Onde 625. agiontoli 336. fara 961. che è numero quadrato, la cui radice è 31. & se di 625. ne cauarai 336. restara 289. che medesimamente è numero quadrato, la cui radice è 17. & cosi volendo trouar il quarto numero congruente, pigliarai 4. & 5. & summali insieme farianno 9. qual doppiali fara 18. qual salua, poi multiplica 4. fia 5. fa 20. qual multiplica fia quel doppiato, che saluasti, cioe fia 18. fara 360. qual anchora doppia fara 720. & questo sara il quarto numero congruente. Poi per trouar il suo quadrato congruo, quadra 4. & 5. hauerai 16. & 25. aggiongeli insieme, faranno 41. & questo quadra fara 1681. & questo sara il suo numero quadrato congruo, onde se di 1681. ne cauarai 720. restara 961. ch'è numero quadrato, la cui radice è 31. & se al detto 1681. aggiongirai 720. fara 2401. che è pur anchora numero quadrato, la cui radice è 49. Et se vorrai trouar il quinto numero congruente, pigliarai 5. & 6. quali summarai insieme (secondo il solito) fara 11. doppialo fa 22. qual salua. Poi multiplica li duoi numeri l'uno fia l'altro, cioe 5. fia 6. fa 30. poi questo multiplica fia quel doppiato di 22. che saluasti, dicendo 30. fia 22. fara 660. qual anchora radoppia fara 1320. & questo sara il quinto numero congruente, poi per trouar il suo quadrato congruo, quadra li detti duoi numeri, che prendesti, cioe 5. & 6. hauerai 25. & 36. quali gionti insieme faranno 61. & questo anchora quadra, dicendo 61. fia 61. fara 3721. & questo sara il suo numero quadrato congruo. Onde se da 3721. ne cauarai 1320. restara 2401. qual è numero quadrato, la cui radice è 49. Et se a 3721. vi se gli aggiongera 1320. fara 5041. che è numero quadrato, la cui radice è 71. e pero seguita il proposito. Et con tal ordine poi trouar il sesto, settimo, ottauo, nono, decimo, & cosi procedendo in infinito. Auertendo che sempre quando si dice, questo è numero congruo sempre si debbe intendere, che egli è vn numero quadrato di tal natura, che è atto a dare, & a riceuere vno medesimo numero, che sara, & restara anchora numero quadrato. Ma quando si dira, questo numero non è congruo, si debbe intendere, che tal numero è quadrato, ma di tal natura, che non è atto a dare, & a riceuere vn medesimo numero, ch'el facia, & resti quadrato, vero è che a far tal giudicio. Dice il detto fra Luca per autorita del detto Leonardo Pisano, che bisogna hauer sal in zucca per esser materia difficilissima. Perche dice che molte volte ne sara proposto vn numero, & faremo adimandati sel si potra trouar vn quadrato, che tratone il detto numero resti quadrato, & giontoui il detto numero faccia anchor quadrato, la qual risposta a darla dice esser difficilissima, si come che la esperienza praticando mostrara. Delliquali casi qui di sotto consequentemente se ne dara alcuni, accio per quelli similmente ne gli altri si habbia a reggere, & che anche meglio si habbia a prendere le regole date, lequali non sono state date solamente per quelli, che per se si trouano con le dette regole date, ma per adoperarle a quelli, che a noi faranno dubbiosi. E pero dice che bisogna notare in soluere le dimande, che ne fussero proposte, che gionta, & tratta vna medesima quantita resti, & faccia quadrato. Et volendo anchora che tu troui il numero che sia quadrato. Dice che si conuerra far in questo modo, cioe andar cercando a tastoni per li numeri congruenti, & veder se ne troui alcuno, che partito per la quantita, che tu vuoi aggiongere, & cauare, ne venga numero quadrato. Et per questo dice, che egli è necessario a formarsi ben assai di detti congruenti, & andar sperimentandoli a vno a vno partendoli per detta quantita sin che se ne troui vno, delqual partimento ne venghi numero quadrato, cioe che habbia radice discreta, & che quando si hauera trouato, che si douera prendere il numero quadrato congruo di quel tal numero congruente, che partito per la quantita ne fece venire numero quadrato, & quel partirlo per questo auenimento quadrato, & quel che venira sara il numero quadrato adimandato, che giontoci, & tratone la detta quantita sara, & restara quadrato. Et circa cio da questo essempio.

55 TRouami vn numero quadrato, che giontoci 6. faccia quadrato, & tratone 6. resti quadrato. Et per soluer questo, & altri simili vuol che siano disposti piu numeri cōgruenti, & quanti piu sono tanto è meglio, & che si vada sperimentando (cominciando dal primo) se ve ne fia alcuno, che partendolo per il detto 6. ne venghi numero quadrato, onde sapendo che'l 24. è il primo congruente

gruente, che partito per il detto 6. ne vien 4. che è numero quadrato, & così vuol che si toglia quel numero quadrato congruo di quel tal congruente (che per le regole date si sa esser 25) & partirlo per quel 4. & ne veniria $6\frac{1}{4}$, & questo $6\frac{1}{4}$ sarà lo ricercato numero, qual è quadrato, & la sua radice sarà $2\frac{1}{2}$, alqual $6\frac{1}{4}$ giontoui 6. farà $12\frac{1}{4}$, che sarà pur quadrato, & la sua radice saria $3\frac{1}{2}$, & cauandone 6. del detto $6\frac{1}{4}$, restaria $\frac{1}{4}$, che saria pur quadrato, & la sua radice saria $\frac{1}{2}$, & così vuol, che in questo modo si habbia a reggere nelle simili. Et quantunque tai regole da andar cercando a tastoni non siano molte apprezzate dalli puri mathematici, ma solamente dalli puri naturali, nondimeno per esser materie assai ingeniose, & trouate da vn si famoso huomo, come manifesta le cose sue, anchor che disordinatamente siano state notificate dal detto fra Luca nell'opera sua, ne poneremo consequentemente alcune altre, secondo, che dal detto fra Luca sono state in varij luoghi, fuora di proposito disordinatamente registrate.

24 TRouami vn numero quadrato, che giontoui 30. la summa similmente sia quadrata, & trattone 30. anchor il rimanente sia numero quadrato.

Questa farai, come è detto nella precedente, cioe cerca fra li numeri congruenti, tanto che ne troui vno, che partito per 30. ne venga numero quadrato, & trouarai che sarà il secondo numero congruente, cioe 120. che partito per 30. ne veniria 4. che è numero quadrato, fatto questo troua il numero quadrato congruo di questo numero congruente, che sarà 169. hor parti questo 169. per quel 4. (che prima ti viene) ne veniria $42\frac{1}{4}$, & questo sarà lo adimandato numero quadrato, che la sua radice sarà $6\frac{1}{2}$, alqual $42\frac{1}{4}$, giontoui 30 farà $72\frac{1}{4}$, che sarà anchora quadrato, che la sua radice sarà $8\frac{1}{2}$, cauandone anchora 30. restarà $12\frac{1}{4}$, che anchora sarà quadrato, & la sua radice saria $3\frac{1}{2}$, & così per te stesso proseguirai nelle simili. Ma se cercando nelli numeri congruenti non potessi trouare vn numero congruente, che partito (come è detto) per la quantità, che si debbe aggiongere, & cauare, non ne venisse numero quadrato, la detta dimanda si conuerrebbe soluere per altre, che per le dette regole, perche le date regole, dice che sono fondatissima esperienza a questo proportionate, come appare a chi con diligentia le considera.

V n'altra piu larga regola del sopradetto Lunardo Pisano per trouar li sopradetti numeri congrui, & congruenti è stata posta, ouer registrata dal detto fra Luca, per sin doue che tratta del modo del trouar le radici quadre, & cube per via geometrica a carte 46. luogo molto separato dalla sopradetta regola, & molto disconueniente, ouero disproportionato a tal materia, laqual regola dice precisamente in questo modo.

25 SE vuoi trouar numeri congrui, fa così, poni duoi numeri a caso interi, come tu vuoi, che non da nota alcuna, hor diciamo che'l primo numero sia 3. & il secondo 8. quadra l'uno, & l'altro, il primo fa 9 il secondo 64, aggiongeli insieme fanno 73. qual quadra farà 5329. & questo sia il numero congruo, hor per trouar lo congruente di detto numero, radoppia il primo, & secondo numero, cioe 3. & 8 faranno 6. & 16. hor multiplica 6. fia 16. farà 96. & questo serba, hor aggiongi insieme il detto primo, & secondo numero, cioe 3. & 8. faranno 11. & questo multiplicato fia quel 96. che serbasti farà 5280. & tanto è il suo congruente, & è fatta, cioe che'l numero congruo fia 5329. & il suo congruente sia 5280. Et se tu la vuoi prouare, fa così aggiongi insieme il numero congruo con il suo congruente, cioe 5329. co 5280. farà 10609. ilqual è numero quadrato, hor per l'opposito tra 5280. di 5329. restarà 49. che similmente è numero quadrato, si che vuoi trare, o vuoi aggiongere, sempre faranno numero quadrato, come di sopra ti mostro, & di questi numeri congrui ne puoi trouar quanti tu vuoi.

T auola di piu numeri congrui, cioe numeri quadrati disposti a riceuere, & dare altri numeri communi detti numeri congruenti rimaneranno tuttauia quadrati, & gionti alli loro congruenti, sempre faranno numero quadrato, come vedi qui di sotto nella figura ordinatamente disposti, per liquali potrai in infinito procedere. &c

Il primo numero congruo è 25. che riceue, e dona.	24	Quarto 225. che riceue, e dona.	216
Secondo 100. che riceue, e dona.	96	Quinto 289. che riceue, e dona. —	240
Terzo 169. che riceue, e dona.	120	Sesto 400. che riceue, e dona —	384
		Settimo 625. che riceue, e do. 336. e così	600

Ottauo 676.che riceue, e dona.	480	26.4624.che riceue, e dona.	3840
Nono 841.che riceue, e dona.	840	27.4900.che riceue, e dona.	4704
Decimo 900.che riceue, e dona.	864	28.5329.che riceue, e dona.	5280
11.1156.che riceue, e dona.	960	29.5476.che riceue, e dona.	3360
12.1225.che riceue, e dona.	1176	30.5625.che riceue, e dona.	5544
13.1444.che riceue, e dona.	1080	& cosi	5400
14.1600.che riceue, e dona.	1536	31.6084.che riceue, e dona.	4320
15.1681.che riceue, e dona.	720	32.6400.che riceue, e dona.	6144
16.2025.che riceue, e dona.	1944	33.6724.che riceue, e dona.	1880
17.2500.che riceue, e dona.	1344	34.7225.che riceue, e dona piu numeri 2184. & 5544. & 600. e 6936.	
& cosi riceue, e dona.	2400	35.7569.che riceue, e dona.	7560
18.2601.che riceue, e dona.	2160	36.7921.che riceue, e dona.	6240
19.2704.che riceue, e dona.	1920	37.8100.che riceue, e dona.	7776
20.2809.che riceue, e dona.	2520	38.8464.che riceue, e dona.	5880
21.3025.che riceue, e dona.	2904	39.9025.che riceue, e dona.	1824
22.3364.che riceue, e dona.	3360	40.9409.che riceue, e dona.	9360
23.3600.che riceue, e dona.	3456	41.10000.che riceue, e dona.	5376. e 9600
24.3721.che riceue, e dona.	1320	42.10201.che riceue, e dona.	10184
25.4225.che riceue, e dona piu numeri 2016. & 3000. & 1690.		43.11236.che riceue, e dona.	11616.

Di vn'altra regola data dal detto fra Luca insieme

con altre questioni occorse in tal materia.

26 TRouami vn numero quadrato, che tratone 7. rimanghi quadrato, & giontoci 7. anchora la summa sia quadrato. Dice il detto fra Luca, che a soluere questa per vn'altra via, che si die tener a mente 7. & 9. che fa 16. poi di 9 fia 9. fa 81. & 16 fia 16. fa 256. aggiongi insieme fa 337. qual multiplica in se fa 113569. poi dirai 9 fia 16. fa 144. & poi dirai 25 fia 144. fa 3600. questo multiplica per 4. fara 14400. poi parti 113569. per 14400. ne venira $7\frac{15169}{14400}$, & tanto dirai, che sia lo adimandato numero, come puoi prouare.

27 TRouami vn numero quadrato, che giontoui 5. faccia quadrato, & tratone 5. rimanghi quadrato, opera come sai trouarai, che lo adimandato numero sara $11\frac{97}{144}$, fanne proua, & restarai satisfatto.

28 TRouami vn numero, che giontoui 15. faccia quadrato, & tratone 15. rimanghi quadrato, farai per le vie sopra date, & trouarai che quel numero quadrato sara 30 [illegible], & cosi dico, che infiniti se ne potrebbono mettere, ma sempre a voler detto conuien che le troui, se non che conuerrai andar a tastoni, e pero a me non pare, che siano materie da tenerne molto conto, pur le ho voluto notare accio tu intendi il tutto.

29 TRouami vn numero quadrato, che tratone le tre sue radici resti quadrato, & giontouile tre sue radici anchor faccia quadrato.

A satisfare a simili dimande, sempre per regola generale tieni a mente vn numero congruente, & anche il suo quadrato congruo corrispondente, & tante radici, come il tema dice di aggiongere, & trare per tanto numero partirai prima lo numero congruente, che hauerai a mente, & poi per quello, che ne venira di detto partimento partirai il numero quadrato congruo corrispondente a quello tal congruente, che hauerai auanti, & poi quello vltimo auenimento quadrarai, cioe multiplicarai in se, & quello vltimo produtto sara lo adimandato numero. Et sempre sara quadrato, & gionto, & tratto dette sue radici anchora sara, & restara quadrato. Essempi gratia a far questa prendi vn numero congruente, qual ti pare, che non fa caso, hor sia che habbi preso il primo numero congruente, cioe 24. di questo anchora prenderai il suo numero quadrato congruo corrispondente, che per le regole date di sopra trouarai esser 25. hor dico che parti prima il numero congruente, che hai a mente, cioe 24. per tanto numero quanto che e le radici, che tu vuoi aggiongere, & cauare, che sai che'l tema dice tre radici, adonque parti 24. per 3. ne vien 8. poi parti il quadrato congruo, che hai a mente del congruente, che e 25. per questo 8. ne vien $3\frac{1}{8}$, & questo dicemo, che tu lo quadri, dicendo $3\frac{1}{8}$ fia $3\frac{1}{8}$ fara $9\frac{49}{64}$, & questo sara lo adimandato numero, & mai falla. Cosi se hauesse detto il tema gionte, & tratte le quattro sue radici allhora haresti partito 24. per 4. ne vien 6. per il qual 6. poi parti il quadrato congruo del congruente, cioe 25. ne vien $4\frac{1}{6}$, & questo multiplica fara $17\frac{13}{36}$, & di questo cauarai le tue quattro radici restara anchora quadrato, &

10, & giongendogli le sue quattro radici similmente sara quadrato, pero che la summa sara $34\frac{1}{36}$, qual è quadrato, & trattone le quattro sue radici restara $\frac{25}{36}$, anchor quadrato, la cui radice saria $\frac{5}{6}$, & cosi farai le simili, & nel medesimo ti haueria seruito se hauessi tolto, ouer tenuto a mente il secondo numero congruente con il suo quadrato congruo, cioe 120 e 169. che pur haressi partito detto congruente, cioe 120. per la quantita delle radici, cioe al primo caso di sopra per 3. ne vien 40. per il quale poi parti 169. ne vien $4\frac{9}{40}$, qual dico che quadri, multiplicandolo in se fa $17\frac{1361}{1600}$, che anchora facisfa il tema, benche non sia quel medesimo numero, che ti venne per il primo congruente, cioe per 24. che non fa caso, pur che noi satisfacciamo il tema. Si che infiniti se ne potrebbono dare, che satisfaria alla medesima dimanda, si come che infiniti possono esser congruenti per le date regole e lor quadrati congrui formati, & cosi seguiresti quando dicessi, o le 5. o le 6. o le 7. o le quante si volesse sue radici sempre veniria benissimo. Et simili casi sono molto varij da quelli di prima, perche in quelli si nominaua la quantita specificatamente, che si hauea da aggiongere, & cauare, e pero erano assai piu difficili. Questi parlano sordamente non facendo mentione piu di vna quantita, che dell'altra, ma solamente delle radici del medesimo numero, che si haueua da mouare, come si è visto. E pero è piu facile, perche portano seco la natura, & proportion delli numeri congruenti di loro quadrati congrui se ben si riguardara la operatione, & sue radici, & quadrati. Hor questi voglio che siano bastanti a simili casi, tu per te formarane quante vuoi.

Da notare.

50 Per intender la causa di alcune regole, che per risoluere alcune questioni, che sopra li numeri quadrati di sotto si dara. Bisogna notare oltra quello, che di numeri quadrati habbiamo detto, che fra loro hanno questo ordine naturale, che essendo ordinatamente assettati in questo modo 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. & cosi discorrendo in infinito si trouara, che ogni numero quadrato maggiore auanza il suo immediatamente menore nella summa delle radici di ambidui. Essempi gratia il 4. auanza la vnita in 3. il qual 3 dico esser la summa delle radici del detto 1. & del detto 4. lequal radici quella di 1. è 1. & quella di 4. è 2. che gionte insieme fanno 3. come è detto. Et similmente il 9. auanza il 4 in 5. il qual 5 dico esser le radici di 4. & di 9. insieme gionte, & perche la radice di 4. è 2. & la radice di 9. è 3 lequali insieme gionte fanno quel 5. come habbiamo detto. Similmente pigliando 16. & 9. tu vedi che 16 auanza 9. di 7. & la radice di 9 è 3. & quella di 16 è 4. che gionte insieme fanno pur 7. come è detto. Et per abbreuiar le parole tu vedi, che il 100 sopr'auanza lo 81. in 19. & la radice di 81 è 9. & la radice di 100 è 10. che gionte insieme fanno il detto 19. come è detto, il medesimo trouarai seguir in tutti gli altri, pur che siano ordinatamente tolti senza scaualcare l'ordine suo naturale.

Anchora nota, che la summa delle dette due radici di detti duoi quadrati è necessario esser numero disparo, come da te medesimo te ne potrai certificare. E pero seguita che la differentia di duoi numeri quadrati ordinatamente tolti sia sempre vn numero disparo.

51 Trouami vn numero, che giontoui 8. faccia numero quadrato, & trattone 7. resti pur numero quadrato. In questa tu vedi, che la summa di quel 8. che si vuol aggiongere con quel 7. che si vuol cauare fa 15. ch'è numero disparo, e pero la differentia delli duoi numeri quadrati, che si vuol formar con lo aggiongere di quel 8. & cauar di quel 7. vien a esser 15. & questa tal differentia (per le ragioni dette nella precedente) vien a esser la summa delle radici di detti duoi numeri quadrati, & le dette due radici quella del maggiore di detti duoi numeri quadrati è sempre 1. piu di quella del menore, adonque cauando 1. dal detto 15. resta 14. & la mita di 14. che sara 7. sara la radice del menor numero quadrato, adonque il detto menor quadrato sara 49. & se vorrai il maggiore aggiongi 1. al 15 sara 16. & la mita di 16. che è 8. sara la radice del detto maggior quadrato, e pero tal maggior quadrato sara 64. con laqual notitia, facil cosa è a retrouar il ricercato numero, perche se del maggiore, cioe da 64. ne cauaremo quel 8. che si propone di aggiongere, restara 56. per lo ricercato numero, ouer aramente al menor quadrato, cioe a quel 49. gli aggiongeremo quel 7. che si propone da cauare, sara medesimamente quel medesimo 56. e pero risponderai il detto ricercato numero esser 56.

Anchora nota che la sopradetta operatione non vuol dir altro, che vn far del sopradetto 15 due parti senza rompere la vnita, delle quali la maggior parte sara 8. & l'altra 7. & cosi 8 saria la radice del maggior numero quadrato, & quel 7. sara la radice del menore, come per l'altro modo fu anchor detto, e pero auertirai nelle simili.

52 Trouami vn numero, che giontoui 8. faccia numero quadrato, & trattone 4. resti anchora numero quadrato.

In questa tu vedi, che la summa di quel 8. che si vuol aggiongere con quell'altro 8. che si vuol cauare fa 16. il qual 16 vien a esser la differentia di quelli duoi numeri quadrati, che si ha da formar con lo aggiongere, & con lo sottrar di quel 8. & perche il detto 16 è numero paro, siamo certi li detti duoi numeri quadrati non esser delli ordinatamente disposti, e però in questa, & nelle altre simili, che quello che si vuol aggiongere, & cauare è anchora numero paro, come che è in questa, che è 8. piglia la mita del detto 8. che è 4. & quadrala fa 16. al qual 16. aggiongi sempre 1. per regola la summa sara 17. & questo 17. sara il ricercato numero, che giontoui 8. fara 25. che è numero quadrato, & trattone 8. restara 9. che è pur numero quadrato, come si propone. Et cosi se la proposta questione hauesse detto, che giontoui 6. faccia numero quadrato, & trattone 6. resti numero quadrato, tu haueresti pur presa la mita di 6. che è 3. & lo haueresti quadrato, saria 9. al qual giontoui 1. per regola haueria fatto 10. & cosi 10. saria stato lo adimandato numero, che giontoui 6. faria 16. & trattone 6. restaria 4. che l'uno, & l'altro è numero quadrato, & con tal regola procederai in tutte le altre simili, che il numero, che si vuol aggiongere, & cauare sia numero paro. Et tutte queste sopra date due questioni s'intende per li numeri quadrati simplici, cioè senza interpositione di rotti, ma concedendo di poter dar la conclusione in numeri rotti, per altre vie si poria concludere il nostro proposito.

33 TRouami vn numero, che giontoui 7. faccia quadrato, & trattone 4. resti anchora quadrato.

Se ben consideri questa questione trouarai, che la non vuol dir altro, che trouar duoi numeri quadrati, che la loro differentia sia 11 (cioè la summa di quel 7. che si vuol aggiongere con quel 4. che si vuol cauare) e perche tal differentia è numero disparo (per esser 11) però tal 11 venira a esser la summa delle radici di detti duoi numeri quadrati, onde facendo del detto 11. due parti senza romper la vnita (come fu detto sopra al 29) l'una sara 6. & l'altra 5. & cosi il maggior numero quadrato sara 36. & il menore 25. che la loro differentia sara 11 (come è detto) Onde per ritrouar lo adimandato numero, caua di 36. quel 7. che si vuol aggiongere, & restara 29 per lo adimandato numero, ouero aggiongi a 25. quel 4. che si propone di cauar fara medesimamente 29. per lo detto ricercato numero fanne proua, che la trouarai, come è detto.

34 TRouami vn numero, che giontoui 7. faccia numero quadrato, & trattone 7. resti anchora quadrato.

In questa tu vedi, che si ricerca di trouar 2 numeri quadrati, che la loro differentia sia 14 (cioè la summa di quel 7. che si propone di aggiongere con quell'altro, che si vuol cauar) & perche il detto 14 è numero paro, & la mita di quello è disparo, laqual sua prima qualita ne dinota li detti duoi quadrati non esser delli ordinatamente alternati, l'altra seconda qualita, cioè che la mita del detto 14 (qual è 7) è numero disparo ne annontia vn'altra dubbiosa difficulta, cioè se egli è possibile, ouer non, di poter essequire tal questione in numeri simplici, cioè senza rotti, ma perche a voler far conoscer questo con dimostratione, cioè s'egli è possibile, ouer non possibile vi andaria da ragionar assai, tal che al puro pratico gli veneria forsi in fastidio. Ma nõ essendo astretto a dar tal resolutione nelli detti numeri simplici, a risolverla sara cosa facile. Onde per risoluere questa, & ogni altra simile, piglia la mita di quel 7. che si propone di voler aggiongere, & cauare, ouer rationalmente piglia il quarto de 14 (cioè della lor summa) che per l'uno, & l'altro modo te ne venira $3\frac{1}{2}$, quadra questo $3\frac{1}{2}$ fara $12\frac{1}{4}$, & a questo $12\frac{1}{4}$ sempre aggiongi 1. per regola fara $13\frac{1}{4}$, & tanto sara il ricercato numero, al qual $13\frac{1}{4}$ giontoui 7 fara $20\frac{1}{4}$, che è numero quadrato, la cui R è $4\frac{1}{2}$, & tratto dal detto $13\frac{1}{4}$ pur 7. restara $6\frac{1}{4}$, che è pur numero quadrato, la cui R è $2\frac{1}{2}$, come si propone.

35 TRouami vn numero, che giontoui 4. faccia (largo modo) numero quadrato, & trattone 10. resti anchor quadrato.

In questa procederai per il secondo modo della precedente, cioè tu vedi, che in questa medesimamente non si ricerca altro, che di voler trouare (largo modo) duoi numeri quadrati, che la loro differentia sia 14 (cioè la summa di quel 4. & 10.) e però per trouarli piglia il quarto di 14. che è pur $3\frac{1}{2}$, quadralo fara pur $12\frac{1}{4}$, come nella passata, aggiongegli 1. per regola fara $13\frac{1}{4}$, & tanto faria il detto numero, quando che si fusse proposto di voler aggiongerui 7. & di cauarne 7. come nella passata, & li detti duoi numeri quadrati fariano quelli medesimi detti nella precedente, cioè il maggiore saria $20\frac{1}{4}$, & il menor saria $6\frac{1}{4}$, ma perche la questione non dice di voler aggiongere 7. ne di cauar 7. anzi dice di aggiongere 4. & di cauar 10. e però bisogna cauar quel 4. che si vuol aggiongere da quel $20\frac{1}{4}$ (maggior numero quadrato) & restara $16\frac{1}{4}$ per lo ricercato numero, ouero aggiongere quel 10. che si vuol cauare a quel $6\frac{1}{4}$ (menor numero quadrato) & fara medesimamente il detto $16\frac{1}{4}$ per il detto ricercato numero, alqual giontoui quel 4. che si propone, fara

quel

quel $10\frac{4}{5}$, & trattone quel 10. che si propone restara $6\frac{4}{5}$, che l'uno, & l'altro è numero quadrato (largo modo) come si propone, & con tal ordine procederai nelle simili.

36 TRouami (largo modo) duoi numeri, che la summa di loro quadrati facciano 100. ma che non siano 6. & 8. & per esser meglio inteso tu sai, che il quadrato di 6. è 36. & il quadrato di 8 è 64. & questi duoi quadrati gionti insieme fanno a ponto 100. hor dimando che mi sia trouato duoi altri numeri diuersi dalli detti 6. e 8. che il loro quadrati gionti insieme facciano pur precisamente 100.

Per risoluere questa questione, & altre simili, troua duoi altri numeri (per qual si voglia delle regole date) o siano sani, o rotti, ouer sani, & rotti, che la summa delli loro quadrati faccia (largo modo) numero quadrato. Hor poniamo che li duoi trouati siano 5. & 12. che li loro quadrati sono 25. & 144. che gionti insieme fanno 169. che è pur numero quadrato, ma tu vorresti, che tal numero quadrato fusse 100. E pero per la regola del 3. dirai, se 169 vien da 25. & da 144. da chi venira 100. opera che trouarai, che venira da $14\frac{134}{169}$, & da $85\frac{35}{169}$, & questi sono li quadrati di detti duoi numeri, che si adimanda, liquali duoi quadrati tu vedi, che summandoli insieme fanno precisamente 100. come si ricerca, & anchora l'uno, & l'altro di detti duoi numeri (cioe $14\frac{134}{169}$, & $85\frac{35}{169}$) è numero quadrato (largamente parlando) perche se ben gli essaminarai, trouarai la radice di $14\frac{134}{169}$ essere $3\frac{11}{13}$, & quella di $85\frac{35}{169}$ essere $9\frac{3}{13}$, e pero la sta secondo il proposito.

Da notare circa alle simili questioni.

37 VA bisogna saper, che alle simili questioni vi si puo dar infinite risposte, la causa è che si puo trouar 2 numeri in infinite specie di proportioni, che la summa di loro quadrati sia (largo modo) numero quadrato, e pero secondo la varieta delle proportioni di quelli si trouara variar la conclusione. Essempi gratia se in luogo di quelli detti 5. & 12. noi poneremo 8. & 15. il quadrato di 8 è 64. & il quadrato di 15 è 225. i quali duoi quadrati gionti insieme fanno 289. che è pur numero quadrato, & cosi procedendo per il medesimo ordine, che fu fatto di sopra dicendo, se 289 vien da 64. & da 225. da chi venira 100. opera che trouarai, che venira da $22\frac{42}{289}$, & da $77\frac{247}{289}$, e cosi le radici di questi duoi quadrati (se quali l'una sara $4\frac{12}{17}$, & l'altra sara $8\frac{14}{17}$) saranno gli adimandati numeri, cioe che la summa delli loro quadrati faranno 100. & nondimeno sono molto differenti, non solamente dal 6. & 8. ma anchora da quelli $3\frac{11}{13}$, & $9\frac{3}{13}$ trouati per quell'altra specie di proportione, & cosi anchora molti altri differenti da quelli, & da quelli se ne poria trouare, & di cio te ho voluto auertire.

Come si creano, ouer formino li numeri perfetti.

38 EVclide nella ultima propositione del suo nono libro per dimostrarne speculatiuamente, come si formino, ouer come si trouino li numeri perfetti dice queste parole.

Quando saranno assettati numeri dalla unita continuamente doppij, che congionti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo di quelli nel detto aggregato, produce numero perfetto. Et quantunque il detto Euclide dimostri speculatiuamente tal propositione, nondimeno per satisfare a quelli, che della speculatiua non hanno cognitione, quiui intendo di dichiarare, & essemplificare con numeri tal propositione. Per trouar adonque ordinatamente quanti numeri perfetti si voglia per la detta regola data da Euclide, assettaremo quelli numeri vorremo dalla unita continuamente doppij, & si come che di mano in mano gli andiamo formando, cosi di mano in mano li dobbiamo andar summando, & veder se tal summa sia numero primo, & essendo numero primo, allhora dobbiamo multiplicare tal summa nel ultimo di quelli numeri gia summati, & quel tal produtto sara il primo numero perfetto. Ma se la detta summa non fusse numero primo, ma composito, allhora dobbiamo proceder piu oltra, cioe summar l'altro sequente numero doppio, & fatto questo di nuouo consideraremo se tal summa sia numero primo, ouer non, essendo primo, faremo, come è detto, cioe lo multiplicaremo sia quel ultimo numero summato, & tal produtto sara il secondo numero perfetto, & con tal ordine andar procedendo, & negociando si ritrouara il terzo numero perfetto, & dapoi il quarto, & il quinto, & il sesto, & cosi si poria proceder in infinito. Et accio meglio m'intendi per trouar il primo numero perfetto assettaremo la unita, & consequente a quella il 2. & li summaremo insieme, & fanno 3. & perche il detto 3 è numero primo (per la diffinitione) lo multiplicaremo per quel 2. fara 6. per il primo di numeri perfetti, poi per trouar il secondo andaremo continuando l'ordine della nostra dupplatione, ponendoui consequentemente 4. & questi summandoli insieme faranno 7. il qual 7. per esser

l'ordine di numeri dalla unita continuamente doppij		summe di doppij	numeri perfetti
1			
2	primo	3	6
4	primo	7	28
8	composito	15.	
16	primo	31.	496
32	composito	63.	
64	primo	127.	8128

numero primo (per la diffinitione) lo multiplicaremo per quel 4 (vltimo duplato) farà 28 per il secondo numero perfetto, poi per trouar il terzo consequentemente a quel 4 poneremo l'altro doppiato, cioe 8. & li summaremo pur tutti insieme, & faranno 15. & perche questo 15 non è numero primo, anzi è numero composito, e però passaremo piu oltra trouando, ouer ponendo l'altro doppiato, qual è 16. & staranno in questo modo 1. 2. 4. 8. 16. & questi summandoli insieme fanno 31. il qual 31. per esser numero primo lo multiplicaremo fia quel 16 (vltimo doppiato) farà 496. per il terzo numero perfetto, poi per trouar il quarto numero perfetto, poneremo l'altro consequente doppiato, cioe 32. & staranno poi in questo modo 1.2.4.8.16.32. & questi summaremo pur insieme, & trouaremo, che faranno in summa 63. il qual 63. non è numero primo, anzi è composito, & li suoi componenti sono 21. & 3. e però passaremo piu oltra ponendo l'altro doppiato, qual è 64. & staranno poi in questo modo 1.2.4.8.16.32.64. & questi li summaremo insieme, & trouaremo, che in summa faranno 127. il qual 127. se ben lo essaminarai lo trouarai esser numero primo, e però lo multiplicaremo fia quel 64 (vltimo doppiato) & trouaremo, che farà 8128. per il quarto numero perfetto, & se con tal ordine andarai procedendo, & con diligentia essaminando trouarai il quinto numero perfetto esser 130816. & il sesto esser 2096128. & il settimo esser 33550336. & l'ottauo esser 536854528. & il nono esser 8589869056. & il decimo esser 137438691328. et l'vndecimo esser 2199022206976. & il duodecimo esser 35184367894528. et il decimoterzo esser 562949936644096. & il decimoquarto esser 9007199187632128. & il decimoquinto esser 144115187807420416. et il decimosesto esser 2305843008139952128. & il decimosettimo esser 36893488143124135936. & il decimo ottauo esser 590295810341525782528. & il decimonono esser 9444732965670570950656. & il vigesimo esser 151115727451828646838272. & cosi se ne poria trouare infiniti altri, & questo cosi longo procedere in trouar tanti numeri perfetti, per mostrarti di tre notabili qualita, ouero accidentali conditioni, che naturalmente si troua seguir in quelli, & nella inuentione di quelli.

La prima di dette notabili qualita è questa, che il primo di detti numeri perfetti termina in 6. & il secondo termina in 8. & il terzo di nouo termina pur in 6. & il quarto pur in 8. & vanno in tal modo prosequendo in infinito, come nelli sopra notati sensibilmente puoi vedere.

La seconda notabile qualita è nella regola data per trouar detti numeri perfetti, laquale è di tal conditione, che solamente le due prime summe di numeri duplati si trouano consequentemente far numero primo, cioe la summa di 1.2. che fa 3. & quella di 1.2.4. che fa 7. delliquali l'vno, & l'altra summa (come è detto) è numero primo, in tutte le altre summe, che ne gli altri sequenti duplati si andara facendo ordinariamente, l'vna summa ti dara vn numero composito, & l'altra, che seguitara ti dara vn numero primo, & l'altra che seguitara, ti dara vn numero composito, & l'altra, che seguitara ti dara vn numero primo, & con tal ordine andarai prosequendo in infinito, & accio meglio m'intendi dico, che l'altra summa, che va seguitando dietro a quelle dette di sopra, cioe la summa di questi 1.2.4.8. sara numero composito, & quella di questi 1.2.4.8.16. sara numero primo, & quella di questi 1.2.4.8.16.32. sara numero composito, & quella di questi 1.2.4.8.16.32.64. sara numero primo, & cosi con tal ordine andarai procedendo in infinito.

La terza notabile qualita è questa, che qual si voglia numero perfetto (dal primo in fuora) cioe dal 6 in fuora, partito per 9. sempre si trouara auanzar a ponto 1. e però seguita, che la proua di qual si voglia numero perfetto dal detto 6 in fuora (prouando per 9) esser sempre 1. Molte altre notabili qualita, ouero accidentali conditioni si poria assignare sopra li numeri perfetti, & sopra tutte le altre specie, & qualita di numeri, ma per esser tale particolarita piu presto per filosofanti, che per mathematici per il presente li lasciaremo da banda.

Come si ritrouano tutte le parti di numeri perfetti.

39 HAuendo mostrato come si trouano, & formano li numeri perfetti, conueniente cosa mi pare mostrar la regola di saper ritrouare tutte le sue parti, per potersi verificar se tali numeri sono equali a tutte le dette sue parti, come che per la sua diffinitione si afferma, ouer conclude. Per trouar adonque tutte le parti di vno proposto numero perfetto procederemo per il contrario della sua consueta duplicatione, il qual contrario è a partirlo per 2. & lo auenimento sara la sua mita, & di quella mita (essendo para) ne toremo per la mita, & tal auenimento sara la quarta parte di tal numero, & di quella quarta parte (essendo para) ne toremo per la mita, laqual mita venira a esser la ottaua parte del detto numero perfetto, et dapoi tal ottaua parte (essendo para) ne toremo per la mita, & cosi hauremo la sua sedicesima parte, & cosi essendo para, ne toremo per la mita, laqual sara la sua trigesimaseconda parte, & con tal ordine anda-

rai proseguendo per fin che troui vna mita, che sia dispara (cioe che tal mita sia vn numero dispa-ro) & quando sarai peruenuto a questo, cioe che tu non possi pigliar piu la mita, voltarai mano, & partirai il detto numero perfetto per ciascuna di quelle parti gia trouate, & per procedere per ordine, cominciarai a partire il detto numero perfetto per quella vltima parte dispara, & lo auenimento sara l'altra parte da quella nominata, quala assettarai sotto alle altre parti gia trouate, & fatto questo partirai pur il detto numero perfetto per quella penultima parte, che ti venne auanti la dispara, & tal auenimento sara l'altra parte da quella denominata, quala ponerai etiam vna sotto all'altra, & fatto questo partirai anchora il detto numero per quella parte, che fara appresso alla penultima, & lo auenimento sara l'altra parte di quella denominata, quala ponerai sotto alle altre, e cosi con tal ordine retrogradido andarai partendo il detto numero perfetto per quelle altre parti prima trouate di mano in mano per fino alla prima mita, che prima pigliasti, dallaqual partitione te ne venira 2. per l'altra parte denominata da tal prima mita, & partito che hauerai il detto numero perfetto per ciascuna delle dette prime parti per fino alla prima mita, bisognara finalmente partirlo anchora per lui medesimo, dalqual partimento te ne venira la vnita, laqual 1. e parte di ogni numero denominata da quello (come dice Euclide nella quarta concettione del settimo) & tal vnita ponerai sotto alle altre parti gia notate, lequali summandole poi tutte insieme, trouarai tal summa esser eguale al detto numero perfetto, come vuol il debito.

Primo essempio della sopra data regola, per trouare le parti di detti numeri perfetti.

40 MA perche dir si suole, che l'huomo meglio intende con gli essempi, che con le parole. Et per tanto per esser meglio inteso pongo, che vogliamo trouare tutte le parti del terzo numero perfetto, qual è 496. tu assettarai il detto 496. & sotto di quello tirarai vna linea, come che in margine vedi, & fatto questo pigliarai la mita del detto 496. che trouarai esser 248. & quella notarai sotto a quella linea, fatto questo pigliarai la mita del detto 248. che sara 124. & questa venira a esser il $\frac{1}{4}$ del detto numero perfetto, poi piglia la mita di quel 124. che sara 62. & questo 62. venira a esser la ottaua parte del detto numero perfetto, poi piglia anchora la mita di quel 62. che sara 31. il qual 31 venira a esser il $\frac{1}{16}$ del detto numero perfetto, hor perche questo 31 è numero dispare, delquale non si puo piu pigliar la mita, voltaremo mano, & partiremo il detto 496 per il detto 31. & ne venira 16. & questo 16 venira a esser parte del detto numero perfetto denominata dal detto 31. cioe per la $\frac{1}{31}$, fatto questo partirai anchor il detto 496. per 62. (cioe per la penultima delle prime parti) & te ne venira 8. il qual 8 sara pur parte del detto 496. denominata dal detto 62. cioe sara il $\frac{1}{62}$. poi partirai anchora il detto 496. per l'altra anciana parte, cioe per quel 124. & te ne venira 4. il qual 4 sara pur parte del detto 496. denominata dal detto 124. cioe sara la $\frac{1}{124}$. poi partirai il detto 496 per la prima mita tolta in principio, cioe per 248. & te ne venira 2. il qual 2. sara parte del detto 496. denominata dal detto 248. cioe sara la $\frac{1}{248}$. fatto questo partirai finalmente il detto 496 per se medesimo, cioe per 496. & te ne venira 1. il qual 1. vien a esser parte del detto 496. denominata dal medesimo 496. cioe sara il $\frac{1}{496}$. & tutte queste parti ordinatamente assettate l'una sotto l'altra di mano in mano, come in margine vedi, & dapoi summate insieme si trouara, che faranno precisamente il medesimo 496. come si conuiene alli numeri perfetti.

Il terzo numero perfetto

	496
la $\frac{1}{2}$	248
il $\frac{1}{4}$	124
la $\frac{1}{8}$	62
il $\frac{1}{16}$	31 dispare
il $\frac{1}{31}$	16
il $\frac{1}{62}$	8
il $\frac{1}{124}$	4
il $\frac{1}{248}$	2
il $\frac{1}{496}$	1
summa	496

Secondo essempio circa alla sopra data regola per trouar le parti di detti numeri perfetti.

41 ET accio meglio si apprenda la sopra narrata regola ti ho notato in margine figuratamente il modo operatiuo vsato per trouar tutte le parti del duodecimo numero perfetto, il quale (come nella formatione di quelli fu detto) è 39184167894528. il qual modo operatiuo non dubito, che senza alcun mio aiuto da te medesimo lo intenderai per mezzo della regola narrata nella precedente per trouar tutte le parti del 496. cioe notar il detto 39184167894528. & tirarui sotto la solita linea, & dapoi pigliarne la mita, & quella notarla sotto alla detta linea, & dapoi pigliar la mita di quella mita, & dapoi pigliar la mita di quella seconda mita, & di quella terza mita pigliarne anchora la mita, & cosi di mano in mano andar pigliando la mita della anciana per fino a tanto, che si troui vna mita dispara (come di sopra fu anchor detto) che in questo caso trouarai tal mita dispara esser 2488607. come in margine vedi, & trouata tal dispara (dallaquale non si puo tuor la mita) bisogna voltar mano, cioe partir il detto numero

Secondo essempio
il duodecimo numero perfetto
35184367894528

17592183947264
8796091973632
4398045986816
2199022993408
1099511496704
549755748352
274877874176
137438937088
68719468544
34359734272
17179867136
8589933568
4294966784
2147483392
1073741696
536870848
268435424
134217712
67108856
33554428
16777214
8388607 dispare
4194304
2097152
1048576
524288
262144
131072
65536
32768
16384
8192
4096
2048
1024
512
256
128
64
32
16
8
4
2
1

35184367894528
summa

perfetto per ciascuna di queste parti fin hora trouate, come fu fatto nella precedente (cominciando prima da quella vltimamente trouata, cioe per quel 8388607. & trouarai che se ne venira 4194304. & questo sara per parte del detto numero perfetto denominata dal detto 8388607. & cosi partire anchora il detto numero perfetto per l'altra penultima parte, cioe per quella che è auanti alla dispara (quale saria 16777214) & trouarai che se ne venira 2097152. & questo auenimento sara parte del detto numero perfetto denominata da quell'altra partitor, & cosi procedendo, & partendo di mano in mano il detto numero perfetto per ciascuna di quelle anciane parti trouarai, che te ne venira tutte quelle altre, che si vede in margine discendere di sotto dalla parte dispara per fino al numero binario, cioe per fino al 2. onde peruenuto al 1 bisogna finalmente partire il detto numero perfetto per lui medesimo, & ne venira la vnita (cioe 1) laqual vnita venira pur a esser parte del detto numero perfetto denominata da lui medesimo, & cosi hauerai ordinatamente trouate tutte le parti del detto numero perfetto, lequal parti se le summarai trouarai, che faranno il detto numero perfetto, cioe il detto 35184367894528. come nel essempio appare, & se per caso non facessero precisamente quello, ouer che hauerai errato in trouar le dette parti, ouero in summar quelle, ouero che il proposto numero non sara perfetto, anzi sara numero abondante, ouer diminuto secondo che la detta summa di dette parti sara piu, ouer meno di tal numero proposto. Et non bisogna dubitar, che il detto numero perfetto possa hauer altre parti di quelle trouate per questo modo, ouer per questa regola, perche il detto Euclide nella detta vltima del nono speculatiuamente dimostra questo esser impossibile.

Da notare circa il trouar le seconde parti d'un numero perfetto.

NOta che quando si hauera trouata quella mita dispara, cioe quel 8388607. & che con quella si hauera partito il detto numero perfetto, & trouata quell'altra prima parte, che subsequentemente seguita, cioe quel 4194304. tutte le altre parti, che subsequentemente vanno seguitando si potranno trouar con somma breuita secondo l'ordine, che fu vsato in trouare le prime parti, cioe pigliar la mita di quel 4194304. che sara 2097152. & di questa mita pigliarne pur la mita, che sara 1048576. & di questa mita pigliarne pur la mita, che sara 524288. & cosi andar procedendo di mano in mano per fin che giongirai alla vnita, & trouata la vnita hauerai ordinatamente trouate tutte le dette parti del detto numero perfetto, lequal parti summate poi secondo il solito, trouarai che formaranno precisamente il detto numero perfetto, & questo modo, ouer regola è assai piu facile, & ispediente della precedente.

Il fine del decimo libro.

LIBRO DECIMO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO TARTAGLIA, nelqual si dimostra alcune regole generali dal detto autor ritrovate di saper trovare a qual si voglia specie di Binomio, over Residuo una quantita, che dutta, overo multiplicata fia quel tal Binomio, over residuo, produca quantita rationale, insieme con la regola di saper partire realmente una quantita per qual si voglia specie di binomio, over residuo, materia di non puoca speculatione. Cap. I.

1 Se ben ti aricordi nella decimasettima, & decimaottava del terzo capo del 7 libro fu con parole, & con essempi fatto manifesto quello, che specialissimamente dimostra Euclide nella 112. & 114. propositione del suo decimo libro, cioe che a multiplicare un binomio fia il suo residuo sempre produceva quantita rationale, anchor che sotto altro parlare lo esprima il detto autore, & che il medesimo faceva a multiplicare un binomio fia un residuo, che li nomi di quello binomio siano commensurabili alli nomi del residuo, & in una medesima proportione.

Anchor fu detto nella vigesimaterza del detto terzo capo del quinto libro, che tal particolarita non seguitava nelle altre specie di binomij, & residui, cioe cubi, censi di censi, primi relati, & altri, & che circa alle dette altre specie di binomij, & residui niente haveva parlato il detto Euclide. E per tanto havendo io trovato la regola generale da essequire tal effetto in ogni specie di binomio, over residuo, a comun beneficio te la voglio manifestar in questo luogo, ma accio si veda il mirabile ordine, che hanno le dette varie specie di binomij, & residui fra loro voglio replicar un'altra volta quello, che del binomio quadro, & residuo quadro, come priore di tutti gli altri è stato detto.

2 Volendo trovare una quantita, che dutta, over multiplicata fia un proposto binomio produca quantita rationale.

Trovarai simplicemente il residuo formato di medesimi nomi del detto binomio, & haverai l'intento tuo. Essempi gratia volendo trovar una quantita, che dutta (ponianmo) fia R 15 più 3. faccia quantita rationale, trova il suo residuo, qual sara R 15 men 3. qual multiplicandolo fia il detto R 15 più 3 trovarai che fara a ponto 6 che è rationale, & se tu pigliassi il doppio del detto R 15 men 3. che fara R 60 men 6. & multiplicarlo fia il detto binomio, cioe fia R 15 più 3. trovarai che il dara 12. cioe il doppio di quel 6. & cosi seguiria in ogni altra multiplicatione del detto residuo fia il detto binomio, cioe che sempre produria quantita rationale, ma variatamente secondo la medesima proportione della commensurabilita, che havera li nomi del detto residuo con li nomi del detto binomio.

a multiplicar	R 15 p̃ 3
per	R 15 m̃ 3
fa	6

a multiplicar	R 15 p̃ 3
per	R 60 m̃ 6
fa	12

3 Volendo trovar una quantita, che multiplicata fia un proposto residuo produca quantita rationale.

Procederai al contrario della precedente, cioe trovarai simplicemente il suo binomio, cioe il binomio formato di quelli medesimi nomi del detto residuo, & fara lo effetto ricercato. Essempi gratia volendo trovare una quantita, che dutta (ponianmo) fia R 20 men R 7. produca quantita rationale. Trova simplicemente il suo binomio, cioe formato di quelli medesimi nomi di tal residuo, qual sara R 20 più R 7. & questo multiplicato fia il detto residuo, cioe fia R 20 men R 7. trovarai che fara precisamente 13. che è quantita rationale, il medesimo seguiria multiplicando il detto residuo per qualunque altro binomio, pur che li nomi di tal binomio siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in una medesima proportione, cioe che produra quantita rationale, vero è che fara diversa da quel 13. secondo la qualita di tal sua proportione, come da te te ne potrai certificare.

a multiplicar	R 20 m̃ R 7
per	R 20 p̃ R 7
fa	13

4 Volendo trovar una quantita, che dutta in un proposto binomio cubo produca quantita rationale.

Trova tre termini continui proportionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto binomio cubo, & il termine di mezzo di detti tre termini signarai con il termine del meno, & tal trinomio cubo fara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trovare una quantita, che dutta (ponianmo) fia R cu. 6 più R cu. 4. produca quantita rationale.

Troua tre termini continui proportionali secondo la proportione, che è da ℞ cu. 6. a ℞ cu. 4. Onde procedendo secondo la regola data nella 25 del primo capo del settimo libro, trouarai quelli esser ℞ cu. 36. ℞ cu. 24. ℞ cu. 16. ma notarai il termine di mezzo con il termine del men, & gli altri duoi con il termine del piu, il che facendo li detti tre termini saranno in questa forma ℞ cu. 36 men ℞ cu. 24. piu ℞ cu. 16. & questo tal trinomio cubo sara la ricercata quantita, laqual multiplicandola fia il detto binomio cubo trouarai, che fara a ponto 10. che è rationale, & con tal regola procederai nelle altre simili.

a multiplicar ℞ cu. 36. men ℞ cu. 24. piu ℞ cu. 16
fia ℞ cu. 6 piu ℞ cu. 4

fa 10. a ponto

5 Volendo trouar una quantita, che datta in un proposito residuo cubo produca quantita rationale.

Troua si come nella precedente tre termini continui proportionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto residuo, & tali tre termini notarai tutti con il termine del piu, & tal trinomio cubo sara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouar una quantita, che datta (poniamo) fia ℞ cu. 6 men ℞ cu. 4. faccia quantita rationale.

a multiplicar ℞ cu. 36. p ℞ cu. 24. piu ℞ cu. 16
fia ℞ cu. 6. m ℞ cu. 4

fa 2. a ponto

Troua pur tre termini continui proportionali, secondo la proportione, che è da ℞ cu. 6. a ℞ cu. 4. si come nella precedente. Onde operando secondo la regola data nella 25 del primo capo del settimo libro, trouarai quella esser ℞ cu. 36. ℞ cu. 24. ℞ cu. 16. & tali tre termini notarai con il termine del piu in questo modo ℞ cu. 36 piu ℞ cu. 24. piu ℞ cu. 16. & questo tal trinomio cubo sara la ricercata quantita, laqual multiplicandola fia il detto residuo cubo trouarai, che fara a ponto 2. che è rationale.

6 Volendo trouar una quantita, che datta in un proposito binomio censo di censo (cioe di ℞ ℞) faccia quantita rationale.

Troua quattro quantita continue proportionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto binomio cen. cen. & la prima di dette 4 quantita notarai con il termine del piu, & la seconda con il termine del men, & la terza con il termine del piu, & la quarta, & ultima con il termine del men, et tal quadrinomio cē. cen. sara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouar una quantita, che datta (poniamo) fia ℞ ℞ 4 p ℞ ℞ 3. produca quantita rationale, Troua quattro termini, o vuoi dir quantita continue proportionali nella proportione, che è da ℞ ℞ 4. a ℞ ℞ 3. onde procedendo per la regola data nella 25 del primo capo del settimo libro, trouarai quelli esser ℞ ℞ 64. ℞ ℞ 48. ℞ ℞ 36. ℞ ℞ 27. delliquali alla seconda quantita porrai il termine del men, & alla terza il termine del piu, & alla quarta, & ultima il termine del men, il che secondo le dette quattro quantita saranno in questo modo ℞ ℞ 64. men ℞ ℞ 48. piu ℞ ℞ 36. men ℞ ℞ 27. & cosi questo quadrinomio cen. cen. sara la ricercata quantita, laqual multiplicandola fia il detto binomio cen. cen. trouarai che fara a ponto 1. che è quantita rationale, come si propone, & con tal regola procederai nelle simili, & nota quando che li nomi del proposito binomio l'uno fusse ℞ ℞, & l'altro ℞ simplice, over numero, sempre ridurai la ℞ simplice, overo il numero a cen. cen. per ridur li detti duoi nomi a una natura, poi seguirai secondo la regola data. Aricordandoti che il sopradetto binomio ℞ ℞ 4 piu ℞ ℞ 3. non vuol dir altro, che ℞ 2 piu ℞ ℞ 3. ma per ridurli a una natura habbiamo quadrato quella ℞ 2 simplice, che fa poi ℞ ℞ 4 piu ℞ ℞ 3. & questo noterai per tutte le altre specie di binomii, & residui.

a multiplicar ℞ ℞ 64. men ℞ ℞ 48. piu ℞ ℞ 36. men ℞ ℞ 27.
fia ℞ ℞ 4. piu ℞ ℞ 3.

fa precisamente 1.

7 Volendo anchora trouare una quantita, che multiplicata fia un residuo censo di censo, produca quantita rationale.

Troua pur (si come nella precedente) quattro quantita continue proportionali, secondo la proportione delli duoi nomi del detto residuo, et ciascuna di tai quattro quantita notarai con il termine del piu, & tal quadrinomio cen. cen. sara la ricercata quantita. Essempi

gratia

gratia volendo trouare vna quantita, che multiplicata, ouer ditta sia questo residuo cen. cen. ℞ ℞ 4 men ℞ ℞ 3. produca quantita rationale.

Troua pur quattro quantita, ouer termini continui proportionali secondo la proportione, che è da ℞ ℞ 4 a ℞ ℞ 3. Onde operando secondo la regola data nella vigesimaquinta del primo capo del settimo libro trouarai quelli esser, come nella precedente, cioe ℞ ℞ 64. ℞ ℞ 48. ℞ ℞ 36. ℞ ℞ 27. ma ciascuna di queste quattro quantita vuol esser notata con il termine del piu in questa forma ℞ ℞ 64. piu ℞ ℞ 48. piu ℞ ℞ 36. piu ℞ ℞ 27. Et cosi questo tal quadrinomio cen. cen. sara la ricercata quantita, laqual multiplicandola fia il detto residuo cen. cen. cioe fia ℞ ℞ 4 men ℞ ℞ 3. fara pur precisamente 1. si come fece anchora la precedente.

8 ANchora volendo trouare vna quantita, che ditta, ouer multiplicata fia vn proposto binomio primo relato, faccia quantita rationale.

Troua cinque termini, ouer quantita continue proportionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto binomio relato, & la prima di dette cinque quantita intenderai per piu, & la seconda notarai con il termine del meno, & la terza notarai con il termine del piu, & la quarta con il termine del meno, & la quinta, & vltima notarai con il termine del piu, & tal cinquenomio relato sara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouar vna quantita, che multiplicata, ouer ditta fia questo binomio relato, radice rel. 4 piu radice rel. 3. produca quantita rationale.

Troua cinque termini continui proportionali secondo la proportione, che è da ℞ rel. 4. a ℞ rel. 3. Onde operando per la regola data nella vigesimaquinta del primo capo del settimo libro, trouarai quelli esser ℞ rel. 256. ℞ rel. 192. ℞ rel. 144. ℞ rel. 108 ℞ rel. 81. Fatto questo signarai la seconda di dette cinque quantita con il termine del men, & la terza con il termine del piu, & la quarta con il termine del men, & la quinta, & vltima con il termine del piu, il che facendo starano in questo modo ℞ rel. 256. men ℞ rel. 192. piu ℞ rel. 144. men ℞ rel. 108. piu ℞ rel. 81. Et cosi questo cinquenomio relato sara la ricercata quantita, laqual multiplicandola fia il detto binomio relato, cioe fia ℞ rel. 4. piu ℞ rel. 3. trouarai, che sara precisamente 1. che è rationale.

a multiplicar	℞ rel. 256	men ℞ rel. 192.	piu ℞ rel. 144	men ℞ rel. 108.	piu ℞ rel. 81.	
per	—	—	—	—	—	℞ rel. 4. piu ℞ rel. 3.
fara			precisamente 1.			

9 VOlendo anchora ritrouare vna quantita, che ditta in vn proposto residuo relato, faccia quantita rationale.

Troua pur (si come nella precedente) cinque quantita continue proportionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto residuo, & ciascuna di dette cinque quantita signarai con il termine del piu, & tal quinomio relato sara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouare vna quantita, che ditta fia questo residuo relato ℞ rel. 7 men ℞ rel. 3. produchi quantita rationale.

Troua pur cinque quantita continue proportionali nella proportione, che è da ℞ rel. 7. a ℞ rel. 3. onde operando secondo la regola data nella vigesimaquinta del primo capo del settimo libro, trouarai quelli esser ℞ rel. 2401. ℞ rel. 1029. ℞ rel. 441. ℞ rel. 189. ℞ rel. 81. ma ciascuna di queste cinque quantita vuol esser notata con il termine del piu in questo modo ℞ rel. 2401. piu ℞ rel. 1029. piu ℞ rel. 441. piu ℞ rel. 189. piu ℞ rel. 81. & cosi questo quinomio relato sara la adimandata quantita, laqual multiplicata fia il detto ℞ rel. 7. men ℞ rel. 3. fara precisamente 4. che è rationale, come si ricerca, & con tal regola seguira in ogni altra specie di residuo relato.

a multiplicar	℞ rel. 2401.	piu ℞ rel. 1029.	piu ℞ rel. 441.	piu ℞ rel. 189.	piu ℞ rel. 81.	
per	—	—	—	—	—	℞ rel. 7. men ℞ rel. 3.
fa precisamente	—	—	—	—	4.	

10 VOlendo anchora trouar vna quantita, che ditta in vn binomio censo cubo, produchi quantita rationale.

Troua 6 quantita continue proportionali secondo la proportione di quelli duoi nomi del detto binomio censo cubo, & la prima di dette 6 quantita intenderai per piu, & la seconda notarai con il termine del men, & la terza con il termine del piu, & la quarta con il termine del men, & la quinta con il termine del piu, & la sesta, & vltima con il termine del men, & tal senomio censo cubo sara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouare vna quantita, che dutta in questo binomio censo cubo ℞ cen.cu. 5 piu ℞ cen.cu. 2. produca quantita rationale.

Troua 6 quantita continue proportionali, nella proportione, che è da ℞ cen.cu. 5 piu ℞ cen.cu. 2. onde operando secondo la regola data nella 25 del primo capo del settimo libro, trouarai quelle esser ℞ cen.cu. 3125. ℞ cen.cu. 1250. ℞ cen.cu. 500. ℞ cen.cu. 200. ℞ cen.cu. 80. ℞ cen.cu. 32. hora questo notarai la seconda quantita con il termine del men, & la terza con il termine del piu, & la quarta con il termine del men, & la quinta con il termine del piu, & la sesta, & vltima con il termine del men, il che facendo staranno in questo modo ℞ cen.cu. 3125 men ℞ cen.cu. 1250. piu ℞ cen.cu. 500. men ℞ cen.cu. 200 piu ℞ cen.cu. 80. men ℞ cen.cu. 32. & cosi questo senomio censo cubo sara la ricercata quantita, laqual multiplicata, ouer dutta sia il detto binomio censo cubo, cioe sia ℞ cen.cu. 5. piu ℞ cen.cu. 2. fara precisamente 3.

a multi. ℞ ce.cu. 3125. m̃ ℞ ce.cu. 1250. p̃ ℞ ce.cu. 500. m̃ ℞ ce.cu. 200. p̃ ℞ ce.cu. 80. m̃ ℞ ce.cu. 32
per — — — — — — ℞ ce.cu. 5. p̃ ℞ ce.cu. 2

fara precisamente — — — 3.

21 Volendo anchora trouar vna quantita, che dutta in vn residuo censo cubo, produca quantita rationale.

Troua pur si come nella precedente 6 quantita continue proportionali nella proportione delli duoi nomi del detto residuo, & ciascuna di dette 6 quantita notarai con il termine del piu, & tal senomio censo cubo sara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouare vna quantita, che dutta sia questo residuo censo cubo ℞ cen. cu. 5. men ℞ cen. cu. 2. produchi quantita rationale.

Troua pur 6 quantita continue proportionali nella proportione, che è da ℞ cen. cu. 5. a ℞ cen. cu. 2. onde operando secondo la regola data nella 25 del primo capo del settimo libro, trouarai quelle esser le medesime della precedente, cioe ℞ cen.cu. 3125. ℞ cen.cu. 1250. ℞ cen.cu. 500. ℞ cen.cu. 200. ℞ cen.cu. 80. ℞ cen.cu. 32. ma ciascuna di queste 6 quantita vuol esser signata con il termine del piu in questo modo ℞ cen.cu. 3125. piu ℞ cen.cu. 1250. piu ℞ cen.cu. 500. piu ℞ cen. cu. 200. piu ℞ cen.cu. 80. piu ℞ cen.cu. 32. & cosi questo senomio censo cubo sara la ricercata quantita, laqual multiplicata, ouer dutta sia il detto residuo censo cubo (cioe sia ℞ cen. cu. 5. men ℞ cen. cu. 2.) fara precisamente 3. si come fece anchora nella precedente. La causa naturale di questa equal produttione in fine di questo capo si narrara sotto breuita.

a multi. ℞ ce.cu. 3125. p̃ ℞ ce.cu. 1250. p̃ ℞ ce.cu. 500. p̃ ℞ ce.cu. 200. p̃ ℞ ce.cu. 80. p̃ ℞ ce.cu. 32
per — — — — — — ℞ ce.cu. 5. m̃ ℞ ce.cu. 2

fa precisamente — — — — — 3.

22 Anchora volendo trouar vna quantita, che dutta, ouer multiplicata sia vn binomio secondo relato produca quantita rationale.

Troua sette quantita continue proportionali, secondo la proportione delli duoi nomi del detto binomio secondo relato, et la prima di dette sette quantita intenderai piu, & la seconda notarai con il termine del meno, & la terza con il termine del piu, & la quarta con il termine del meno, & la quinta con il termine del piu, & la sesta con il termine del meno, & la settima, & vltima con il termine del piu, & tal settenomio secondo relato sara la adimandata, ouer ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouar vna quantita, che dutta sia questo binomio secondo relato ℞ secondo rel. 10. piu ℞ secondo rel. 4. produca quantita rationale.

Troua sette quantita continue proportionali nella proportione, che è da ℞ secondo rel. 10. alla ℞ secondo rel. 4. Onde operando secondo la regola data nella 25 del primo capo del settimo libro, trouarai quelle esser ℞ secondo rel. 1000000. ℞ secondo rel. 400000. ℞ secondo rel. 160000. ℞ secondo rel. 64000. ℞ secondo rel. 25600. ℞ secondo rel. 10240. ℞ secondo rel. 4096. Ma di queste sette quantita, la prima s'intende piu, la seconda si debbe notare con il termine del men, la terza con il piu, la quarta con il men, la quinta con il piu, la sesta con il men, la settima, & vltima con il piu, il che facendo staranno in questa forma ℞ secondo rel. 1000000. men ℞ secondo rel. 400000. piu ℞ secondo rel. 160000 men ℞ secondo rel. 64000. piu ℞ secondo rel. 25600 men ℞ secondo rel. 10240 piu ℞ secondo rel. 4096. & cosi questo settenomio sara la ricercata quantita, laqual mul

tiplicandola

tiplicandola fia il detto binomio secondo relato (cioe fia ℞ secondo rel. 10 piu ℞ secondo rel. 4) fara precisamente 14.

a multiplicar ℞ secondo rel. 1000000 men ℞ secondo rel. 400000. piu ℞ secondo rel. 160000. mẽ ℞ secondo rel. 64000. p̃ ℞ secondo rel. 25600. m̃ ℞ secondo rel. 10240. p̃ ℞ secondo rel. 4096.
per — — — — — ℞ secondo rel. 10 p̃ ℞ secondo rel. 4

fa precisamente — — — — — 14.

13 ET volendo anchora trouar vna quantita, che dutta in vn residuo secondo relato produca quantita rationale.

Troua pur sette quantita continue proportionali, si come fu fatto nella precedente nella proportione delli duoi nomi del detto residuo, & ciascuna di dette sette quantita notarai con il termine del piu. Et tal settinomio secondo relato fara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouar vna quantita, che dutta fia questo residuo secondo relato ℞ secondo rel. 10 men ℞ secondo rel. 4. produca quantita rationale.

Troua pur sette quantita continue proportionali nella proportione, che e da radice secondo rel. 10. a ℞ secondo rel. 4. Onde operando secondo l'ordine dato nella 25 del primo capo del settimo libro trouarai quelle esser le medesime della precedente, cioe ℞ secondo rel. 1000000. ℞ secondo rel. 400000. ℞ secõdo rel. 160000. ℞ secondo rel. 64000. ℞ secondo rel. 25600. ℞ secõdo rel. 10240. ℞ secondo 4096. ma ciascuna di dette sette quantita vuol esser notata con il termine del piu in questa forma ℞ secondo rel. 1000000. piu ℞ secondo rel. 400000. piu ℞ secondo rel. 160000. piu ℞ secondo rel. 64000. piu ℞ secondo rel. 25600. piu ℞ secondo rel. 10240. piu ℞ secondo rel. 4096. & cosi questo settenomio secondo relato sara la ricercata quantita, laqual multiplicandola fia il detto residuo secondo relato (cioe fia ℞ secondo rel. 10. men ℞ secondo rel. 4.) fara precisamente 6.

a multiplicar ℞ secondo rel. 1000000. piu ℞ secondo rel. 400000. piu ℞ secondo rel. 160000. piu ℞ secondo rel. 64000. piu ℞ secondo rel. 25600. p̃ ℞ secondo rel. 10240. p̃ ℞ secondo rel. 4096.
per — — — — ℞ secondo rel. 10. men ℞ secondo rel. 4.

fa precisamente — — — — — 6.

14 ET cosi con tal sopra notato ordine, ouer regola andarai procedendo nelle altre specie di binomii, & residui, che di mano in mano vanno seguitando (che troppo longo sarei a volerti essemplificarteli particolarmente tutti) Essempi gratia volendo trouar la detta quantita, che dutta, ouer multiplicata fia vn binomio, ouer residuo cen. cen. cen. produca quantita rationale, quella si formara con otto quantita continue proportionali nella proportione delli duoi nomi di quel tal binomio, ouer residuo, lequali otto quantita per il binomio tu notarai (secondo il solito) la seconda con il termine del men, & la terza con il piu, & la quarta con il men, & la quinta con il piu, & la sesta con il men, & la settima con il piu, & la ottaua con il men. Ma per il residuo tu notarai ciascuna di dette otto quantita con il termine del piu.

15 ET cosi per il binomio, ouer residuo cu. cu. cu. formarai la detta quantita con noue quantita continue proportionali, nella detta proportione di duoi nomi di tal binomio, ouer residuo notandoli con li detti termini del piu, & men secondo l'ordine piu volte detto, & similmente notar con li duoi termini piu, & men.

16 ET cosi per il binomio, ouer residuo, censo relato, la detta quantita si formara con 10. termini, ouer quantita continue proportionali nella proportione piu volte detta.

17 ET per il binomio, ouer residuo, terzo relato, tal quantita si formara con vndici termini, ouero quantita continue proportionali secondo la proportione piu volte detta.

18 ET per il binomio, ouer residuo cubo, censo di censo, tal quantita si formara con dodici termini, ouer quantita continue proportionali nella detta proportione delli lor duoi nomi, & cosi con tal ordine puoi procedere in infinito, aricordandoti di annotar le dette quantita con li termini del piu, & del meno secondo l'ordine osseruato nelle passate si per il residuo, come per il binomio.

Da notare circa le soprascritte regole.

19 Bisogna notare, che si come che per trouar con breuita il produtto del binomio fia il suo residuo, basta a sottrar il quadrato del menor nome del quadrato del maggiore, & quel restante sara il produtto del detto binomio fia il suo residuo, come che fu detto, & essemplificato sopra la decimaottaua del terzo capo del quinto libro. Questo medesimo occorrera in tutte quelle specie di binomij, ouer residui, che li termini della loro conueniente quantita saranno di numero paro, come interuiene nel binomio, ouer residuo cen. cen. che fia che la sua conueniente proportionata quantita vuol esser di quattro termini continui proportionali (come fu essemplificato sopra la sesta, & settima del presente capo) & perche li detti quattro termini sono numero paro, Dico che a voler multiplicare il detto binomio, ouer residuo cen. cen. per la detta quadrinomial quantita, basta a cauar il cen. cen. del menor nome di tal binomio, ouer residuo del cen. cen. del maggiore, & quello che restara sara il produtto della detta quadrinomial quantita, fia quel tal binomio, ouer fia quel tal residuo, lo essempio di questo lhauerai nella detta sesta, & settima di questo capo, cioe per multiplicar ℞ ℞ 4. piu ℞ ℞ 2. fia la detta quantita quadrinomiale, basta a cauar il cen. cen. di ℞ ℞ 2. (che e 2) dal cen. cen. di ℞ ℞ 4 (che e 4) & restara 1. & tanto dico che sara il produtto della detta quantita quadrinomiale fia quel binomio cen. cen. come nella detta sesta appare nel essempio. Il medesimo seguira con il residuo cen. cen. come nel essempio della settima appare, cioe che a multiplicar il detto residuo ℞ ℞ 4. men ℞ ℞ 3. basta a cauar il cen. cen. di ℞ ℞ 3. del cen. cen. di ℞ ℞ 4. che restara pur medesimamente 1. Et tutto questo procede perche multiplicando secondo l'ordinario la detta quantita quadrinomiale fia il detto binomio, ouer residuo, tutte le intermedie multiplicationi si risoluono in nulla, perche veniranno vna con il termine del piu, & l'altra con il termine del meno, & l'una eguale all'altra relatiuamente, e pero gionte fanno nulla, & restara in essere solamente il cen. cen. del primo nome del binomio, ouer residuo, & il cen. cen. del menore, & quello del menor sara notato con il termine del meno, e pero si caua del censo di censo del maggiore.

20 El medesimo occorrera nel binomio, ouer residuo censo cubo, che fia, che la sua conueniente quantita vuol esser 6 termini continui proportionali, & perche tal 6 e numero paro con la detta breuita si puo trouar il lor produtto, cioe cauando il censo cubo del menor nome di tal binomio, ouer residuo censo cubo del censo cubo del maggiore, & il restante sara il detto produtto, lo essempio di questo hauerai della decima, & vndecima di questo capo, perche volendo multiplicar la ritrouata quantita di 6 termini continui proportionali fia il dato binomio ℞ cen. cu. 5. piu ℞ cen. cu. 2. caua il censo cubo di ℞ cen. cu. 2 (che sara 2) del censo cubo di ℞ cen. cu. 5 (che sara 5) restara 3. & tanto sara il produtto di detta quantita di 6 nomi fia il detto binomio censo cubo, il medesimo seguira fia il residuo censo cubo, come appare ne gli essempi della sopra detta decima, & vndecima di questo capo. Et questo medesimo seguira nel binomio, ouer residuo cen. cen. cen. Et similmente nel binomio, & residuo censo relato. Et similmente nel binomio, & residuo cu. cen. cen. & cosi in tutti quelli doue gli conuien la ritrouata quantita di termini pari, cioe di 8. ouer di 10. ouer di 12. ouer di 14 termini continui proportionali.

21 Ma in quelle altre specie di binomij, ouer residui, doue occorre la detta ritrouata quantita con termini in numero dispari. Il produtto del binomio non si equeggia a quello del residuo, come fa nelle precedenti. Et questo procede perche a voler con somma breuita trouar tal produtto nelli binomij, bisogna summar la dignita del suo menor nome, insieme con la dignita del suo maggior nome, & tal summa sara il produtto di tal ritrouata quantita fia quel tal binomio. Et nel residuo per trouar tal produtto si procede al contrario, cioe bisogna sottrare la dignita del menor nome di tal residuo dalla dignita del maggior nome (come nelle precedenti) & il rimanente sara il produtto della detta ritrouata quantita fia il detto residuo. L'essempio di queste due contrarie conclusioni si hauera per la quarta, & quinta di questo. Nella quarta volendo multiplicare la ritrouata quantita fia questo binomio cubo ℞ cu. 6. piu ℞ cu. 4. basta a summar il cubo di ℞ cu. 4 (qual e 4) con il cubo di ℞ cu. 6 (qual e 6) fara 10. & cosi concluderemo, che a multiplicar la detta ritrouata quantita fia quel tal binomio cubo (cioe fia ℞ cu. 6 piu ℞ cu. 4.) fara precisamente 10. che se ne farai la proua multiplicandoli alla longa in forma di scachiero (come nel quinto libro si mostrai) trouarai cosi seguire, perche tutte le intermedie multiplicationi veniranno vna con il piu, & l'altra con il meno, & eguale, e pero faranno nulla, & restara solamente la prima, & l'vltima di dette multiplicationi, & l'una, & l'altra sara con il piu, & l'una sara eguale al cubo del primo nome del binomio, & l'altra sara eguale al cubo del secondo nome del detto binomio, e pero si summano insieme li cubi di detti duoi nomi.

22 Ma

22 MA nella quinta volendo multiplicar quella ritrouata quantita fia questo residuo cubo R cu. 6. men R cu. 4. bisogna proceder al contrario, cioe bisogna cauar il cubo di R cu. 4. che è 4. dal cubo di R cu. 6. che è 6. restara 2. & cosi concluderemo, che a multiplicar la ritrouata quantita fia quel tal residuo cubo, cioe fia R cu. 6. men R cu. 2. fara precisamente 2. & questo procede, perche procedendo tal multiplicare per la via longa (come di sopra fu detto) tutte le intermedie multiplicationi per vigor del piu, & del men si risolueno in nulla, & resta solamente il cubo del primo, & del secondo nome del detto residuo, & il cubo del menore vien sempre a esser con il men, e pero si sottra dal cubo del maggior nome, & il restante vien a esser il produtto di tal multiplicatione. Et tutto questo anchora accade, perche la ritrouata quantita è di tre termini continui proportionali (come al suo luogo fu detto) il qual 3 è numero dispari.

23 IL medesimo si douera proceder nella ottaua, & nona, doue occorre la detta ritrouata quantita di cinque termini continui proportionali, che è numero dispari, cioe volendo con somma breuita trouar il produtto di quella ritrouata quantita fia quel binomio primo relato, cioe fia R rel. 4. piu R rel. 3. sommando il relato di R rel. 3. (che è 3) con il relato di R rel. 4. (che è 4) & fara 7. & cosi concluderemo, che a multiplicar la detta ritrouata quantita fia quel R rel. 4. piu R rel. 3. fara a ponto 7. per le medesime ragioni adutte nelle due precedenti.

24 MA volendo mo trouare con somma breuita il produtto della detta ritrouata quantita fia quel residuo relato, che nella nona si propone, cioe fia radice rel. 4. men R rel. 3. caua il relato della R rel. 3. (che è 3) dal relato della R rel. 4. (che è 4) restara 1. & cosi concluderemo, che a multiplicar la ritrouata quantita fia R rel. 4. men R rel. 3. fara a ponto 1. & tutto questo procede per le ragioni adutte nella 22.

25 IL medesimo ordine osseruarai nella duodecima, & decimaterza di questo, doue occorre la detta ritrouata quantita di sette termini continui proportionali, i quali termini sono, come vedi, di numero dispari. Et pero volendo cō somma breuita trouar il produtto della multiplicatione di quella ritrouata quantita fia quel binomio secondo relato, che nella detta duodecima si propone, cioe fia R rel. 10. piu R rel. 4. somma il relato di R rel. 4. (che è 4) insieme con il relato di R rel. 10. che fara 10. & fara 14. & cosi diremo, che a multiplicare la detta ritrouata quantita fia R rel. 10. piu R rel. 4. fara precisamente 14.

26 MA volendo trouare il medesimo produtto di detta ritrouata quantita fia il residuo di R rel. 10. men R rel. 4. come si propone nella decimaterza, procederai pur al contrario, cioe cauarai il relato di R rel. 4. (che fara 4.) del relato di R rel. 10 (che fara pur 10) restara 6. & cosi dirai, che a multiplicar la detta ritrouata quantita fia R rel. 10. men R rel. 4. fara precisamente 6. come che nella detta decimaterza fu anchor concluso. Et senza che piu oltra mi stenda, il medesimo osseruarai nel binomio, & nel residuo cuco. Et similmente con il binomio, & residuo terzo relato, & cosi in tutti gli altri, doue che consiste la detta ritrouata quantita di termini dispari, & con questa voglio por fine a questo capo.

Regole generali dal presente auttor ritrouate di saper partire qual si voglia quantita per qual si voglia specie di binomio, ouer residuo. Cap. II.

Danotare.

1 ACcioche meglio s'intenda la causa praticale di quello, che in questo secondo capo si ha da dire, bisogna notare ogni volta che si hauera da partire vna quantita per vn'altra quantita, lo auenimento, che douera venire di tal partitione, quel medesimo veniria multiplicando il partitore, & anchora la cosa da partire per vna medesima quantita, & partir poi l'una multiplicatione per l'altra. Essempi gratia volendo partire, poniamo 12. per 3. ne sia che ne veniria 4. hor dico che multiplicando li detti duoi numeri, cioe 12. & 3. per vna medesima quantita, poniamo per 8. dicendo 8 fia 12 fa 96. & 3 fia 8 fa 24. & partendo quel 96. per quel 24. ne veniria quel medesimo, che saria venuto a partir 12 per 3. cioe quel 4. & questo seguiria multiplicando l'uno, & l'altro delli detti duoi numeri 12. & 3. per qual si voglia altra sorte quantita si irrationale, come rationale.

2 ANchor che Euclide non habbia parlato, ouer trattato, saluo che del binomio, & residuo quadro, & dattone sotto breuita la regola di saper partire qual si voglia quantita per qual si voglia di quelli, nondimeno il non si puo negare, che nella general pratica di numeri, & misure non siano anchora necessario la regola di saper partir per qual si

voglia altra specie di binomio, over residuo, anchor che sin hora niuno auttore habbia di tal materia parlato, ne manco tentato di trovarla. Onde havendo designato di dichiarire tal particolarita in questo secondo capo, voglio principiare dal binomio, & residuo quadro, come capo, & priore di tutte le altre specie di binomij, & residui, & per esser anchora molto piu accadente di qual si voglia altro.

3 Volendo adonque realmente partire vna quantita per vn binomio (cioe quadro) egli e necessario a trovar prima vna quantita, che multiplicandola fia il detto binomio produca numero rationale, & trovata che sia tal quantita, il si debbe multiplicar per quella il detto binomio, & anchora quella quantita, che si ha da partire per quel tal binomio, & dapoi partire il produtto di detta quantita per quel produtto rationale del detto binomio, & questo tal avenimento (per la prima di questo capo) sara eguale all'avenimento, che veniria a partire la detta quantita per il detto binomio. Essempi gratia volendo partire ponemo 10 per R 15 piu 3. trova prima vna quantita, che ducta fia R 15 piu 3 faccia numero rationale, & quantunque se ne porria trovar infinite (come dimostra Euclide nella 112. & 114 del decimo) nondimeno la piu commoda è il suo residuo, cioe R 15 men 3. & per tanto multiplica il detto binomio per il detto residuo, trovarai che te ne venira 6. & questo salua per tuo partitore, dapoi multiplica anchora la cosa da partire, cioe quel 10. per il medesimo residuo, cioe per R 15 men 3. & trovarai che fara R 1500. men 30. hor parti questo R 1500 men 30. per quel 6. che salvasti, & trovarai che te ne venira R 41 2/3 men 5. & tanto veniria (per la prima di questo capo) a partir 10 per R 15 piu 3. Et se di questa conclusione ne vorrai far la prova naturale, tu sai che a provar ogni sorte di partire, multiplicando l'avenimento fia il partitore (essendo giusto) ne doveria ritornar la quantita partita, e pero multiplicando l'avenimento, cioe quel R 41 2/3 men 5 fia il primo partitore, cioe fia quel R 15 piu 3. trovarai che fara precisamente 10. che ben è eguale alla quantita partita, e per tanto la nostra operatione è stata giustamente essequita, & con tal ordine procederai nelli simili partimenti per binomio.

4 Al medesimo modo procederessi volendo partire vna quantita per vn residuo, vero è che tu multiplicarai il partitore, & la cosa da partire per il binomio di quel tal residuo, nel restante seguirai l'ordine della precedente. Essempi gratia volendo partire ponemo per quel medesimo 10 per R 15. men 3. & perche gia sai, che a multiplicar il residuo per il suo binomio produce quantita rationale, e per tanto multiplicarai il detto residuo per il suo binomio, cioe per R 15 piu 3. & trovarai che te ne venira pur 6. qual salva, secondo il solito per tuo partitore, poi multiplica anchora la cosa da partire, cioe quel 10. per quel medesimo R 15 piu 3. & trovarai che fara R 1500 piu 30. & questo partirai per quel 6. che salvasti, & trovarai che te ne venira R 41 2/3 piu 5. & tanto veniria (per la prima di questo capo) a partir 10 per R 15 men 3. Et se ne vorrai far prova multiplica il detto avenimento, cioe quel R 41 2/3 piu 5. fia il partitore, cioe fia quel R 15 men 3. & trovarai che ben ti venira la cosa partita, cioe quel 10. e pero sta bene, & con tal ordine procederai volendo partire per vn residuo.

5 Similmente volendo anchora partire vna quantita per vn binomio cubo, egli è medesimamente necessario a trovare vna quantita, che ducta fia quel tal binomio cubo, produca numero rationale, & trovata che sia (per la quarta del primo capo) multiplicar per quella il detto binomio cubo, & anchora quella quantita, che si ha da partire per quel tal binomio, & dapoi partire il produtto di detta quantita per quel produtto rationale del detto binomio cubo, & tal avenimento fara eguale (per la prima di questo capo) all'avenimento, che veneria a partire la detta quantita per il detto binomio cubo. Essempi gratia volendo partir ponemo 10 per R cu. 6. piu R cu. 4. trova prima vna quantita, che ducta fia R cu. 6. piu R cu. 4 produca numero rationale, onde procedendo secondo la regola data nella 4 del primo capo, trovarai quella esser R cu. 36 men R cu. 24. piu R cu. 16. Et per tanto multiplicarai per questa trinomial quantita, il detto binomio cubo, & trovarai che produra 10. & questo salva per tuo partitore, poi multiplicarai la quantita, che tu vuoi partire, cioe quel 10 (nel principio proposto) per la detta trinomial quantita, cioe per R cu. 36 men R cu. 24. piu R cu. 16. trovarai che fara R cu. 36000. men R cu. 24000. piu R cu. 16000. Et questo produtto partirai per quel 10. che salvasti, & trovarai, che te ne venira medesimamente R cu. 36. men R cu. 24. piu R cu. 16. & tanto veniria per la prima di questo capo) a partir 10. per R cu. 6. piu R cu. 4. & se ne vuoi far prova multiplica lo avenimento, cioe quel R cu. 36. men R cu. 24. piu R cu. 16. fia il partitore, cioe fia quel R cu. 6. piu R cu. 4. trovarai che fara precisamente 10. che fu la cosa partita, e pero sta bene. Non ti maravigliar, perche lo avenimento è venuto eguale a quella quantita trinomiale, che nel principio fu trovata, cioe a R cu. 36. men R cu. 24. piu R cu. 16. laqual cosa è processa per esser venuto per sorte il produtto della quantita

tra trinomiale cuba fia il binomio cubo a ponto 10. si come ch'è anchora la quantita, che si è proposta da voler partire per il detto binomio cubo, che fia per 10. ma quando che la detta quantita da partire fusse in questo caso stata piu, over men di 10. il detto auenimento saria venuto piu, over meno di detta trinomial quantita trouata.

6 MA volendo partire tal quantita, cioe quel 10. per vn residuo cubo, ponimo per ℞ cu. 6. men ℞ cu. 4. tu procederai pur per il medesimo modo, che hai fatto nella precedente, cioe tu trouarai vna quantita, che duta nel detto residuo cubo faccia numero rationale. Onde procedendo per la regola data nella quinta del primo capo, trouarai tal quantita esser ℞ cu. 36. piu ℞ 24. Ꝑ ℞ 16. Et per tanto multiplicando il detto residuo, cioe ℞ cu. 6. men ℞ cu. 4. per la detta quantita trinomial cuba, trouarai che fara a ponto 2. qual salua per partitore, poi multiplicarai anchora la quantita, che si ha da partire, cioe quel 10. per la detta trinomial quantita, & trouarai, che fara ℞ cu. 36000. piu ℞ cu. 24000. piu ℞ cu. 16000. & questa partirai per quel 2. che saluasti, & trouarai, che te ne venira (recando il 2 al suo cubo) ℞ cu. 4500. piu ℞ cu. 3000. Ꝑ ℞ cu. 2000. & tanto venira a partir 10. per ℞ cu. 6. men ℞ cu. 4. & se ne farai proua multiplicando ℞ cu. 4500. Ꝑ ℞ cu. 3000. piu ℞ 2000. per il partitore, cioe per ℞ cu. 6. men ℞ cu. 4. trouarai, che fara precisamente 10. come debbe fare di ragione, e pero sta bene.

7 SImilmente volendo partir vna quantita per vn binomio cubo di censo, egli e per necessario a trouar vna quantita, che duta nel detto binomio produca numero rationale, & trouata tal quantita (per la sesta del primo capo) procedere, come si è fatto nelle passate, cioe multiplicar per la detta trouata quantita si la cosa da partire, come il partitore, & dapoi partire (per la prima del primo capo) il produtto della cosa da partire per il produtto del partitore, & lo auenimento sara lo auenimento cercato. Essempi gratia volendo partire ponimo per 10. per questo binomio cen. cen. cioe per ℞ ℞ 4. piu ℞ ℞ 3. troua prima vna quantita, che duta nel detto binomio cen. cen. produca numero rationale. Onde procedendo per la regola data nella detta sesta del primo capo, trouarai quella esser ℞ ℞ 64. men ℞ ℞ 48. piu ℞ ℞ 36. men ℞ ℞ 27. E per tanto multiplicando il detto binomio di ℞ ℞ 4. piu ℞ ℞ 3. per la detta quadrinomial quantita, trouarai che fara a ponto 1. qual saluarai per tuo partitore, poi multiplicarai anchora la quantita, che si ha da partire, cioe quel 10. per la detta quadrinomial quantita, & trouarai, che fara ℞ ℞ 640000. men ℞ ℞ 480000. piu ℞ ℞ 360000. men ℞ ℞ 270000. & questo partirai per quel 1. che saluasti, & trouarai, che ti venira quella medesima quantita, cioe ℞ ℞ 640000. m ℞ ℞ 480000. piu ℞ ℞ 360000. men ℞ ℞ 270000. & tanto concluderai, che venira a partire 10. per ℞ ℞ 4. piu ℞ ℞ 3. che se ne farai proua multiplicando il detto auenimento, cioe ℞ ℞ 640000. men ℞ ℞ 480000. piu ℞ ℞ 360000. men ℞ ℞ 270000. per il partitore, cioe per ℞ ℞ 4. piu ℞ ℞ 3. trouarai che fara precisamente 10. come vuol il douere.

8 SImilmente procederai volendo anchora partire vna quantita per vno residuo censo di censo, cioe trouarai pur vna quantita, che multiplicata fia tal residuo censo di censo produca quantita rationale, & trouata tal quantita (per la regola data nella settima del primo capo) procedere per il modo fatto nelle passate. Essempi gratia volendo partire ponimo per 10. per questo residuo cen. cen. cioe per ℞ ℞ 4. men ℞ ℞ 3. troua prima vna quantita, che duta nel detto ℞ ℞ 4. men ℞ ℞ 3. facciano numero rationale. Onde operando secondo la regola data nella settima del primo capo, trouarai quella esser ℞ ℞ 64. piu ℞ ℞ 48. piu ℞ ℞ 36. piu ℞ ℞ 27. & per tanto multiplicando il detto residuo ℞ ℞ 4. men ℞ ℞ 3. per la detta quadrinomial quantita cen. cen. trouarai, che fara pur precisamente 1 (si come facesti anchora nella precedente) qual salua per tuo partitore, poi multiplicarai anchora la quantita, che si ha da partire (cioe quel 10) per la medesima quadrinomial quantita, & trouarai, che fara ℞ ℞ 640000. piu ℞ ℞ 480000. piu ℞ ℞ 360000. piu ℞ ℞ 270000. & questa partirai per quel 1. che saluasti, & trouarai che te ne venira quella medesima ℞ ℞ 640000. piu ℞ ℞ 480000. piu ℞ ℞ 360000. piu ℞ ℞ 270000. & tanto concluderai, che ti venira a partire 10. per ℞ ℞ 4. men ℞ ℞ 3. che se ne farai proua la trouarai buona.

9 VOlendo anchora partire vna quantita per vn binomio primo relato, egli e medesimamente necessario a trouar prima vna quantita, che duta nel detto binomio relato, faccia numero rationale, & trouata tal quantita procedere poi secondo l'ordine dato nelle passate. Essempi gratia volendo partire ponimo per 10. per questo binomio relato ℞ rel. 4. piu ℞ rel. 3. troua pur vna quantita, che duta fia il detto binomio relato produchi quantita rationale, & trouata che sia procedere poi secondo la regola data nelle passate. Essempi gratia volendo partire ponimo per 10. per questo binomio relato, cioe per ℞ rel. 4. piu ℞ rel. 3. troua prima vna quantita, che duta fia il detto ℞ rel. 4. piu ℞ rel. 3. faccia numero rationale, onde

operando per la regola data nella ottava del primo capo, trouarai quella esser ℞ rel. 256. men ℞ rel. 192. piu ℞ rel. 144. men ℞ rel. 108. piu ℞ rel. 81. e per tanto multiplicando il detto binomio ℞ rel. 4. piu ℞ rel. 3. per la detta quinquenomial quantita relata, trouarai che fara precisamente 7. qual salua per tuo partitore. Poi multiplicarai anchora la quantita, che si ha da partire, cioe quel 10. per la medesima quantita cinquenomiale, & trouarai che fara ℞ rel. 2560000. men ℞ rel. 1920000. piu ℞ rel. 1440000. men ℞ rel. 1080000. piu ℞ rel. 810000. & questa partirai per quel 7. che salvasti (reccando il detto 7. al suo relato) trouarai che te ne venira ℞ rel. [illegible] men ℞ rel. [illegible] piu ℞ rel. [illegible] men ℞ rel. 64[illegible] piu ℞ rel. 491[illegible], & tanto concluderai, che venira a partir 10. per ℞ rel. 4. piu ℞ rel. 3. che se ne farai proua la trouarai buona.

Non ti ammirare, perche io pongo sempre la quantita da partire esser 10. il che faccio per esser numero accommodo.

20 Similmente (per abbreuiar parole) volendo partir il detto 10. per questo residuo relato radice rel. 7. men ℞ rel. 3. troua per la quantita, che dutta fia il detto residuo faccia numero rationale, che procedendo secondo la regola data nella nona del primo capo, trouarai quella esser radice rel. 2401. piu ℞ rel. 1029. piu ℞ rel. 441. piu ℞ rel. 189. piu radice rel. 81. e per tanto multiplicando il detto residuo per la detta cinquenomial quantita relata, trouarai che ti venira precisamente 4. qual salua per tuo partitore, poi multiplicarai anchora la quātita, che si ha da partir (cioe quel 10) per la detta cinquenomial quantita, & trouarai che fara ℞ rel. 240100000. piu ℞ rel. 102900000. piu ℞ rel. 44100000. piu ℞ rel. 18900000. piu ℞ rel. 8100000. & questo partirai per quel 4. che salvasti; & trouarai che te ne venira ℞ rel. 234472[illegible] piu ℞ rel. 100488[illegible], piu ℞ rel. 43066[illegible] piu ℞ rel. 18457[illegible], piu ℞ rel. 7910[illegible], & tanto concluderai, che ne venira a partir 10. per ℞ rel. 7. m ℞ rel. 3. & se ne farai proua la trouarai buona.

21 Or per abbreuiar scrittura volendo anchora partire pur 10. per vn binomio censo cubo, poniamo per ℞ cen. cu. 5. piu ℞ cen. cu. 3. troua per vna quantita, che dutta nel detto binomio, produca numero rationale. Onde procedendo per la regola data nella decima del primo capo, trouarai tal quantita esser ℞ cen. cu. 3125. men ℞ cen. cu. 1875. piu ℞ cen. cu. 1125. m ℞ cen. cu. 675. piu ℞ cen. cu. 405. m ℞ cen. cu. 243. e per tanto multiplicando la fia il detto binomio censo cubo trouarai, che fara precisamente 2. qual saluarai per tuo partitore, & poi multiplicarai anchora la quantita da partir, cioe quel 10. per la medesima sexnomial quantita, & trouarai, che fara ℞ cen. cu. 3125000000. m ℞ cen. cu. 1875000000. piu ℞ cen. cu. 1125000000. men ℞ cen. cu. 675000000. piu ℞ cen. cu. 405000000. men ℞ cen. cu. 243000000. & questa partirai per quel 2. che salvasti, & trouarai che te ne venira ℞ cen. cu. 48828125. men ℞ cen. cu. 29296875. piu ℞ cen. cu. 17578125. men ℞ cen. cu. 10546875. piu ℞ cen. cu. 6328125. m ℞ cen. cu. 3796875. & tanto concluderai, che ti venira a partir 10. per radice cen. cu. 5. piu ℞ cen. cu. 3. che se ne farai proua tu la trouarai buona.

22 Similmente volendo anchor partir, poniamo pur 10. per vn residuo cen. cu. poniamo per ℞ cen. cu. 6. m ℞ cen. cu. 2. troua per vna quantita, che dutta fia il detto residuo censo cubo, faccia numero rationale. Onde operando secondo la regola data nella vndecima del primo capo, trouarai tal quantita esser ℞ cen. cu. 7776. piu ℞ cen. cu. 2592. piu ℞ cen. cu. 864. piu ℞ cen. cu. 288. piu ℞ cen. cu. 96. piu ℞ cen. cu. 32. quale multiplicandola fia il detto residuo censo cubo, trouarai che fara precisamente 4. si come fece anchora nella passata, qual saluarai per tuo partitore, poi multiplicarai anchora la quantita da partire (cioe quel 10) per la detta sexnomial quantita, & quel prodotto partirai per quel 4. che salvasti, & trouarai che te ne venira ℞ cen. cu. [illegible] piu ℞ cen. cu. [illegible] piu ℞ cen. cu. [illegible] piu ℞ cen. cu. [illegible] piu ℞ cen. cu. [illegible] piu ℞ cen. cu. [illegible], & tanto concluderai, che venira a partir 10. per ℞ cen. cu. 6. men ℞ cen. cu. 2. che se ne farai proua la trouarai star bene.

Et senza che piu oltra procedà non dubito, che da te medesimo saprai come gouernarti, volendo partire la detta quantita per vn binomio, ouer residuo secondo relato, & cosi per vn altro cen. cen. cen. ouer cu. cu. & cosi per vn cen. relato, ouer per vn terzo relato, & cosi per vn cubo cen. cen. & cosi discorrendo in tutti gli altri, che vanno seguendo di mano in mano, che longo seria a voler dar essempio a specie per specie essendo infiniti, ma il tutto consiste a saper trouare quella quantita, che dutta in quella tal specie di binomio, ouer residuo produca quantita rationale, della qual cosa nel primo capo di questo a sufficientia t'insegnai la regola, & il modo da sapela trouar in ogni specie di binomio, ouer residuo.

23 MA quando ciascū binomio, ouer residuo, con il qual si hauesse da partir la detta quantita fusse di nomi di specie diuerse, bisogna ridurlo a vna medesima specie. Essempi gratia volendo

partire

partire poniamo per 10 per ℞ rel. 5. piu ℞ quadra 3. in questo caso bisogna reccare quelli duoi nomi a vna natura, cioe quadrar quella radice rel. 5. & fara ℞ cen. rel. 25. & dapoi relatare quella radice quadra 3. & dira poi radice cen. rel. 243. tal che il detto binomio dira poi radice cen. rel. 25. piu ℞ cen. rel. 243. ma perche sia meglio a notar il maggior nome prima (anchor che tanto significhi a vn modo, come a l'altro) lo notaremo in questo modo ℞ cen. rel. 243. piu ℞ cen. rel. 25. fatto questo bisogna mo seguir l'ordine delle altre, cioe trouar vna quantita, che dutta in detto binomio censo relato faccia quantita rationale, & per trouare tal quantita, se ben essaminarai la nostra regola narrata nella decimasesta del primo capo, trouarai che tal quantita si forma con 10 termini continui proportionali nella proportione di ℞ cen. rel. 243. a ℞ cen. rel. 25. i quali 10 termini procedendo secondo l'ordine, ouer regola data nella 26 del primo capo del settimo libro, & notandoli con li duoi termini piu, & men, come nel secondo capo t'insegnai, trouarai quelli esser questi, cioe ℞ cen. rel. 29143112706550813269864201. men ℞ cen. rel. 30294636476412120025. piu ℞ cen. rel. 312697156826574816687. men ℞ cen. rel. 321770489318978890625. piu ℞ cen. rel. 33097211306576118705. men ℞ cen. rel. 340406249416015625. piu ℞ cen. rel. 350111118204657. men ℞ cen. rel. 36040649414062. piu ℞ cen. rel. 370718574218 75. men radice cen. rel. 38146972656 25. E per tanto multiplicando questa tal quantita, cioe questo tal decenomio fia il detto radice cen. rel. 243. piu ℞ cen. rel. 25. trouarai che fara precisamente 29743127077361 54330 18. & questo bisogna saluar per partitore, & secondo l'ordine delle passate multiplicar anchora la quantita, che si ha da partire (cioe quel 10) per la medesima quantita di diece nomi censi relati composta, il che facendo trouarai, che fara ℞ cen. rel. 2914312706550813269864200 00000000. men ℞ cen. rel. 30294636476412120001 50000000000. piu ℞ cen. rel. 312657 156826574816875000000000. men ℞ cen. rel. 321770489318978890625 0000000000. piu ℞ cen. rel. 33097211306576118750000000000. men ℞ cen. rel. 34040624941601562510000 000000. piu ℞ cen. rel. 35011112820465750000000000. men ℞ cen. rel. 36040649414062 50000000000. piu ℞ cen. rel. 37071857421875 0000000000. men ℞ cen. rel. 38146972656 25 000000000. & questo tal produtto partirai per quel 2974312707736 5433018. che saluasti, si che facendo trouarai che te ne venira quelli medesimi dieci nomi di radici censi relate, ma essi me del censo relato del detto nostro partitore, i quali diece notti saranno lo auenimento, che venira a partire 10 per il detto binomio censo relato, o vuoi dir per radice rel. 5. piu radice quadra 3. i quali dieci nomi rotti, per esser difficultosi da imprimere non li ho voluti notar, ma parendoti da te medesimo (non parendo la fatica) li potrai con la penna formar, & farne anchora la proua pratticale, o vuoi dir naturale, ma la maggior difficulta di queste specie di questioni e il saper con arte trouar quella quantita, che dutta in quella specie di binomio, ouer residuo produca quantita rationale, come da te medesimo puoi considerare.

Questa medesima soprascritta questione fu da me proposta a Hieronimo Cardano medico Milanese, & a Lodouico ferraro suo creato nella nostra publica disputa, & fu il 26 quesito, qual dice precisamente in questa forma.

ANchora vi dimando, che messa partito 10 per radice relata 5. piu radice quadra 3. cioe trouando il suo recisso, come sapeti.

Al qual mio quesito circa otto mesi dapoi il termine limitato mi dette questa sottoscritta risposta publicamente in scritto.

La risposta data da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato al sopra notato mio quesito 26.

PEr fare questa operatione io trouo dietro a radice quadra 3. & radice relata prima 5. tre quantita con lor continue proportionali, lequali sono radice rel. 25. partita per ℞ 3. & ℞ rel. 125. partita per ℞ 9. & ℞ 625. partita per ℞ 27. Dapoi dispongo tutte cinque queste quantita a l'una per via del men, & l'altra per via del piu, di modo che facciamo radice quadra 3 men radice relata prima 5. piu radice rel. 25. partita per ℞ 3. mē ℞ rel. 125. partita per ℞ 9. piu ℞ rel. 625. partita per ℞ 27. & questo composito io lo adimando il primo recisso, il quale a volerlo multiplicar per radice quadra 3. piu radice relata prima 5. non accade a far altro, che a multiplicar radice quadra 3. in radice quadra 3. & radice relata prima 5. in ℞ rel. 625. partita per ℞ 27. & questo aviene, perciochè per causa della proportionalita, tutte le altre multiplicationi si abbattemo l'una l'altra. Si produce adonque di detta multiplicatione 3 piu ℞ rel. 3125. partita per R 27. & perche necessariamente 3125 ha radice relata, laqual è 5. tal produtto è equiualente a 3. e 5. partita per R 27. & questo è il medesimo con 3 piu R 25. partita per R 27. il residuo delquale è 3. men radice 25. partita per R 27. & questo adimandò il secondo residuo, il quale è quello, che multiplicato nel suo binomio, cioe in 3. piu R 25. partita per R 27. produce il diuisore a numero, il qual sara 8. & duoi vintesimi, ch'è il proposito, percioche non accade a far altro, che a multiplicare poi 10. per gli antedetti duoi residui, cioe prima per l'uno, & poi quello ne vien per l'altro, & l'ultimo auenimento si ha da diuidere per 8. & duoi vintesimi, e quello che da tal diuisione ne peruiene è la quantita cercata.

Quesito nõ ben risolto da Hieronimo Cardano medico milanese, ne da Lodouico ferraro suo creato, cioè il 28 delli 31 lor proposti nella nostra publica disputa.

Quando che vno ha da andar in alcun luogo (anchor che la via maestra sia totalmente ignorata da quello) sapendo in che verso sia quel tal luogo, non vi è dubbio, che costui a longo andar vi andara a trauersone, cioe trauersando fossi, valli, monti, boschi, & altri strani passi. Questo voglio inferir di Hieronimo Cardano medico milanese, et di Lodouico ferraro suo creato. I quali per ignorar totalmente la via maestra da risoluer il sopradetto nostro 28 quesito, & sapēdo in che verso batteua tal cosa, in termine di otto mesi vel circa vi sono andati a trauersone, & doue ch'io gli adimando vna sola quantita (chiamandola per residuo) che dutta sia quel tal binomio di radice rel. 2. piu R 3. produca quantita rationale, loro mi assegnano duoi residui, cioe vno primo, & l'altro secondo, & gia ne lascio, & non si auedono, che non hanno risolto il caso, cioe che non mi hanno dato, ne mostro il detto residuo proportionale da me adimandato, cioe quella sola quantita, che dutta nel detto binomio faccia numero rationale, come ciascun lettore puo considerare, laqual sola quantita non puo esser manco di dieci nomi, & a volerla trouar per tal suo andare a trauersone vi hauería difficulta assai per la grandissima confusione di notti di diuerse nature, che vi occorreria, & tutto questo procede per ignorare la via maestra da noi trouata, & esplicata nel precedente capo.

24 Volendo anchora partire 10 per radice rel. 2. piu R cu. 2. bisogna prima reccare quelli duoi nomi di natura diuersi a vna medesima natura, il che si fara cubando quella radice rel. 2. & relatando quella radice cuba 2. il che facendo dira poi radice cuba rel. 32. piu radice cuba rel. 243. Et per mettere prima la maggior quantita tramutaremo li detti duoi nomi, dicendo radice cuba rel. 243. piu R cu. rel. 32. fatto questo bisogna mo seguir l'ordine dato nelle passate, cioe trouar vna quantita, che dutta nel detto binomio cubo relato faccia quantita rationale, & per trouare tal quantita, se ben essaminarai l'ordine da noi trouato, & notato nel primo capo, trouarai tal quantita formarsi con quindeci termini continui proportionali nella proportione, che è da radice cuba rel. 243. piu radice cuba rel. 32. & li detti quindeci termini notati con li duoi termini piu, e meno, secondo l'ordine piu volte detto nel detto primo capo, nel restante poi si procede secondo la regola delle passate, che lõgo sarìa a volerti essemplificar il tutto.

Questa medesima sopra scritta questione fu da me proposta a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferraro suo creato nella nostra publica disputa, & fu il nostro 29 quesito delli 31 a lor proposti, qual diceua precisamente in questa forma.

Anchora partimi 10 per radice rel. 2. piu radice cu. 3. cioe trouādo per prima il suo residuo, il qual suo residuo io l'intendo per quella quantita, che dutta in tal binomio produca quantita rationale, per esser quella la sostantia di tal questione, alla qual questione circa otto mesi dapoi il termine limitato mi dedero la sotto scritta sua risposta.

La risposta data da Hieronimo Cardano medico milanese,

& da Lodouico ferraro suo creato al sopra notato mio 29 quesito.

Risolutione non rettamente fatta secondo il proposito da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato, sopra il nostro 29 quesito delli 31 a loro proposti nella nostra publica disputa.

Percioche R cu. 3. è maggiore di radice relata prima 2. io dietro a R cu. 3. & R rel. 2. ritrouo tre quantita continue proportionali, lequali sono R rel. 81. partita per R cu. 3. & R rel. 125. partita per R cu. 9. & R rel. 625. partita per radice cu. 27. Poscia dispongo tutte queste quantita l'una per via del men, & l'altra per via del piu, di modo che saranno R cu. 3. men R rel. 5. piu R rel. 25. partita per R cu. 3. men R rel. 125. partita per R cu. 9. piu radice rel. 625. partita per R cu. 27. & tutto questo composito io l'adimando primo residuo, il qual per multiplicarlo in R cu. 3. piu R rel. 5. non accade a far altro, che a multiplicar R cu. 3. in R cu. 3. & R rel. 5. in R rel. 625. partita per R cu. 27. & questo percioche tutte le altre multiplicationi per causa della proportionalita, & del piu, & meno si abbattono l'una l'altro, si produce adonque di detta multiplicatione R cu. 9. piu R rel. 3125. partita per R cu. 27. & perche 3125. necessariamente ha R rel. prima, laqual è 5. & R cu. 27. ha R cu. laqual è 3. seguita, che R cu. 9. piu R rel. 3125. partita per R cu. 27. è equiualente a R cu. 9. piu cinque terzi. Hor per trouar il secondo residuo io piglio la radice quadra di 9. laqual è 3. & cosi pongo, che il primo nome di tal secondo residuo sia la R cu. 3.

detto

detto alla quale io ritrouo due quantita in continua proportione, come ℞ cu. 2 2 vno, & duoi terzi, i quali sono ℞ cu. 1 2 5 ottantunesimo, & 2 5 vintisettesimi, & cosi dico il residuo secondo essere ℞ cu. 3. men ℞ cu. 1 2 5 ottantunesimo piu 2 5 vintisettesimi, il qual a volerlo multiplicare fia ℞ cu. 9 piu vno, & duoi terzi, non accade a far altro, che a multiplicar ℞ cu. 3. via ℞ cu. 9 & vno, & duoi terzi via 2 5 vintisettesimi, perche tutte le altre multiplicationi per causa della proportionalita, & del piu, & del meno, si abbatteno l'una l'altra, si che di detta multiplicatione si produce 2. piu 1 2 5 ottantunesimo, cioe 4. & 44 ottantunesimo, & questo si e il diuisore. Di maniera, che chi vuol mo compire l'operatione non ha da far altro, che da multiplicare 10 per il primo di sopradetti residui, & lo auenimento per il secondo poscia ha da partire l'ultimo auenimento per 4. e quarantaquattro ottantunesimo, & quello che ne riuscira sara la quantita cercata.

Nella qual sua conclusione, come che ogniuno puo vedere, questi tali non mi hanno dato, ne saputo assignar quel proportional residuo adimandato, cioe quella sola quantita, che dotta sia quel proposito binomio producesi quantita rationale (che e il neruo principal di tal questione) laqual quantita (procedendo per qual strana via si voglia) e necessario esser composta di 15 termini continui proportionali, & a trouarli per tal sua via a trauersone ci haueria difficulta grandissima, come fu detto anchora della passata per la grandissima confusione di rotti di natura diuersi, come che ciascun sano intelletto puo considerare, e pero bisogna dar tali conclusioni senza rotti, il che non hanno saputo fare per non saper la retta via maestra, ma sono andati a trauersone concludendo la questione in duoi residui, cioe primo, & secondo, & io ne adimando vn solo, & non duoi.

25 Volendo anchora partire 10 per ℞ rel. 5. piu ℞ ℞ 3. prima ridurai li detti duoi nomi a vna medesima natura, il che farai recando quella ℞ rel. 5. a censo di censo, & relatare quella ℞ ℞ 3. il che facendo hauerai poi ℞ cen. cen. rel. 625. piu ℞ cen. cen. rel. 243. fatto questo bisogna mo seguir l'ordine dato nelle passate, cioe trouar vna quantita, che dutta, ouer multiplicata sia il detto binomio cen. cen. rel. faccia numero rationale, & per trouare tal quantita se ben considerarai l'ordine dato, & notato nel primo capo, trouarai tal quantita formarsi da 20 termini continui proportionali nella proportione, che e da ℞ cen. cen. rel. 625. a ℞ cen. cen. rel. 243. & questi tali 20 termini notarli con li duoi termini piu, & meno secondo la regola data nel detto primo capo, & dapoi seguir secondo la regola vista nelle passate.

Questa medesima soprascritta questione fu da me proposta a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferraro suo creato, nella nostra publica disputa, & fu il 30 questo delli 31 a lor proposti, il qual questo diceua precisamente in questa forma.

Anchor partime 10 per ℞ rel. 5. piu ℞ ℞ 3 (come e detto) cioe trouando il suo recisso (il qual suo recisso, come nella passata e stato detto, io lo intendo per quella sola quantita, che dutta in tal binomio produca quantita rationale, per esser quello il neruo principal di tal questo) alqual questo circa otto mesi dapoi il termine fra noi limitato mi dedero la sottoscritta sua risolutione.

Risolutione data da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato al soprascritto mio 30 questo delli 31 a lor proposti nella nostra publica disputa.

Per far questa partitione, io dietro a ℞ ℞ 3. & ℞ rel. 5 trouo tre quantita continue proportionali con loro, lequali sono ℞ rel. 45. partita per ℞ ℞ 3. & ℞ rel. 125. partita per ℞ ℞ 9. & ℞ rel. 625. partita per ℞ ℞ 27. Dapoi dispongo queste cinque quantita l'una per via del men, & l'altra per via del piu, di modo, che fanno ℞ ℞ 3. men ℞ rel. 5 piu ℞ rel. 45. partita per ℞ ℞ 3. men ℞ rel. 125. partita per ℞ ℞ 9. piu ℞ rel. 625. partita per ℞ ℞ 27. & tutto questo composito io l'adimando il primo recisso, il quale a multiplicarlo in ℞ ℞ 3. piu ℞ rel. 5. no accade a far altro, che a multiplicar ℞ ℞ 3 via ℞ ℞ 3. & ℞ rel. 5. via ℞ rel. 625. partita per ℞ ℞ 27. perche tutte le altre multiplicationi si abbatteno l'una l'altra per causa della proportionalita, & del piu, & meno. Et cosi di tal multiplicatione ne nasce ℞ rel. 3125. partita per ℞ ℞ 27. piu ℞ 3. cioe 5. partito per ℞ ℞ 27. piu ℞ 3. il recisso di questo lo adimando il secondo, e 5. partito per ℞ ℞ 27. men ℞ 3. Faccio la multiplicatione, & ne vien 25. partito per ℞ 27. men 3. il binomio del quale e 25. partito per ℞ 27. piu 3. faccio la multiplicatione, & ne viene 625 vintisettesimi men 9. cioe 14. e quattro vintisettesimi, & questo e il diuisore. Si che chi vuol mo perfetta l'operatione multiplichi 10 per il primo de gli antecedenti recisi, et il produtto per il secondo, poscia quello ne vien per il binomio 25. partito per ℞ 27. piu 3. & la quantita, che ne venira sara quella, che partita per 14. e 4 vintisettesimi ne dara la quantita cercata.

Risolutione non fatta secondo il proposito da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato sopra il mio 30 questo di 31 a lor proposti nella nostra publica disputa.

Anchora in questa si vede, che non mi hanno saputo assignar, ne proferir in parole quel proportional residuo, che nel mio questo si adimanda, cioe quella sola quantita, che dutta nel soprapposto binomio produca quantita rationale, che é la sostanza di tal mio quesito, ma me la vogliono conclude-re a trauersone con tre diuersi confusi residui, cioe primo, secondo, & terzo residuo. Et tutto que-sto procede per ignorare la retta via magistrale.

Da notare.

16 Bisogna sapere quantunque in tutti li sopra notati essempij io habbia posto 10 per la quantita da partire, per essere vn numero facile da maneggiare, nondimeno tal quan-tita puo esser non solamente ogni altro numero, ma puo esser anchora vna ℞ sorda, et similmente vn binomio, ouer residuo, & vn trinomio, ouer quadrinomio, &c. Che a volerti dar essempio in ogni qualita di simil sorte di partir, longo sarei in tal materia, ma mi basta so lamente auertirti dell'ordine, nel resto con il tuo ingegno supplirai. Ma quãdo ti accadesse da partir vna quantita per vn trinomio, ouer quadrinomio, et altri simili, delliquali non sapesti cõ che molti plicar il partitore, che producesse numero rationale, tu notaresti tal partir in forma di rotto. Essem pi gratia volendo partire ponimo 12. per questo trinomio 1. p̃ ℞ cu. 3. piu ℞ cu. 9. hor non sapen do con che quantita multiplicar tal trinomio, che produca numero, ouer quantita rationale tu lo notarai in forma di rotto, cioe ponendo quel 12. sopra di vna virgola, & sotto di quella ponerai quel tal tri-nomio, come in margine vedi. Et cosi volendo partire ℞ cu. 13 per ℞ cu. 4. piu ℞ cu. 5. men ℞ cu. 2. tu notarai quel ℞ cu. 13 sopra vna linea, & sotto di quella ponerai quel tal trinomio, come in margine vedi. Et questo modo di partire si poria anchora vsare a par-tire per vn simplice binomio, ouer residuo senza alterare il detto partitore, ma egli e piu da perso-na intelligente a ridur il detto partitore a quan-tita rationale potendo, ma quando che non si puo, si debbe procedere, come di sopra hab-biamo detto, & fatto.

a partir 12 per 1 piu ℞ cu. 3. piu ℞ cu. 9

ne vien $\dfrac{12}{1 \text{ piu } ℞ \text{ cu. } 3 \text{ piu } ℞ \text{ cu. } 9}$

a partir ℞ cu. 13 per ℞ cu. 4. p̃ ℞ cu. 5. m̃ ℞ cu. 2

ne vien $\dfrac{℞ \text{ cu. } 13.}{℞ \text{ cu. } 4. \text{ piu } ℞ \text{ cu. } 5. \text{ men } ℞ \text{ cu. } 2.}$

Vero é che hauendo a partire per vn trino-mio quadro, tu poi in duoi colpi ridurlo a quantita rationale. Essempi gratia volendo partir 10. per questo trinomio ℞ 6. p̃ ℞ 3. p̃ ℞ 2. prima per ridur tal partitore a quantita rationale, volterai vno di quelli termini di piu in meno, hor voltamolo in questo modo ℞ 6. p̃ ℞ 3. men ℞ 2. & con questo multiplicarai il detto trinomio di ℞ 6. p̃ ℞ 3. piu ℞ 2. il che facendo trouarai, che ti produ-ra ℞ 72 piu 7. cioe ti sara calato vn nome, onde multiplicando anchora la cosa da partire, cioe quel 10. per quel medesimo, trouarai che ti produra questo trinomio ℞ 600. p̃ ℞ 300 men ℞ 200. da partir per quel binomio di ℞ 72 p̃ 7. Et per far tal partire procederai secondo l'ordine dato, cioe multiplicarai il partitore per il suo residuo, cioe per ℞ 72 men 7. il che facendo te ne venira 23 per il suo rational partitore, onde multiplicando anchora la cosa da partire, cioe quel ℞ 600 piu ℞ 300 men ℞ 200. per il detto residuo, cioe per ℞ 72 men 7. trouarai che ti produrá questo senomio ra-dice 43200 men ℞ 29400 piu ℞ 21600. men 120. men ℞ 14700. piu ℞ 9800. partendolo per il suo rational partitore, cioe per quel 23 lo auenimento sara quello, che venira a partire il detto 10. per il detto trinomio di ℞ 6 piu ℞ 3 piu ℞ 2. & perche a partire il detto senomio per il detto 23. non vi occorre alcuna arte, ma solamente fatica, a te lascio la impresa di essequire tal effetto, & quando che hauerai essequito, tal operatione se per essercitarti ne vorrai far la proua, multiplicarai il detto vltimo auenimento sia il primo partitore, cioe sia ℞ 6 piu ℞ 3 piu ℞ 2. & di tal produtto ti doueria venir la cosa partita, cioe quel 10. il che venendo sarai sicuro tutta la tua operatione esser stata buona, ma venendo altramente sarai sicuro di hauer errato in qualche parte, e pero riuederai tal tua operatione dal principio al fine, & questo facendo, oltra che trouarai lo errore ti venirai a far nella pratica eccellente.

Il fine del decimo libro.

LIBRO VNDECIMO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO

Tartaglia, nelqual si dichiara, & si essemplifica praticalmente con numeri, & radici, & altre quantita irrationali, tutte le diffinitioni, & propositioni del decimo di Euclide, & massime quelle, che sono piu alla general pratica di numeri, & misure vtili, & necessarie, & non piu oltra, giontoui in fine vn capo da saper limitar il pretio alle gioie, ouer pietre pretiose.

Auendo nella traduttione di Euclide da me fatta in lingua volgare assai competentemente dechiarato speculatiuamente il suo decimo libro. Dico tanto quanto, che in tal luogo geometricamente aspetti. Ma perche vna cosa e il saper speculatiuamente dimostrare vna propositione geometrica, & vn'altra e il saperla essequire, ouer essemplificare, & prouare attualmente con numeri, & radici, ouer con altre quantita irrationali, perche la prima parte appartiene solamente al Theorico, cioe al speculatiuo, & la seconda al pratico. Et per tanto accioche gli esperti pratici non restino di tal dottrina in tutto priui, mi e parso in questo luogo di voler essemplificare, & attualmente prouare con numeri, & radici, & altre quantita irrationali tutte quelle propositioni del detto decimo di Euclide, che a me parera esser piu alla general pratica di numeri, & misure necessarie, & non piu oltra. Ma che desiderasse poi da intendere tai propositioni per dimostratione geometrica ricorra dal detto Euclide da noi tradotto, & trouara cio che desidera. Et oltra di questo, chi desiderasse poi di sapere essemplificare attualmente con numeri, & radici tutte quelle altre propositioni da me intralasciate del detto suo decimo libro, affermo che a tutti quelli, che haueranno intese queste mie dichiarationi, facile gli sara a essequir tal cosa da loro medesimi.

Alcuno mi poria imputare, & dire non esser conueniente a dichiarare con essempi, in questo luogo tali propositioni del detto decimo di Euclide per esser tutte questioni geometrice, & che per questa causa per si conueniano tai dichiarationi, & essemplificationi nel trattato di geometria, che in questo luogo.

Rispondo che le sette arti liberali sono tanto insieme colligate, & miste, ch'egli e impossibile a poterne insegnar vna senza interponerui alcuno di termini, ouer particolar soggetti di quelle, che dapoi quella seguitano. Et che sia il vero, si vede chiaramente nella grammatica, laquale e la prima delle sette arti liberali, & nondimeno volendo dichiarare le parti di quella in forma d'interrogationi. Il precettore dice al discepolo. Poeta que pars est, & la che il discepolo gli risponde. Nomen est. Et il precettore replicando dice. Quare est nomen? Sia fa che il discepolo risponde. Quia significat substantiam, & qualitatem propriam, vel communem cum casu, & nondimeno che interrogasse il discepolo, & anchora il precettore, che cosa sia sostantia, & che cosa sia qualita, non solamente il discepolo, ma molte volte anchora il detto preceptore restaria alla risposta muto, & questo procede, perche tali diffinitioni non si aspetta al grammatico, ma al logico per esser termini della logica, per laqual cosa seguita, che a voler ben intendere tutti li termini della grammatica, bisogneria prima intender la logica, & a voler ben intender la detta logica (per molte piu efficace ragioni) bisogna prima intendere la grammatica. Et perche egli e impossibile a poter insegnare, ouer a imparar tai due arti in vn colpo solo, ma bisogna prima insegnare, ouero imparar l'una, & dapoi l'altra, e per tanto nella prima essendoui nella insegnare, ouer a imparare confusamente molti termini pertinenti all'altra. Il medesimo voglio inferir di me, che volendo insegnar la general pratica di queste due scientie di numeri, & misure, cioe di Arithmetica, & Geometria, lequali sono tanto insieme colligate, che egli e impossibile a poterne insegnar general mente vna, senza interponerui strauagantemente, & confusamente molti termini, & particolar questioni pertinenti all'altra, come nelli precedenti libri, trattando delle radici binomij, residui, & altre quantita irrationali, che sono tutti accidenti della quantita continua (anchor che con numeri, & radici si sprimeno) si e visto. E pero non e da marauegliarsi, se conuenientemente vi aggiongo questa pratica di essequir con numeri, & radici, le seguenti propositioni del decimo di Euclide (anchor che geometricamente parlino) per esser materie conformi. Et se pur ti restara qualche particolarita nella mente confusa per non

[illegible]

hauer hanno anchora notitia delli principij, & termini della Geometria, quando che farai con il tuo studio nel trattato di detta Geometria, & inteso li principali termini di quella le cose confusamente intese ti si faranno chiare, & lustre, si come interuiene al grammatico intrando con il suo studio nella logica.

Vna dechiaratione del presente auttore sopra le diffinitioni

del decimo di Euclide, piu alla pratica conueniente di quella gia fatta da lui sopra di esso Euclide. Cap. I.

Diffinitione prima del decimo di Euclide.

1 QVelle quantita saranno dette communicanti, ouero commensurabili, alle quali sara vna quantita numerante communamente quelle. Et quelle alle quali non sara vna quantita numerante communamente quelle saranno dette incommensurabili.

Nanzi che veniamo alla essemplificatione della presente diffinitione, bisogna sapere, che vna quantita s'intende numerare, ouero misurare vn'altra, quando che quella la numera, ouero misura precisamente per volte integre, cioe per numero integro, senza rotto, come s'intende nel settimo di Euclide nelli numeri. Essempi gratia diremo, che ℞ 3 numera, ouer misura radice 108. perche partendo ℞ 108 per ℞ 3. ne vien ℞ 36. che saria 6. il qual 6 è numero sano, e pero la detta radice 3 vien a numerare, ouer misurare precisamente 6 volte la detta ℞ 108. ma quando che la radice del detto auenimento fusse numero rotto, ouer sano, & rotto, ouero altra quantita irrationale, non s'intenderia tal quantita numerare, ouer misurare quell'altra.

Ma bisogna notare, che quella quantita numerante, ouer misurante puo esser denominata, non solamente dalla vnita, ouer da vn numero sano, ma anchora da vn rotto, & da vn sano, & rotto, & finalmente da qual si voglia specie di radice sorda, & sia tal radice denominata da vn numero sano, ouer rotto, ouer sano, & rotto.

E pero si manifesta, che questo dir communicante, ouer non communicante, o vogliam dire commensurabile, & non commensurabile, altramente s'intende, & piglia nelle quantita continue, di quello s'intende, & piglia nelli numeri semplici, perche li numeri communicanti s'intendono quelli (come fu detto nel settimo di Euclide) che qualche numero (oltra la vnita) li numera communamente, & non communicanti s'intendono quelli, che solamente dalla vnita sono communamente numerati. Ma nelle quantita continue, due quantita non solamente s'intendono esser communicanti quando che sono communamente numerate da vna quantita denominata da numero semplice, ma anchor quando sono cõmunamente numerate da vna quantita denominata dalla vnita, ouer da vn rotto, ouer da vn numero sano, & rotto, ouer da qualche specie di ℞ sorda, o sia tal ℞ di numero sano, ouer rotto, ouer sano, & rotto, come di sopra è stato detto. Et incommensurabile s'intendono due quantita quando che non vi sia alcuna specie di quantita, che numeri communamente quelle, cioe che le numeri, ouer misuri precisamente per volte integre, cioe senza rotto, come di sopra è stato detto. Essempi gratia siano queste due quantita ℞ 56. & ℞ 126. diremo esser cõmunicante, perche ℞ 3½ numera cõmunamente ambedue quelle, la causa, che la si numera è questa, che partendo ℞ 56 per la detta ℞ 3½ ne vien ℞ 16 laqual ℞ 16 saria 4. E pero la detta ℞ 3½ numera la detta ℞ 56 precisamente 4 volte, senza alcun rotto, similmente partendo ℞ 126 per la medesima ℞ 3½ ne vien ℞ 36 laqual ℞ 36 saria 6. e pero la detta ℞ 3½ numera la detta ℞ 126 precisamẽte 6 volte senza alcun rotto. E per tanto le sopradette due quantita, cioe ℞ 56. & ℞ 126 (per la sopradetta diffinitione) diremo esser communicanti, ouer commensurabili, & la sua commune misura saria la detta ℞ 3½, vero è che due quantita puo hauer diuerse quantita numeranti cõmunamente quelle.

Ma quando non vi fusse vna quantita numerante communamente due proposte quantita, tali due quantita si direbbono essere incommensurabili per la detta diffinitione, come sariano queste due ℞ 6. & ℞ 10. lequali per le ragioni, che nella prima del sequente capo s'intendera, è impossibile di trouar alcuna quantita numerante communamente quelle, e pero sono dette incommensurabili per la detta diffinitione. Egli è ben vero, che per le nostre regole praticali adutte sopra il summare, & sottrar di radice si puo conoscere le dette due, & due quantita se sono, ouer rationali non, ma tali regole al presente taccio, perche mi basta essemplificare tal diffinitione posta da Euclide, e pero non ti ammirare se alcuna volta replico molte regole diuerse di alcune altre in altri luoghi da me dette, perche (come dice il prouerbio) per piu vie si va a Roma.

Diffinitione seconda del decimo di Euclide.

2 LE linee rette sono dette in potentia communicante quando vna commune superficie numera le superficie di quelle.

Per ben intendere questa diffinitione bisogna saper, che la potentia di vna linea s'intende il quadrato di quella. Essempi gratia la potentia di vna linea longa, poniamo 5 piedi faria 25. cioe 25 superficiente quadrate di vno piede per faccia, & cosi la potentia di ℞ 2 faria 2. cioe il quadrato di ℞ 2. che è 2. & cosi la potentia di ℞ 3 faria 3. Similmente la potentia di ℞℞ 7 faria ℞ 7. cioe faria il quadrato di ℞℞ 7. che faria ℞ 7 & cosi discorrendo.

Essendo adonque due linee, la prima dellequali poniamo che sia longa piedi 8. & l'altra ℞ 12. lequali dico esser in potentia communicante, perche vi sono molte superficie, che numeraranno le superficie quadrate di quelle, perche il quadrato della prima faria 64. & quello della seconda faria 12. & cosi il quadrato di vna linea longa piedi 2. che faria di superficie piedi 4. numerara precisamente 16 volte 64. & precisamente 3 volte 12. similmente il quadrato di ℞ 2. che faria 2. numerara precisamente 32 volte 64. & precisamente 6 volte 12. anchora il quadrato di vna linea longa vn sol piede, che faria per vn piede superficiale numerara precisamente 64 volte 64. & 12 volte 12. Se adonque quando non ve ne fusse salvo, che vna superficie, che numerasse le dette superficie quadrate di quelle, tai due linee, cioe 8. & ℞ 12. fariano (per la sopradetta diffinitione) in potentia communicante, tanto piu faranno in potentia communicante essendoui piu commune superficie numerante le dette superficie quadrate di quelle.

piedi 5	℞ 2
25	2
℞ 5	℞℞ 7
5	℞ 7

Sia anchora queste due linee, cioe ℞℞ 32. & ℞℞ 72. & perche le superficie quadrate di ambedue saranno communamente numerate dalla superficie quadrata di ℞℞ 8. s'intenderanno esser in potentia communicante, la causa pratticale, che le siano da quella numerate è questa, che il quadrato di ℞℞ 32. faria ℞ 32. & il quadrato di ℞℞ 72 faria ℞ 72. & il quadrato di ℞℞ 8 faria ℞ 8. onde partendo ℞ 32 per ℞ 8. ne venira ℞ 4. laqual ℞ 4 faria 2. per numero, e pero la detta ℞ 8. numera precisamente due volte la detta ℞ 32. Similmente partendo ℞ 72. per la detta ℞ 8 ne venira ℞ 9. laqual ℞ 9 faria 3. per numero, e pero la detta ℞ 8 numera precisamente 3 volte la detta ℞ 72. e pero le dette due linee ℞℞ 32. & ℞℞ 72 sono in potentia communicante, perche la superficie quadrata di ℞℞ 8 numera communamente le superficie quadrate di quelle.

Diffinitione terza del decimo di Euclide.

3 LE linee sono dette incommensurabili in potentia quando che non gli sara alcuna commune superficie, che numeri le superficie quadrate di quelle. Essempi gratia queste due quantita ℞℞ 6. & ℞℞ 8 (essendo linee) diremo essere incommensurabili in potentia, perche non vi è alcuna commune superficie, che numeri le superficie quadrate di quelle, lequali superficie quadrate l'una faria ℞ 6. & l'altra faria ℞ 8. la causa, che non vi sia alcuna commune superficie, che numeri le dette due superficie quadrate s'intendera nella prima del sequente capo. Egli è ben vero, che per la regola data sopra il summar, & sottrar di radice potemmo conoscere, & sapere le dette ℞ 6. & ℞ 8. esser incommensurabili, perche multiplicando l'una per l'altra non produra numero quadrato, ouer partendo qual si voglia di quelle per l'altra, lo auenimento non sara quadrato, cioe di tal auenimento non se ne potra cauar numero rationale, e pero sono incommensurabili le dette due superficie quadrate, cioe ℞ 6. & ℞ 8. e per tanto seguita le dette due linee, cioe ℞℞ 6. & ℞℞ 8 esser incommensurabili in potentia.

Diffinitione quarta del decimo di Euclide.

4 LA ogni proposita retta linea, con laquale ratiociniamo, sara detta rationale.

In questa diffinitione l'auttore ne auertisse, come che quella misura materiale, laquale operaremo nelle nostre commensurationi (o sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, o palmo, o dito, o grano, ouero altra misura formata con il compasso a nostro piacere) sara detta rationale, per esser vna quantita a noi cognita, & famigliare in tali commensurationi.

Diffinitione quinta del decimo di Euclide.

5 ET le linee a quella communicante sono dette rationali.

Quantunque questa diffinitione sia posta disgionta dalla precedente la si debbe intendere congionta con quella successiuamente, perche in questa copulatiuamente dississe, che tutte quelle linee, che saranno commensurabili a quella proposita linea (cioe a quella misura, con laquale misuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, o palmo, o dito, o grano, ouero altra misura formata a nostro piacere con il compasso nelle piccole commensurationi, ouero costruttioni) sono dette rationale, essempi gratia ponemo, che la nostra proposita linea (con laquale misuramo, ouero intendiamo di misurare le nostre cose occorrenti) sia quella misura materiale, che si chiama passo, diuisa in piedi cinque, & ciascun piede secondo il costume moderno, in oncie dodici. Hor dico che non solamente il detto passo sara linea rationale (per la precedente diffinitione) ma anchora tutte le linee misurate con il detto passo, & con le sue parti saranno dette rationali (per la presente diffinitione) perche tutte le dette linee veneranno a esser commensurabili con la nostra proposita rationale, cioe con il nostro passo. Et accio che meglio m'intendi, ponemo che sia vna linea, ouero longhezza longa passa 6. piedi 4. oncie $7\frac{1}{2}$, dico la detta linea, ouero longhezza esser quantita rationale (per la precedente diffinitione) per essere commensurabile con il nostro passo (per la prima diffinitione) & la loro commune misura veniria a esser la mezza oncia, cioe che vna linea longa mezza oncia misuraria la proposita longhezza precisamente 795 volte, & misuraria anchora il nostro passo precisamente 120 volte, onde per la detta prima diffinitione saranno commensurabili, & per la precedente, & presente diffinitione, l'una, & l'altra sara rationale, che è il proposito.

Ma bisogna notare, che questa medesima diffinitione nella seconda tradutione (cioe nella tradutione del Zamberto) parla in quest'altra forma.

ET quelle linee, che a questa saranno commensurabili in longhezza, & in potentia, & anchora solamente in potentia sono dette rationali.

Laqual diffinitione è assai piu larga, & generale dell'altra, perche questa vuol, che anchora quelle linee, che sono commensurabili solamente in potentia con la nostra proposita rationale (cioe con la nostra misura di passo, ouer pertica, ouero altra sorte di misura) siano chiamate rationali, per il che seguita, che quelle quantita, che communamente da pratici sono dette radici sorde, & irrationali, come saria R 10. ouer R 14. & cosi la radice di ogn'altro numero non quadrato. Essendo tal quantita linee, Euclide vuole, che siano dette rationali, per esser il suo quadrato rationale, & se cosi non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni di binomij, & residui, come che al suo luogo s'intendera, vero è, che se tai radici sorde saranno superficie, saranno irrationali, & saranno dette superficie mediali, come al suo luogo s'intendera. Ma fra pratici ogni radice sorda, o sia tal radice di superficie, ouer di linea, è detta communamente irrationale, come che da me per il passato è stato detto.

Diffinitione sesta del decimo di Euclide.

6 ET quelle linee, che saranno alla medesima incommunicante sono dette irrationali, ouer sorde.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successiuamente alla precedente della tradutione del Campano, perche in questa lui diffinisse, che tutte quelle linee, che non saranno communicanti alla medesima nostra proposita retta linea (cioe alla nostra proposita misura materiale) sono dette linee irrationali, ouero sorde, nondimeno questa medesima diffinitione nella tradutione del Zamberto parla in quest'altro modo.

ET quelle linee, che saranno a questa incommensurabili per l'uno, & l'altro modo, cioe in longhezza, & in potentia sono chiamate irrationali.

Laqual diffinitione intendendola congionta successiuamente con la precedente (pur della tradutione del Zamberto) viene a conformarsi con il conuerso di quella, cioè che vna linea incommensurabile solamente in longhezza con la nostra misura non si debbe chiamare, ne intendere irrationale (come sopra la precedente fu detto) anzi lui vuole, che la s'intenda rationale, per esser il suo quadrato rationale, e pero bisogna notare, che il volgo di pratici sin al presente (seguendo la tradutione del Campano) le radici di tutti li numeri non quadrati, si essendo linee, come essendo superficie (come di sopra è stato detto) li chiamano irrationali, & sorde, nondimeno le si debbono intendere rationali essendo linee, come parla la tradutione del Zamberto, altramente seguiria (come di sopra dissi) grande discordantia nelle cose, che seguita nel decimo.

Diffinitione settima del decimo di Euclide.

7 MA ogni quadrata superficie, ellaquale p il presupposito ratiocinamo è detta rationale.

Per maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna, che quando noi desideriamo di saper la quantita di alcuna superficie inuestighiamo in che proportione la sia con il quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura, come saria a dire quanti

passa

passa quadri è, ouero piedi, percioche o altra misura formata a nostro piacere (il che si troua multiplicandole misure della larghezza di detta superficie, in le misure della sua longhezza (come fu detto nel principio del secondo libro di Euclide) & lo producto di tal multiplicatione sara la quantita di quante superficiente quadrate (della misura gia operata) sara la detta superficie, & per superficieta quadrata si debbe intendere vno quadretto di vna misura per faciata, cioe di quella, che gia habbiamo operata a misurare, o sia passo, o piede, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere. Hor ratiocinando al nostro proposito l'auttore diffinisse, che ogni superficie quadrata, con la quale per il presupposito ratiocinamo (o sia d'vn passo, ouero d'vn piede, ouero di qual si voglia altra misura grande, ouer piccola) è detta rationale per esser vna superficie a noi cognita, e famigliar.

Diffinitione ottaua del decimo di Euclide

8 ET le superficie a quella communicanti sono dette rationale. Cioe che tutte quelle superficie, che saranno communicanti, ouero commensurabili a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) sono dette rationali, ma bisogna notare, che se la nostra quadrata superficie sara d'un passo non solamente vn'altra superficie di piu passa integri superficiali (come saria di passa 4 etc.) sara detta rationale, ma anchora di passa, piedi, & oncie, & mezze oncie sara pur detta rationale (si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata di vn passo, & la lor commune misura, sempre sara la minima parte del passo, che si trouara esser denominata in detta superficie, & accio meglio m'intendi poniamo, che vna misurata superficie sia passa vinticinque, & vn terzo superficiale, dico la detta superficie esser commensurabile con la nostra superficie di vn passo, & la lor commune misura sara vn terzo di passo superficiale, similmente se la detta misurata superficie fusse passa trentasei, piedi cinque, oncie sette, e tre quarte di oncia superficiale, la lor commune misura sara insilance vn quarto di oncia superficiale, e però l'una, & l'altra sara rationale, il medesimo si trouara in ogni altra specie di rotto. Et nota che vn passo superficiale è piedi 25 superficiali, & vn piede superficiale è oncie 144 superficiali, & con queste euidentie potrai saper in ogni altra sorte di misura (diuisa come si voglia) quante superficiente di vna delle sue parti andara a formar il tutto, perche molti si credeno, che si come vn passo lineale è cinque piedi lineali, che vn passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali, anzi è il quadrato di cinque, cioe vinticinque, come è detto di sopra, & similmente perche vn piede lineale è diuiso in oncie 12. credono, che similmente oncie 12 superficiali facciano vn piede superficiale, per il che non puoco errano nelle sue risolutioni, perche (come di sopra è detto) vn piede superficiale è oncie 144 superficiali, & tutto questo (per le ragioni adutte sopra la prima diffinitione, ouero suppositione del secondo del detto Euclide sara manifesto, & non solamente nelle parti del passo, & del piede, ma anchora nelle parti della pertica, & della cana, & del cauezzo, ouer di vna misura formata a nostro piacere, perche quello, che è detto del passo, e piede, con la medesima euidentia si procedera nelle parti di qual si voglia misura diuisa, perche ogni famosa citta forma, & diuide, & da il nome alle sue famose misure secondo il loro parere, e pero auertisse.

Diffinitione nona del decimo di Euclide.

9 ET le superficie a quella medesima incommunicanti sono dette irrationali, ouer sorde. Hauendo l'auttore nella precedente diffinito, quale siano le superficie dette rationali, hora in questa equiualentemente ne diffinisse il conuerso, cioe che tutte quelle superficie, che non saranno commensurabili a quella medesima nostra quadrata superficie (detta di sopra) saranno dette irrationali, ouero sorde.

Diffinitione decima del decimo di Euclide.

10 ET quelle, che ad alcune di quelle (irrationale) saranno communicanti saranno dette irrationali. Questa diffinitione ne auertisse tutte quelle superficie, che sono, ouero saranno communicanti ad alcuna superficie irrationale, saranno medesimamente dette irrationali, perche vna quantita rationale non puo esser communicante con vn'altra, che sia irrationale.

Diffinitione undecima del decimo di Euclide.

11 ET i lati potenti in quelle superficie quadrate sono detti irrationali. Cioe che i lati potenti in qualche tu superficie irrationali quadrate, similmente sono dette irrationali, il lato potente in vna su-

perficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie ma se la non fusse quadrata se intende pur per el lato de una superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa redutta in quadro. Essempi gratia se l'area de una superficie sara ponimo ℞ 40 tal ℞ 40 per esser superficie e detta irrationale si secondo Euclide, come secondo la commune sententia de pratici, & per tanto il lato potente in tal superficie veneria a esser ℞ ℞ 40. cioe il lato di tal superficie essendo quadrata saria ℞ ℞ 40. e pero si vede tal lato esser irrationale. Cap. II.

Superficie

Lato

Hauendo nel precedente capo ordinatamente dichiarate, & con numeri, & radici essemplificate tutte le diffinitioni del decimo di Euclide, al presente principiaremo a far il medesimo di alcune sue propositioni, cioe di quelle, che me parera esser alla general pratica di numeri, & misure utile, ouer necessarie, & non piu oltra, perche molte propositioni sono poste dal detto autore a lui necessarie per dimostrar altre propositioni, lequali nella pratica poi non e di molto profitto la loro essemplificatione, come che si puo comprendere della prima propositione del detto suo decimo libro, laqual in quanto alla pratica non e di alcun profitto, ma in quanto alla scientia e necessarissima per dimostrare la seconda del 12 libro del detto Euclide, & la decimaterza del 12. & altre.

1 EVclide nella seconda propositione del suo decimo libro volendone specialmente assignar un proprio accidente delle quantita incommensurabili, dice queste parole.

Se saranno due quantita inequali, & dalla maggior sia detratto una quantita equale alla menore per fino a tanto, che sopr'auanzi una quantita menore di essa minore, & dapoi dalla menore sia detratto una quantita equale da esso rimanente per fin a tanto, che rimanga quantita menore di questo rimanente, anchor di nuouo dal rimanente primo sia detratto una quantita equale al rimanente secondo per fin a tanto, che rimanga quantita menor di quello, & che dalla continua detratione fatta in questo modo, non sia trouato alcuno rimanente, che numeri lo rimanente restato per auanti quelle due quantita e necessario esser incommensurabili.

Anchora che per altre vie pratiali habbiamo dato regola di saper, conoscere se due quantita siano commensurabili, ouer almente non, nondimeno mi e parso anchora di voler essemplificare questa dimostrata specialmente dal detto Euclide, & massime per far conoscere qualmente questa altramente s'intende di quella data in numeri nella prima del settimo. Anchor che in vero, & nell'altra tradutione latina, alcuni affermano questa esser simile alla detta prima del settimo. Hor per venire alla essemplificatione. Pongo che vogliamo sapere se ℞ 6 sia commensurabile con ℞ 3. Egli e vero, che questo lo poteremo sapere per le nostre regole praticali, cauate dalla sesta propositione del detto decimo di Euclide, cioe partendo l'una per l'altra, & se di tal partimento ne venira numero rationale, tal due quantita saranno commensurabili, & se di tal partimento ne venira numero non quadrato, cioe che non habbia radice rationale, tal due quantita saranno incommensurabili, come piu volte e stato detto. Ma volendo conoscer questo per la regola specialmente data in questa dal detto Euclide sottraremo la menore, cioe ℞ 3 dalla maggiore, cioe da ℞ 6. ma perche tal sottratione non si puo fare salvo, che con il termine del men, dicendo, che resta ℞ 6 men ℞ 3. Il qual primo rimanente cauandolo poi dalla menor quantita, cioe da ℞ 3 trouaremo, che ne restara ℞ 12 men ℞ 6. ma perche questo ℞ 12 m ℞ 6 e anchor maggior quantita di ℞ 6 men ℞ 3. & per tanto ne cauaremo di quello un'altra volta il medesimo ℞ 6 men ℞ 3. & trouaremo, che restara ℞ 27 men ℞ 24. & questo secondo rimanente lo cauaremo dal primo (cioe da ℞ 6 men ℞ 3.) & trouaremo, che restara ℞ 54 men ℞ 48. & perche si vede, che dalla continua detratione fatta in questo modo, procedendo in infinito non si trouara alcun rimanente, che numeri il rimanente restato per auanti, e pero tal due quantita, per la detta propositione sono incommensurabili. Alcun poria ragioneuolmente dire, tal regola data dal detto Euclide per conoscer le dette quantita incommensurabili esser molto, & molto tediosa, & longa rispetto a quella di sopra allegata, & usata nel terzo libro nel summar, e sottrar di ℞, & che per tal causa questa data dal detto Euclide non esser cosa da usare nella pratica di radici sorde, & non essendo da usare esser cosa superflua, & non necessaria.

maggior quantita	℞ 6
menor quantita	℞ 3
primo rimanente	℞ 6 men ℞ 3
	℞ 12 men ℞ 6
	℞ 6 men ℞ 3
secondo rimanente	℞ 27 men ℞ 24
terzo rimanente	℞ 54 men ℞ 48

Circa di questo io rispondo, & dico Euclide hauer posta tal propositione, & le due seguenti piu per seruitione nella pratica del puro operar geometrico, che per seruirsene nelle quantita continue denominate da numero, ouer da radice, anchor che tai propositioni, in quelle ne possino seruire, & nato questo nel trattato del puro operar geometrico si fara manifesto di quanta utilita, & commodita

modita tali propositioni siano, non restando pero di essemplificarle anchora in questo luogo con numeri, & si tanto quanto s'estende il mio pouco saper.

Anchora Euclide nella terza propositione del suo decimo libro conclude, che di due proposte quantita inequali communicanti potiamo ritrouare la massima quantita numerante communamente quelle. Et circa a tal propositione non vi adduce dimostratione alcuna, ma in l'una, & nell'altra traduttione latina rimettono tal dimostratione a quella fatta sopra la seconda propositione del settimo nelli numeri, circa di questo affermo il processo della dimostratione di questa esser simile al processo della dimostratione di quella. Ma la conclusione di questa è molto piu generale di quella, perche quella conclude solamente di numeri primi, & composti di quantita discreta secondo la consideratione del mathematico, delliquali le loro vnita sono indiuisibili, & questa conclude della quantita continua, dellaqual quantita continua anchor che li numeri, & le vnita di quella, nella pratica di mathematici si proferiscono astratti da ogni materia sensibile, nondimeno naturalmente sono numeri denominati da qualche specie di misura materiale anchor che'l nome di tal misura si taccia, & tal specie di misura si suppone naturalmente in luogo della vnita, ma perche tal misura è diuisibile in infinito, seguita tal specie di vnita materiale esser diuisibile in infinito, come che nel principio della prima parte, & anchor sopra li rotti, & in molti altri luoghi da me è stato detto. E per tanto tutti quelli numeri, che nella quantita discreta sono detti fra loro primi, & incomposti, ouero incommunicanti, per non esser communamente numerati, eccetto, che dalla vnita, tali numeri nella quantita continua, non solamente sariano communicanti fra lor, ma anchora li numeri rotti, & li sani, & rotti, che questo sia il vero per la presente Euclidiana propositione trouaremo la lor commune misura, & trouata quella sara concluso il proposito, per la prima del precedente capo. Siano adonque queste due quantita $13\frac{2}{3}$, & $9\frac{3}{5}$, i quali dico per le ragioni piu volte dette, che sono commensurabili, hor volendo mo ritrouar la sua massima commune misura, prima (per facilitar la operatione) recca l'un, & l'altro rotto a vna medesima denominatione, che trouarai l'uno di dette due quantita esser $13\frac{10}{15}$, & l'altra $9\frac{9}{15}$, recca l'uno, & l'altra a quintidecimi, & trouarai la maggiore esser $\frac{205}{15}$, & la menore esser $\frac{144}{15}$, fatto questo trouamo il massimo numero, ouer quantita numerante communamente li duoi numeratori, cioe 205, & 144, & questo tal commun numeratore trouarai secondo la prima, ouer seconda del 7 di Euclide (cioe secondo la regola data per trouare il schissatore da schissar vn rotto) & quel tale sara quintidecimi, cioe che tanti quintidecimi sara la commune misura misurante le dette due quantita, cioe quel $13\frac{2}{3}$, & $9\frac{3}{5}$, ma perche trouaremo li detti 205, & 144 esser contra se primi, per che trouaremo che solamente la vnita sara a loro commune misura, laqual vnita in questo caso veniria a esser $\frac{1}{15}$, qual numerara quel $13\frac{2}{3}$ precisamente 205 volte, & quel $9\frac{3}{5}$ precisamente 144 volte. E per tanto concluderemo le dette due quantita (cioe $13\frac{2}{3}$, & $9\frac{3}{5}$) esser communicante, & la massima quantita numerante quelle esser $\frac{1}{15}$, & questo $\frac{1}{15}$ s'intende esser $\frac{1}{15}$ di quella principal misura, o sia grande, o sia piccola supposta in tal questione, dallaqual è denominato quel $13\frac{2}{3}$, & $9\frac{3}{5}$.

Di queste due quantita communicanti $13\frac{2}{3}$, & $9\frac{3}{5}$, la massima quantita numerante communamente quelle sara $\frac{1}{15}$.

Alcuno potria dir la regola praticale, che si costuma per trouar il massimo schissatore per schissare vn rotto, non corrisponde, ne in parole, ne in fatti alla prima, & seconda propositione del settimo di Euclide, ne manco a queste due sopra notate del suo decimo libro, perche il detto massimo schissatore si troua con il partire. Et la prima, & seconda del settimo, & le due sopra notate vogliono, che si troui la ricercata massima misura con il sottrar, come in esse propositioni si legge, circa di questo si risponde, che in questi casi, & molti altri simili si puo trouar tal massima quantita con il sottrare, & anchora con il partire, & perche piu facilmente si troua con il partire, che con il sottrare si procede con il partire, & non con il sottrare, & accio meglio m'intendi, pongo che si voglia trouar la massima quantita numerante communamente queste due 12, & 279. hor per trouar tal massima quantita con il sottrare, come si legge nelle dette propositioni di Euclide, andaremo sottrando, ouer detraendo quel 12 da quel 279. per fino a tanto, che resti, ouero sopr'auanzi vna quantita menore di 12. oueramente 0. Onde si vede, che a voler far questo, egli è necessario a sottrare 23 volte il detto 12. dal detto 279. & finalmente si trouara auanzar 3. qual è manco del detto 12 ma perche saria vna longa fastidiosa a star a far quelli 23 sottrari, la pratica ha trouato da essequire tal cosa con il partire, perche si vede, che a partire 279 per il detto 12. trouaremo, che tal 12 v'intrara le medesime 23 volte, & sopr'auanzara quel medesimo 3. menor del detto 12. il qual rimanente volendolo sottrar dal detto 12. sottrandolo 4 volte restara finalmente 0. similmente partendo il detto 12. per il detto rimanente, cioe per 3. trouaremo, che v'intrara per quattro volte, & auanzara 0. E pero diremo si secondo la regola data da Euclide nelle sopradette propositioni, come secondo quella data nella pratica del schissar di rotti, il detto 3 esser la massima quantita numerante com minamente le dette due quantita 12. & 75. ma piu corta via è a procedere con il partire, che con tanti sottrari. Questo poco discorso mi è parso di fare in questo luogo per accordar tali propositioni di Euclide con quello, che nella pratica per breuita si costuma.

Ma tornando al nostro proposito se le dette due quantita communicanti fussero irrationali, come saria a dire R 12. & R 75. & che di queste tai due quantita tu desiderassi di voler trouare la sua massima quantita misurante, ouer numerante communamente quelle. Egli è il vero, che tu la puoi trouare per la detta regola data da Euclide nelle sopra poste due propositioni, cioe sottrando R 12. di R 75. il che facendo trouarai che ti restara R 27. & perche R 27 è maggiore della detta R 12. ne sottraremo vn'altra volta la detta R 12. & ne restara R 3. & questo sara il primo rimanente, il qual primo rimanente per esser menor di R 12. lo sottraremo da quella, cioe da R 12. & trouaremo, che ne restara R 3. & questo secondo rimanente lo sottraremo dal primo, cioe da R 3. & restara nulla, & per tanto concluderemo R 3 esser la massima quantita misurante communamente R 12. & R 75. come che in fine si prouara.

Di queste due quantita commensurabili R 12. & R 75. la massima quantita misurante communamente quelle saria R 3.

Ma volendo trouar la detta massima quantita, per vn'altra nostra via piu ispediente, prima troua il quadrato di vna, & dell'altra di dette due quantita, che trouarai l'uno esser 12. & l'altro 75. fatto questo troua mo la massima quantita numerante communamente li detti duoi quadrati, cioe 12. & 75. onde procedendo secondo l'ordine dato per trouar il schisatore da schisar vn rotto, trouarai tal quantita esser 3. il qual 3 sara della natura di dette quantita 12. & 75. lequali sono superficie quadrate, perche la misura bisogna sia della natura della cosa misurata, e pero il detto 3 sara superficie quadrata, il cui lato sara R 3. & cosi concluderemo R 3 esser la massima quantita numerante communamente R 12. & R 75. (si come per l'altra regola fu trouato) & di questo con la isperienza te ne potrai chiarire, perche se partirai R 12 per R 3. te ne venira R 4, laqual è 2 per numero, e pero la detta R 3 numera precisamente due volte R 12. similmente partendo R 75 per la medesima R 3. te ne venira R 25 laqual è 5 per numero, & per tanto la detta R 3 numera precisamente cinque volte R 75. onde sia chiaro la detta R 3. numerar communamente R 12. & R 75. che è il proposito. Ma quando che le dette due quantita communicanti fussero pur irrationali, & in numeri rotti, come saria a dire R 15/16, & R 5/12, & che ti fusse di bisogno di trouare la massima quantita numerante communamente ambedue quelle, volendo procedere per la nostra regola, per piu breuita, quadra prima l'una, & l'altra, & trouarai l'un quadrato esser [illegible], & l'altro [illegible], reduci li detti duoi rotti a vna medesima denominatione, & trouarai l'uno esser 135/144, & l'altro 60/144, fatto questo troua la massima quantita numerante communamente li duoi numeratori, cioe 135. & 60. onde procedendo secondo il solito trouarai quello essere 15. & questo 15 si debbe intendere 15/144, & cosi per le ragioni dette di sopra, la R 15/144 sara la massima quantita misurante communamente R 15/16, & R 5/12, & di questo con la isperienza te ne potrai certificare, perche se partirai R 15/16 per R 15/144 trouarai, che te ne venira R 9. che è numero quadrato, la cui radice è 3. e pero la detta quantita radice 15/144 misura tre volte R 15/16. Similmente partendo radice 5/12 per la detta quantita R 15/144 trouarai, che te ne venira R 4. che è pur numero quadrato, la cui R è 2. e pero la detta R 15/144 misurara due volte R 5/12, e pero sei certo la detta R 15/144 misurar communamente R 15/16, & R 5/12.

Di queste due quantita commensurabili R 15/16, et R 5/12 la massima quantita misurante communamente quelle saria R 15/144.

Ma quando che le dette due quantita commensurabili, & irrationali fusse in numeri sani, & rotti, come saria a dir R 3 1/2, & R 19 1/18, & che tu desiderassi di voler trouare la massima quantita misurante communamente quelle, volendo procedere pur per la nostra regola (per abbreuiar la operatione) quadrale, & reducale a rotti di vna medesima denominatione, il che facendo trouarai l'una esser 126/36, & l'altra 686/36, fatto questo troua (secondo il solito) la massima quantita misurante communamente li duoi numeratori (cioè 126. & 686.) che trouarai quella esser 14. il qual 14. venira a esser 14/36 la radice del quale sara R 14/36 & questa (per le ragioni piu volte dette) sara la massima quantita misurante communamente le dette due quantita, cioè R 3 1/2 & R 19 1/18, che se ne farai proua partendo R 3 1/2 per R 14/36 trouarai che te ne venira R 9. che è numero quadrato, la cui R è 3. & cosi diremo la detta R 14/36 misurar 3 volte la detta R 3 1/2, similmente partendo R 19 1/18 per la detta R 14/36 trouarai, che te ne venira R 49. che è numero quadrato, la cui radice è 7. & cosi diremo la detta R 14/36 misurar 7. volte la detta R 19 1/18, & cosi sei certo la detta R 14/36 misurar communamente R 3 1/2, & R 19 1/18, che è il proposito.

Di queste due quantita commensurabili R 3 1/2, & radice 19 1/18 la massima quantita misurante communamente quelle saria R 7/18.

Che le sopra trouate quantita siano le massime, si dimostra in Euclide specialmamente, & tal dimostratione si aspetta solamente al Theorico, perche il pratico non si puo per vigore della pura pratica certificar di questo. Bisogna notare, che tutti questi essempi proposti in radici quadre, si in queste due propositioni, come in molte di quelle, che si hanno da dire si possono applicare ad ogni spe

cie di

cie di radice communicante, come da te medesimo con la sperienza te ne potrai verificare, perche nelle essemplificationi, che da me saranno adutte sopra il decimo di Euclide non voglio trappassar in altre specie di quantita di quelle poste da tal autore.

3 Anchora Euclide nella quarta propositione del suo decimo libro, conclude che proposte tre quantita communicanti, potemo trovar la massima quantita numerante quelle, & si rimette la operatione, & la dimostratione di tal propositione a quella fatta sopra la terza del settimo (come nella precedente) & quantunque il processo della dimostratione della terza del detto settimo sia per dimostrar questa, non dimeno la conclusione di quella non è simile alla conclusione di questa, perche quella conclude solamente di numeri, & loro composti, & questa conclude delle quantita continue, laqual conclusione è piu generale di quella (come fu detto anchora sopra la precedente) & a essemplificarla è di maggior artificio, perche le dette tre quantita ponno variar, come nella precedente è stato detto, cioe in quantita denominate da numeri sani, over rotti, over sani, & rotti, over di radici sorde, ma perche a voler dar essempio particular in ciascuna specie, come fu fatto nella precedente, saria cosa superflua, per che il tutto in quello, che nella precedente è stato detto, e pero voglio, che questo solo essempio ti basti. Siano queste tre quantita commensurabili R 7 1/7, & R 19 1/7, et R 44 4/7, hor volendo trovar la massima quantita numerante communemente le dette 3 quantita, prima trovaremo la massima quantita numerante communemente due di quelle, ponjamo R 7 1/7, & R 19 1/7, onde procedendo secondo l'ordine della precedente, trovaremo tal massima quantita esser per R 16/7, over vuoi dir R 1 7/7, fatto questo vederemo se la detta R 1 7/7 numera quell'altra terza quantita, cioe quella R 44 4/7, & se per sorte la la numerasse saria la detta R 1 7/7 la massima misura misurante le dette 3 quantita, & tutto questo dimostra Euclide nella sopra allegata terza del 7, & perche in effetto la detta R 1 7/7 numera la detta R 44 4/7, perche a partir la detta R 44 4/7 per la detta R 1 7/7 ne vien R 64, laqual R 64 faria 8 per numero, diremo la detta R 1 7/7 esser la massima quantita numerante le dette tre quantita, cioe R 7 1/7, & R 19 1/7, & R 44 4/7. Ma se per caso la detta R 1 7/7 non havesse numerato la detta R 44 4/7 necessariamente la saria stata almeno communicante con lei (per le ragioni adutte da Euclide sopra la detta terza del settimo libro) onde trovando la massima quantita numerante communemente ambedue quelle, secondo l'ordine dato nella precedente, & quella tal (trovata che fusse) saria la massima quantita numerante le dette tre quantita, che saria il proposito.

4 Anchora Euclide nella quinta propositione del suo decimo libro speculativamente dimostra, che la proportione di ogni due quantita communicante, è si come da numero a numero.

Oltra li molti costrutti, che nella speculativa scientia, di tal propositione si cavano, per dimostrar altre propositioni (come in esso Euclide si manifesta) Anchora molti altri nella pratica se ne puo cavare, de liquali un solo (per suggerirti) ne narraro, il qual è questo, che a ogni proposta quantita irrationale, gli potemo trovar uno consequente, overo uno antecedente a quella communicante, & in che specie di proportion ne pare. Essempi gratia volendo trovar un consequente a R 12 a lei commensurabile in longhezza, & in proportione sesquialtera, overo in subsesquialtera. Trovai dui numeri in tal proportione, come saria 3 & 2. poi per l'ordine della regola del 3. dirai, se 3 mi da 2. che mi dara R 12. opera (reducendo li termini a una medesima natura) trovarai, che ti dara R 5 1/3, & cosi R 5 1/3, sara communicante in longhezza con detta R 12 (per la detta propositione) perche la proportione di R 12 a R 5 1/3 è come quella di 3 a 2 cioe da numero a numero, laqual proportione è sesquialtera, & se di quelle particularita ne farai prova, secondo l'ordine dato nelle proportioni, & quantita proportionale, trovarai il tutto esser secondo il proposito, & questa regola ti serviria non solamente in qualunque altra specie di radice sorda, che fusse proposta, & in qual si voglia altra proportione, ma in ogni altra specie di quantita irrationale, che il tutto non si puo essemplificare, e pero bisogna, che con il tuo giudicio comprendi, che queste propositioni sono generali.

5 Similmente Euclide nella sesta propositione del detto suo decimo libro dimostra, che se saranno due quantita, delle quali la proportione di una all'altra sia, si come da numero a numero, quelle due quantita è necessario esser communicante.

Oltra li costrutti, che di tal propositione si cava in esso Euclide per dimostrar altre sue propositioni, anchora da questo si cava quel spediente modo generale da conoscere se due proposte quantita siano communicante, che sopra della pratica del sommar, & sotrar di radici fu detto, cioe a partir una quantita per l'altra, & se di tal partimento ne vien numero rationale si afferma tai due quantita esser communicanti, perche quel partir l'una per l'altra, non è saper altro, saluo uo che per trouar il denominator della proportione, che è fra quelle due quantità irrationali (come si costuma nelle proportioni, che se ben ti aricordi volendo trouar il denominatore di qualche data proportione, quel si troua partendo l'antecedente per il suo consequente, & lo auenimento sarà il detto denominatore, & accio meglio m'intendi, pongo che vogliamo sapere se ℞ 108 sia communicante con ℞ 12. Et pongo anchora che vogliamo sapere, ouero trouar il denominator della proportione, che è da ℞ 108. a ℞ 12. tu vedi, che in l'una, & l'altra di queste due questioni bisogna partir ℞ 108 per ℞ 12. il che facendo ne venira ℞ 9. che saria 3. & perche questo 3 è il denominatore di tal proportione, & perche anchora il detto 3. è il denominatore della proportione tripla nelli numeri. Seguita adonque la proportione di ℞ 108. a ℞ 12. esser si come quella, ch'è da 3. a 1. perche l'una, & l'altra è denominata da 3. Et per tanto per la sopradetta Euclidiana propositione concluderemo ℞ 108 esser communicante con ℞ 12. perche la loro proportione è, come da numero a numero, cioe come da 3 a 1, ouer da 6 a 2. &c. Et per tanto si puo comprendere, che quasi tutte le regole, che nella pratica communamente si osseruano deriuare da qualche propositione di Euclide, anchor che il pratico non sa molte volte doue tal regola sia stata cauata.

6 ANchora Euclide nella settima propositione del decimo specularmente dimostra qualmente le quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione, come da numero a numero.

Questa è il conuerso della sua quinta, dallaqual propositione, oltra li costrutti, che di lei si caua per dimostrare altre propositioni, ne insegna anchora la regola di saper trouare a qualunque proposta quantità vn consequente, ouero vno antecedente a lei incommensurabile, & per far questo, ponimo che la proposta quantità sia ℞ 20. hor volendo trouare vn consequente a questa ℞ 20. che sia a lei incommensurabile, prima trouaremo due quantità, che la loro proportione non sia, come da numero a numero, & queste tai due quantità ponno essere ambedue denominate da due radici sorde, ouer vna da radice, & l'altra da numero, ma perche molte volte due radici sorde hanno proportione (per le precedenti) come da numero a numero, onde per trouarle sicuramente senz'altra consideratione, pigliaremo vn numero, & vna ℞ sorda, perche fra vn numero, & vna radice sorda mai vi puo esser proportione, come da numero a numero (come in altri luoghi piu volte habbiamo detto) pigliaremo adunque per al presente 2. & ℞ 3. & per la regola del tre diremo. Se 2 mi da ℞ 3. che mi darà ℞ 20. onde multiplicando, & partendo trouaremo, che ne darà ℞ 15. & cosi ℞ 15 sarà la ricercata quantità incommensurabile con ℞ 20. il medesimo modo osseruaremo quando che la detta proposta quantità fusse qualche altra specie di radice, ouero altra quantità irrationale, & anchora quando fusse rationale, cioe denominata da vn numero.

7 ANchora Euclide nella ottaua propositione del suo decimo libro specularmente dimostra, che se due quantità non hauerano fra loro proportione, come da numero a numero quelle tal quantità saranno incommunicanti.

Questa è il conuerso della sua sesta, e pero anchora se ne caua il conuerso di quella, perche se di due proposte quantità partendo l'una per l'altra non ne peruenira quantità rationale, tal due quantità saranno incommunicanti, & questo nasce, perche il denominator della lor proportione (che sarà il detto auenimento) non essendo denominato da numero, tal proportione non puo esser, come da numero a numero, perche ogni proportione, che sia da numero a numero è sempre denominata da numero. Et questa è la causa principale, che partendo qual si voglia specie di radice sorda per vn'altra, se di tal suo auenimento non se ne potrà cauar numero, tal due quantità saranno incommensurabili.

8 SImilmente Euclide nella nona propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che di ogni due superficie quadrate, delle quali i lati communicano in longhezza. La proportione dell'una all'altra è, come da numero quadrato a numero quadrato, & (e conuerso) se la proportione di vna superficie quadrata a vna superficie quadrata, sarà si come la proportione di vn numero quadrato a vn numero quadrato, li lati di quelle saranno communicanti in longhezza. Et se li lati di due superficie quadrate saranno incommensurabili in longhezza, le dette superficie fra loro non hauerano proportione, come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportione di vna superficie quadrata a vna superficie quadrata non sarà, come di numero quadrato a numero quadrato, li lati di quelle saranno incommensurabili in longhezza.

Lequal propositione in questo luogo faremo chiare solamente con essempij di numeri, & radici, che desiderarà poi d'intendere tal propositione con speculatiue dimostrationi geometrice ricorra dal detto Euclide, perche mi basta a dichiarire in questo luogo quello, che alla pratica di numeri, & radici di dici si appartiene. Sia adunque due linee l'una lōga R 8. & l'altra R 128. lequali (per le ragioni adutte nelle precedenti) sono commensurabili in longhezza, hor dico per la presente propositione, che la proportione delle superficie quadrate di quelle sara, come di numero quadrato a numero quadrato, & questo con la isperienza (come costumano li naturali, & anchora li puri pratici) lo approueremo. Egliè chiaro che il quadrato di R 8. sara 8. & il quadrato di R 128. sara 128. douendo mo esser la proportione di 128. a 8. come da numero quadrato a numero quadrato. Egliè necessario, che la denominatione di tal proportione sia vn numero quadrato, per trouar mo la denominatione di tal proportione, tu sai che bisogna partire lo antecedente per il consequente, partendo adunque 128 per 8. ne venira 16. che ben è numero quadrato, e pero tal proportione si vede esser, come di numero quadrato a numero quadrato, come si conclude nella detta propositione, il medesimo seguira ponendo per antecedente 8. & per consequente 128. perche partendo 8 per 128. ne venira 8/128, che schisato sara 1/16, che è quadrato, la cui radice sara 1/4, si che per qual modo si voglia si vede, che la proportione di ogni due superficie quadrate, dellequali li lati communicano in longhezza, é come di numero quadrato a numero quadrato. Il conuerso di questa parte si essemplifica al cōtrario. Essempi gratia siano due superficie, poniamo le medesime 128. & 8. & perche a partir l'una per l'altra ne vien numero quadrato, e pero da questo seguita, che la proportione dell'una all'altra esser, come da numero quadrato a numero quadrato, onde per la seconda parte della soprascritta propositione li lati di queste due superficie saranno communicanti in longhezza, i quali lati sara R 128. & l'altro R 8. La terza, & quarta parte (in quanto alla pratica) vien a esser da se manifesta, cioe che essendo due linee, ouer lati di due superficie quadrate saranno incommensurabili in longhezza, le dette superficie non hauranno proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, cioe che il denominatore della sua proportione, nō sara numero quadrato, il qual denominatore (come è detto) si troua partendo l'una superficie per l'altra. Essempi gratia siano due linee vna longa R 20. & l'altra R 10. & perche queste due radici sono incommensurabili, per le ragioni dette nelle passate. Hor dico che la proportione delle sue superficie quadrate non sara, come di numero quadrato a numero quadrato, dellequali superficie l'una sara 20. & l'altra 10. onde per trouar il denominatore di tal proportione, partiremo 20 per 10. & ne vien 2. il qual 2. per non esser numero quadrato, tal sua proportione non è come da a numero quadrato a numero quadrato, che è il proposito. La quarta parte vien a manifestarsi al contrario, cioe che essendo due superficie, poniamo le medesime 20. & 10. dellequali la proportione di vna all'altra (per la causa detta) non è come da numero quadrato a numero quadrato. E pero per la detta propositione, li lati di tal due superficie saranno incommensurabili in longhezza, i quali lati l'uno sara R 20. & l'altro R 10. ch'è il proposito.

Alcuni poria dire, che questo modo, ouer regola data da Euclide in questa propositione, per conoscer le quantita communicanti, & incommunicanti esser in sostantia simile a quelli modi dati nelle quattro precedenti propositioni, anchor che in parole sia differenti da quelle. Rispondo che nelle cose seguita, nell'opra sua si troua alcune sue propositioni, che per dimostrarle si puo argumentare per vn di detti modi, & nō per gli altri, & è cōuerso, e pero non bisogna marauigliarsi di questo.

Consequentemente a questa nona propositione del detto decimo di Euclide vi seguita la decima, vndecima, duodecima, & decimaterza, nella decima geometricamente dimostra, che se saranno due quantita communicanti a vna medesima quantita, che anchora quelle due quantita saranno necessariamente communicanti fra loro. E per tanto seguita anchora, che se sara l'una di dette due magnitudini commensurabili, & l'altra incommensurabile a vna medesima quantita, che le dette due quantita, ouer magnitudini saranno fra loro incommensurabili, & nella vndecima dimostra il conuerso della detta decima, nella duodecima poi dimostra, che se saranno due quantita communicanti, anchora tutto il composito di ambedue a l'una, & l'altra di quelle sara commensurabile, & è conuerso, & nella decimaterza dimostra il conuerso della detta duodecima, & perche tai quattro propositioni (se non ti hauerai scordato il summar, & sottrar delle radici communicanti) da te medesimo facilmente te ne saperai con essempi praticalmente certificare, & per questa causa (per abbreuiar scrittura) le habbiamo interlasciate.

9 ANchora Euclide nella decimaquarta propositione del suo decimo libro, specialitamente conclude, & dimostra, che se la prima di ogni quattro quantita proportionale sara commensurabile alla seconda, che anchor la terza sara commensurabile alla quarta, & è conuerso, cioe se la prima sara incommensurabile alla seconda, che anchor la terza sara incommensurabile alla quarta.

Dallaqual propositione, oltra li cosinruti, che di lei si cauan per dimostrar altre propositioni in esso Eu clide. Potremmo a qual si voglia proposta quantita trouarne vn'altra a quella commensurabile, ouero incommensurabile secondo, che ne parera. Essempi gratia sia la proposta quantita ℞ ℞ 12. & sia la intention nostra di voler trouar vn consequente a questa ℞ ℞ 12. a lei commensurabile.

Per far questo troua prima a tuo piacer due quantita commensurabile, o siano tal due quantita due radici communicanti, & di che specie si voglia le dette radici, ouer duoi numeri. Hor, pigliamo prima due radici, lequal siano ℞ 10. & ℞ 90. poi per la regola del 3. dirai se ℞ 10 mi da ℞ 90. che mi dara ℞ ℞ 12. opera (reccando li termini a radice di radice) & trouarai, che ti dara ℞ ℞ 972. & cosi questa ℞ ℞ 972. sara commensurabile alla detta ℞ ℞ 12. che se ne farai proua, trouarai cosi esser, il medesimo ti seguira in ogni altra specie di radice, il medesimo anchor seguira pigliando duoi numeri, come che nella quarta fu fatto manifesto. Ma volendo trouar il detto consequente incommensurabile alla detta ℞ ℞ 12. tu hauresti pigliato le dette due quantita incommensurabili, come saria a dire vn numero, & vna radice sorda, ouer due radici sorde incommensurabili, & procederpoi per il medesimo modo.

20 EVclide nella decimaquinta propositione del decimo geometricamente ne insegna, & speculatiuamente dimostra il modo di sapere a qualunque proposta retta linea, trouare due altre rette linee a quella incommensurabili, l'una solamente in longhezza, & l'altra in larghezza, & in potentia, laqual propositione mondo quiui dimostrare il modo di far questo praticalmente con numeri, & radici.

Hor ponimo che la proposta retta linea sia 10 piedi, ouer 10 altre misure formate a nostro piacer con il compasso, &c. Et ponimo che l'intento nostro sia di voler trouare due altre linee, dellequali l'una sia incommensurabile con il detto 10 in longhezza, & l'altra gli sia incommensurabile non solamente in longhezza, ma anchora in potentia. Quadraremo il detto 10. fa 100. poi a questo 100 gli daremo (con la regola del tre) vn consequente, con il quale non habbia proportione, come di numero quadrato a numero quadrato, & quantunque in piu modi se ne potria trouar, & in diuerse specie di proportione pur per non star molto a pensare gli lo daremo in vna proportione superparticolare, perche sapemo, che nessuna superparticolare è come da numero quadrato a numero quadrato. Hor daremogli lo in sesquialtera, ouero in subsesquialtera dicendo, se 2 mi da 3. che mi daria 100. ouer se 3 mi da 2. che mi dara 100. opera che al primo modo ti dara 66⅔, & al secondo ti dara 150. & perche queste quantita sono superficie quadrate, troua li lor lati pigliando la radice di ciascuna di quelle, lequal radici l'una sara il nostro 10. l'altra sara ℞ 66⅔ (cioe sara sorda) l'altra sara ℞ 150 per esser anchora lei sorda. Et cosi qual vorremo di queste due ℞ 66⅔, ouer ℞ 150. sara la ricercata linea incommensurabile in longhezza con il nostro 10. Et perche lo intento nostro è di voler trouare anchora vn'altra linea, che sia incommensurabile in potentia con la nostra 10. trouaremo vna media proportionale fra la detta 10. & l'una di queste due gia trouate, & per suggir rottura trouaremo tra 10. & ℞ 150. onde procedendo secondo la regola data sopra le proportioni, trouaremo tal media proportionale esser ℞ ℞ 15000. & questa sara la ricercata linea incommensurabile in potentia alla nostra 10. perche la potentia di 10 è 100. & la potentia di ℞ ℞ 15000. è ℞ 15000. & cosi una sara incommensurabile con ℞ 1500 alla ℞ 15000. perche a partir l'una per l'altra non ne viene numero quadrato, ma solamente vna radice sorda, cioe a partir ℞ 15000 per 100 [illegible], & con tal regola procederai nelle simili.

21 A Vanti della decimasesta propositione del detto decimo, nella tradutione del Zamberto da greco vi è stato aggionto questo problema, che date due linee inequali, a saper geometricamente trouare quanto piu puo la maggior della menore, laqual cosa è facile a trouarla praticalmente con numeri, & radici. Perche se vorremo saper quanto che piu possa 4 della ℞ 7. quadraremo quel 4. fara 16. quadraremo anchora ℞ 7 fara 7. poi cauaremo questo 7 di 16. & restara 9 la radice è 3. & cosi diremo 4. poter piu di ℞ 7. il quadrato di 3. Et cosi volendo saper quanto puo piu 6. di ℞ 20. quadraremo l'una, & l'altra di queste due linee, & sun quadrato sara 36. & l'altro 20. hor cauando 20 di 36 resta 16. la cui radice saria ℞ 4. & cosi diremo 6 poter piu di ℞ 20 il quadrato della detta ℞ 16. Et con tal regola diremo ℞ 12 poter piu di ℞ 8. il quadrato di ℞ 4.

22 EV clide nella decimasesta propositione del suo decimo libro speculatiuamente dimostra, che se la prima de ogni quattro linee proportionali puo piu della seconda tanto quanto è il quadrato di alcuna linea, a se communicante in longhezza. Anchora la terza è necessario poter tanto piu della quarta quanto è il quadrato di alcuna linea a se communicante in longhezza, & se la prima sara piu potente della seconda nel quadrato di alcuna linea a se incommensurabile in longhezza. Anchora la terza sara piu potente della quarta nel

quarta

quadrato d'alcuna linea a se incommensurabile in longhezza. Dellaqual propositione, oltra li molti corolarii, che di lei si caua per dimostrar altre propositioni in esso Euclide, potremo praticalmente a qual si voglia proposta linea trouarui vn'altra linea menore, ouer maggiore di tal quantita, che la maggior di quelle sara piu potente della menor nel quadrato di vna linea a lei commensurabile, ouer incommensurabile in longhezza secondo, che ne parera. Essempi gratia sia la proposta quantita R R 24. hor volendo trouar vn'altra linea menor di lei, talmente che la detta R R 24. sia piu potente di quella nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza. Troua due linee, che la maggior possa piu della menore nel quadrato pur di vna linea a se commensurabile in longhezza, come saria a dir 4. & R 7. ouer R 18. & 4. ouer R 20. & R 5. perche se ben guardi tutte queste hanno la detta conditione, perche 4 puo piu di R 7 (come nella precedente fu detto) il quadrato di 3. il qual 3 è commensurabile in longhezza con il 4. & cosi R 18 è piu potente di 4. nel quadrato di R 2. laqual R 2 è commensurabile in longhezza con R 18. & cosi il quadrato di R 20 è piu potente della R 5. per il quadrato di R 5. laqual R 5 è commensurabile con la detta R 20. in longhezza, il modo general di trouar queste tai linee nella decimasesta si hauera, ma per essemplificar questa propositione, le sopranotate le habbiamo stracciatamente poste. Hor per tornar al nostro primo proposito volendo trouare la sopradetta ricercata linea, diremo per la regola del 3. se 4. mi da R 7. che mi dara R R 24. opera che trouarai, che ti dara R R 4$\frac{7}{8}$, & questa sara la ricercata linea, che se ne farai la proua trouarai, che la detta R R 24. hauera con quella la ricercata conditione, & cosi seguiria se in luogo di 4. & R 7. hauessi tolto R 18. & 4. ouer R 20. & R 5. ouero altre simili. Et cosi quando che tu volessi trouar la detta, con l'altra seconda conditione in tal ordine hauerai a torre le due prime linee, che per esser facile non ti pongo altro essempio circa cio.

25 A Vanti della decimasettima del detto decimo di Euclide da greci vi è stato aggionto questa propositione, se sopra ad alcuna retta linea sara sopra posto, ouer descritto vno parallelogrammo, ilquale manchi a compir la detta linea vn quadrato, il detto parallelogrammo descritto, sara equale a quello, che vien fatto sotto alla position di fragmenti di detta linea, & tutto questo si dimostra geometricamente cosi essere.

La qual propositione, oltra il corolario, che di lei si caua nelle due sequenti propositioni, & altre. In pratica ne auertisse di questo, che ogni volta, che ne fusse proposto di douer descriuere sopra vna data linea vna superficie di linee, ouer lati equidistanti eguali a vna data superficie, che non sia maggiore del quadrato della mita della data linea (perche saria impossibile per la 27 del sesto del detto Euclide) & con tal conditione, che al compimento della data linea gli manchi vn quadrato, che questo non vuol dir altro, che far di quella data linea due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia la detta data superficie. Essempi gratia poniamo, che la data linea sia la a b. longa piedi 10. & la data superficie sia la c. & sia piedi 21 superficiali. Et che ne sia proposto di douer descriuere sopra la detta linea a b. vna superficie di lati equidistanti eguali alla superficie c (cioe a 21) con tal conditione, che al compir la detta linea a b gli manchi vn quadrato, & che finalmente adimandasse in che parte la detta superficie terminara sopra la detta linea a b. Dico che questo non vuol dir altro, che far della detta linea. a b. (cioe di 10) due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia 21. ouero far di 10 due tal parti, che fra quelle vi caschi la R 21. media proportionale, che saria il medesimo.

Il modo, ouer la regola da essequir praticalmente con numeri, & radici tal sorte di questioni nel quarto capo si fara manifesto in varie specie di quantita, si irrationali, come rationali, con lequai regole si trouara, che le parti di questa linea a b l'una (cioe la maggiore) sara 7 piedi, & la menore 3 piedi, come nella figura posta in margine puoi veder, che la superficie d e f b. vien a esser 21. per esser longa 7. & larga 3. & al compir la detta linea a b. per fin in a. gli manca vn quadrato di piedi 9 superficiali, come sensibilmente puoi vedere in detta figura.

26 E Vclide nella decimasettima propositione del suo decimo libro, specularmente dimostra, che se saranno due rette linee inequali, dellequali la superficie equale alla quarta parte del quadrato della menor posta sopra alla maggior, talmente che manchi a compir tutta la linea, vna superficie quadrata, diuida la piu longa in due parti communicanti.

Egli e necessario detta linea piu longa poter tanto piu della linea piu corta, quanto è il quadrato di alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa, & (e conuerso) se la piu longa sara piu potente della piu corta per accrescimento del quadrato di vna linea a lei medesima communicante in longhezza, & che a quella sia aggionta vna superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea, alla qual manchi vna superficie quadrata. La superficie sopra a quella posta, ouero aggionta, è necessario diuidere la medesima linea piu lõga in due parti commensurabili.

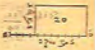
La qual propositione in questo luogo essemplificaremo figuralmente con numeri, & radici. Sia essempi gratia le due linee. a b. & c d. inequali, & la. a b. sia la maggiore, & sia longa poniamo 10 piedi, & la menore sia la. c d. & sia longa piedi ℞ 84. & perche il quadrato della menore (cioe di piedi ℞ 84) saria piedi 84 superficiali, la quarta parte di quali saria 21 superficiali, laqual superficie di piedi 21 posta sopra alla linea. a b. talmente che a compir tutta la detta linea. a b. gli manchi vn quadrato, il che (come nella precedente fu detto) non vuol dir altro, che far di 10 due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia 21. Ma perche le dette due parti alle volte vengono communicanti fra loro, & alle volte vengono incommunicanti. Euclide dimostra in tal propositione, che quando le dette parti vengono communicanti fra loro. Egli e necessario la linea piu longa poter tanto piu della piu breue, quãto è il quadrato di vna linea a lei communicante in longhezza. Et perche si è visto nella propositione passata, che a far di 10 le dette due tal parti, che il dutto di vna in l'altra facci 21. che l'una parte (cioe la maggiore) sara piedi 7. & l'altra (cioe la menore) sara piedi 3. come che in questa seconda figuratione in margine puoi vedere, la superficie. f b e g. esser longa piedi 7 (cioe dal b al f) & larga piedi 3. (cioe dal f. al e.) & a cõpir tutta la linea. a b. gli manca vn quadrato di piedi 3 per facciata, & perche le dette due parti, cioe b f. & f a. sono communicanti in longhezza, seguita quello, che dice la propositione, cioe la linea. a b. esser piu potente della. c d. nel quadrato di vna linea a se cõmunicante in longhezza, & per veder se cosi sia piglieremo il quadrato della. a b. (cioe di 10) che sara 100. & di questo ne cauaremo il quadrato della. c d. (cioe di ℞ 84) che sara 84. & restara 16. & perche si vede, che la radice di 16 qual è 4. è cõmunicante in longhezza, con la linea a b. quale è piedi 10. seguita il proposito.

Circa al conuerso da te medesimo te ne potrai chiarire in questo medesimo essempio, cioe supponendo la questione al contrario, cioe la. a b. esser piu potente della. c d. come che la è, & trouarai, che assettando la detta superficie di 21. sopra la. a b. con le dette conditioni, che la diuidera quella nelle medesime due parti commensurabili. Il modo di far geometricamente le due adimandate parti della detta linea. a b. è stato aggionto in fine della sopradetta decimasettima del decimo di Euclide. Ma noi habbiamo posto il modo di far tal effetto con numeri, & radici nel quarto capo di questo libro, & in varie qualita di linee, come che nella pratica puo interuenire.

25 ANchora Euclide nella 18 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra li conuersi delle sopraposte due parti, cioe dimostra, che se saranno due linee inequali, delle quali se la superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta posto sopra alla piu longa, talmente che manchi al compimento di quella vna superficie quadrata, diuida quella in due parti incommensurabili, la piu longa sara piu potente della piu corta nello augmento del quadrato di vna linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longa. Et (al contrario) se la piu longa sara piu possente della piu corta nel quadrato di vna linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longa. Et sia posto, ouero aggionto sopra a essa vna superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta, & manchi a compir la piu longa vna superficie quadrata, egli e necessario, che essa superficie posta, ouer aggionta sopra a essa linea, diuida essa linea piu longa in due parti incommensurabili.

Per essemplificar questa poneremo pur che sia le due linee inequali a b. maggiore, lõga pur piedi 10. & b c. menore longa solamente ℞ 80. & perche la quarta parte del quadrato di ℞ 80 saria 20. onde essequendo la propositione, cioe ponendo 20. di superficie sopra la. a b. con le adimandate conditioni si trouara (procedendo per la regola data nel detto quarto capo) che la menor parte della linea. a b. sara 5 men ℞ 5. & la maggiore sara 5 piu ℞ 5. lequal due parti multiplicate l'una fia l'altra

fanno



fanno a ponto 20. come si ricerca, & perche le dette due parti sono incommensurabili fra loro, seguita quello, che dice la propositione, cioe che la linea a b. sara piu potente della c b. nel quadrato di ℞ 20. laqual ℞ 20. è incommensurabile con la detta linea a b. (cioe con 10) come dice la propositione, che è il proposito, & perche la essemplificatione della seconda parte di tal propositione, facilmente la puoi far supponendo la detta questione al contrario, a te lascio la impresa.

Consequentemente a questa decimaottaua del decimo del detto Euclide, vi seguita la decimanona, & la vigesima nella decimanona geometricamente dimostra, che ogni superficie rettangola, che contenga due linee rationali in longhezza esser rationale, ma nella tradutione del Zamberto, si dimostra il medesimo seguir di due linee rationali anchora solamente in potentia dormente, che siano commensurabili in longhezza, & nella vigesima poi dimostra il conuerso, cioe che sopra a vna linea rationale vi sara posta vna superficie rationale, che sara la sua larghezza rationale commensurabile in longhezza, lequai due propositioni per esser da se facile da essemplificar le ho lasciate, perche credo che tu sappi (per le cose dette sopra il multiplicar di ℞) che a multiplicar due radici commensurabili, che producano numero rationale, & maggiormente a multiplicar numero fia numero fa numero rationale, & è conuerso, che a partir vn numero per vna radice sorda, che ne venira vna radice sorda commensurabile con la prima.

26 EVclide nella 22 propositione del suo decimo libro geometricamente n'insegna, & speculatiuamente dimostra la regola da saper trouar due linee rationali, solamente in potentia communicanti, dellequali la piu longa possa piu della piu corta nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza, per laqual propositione ne manifesta, quello fu da noi detto nella nostra ottaua dichiaratione del precedente capo, cioe che ogni linea denominata da vna radice sorda quadra s'intende esser rationale, perche se lui intendesse per linee rationali solamente quelle, che sono denominate da numeri, saria impossibile di poter trouare due linee rationali, che fussero solamente in potentia communicanti, perche tutte le linee denominate da numeri, o siano tai numeri sani, ouer rotti, ouer sani, & rotti, sono communicanti in longhezza (come fu detto sopra la terza dichiaratione del precedente capo) replichiamo adonque che tutte le linee si denominate da vna radice sorda quadra, come quelle che sono denominate da numero da Euclide sono intese esser rationali, anchor che l'una sia da pratici detta rationale solamente in potentia, & l'altra rationale in potentia, & in longhezza.

Per trouar adunque praticalmente con numeri, & radici due linee rationali solamente in potentia communicanti, dellequali la piu longa possa piu della piu corta il quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza. Queste tal linee le potiamo trouare, che l'una sia denominata da vn numero, & l'altra da vna radice sorda, ouero che ambedue siano denominate da radice sorda, volendole trouar, che l'una sia denominata da numero, potemmo far che quella sia la prima, cioe la piu longa, ouer la seconda, cioe la piu corta, per procedere adunque regolatamente, voglio che prima trouiamo le dette due linee, & che la piu longa sia denominata da numero. Et per trouar le potremo la detta piu longa a nostro piacere. Hor poniamo che la sia longa 10 piedi, ouero 10 altre misure limitate con il compasso a nostro piacere, dapoi questa positione, per trouar l'altra seconda linea si puo procedere per piu vie, ma volendo seguir l'ordine di Euclide praticalmente pigliaremo vn numero quadrato, & lo divideremo in due tal parti, che l'una di quelle sia pur numero quadrato, & l'altra non sia numero quadrato, & perche tal divisione si puo far in ogni numero quadrato, non starò a narrare a che modo si troui tal numero, ne tai parti, ma pigliaremo per al presente il 9. & lo divideremo in 4. numero quadrato, & in 5 numero non quadrato, fatto questo quadraremo la nostra linea, cioe il nostro 10. & fara 100. & a questo quadrato (come antecedente) gli trouaremo vn'altro consequente con la regola del 3 alquale habbia tal proportione, come che ha 9 a quel 5 numero non quadrato, dicendo se 9 mi da 5. che mi dara 100. opera che ti dara 55 5/9, & cosi li lati di questi duoi quadrati (dellequali l'uno sara 10. & l'altro sara ℞ 55 5/9) saranno le due ricercate linee, perche si vede che l'una, & l'altra è rationale (secondo la diffinitione di Euclide) oltra di questo si vede, che il quadrato della piu longa, il qual è 100 è maggior del quadrato della menore, qual è 55 5/9 in 44 4/9, il qual 44 4/9 è quadrato, & la sua radice è 6 2/3, il qual 6 2/3 è communicante in longhezza con la nostra piu longa linea, quala fu posta 10. Et per tanto habbiamo ritrouate le dette due linee rationali, delle quali la piu longa puo piu della piu corta nel quadrato di vna linea, (laqual linea saria quel 6 2/3) a se commensurabile in longhezza, che è il proposito.

Se 9 ꝯ 5 ꝯ 100
5
500
ꝑ 55 5/9
10. & ℞ 55 5/9

Ma se l'intento nostro fusse, che la detta linea piu longa fusse denominata da vna radice sorda si procederia pur per il medesimo modo. Essempi gratia volendo, che la detta linea piu longa fusse poniamo ℞ 12 quadraremo la detta ℞ 12 fara 12 poi trouaremo vn numero quadrato, & per variar

Se 16 ℞ 7 ℞ 12
16
℞ 5¼

della precedente torremo il 16. & lo divideremo in 9. numero quadrato, & in 7 numero non quadrato, & per la regola del 3. diremo, se 16 mi da 7. che mi dara 12. opera che ti dara 5¼. & cosi la ℞ 5¼ sara la ricercata linea piu corta, & la piu longa sara la nostra ℞ 12. & queste due linee, cioe ℞ 12. & ℞ 5¼ lequali (per la diffinitione) sono rationali, anchor che secondo la commune opinione di pratici sono irrationali, & il quadrato della piu longa, qual è 12 è maggiore del quadrato della piu corta, qual è 5¼ in 6¾, la cui radice saria ℞ 6¾, & questa ℞ 6¾ è communicante in longhezza con la piu longa, cioe ℞ 12. perche partendo ℞ 12. per ℞ 6¾ ne vien 1 7/9, che è quadrato, la cui radice è 1⅓ per numero, e pero per le ragioni piu volte dette quando che si parte una radice sorda per un'altra radice sorda, & che di tal partimento ne venga numero rationale, o sia tal numero sano, over rotto, over sano, & rotto (essendo tal radici linee) saranno communicante in longhezza, e pero seguita il proposito. Ma se tal radici fussero superficie li lati di tal superficie ridutti in quadro tai lati s'intenderiano in potentia communicanti.

Ma se l'intento nostro fusse di voler, che la piu corta linea fusse denominata da numero, & non da ℞ sorda, tu voltarai la regola nelli duoi primi numeri facendo dello antecedente consequente, & del consequente antecedente. Essempi gratia volendo trovar praticalmente con numeri, & radici le dette due linee rationali (secondo la intentione di Euclide) cioe con la conditione detta nella precedente, ma con quest'altra conditione, che la piu corta di dette due linee sia denominata da numero, & non da radice sorda, ponemo la piu corta linea denominata da che numero ne piace, hor ponimo che quella sia 6. per trovar mo la piu longa quadraremo il detto 6 fara 36. fatto questo divideremo per un numero quadrato secondo il solito, hor pigliamo per 16. & lo divideremo in 4. numero quadrato, & in 12. non quadrato, & dapoi trovaremo un'antecedente a quel 36 in tal proportione con lui, si come, el'è 16 al 12. & per trovarlo diremo, se 12 mi da 16. che mi dara 36.

Se 12 ℞ 16 ℞ 36
16
576
℞ 12
℞ 48 . 6

opera che ti dara 48. & cosi la ℞ 48 sara la piu longa linea delle due ricercate, & la piu corta sara quel 6 (gia tolto a nostro piacer) lequal due linee hanno le 3 ricercate conditioni, prima sono ambedue rationali (secondo Euclide) secondariamente il quadrato della piu longa, qual è 48. supera il quadrato della piu corta, qual è 36 in 12. la cui radice è ℞ 12. & questa ℞ 12 è communicante in longhezza con la piu longa, cioe con ℞ 48. perche partendo ℞ 48 per ℞ 12 ne vien ℞ 4. che saria 2 per numero, terzo, & vedemo la detta linea piu corta è denominata da numero, & non da radice sorda, qual numero è 6 come fu proposito. Et se tu desiderassi anchora di trovare piu di due linee rationali solamente in potentia communicanti, dellequali una di quelle sia piu potente di qual si voglia delle altre nel quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza. Sia tolto un numero quadrato, che sia divisibile in molti numeri quadrati, & nõ quadrati, di quali non quadrati, la proportione non sia, come da numero quadrato a numero quadrato, come saria il 36. il quale è divisibile in 25. & 11. & anchor in 16. & 20. & similmente in 9. & 27. & anchor in 4. & 32. & di questi non quadrati, iquali sono 11. 20. 27. 32. fra loro non è proportione, come da numero quadrato a numero quadrato. E per tanto pigliando a nostro piacer la linea piu longa denominata da numero, over da ℞ sorda, come ne pare, & volendo trovar 4 altre linee piu corte di lei con la detta conditione, che la sia piu potente di ciascuna di quelle nel quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza. Quadrarai tal linea piu longa secondo il solito, dapoi dirai, se 36 mi da 11. mi da 20. mi da 27. mi da 32. che mi dara il detto quadrato di detta linea piu longa, onde la radice di ciascun di detti quattro avenimenti saranno le quattro linee ricercate, che se ne farai prova, trovarai cosi esser. Et se ti paresse di voler, che la piu corta sia denominata da numero, over da radice, & trovarne quattro piu longhe di lei con la detta conditione voltarai la proportione, & dirai, se 11. se 20. se 27. se 32 mi da 36. che mi dara il quadrato di quella minore (tolto a nostro piacere) & cosi la radice di ciascuno di detti quattro avenimenti sarano le quattro ricercate linee piu longhe di quella tolta a nostro piacere, lequali ciascuna di loro haveranno con quella la adimandata conditione, che se ne farai prova trovarai cosi essere.

Per un'altra breve regola si puo trovare le sopradette due linee in numeri sani, cioe senza rotto, & massime quando si vuol, che la piu longa sia denominata da numero, & non da radice sorda, laqual regola è questa, prima pigliaremo la detta linea piu longa a nostro piacer, cioe denominata da che numero ne piace, hor pigliamola denominata da 10. cioe ponimo che la sia longa 10 misure formate con il compasso a nostro piacere, overo 10. piedi, o palmi, o dedi, o grani, &c. Fatto questo quadraremo questo 10 fara 100. & da questo 100. ne cavaremo un di quelli numeri quadrati, che sono contenuti dal detto 100. qual ne pare domente, che quello, che restara non sia numero quadrato, & la radice sorda di quel tal resto sara la nostra piu corta linea ricercata. Et perche li numeri quadrati contenuti dal detto 100. sono molti, che sarano tal effetto, e pero seguita, che molte

linee piu

linee piu corte della nostra 10. potremo trouar da accompagnare con la detta 10. che haueranno la adimandata conditione. Essempi gratia se del detto 100. ne cauaremo il primo numero quadrato da lui contenuto, qual è 1. restara 99. qual non è quadrato, e pero la piu corta linea sara ℞ 99. Et la piu longa sara la nostra 10. hor per veder se hanno le adimandate conditioni prima l'una, et l'altra (cioe 10. et ℞ 99) è rationale (secondo Euclide) oltra di questo il quadrato della piu longa, cioe di 10. qual è 100. è piu del quadrato della piu corta, cioe del quadrato di ℞ 99. qual è 99. per 1. la radice del qual 1. è pur 1. Et questo 1 vien a esser communicante in longhezza alla detta nostra linea piu longa, cioe alla nostra 10. che è il proposito.

Essempio

10. et ℞ 99.
10. et ℞ 96.
10. et ℞ 91.
10. et ℞ 84.
10. et ℞ 75.
10. et ℞ 19.

Il medesimo seguira se dal sopradetto 100. ne cauaremo il secondo numero quadrato da lui contenuto, qual è 4. restara 96. il qual 96 non è numero quadrato, e pero potemmo anchora dire, che la detta piu corta linea sara ℞ 96. Et che sia il vero prima l'una, et l'altra, cioe 10. et ℞ 96. sono rationali (secondo Euclide) oltra di questo la possanza di 10. quale è 100. è maggiore della possanza di ℞ 96. quale è 96 in 4. la ℞ del qual 4 è 2. per numero, il qual 2 vien a esser commensurabile in longhezza con la detta 10. che è pur il proposito.

Essempio secondo

Il medesimo seguira se del sopradetto 100. ne cauaremo il terzo numero quadrato da lui contenuto, qual è 9. restara 91. il qual 91 non è numero quadrato, e pero potemo anchor dire la detta piu corta linea esser ℞ 91. per le medesime ragioni dette nelle nelle due precedenti, cioe sono ambedue rationali, cioe 10. et ℞ 91. Et la piu longa è piu potente della piu corta in 9. la radice del qual 9. è 3. il qual 3 è communicante in longhezza con la nostra 10. che è pur il proposito.

Essempio terzo

Il medesimo seguira se del sopradetto 100 ne cauarai il quarto numero quadrato, et anchora il quinto, perche cauando 16 restara 84. il qual 84 non è numero quadrato, e pero potemo anchora dire la detta linea piu corta esser ℞ 84. laqual se ben la considerarai, trouarai il detto 10 poter piu di lei 16. la cui radice è 4 per numero, che sara commensurabile in longhezza con la detta 10. Et ta cauandone il quinto numero quadrato, cioe 25. la detta piu corta linea sara ℞ 75. con laquale la nostra 10 hauera le medesime ricercate conditioni con lei.

Vero è che il medesimo non seguitara se cauarai dal sopradetto 100. il sesto numero quadrato da lui contenuto, qual è il 36. perche restaria 64. il qual 64. è numero quadrato, et gia te dissi in principio, che bisogna, che tal resto non sia numero quadrato, accio lo lato di tal restante superficie venga a esser radice sorda, et questo medesimo seguiria se ne cauassi l'ottauo quadrato, cioe 64. perche ve veniria a restar 36. che saria pur numero quadrato, ma se ne cauarai il settimo, ouer il nono numero quadrato, cioe 49. ouer 81. trouarai, che da vno ti restara 51. et dall'altro 19. i quali ne vno, ne l'altro è numero quadrato, e pero potressimo anchora dire la detta piu corta linea esser ℞ 51. ouer ratione ℞ 19 perche in qual si voglia di quelle, vi si gli trouara la ricercata conditione.

27 Anchora il detto Euclide nella 22 propositione del suo decimo libro ne da la regola di saper trouare geometricamente due linee rationali solamente in potentia communicante, dellequali la piu longa sia piu potente della piu corta quanto è il quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza.

Laqual propositione volendola essequire per numeri, et radici, procederemo quasi al modo della precedente, cioe pigliaremo vn numero quadrato (come vsa Euclide, anchor che con altro numero si poria far il medesimo, et quel tal quadrato lo diuideremo in due parti (non dico equali) talmente che ne vna, ne l'altra non sia numero quadrato. Essempi gratia pigliaremo per al presente 16. numero quadrato, et lo diuideremo poniamo in 10. et in 6. lequai parti tu vedi, che ne l'una, ne l'altra è numero quadrato, fatto questo volendo, che la piu longa delle due ricercate linee sia determinata da numero, poneremo quella a nostro piacere, cioe longa quanto ne piace, hor supponiamola longa 12 palmi, ouer piedi, volendo mo trouar la piu corta quadraremo 12. fara 144. Hor bisogna a questo 144 darui vn consequente con l'ordine della regola del tre in tal proportione, qual ha il nostro 16. a quala ne pare di quelle due parti, cioe a quel 10. ouero a quel 6. et la radice di quel tal consequente sara la nostra ricercata linea piu corta. Adunque per trouar tal consequente secondo la proportione di 16 a 10. diremo, se 16 mi da 10. che mi dara 144. opera, che ti dara 90. il qual 90 per esser superficie (cioe del genere di 144) ne pigliaremo la ℞, laqual sara ℞ 90. Et cosi la sara la linea piu corta, et la piu longa sara la ℞ di quel 144. quale è la nostra 12. lequai due linee, cioe 12. et ℞ 90. sono rationali, et il quadrato della piu longa, qual è 144. è piu del quadrato della piu corta (qual quadrato saria 90) 54. il qual 54 vien a esser superficie, et la linea potente in tal superficie saria ℞ 54. laqual ℞ 54 saria incommensurabile in longhezza con la nostra linea piu longa, qual è 12. perche il numero è sempre incommensurabile con ogni ℞ sorda, che saria il proposito.

12. et ℞ 90
12. et ℞ 54.

Il medesimo seguiria, che pigliassi l'altra parte del nostro 16. dicendo, se 16 mi da 6. che mi dara 144.

onde operando ne veniria 14. & cosi potressimo anchor dire la nostra ricercata linea piu corta esser ℞ 14. il quadrato dellaquale (qual è 14) veniria a esser manco di 144. 50. la radice delqual 50 veniria a esser pur incommensurabile in longhezza con la radice di 144. cioe con la nostra 12. e pero seguiria medesimamente il proposito, & cosi infinite altre linee piu corte si porria trouare da accompagnar con la nostra 12. che hauerieno la ricercata conditione.

Ma volendo che la detta linea piu longa fusse denominata da vna radice sorda, procederessimo per il medesimo modo. Essempi gratia supponendo, che la detta linea piu longa fusse ponemo ℞ 24. quadraressimo per questa ℞ 24. che faria 24. & pigliando il medesimo numero quadrato, & diuidendolo in 10. & 6 (come di sopra fu fatto, anchor che altramente lo potressimo diuidere) fatto

℞ 24. & ℞ 15. questo trouaressimo vn conseguente alla detta superficie 24. si come che è da 16 a 10. ouero da 16 a 6. & la radice di tal conseguente faria la detta ricercata piu corta linea, & per trouar tal conseguente, si come da 16 a 10. diremo, se 16 mi da 10. che mi dara 24. opera che ti dara 15. & tanto sara il detto conseguente superficiale, & cosi la radice di tal superficie, qual sara ℞ 15. sara la detta piu corta ricercata linea, & la piu longa saria la ℞ 24. dellequal due linee se cauarai il quadrato della piu corta, qual sara 15. dal quadrato della ℞ 24 (piu longa) restara 9. la radice delqual 9. saria 3. per numero, il qual 3. saria incommensurabile in longhezza con la linea piu longa, cioe con ℞ 24. per che ogni radice sorda, come piu volte è stato detto, la causa, che partendo qual si voglia per l'altra non ne puo peruenir numero rationale, e pero seguiria il proposito.

Il medesimo seguiria pigliando l'altra parte del detto 16. cioe quel 6. come da te medesimo sperimentando trouarai seguire, & con tal ordine infinite altre ne potressi trouare.

Ma volendo che la piu corta linea fusse denominata da numero, & non da radice, tu procederai, come facessi nella precedente, volgendo solamente la regola nelli duoi primi numeri facendo del antecedente conseguente, & del conseguente antecedente, & ponendo anchor la detta linea piu cor-

℞ 102 2/5, & 8 ta a nostro piacere, cioe denominata da che numero ne piace, hor ponimo la detta piu corta linea esser otto misure, pigliando (per maggior intelligentia) anchora il medesimo numero quadrato 16. & diuiso anchora in 10. & in 6. non quadrati (anchor che in altre parti lo potressimo diuidere, come saria in 11. & in 5. ouero in 13. & in 3. &c.) Dapoi diremo, se 10 mi da 16. che mi dara 64. (cioe il quadrato della nostra 8) onde operando trouaremo, che ne dara 102 2/5, & cosi la ℞ 102 2/5 sara la piu longa linea, & la piu corta sara la radice di 64. cioe la nostra 8. & perche il quadrato della piu longa (qual vien a esser 102 2/5) superchia il quadrato della piu corta, qual è 64. in 38 2/5, la radice delqual superchiamento vien a esser ℞ 38 2/5, & questa ℞ 38 2/5 vien a esser incommensurabile con la detta linea piu longa, cioe con ℞ 102 2/5, perche partendo ℞ 102 2/5 per 8 ne veniria 1 $\frac{...}{...}$, qual auenimento non è quadrato, & non essendo quadrati non sono communicanti, & non essendo communicanti seguita il proposito.

Et se ti paresse di trouar piu di due linee rationali, solamente in potentia communicanti, dellequali vna di quelle sia piu potente di qual si voglia delle altre nel quadrato di vna linea non communicante con loro in longhezza. Sia tolto tal numero, il qual possa esser cosi diuiso in piu parti, che la proportione di quello a niuna delle dette sue parti, ne di alcuna parte ad alcuna delle altre sia, come da numero quadrato a numero quadrato, & quantunque infinite se ne potria trouare, nondimeno per trouarlo con piu breuita, pigliaremo vn numero quadrato, come saria 25. il qual si puo diuidere in 2. & 23. anchora in 5. & in 20. & finalmente in 7. & in 18. & dapoi procedere, come fu fatto nella precedente.

Di alcune particolarita da notare per ben intendere alcune propositioni del decimo di Euclide, che si ha da dichiarire.

1 Anchor che le linee irrationali siano infinite (come fu detto in principio di questo libro) nondimeno quando che Euclide hebbe deliberato di voler componere la sua degna opera, di quella infinita di linee, elesse quelle, che conobbe esser piu communamente accadenti, o vogliamo dir piu necessarie alli principij di tal scientia, ouer disciplina geometrica, & circa di quelle del libero con ogni studio, & diligentia specularmente trattare, & queste tai linee dette in genere furno 15. dellequali due da lui sono dette rationali, & 13 irrationali, la prima di quelle due rationali è ciascuna linea, che sia denominata da numero, o sia tal numero sano, ouer rotto, ouer sano, & rotto, l'altra delle dette due linee rationali, è qualunque linea denominata da radice sorda quadra, che communamente fra pratici è detta irrationale per la sua sordita, ma Euclide la chiama rationale per esser la sua potentia, cioe il suo quadrato rationale. Delle 13 irrationali, la prima dal detto Euclide è detta linea mediale, & questa è simplice delle altre 12.

Sei sono

sei sono composte di due altre linee, & sei sono li residui delle dette 6. composte, cioe la seconda linea irrationale (come nel nostro processo s'intendera) è detta Binomio, la terza Bimedial primo, la quarta Bimedial secondo, la quinta Linea Maggiore, la sesta Linea Potente in rationale, & mediale, la settima Potente in due mediale, le altre sei linee delle dette 13 irrationali sono li residui delle dette sei vltime delle sopradette 7. Il primo di detti 6 residui è detto simplicemente Residuo, cioe la ottaua delle sopradette 13 linee irrationali è detta simplicemente Residuo, la nona è detta Residuo medial primo, la decima Residuo medial secondo, la vndecima è detta Linea menore, la duodecima è detta la gionta con rationale componente il tutto mediale, la decimaterza, & vltima delle dette 13 linee irrationali è chiamata la gionta con mediale, che fa il tutto mediale, la qualita, & forma di ciascuna di queste 13 linee irrationali alli suoi conuenienti luoghi si fara manifesta.

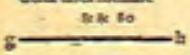
15 EVclide nella 21 propositione del decimo libro conclude, & geometricamente dimostra che ogni superficie, che sia contenuta da due linee rationali solamente in potentia communicante è irrationale, & è detta superficie mediale, et diffinisse consequentemente, che il lato tetragonico, cioe quello lato, che puol in quella tal superficie è irrationale, & che è detto linea mediale, & questa è la prima linea irrationale delle sopradette 13. la qual si forma secondo che dice la propositione, vero è che per ben intendere questa propositione, & molte altre, che sopra il detto decimo di Euclide si ha da dire, bisogna sapere, come che ogni superficie rettangola s'intende esser contenuta sotto delle due linee, che contiene qual si voglia di suoi 4 angoli retti, come sopra il principio del secondo di Euclide fu da noi essemplificato. Ma perche molti non hanno vista tal dichiaratione la voglio essemplificare vn'altra volta in questo luogo, ma sotto breuita.

Sia la superficie a b c d. rettangola (cioe che ciascuno di suoi 4 angoli sia retto) & poniamo, che il lato, ouer linea a b. sia longa 8 passi, & lo lato a c. sia 6 passi, hor dico che la detta superficie a b c d. s'intende esser contenuta sotto delle due linee a b. & a c. perche tal superficie si conosce, & troua ducendo, ouer multiplicando il numero di passi della a b. fia li passi della a c. dicendo 6 fia 8 fa 48. & questo 48 viene a essere la detta superficie a b c d. perche quel numero di 48. s'intende esser tanti passi superficiali, cioe 48 quadrettini di vn passo per facciata, ouer per lato, & di questo se ne poiamo al senso certificare, tirando di passo in passo vna linea perpendicolarmente, cioe a a squadra al lato opposito, il che facendo si trouara la detta superficie a b c d. esser sensibilmente li detti 48. quadrettini di vn passo per facciata, ouer per lato, come nella detta figura appare, il medesimo seguiria in ogni altra specie di misure si irrationali, come rationali, cioe ogni volta, che vna linee sia denominata da numero, ouer da qualche specie di radice, o altra quantita irrationale, sempre si debbe intendere tal quantita naturalmente relatiua a qualche specie di misura tolta secondo la volonta del operante, ouer del proponente, il medesimo si debbe intendere nelle superficie, & nelli corpi anchor che'l non si dica in scrittura. Hor per tornar al nostro primo proposito dico, & dimostra il detto Euclide, che ogni superficie, che sia contenuta da due linee rationali solamente in potentia communicanti, ch'egli è necessario, che tal superficie sia irrationale, e per tanto se saranno due linee rationali solamente in potentia communicante, egli è manifesto, che ambedue non ponno esser denominate da numero, perche sariano communicanti in longhezza, che saria al contrario della propositione, anzi egli è necessario, ouer l'una sia denominata da numero, & l'altra da ℞ sorda, ouer ambedue da ℞ sorda, dimente che tali due ℞ sorde non siano communicanti in longhezza, cioe che la proportione da l'una all'altra non sia, come da numero quadrato a numero quadrato, cioe che partendo l'una per l'altra, ouer multiplicando l'una per l'altra non dia numero quadrato, come che sopra il multiplicar, partire, summar, & sottrar delle radici quadre nel terzo libro piu volte è stato detto, e per tanto seguita, che il produtto, che nasce dalla multiplicatione di vn numero fia vna radice sorda è sempre irrationale, & è detto superficie mediale, & similmente quello che vien fatto dalla multiplicatione di due radici sorde non communicanti, & perche tai produtti sono pur ℞ sorde (come nel detto terzo libro praticalmente fu fatto manifesto) seguita, che tutte le radici sorde produtte da tal multiplicationi da Euclide sono dette superficie mediali, & sono anchora dimostrate da lui esser irrationali, e pero non è da marauigliarsi se li pratici dicono a tutte le radici sorde irrationali, perche non stanno loro a considerare se tai radici sorde siano linee, ouero superficie, ma per esser meglio inteso, non tanto per questo, che è detto, quanto per quello, che si

cc ij

ha da dire. Essempi gratia pongo, che sia la superficie rettangola. a b c d. che sia longa piedi 9 lineali, & larga piedi ℞ 5. la quantita della superficie. a b c d. si conosce dal prodotto della multiplicatione della larghezza fia la longhezza, come di sopra è stato detto, cioe di ℞ 5 fia quel 9 numero, che faria ℞ 405. e pero la detta superficie veniria a esser ℞ 405 piedi superficiali, & tal superficie (cioe quelli ℞ 405 piedi superficiali) dal detto Euclide è detta superficie mediale, & anchora è detta irrationale per le ragioni da lui adutte, cioe perche le dette due linee, cioe 9. & ℞ 5. sono rationali (secondo lui) ma non communicanti in longhezza, e pero per la detta propositione la detta superficie. a b c d. è irrationale, & detta superficie mediale. Il medesimo seguiria nella superficie. e f g h. qual è supposita lõga piedi lineali ℞ 10. & larga ℞ 8. laqual superficie per esser il dotto di ℞ 8 fia ℞ 10. seguira esser ℞ 80. & per esser le dette due linee. e f. & e g. over g h. & h f. rationali (secondo Euclide) & non commensurabili in longhezza, tal superficie sara per irrationale, & detta superficie mediale, ma li lati tetragonici di dette superficie, cioe le linee potente in l'una, & l'altra di dette superficie, l'uno veniria a esser ℞ ℞ 405. & l'altro ℞ ℞ 80. perche chi formasse vn quadrato di vna, & dell'altra di dette due superficie, quel quadrato fatto della superficie. a b c d (qual sia pur il quadrato. a b c d.) veniria a esser di superficie medesimamente ℞ 405. & il lato di tal quadrato veniria pur a esser ℞ ℞ 405. come per essempio in margine appare, & tal lato veniria a esser irrationale, & veniria a esser la prima linea (in genere) delle sopradette 13 linee irrationali, & detta linea mediale.

Questo medesimo s'intende della superficie. e f g h. cioe formando il quadrato. e f g h. di superficie eguale alla detta superficie. e f g h. tal quadrato veniria a esser di superficie medesimamente ℞ 80. detta superficie mediale. Ma il lato di tal quadrato veniria a esser ℞ ℞ 80. come nel essempio in margine appare, & tal lato veniria pur a esser irrationale, & veniria anchora a esser la prima linea irrationale delle sopradette 13. & chiaman linea mediale secondo la diffinitione di Euclide, e pero diremo ogni ℞ ℞ (essendo linea) esser linea mediale.



20 Delle sopradette linee mediale alcune sono fra loro communicanti in longhezza, & alcune solamente in potentia, & alcune, che sono incommensurabili in longhezza, & in potentia, quelle che sono communicanti in longhezza (come fu detto nel terzo libro) sono quelle che partendo l'una per l'altra ne vien numero, cioe diremo ℞ ℞ 5 esser communicante in longhezza con ℞ ℞ 80. perche partendo ℞ ℞ 80 per ℞ ℞ 5 ne vien ℞ ℞ 16. che faria 2. per numero, il medesimo seguira partendo ℞ ℞ 5. per ℞ ℞ 80. perche ne veniria ℞ ℞ $\frac{5}{80}$, che schiffa fara $\frac{1}{16}$, cioe $\frac{1}{2}$, che è pur numero (largo modo) ma le commensurabili solamente in potentia sono quelle, che partendo solamente il quadrato di vna per il quadrato dell'altra di tal partimento ne vien pur numero. Essempi gratia ℞ ℞ 7. diremo esser commensurabile solamente in potentia con ℞ ℞ 63. perche pigliando il quadrato di ℞ ℞ 63. che fara ℞ 63. & partendolo per il quadrato di ℞ ℞ 7. che fara ℞ 7. di tal partimento ne veniria ℞ 9. che fara 3. per numero. Anchora si potria dire praticalmente due linee mediale, o vuol dire due ℞ ℞ esser solamente in potentia communicanti quando, che partendo l'una per l'altra ne vien vna simplice radice sorda, cioe a partir ℞ ℞ 63 per ℞ ℞ 7 ne vien ℞ ℞ 9. che faria ℞ 3.

Correlario.

E pero si manifesta quelle linee mediale, che sono communicanti in longhezza necessariamente sono anchora

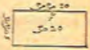
anchora communicanti in potentia, ma non seguita il contrario, cioe che quelle, che sono communicanti in potentia siano necessario esser communicanti anchora in longhezza, ma ponno essere, & non essere.

Ma quelle linee mediale, che non sono communicanti in longhezza, ne in potentia sono quelle, che partendo l'una per l'altra ne venira ℞ ℞ di numero non quadrato, e pero restara ℞ ℞. Essempi gratia ℞ ℞ 5. diremo esser incommensurabile in longhezza, & anchora in potentia con ℞ ℞ 40. perche partendo ℞ ℞ 40 per ℞ ℞ 5 ne venira ℞ ℞ 8. laqual ℞ ℞ 8 conuien restar in quel medesimo essere, cioe denominata da ℞ ℞, & cosi per tal ragione in pratica ℞ ℞ 5. diremo esser incommensurabile in longhezza, & anchora in potentia con la ℞ ℞ 40. & di queste linee mediali incommensurabili in longhezza, & in potentia, Euclide niente ne ha parlato.

Conseguentemente a questa 25 del decimo di Euclide vi seguita la 24. 25. & 26. nella 24 geometricamente dimostra, che posto il quadrato di vna linea media sopra vna linea rationale sara la larghezza rationale, & incommensurabile in longhezza a quella linea, alaqual fu sopra posta, & la 25 dimostra, che ogni linea communicante a vna mediale è mediale, nella 26 dimostra, che ogni differentia, nellaquale abondi vna mediale da vna mediale esser irrationale, lequal tre propositioni habbiamo interlassate per esser di facile apprensione, & essemplificatione per abbreuiar scrittura, perche per la 24 egli è cosa nota (per le cose dette nel algorithmo delle radici) che a partir per vna quantita rationale, il quadrato di vna ℞ ℞ lo auenimento sara vna radice incommensurabile in longhezza a quella quantita rationale, anchora per la 25 egli è cosa nota, che ogni quantita communicante a vna ℞ ℞ esser pur ℞ ℞, finalmente per la 26 egli è manifesto, che a sottrare vna ℞ ℞ da vn'altra ℞ ℞ il restante sara vna quantita irrationale, e pero me ne passo senza altro essempio.

21 Euclide nella 27 propositione del suo decimo libro da noi tradutto geometricamente dimostra, che il rettangolo compreso sotto di due linee mediale commensurabili in longhezza esser mediale.

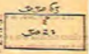
Laqual propositione con essempij faremo manifesta. Essempi gratia siano queste due linee mediale ℞ ℞ 5. & ℞ ℞ 80. lequali per le ragioni adutte nella precedente sono communicanti in longhezza. Il rettangolo compreso sotto di dette ℞ ℞ 5. & ℞ ℞ 80. non vuol dir altro, che il dutto fatto di vna in l'altra qual sara ℞ ℞ 400. & perche tal produtto è numero quadrato cauandone la radice venira a far ℞ 20. laqual ℞ 20 è superficie irrationale, & detta superficie mediale, come che la propositione chiaramente dice, il medesimo seguira in ogni altre due linee mediale communicanti in longhezza.



22 Similmente Euclide nella 28 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che ogni superficie, che sia contenuta da due linee mediale solamente in potentia communicante, puol che la sia rationale, puol mediale.

Laqual sua propositione praticamente con essempij faremo chiara. Essempi gratia siano queste due linee mediale ℞ ℞ 8. & ℞ ℞ 32. lequali (per le ragioni dette nella sesta) sono commensurabili solamente in potentia, & la superficie contenuta sotto le dette due linee (cioe il produtto di vna fia l'altra) sara ℞ ℞ 256. che venira a esser 4. che è rationale.

Sia anchora queste due linee mediale ℞ ℞ 7. & ℞ ℞ 63. lequai se ben le consideri trouarai esser medesimamente commensurabili solamente in potentia, & trouarai anchora la superficie contenuta da quelle (cioe il lor dutto) esser prima ℞ ℞ 441. che è numero quadrato, la radice delquale sara ℞ 21. & questa ℞ 21 per esser superficie vien a esser irrationale detta superficie mediale, e pero con questi duoi essempij vien a esser praticalmente verificata la detta propositione, cioe che tal superficie contenuta da dette linee sempre sara, puol rationale, puol mediale.



23 Euclide nella vigesimanona propositione del suo decimo libro geometricamente ne insegna, & dimostra la regola da trouar due linee mediale solamente in potentia communicanti, lequai contenghino superficie rationali, dellequai la piu longa sia piu potente della piu corta nel quadrato di vna linea communicante in longhezza alla medesima linea piu longa, laqual propositione in questo luogo noi mostraremo di far praticalmente.

Per essequire adunque praticalmente questo problema, per la regola data nella seconda di questo capo, trouarai due linee rationali solamente in potentia communicanti, dellequai la piu longa possa piu della piu corta nel quadrato di vna linea a se communicante in longhezza, hor poniamo che queste due linee trouate (con tal regola) la piu longa sia 10. & la piu corta ℞ 75. hor fra queste due quantita trouarai vn termine medio proportionale, onde procedendo secondo la regola data nelle proportioni, trouarai quello esser ℞ ℞ 7500. questa linea mediale sara la piu lōga delle due ricercate, & per trouar mo la piu corta a questo ℞ ℞ 7500. trouarai vn conseguente in tal proportione, 10 ℞ ℞ 7500 ℞ 75.

prima linea mediale ℞ ℞ 1900

seconda linea mediale ℞ ℞ 68 $\frac{59}{100}$

come che è da 10. a ℞ 19. & questo facilmente trouarai con la regola del 3. dicendo, se 10 mi da ℞ 19. che mi darà ℞ ℞ 1900. opera, che te ne venirà ℞ ℞ 68 $\frac{59}{100}$, & così quest'altra sarà la più corta delle dette due linee mediale ricercate, che se ne farai la proua praticale, trouarai che hauerano le due adimandate conditioni, cioe che il dutto di vna in l'altra sarà precisamente 19. che è quantità rationale. Et oltra di questo trouarai anchora, che la più longa, cioe ℞ ℞ 1900. è più potente della più corta, cioe di ℞ ℞ 68 $\frac{59}{100}$ nel quadrato di vna linea a se communicante in longhezza, & quantunque questo sia chiaro per la decimasesta del decimo di Euclide, nellaquale speculatiuamente dimostra, che se la prima di quattro quantità proportionali, può più della seconda nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza, anchora la terza è necessario poter il medesimo più della quarta, & è conuerso, cioe se la prima potrà più della seconda nel quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza, il medesimo potrà la terza più della quarta, e pero se 10 può più di ℞ 19. il quadrato di vna linea a esso 10. commensurabile in longhezza, similmente ℞ ℞ 1900 potrà il medesimo più di ℞ ℞ 68 $\frac{59}{100}$, nondimeno per quelli, che non hanno visto, ouer intesa la dimostratione di tal decimasesta propositione, & volendo veder praticalmente se le dette due linee hanno tal conditione, bisogna quadrar la menore, cioe ℞ ℞ 68 $\frac{59}{100}$, il cui quadrato sarà ℞ 68 $\frac{59}{100}$, & dapoi quadrar anchora la maggior, cioe ℞ ℞ 1900. & sarà ℞ 1900. poi bisogna sottrar ℞ 68 $\frac{59}{100}$ di ℞ 1900 il che facendo si trouarà restar ℞ 1246 $\frac{59}{100}$, & questo sarà il quadrato di quella linea, che la più longa linea può più della più corta, onde se la propria linea venirà a esser ℞ ℞ 1246 $\frac{59}{100}$, & questa dico esser commensurabile in longhezza con la detta linea più longa, cioe con ℞ ℞ 1900. & per veder se questo sia il vero, già più volte ti ho detto, che per voler conoscere praticalmente, se due radici sorde (sijno di che genere, ouer specie si voglia) se sono fra loro communicanti in longhezza, ouer mente non, si debbe partire l'una di quelle per l'altra, & se da tal partimento ne venirà quantità, che si possa denominar per numero, tai due sorti di radice saranno fra loro communicanti in longhezza, & se per sorte di tal partimento ne venirà quantità, che non si possa denominar per numero, tai due radici saranno incommensurabile in longhezza, & perche se partirai ℞ ℞ 1900 per ℞ ℞ 1246 $\frac{59}{100}$, trouarai, che te ne venirà prima questo rotto ℞ ℞ $\frac{190000}{124659}$, & questo tal rotto doueria esser censo di censo, ma sperimentandolo in tal forma si trouarà, ne il numeratore, ne il denominator esser censo di censo, cioe quadrato di quadrato, tal che la nostra conclusione parerìa esser falsa, & questo procede per non esser schisato tal rotto alla vltima schisatione, e pero nelle simili bisogna aricordarsi d'inuestigar il massimo schisatore per la regola sua. Il che facendo trouarai quello esser 19. e pero schisando ℞ ℞ $\frac{190000}{124659}$ per 19. trouarai, che te ne venirà $\frac{10000}{6561}$, e per tanto diremo il detto nostro auenimento esser ℞ ℞ $\frac{10000}{6561}$, & così trouarai tal rotto, ò vuoi dir tal sano, & rotto esser censo di censo, & la sua ℞ ℞ sarà $\frac{10}{9}$, cioe 1 $\frac{1}{9}$, e pero seguita il proposito, cioe che la più longa delle dette due linee mediale può più della più corta, il quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza.

Questa proua praticale te la ho voluta distendere minutamente, & con tuoi per aricordarti le cose passate, ma nelle altre, che seguiteranno sarò alquanto più breue.

24 Anchora Euclide nella trentesima propositione speculatiuamente insegna, & geometricamente dimostra la regola da saper trouar due linee mediale solamente in potentia communicanti, lequai contenghino par superficie rationale, dellequai la più longa sia più potente della più breue nel quadrato di vna linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea più longa.

℞ 24. ℞ ℞ 360. ℞ 15.

prima linea mediale ℞ ℞ 360.

seconda linea medial ℞ ℞ 140 $\frac{5}{8}$

Volendo praticalmente mandar a essecutione questo tal problema, trouarai prima due linee rationali solamente in potentia communicanti, dellequali la più longa possi più della più breue nel quadrato di vna linea non communicante con se in longhezza, il modo di trouarle fu dato nella terza di questo capo, hor ponimo che siano ℞ 24. & ℞ 15. & con queste due procederai, come fu fatto nella precedente, cioe fra ℞ 24. & ℞ 15. trouarai vna media in continua proportionalità, onde procedendo secondo le regole date nel trattato delle proportioni, & trouarai quella esser ℞ ℞ 360. & questa sarà l'una delle due linee mediale ricercate, & se vuoi, che sia la più longa, per voler poi trouar la più corta, bisogna trouarla con la regola del tre in tal proportione alla più longa, si come che è ℞ 15 a ℞ 24. e per tanto diremo, se ℞ 24 mi da ℞ 15. che mi darà ℞ ℞ 360. opera che trouarai, che ti darà ℞ ℞ 140 $\frac{5}{8}$, & tanto sarà la più corta delle due ricercate linee mediale, che se ne farai la proua naturale trouarai, che hauerranno le adimandate conditioni. Ma auertisse nelle tue operationi di ridur le quantità di diuerse specie a vna medesima, come fu detto sopra il multiplicar, & partir di radici di diuerse nature, ouer specie, perche se non errarai nelle tue attioni, trouarai le dette due linee mediale esser communicanti solamente in potentia, perche partendo il quadrato di ℞ ℞ 360.

quel sara

qual sara ℞ 360. per il quadrato di ℞ ℞ 140 $\frac{5}{9}$, che sara ℞ 140 $\frac{5}{9}$, trouarai che te ne venira ℞ $\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{1}{1}$, che sara $\frac{1}{1}\frac{1}{9}$, cioe 1 $\frac{1}{3}$ per numero, & trouarai anchora, che il dutto di vna in l'altra sara precisamente 15. che è superficie rationale, & la piu longa, cioe ℞ ℞ 360 puo piu della piu corta, cioe della ℞ ℞ 140 $\frac{5}{9}$ nel quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza, & tutto questo per la 26 del decimo del detto Euclide liquidamente appare, ma tu con la isperientia te ne potrai chiarire.

Tu potrai anchora far che la detta ℞ ℞ 360 fusse la piu corta, & per trouar poi la piu longa dire se ℞ 240 mi da ℞ 20. che mi dara ℞ ℞ 360. onde operando trouaresti, che ti daria ℞ ℞ 381 $\frac{1}{4}$, & tanto saria la piu longa.

al secondo modo
prima linea mediale ℞ ℞ 2…
seconda linea mediale ℞ ℞ 36…

25 ANchora Euclide nella trentesimaprima propositione del suo decimo libro geometricamente c'insegna, & dimostra la regola da saper trouar due linee mediali solamente in potentia communicanti, che contenghino superficie mediale, dellequali la piu longa possa tanto piu della piu breue, quanto è il quadrato di alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.

Questa propositione non è differente della precedente, saluo in questo, che le due mediali della precedente vuol, che contenghino superficie rationale, & in questa vuol che contenghino superficie mediale, laqual cosa ne rende alquanto piu artificiosa la operatione della precedente, perche per ritrouar tai due linee mediali, bisogna prima trouar tre linee rationali solamente in potentia communicanti (secondo la regola data in fine della terza di questo capo) dellequali l'una di quelle possa piu di qual si voglia delle altre due nel quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza, et quantunque infinite se ne potria trouar ponneremo per al presente, che siano queste, cioe la prima ℞ 6. la seconda ℞ 3. la terza ℞ 2. & trouate queste 3 linee, ouer quantita, fra la prima, & la seconda, cioe fra ℞ 6. & ℞ 3. trouaremo vna media proportionale, laqual trouaremo esser ℞ ℞ 18. & questa sara la prima delle nostre due ricercate linee mediali, hor per trouar l'altra darai vn consequente a ℞ ℞ 18. in tal proportione, come dalla prima alla terza, cioe come da ℞ 6 a ℞ 2. dicendo se ℞ 6 mi da ℞ 2. che mi dara ℞ ℞ 18. opera (riducendo le quantita a vna medesima natura, cioe a ℞ ℞) trouarai che te ne venira ℞ ℞ 2. & tanto sara la seconda delle due ricercate linee mediali, dellequali se ne farai la proua pratica le trouarai (non errando tu con la penna) che haueranno tutte le ricercate conditioni.

prima seconda terza
℞ 6. ℞ 3. ℞ 2.

prima linea mediale ℞ ℞ 18.
seconda linea mediale ℞ ℞ 2.

Et se ti paresse di voler anchora trouare due linee mediali solamente in potentia communicanti, che contenghino superficie mediali, dellequali la piu longa possa piu della piu corta nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza.

Piglieremo pur tre linee rationali solamente in potentia communicanti, dellequali l'una di quelle sia piu potente di vna, & dell'altra delle altre due nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza, il modo, & regola di saperle trouare fu dato in fine della seconda di questo. Et trouate queste tre linee procederai, come di sopra, cioe fra la prima, & la seconda trouarai la media proportionale, & quella sara l'una delle due ricercate linee mediali. La seconda poi si trouara con la regola dei tre, secondo che fu fatto nella precedente, dellaqual cosa per esser di facile apprensione a te lascio il cargo di trouarle attualmente parendoti.

Che cosa siano Radici vniuersali, & come si rappresentano, & maneggiano in pratica. Cap. III.

* VOlendo essequire con numeri, & radici varii, & diuersi problemi, non solamente di quelli dati da Euclide nel suo decimo libro, ma infiniti altri, che nella general pratica di numeri, & misure naturalmente occorre. A me è necessario a diffinir prima alcune specie di radici, che nella conclusione molte volte occorre, lequali sono dette radici vniuersali, & queste tali si formano quando che in qualche nostra operatione ne accade a pigliare, ouero a rappresentar la radice di vna qualche quantita di duoi, ouer di tre, ouer di piu nomi composta, & massime quando che l'arte fin hora non habbia trouato regola da saper cauar realmente la radice di vna tal quantita. Essempi gratia pongo, che ne occorra pigliar, ouer a rappresentare la general radice di questo trinomio 10 piu ℞ 7. piu ℞ 5. anchor che l'arte non habbia fin hora trouato regola generale di saper cauar realmente la radice di vna tal quantita, & infinite altre simili, nondimeno ha trouato modo di saperla rappresentare in scritto di tal sorte, che l'intelletto nostro la intende, & la possiamo maneggiare secondo le nostre occorrentie per fin alla vltima nostra conclusione, laqual rappresentatione nel sopradetto trinomio si faria in questa forma ℞ v. 10 piu ℞ 7. piu ℞ 5. tal che questa ℞ v. ne dinota la radice vniuersale di tutto quel trinomio, cioe la radice della

summa di quelli tre nomi, cioe di quelle tre quantita, & accio meglio m'intendite la voglio essemplificar con trinomij, over binomij finti, cioe di quantita rationale. Essempi gratia la ℞ v. 11. più ℞ 9. più ℞ 4. questa tal quantita non vuol dir altro, che 4. perche tu sai, che la radice di 9 è 3. & la radice di 4 è 2. tal che le dette tre quantita vengono a esser queste 11. & 3. & 2. lequali gionte insieme fanno in tutto 16. & la radice di detta summa, cioe del detto 16. veniria ad esser 4. (come è detto) si che la ℞ v. di 11. più ℞ 9 più ℞ 4. veniria a esser 4.

Dico anchora, che la ℞ v. ℞ 49. più ℞ 36. men ℞ 16. non vuol dir altro, che 3. perche tu sai, che ℞ 49 è 7. & la ℞ 36 è 6. lequali gionte insieme fanno 13. de qual 13 cavatone quella ℞ 16 (per esser men) laqual ℞ 16 è 4. restara 9. et cosi la radice di 9. qual è 3. sara la radice vniversale di ℞ 49. più la 36. men ℞ 16.

primo essempio.
la radice v. 11. più ℞ 9. più ℞ 4. saria precisamente 4.

secondo essempio.
la ℞ v. ℞ 49. più ℞ 36. men ℞ 16. saria precisamente 3.

Anchora dico che ℞ v. ℞ 64. più ℞ 49. più ℞ 36. men 5. non vuol dir altro che 4. perche la ℞ 64 è 8. & la ℞ 49 è 7. & la ℞ 36 è 6. & queste tre radici gionte insieme fanno 21. & di questo 21 cavandone quel 5. per esser men restaria 16. & cosi la radice del detto 16 saria 4. come di sopra è stato detto.

2 Ora che queste radici vniversali non solamente pône cascar sopra di binomij, & trinomij, over piu nomi quadri, ma anchora sopra li cubi, & censi di censi, & cosi in tutte le altre specie, che longo saria a volerti distendere particolar essempio in ciascuna specie, pur a tua maggior satisfattione te ne voglio por vno essempio di vn binomio cubo finto, & di vn residuo finto. Essempi gratia ℞ v. ℞ cu. 216. più ℞ cu. 27. dico che questa tal radice vniversale non vuol dir altro, che 3. perche la ℞ cu. 216 è 6. & la ℞ cu. 27 è 3. lequali due radici cube gionte insieme fanno 9. & cosi la radice quadra di 9. saria 3. come di sopra fu detto.

terzo essempio.
la ℞ v. ℞ 64. più ℞ 49. più ℞ 36. m. 5. saria precisamente 4.

quarto essempio
la ℞ v. ℞ cu. 216. più ℞ cu. 27 saria precisamente 3.

Et cosi la ℞ v. ℞ cu. 216. men ℞ cu. 27. veniria a esser ℞ 3. perche la cu. 216 vien a esser 6. & la ℞ cu. 27. vien a esser 3. il qual 3 cavato di quel 6 (per esser m.) restara 3. & cosi la ℞ 3 veniria a esser la radice vniversale ℞ cu. 216. men ℞ cu. 27. & cosi con tal modo si debbe intendere in ogni altra specie di binomio, over residuo.

quinto essempio
la ℞ v. ℞ cu. 216. m. ℞ cu. 27 saria ℞ 3.

3 Anchora nota, che la detta radice vniversale puo esser cuba, over cen. cen. over prima relata, & altre, cascante anchor sopra qual si voglia specie di binomij, trinomij, over moltinomij. Essempi gratia la radice v. cu. ℞ 25. più ℞ 9. saria 2. perche ℞ 25 saria 5. & la ℞ 9. saria 3. che gionta con quel 5 fara 8. & cosi la radice cuba di 8 saria 2. come di sopra fu detto, & tanto saria la radice v. cu. ℞ 25. più ℞ 9.

sesto essempio
la ℞ v. cu. ℞ 25 più ℞ 9 saria 2.

Anchora la radice v. cu. ℞ 25. men ℞ 9. saria ℞ cu. 2. perche sottratto quello ℞ 9. che è 3 da quello ℞ 25. che è 5. restara 2. & cosi la radice cu. 2 saria la detta radice vniversal cuba di ℞ 25. men ℞ 9. come di sopra fu detto.

settimo essempio
la ℞ v. cu. ℞ 25 m. ℞ 9 saria ℞ cu. 2.

La radice v. cu. radice cu. 64. più radice cu. 27. veniria a esser radice cu. 7. perche la radice cu. 64. qual è 4. gionta con la radice cu. 27. qual è 3 fara 7. & cosi la radice cuba di 7 veniria a esser la ℞ v. cu. radice cu. 64. più ℞ cu. 27. come di sopra fu detto, & con tal ordine bisogna intendere con lo medemo quelle, che sono irrationali, perche queste sopra notate radici vniversali di tai binomij, over trinomij rationalmente finti sono state da me poste, non perche cosi rationalmente intervenghino, ma tal cautela ho vsato acciochè tu intenda quelle, che ti occorrera sopra li veri binomij, & moltinomij, over residui, i quali sempre sono irrationali.

ottavo essempio
la ℞ v. cu. ℞ cu. 64. più ℞ cu. 27 saria ℞ cu. 7.

Come si quadrano le radici universali quadre, & anchora come si cubano le cube. &c.

4 Anchora per esser meglio instrutto nel maneggiare delle sopradette radici vniversali, ti voglio narrare, come si quadrano, multiplicano, & partono. Nota che a quadrar ogni radice vniversale quadra, basta a levarvi via quella radice vniversale, & il restante sara il quadrato di quella. Essempi gratia volendo quadrare ℞ v. 10. più ℞ 7. più ℞ 3. dico, che tu debbi levar via quella radice vniversale, il che facendo veniria poi a restar 10. più ℞ 7. più ℞ 3. & tanto saria il quadrato di detta radice vniversale, & quantunque tal cosa sia naturale, cioe che quadrandola, la debbia ritornar nel pristino stato, ch'era avanti ne fusse signata la sua radice vniversale, nondimeno per facilitar alli principianti di tendere sono breve li converse delle sopra poste radici

vniversali

vniuersali sono rationali, accio meglio con l'intelletto si apprendino. Il medesimo faro delle cube, cioe che il cubo delle ℞ v.cu. fa il medesimo, come di sotto puoi vedere.
Il quadrato di ℞ v.11.piu ℞ 9.piu ℞ 4.sara precisamente 11.piu ℞ 9.piu ℞ 4.
Il quadrato di ℞ v.℞ 49.piu ℞ 36.men ℞ 16.sara ℞ 49.piu ℞ 36.men ℞ 16.
Il quadrato di ℞ v.℞ 64.piu ℞ 49.piu ℞ 36 men 5.sara ℞ 64.piu ℞ 49.piu ℞ 36 men 5.
Il quadrato di ℞ v.℞ cu.216.piu ℞ cu.27.sara precisamente ℞ cu.216.piu ℞ cu.27.
Il quadrato di ℞ v.℞ 216 men ℞ cu.27.sara precisamente ℞ cu.216.men ℞ cu.27.
Similmente il cubo della ℞ v.cu.℞ 11.piu ℞ 9.sara ℞ 25.piu ℞ 9.
Il cubo di ℞ v.cu.℞ 25 men ℞ 9.sara ℞ 25 men ℞ 9.
Il cubo di ℞ v.cu.℞ cu.64.piu ℞ cu.27.sara ℞ cu.64.piu ℞ cu.27.& cosi discorrendo in tutte le altre specie di radici vniuersali, cioe nelle cen.cen. nelle relate, & altre.

Come si multiplicano le radici vniuersali per numero, ouer per radice.

5 Volendo multiplicar vna radice vniuersale (cioe quadra) per vn numero, quadra quella tal radice vniuersale, & quadra anchora il numero, dapoi multiplica quelli duoi quadrati l'uno fia l'altro, & la radice vniuersale di quel produtto sara il produtto di tal multiplicatione. Essempi gratia volendo multiplicar poniamo ℞ v.7.piu ℞ 3 per 2. quadra ℞ v.7.piu ℞ 3. & fara 7 piu ℞ 3.quadra anchora quel 2. fara 4.hor multiplica 4 fia 7 piu ℞ 3 (secondo le regole date nel algorithmo di binomii, & residui) fara 28 piu ℞ 48.& cosi la ℞ v.28 piu ℞ 48.sara il produtto di tal multiplicatione, & cosi procederai multiplicando per qual si voglia altro numero, la proua di tal atto si fara di sotto con il suo conuerso, cioe con il partire.

Essempio
a multiplicar ℞ v.7.p̃ ℞ 3
per 2.
fara ℞ v.28 p̃ ℞ 48

6 Ma volendo multiplicar la medesima ℞ v.7.piu ℞ 3.per ℞ 2.quadra per la detta radice v.7.piu ℞ 3.& fara 7.piu ℞ 3.quadra anchora quella ℞ 2.& fara 2.hor multiplica 2 fia 7.piu ℞ 3.& trouarai, che fara 14.piu ℞ 12.& la radice vniuersale di 14.piu ℞ 12. fara la detta multiplicatione, & con tal ordine procederai nelle altre specie di radice vniuersale hauendo sempre rispetto alla specie, che molto ci andaria da scriuere a volerti in ciascuna specie dar particolar essempio. Et similmente occorrendoti a multiplicar vna radice vniuersale per vn binomio, ouer residuo, ouero altra strana quantita, osseruarai la medesima regola, cioe quadrarai la radice vniuersale, & anchora quell'altra quantita, & multiplicarai li detti duoi quadrati, & la radice vniuersale di tal multiplicatione sara il detto produtto, la proua si fara di sotto con il partire.

Essempio
a multiplicar ℞ v.7.p̃ ℞ 3
per ℞ 2.
fara ℞ v.14 piu ℞ 12

Come si parteno le radici vniuersali per numero, ouer per radice.

7 El partire per esser il conuerso del multiplicare, e pero volendo partir vna radice vniuersale per numero, quadrarai pur la radice vniuersal, & similmente il numero (cioe il partitore) & dapoi partirai il quadrato della radice vniuersale per il quadrato del partitore, & la radice vniuersale di tal auenimento sara lo ricercato auenimento, & per far duoi effetti in vn colpo, poneremo per essempio il conuerso della quinta, che venira a esser la proua di quella, & di questa. E per tanto volendo partire ℞ v.28.piu ℞ 48.per 2.quadra ℞ v.28.piu ℞ 48. fara 28.piu ℞ 48.quadra anchora il partitore, cioe quel 2.fa 4.hor partimo 28.piu ℞ 48. per quel 4.onde procedendo secondo le regole date nel quinto libro trouarai, che te ne venira 7 piu ℞ 3. & cosi la ℞ v.7.piu ℞ 3.sara il nostro ricercato auenimento, & con tal modo, & regola procederai nelle altre simili.

Essempio
a partir ℞ v.28 piu ℞ 48
per 2.
ne vien ℞ v.7 piu ℞ 3

8 Similmente volendo partire ℞ v.14.piu ℞ 12.per ℞ 2.quadra ℞ v.14. piu ℞ 12. & fara 14. piu ℞ 12.quadra anchora il partitore, cioe quella ℞ 2.& fara 2.hor parti 14.piu ℞ 12.per 2.& trouarai, che te ne venira 7.piu ℞ 3.& cosi vedi, che il partire approua il multiplicare, & per il contrario il multiplicare approua il partire.

Essempio
a partir ℞ v.14 piu ℞ 12
per 2.
ne vien ℞ 7 piu ℞ 3

Come si multiplicano le radici vniuersali diuerse l'una con l'altra.

9 Molte volte interuiene nella general pratica di numeri, & misure a multiplicar vna radice vniuersale fia vn'altra da lei diuersa, e pero quando che questo ti accada, quadra vna, & l'altra di quelle, & dapoi multiplica il quadrato di vna fia il quadrato dell'altra, & la ℞ di quel produtto sara la detta multiplicatione. Essempi gratia volendo multiplicare ℞ v.4.piu ℞ 10.fia ℞ v.4 men ℞ 10.quadra l'una, & l'altra di quelle, & trouarai il quadrato di vna esser 4 piu ℞ 10.& l'altro sara 4 men ℞ 10. hor multiplica mo 4 piu ℞ 10.fia 4 men ℞ 10.

Essempio
a multiplicar ℞ v.4 p̃ ℞ 10
per ℞ v.4 men ℞ 10
fa ℞ 6.

trouarai, che sara 6. & cosi la radice di 6. diremo, che sara la multiplicatione di ℞ v. 4 piu ℞ 10. fia ℞ v. 4 men ℞ 10. & con tal ordine procederai nelle altre specie di radice vniuersale, cioe nelle cube, nelle cen. cen. nelle relate, & altre, cioe nelle cube multiplicarai il cubo di vna fia il cubo dell'altra, & la radice cuba di tal prodotto sara il ricercato prodotto, & cosi delle altre.

Come si parte una radice universale per un'altra da lei diversa.

20 MOlte volte anchora interuiene (nella general pratica di numeri, & misure) a partir vna radice vniuersale per vn'altra da lei diuersa, dico da lei diuersa, perche a partire vna radice vniuersale per vn'altra a lei eguale, egli e cosa chiara, che di tal partimento ne venira sempre vno, cioe 1. Essempi gratia volendo partir poniamo ℞ v. 20. piu ℞ 12 per ℞ v. 20 piu ℞ 12. dico che eglie manifesto, che di tal partimento ne venira 1. perche ogni specie di quantita, numera, ouer misura vna volta sola vn'altra a lei eguale, ma per tornar al nostro primo proposito. Volendo partire vna radice vniuersale per vn'altra da lei diuersa, quadrarai vna, & l'altra di quelle, & dapoi partirai il quadrato di quella, che si ha da partire per il quadrato di quell'altra, & la radice di tal auenimento sara lo ricercato auenimento. Essempi gratia volendo partir poniamo ℞ v. 24 piu ℞ 12. per ℞ v. 6 piu ℞ 8. quadra l'una, & l'altra di quelle, & trouerai l'un quadrato esser 24 piu ℞ 12. & l'altro esser 6 piu ℞ 8. hor parti 24 piu ℞ 12. per 6 piu ℞ 8. & per far tal partimento bisogna aricordarsi delle regole date nel decimo libro, cioe multiplica il partitore (cioe 6 piu ℞ 8) per il suo residuo, cioe per 6 men ℞ 8. & te ne venira 28 per il suo rational partitore. Fatto questo multiplica anchora la cosa, che si ha da partire (cioe quel binomio di 24 piu ℞ 12) per il medesimo residuo, cioe per 6 men ℞ 8. & trouerai, che fara 144 piu ℞ 432. men ℞ 4608. men radice 96. & questo partirai per quel 28 suo rational partitore, il che facendo trouarai, che te ne venira $5\frac{1}{7}$ piu ℞ $\frac{432}{784}$ men ℞ $\frac{4608}{784}$ men ℞ $\frac{96}{784}$, & tanto venira a partir radice v. 24 piu ℞ 12. per radice v. 6 piu ℞ 8. ho non ti ho schifati li rotti, accioche vedi il primo auenimento, & cosi con tal ordine procederai proportionalmente nelle altre specie di radice vniuersale, cioe cube, censi di censi, prime relate, & altre, cioe nelle cube, partirai il cubo di vna per il cubo dell'altra, & la radice vniuersal cuba di tal auenimento, & cosi procederai nelle altre specie.

Come si summano le radici universali con numero, over con vna radice, ouer con vn'altra radice vniuersale.

21 MOlte volte volte occorre nella general pratica di numeri, & misure, di summar vna radice vniuersale con vn numero, ouer con vn'altra radice vniuersale, laqual cosa si fa con il termine del piu. Essempi gratia volendo summar poniamo 12. con ℞ v. 20. piu ℞ 6. diremo, che sara 12 piu ℞ v. (20 piu ℞ 6) ouero diremo, che sara ℞ v (20 piu ℞ 6) piu 12. Et con tal ordine procederemo volendo summar ℞ 16 con ℞ v. (30 piu 4) diremo, che sara ℞ 16 piu ℞ v (℞ 30 piu 4) similmente volendo summar ℞ v. (℞ 28 men ℞ 10) con ℞ v. (℞ 24 piu ℞ 12) diremo che tal summa sara ℞ v. (℞ 28 men ℞ 10) piu ℞ v. (℞ 24 piu ℞ 12) ouer diremo, che sara ℞ v. (℞ 24 piu ℞ 12) piu ℞ v. (℞ 28 men ℞ 10) & quantunque tanto significhi al primo modo, quanto che al secondo, nondimeno per diuersi rispetti sempre si debbe metter prima quella cosa, che è di maggior quantita.

Come si sottra un numero, over radice da una radice universale, & è conuerso, & finalmente vna radice vniuersale da vn'altra.

22 ANchora molte volte accade di sottrar vn numero, ouer vna radice da vna radice vniuersale, & al contrario, & finalmente vna radice vniuersale da vn'altra di lei maggiore (che cosi si debbe sempre intendere, perche naturalmente la maggior quantita non si puo cauar dalla menore) laqual cosa si fa con il termine del meno, cioe al contrario del summar, & per esser da se facile non staro a portialtro essempio.

Regola generale da saper dividere una quantita in due tal parti, che fra l'una, & l'altra vi cascha vn'altra data quantita in continua proportionalita, ouer che'l dutto di vna parte in l'altra faccia vna data quantita. Cap. IIII.

VOlendoti mostrare anchora il modo da saper risoluere praticamente con numeri, & misure molti problemi del decimo di Euclide, & altri, a me è necessario anchora, che prima ti mostri la regola da saper diuidere praticamente con numeri, & radici, vna quantita in due tal parti, che fra quelle vi caschi vn'altra data quantita in continua proportionalita, ouer che il dutto di vna di quelle parti in l'altra faccia vna data quantita (che in sostancia stantia è quel medesimo? Egli è ben vero, che questa particolarita si mostra geometricamente sopra la decimasettima del decimo di Euclide, & anchora questa medesima fu da me mostrata anchora praticalmente con numeri nella sesta del quinto capo del ottauo libro, nondimeno l'intento nostro è di mostrarla in questo luogo in generale, cioe non solamente in numeri, ma anchora nelle radici irrationali, per causa delle cose, che si ha da dire.

1 Volendo adunque diuidere vna data quantita in due tal parti, che fra quelle due ve ne caschi vn'altra seconda quantita in continua proportionalita, diuiderai quella data quantita in due parti equali, & quadrarai l'una di quelle mita, & di tal quadrato ne cauarai il quadrato di quella seconda quantita, & la radice del rimanente giontola a vna di quelle due mita, ti fara la parte maggiore, & tratta dell'altra ti restara la parte menore, & cosi fra queste due parti cascara quella seconda quantita in continua proportionalita, cioe che il dutto della parte menore nella parte maggiore sara equale al quadrato di quella seconda quantita, come si ricerca a tre quantita continue proportionali. Essempi gratia volendo far di 10. due tal parti, che fra quelle due tal parti vi caschi, poniamo ℞ 21. in continua proportionalita (questo non vuol dir altro, che voler far di 10 due tal parti, che multiplicata l'una fia l'altra faccia 21. cioe il quadrato di ℞ 21.) hor per far questo diuide il detto 10. in due parti equali, che ciascuna sara 5. quadrala fara 25. & di questo quadrato cauane il quadrato di ℞ 21. che fara 21. & ti restara 4. & la ℞ 4. qual fara 2. aggiongila a 5. & fara 7. per la parte maggior del detto 10. & trala anchora di 5 (cioe dall'altra mita di 10) & ti restara 3. per la parte menore del detto 10. & cosi fra le dette due parti del detto 10. che sono 3. & 7. vi cascara quella ℞ 21 in continua proportionalita, cioe che quella ℞ 21 sara media proportionale fra 3. & 7. & che sia il vero il dutto della prima, che è 3. fia la terza, che è 7 fara 21. & perche il quadrato di ℞ 21 fa pur 21. seguita il proposito.

prima	seconda	terza
3.	℞ 21.	7.

Nota che del detto 10 saria impossibile a farne due tal parti, che fra quelle vi cascasse vna quantita maggiore della mita del detto 10.

2 MA perche questa sopradetta operatione occorre in molte questioni, ma sotto altra forma di dire, & la resolutione spesse volte interuiene in binomio, & residuo, & tal hora in radici vniuersali, e pero accioche del tutto se ne habbia notitia, ne andaremo proponendo sotto a diuersi modi di parlare, & le poneremo in forma di questii, ouero interrogationi, come consequentemente intenderai.

Fammi di otto due tal parti, che multiplicata l'una fia l'altra faccia 10.

Piglia la mita di 8. che è 4. quadralo fa 16. cauane quel 10. che vuoi che faccia, restara 6. & cosi la ℞ 6. gionta, & tratta della mita di 8. che è 4. ti dara le dette parti, & perche a voler proferir la summa di 4 con ℞ 6. bisogna proferirla per binomio dicendo, che fara 4 piu ℞ 6. & tanto sara la parte maggiore del detto 8. & perche a scurtare la detta ℞ 6 da 4. tal resto non si puo proferire saluo, che per residuo, dicendo che resta 4 men ℞ 6. & tanto sara la parte menore del detto 8. & queste due parti (cioe 4 men ℞ 6. & 4 piu ℞ 6) se le multiplicarai l'una fia l'altra (secondo che nel algorithmo di binomii, & residui si mostra) trouarai, che faranno precisamente 10. come si propone. Et summando anchora le dette due parti (cioe 4 men ℞ 6. & 4 piu ℞ 6) trouarai, che faranno precisamente 8. come vuol il douere.

2.

a multiplicar	4 p̃ ℞ 6
per	4 m̃ ℞ 6
fara	10.
a summar	4 p̃ ℞ 6
con	4 m̃ ℞ 6
fara	8

Nota che la medesima conclusione seguiria, che dicesse fammi di 8 due tal parti, che fra l'una, & l'altra vi caschi la ℞ 10. media proportionale.

Anchora nota, che tu non poteria fare del detto 8 due tal parti, che multiplicate l'una fia l'altra facesse piu del quadrato della mita di 8 (cioe piu di 16) egli è ben vero, che tu le poteresti far che facessero 16. perche quadrando la mita del detto 8 (cioe 4) fara 16. del qual cauatone quel 16. che vuoi che'l faccia restara nulla, & la radice di nulla è nulla, quala gionta, & tratta della mita di 8 (cioe di 4) fara 4. & restara anchora 4. & cosi 4. & 4. saranno le due parti di 8. che multiplicate l'una fia l'altra faccia 16. ma volendo mo, che le dette due parti del detto 8. facessero piu di 16. come saria a dir 17. ouer 16½. ouer altra quantita maggiore di 16 saria impossibile, e pero bisogna auertire nelle simil proposte.

3 FAmmi di ℞ 32 due tal parti, che multiplicata l'una fia l'altra faccia 4.

Piglia pur la mita di ℞ 32. laqual mita sara ℞ 8 (perche se ben ti aricordi a partir vna radice per 2. bisogna quadrar il 2.) & dapoi procedi secondo l'ordine della precedente, cioe quadra ℞ 8 fara 8. cauane quel 4. che vuoi che faccia, & resta 4. & la radice di 4. che sara 2. gionta alla radice di 8 dara la parte maggiore. Et tratta della medesima ℞ 8 restara la parte menore, & perche la summa di ℞ 8 con 2 fara ℞ 8 piu 2. diremo che tanto sara la parte maggior di ℞ 32. & similmente, perche a scurtar 2 di ℞ 8 restara ℞ 8 men 2. & tanto diremo esser la

a multiplicar	℞ 8 p̃ 2
per	℞ 8 m̃ 2
fara	4
a summar	℞ 8 p̃ 2
con	℞ 8 m̃ 2
fa	℞ 32

parte menor della detta ℞ 32. Et se ne vuoi far prova multiplica ℞ 8 m 2 fia ℞ 8 piu 2. & trovarai, che fara a ponto 4. come fu proposto, & anchor ℞ 8 men 2. gionta con ℞ 8 piu 2 fa ℞ 32. come vuol il dovere. Nota che tu non potresti fare di ℞ 32 due tal parti, che multiplicate l'una fia l'altra facesse piu di 8. cioe piu del quadrato della mita di ℞ 32. come nelle due precedenti e stato detto.

4 Anchora fammi di ℞ 88 due tal parti, che il dutto di una in l'altra faccia radice 6.

Per risolvere questa questione piglia pur (secondo il solito) la mita di ℞ 88. che sara ℞ 22. quadrala, & fara 22. dalqual 22. cavane quella ℞ 6. che vuoi che faccia, & trovarai, che restara 22 men ℞ 6. & la ℞ di questo resto gionta, & tratta da ℞ 22. ne dara le dette adimandate parti, ma perche fin hora non ti ho dato regola da saper cavar la radice di un binomio, over residuo, della qual cosa alquanto piu avanti ne parleremo, egli e necessario adunque a risponder per radici universali dicendo, che la maggior parte sara ℞ 22 piu ℞ v. 22 men ℞ 6. & la menore sara ℞ 22 men ℞ v. 22. men ℞ 6.

Volendo far la prova praticale, cioe che queste due parti multiplicate l'una fia l'altra facciano precisamente ℞ 6. come si propone, bisogna haver ben in memoria quello, che ti ho dichiarato nel precedente capo, circa al quadrar, multiplicar, & partir di radici universali, & oltra di questo bisogna haver anchora ben in mente il summar, sottrar, multiplicar, & partir del piu, & del men.

a multiplicar	℞ 22. piu ℞ v. 22. men ℞ 6
fia	℞ 22. men ℞ v. 22. men ℞ 6
fara ponto ℞ 6. come di sotto intenderai	

Anchora bisogna notar, che l'una, & l'altra di dette due parti s'intende sotto di duoi termini, alla similitudine delli binomii, & residui. Il primo termine della parte maggiore e quella ℞ 22. & il secondo s'intende tutta quella radice universale, cioe quel piu ℞ v. 22. men ℞ 6. laqual radice universale, anchor che abbrazzi tutto quel residuo di 22 m ℞ 6. la si piglia per un termine solo, cioe per il termine menore di tutta quella parte maggiore (cioe di ℞ 22. piu ℞ v. 22. men ℞ 6) alla similitudine di un binomio, & quel piu s'intende generalmente sopra tutta tal radice universale. Il medesimo dico della parte menore (cioe di ℞ 22. men ℞ v. 22. men ℞ 6) cioe che la s'intende sotto di duoi termini (alla similitudine delli residui) il primo termine di detta parte menore e pur quella ℞ 22. & il secondo s'intende tutta quella radice universale, che casca sopra a quel residuo, ma notata con il termine del men, cioe men tutta quella ℞ v. 22 men ℞ 6. laqual radice universale, anchor che abbrazzi tutto quello residuo, la si piglia per un termine solo, cioe per il termine menore di tutta la detta parte menore, cioe di tutta quella ℞ 22. men ℞ v. 22. men ℞ 6 alla similitudine di un residuo, cioe quel men, che seguita quella ℞ 22 s'intende generalmente di tutta la detta radice universale.

5 Hor inteso queste particolarita volendo mo (per far la detta prova praticale) multiplicar la parte maggior per la menore, cioe ℞ 22. piu ℞ v. 22. men ℞ 6. per ℞ 22. men ℞ v. 22. men ℞ 6. assettali l'una sotto l'altra, come di sotto appar in figura, & per far tal multiplicatione si puo procedere per via di scachiero, & per via di crosetta, ma come fu detto nel quinto libro, hor multiplicamolo prima per modo di scachiero, multiplicamo adunque quella radice universal di sotto fia quella medesima di sopra, cioe quella ℞ v. 22. m ℞ 6. di sotto fia quella medesima ℞ v. 22. men ℞ 6. di sopra fara 22. m ℞ 6. & perche quella di sotto e figurata con il men, & quella di sopra e signata con il piu, e pero il lor produtto fara men, e pero figurarlo in questo modo men (22. men ℞ 6. come di sotto vedi. Fatto questo multiplica quella medesima men (℞ v. 22. men ℞ 6. di sotto fia quella ℞ 22 di sopra, onde procedendo secondo la regola data nella sesta del precedente capo trovarai, che fara ℞ v. 484. men ℞ 2904. qual notarai consequentemente verso man sinistra, come di sotto vedi, & la detta radice universale di sotto e men, & quella ℞ 22. di sopra e piu, adunque il detto produtto signarai con il men, come di sotto vedi, fatto questo multiplicarai mo quel ℞ 22. di sotto fia quella piu (℞ v. 22. men ℞ 6. di sopra, & fara medesimamente ℞ v. 484. men ℞ 2904. qual notarai sotto a quella medesima della prima multiplicatione, & perche la detta radice universale di sopra e piu, & similmente quella ℞ 22. di sotto e piu, notarai il detto lor produtto per piu. Multiplicarai ultimamente quella ℞ 22 di sotto fia quella ℞ 22 di sopra, fara 22. qual notarai consequentemente dietro all'altra anciana multiplicatione, & perche l'una, & l'altra di quelle ℞ 22 sono piu, per non haver segno, e pero il detto 22 s'intende esser piu. hor per summar le dette multiplicationi insieme, tu vedi, che quella men (℞ v. 484. men ℞ 2904. di sopra con quella piu (℞ v. 484. men ℞ 2904. di sotto fanno nulla (per esser l'una piu, & l'altra men) restara adunque in esser solamente il primo, & l'ultimo produtto, il primo fara quel men (22 men ℞ 6. & l'ultimo fara quel 22. ultimamente notato, & queste quantita volendole summar insieme, bisogna notar, che quel men, che e avanti di quel residuo 22. men ℞ 6. e generale a tutto quel residuo, il

duo, il primo nome di tal residuo in quanto a se medesimo è piu, cioe egli è 22 men R 6 ma per causa di quel men generale, bisogna sottrarlo di quel 22 (vltimo prodotto) se adunque di quel 22 ne cauarai 22 men R 6. trouarai, che ti restara solamente R 6. qual sara piu, se ben considerarai le regole date sopra li detti termini del piu, & del men, & cosi habbiamo prouato praticalmente il nostro proposito.

a multiplicar R 22. piu R v. 22. men R 6
per —— R 22. mē R v. 22. men R 6

men (R v. 484. men R 1904. men (22. men R 6
22. piu (R v. 484. men R 1904

prima summa 22. . o . men (22. men R 6
22. m̄ R 6

seconda summa. o. piu R 6.

6 E Gli è vero, che piu leggiadramente si fara tal multiplicatione per via di crosetta, & è piu magistrale, & da persona piu intelligente, & per farla bisogna pur assettare le dette due parti l'una sotto l'altra, come in margine vedi, & dapoi multiplicar quella R v. 22 men R 6. di sotto fia quella medesima di sopra, & fara 22 men R 6. qual notarai sotto alla solita linea, & perche quella di sotto è mē, & quella di sopra piu, tal prodotto notarai con il men, fatto questo bisognaria multiplicar in croce, cioe quella R 22 di sopra fia quella men (R v. 22 men R 6 di sotto, & dapoi quella medesima R 22 di sotto fia quella piu (R v. 22 men R 6 di sopra, ma perche queste due multiplicationi fatte in croce necessariamente fariano eguali, & l'una sara piu, & l'altra sara men, tal che aggionte insieme faranno nulla, e pero tal due multiplicationi si lasciano, cioe non si debbono far altramente, ma venir alla vltima multiplicando quella R 22 di sotto fia quella medesima R 22 di sopra, & fara 22. qual notato al suo luogo sotto alla solita linea, fara in tutto 22 men quel residuo di 22 men R 6. onde cauando quel residuo di 22 men R 6. da quel 22. procedendo secondo le regole date sopra li detti duoi termini piu, & meno trouarai, che restara piu R 6. come per l'altro modo.

multiplicar per crosetta
a multiplicar R 22. piu (R v. 22. men R 6
per —— R 22. men (R v. 22. men R 6

fa —— —— 22. men (22. men R 6

7 M A perche forsi ti parera stranio a sottrare questo residuo 22 men R 6. da quel 22 (ancor che te ne habbia dato vn simile nel sottrar del piu, & del meno) ti voglio narrare particolarmente il modo di far tal sottrare, caua prima quella men R 6 dal detto 22. & perche a cauar men di piu si aggionge, & tutto fara piu, e pero veniria a restar 22 piu R 6. & se da questo primo resto ne cauaremo anchor quel 22. cioe cauar 22 da 22 piu R 6. veniria a restar nulla piu R 6. come in margine vedi, vero è che tal sottrar si puo far alla prima sottratione, ma mi è parso di farlo in due sottrationi per farlo meglio intendere, & se ne vorrai far la proua summarai quella piu radice 6. che resta, con quel 22 men radice 6. che fu sottrato trouarai, che ti ritornara quel 22. dal qual fu fatta la sottratione, e pero sarai chiaro tal sottrar esser stato ben fatto, ouero star bene.

a sottrar di 22 solamente quella men R 6

restara 22 piu R 6.
dal qual cauarone 22

restara o piu R 6

Correlario.

Dalle sopranotate due sorti di multiplicari si manifesta, che per multiplicar vna quantita composta di vna radice, ouer numero, piu vna radice vniversale fia vn'altra tal radice, ouer numero, men quella medesima radice vniversale. Basta a cauar il quadrato della radice vniversale, dal quadrato del primo nome, cioe di quella radice, ouer numero, & il rimanente sara il prodotto di tal multiplicatione. Essempi gratia per multiplicar le sopra poste due quantita, cioe R 22. piu R v. 22. men R 6. fia R 22. men R v. 22. men R 6. Dico che in simil caso basta a cauar il quadrato del secondo termine (cioe il quadrato di quella R v. 22. men R 6) che sara 22 men R 6. dal quadrato del primo (cioe dal quadrato di R 22) che sara 22. & ti restara R 6. per il prodotto di tal multiplicatione, & questa regola viene a esser simile a quella data per multiplicar il binomio fia il suo residuo, che se ben ti aricordi, fai che il basta a cauar il quadrato del menor nome dal quadrato del maggiore, & il restante sara il prodotto di tal multiplicatione.

Regola generale da saper essequire praticalmente tre altri problemi del decimo di Euclide. Cap. V.

E Vclide nella trentesima seconda propositione del decimo (della nostra traduttione) geometricamente ne dimostra la regola da saper trouar due linee potentialmente incommensurabili, & che contengano superficie mediale, delliquali li duoi quadrati soli insieme facciano quantita rationale, & noi in questo luogo mostraremo la regola di essequire vn tal problema praticalmente con numeri, & radici. E per tanto per trouar le dette due linee, prima (secondo la regola data nella terza del secondo capo) trouaremo due linee rationali solamente in potentia communicanti, dellequali la piu longa sia piu potente della piu breue nel quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza, & quantunque tal linee possino esser infinite, & l'una denominata da numero, cioe la maggiore, ouer la menore, & l'altra da radice, ouer ambedue da radice, come al suo luogo fu detto, poneremo, che di tal due linee la piu longa sia 12. & la piu corta R 96. fatto questo diuideremo la piu corta (cioe R 96) per mita, laqual mita sara R 24. fatto questo della piu longa (cioe di 12) ne faremo due tal parti, che fra quelle due parti vi caschi quella R 24 media proportionale, onde operando per le regole date nel precedente capo, & trouarai la piu corta di dette due parti esser 6 men R 12. & la piu longa esser 6 piu R 12. hor quadra l'una, & l'altra di queste due parti, & trouarai il quadrato della piu corta (cioe di 6 men R 12) esser 48 men R 1728. & quello della piu longa esser 48 piu R 1728. fatto questo a l'uno, & l'altro di questi duoi quadrati aggiongeli il quadrato di R 24. che sara 24. & trouarai che l'una summa sara 72 men R 1728. & l'altra sara 72 piu R 1728. & cosi la radice vniuersale di l'una, & dell'altra di queste due summe saranno le due ricercate linee, cioe la piu corta sara R V. 72 men R 1728. & la piu longa sara R V. 72 piu R 1728. che tal due linee, ouer quantita habbino le ricercate conditioni, geometricamente lo dimostra Euclide, & noi in questo luogo lo faremo chiaro praticalmente, cioe con la isperientia, qual e la proua del naturale, o vuoi dir del puro pratico. Prima egli e manifesto, che le dette due linee sono in potentia incommensurabili, perche a partir la potentia di vna per la potentia dell'altra non ne peruenira numero. Secondariamente il dutto di vna in l'altra, procedendo secondo la regola data nella nona del terzo capo, trouarai che faranno R 20 1 8. che e superficie mediale, come si ricerca. Terzo pigliando li quadrati di vna, & l'altra di quelle (che trouarai l'uno esser 72 men R 1728. & l'altro esser 72 piu R 1728) & summarli insieme trouarai, che faranno precisamente 144. che e quantita rationale, come si ricerca nella propositione, e per tanto la nostra conclusione e stata secondo il proposito.

la piu corta delle due linee ricercate sara la sottoscritta R V. 72 men R 1728.

la piu longa delle due linee ricercate sara la sottoscritta R V. 72 piu R 1728.

la superficie R 2018.

la summa di quadrati 144.

A Nchora Euclide nella 33 del suo decimo libro ne insegna, & dimostra geometricamente la regola di saper trouare due linee potentialmente incommensurabili, & che contengano superficie rationale, dellequali li duoi quadrati soli insieme siano mediale. Ma noi in questo luogo mostraremo il modo, ouer regola da essequire vn tal problema praticalmente con numeri, & radici. E per tanto per trouar le dette due linee, prima trouaremo due linee mediali (secondo la regola data nella decima del secondo capo) solamente in potentia communicanti, lequali contengano superficie rationale, dellequali la piu longa possi piu della piu corta nel quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza, & queste due linee trouate con tal regola poneremo, che l'una sia R R 18. & l'altra R R $4\frac{1}{2}$. hor bisogna procedere, come fu fatto nella precedente, cioe pigliar la mita della piu corta, laqual mita sara R R $\frac{9}{32}$, & dapoi far della piu longa, cioe di R R 18 due tal parti, che vi caschi fra l'una, & l'altra quella R R $\frac{9}{32}$ media proportionale, laqual cosa non vuol dir altro, che far di R R 18 due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia il quadrato di R R $\frac{9}{32}$, che sara R $\frac{9}{32}$, onde procedendo secondo le regole date nel quarto capo, cioe piglia la mita di R R 18. che sara R R $\frac{18}{16}$, cioe R R $\frac{9}{8}$, quadrala, & questo tal quadrato sara R $\frac{9}{8}$, cauane quella R $\frac{9}{32}$, che vuoi, che facia, & restara R $\frac{27}{32}$, & la R R $\frac{27}{32}$ giontà, & tratta da R R $\frac{9}{8}$ ne dara le dette due parti, dellequali la maggior parte venira a essere R R $\frac{9}{8}$ piu R R $\frac{27}{32}$, & la menore venira a esser R R $\frac{9}{8}$ men R R $\frac{27}{32}$, & la media proportionale fra queste due venira a esser la detta R R $\frac{9}{32}$. Hor quadra la parte maggiore, cioe R R $\frac{9}{8}$ piu R R $\frac{27}{32}$, & trouarai il quadrato esser R $\frac{1}{2}$ [illegible] piu $1\frac{1}{2}$, & a questo quadrato aggiongeli il quadrato di quella media proportionale, cioe di quella R R $\frac{9}{32}$, il qual quadrato sara R $\frac{9}{32}$, & trouarai, che sara R $4\frac{1}{2}$ piu $1\frac{1}{2}$, & cosi la R vniuersale di tal binomio sara la piu longa delle due ricercate linee, cioe sara R V. R $4\frac{1}{2}$ piu $1\frac{1}{2}$. Et per trouar la piu corta, troua il quadrato della parte menore, cioe di R R $\frac{9}{8}$ men R R $\frac{27}{32}$ trouarai tal quadrato esser R $\frac{1}{2}$ [illegible] men $1\frac{1}{2}$, al qual giontoui quel medesimo quadrato della media proportionale, qual e R $\frac{9}{32}$, trouarai che sara R $4\frac{1}{2}$ men $1\frac{1}{2}$, & la radice vniuersale di tal summa

R R 18. & R R $4\frac{1}{2}$.

R R 18.

prima parte R R $\frac{9}{8}$ piu R R $\frac{27}{32}$

seconda parte R R $\frac{9}{8}$ men R R $\frac{27}{32}$

summa R R 18.

a moltiplicar R R $\frac{9}{8}$ piu R R $\frac{27}{32}$ via R R $\frac{9}{8}$ men R R $\frac{27}{32}$

fa R $\frac{9}{32}$

la piu longa delle due linee ricercate sara la sottoscritta R V. (R $4\frac{1}{2}$ piu $1\frac{1}{2}$)

la piu corta linea delle due ricercate sara la sottoscritta R V. (R $4\frac{1}{2}$ men $1\frac{1}{2}$)

sara la piu corta linea delle due ricercate, cioe sara ℞ v. ℞ 4½ men 1½, & queste due linee per le dimostrationi adutte da Euclide speculatiuamente si conosce hauer tutte le ricercate conditioni, ma per quelli, che non hanno la scientia di tal facolta, volendolo vedere praticalmente in atto prima le dette due linee, cioe ℞ v. ℞ 4½ più 1½, & ℞ v. ℞ 4½ men 1½ prima sono potentialmente incommensurabili, perche a partir il quadrato della piu longa, qual è ℞ 4½ piu 1½ per il quadrato della piu corta, qual è ℞ 4½ men 1½ non ne vien quantita rationale. Secondariamente a multiplicar ℞ v. ℞ 4½ piu 1½, per ℞ v. ℞ 4½ men 1½ (procedendo come nel terzo capo ti mostrai) trouarai, che fara precisamente 1½ il qual 1½ vien a esser superficie, & rationale (come si adimanda) Terzo pigliando li quadrati di dette ℞ v. ℞ 4½ piu 1½, & ℞ v. ℞ 4½ men 1½, che si trouara l'uno esser ℞ 4½ piu 1½, & l'altro ℞ 4½ men 1½, & summandoli poi insieme si trouara tal summa far radice 18, che è superficie mediale, come si ricerca, che è il proposito.

a multiplicar ℞ v. (℞ 4½ più 1½)	
per ℞ v. (℞ 4½ men 1½)	
fa	1½ superficie rationale
quad. della prima ℞ 4½ più 1½	
quad. della secõda ℞ 4½ m̃ 1½	
la lor summa fa ℞ 18	

3 Euclide anchora nella 34 propositione del suo decimo libro, ne dichiara il modo, over regola da saper geometricamente trouar due linee potentialmente incommensurabili, & che contengano superficie mediali, dellequali li duoi quadrati tolti insieme siano mediali incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra. Ma noi mostraremo in questo luogo da ritrouar praticalmente tal due quantita con numeri, & radici.

Per trouar adunque tal due quantita, prima trouaremo due linee mediali (secondo la regola data nella vndecima del secondo capo) solamente in potentia communicanti, lequali contengono superficie mediale, dellequali la piu longa possa tanto piu della piu corta, quanto è il quadrato di alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, & queste siano quelle due, che con detta regola in quel luogo siamo trouate, cioe ℞ ℞ 18. & ℞ ℞ 2. & con queste procederai secondo l'ordine della precedente, cioe pigliarai la mita della piu corta, cioe di ℞ ℞ 2. che sara ℞ ℞ ⅛, fatto questo farai di ℞ ℞ 18 (cioe della piu longa) due tal parti, che la detta ℞ ℞ ⅛ vi cada media in continua proportionalita, o vuoi dir far di ℞ ℞ 18 due tal parti, che multiplicata l'una fia l'altra faccia il quadrato di ℞ ℞ ⅛, il qual quadrato sara radice ⅛, onde per far le dette due parti, procederai secondo la regola data nel quarto capo, cioe pigliar la mita di ℞ ℞ 18. che sara ℞ ℞ 9/8, quadrala, & fara ℞ 9/8, cavane quel ℞ ⅛ (che vuoi che faccia) restara ℞ ½, & la radice di questa ℞ ½ (che fara ℞ ℞ ½) giõnta, & tratta da ℞ ℞ 9/8 dara le dette due parti, cioe la maggior parte fara ℞ ℞ 9/8 piu ℞ ℞ ½, & la menor fara ℞ ℞ 9/8 men ℞ ℞ ½, che se la prouarai, trouarai cosi essere. Fatto questo quadra l'una, & l'altra di queste due parti, & trouarai, che il quadrato della maggior parte fara ℞ 3⅛ piu ℞ 3. & quello della menore fara ℞ 3⅛ men ℞ 3. fatto questo a l'uno, & l'altro di questi duoi quadrati aggiongirai il quadrato di quella ℞ ℞ ⅛ (media proportionale) il qual quadrato fara ℞ ⅛, il che facendo trouarai, che l'una summa fara ℞ 4½ piu ℞ 3. & l'altra fara ℞ 4½ men ℞ 3. & cosi la radice vniuersale di l'una, & l'altra di tal due summe fara l'una, & l'altra delle due linee ricercate, cioe la piu longa fara ℞ v. ℞ 4½ piu ℞ 3. & la piu corta fara ℞ v. ℞ 4½ men ℞ 3. che se ne farai la sperientia (qual è la proua naturale) trouarai, che hauerano tutte le ricercate conditioni, come che in margine puoi vedere, che contengono di superficie ℞ 1½, che è superficie mediale, come si ricerca, & la summa di loro quadrati fa ℞ 18, che è pur superficie mediale, qual è incommensurabile al doppio della superficie di l'una in l'altra, laqual superficie, come vedi in margine è ℞ 1½, & il doppio è ℞ 6. & quella ℞ 6 è incommensurabile con ℞ 18. perche a partir l'una per l'altra non ne vien quantita denominata da numero, e pero seguita il proposito.

℞ ℞ 18. & ℞ ℞ 2.	
℞ ℞ 18.	
prima parte ℞ ℞ 9/8 più ℞ ℞ ½	
seconda parte ℞ ℞ 9/8 m̃ ℞ ℞ ½	
summa ℞ ℞ 18.	
a multiplicar ℞ ℞ 9/8 più ℞ ℞ ½	
per ℞ ℞ 9/8 men ℞ ℞ ½	
fa	℞ ⅛

la piu longa delle due linee ricercate sara la sottoscritta ℞ v. ℞ 4½ più ℞ 3.

la piu corta delle due linee ricercate sara la sottoscritta ℞ v. ℞ 4½ men ℞ 3.

a multiplicar ℞ v. ℞ 4½ più ℞ 3	
per ℞ v. ℞ 4½ men ℞ 3	
fa ℞ 1½ superficie mediale	
quadrato prima ℞ 4½ più ℞ 3	
quadrato secõda ℞ 4½ m̃ ℞ 3	
la lor summa fa ℞ 18 mediale	

Tutte queste linee, che fin hora sono state mostrate da formare, si da Euclide geometricamente, come da noi praticalmente con numeri, & radici, non sono state mostrate senza causa, anzi sono state dichiarate, perche non sapendo tal lor costruttione saria impossibile di poter formare con ragione quelle altre dodici specie di linee irrationali, che vanno seguitando dietro alla linea mediale, laqual linea mediale (come fu detto nella quarta del secondo capo) è la prima di quelle 13 linee irrationali, dellequali fu detto parlar, & trattar Euclide nel suo decimo libro. Il nome dellequal linee su narrato sono breuita nella detta quarta del secondo capo, ma nel seguente capo di mano in mano si andara replicando, & narrando particolarmente li detti nomi, & le qualita, & formationi, & specie di ciascuna di quelle, & l'ordine mirabile, che hanno fra loro.

la prima linea irrationale detta linea mediale, come saria ℞ ℞ 7. & altre simili.

Della formatione, qualita, & denominatione delle sei linee irrationali composte. Cap. VI.

3 Euclide nella 35 propositione del suo decimo libro da noi tradutto dice, che se saranno due linee rationali, solamente in potentia communicanti, & siano congionte directamente in longo, tutta la linea composta da quelle sara irrationale, & è detta Binomio.

la seconda linea irrationale detta binomio è, come saria ℞ 10 più ℞ 8. ouer 6 più ℞ 27. ouer ℞ 20 più 2. & altri simili.

Per laqual propositione ne da ad intendere il binomio composto da due radici quadre sorde incommensurabili in longhezza, ouero da vn numero, & da vna radice quadra sorda esser la seconda linea irrationale, dapoi la linea media, o vuoi dir mediale, narrata, & diffinita nella quinta del secondo capo. Ma questo tal genere di binomio si diuide poi in specie, come che al suo conueniente luogo s'intendera.

2 ANchora Euclide nella 36 propositione del suo decimo libro (da noi tradutto) dice, che se due linee mediali solamente in potentia communicanti, & contenenti superficie rationali, siano congionte direttamente, tutta la linea da queste composta sara irrationale, & sara detta bimedial primo.

Nella sesta del secondo capo fu detto, che delle linee mediali alcune esser fra loro communicanti in longhezza (come saria ℞ ℞ 6. & ℞ ℞ 486) & alcune esser communicanti solamente in potentia (come saria ℞ ℞ 6. & ℞ ℞ 24.) & alcune, che non sono communicanti, ne in longhezza, ne in potentia (come saria ℞ ℞ 6. & ℞ ℞ 4) & oltra che di questa niente ha parlato Euclide (come fu detto anchora sopra la detta sesta del secondo capo) anchora in quelle, che sono communicanti in longhezza, solamente ha dimostrato nella 17 del decimo quelle contener superficie mediale, & non altro, & tutto questo è processo, perche ne l'una, ne l'altra non vi facena bisogno nelle cose, che hauea designato di trattar. Ma in quelle linee mediali, che sono communicanti solamente in potentia per hauerle molto da adoperare, & in diuersi modi (come in parte si è visto) prima diuise quelle in due specie, cioe alcune contener superficie rationale (come saria ℞ ℞ 54. & ℞ ℞ 24.) & alcune contener superficie mediale (come saria ℞ ℞ 18. & ℞ ℞ 2.) Et per tanto nella detta 36 propositione del suo decimo ne auertisse, che se due di quelle linee mediali solamente in potentia communicanti, che contengono superficie rationale saranno congionte direttamente in longo (intendendo con il termine del piu) tal linea da quelle due composta sara irrationale, & che per nome sara detta bimedial primo, & cosi questa tal linea veniria a esser la terza irrational di quelle 13. di che lui parla nel detto suo decimo libro.

la terza linea irrationale detta bimedial primo è, come saria ℞ ℞ 54 piu ℞ ℞ 24. & altre simili.

3 ANchora il detto Euclide nella 37 del detto suo decimo libro dice, che se due linee mediali solamente in potentia communicanti, & che contenghino superficie mediale siano congionte direttamente, tutta la linea cosi da quelle due composta sara irrationale, & che sara detta bimedial secondo.

Per quello che è stato detto nella precedente chiaramente si puo comprendere tutto quello, che il detto Euclide conclude nella detta propositione, nellaquale, come si dice, che se due di quell'altra specie di linee mediali solamente in potentia communicanti, ma contenenti superficie mediali (come saria ℞ ℞ 63. & ℞ ℞ 7) saranno cõgionte insieme (dicendo ℞ ℞ 63 piu ℞ ℞ 7) tutta la linea cosi composta da quelle due sara irrationale, & che sara detta bimedial secondo, & questa in ordine vien a esser la quarta linea irrationale di quelle 13 piu volte dette.

La quarta linea irrationale detta bimedial secondo è, come saria ℞ ℞ 63 piu ℞ ℞ 7. & altre simili.

4 SImilmente il detto Euclide nella 38 del detto suo decimo libro dice, che quando saranno congionte due linee potentialmente incommensurabili, & che contengano superficie mediale, dellequali ambiduoi li quadrati tolti insieme siano rationali, tutta la linea da quelle due composta sara irrationale, & quella sara detta linea maggiore.

Le sopradette due linee da componere questa quinta linea irrationale detta linea maggiore se ben si aricordi sono quelle, che mostrassimo da trouar nella prima del precedente capo, dellequal (le trouate in quel luogo) la piu longa fu ℞ v. (72. piu ℞ 3168) & la piu corta fu ℞ v. (72 men ℞ 3168) & cosi congionte quelle due linee, & altre simili, con il termine del piu, dicendo ℞ v. (72 piu ℞ 3168) piu ℞ v. (72 men ℞ 3168) tal compositione è detta la linea maggiore, & è la quinta irrationale di quelle 13 piu volte dette.

La quinta linea irrationale detta linea maggiore è, come saria ℞ v. (72 piu ℞ 3168) piu ℞ v. (72 men ℞ 3168) & altre simili.

5 IL detto Euclide nella 39 propositione del suo decimo libro dice queste parole. Quando saranno congionte due linee potentialmente incommensurabili, & contenenti superficie rationale, delle quali ambi li quadrati tolti insieme siano mediali, tutta la linea cosi composta sara irrationale, & sara detta linea potente irrationale, & mediale.

La sesta linea irrationale detta linea potente in rationale, & mediale è, come saria ℞ v. (℞ $4\frac{1}{2}$ piu $1\frac{1}{2}$) piu ℞ v. (℞ $4\frac{1}{2}$ men $1\frac{1}{2}$), & altre simili.

Anchora le sopradette due linee, con lequali si compone questa sesta linea irrationale, detta linea potente in rationale, & mediale, se ben si aricordi sono quelle, che mostrassimo di trouar nella seconda del precedente capo, dellequali la piu longa delle due trouate in quel luogo fu ℞ v. (℞ $4\frac{1}{2}$ piu $1\frac{1}{2}$) & la piu corta fu ℞ v. (℞ $4\frac{1}{2}$ men $1\frac{1}{2}$) lequal due linee (& altre simili) congionte con il termine del piu, dicendo ℞ v. (℞ $4\frac{1}{2}$ piu $1\frac{1}{2}$) piu ℞ v. (℞ $4\frac{1}{2}$ men $1\frac{1}{2}$) tal compositione è detta linea potente in rationale, & mediale, & questa è la sesta linea irrationale di quelle 13 piu volte dette.

6 Anchora

6 Anchora Euclide nella 40 proposition del detto suo decimo libro, dice in questa forma. Quando saranno congionte due linee potentialmente incommensurabili, & contenenti superficie mediale, dellequali ambidui quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie di l'una nell'altra, tutta la linea sara irrationale, & sara detta potente in due mediali.

Le sopradette due linee, con lequali si compone questa settima linea irrationale (detta linea potente in due mediali) sono quelle (se ben ti aricordi) che mostrassimo di trouare nella terza, & vltima del precedente capo, dellequali la piu longa di quelle due trouate in quel luogo fu ℞ v. (℞ 4¼ piu ℞ 3) & la piu corta fu ℞ v. (℞ 4¼ men ℞ 3) lequal due linee congionte con il termine del piu in questa forma ℞ v. (℞ 4¼ piu ℞ 3) piu ℞ v. (℞ 4¼ men ℞ 3) tal congiongimento, ouer summa è detta linea potente in due mediali, & questa è la settima linea irrationale di quelle 13 piu volte dette. la settima linea irrationale detta Potente in due mediali è come saria ℞ v. (℞ 4¼ piu ℞ 3) piu ℞ v. (℞ 4¼ men ℞ 3) & altre simili.

Consequentemente a questa 40 del decimo di Euclide, seguita la 41. 42. 43. 44. 45. & 46 del detto suo decimo libro. Nella 41 dimostra, come ch'egli è impossibile esser diuiso vn binomio in altre due linee sotto il termine di quelle, dallequali è congionto, & nominato, & nelle altre cinque propositioni, che seguitano, il medesimo dimostra delle altre cinque sequenti linee irrationali, cioe del bimedial primo, & del secondo, della linea maggiore, della potente in rationale, & mediale, & della linea potente in due mediali. Lequali 6 propositioni le habbiamo scorse senz'altro essempio per due ragioni, l'una per esser piu presto tai propositioni per dimostrare speculatiuamente altre propositioni, che per la pratica, l'altra è, che tai propositioni con difficulta si possono con essempi praticalmente verificare, ma solamente con speculatiue dimostrationi.

Delle specie del binomio, & della regola di saper componere, ouer formare ciascuna di dette specie praticalmente con numeri, & radici. Cap. VII.

Perche li duoi nomi del binomio (come fu detto sopra la prima del precedente capo) l'uno, & l'altro puo esser denominato da vna radice sorda (come saria a dir questo ℞ 12 piu ℞ 7. & altri simili) ouer che l'uno di detti duoi nomi puo esser denominato da numero, & l'altro da vna radice sorda, ma questo puo interuenir in duoi modi, cioe alle volte puo esser il maggior nome denominato da numero, & alle volte il menore (come saria a dir questo 5 piu ℞ 21. ouer quest'altro ℞ 13 piu 3. & altri simili) & perche anchora ciascuna di queste tre sorte di compositioni puo esser di due specie (come di sotto s'intendera) per il che ti viene a causar 6 specie di binomij, dellequali 6 specie, la prima è detta binomio primo, la seconda binomio secondo, la terza binomio terzo, la quarta binomio quarto, la quinta binomio quinto, la sesta, & vltima è detta binomio sesto. Lequali 6 specie Euclide con somma breuita ne le diffinisse in questa forma, dicendo.

Diffinitioni di Euclide del primo ordine di binomij.

1 Se la parte piu longa del binomio, sara piu potente della piu breue per accrescimento del quadrato di vna linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se dapoi la medesima parte piu longa, sara communicante in longhezza a vna linea posta rationale, questo si chiamara binomio primo. Ma se sara la parte piu corta, che communichi con la detta linea posta rationale si dira binomio secondo. Ma se ne l'una, ne l'altra delle dette parti di quello communicara con la detta linea posta rationale in longhezza si chiamara binomio terzo.

Per ben intender, non solamente queste tre diffinitioni, ma anchora quelle altre tre, che di sotto consequentemente seguita, bisogna aricordarsi qualmente nella prima di questo capo fu detto, come che il binomio in genere era composto di due linee rationali solamente in potentia communicanti. Et nella decimasesta, & decimasettima del secondo capo fu fatto manifesto, che di due linee rationali solamente in potentia communicanti, la maggiore, cioe la piu longa, alle volte puo esser piu potente della piu corta nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza, & alle volte a se incommensurabile in longhezza. E per tanto bisogna notar, che questo genere di binomio (cioe questo) si diuide prima in duoi ordini, il primo di quali sono tutti quelli, che la parte piu longa è piu potente della piu breue, nel quadrato di vna linea commensurabile in longhezza alla detta parte piu longa (come saria questo 7 piu ℞ 45. ouer questo ℞ 18 piu 4. ouer questo ℞ 50 piu ℞ 48. & altri simili) il secondo ordine sono tutti quelli, che la detta parte piu longa è piu potente della detta piu breue nel quadrato di vna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte

primo ordine
7 piu ℞ 45
℞ 18 piu 4
℞ 50 piu ℞ 48

secondo ordine
6 piu ℞ 2
℞ 10 piu 3
℞ 6 piu ℞ 3

più longa, come saria questo 6 più ℞ 2, over questo ℞ 10 più 2, over questo ℞ 6 più ℞ 3, & altri simili. Ma perche li duoi nomi del binomio in l'uno, & l'altro ordine puo variar in tre diversi modi (come nelli sopra dati essempij appare) cioe in alcuni la parte più longa è denominata da numero, & la più corta da radice, & in alcuni la parte più longa è denominata da radice, & la più corta da numero, & in alcuni l'una, & l'altra parte è denominata da radice (come che di sopra anchora è stato detto) e però seguita, che l'uno, & l'altro di detti duoi ordini è diviso in tre specie di binomij. Et perche ogni quantità continua, che sia denominata da qualche numero, over da qualche radice anchor che tal numero, over radice sia pronontiato astratto, come costuma il mathematico, nondimeno tal numero, over radice, sempre s'intende di qualche famosa misura materiale, cioè di passa, over piedi, over palmi, over dati, over grani, over qualche altra piccola misura ma formata con una apritura di compasso a nostro piacer, come più volte è stato detto, & tal specie di misura, s'intende una longhezza, o vuoi dir una linea rationale, per esser a noi cognita & famigliar, & questa tal linea, over misura, nelli numeri naturali di quantità continua è, come la unità nelli numeri astratti di quantità discreta. E per tanto tutte le altre linee numerate, over misurate giustamente con tal nostra misura sono denominate da numero o sano, cioè dal numero delle volte, che tal nostra misura, la mette, over misura precisamente quella, ma se la non le misura così precisamente, ma siano però commensurabili in longhezza con quelle tal linee saranno denominate da numero rotto, over da sano, & rotto, come fu detto nella seconda del secondo capo, & in altri luoghi, & se per sorte in tali commensurationi vi occorresse qualche altre parti denominate da alcuna specie di radice sorda, ouero di altra quantità irrationale tutte si riferiscono a quella nostra prima supposita misura, cioè a quella nostra linea rationale, si come, che anchora tutti li numeri considerati si come astratti, come costuma il mathematico, si riferiscono alla unità secondo la consideration mathematica, cioè indivisibile, come nel principio della prima parte, & in molti altri luoghi in parte si è detto.

Adunque da tutte queste particolarità narrate facilmente si puo intendere la qualità di quelli tre binomij (cioè primo, secondo, & terzo) compresi, & diffiniti da Euclide di sopra nel primo ordine. Perche egli è cosa manifesta, che la parte più longa del primo binomio conviene esser denominata da numero (dovendo esser commensurabile in longhezza a quella linea posta rationale) & la più corta da radice. Et perche la parte più longa di ogni specie di binomio si debbe sempre mettere, per il primo nome di tal binomio, e per tanto diremo, che il primo binomio convien esser composto di numero più radice, come saria a dir questo 7 più ℞ 40, il quale è realmente binomio primo, per haver in se quelle conditioni, che si ricerca al binomio primo, perche se del quadrato del detto primo nome, che sarà 49, ne cavaremo il quadrato del secondo nome, che sarà 40, restarà 9, la radice del qual 9 sarà 3, il qual 3 sarà commensurabile in longhezza con il detto primo nome (cioè con quel 7) & il detto 7 vien a esser anchora communicante in longhezza con la nostra linea posta rationale (cioè cõ la nostra misura) per esser 7 di dette misure, & per tal ragioni anchora quell'altro sarà binomio primo 5 più ℞ 21, & così anchora quell'altro 12 più ℞ 119, & altri simili.

primo binomio 7 p̃ ℞ 40
primo binomio 5 p̃ ℞ 21
primo binomio 12 p̃ ℞ 119

Similmente egli è cosa chiara per la detta diffinitione, che la parte più corta del secondo binomio convien esser denominata da numero (dovendo esser communicante in longhezza con la nostra linea posta rationale) e però diremo il detto secondo binomio esser composto di radice più numero, come saria a dir questo ℞ 18 più 4, qual è realmente secondo binomio per haver quelle qualità, che si ricerca al secondo binomio, perche se del quadrato di ℞ 18, qual sarà 18, ne cavaremo il quadrato di 4, che sarà 16, restarà 2, la radice del qual 2, che sarà ℞ 2, si trovarà esser communicante in longhezza con ℞ 18. & oltra di questo il suo secondo nome è communicante (per le ragioni dette) in longhezza, con la detta nostra linea posta rationale, & per le medesime ragioni anchora quell'altro sarà secondo binomio ℞ 12 più 3, & similmente quell'altro ℞ 112 più 7, & altri simili.

secondo binomio ℞ 18 p̃ 4
secondo binomio ℞ 12 p̃ 3
secondo binomio ℞ 112 p̃ 7

Anchora egli è cosa nota per la detta diffinitione, che l'una, & l'altra delle due parti del terzo binomio convien esser denominata da radice, & non da numero, vedendo che ne l'una, ne l'altra debbe communicare con la detta nostra linea posta rationale, e però diremo il terzo binomio esser composto di radice più radice, come saria a dir questo ℞ 50 più ℞ 48, qual è realmente binomio terzo per haver quelle qualità, che si ricerca al 3 binomio, perche se del quadrato del suo primo nome, che sarà 50, ne cavaremo il quadrato del secondo nome, che sarà 48, restarà 2, & la radice di tal 2, che sarà ℞ 2, sarà communicante in longhezza con il detto primo nome, cioè con ℞ 50. & oltra di questo, ne l'uno, ne l'altro di detti duoi nomi di tal binomio puo esser communicante in longhezza con la detta nostra linea posta rationale, perche niuna radice sorda communica in longhezza con la unità, ne manco con il numero. Et per le medesime ragioni anchora quell'altro sarà binomio terzo ℞ 112 più ℞ 84, & similmente quell'altro ℞ 20 più ℞ 15, & altri simili.

terzo binomio ℞ 50 p̃ ℞ 48
terzo binomio ℞ 112 p̃ ℞ 84
terzo binomio ℞ 20 p̃ ℞ 15

Diffinitioni

Diffinitioni de Euclide del secondo ordine di binomij.

2 Anchora se la parte piu longa puo tanto piu della piu breve, quanto è il quadrato di alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu longa, & se la piu longa delle dette parti sara communicante in longhezza a vna posta rationale, quello si chiamara binomio quarto. Ma se sara la piu breue, che communichi in longhezza con la detta posta rationale, si nominara binomio quinto. Et se sara, che ne l'una, ne l'altra delle dette due parti di quello communichi con la detta posta rationale sara detto binomio sesto.

Questo secondo ordine di diffinitioni, abenche sia posto disgionto dal precedente, nondimeno si ha da intendere congionto con quello successiuamente, con il qual secondo ordine di diffinitioni, Euclide ne manifesta qualmente il quarto binomio è composto di numero piu radice alla similitudine del primo, ma è differente dal primo in questo, che il primo nome del primo binomio è piu potente del secondo nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza. Et il primo nome del quarto binomio è piu potente del secondo nel quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza, come saria a dir questo 6 piu ℞ 31, nelqual tu vedi, che egli è composto di numero piu radice alla similitudine del primo binomio, ma se del quadrato del primo nome, qual sara 36, ne cauaremo il quadrato del secondo, che sara 31, restara 5. Et perche la radice di 5, qual è ℞ 5, non è commensurabile in longhezza con il detto primo nome (cioe con quel 6) perche niuna radice sorda communica con il numero, e pero tal binomio sara binomio quarto, & non primo per la sua diffinitione, & per le medesime ragioni anchora quell'altro 4 piu ℞ 10, sara binomio quarto, & similmente quell'altro 3 piu ℞ 6. & altri simili. quarto binomio 6 piu ℞ 31 quarto binomio 4 piu ℞ 10 quarto binomio 3 piu ℞ 6

Anchora nel detto secondo ordine il detto Euclide ne auertisse, come che il quinto binomio è composto di radice piu numero alla similitudine del secondo, ma è differente dal secondo in questo, che il primo nome del secondo binomio è piu potente del suo secondo nome nel quadrato di vna linea a se commensurabile in longhezza, & quello del quinto è al contrario, cioe che il primo nome del quinto binomio è piu potente del suo secondo nome nel quadrato di vna linea a se non commensurabile in longhezza, come saria a dir questo ℞ 6 piu 2, nelqual tu vedi, che egli è composto di radice piu numero alla similitudine del secondo, ma se del quadrato del suo primo nome (che sara 6) ne cauaremo il quadrato del suo secondo nome (che sara 4) restara 2. & la radice del detto 2 (che sara ℞ 2) è incommensurabile in longhezza con il detto primo nome, cioe con ℞ 6. e pero tal binomio sara binomio quinto, & non secondo (per la sua diffinitione) & per le medesime ragioni anchora quell'altro ℞ 32 piu 5 sara pur binomio quinto, & similmente quell'altro ℞ 20 piu 4. & altri simili. quinto binomio ℞ 6 piu 2 quinto binomio ℞ 32 piu 5 quinto binomio ℞ 20 piu 4

Similmente nel detto secondo ordine di diffinitioni, il detto Euclide ne dinota il sesto, & vltimo binomio esser composto di ℞ piu ℞ alla similitudine del terzo, ma è differente dal terzo in questo, che il primo nome del terzo binomio è piu potente del secondo nome nel quadrato di vna linea a se communicante in longhezza, & quello di questo sesto è al contrario, cioe che il primo nome di questo sesto binomio è piu potente del suo secondo nome nel quadrato di vna linea a se non communicante in longhezza, come saria a dir questo ℞ 6 piu ℞ 2, nelqual si vede, che egli è composto di ℞ piu ℞ alla similitudine del terzo, ma se del quadrato del suo primo nome (qual sara 6) ne cauaremo il quadrato del suo secondo nome, che sara 2, restara 4. & la radice del detto 4, che sara 2, si vede, che non è communicante in longhezza con il detto primo nome, cioe con ℞ 6. & per questa causa tal binomio sara binomio sesto, & non terzo, per la sua diffinitione. Et per le medesime ragioni anchora quell'altro ℞ 10 piu ℞ 7 sara binomio sesto, & similmente quell'altro ℞ 15 piu ℞ 2. & altri simili. sesto binomio ℞ 6 piu ℞ 2 sesto binomio ℞ 10 piu ℞ 7 sesto binomio ℞ 15 piu ℞ 2

Come si forma il primo binomio con numeri, & radici.

3 Euclide nella 47 propositione del suo decimo libro (da noi tradutto) ne insegna il modo, ouer regola di saper formare geometricamente il primo binomio, & noi mostraremo in questo luogo a far il medesimo praticamente con numeri & radici. Et quantunque tal problema si poria facilmente essequire per quella nostra regola data sopra la decimasesta del secondo capo, cioe trouar due linee rationali solamente in potentia communicanti, dellequali la piu longa sia denominata da vn numero, & sia anchora piu potente della piu breue, nel quadrato di vna linea a se cõmunicante in longhezza, & trouate tal due linee congiongendole insieme con il termine del piu, ponendo pero prima la piu longa verso man sinistra, & consequentemente la piu corta verso man destra, & cosi facendo sara formato il detto primo bi-

la posta rationale
a
—
b
4
c
16
d e
9 7
f g h g
2 — R 1 $\frac{3}{4}$
binomio primo
2 p R 1 $\frac{3}{4}$

nomio, ma accioche in pratica sia inteso l'ordine scientificamente dato dal detto Euclide nella sopra allegata 47 propositione del detto suo decimo libro, in questo luogo voglio seguitar le sue pedate, non geometricamente, ma praticamente con numeri, & radici. Per formare adunque il primo binomio sia la linea a. la nostra posta rationale, cioe la nostra misura supposta a nostro piacere in tal operatione, & sia tolti duoi numeri quadrati, poniamo il numero b. qual sia 4. & il numero c. qual sia divisibile in un numero quadrato, & in un'altro non quadrato, qual ponerremo che sia 16. diviso in d. numero quadrato (qual sia 9) & in e. numero non quadrato (qual sia 7) & fatto questo sia trovato una quantita, over linea, che il quadrato della nostra misura a. al quadrato di questa tal quantita habbia quella medesima proportione, che ha il numero b. cioe 4. al numero c. cioe a 16. & perche la detta nostra misura a. e quasi, come unita naturale, come saria a dir un passo, over un piede, overo altra misura formata con il compasso a nostro piacer, lequal misure communamente si dividono in piu parti equali, cioe il passo si divide communamente in 5 piedi, il piede da nostri antichi si divideva in 4 palmi, & il palmo in 4 diti, il dito in 4 grani, come che in altri luoghi da me e stato detto, ma lo replico in questo luogo, accioche sia inteso il sincero parlar di Euclide per non esser inteso falso, che da gli huomini scientifici. Essendo adunque la nostra posta rational a. come la unita naturale il suo quadrato sara pur 1. e pero per la regola del 3. diremo, se 4 mi da 16. che mi dara 1. opera che ti dara 4. la radice delqual 2 in questo caso saria il primo nome del nostro binomio primo, cioe saria 2. il qual 2 lo chiamaremo f g (per accordarsi con Euclide) per trovar poi il secondo nome di questo binomio, anchor che Euclide lo trova con due operationi, si puo trovar in una sola, cioe trovando un consequente al quadrato di f g. (il qual quadrato in questo caso sara 4) nella proportion del numero c. qual e 16 al numero e. qual e 7. & per trovarlo diremo, se 16 mi da 7. che mi dara il quadrato di f g. cioe 4. opera che ti dara 1 $\frac{3}{4}$ per il quadrato del secondo nome, & cosi R 1 $\frac{3}{4}$ saria il ricercato secondo nome del nostro binomio primo, qual secondo nome chiamaremo h g. qual congionto con il termine del piu, con il primo nome dira poi 2 piu R 1 $\frac{3}{4}$, che se ne farai prova trovarai esser binomio primo, perche il quadrato di 2. qual e 4 e piu del quadrato di R 1 $\frac{3}{4}$ (qual e 1 $\frac{3}{4}$) 2 $\frac{1}{4}$, & la R 2 $\frac{1}{4}$ trovarai esser 1 $\frac{1}{2}$, qual vien a esser communicante con il maggior nome, qual e 2. per numero, & il detto primo nome (qual e la parte piu longa) e commensurabile in longhezza alla nostra posta rationale, cioe alla nostra misura a. laqual supponemo un passo. Ma quando la nostra posta rationale fusse da noi intesa ...mente 5 piedi, & volendo risolvere la nostra operatione a piedi, quadraremo li detti 5 piedi, fara 25. dapoi procederemo, come prima dicendo, se 4 mi da 16. che mi dara 25. opera che ti dara 100. la radice dellaquale sara 10. & questo 10. chiamaremo (come fa Euclide) f g. & tanto sara il primo nome del nostro primo binomio, che intendemo di formare, volendo mo trovar il secondo nome in una sola operatione, come si fece nell'altro diremo, se 16 mi da 7. che mi dara il quadrato di f g. (cioe 100) opera che ti dara 43 $\frac{3}{4}$ per il quadrato del secondo nome, e pero la R 43 $\frac{3}{4}$ saria il ricercato secondo nome del nostro ricercato binomio primo, qual secondo nome chiamaremo per h g. (come fa Euclide) qual congionto con il termine del piu al primo nome, dira poi 10 piu R 43 $\frac{3}{4}$, che se ne farai la prova, trovarai medesimamente esser binomio primo per le ragioni di sopra dette. Et perche la nostra posta rationale, cioe la nostra misura a. puo esser variata in infiniti modi, & similmente li numeri b. & c. & d. & e. seguita potersi formare infiniti binomij primi.

f g h g
10 R 43 $\frac{3}{4}$
binomio primo
10 piu R 43 $\frac{3}{4}$

Ma che ben considera questo modo quivi dato da Euclide per trovar il primo binomio non e differente da quello narrato nella decimasesta del secondo capo, per trovar due linee irrationali solamente in potentia communicanti, dellequali la piu longa possa piu della piu corta nel quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza, eccetto che quello e generale a tutti li 3 binomij del primo ordine, cioe al primo, secondo, & terzo, & questo e solamente per trovar il primo, e pero in questo vi se gli aggionge la nostra posta rationale a. & il numero quadrato b. tutto il restante poi non e differente da quello in cosa alcuna, & quella posta rational a. & il numero quadrato b. non vi se gli aggionge in quello per altro, che per far che il primo nome, over la piu longa linea del detto binomio venga denominata da numero, & non da radice sorda, perche pigliando la detta piu longa linea, talmente che la proportione del quadrato della nostra a. al quadrato di quella sia, si come da numero quadrato a numero quadrato, e pero la si piglia si, come dal detto b. al c. cioe, come da 4. a 16. per laqual cosa seguita poi di necessita, che la detta linea piu longa venghi commensurabile in longhezza con la nostra a. rationale, e pero tal linea piu longa sara rationale, cioe denominata da numero, come si ricerca al primo binomio.

Ma che ben considera poi quelli tre modi, over regole per noi date sopra la detta decimasesta del secondo capo, circa a quella variatione, che puo occorrere in quelle due linee trovate con tal ordine

modi

modi, over regole poterli con somma brevita formarsi non solamente il primo binomio, ma anchora il secondo, & terzo. Essempi gratia volendo per tal regola formar il detto primo binomio, pigliaremo per denominatione del primo nome, cioe della piu longa linea che numero ne pare, hor poniamo 20 per il primo nome, fatto questo divideremo qual numero quadrato ne pare in due tal parti, che l'una sia numero quadrato, & l'altra non quadrato. Hor poniamo, che tal numero quadrato sia 16. & lo divideremo in 4 numero quadrato, & in 12 numero non quadrato, dapoi quadraremo il nostro primo nome, cioe 20. fara 400. dapoi diremo, se 16 mi da 12. che mi dara 400. opera, che ti dara 300 per il quadrato del secondo nome, over della seconda linea, e per tanto la detta seconda linea ventra a esser ℞ 300. & questa congionta con il termine del piu al nostro 20. dira poi 20 piu ℞ 300. per il nostro ricercato primo binomio, che se ne farai prova trovarai cosi essere. binomio primo 20 piu ℞ 300

Anchora si puo formar il detto primo binomio per quest'altra breve regola posta ultimamente sopra la detta decimasesta del secondo capo, con laqual (volendo) si trovara il detto primo binomio sempre composto di numeri sani, cioe senza rotto in alcun nome, & per far questo piglia per il suo primo nome, che numero sano ti pare, & quadralo, & di quel quadrato cavane uno di quelli numeri quadrati contenuto da quello (qual ne pare) domente, che quel che restara non sia numero quadrato, & la radice sorda di quel resto sara il suo secondo nome. Essempi gratia volendo, che il primo nome sia denominato da 6. quadra quel 6. fa 36. & da questo 36. cavane uno di quelli numeri quadrati da lui contenuti, qual ti pare, domente che il restante non sia numero quadrato, hor cavane il 25. & ti restara 11. qual non e numero quadrato, & cosi la ℞ 11. sara il secondo nome di tal ricercato binomio primo, il qual binomio sara in questo modo 6 piu ℞ 11. che se ne farai prova trovarai cosi essere. binomio primo 6 piu ℞ 11.

Anchora del detto 36 tu ne potevi cavar 16. numero quadrato, & restaria 20. qual non e numero quadrato, e pero la ℞ 20 sara pur il secondo nome, qual gionto a quel 6 con il termine del piu dira 6 piu ℞ 20. qual e binomio primo. Et cosi se ti fusse parso di cavar dal detto 36. il 9. over il 4. osservando il medesimo ordine con il 9. ti saria venuto 6 piu ℞ 27. & con il 4. ti saria venuto 6 piu ℞ 32. che l'uno, & l'altro saria pur binomio primo, & senza alcun'altro rotto nelli nomi. binomio primo 6 piu ℞ 20 binomio primo 6 piu ℞ 27 binomio primo 6 piu ℞ 32

Anchora per questa regola (cavata dalla decimasettima del decimo di Euclide, narrata nella nostra decimaquarta del secondo capo) poterai formare il detto primo binomio, & senza rotto, & per far questo piglia il primo nome di tal binomio, che numero ti pare, & di quel tal numero fanne due tal parti, che la proportione di una all'altra non sia, come di numero quadrato a numero quadrato, & trova il termine medio proportionale fra quelle due parti, qual di necessita sara radice sorda, & il doppio di tal radice sorda sara il secondo nome del ricercato binomio primo, & la summa di quelle due parti, che sara quel tal numero nel principio pigliato, sara il suo primo nome. Essempi gratia, per il primo nome del detto binomio pongo, che tu ti habbi eletto 10. fanne due parti tali, che l'una all'altra non habbia proportione, come di numero quadrato a numero quadrato, hor pongo, che l'una sia 4. & l'altra 6. trova il suo medio proportionale fra quelle parti, qual sara ℞ 24. il doppio delquale sara ℞ 96. & questo sara il secondo nome del detto nostro ricercato binomio primo, & il suo primo nome sara la summa di quelle due parti 4. & 6. cioe quel 10. che pigliasti in principio, & tal binomio sara in questa forma 10 piu ℞ 96. & con tal regola ne poterai trovar infiniti, & senza alcun rotto. binomio primo 10 piu ℞ 96

Anchora si poteria formar il detto primo binomio per quest'altra regola, piglia per il suo secondo nome la radice sorda di che numero ti pare, ma per schivar rotti, pigliala che sia divisibile per mita, fatto questo trova poi duoi numeri, che il dutto di uno in l'altro faccia il quadrato della mita di tal radice, & la summa di quelli tali duoi numeri, sara il primo nome di tal primo binomio. Essempi gratia essendo eletto ℞ 12. per il secondo nome di tal binomio, piglia la mita di ℞ 12. che sara ℞ 3. quadra questa ℞ 3 fa 3. trova duoi numeri, che il dutto di uno in l'altro faccia quel 3. & quantunque molti sani, & rotti se ne potria trovare, nondimeno per schivar li detti rotti, tu poi pigliar 1. & 3. che multiplicati fanno il detto 3. & cosi la summa di 1. & 3. che sara 4. sara il primo nome di tal binomio primo, & il suo secondo nome sara la nostra ℞ 12. che congionta con il detto 4. dira poi 4 piu ℞ 12. & cosi con tal regola infiniti ne poterai formare. binomio primo 4 piu ℞ 12.

4 ANchora Euclide nella 48 propositione del suo decimo libro n'insegna una regola da saper investigar geometricamente il secondo binomio, laqual regola nella nostra tradution, tradutta dal Campano e alquanto longa, & oscura, e pero la dichiariremo in questo luogo praticamente con numeri, & radici secondo, che si trova nella tradution del Zamberto per esser molto piu chiara, & breve tal operatione, laqual al tempo, che io tradussi Euclide in volgar fu da me scorsa, & non considerata, perche nelli commenti seguitai sempre il

15. 5
summa 20

Campano. Per formar adunque il secondo binomio siano presi dui numeri, che la summa di ambidui quella a l'uno di loro habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, & che all'altro non habbia tal proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come saria 15. & 5. i quali gionti insieme fanno 20. il qual 20. al 5. ha proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, & al 15. non vi ha tal proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, fatto questo sia la linea a. la nostra posta rationale, cioe la nostra supposita misura, & sia tolto una quantita commensurabile in longhezza con la nostra a. laqual quantita tolta grande, over piccola, egli e necessario, che la sia denominata da numero (per esser commensurabile in longhezza con la nostra a. rationale, e pero potemmo pigliar, che numero ne pare, hor pigliamo 12. & questo sara il secondo nome del ricercato binomio secondo, fatto questo trovaremo un'altra quantita, che il quadrato di 12. che fara 144. al quadrato di tal quantita habbi tal proportione, come che ha 15. a 20. & per trovarla dimmo, se 15. mi da 20. che mi dara 144. opera che trovarai, che ti dara 192. & questo sara il quadrato del primo nome del nostro secondo binomio, adunque la ℞ 192. sara tal primo nome, & tal secondo binomio si proferira in questa forma radice 192. più 12. che se ne farai prova trovarai cosi essere.

secondo binomio ℞ 192 più 12

Volendo anchora con somma brevita formar il detto secondo binomio, procederai per quel terzo modo da noi adutto sopra la decimasesta del secondo capo, cioe piglia un numero quadrato a tuo piacere, poniamo 16. & divide questo in un numero quadrato, & in un'altro non quadrato, come saria in 9. & 7. overo in 4. & 12. overo in 1. & 15. hor dividemolo per al presente in 9. & 7. fatto questo piglia, che numero ti pare per il secondo nome del detto secondo binomio, hor pigliamo 8. quadra questo fa 64. hor trova uno antecedente a questo 64. in tal proportione, come è da quel 7. a 16. dicendo, se 7 mi da 16. che mi dara 64. opera, che ti dara 146 $\frac{2}{7}$, & questo sara il quadrato del primo nome del detto secondo binomio, onde ℞ 146 $\frac{2}{7}$ veniria a esser il primo nome, qual congionto con il nostro secondo (con il termine del più) dira ℞ 146 $\frac{2}{7}$ più 8. che se ne farai prova trovarai cosi essere, & con tal regola ne puoi trovar infiniti.

secondo binomio ℞ 146 $\frac{2}{7}$ più 8.

Anchora per quest'altro modo tu puoi formare il detto secondo binomio, elleggite per il secondo nome di tal binomio, che numero ti pare, & di tal numero pigliane la mita, poi trova due radici sorde di tal qualita, che il dutto di una in l'altra faccia il quadrato di quella tal mita, il che non vuol dir altro, che trovar due radici sorde di tal qualita, che tal mita gli sia media proportionale, & la summa di tai due radici sorde sara il primo nome di tal secondo binomio. Essempi gratia pongo, che tu mi habbi detto 12. per il secondo nome di tal binomio, divide tal 12 per mita, & te ne veniria 6. hor trova due radici sorde di tal qualita, che il dutto di una in l'altra faccia 36 (cioe il quadrato di 6.) over che dutto il quadrato di una fia il quadrato dell'altra faccia il quadrato del quadrato di 6. che faria 1296. & quantunque se ne porria trovar infinite, che fariano tal effetto, ma per piu chiarezza, & bellezza si debbe cercar di haverle senza rotto, il che ti veniria con qualunque dui numeri, che partiscano nettamente il detto 1296. come fariano 54. & 24. & molti altri, & la ℞ 54. & ℞ 24 fariano le dette due radici, che multiplicate l'una fia l'altra fariano ℞ 1296. che faria 36. over che il quadrato di una, che fara 54. fia il quadrato dell'altra, che fara 24. faciano 1296. cioe il censo di censo di 6. hor dico, che la summa di dette due radici (che fara ℞ 150) sara il primo nome di tal ricercato secondo binomio, qual fara in questa forma ℞ 150 più 12.

secondo binomio ℞ 150 più 12

Anchora si porria formar il detto secondo binomio, elleggendo il suo primo nome la radice sorda di che numero non quadrato ne pare, & di quella tal radice farne due tal parti communicanti, che il dutto del quadrato di una nel quadrato dell'altra facesse numero cen. cen. & ecco il doppio di tal ℞ sara il secondo nome di tal secondo binomio, & il primo suo nome sara la summa di quelle due parti, cioe saria quella radice sorda, ma per esser alquanto difficultoso il far di quella due parti con tal condicione, meglio e elleggere prima le dette due parti, & con la summa di quelle formar il detto primo nome, cioe trova due radici communicanti, ma di tal qualita, che il dutto del quadrato di una fia il quadrato dell'altra faccia numero cen. cen. & quantunque infiniti se ne porria trovar fra rotti, & sani, & rotti, ma per piu bellezza cercar di trovarle di numeri sani, come saria ℞ 2. & ℞ 8. over ℞ 3. & ℞ 27. & cosi discorrendo. Fatto questo trova il medio proportionale fra quelle due radici, che trovarai tal medio proportionale esser numero rationale, il doppio del qual numero dico, che sara il secondo nome del nostro binomio, che cerchiamo, & la summa di quelle due radici sara il primo nome di tal secondo binomio. Essempi gratia pigliando il medio proportionale fra ℞ 2. & ℞ 8. trovaremo esser 2. il doppio, del quale sara 4. & questo sara il secondo nome del nostro ricercato binomio, & la summa di ℞ 2 con ℞ 8. che fara ℞ 18. sara il primo nome del nostro ricercato secondo binomio, qual sara in questo modo ℞ 18 più 4. che se ne farai prova trovarai cosi essere

secondo binomio ℞ 18 più 4.

secondo binomio ℞ 48 più 6.

essere. Il medesimo ti veniria con R 3. & R 27. delliquali il suo medio proportionale saria 3. il doppio, delquale saria 6 per il secondo nome di tal nostro binomio, & la summa di R 3. con R 27. che sara R 48 sara il primo nome di tal nostro secondo binomio, il qual binomio sara in questo modo R 48 piu 6. Nota quando si dice radice senza altro cognome (come piu volte è stato detto) si debbe sempre intendere per radice quadra per esser la prima di tutte le specie di radice.

5 Similmente Euclide nella 49 propositione del suo decimo libro ne mostra vna regola di saper formare geometricamente il terzo binomio. Et noi mostraremo in questo luogo di saper essequire vn tal problema con numeri, & radici, seguitando anchora in questo l'ordine dato in Euclide tradutto dal Zamberto dal greco.

Per formar adunque con numeri, & radici il terzo binomio piglieremo per duoi numeri, si come nella precedente, che il composito di ambiduoi quelli a vn di loro habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, & all'altro non vi habbia tal proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come saria a dir 3. & 24. la cui summa saria 27. la proportione delqual 27. al 3 è, come da numero quadrato a numero quadrato, & al 24. non ha proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, sia anchor trouato vn'altro numero, qual nō habbia ne al 27. ne al 24. proportion, come da numero quadrato a numero quadrato, hor sia tal numero 10. qual, come vedi ne al 27. ne al 24. ha proportion, come da numero quadrato a numero quadrato. Et sia anchor la nostra posta rationale la linea a. hor sia trouata vna quantita, che il quadrato della nostra a. al quadrato di quella habbia quella medesima proportione, che è da 10 a 27. laqual trouarai con la regola del 3. dicendo, se 10 mi da 27. che mi dara il quadrato di a. il qual quadrato di a. puo esser quadrato di che numero ti par, cioe se la detta nostra misura a. sara supposta per vna verga il suo quadrato sara per 1. & l'auenimento di tal regola saria $2\frac{7}{10}$ per il quadrato del primo nome del nostro ricercato binomio terzo, onde tal primo nome saria R $2\frac{7}{10}$. Il quadrato del secondo nome, bisogna pigliarlo talmente proportionato al quadrato del primo nome, qual sara $2\frac{7}{10}$. si come, che è 24 a 27. onde per trouarlo diremo, se 27 mi da 24. che mi dara $2\frac{7}{10}$, onde operando si trouara venir $2\frac{2}{5}$, & tanto sara il quadrato del nostro secondo nome, onde il detto secondo nome veniria a esser R $2\frac{2}{5}$, & tutto il detto terzo binomio sara in questo modo R $2\frac{7}{10}$ piu R $2\frac{2}{5}$, che se ne farai proua trouarai cosi essere.

3. 24
summa 27
10

a

terzo binomio
R $2\frac{7}{10}$ piu R $2\frac{2}{5}$

Ma se la nostra posta rationale fusse supposta, ponimo piedi 5. & volendo nella nostra operatione procedere a piedi, procedendo secondo la detta regola si trouara il nostro ricercato terzo binomio esser R $13\frac{1}{2}$ piu R 12. & cosi secondo il numero, che sara supposta la detta nostra rational misura variaria il detto ricercato terzo binomio.

terzo binomio
R $13\frac{1}{2}$ piu R 12.

Anchora puoi formare il detto terzo binomio, & con piu breuita, con quella seconda regola da noi posta sopra la decimasesta del secondo capo, cioe piglia pur vn numero quadrato, come saria a dir 16. & diuidelo pur in vn numero quadrato, & in vn'altro non quadrato, come nella passata, hor diuidemolo in 4. & 12. fatto questo per il primo nome del detto terzo binomio, pigliaremo che radice sorda ne pare, hor pigliamo R 20. al quadrato, dellaqual R 20 (che sara 20) bisogna, trouarai vn conseguente, si come che è 12. a 16. dicendo, se 16 mi da 12. che mi dara 20 opera che trouarai, che ti dara 15. & cosi 15 sara il quadrato del secondo nome, onde il detto secondo nome veniria a essere R 15. qual congionto al primo con il termine del piu, dira posto R 20 piu R 15. che se ne farai proua trouarai esser binomio terzo, & con tal breue regola ne puoi trouar infiniti.

Nota che tu potresti tuor anchora il secondo nome a tuo piacere, cioe ponere per il detto secondo nome, che radice sorda ti pare, & al quadrato di quella darai vno antecedente, si come, che è 16 a 12. Essempi gratia se ti paresse di voler, che il secondo nome del detto binomio fusse R 6. quadra questa R 6 fara 6. poi dirai, se 12 mi da 16. che mi dara 6. opera, che ti dara 8. & cosi R 8 sara il primo nome del detto terzo binomio, & staria in questa forma R 8 piu R 6.

terzo binomio
R 8 piu R 6.

Anchora per quest'altro modo si puo trouare il terzo binomio. Troua due radici sorde communicanti, ma di tal qualita, che il dutto del quadrato di vna nel quadrato dell'altra, non faccia numero censo di censo, ma facciano simplicemente numero quadrato, come che la maggior parte fanno, & fatto questo troua il medio proportionale fra quelle due tai radici, il qual medio proportionale sara necessariamente vna radice sorda, il doppio dellaquale sara il secondo nome del nostro ricercato terzo binomio, & la summa delle dette due prime radici sara il primo nome di tal terzo binomio. Essempi gratia siano le due radici communicanti R 6 & R 24. con la detta conditione, piglia il suo medio proportionale, qual trouarai esser R 12. il doppio dellaqual R 12 sara R 48. & questa R 48 sara il secondo nome del nostro ricercato terzo binomio, & la summa di R 6 con R 24. che sara R 54 sara il primo nome del nostro terzo binomio, il qual terzo binomio sara in questa for-

terzo binomio
R 54 piu R 48.

ma ℞ 24 ℞ ℞ 48, che se ne farai proua trouarai cosi essere, e cõ tal regola ne potrai formar infiniti.
Anchora puoi formar il detto terzo binomio per quest'altro modo, eleggier per il suo secondo nome, la ℞ sorda di che numero ti pare non quadrato, ma per fuggir rotti eleggila, che sia diuisibile per mita senza rotto, cioe che il suo quadrato sia diuisibile per 4. Et fatto questo troua due ℞ sorde di tal qualita, che il dotto del quadrato di vna fia il quadrato dell'altra faccia il quadrato del quadrato della quarta parte del quadrato del detto secondo nome gia detto, & cosi la summa di quelle tal due radici sara il primo nome di tal binomio. Essempi gratia pongo, che tu ti habbi eletto per il secondo nome di tal binomio ℞ 20. quadralo fa 20. pigliane il quarto, che sara 5. quadralo fa 25. troua mo due ℞ sorde, che'l dotto del quadrato di vna fia il quadrato dell'altra faccia 25. & quantunque infinite se ne poria trouar con rotti, ma per piu leggiadria (se possibil e) trouale in numeri sani, ma perche in questo caso eglie impossibile, per esser quel 25 numerato solamente da 5. e per tanto trouale adunque con rotti, & per trouarle parti quel 25. per che numero ti pare, hor partendolo per 2. ne venira 12 $\frac{1}{2}$, & cosi ℞ 12 $\frac{1}{2}$, & ℞ 2 saranno le dette doe ℞ sorde, quai gionte, ouer summate insieme fanno ℞ 24 $\frac{1}{2}$ per il primo nome del detto binomio terzo, alqual gionto con il termine del piu il suo secondo nome (gia detto in principio) dira ℞ 24 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 20. che se ne farai proua trouarai esser binomio terzo.

terzo binomio
℞ 24 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 20

6 Euclide nella 50 propositione del suo decimo libro, ne insegna la regola di saper formare geometricamente il quarto binomio, & noi mostraremo in questo luogo il modo da essequire vn tal problema con numeri, & radici. Per formar adunque il detto quarto binomio, procederai precisamente si, come si fece nella formation del primo (nella terza di questo capo) eccetto che il numero quadrato c. qual in quel luogo fu posto 16. vuol esser diuiso in doi numeri non quadrati, come saria a dire in 10. & in 6. & per accordarsi nel dire chiamaremo il 10 per d. & il 6 per e. nel resto procederemo, come fu proceduto in quello, cioe trouaremo vna quantita, ouer linea, che il quadrato della nostra a. posta rationale, al quadrato di quella sia si, come il numero quadrato b. (qual e 4) al numero quadrato c. (qual e 16) ma perche la nostra misura a. puo esser supposta esser denominata dalla vnita, ouer da qualche numero secondo il parer de l'operante, ma per al presente la supponeremo esser denominata da 5. (come saria a dir 5 piedi) il quadrato di quali sara 25. fatto questo diremo per la regola del tre, se 4 mi da 16. che mi dara 25. opera, che ti dara 100. per il quadrato del primo nome del nostro binomio quarto, la radice del qual 100 sara 10. per numero, & tanto sara il primo nome del detto quarto binomio, poi per trouar il secondo nome (anchor che in Euclide si troui con due operationi) lo potemo trouar in vna, in questo modo, dicendo, se 16 mi da 6. che mi dara il quadrato del primo nome, qual e 100. opera che trouarai, che ti dara 37 $\frac{1}{2}$ per il quadrato del detto secondo nome, onde il detto secondo nome veniria a esser ℞ 37 $\frac{1}{2}$, & tutto il detto quarto binomio saria in questa forma 10 piu ℞ 37 $\frac{1}{2}$, che se ne farai proua, trouarai cosi essere, & con tal regola ne puoi trouar infiniti, & cosi la posta rational a. si puo supponere esser denominata da altro maggior, ouer menor numero di 5. come di sopra e stato detto.

la posta rationale

a

5

b

4

c

16

d e

10 6

quarto binomio
10 piu ℞ 37 $\frac{1}{2}$

Anchora si puo formare (& piu ispedientemente) il detto quarto binomio per quel primo modo da noi addutto sopra la decimasettima del secondo capo, cioe pigliando vn numero quadrato (come saria a dir 25) & diuiderlo in duoi numeri non quadrati (come saria in 20. & in 5) fatto questo potiamo eleggere per il primo nome di tal quarto binomio, che numero ne pare. Hor sia detto 12. quadraremo questo 12 fara 144. & a questo 144 gli trouaremo vn consequente, come che e da 20. a 25. ouer come che e da 5 al detto 25. hor pigliamolo, come da 25 a 5. dicendo, se 25 mi da 5. che mi dara 144. opera che ti dara 28 $\frac{4}{5}$, & cosi la ℞ 28 $\frac{4}{5}$ sara il secondo nome del nostro ricercato quarto binomio, qual sara in questa forma 12 piu ℞ 28 $\frac{4}{5}$, che se ne farai proua trouarai cosi essere. Ma pigliando il detto consequente, come da 20 a 25. diremo, se 25 ne da 20. che ne da 144. onde operando si trouara, che dara 115 $\frac{1}{5}$ per il quadrato del secondo nome, cioe che il secondo nome sara ℞ 115 $\frac{1}{5}$, & tutto il binomio sara in questa forma 12 piu ℞ 115 $\frac{1}{5}$, che se ne farai proua trouarai esser binomio quarto.

quarto binomio
12 piu ℞ 28 $\frac{4}{5}$

quarto binomio
12 piu ℞ 115 $\frac{1}{5}$

quarto binomio
10 piu ℞ 72.

Anchora il detto quarto binomio si puo formar per quest'altro modo, piglia quel numero, che a te par di eleggere per il primo nome di quel quarto binomio, che vuoi formare, hor poniamo che in questo caso tu vuoi che sia 10 fatto questo fa di quel 10 due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia che numero ti piace menor di 25. ma con tal conditione, che ambedue quelle parti siano irrationali, & non rationali, cioe incommensurabili fra loro. Hor facciamole, che facciano 18. onde procedendo per quella regola data sopra la seconda del quarto capo, trouarai la menor parte esser 5 men ℞ 7. & la maggior 5 piu ℞ 7. fatto questo troua il medio proportionale fra quelle due

due parti, qual trouarai esser R 18 il doppio dellaqual (che sara R 72) sara il secondo nome di quel tal binomio quarto, & la summa delle dette due parti (cioe di 5 men R7 & 5 piu R7, che sara il detto nostro 10) sara il primo nome del detto binomio, qual in forma sara 10 piu R 72. che se ne farai proua, trouarai esser binomio quarto. Il medesimo ti seguiria facendo del detto 10 due tal parti, che multiplicate l'una fia l'altra facesse 19, ouer 20, ouer 22, ouer 17. ma non gia che facesse 21, perche le dette parti veneriano rationali, perche l'una saria 3. & l'altra 7. & di questo bisogna auertire, vero e che molte altre vie si narrarii, come mathematice si puo trouar il detto quarto binomio, & anchora gli altri, ma voglio che questi ti bastino.

7 EVclide anchor nella 51 propositione del suo decimo libro ne da il modo da saper formare geometricamente il quinto binomio, & noi in questo luogo mostraremo il modo da essequire tal problema praticalmente con numeri, & radici, & per far tal effetto per l'ordine dato in esso Euclide, bisogna procedere precisamente, come fu fatto nella inuentione del secondo binomio nella quarta di questo capo, eccettuando che bisogna pigliar quelli duoi numeri di tal qualita, che la summa di quelli a l'uno, & a l'altro di quelli non habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come saria a dir 6. & 8. che la summa di quelli, laqual saria 14 al 6. & al 8. non ha proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, & sia anchora tolto, che quantita ne pare commensurabile in longhezza con la nostra rational, a qual quantita e necessario, che la sia denominata da numero (per le ragioni piu volte dette) hor ponemo tal quantita, ouer linea esser 10. & questo sara il secondo nome del nostro quinto binomio, hor per trouar il primo nome quadraremo il detto 10 fara 100. al qual 100 gli daremo vno antecedente, come che e il detto 14 al 8. ouero al 6. hor volendolo, come che e 14 al 8. diremo per la regola, se 8 mi da 14. che mi dara 100. opera, che ti dara 175 per il quadrato del primo nome, tal che il primo nome veniria a essere R 175. & tutto il binomio sara in questa forma R 175 piu 10. che se ne farai proua, trouarai esser binomio quinto. Ma ponendo in luogo del 8 il 6. tu haueresti detto, se 6 mi da 14. che mi dara 100. onde operando te ne veniria 233 $\frac{1}{3}$ per il quadrato del detto primo nome, tal che il primo nome per questa positione saria R 233 $\frac{1}{3}$, & tutto il binomio saria R 233 $\frac{1}{3}$ piu 10.

6 & 8
summa 14

binomio quinto
R 175 piu 10

binomio quinto
R 233 $\frac{1}{3}$ piu 10

Anchora il detto quinto binomio si puo trouar con quella terza regola da noi posta sopra la decima settima del secondo capo, cioe pigliaremo vn numero quadrato, qual ne pare, come saria a dir 9. & lo divideremo in duoi numeri non quadrati, come saria in 3. & in 6. & anchora pigliaremo per il secondo nome del nostro quinto binomio, che numero ne pare, hor pigliamo 4. & per trouar il primo nome quadraremo il detto 4. fa 16. alqual 16 gli trouaremo vno antecedente in tal proportione, come che e 9 al 6. ouero al 3. hor per trouarlo, come da 9 a 6. diremo se 6 mi da 9. che mi dara 16. opera che ti dara 24. per il quadrato del detto primo nome, onde il detto primo nome veniria a esser R 24. & tutto il binomio sara R 24 piu 4. che se ne farai proua trouarai esser binomio quinto, & cosi con tal regola ne puoi trouar infiniti, & se ti paresse di volerlo trouar, come da 9 al 3. diremo se 3 mi da 9. che mi dara 16. opera che ti dara 48. & cosi il primo nome per tal verso saria R 48. & il detto quinto binomio saria R 48 piu 4.

binomio quinto
R 24 piu 4

binomio quinto
R 48 piu 4

Anchora il detto quinto binomio si puo trouare per quest'altra regola. Eleggi te che radice sorda ti pare di voler, che sia il primo nome di quel tal binomio quinto, & di quella tal radice sorda farne due tal parti, che il detto di vna in l'altra faccia che numero quadrato ti pare, pur che tal numero quadrato sia menore del quadrato della mita di detta radice sorda (essendo altramente saria impossibile per quello fu detto sopra la seconda del quarto capo) & fatte tal due parti troua il medio proportionale fra quelle, & il doppio di tal medio proportionale sara il secondo nome di tal binomio, & la summa di quelle due parti, che veniria a esser la gia detta radice, sara il primo nome di tal binomio quinto. Essempi gratia volendo noi, che il primo nome del detto nostro binomio sia R 92. fa di detta R 92 due tal parti incommensurabili, che il detto di vna in l'altra faccia 16. che e numero quadrato, ouer 9. ouer 4. ouer 1. & cosi discorrendo in qual numero quadrato ti pare, che sia menor del quadrato della mita di R 92. che saria 23. hor poniamo, che tu voglia che tal parti facciano 16. onde operando per la regola data sopra la terza del quarto capo, trouarai la maggior parte esser R 23 piu R 7. & la menore R 23 men R 7. fatto questo troua fra queste due parti la media proportionale, che trouarai esser la radice di quel nostro 16. cioe sara 4. doppiala fara 8. per il secondo nome del nostro binomio quinto, & la summa di dette due parti (ch'e la nostra R 92) sara il primo nome del nostro ricercato quinto binomio, il qual quinto binomio sara in questa forma radice 92 piu 8.

binomio quinto
R 92 piu 8

2 Anchora il detto Euclide nella 52 propositione del suo decimo libro mostra il modo da saper formare geometricamente il sesto binomio, & noi mostraremo in questo luoco, secondo l'ordine dato in esso Euclide, da essequire tal effetto praticalmente con numeri, & radici.

5. & 7
R|5 - 10
summa 12

Per formar adunque il detto sesto binomio, trova duoi numeri di tal qualità, che la summa di ambiduoi a l'uno, & l'altro di quelli non habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come saria a dir 5. & 7, la summa di quali è 12, il qual 12 a uno, & l'altro di quelli non ha proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, sia anchora trovato un'altro numero, che non sia quadrato, & che al 12 & al 7 non habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come saria 10. Et sia anchora la nostra posta rational, denominata da che numero ne pare, ponimo da 5, fatto questo sia trovato una quantita, che il quadrato della nostra rationale al quadrato di quella tal quantita sia si, come che è 10 a quel 12, & per far questo quadraremo la nostra (cioe 5) sara 25, poi per la regola del tre diremo, se 10 mi da 12, che mi dara 25, opera, che ti dara 30, per il quadrato del primo nome del detto nostro ricercato binomio sesto, onde il detto primo nome veniria a esser R 30, poi per trovar il secondo nome sia trovato un consequente al quadrato della detta R 30 in tal proportione, come che è da 12 a 7, dicendo, se 12 mi da 7, che mi dara 30, opera che ti dara 17½, per il quadrato del secondo nome di tal binomio sesto, onde il detto secondo nome veniria a esser R 17½, & tutto il binomio dara R 30 più R 17½, che se ne farai prova trovarai esser binomio sesto.

sesto binomio
R 30 più R 17½

Anchora il binomio sesto si puo facilmente trovare con quella seconda regola da me posta sopra la decimasettima del secondo capo, cioe pigliaremo che numero quadrato ne pare, come saria a dir 36, & lo dividemo in duoi numeri non quadrati, come saria a dire in 24, & in 12, dapoi pigliaremo per il primo nome del nostro sesto binomio una radice sorda di che numero non quadrato ne pare, hor pigliamo R 15, & quella la quadraremo sara 15, & a questo 15 gli trovaremo un consequente in tal proportione, come che è 24 al 36, overamente come che è il 12 al detto 36, per trovarlo come che è 12 al 36 diremo, se 36 ne da 12, che ne dara 15, opera che ti dara 5 per il quadrato del secondo nome del nostro sesto binomio, onde tal secondo nome veniria a esser R 5, & tutto il binomio dara R 15 più R 5, che se ne farai prova lo trovarai esser binomio sesto. Ma volendo trovare, come da 36 a 24, procedendo per il medesimo modo, trovarai tal binomio sesto esser R 15 più R 10.

Anchora il detto sesto binomio si puo formare con quell'altra regola, eleggie per il primo nome la radice sorda di che numero non quadrato ti pare, & di quella tal radice fanne due tal parti incommensurabili fra loro, che il detto del quadrato di una sia il quadrato dell'altra faccia, che numero non quadrato ti pare, minor della quarta parte del quadrato di quella tal radice sorda, & dapoi questo trova il medio proportionale fra quelle due parti, il qual medio veniria a esser la radice di quel numero produtto da una parte in l'altra, & il doppio di tal medio proportionale sara il secondo nome di tal binomio sesto, qual congionto con il primo nome (cioe con quella radice sorda gia detta) con il termine del più, & sara formato il detto binomio sesto. Et circa cio non ti adduco altro essempio, perche dubito, che tu non ti scandalezzi di me di tal regole fastidiose, perche forsi da te più facilmente a ragione saperai formar tutte le antedette sei specie di binomij, che con tai nostre regole ultimamente poste sopra la formatione di ciascuno di quelli, a questo si risponde, che altra cosa è il procedere rationalmente, & altra cosa è il procedere naturalmente a ragione, come fanno li ciechi di ragione, perche le dette nostre regole ultimamente poste sopra la formatione di ciascun binomio, oltra che tutte si possono dimostrare per la decimasettima, & decimaottava del decimo di Euclide, da noi essemplificate nella decimaquarta, & decimaquinta del secondo capo, ma anchora per vigore di tai regole, facil cosa sara a intender la causa di molte altre regole, che si narrara nelle cose che seguita, e pero non ti scandalizzare.

binomio sesto
R 15 più R 5

binomio sesto
R 15 più R 10

Come che le antedette sei linee irrationali composite sono radice di sei binomij superficialmente composti. Cap. VIII.

IN questo ottavo capo con numeri, & radici praticalmente si approva, over essemplifica, come che le 6 linee irrationali composite, cioe il binomio, la bimedial primo, la bimedial seconda, la linea maggiore, la linea potente in rationale, & mediale, & la potente in due mediali, sono radice delle superficie comprese sono di ciascuna delle sopra allegate 6 specie di binomij, & di una linea rationale, & il lor converso, mostrando anchora la regola praticale da saper cavar le dette radici, & il lor converso.

2 EVclide nella 61 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se una superficie sara contenuta da un binomio primo, & da una linea rationale, lo lato potente sopra di quella è necessario esser binomio.

Laqual sua propositione insieme con le altre cinque che seguitano fra Luca afferma, che delle 12 linee irrationali, composte, le 6 prime esser radici delle 6 specie di binomij, & le altre 6 esser radici delle 6 specie di residui (la qualita di quali al suo luogo fu narrata, laqual sua sententia anchor che para haver del verisimile, nondimeno non è cosa conveniente, essendo supposti li 6 binomij da Euclide per linee, che una linea possa esser radice di un'altra linea, ma solamente di una superficie (come sopra la diffinitione della radice quadra fu anchor detto) e pero si vede, che Euclide non dice in questa propositione, che la radice di un binomio primo, essere un binomio, cioe un un di detti 6 binomij, anzi per parlar correttamente, dice che se una superficie sara contenuta da binomio primo, & da una linea rationale, che il lato potente in quella (che saria la radice di quella) esser binomio. Egliè ben vero, che tal superficie sara pur denominata da duoi nomi con quelle conditioni, che si aspetta al primo binomio, perche a multiplicar qual si voglia specie di binomio per una quantita rationale il prodotto sara pur binomio, & di quella medesima specie, & se tal quantita rationale sara denominata dalla unita il prodotto sara il medesimo binomio, cioe di medesimi nomi formato, vero è che tal binomio non sara piu linea, anzi sara poi superficie per causa della multiplicatione fatta per 1. e pero in tal caso si potra convenientemente dire (essendo tal superficie binomio primo) la radice di quello esser binomio, cioe un di 6 binomij, come che l'autor conclude, & geometricamente dimostra, & tal modo di dire sara quasi senza riprensione, ma volendo intenderla praticalmente, cosi bisogna supponere, che le 6 specie di binomij siano alle volte lineali, & alle volte superficiali, & quando che si dice, che la radice del binomio primo necessariamente esser un di 6 binomij, in simil caso bisogna intendere, che la radice di un binomio primo superficiale, necessariamente esser uno di 6 binomij lineali, & cosi la sententia di fra Luca, & d'altri, che in pratica cosi costumano di dire, sara senza alcuna riprensione, & sara concordante in sostanza con quello, che conclude, & geometricamente dimostra Euclide nella sopranotata propositione, & nelle altre cinque, che seguitano, hor havendo accordato il dire dell'autore con quello, che nella pratica si costuma, ritornaremo al nostro primo lavoro, cioe a verificare con essempi di numeri, & radici la sopradetta propositione di Euclide, cioe che la radice di un binomio primo superficiale necessariamente essere uno di 6 binomij lineali, & per veder praticamente se egli è cosi, sia questo binomio primo 28 piu R 768. ma supposto superficiale per voler mo praticalmente trovar el lato potente in tal superficie, il che non vuol dir altro, che un voler trovar la radice, cioe quadra del detto binomio, cioe di 28 piu R 768. & la regola generale di essequir un tal effetto in ogni specie di binomio quadro è questa sempre farai del maggior nome due tal parti, che multiplicata l'una in l'altra faccia la quarta parte del quadrato del suo menor nome, & le radici di quelle due parti gionte insieme sara la radice di quel tal binomio, che tu cerchi, e per tanto volendo con tal regola cavar la radice del sopradetto 28 piu R 768. farai di 28 due tal parti, che multiplicata l'una in l'altra faccia la quarta parte del quadrato di R 768. il qual quadrato sara 768. & la detta quarta parte sara 192. si che farai del detto 28 due tal parti, che multiplicate l'una fia l'altra faccia 192. onde operando secondo la regola data nel quarto capo, trovarai la maggior parte esser 16. & la menor esser 12. & la R di queste due parti trovarai l'una esser 4. & la R 12. lequali gionte insieme faranno 4 piu R 12. & tanto sara la radice del detto 28 piu R 768. laqual sua radice tu vedi esser non solamente binomio, ma esser anchora lui pur binomio primo, vero è che'l non seguita, che la R di ogni binomio primo sia sempre binomio primo, come che è occorso in questo, ma puo esser anchora uno delle altre specie, & che sia il vero, se con la medesima regola cavarai la radice di questo 34 piu R 1152. qual è pur binomio primo, trovarai quella esser R 18 piu 4. che saria un binomio secondo, & cosi in alcuni altri binomij primi, la sua radice puo venir un binomio terzo, & in alcuni un quarto, & in alcuni un quinto, & in alcuni puo venir un binomio sesto, & questo nasce perche a quadrare qual si voglia specie di binomio, tal suo prodotto sempre vien un binomio primo (ma intende superficiale) laqual cosa non è di poca consideratione nella pratica di numeri, & radici, cioe che a multiplicare qual si voglia specie di binomio quadro in se medesimo produca binomio primo, & circa cio non ti pongo altro essempio, perche da te medesimo con la isperienza te ne puoi chiarire, & massime che nelli conversi di questa, & delle altre cinque propositioni abondantemente ne parleremo, i quali conversi ne serviranno anchora per prova si di questa, come delle dette altre cinque, che seguitano.

binomio primo
la R di 28 piu R 768
sara 4 piu R 12
binomio primo

binomio primo
la R di 34 piu R 1152
sara R 18 piu 4
binomio secondo

2 Similmente Euclide nella 54 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se una superficie sara contenuta da una linea rationale, & da un binomio secondo lo lato tetragonico di quella sara un bimedial primo.

Laqual propositione non vuol inferir altro salvo, che la radice di una superficie contenuta da una linea rationale, & da un binomio secondo, che la sara un bimedial primo, ma perche quella tal superficie sara per denomita con duoi nomi, i quali duoi nomi haveranno tutte quelle accidentali conditioni, che si aspetta al secondo binomio. E per tanto per accordarsi con questo, che fra pratici si costuma diremo, che la radice del secondo binomio superficiale esser la linea bimedial primo, & se di questo con la isperienza (qual è la prova de naturali) te ne vuoi chiarire, piglia un binomio secondo, come sarìa ℞ 18 più 4. & cavane la radice, secondo l'ordine datto nella precedente, cioe fa di ℞ 18 due tal parti, che il dutto di una in l'altra faccia la quarta parte di 16. cioe del quadrato del menor nome, laqual quarta parte sara 4. onde procedendo secondo l'ordine datto nella terza del quarto capo, trovarai la maggior parte esser ℞ $4\frac{1}{2}$ più ℞ $\frac{1}{2}$, lequali per esser communicanti gionte insieme fariano ℞ 8. & tanto sara la parte maggiore, & la menore sara ℞ $4\frac{1}{2}$ men ℞ $\frac{1}{2}$, laqual sotratta per esser communicante restara ℞ 2 per la detta parte menore, & cosi le radici di queste due parti (dellequali l'una sara ℞ ℞ 8. & l'altra ℞ ℞ 2) gionte insieme faranno ℞ ℞ 8 più ℞ ℞ 2. & tanto sara la radice del detto secondo binomio, cioe di ℞ 18 più 4. laqual radice se ben la consideri, trovarai quella esser lo bimedial primo, come conclude il detto Euclide, il medesimo trovarai seguire nella radice di qual si voglia altro binomio secondo, la prova praticale di questo, & della precedente, & delle altre 4. che seguitano si fara nelli suoi consorti.

binomio secondo
la ℞ di ℞ 18 più 4
sara ℞ ℞ 8 più ℞ ℞ 2
bimedial primo

3 Euclide anchora nella 55 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se una superficie sara contenuta da un binomio terzo, & da una linea rationale, la linea potente in quella sara bimedial secondo.

Laqual propositione (per non abondar in parole) non vuol inferir altro salvo, che la radice di un binomio terzo superficiale esser bimedial secondo, & questo con la isperientia (come costuma il pratico) essemplificaremo con numeri, & radici. Sia questo binomio terzo ℞ 112 più ℞ 84. cavane la sua radice secondo l'ordine datto nelle due precedenti, cioe fa di ℞ 112 due tal parti, che il dutto di una in l'altra faccia la quarta parte del quadrato di ℞ 84. il qual quadrato sara 84. & la sua quarta parte sara 21. si che farai di detta ℞ 112 le dette due tal parti, che il dutto di una in l'altra faccia 21. onde procedendo secondo la regola data nella quarta del quarto capo, trovarai l'una esser ℞ 28 più ℞ 7. quai gionte insieme fanno ℞ 63. & tanto sara la parte maggiore, & la menore sara prima ℞ 28 men ℞ 7 laqual sotratta restara ℞ 7. per la parte menore, & le radici di queste due parti gionte insieme sara la radice del detto binomio terzo, lequal radici l'una sara ℞ ℞ 63. & l'altra sara ℞ ℞ 7. che gionte insieme faranno ℞ ℞ 63 più ℞ ℞ 7. per la detta radice del detto binomio terzo, laqual radice se ben la considerarai, trovarai esser bimedial secondo, che è il proposito, il medesimo (sperimentando) trovarai seguire nella radice di qual si voglia altro binomio terzo, la prova si fara nel suo consorte.

terzo binomio
la ℞ di ℞ 112 più ℞ 84
sara ℞ ℞ 63 più ℞ ℞ 7
bimedial secondo

4 Euclide nella 56 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se una superficie sara contenuta da una linea rationale, & dal quarto binomio, la linea, che puo in quella superficie è la linea maggiore.

Laqual propositione in pratica non vuol inferir altro (come nelle precedenti è stato detto) salvo, che la radice del quarto binomio superficiale esser la linea maggiore, laqual cosa in questo luogo essemplificaremo solamente con numeri, & radici secondo il solito. Essempi gratia sia questo quarto binomio 4 più ℞ 10. cavane la sua radice, procedendo secondo il solito, cioe fa di 4 due tal parti, che il dutto di una in l'altra faccia il quarto del quadrato di ℞ 10. il qual quarto sara $2\frac{1}{2}$, onde procedendo secondo le regole date nel quarto capo, trovarai l'una esser 2 più ℞ $1\frac{1}{2}$, & l'altra 2 men ℞ $1\frac{1}{2}$, & la radice di queste due parti gionte insieme sara la radice del detto quarto binomio, & perche 2 più ℞ $1\frac{1}{2}$ non si possino summar insieme, come nelle precedenti per esser incommensurabili, ne similmente 2 men ℞ $1\frac{1}{2}$ si possono sotrare, e pero le lor radici faranno universali, cioe la radice della prima parte, cioe della maggiore sara ℞ v. (2 più ℞ $1\frac{1}{2}$) & quella della seconda parte (cioe della menore) sara ℞ v. (2 men ℞ $1\frac{1}{2}$) lequal due radici gionte insieme faranno ℞ v. (2 più ℞ $1\frac{1}{2}$) più ℞ v. (2 men ℞ $1\frac{1}{2}$) & tanto sara la radice del detto quarto binomio, laqual radice, overo

binomio quarto
la ℞ di 4 più ℞ 10
sara ℞ v. (2 più ℞ $1\frac{1}{2}$) più ℞ v. (2 men ℞ $1\frac{1}{2}$)
linea maggiore

te, ouero quantita se ben la essaminarai, trouarai esser la linea maggiore, la medesima trouarai in ogni binomio quarto, che è il proposito. La proua di questa operatione si dara nel suo conuerso, cioe che il quadrato di tal linea maggiore sara il detto quarto binomio.

5 Anchora Euclide nella 57 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se vna superficie sara contenuta da vna linea rationale, & da vn binomio quinto, la linea potente in quella, che 'l si conuiene di necessita esser la linea potente in rationale, & mediale.

Laqual propositione nõ vuol inferir in sostantia altro saluo, che la radice del quinto binomio superficiale esser quella linea irrationale detta potente in rationale, & mediale, laqual cosa praticalmente con numeri, & radici faremo manifesta. Sia questo binomio quinto ℞ 20 piu 4. cauagli la sua radice secondo la regola data nelle passate, cioe fa di ℞ 20 tal due parti, che multiplicata l'una fia l'altra faccia la quarta parte del quadrato di 4. il qual quadrato sara 16. & la quarta parte del detto 16 sara pur 4. e pero farai di ℞ 20 due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia 4. onde procedendo per le regole date nel quarto capo, trouarai la maggior parte esser ℞ 5 piu 1. & la menore esser ℞ 5 men 1. & le radici di queste parti gionte insieme formaranno la radice del detto quinto binomio, dellequali due radici l'una sara ℞ v. (℞ 5 piu 1) & l'altra sara ℞ v. (℞ 5 men 1) lequal gionte insieme faranno ℞ v. (℞ 5 piu 1) piu ℞ v. (℞ 5 men 1) & tanto sara la radice del detto binomio quinto, laqual radice se ben la essaminarai trouarai quella esser la linea potente in rationale, & mediale, che è il proposito, il medesimo riuscira in ogni altro binomio quinto, la proua di questa operatione si fara sopra il conuerso di questa al suo luogo.

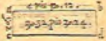
binomio quinto
la ℞ di ℞ 20 piu 4.
sara ℞ v. (℞ 5 piu 1) piu ℞ v. (℞ 5 men 1)
la linea potente in rationale, & mediale

6 Similmente Euclide nella 58 propositione del suo decimo libro geometricamente approua, & dimostra, che se vna superficie sara contenuta da vna linea rationale, & dal sesto binomio, la linea potente in quella, esser la linea potente in duoi mediali.

Laqual propositione in conclusione non vuol inferir altro saluo, che la radice di qual si voglia sesto binomio superficiale esser quella linea irrationale chiamata la linea potente in duoi mediali, laqual cosa in questo luogo con essempij di numeri, & radici faremo praticalmente chiara. Essempi gratia sia questo binomio sesto ℞ 12 piu ℞ 8. cauane la sua radice procedendo si, come nelle passate è stato fatto, cioe fa di ℞ 12 due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia la quarta parte del quadrato di ℞ 8. il qual quadrato sara 8. & la sua quarta parte sara 2. e pero farai del detto ℞ 12 le dette due parti, che il dutto di vna in l'altra faccia 2. onde operando per le regole date nel quarto capo, trouarai la maggior parte esser ℞ 3 piu 1. & la menore esser ℞ 3 men 1. & con le radici di queste due parti, dellequali vna sara ℞ v. (℞ 3 piu 1) & l'altra sara ℞ v. (℞ 3 men 1) gionte insieme formaranno la radice del detto sesto binomio, laqual summa, ouer radice venira a esser ℞ v. (℞ 3 piu 1) piu ℞ v. (℞ 3 men 1) laqual quantita se ben la considerarai, trouarai esser la detta linea potente in duoi mediali, come si propone, il medesimo trouarai in ogni altro binomio sesto. La proua di questa si fara nelli sequenti 6 conuersi delle 6 precedenti propositioni.

binomio sesto
la ℞ di ℞ 12 piu ℞ 8.
sara ℞ v. (℞ 3 piu 1) piu ℞ v. (℞ 3 men 1)
la linea potente in duoi mediali

Nelle precedenti 6 propositioni ragioneuolmente si potria riprendere Euclide, perche per linea rationale, come piu volte è stato detto, & che si è veduto in molte sue propositioni, non solamente intende quella, che sia denominata da numero, ma anchora quella che sia denominata da vna radice sorda (cioe da vna radice sorda quadra) & perche nella sua 54 del decimo da noi adotta nella prima di questo capo, lui conclude se vna superficie sara contenuta da vn binomio primo, & da vna linea rationale, lo lato potente in quella tal superficie è necessario esser binomio. Laqual sua propositione si trouara esser vera solamente, che tal linea rationale sia denominata da numero, ma se tal linea rationale sara denominata da vna radice quadra sorda, laqual è pur rationale secondo lui, tal sua propositione sara falsa, perche multiplicando tal binomio primo per vna radice sorda, la superficie, che peruenira da tal multiplicatione non sara piu binomio primo, ma si trouara esser binomio terzo, & la linea potente in tal superficie non sara binomio, come che nella propositione l'auttor conclude, anzi la detta linea potente in tal superficie sara il bimedial secondo. Essempi gratia sia la superficie a b c d contenuta dalla linea a b, qual è longa 4 piu ℞ 12 (che è binomio primo) & dalla a c, qual è longa ℞ 2 laqual ℞ 2 secondo Euclide è linea rationale, onde la detta superficie



la linea potente nella sopra scritta superficie sara ℞ v. ℞ piu ℞ ℞ 2. che saria il bimedial secondo.

a.b.c.d. viene a esser R 32 piu R 24. che saria (praticalmente parlando) vn binomio terzo superficiale, & la linea potente in tal superficie (che saria la radice di tal binomio terzo) saria R R. 8. piu R R 2. che saria il binomial secondo, come si conuiene alla radice del terzo binomio superficiale. Et questo inconueniente si trouara seguire nelle altre cinque sequenti sue propositioni de sopra registrate, & perche tal modo di dire si trouara, non solamente in queste 6 sopra allegate propositioni, ma in molte altre, e per tanto bisogna auertire quando l'autor, cioe Euclide dice vna linea rationale, alle volte tal rationalita s'intende largo modo, cioe, o sia tal linea denominata da numero, ouer da radice sorda, & alle volte si debbe intendere stretto modo, cioe tal linea esser denominata solamente da numero rationale, come che nelle soprapposte 6 sue propositioni si e visto.

Le sequenti sei propositioni sono le conuersi delle sei precedenti ordinatamente poste.

7 EVclide nella 59 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se a vna linea rationale sia aggionto vn rettangolo equale al quadrato di vn binomio, che il secondo lato di quello conuien esser binomio primo.

La qual propositione a volenda dar ad intendere essemplarmente con numeri, & radici bisogna, che tu si aricordi quello, che fu detto nel principio del sesto libro sopra del settendo, cioe che tutti questi modi di dire, ouer vocaboli, ouer nomi, Rettangolo, Superficie, Dutto, Fatto, Produtto, Contenuto, & Multiplicatione, nella pratica di numeri, & misure s'intendono, et pigliano per vna medesima cosa. Oltra di questo aggiongere a vna linea vna superficie, ouero vn rettangolo, non vuol dir altro, che assettare quella tal superficie, ouer rettangolo sopra di tal linea, talmente, che la detta linea venghi a esser l'una delle due linee contenenti tal superficie. Et per far tal cosa nella pratica di numeri, & misure, bisogna partire la quantita di tal superficie, per la quantita di tal linea, & lo auenimento sara la quantita di quell'altra seconda linea, che insieme con quella prima, contenirano la detta superficie, & acio meglio m'intendi, pongo questo caso, che a vna linea longa piedi 4. & che a tal linea gli voglia aggiongere, ouero sopra ponuil quadrato di vn'altra linea longa piedi 6. & saper quanto sara l'altro lato, che perueniria alla continentia di tal superficie, in compagnia con quella prima longa piedi 4. Dico che in questo caso, che tu debbi partire il quadrato di 6. che fara 36 piedi superficiali per quei 4. & te ne venira piedi 9 lineali, & cosi concluderai il secondo lato di tal superficie di nuouo formata esser piedi 9. & il primo lato di detta superficie venira a esser quelli nostri primi piedi 4. tal che'l dutto di 4 in 9, che fara 36 sara equale al quadrato di quelli piedi 6. come e stato da noi proposto, hor che hai inteso queste particolarita, voglio che torniamo al nostro primo proposito. Dico adunque, che la sopra posta propositione non e altro, che il conuerso della 42 del decimo del detto Euclide, da noi posta, ouer registrata nella prima di questo capo, perche non vuol inferir altro, che a quadrare qual si voglia di sei binomii, tal quadrato sara vn binomio primo superficiale, ma perche appresso di lui ogni binomio e inteso per linea, & non per superficie, onde per ridurre tal binomial superficie in linea, partendola per la quantita di vna linea (stretto modo) rationale, lo auenimento sara il secondo lato lineale delli duoi contenenti tal superficie. Et perche a partire qual si voglia specie di binomio per numero, lo auenimento sara per vn binomio di quella medesima specie, che sara quello, che sara stato partito, & se per caso tal binomio sara partito per la vnita, lo auenimento non solamente sara di quella medesima specie di binomio partito, ma sara anchora precisamente di quella medesima quantita, & denominato dalli medesimi nomi, ma vi sara solamente questa differentia, essendo il binomio partito per la vnita superficiale, lo binomio, che da tal partimento ne venira sara poi lineale. Et acioche meglio m'intendi ti voglio addure il conuerso della prima di questo capo per essempio, il qual essempio venira anchora a seruire per la proua di questa tal operatione. La qual operatione se ben ti aricordi fu trouato, che la radice di questo binomio primo 28 piu R 768 esser 4 piu R 12. la qual radice e per vn binomio primo, & per far la proua pratical di tal operatione, bisogneria quadrar la detta radice, cioe il detto 4 piu R 12. & se tal quadrato sara precisamente 28 piu R 768. tal nostra operatione sara stata buona, ma facendo altramente saria falsa, ma perche a quadrar il detto 4 piu R 12. procedendo secondo le regole date nel quinto libro si trouara, che fara medesimamente 28 piu R 768. e pero in quanto a quella operatione, tal operatione e buona. Et perche nella pratica di numeri, & misure si ha questa propositione per ferma, che a quadrare qual si voglia specie di binomio fa binomio primo. Onde per accordare tal propositione pratical con la sopra posta Euclidiana propositione, & con il medesimo soprapposto essempio, sia il detto binomio primo,

binomio primo
a multiplicar 4 piu R 12
fia — 4 piu R 12
——————
fa — 28 piu R 768
che e binomio primo

primo, cioe 4 più ℞ 12. che tal binomio primo duto in se medesimo, che faccia anchora binomio primo (secondo la sententia, che fra pratici si troua) di sopra si è visto, cioe che il duto di 4 più ℞ 12 fia 4 più ℞ 12 fa 28 più ℞ 768. che è pur binomio primo, ma tal binomio primo s'intenderia in questo caso superficie, & non linea, laqual cosa non suppone Euclide, che il binomio sia superficie, ma solamente linea, come in tutti i luoghi, doue di quelli ha parlato li chiama linee, per chiarir adunque questa differentia, voglio che essemplificamo con questo medesimo essempio la sopraposta Euclidiana propositione, sia adunque vna linea rationale, longa solamente vn piede di misura, & a questa sia aggionta, ouer soprapposta la superficie equale al quadrato di questo medesimo binomio primo 4 più ℞ 12. il qual quadrato di 4 più ℞ 12. come di sopra hauesti fa 28 più ℞ 768. hor volendo assettar questa tal superficie sopra la nostra linea rationale longa vn piede, partiremo la detta superficie 28 più ℞ 768. per quel piedi 1. il che facendo trouaremo, che ne venira pur 28 più ℞ 768. per il secondo lato di tal superficie, il qual secondo lato (per la soprapposta Euclidiana propositione) doueria esser binomio primo, dico linealmente, come intende Euclide, & perche il detto secondo lato, cioe 28 più ℞ 768. si vede, che egli è binomio primo, & linealmente, perche essendo il secondo lato di tal superficie viene a esser linea, perche li lati di vna superficie sempre sono linee, e per tal via a esser verificata la sopradetta Euclidiana propositione, & si vede anchora tal conclusione incontrarsi con quella, che di sopra fu conclusa secondo la sententia, che fra pratici si costuma di dire, si che potremo dire l'una, & l'altra esser vera, & se ben quel binomio primo, che vien produtto dal quadrato di quell'altro binomio par che sia superficiale, questo interuiene, perche il pratico non tien conto di partire quel produtto per la vnita, laqual partitione fa tramutare tal binomio superficiale in binomio lineale, ne manco il detto pratico ha alcun rispetto, che il detto binomio sia, ouer che debba esser lineale, ouer superficiale, la causa è, che il detto pratico non considera queste sottilita, per esser materia pertinente più presto al theorico, che al pratico, e pero non bisogna marauigliarsi se nella pratica non si vsa, ouer costuma tutta quella sottilita nel esprimere delle cose, che nella speculatiua sottilita si osserua, & questo dico si per me, come per gli altri, che nella pratica hanno scritto, hor per tornare al nostro proposito dico, che questo, che di sopra essemplarmente si è visto, cioe che a multiplicar vn binomio primo in se medesimo, fa pur vn binomio primo (in quanto alla specie, ma non che sia di quella medesima quantita) il medesimo si trouara seguir di qual si voglia specie di binomio, cioe che a multiplicarlo in se medesimo, sempre fara binomio primo. Et se per certificarti di questo multiplicarai in se medesimo ℞ 18 più 4. che è binomio secondo, trouarai che fara 34 più ℞ 1152. che è binomio primo. Similmente a multiplicar ℞ 10 più ℞ 15, qual è vn binomio terzo, in se medesimo trouarai, che fara 25 più ℞ 600. che è pur binomio primo. Similmente a multiplicar in se medesimo 3 più ℞ 6 (che è vn binomio quarto) trouarai, che fara 15 più ℞ 216. che è pur binomio primo. Similmente a multiplicar in se medesimo ℞ 6 più 2 (che è vn binomio quinto) trouarai, che fara 10 più ℞ 96 (che è pur binomio primo) Similmente a multiplicar in se medesimo ℞ 10 più ℞ 7 (che è binomio sesto) trouarai, che fara 17 più ℞ 280. che è pur binomio primo, & cosi hai visto il mirabil ordine, che hanno tal quantita rationale tra loro, & molto meglio lo vederai nelle altre propositioni, che seguitano.

binomio secondo
a multiplicar ℞ 18 più 4
fia ℞ 18 più 4

fa 34 più ℞ 1152
che è binomio primo

binomio terzo
a multiplicar ℞ 10 più ℞ 15
fia ℞ 10 più ℞ 15

fa 25 più ℞ 600
che è binomio primo

binomio quarto
a multiplicar 3 più ℞ 6
fia — 3 più ℞ 6

fa 15 più ℞ 216
che è binomio primo

binomio quinto
a multiplicar ℞ 6 più 2
fia — ℞ 6 più 2

fa — 10 più ℞ 96
che è binomio primo

binomio sesto
a multiplicar ℞ 10 più ℞ 7
fia — ℞ 10 più ℞ 7

fa — 17 più ℞ 280
che è binomio primo

8 Anchora Euclide nella 60 propositione del suo decimo libro (da noi tradutto) specialmente dimostra, che se a vna linea rationale sara aggionto vna superficie equale al quadrato del bimedial primo, l'altro lato di quella bisognara esser il secondo binomio.

Questa propositione non è altro in sostanza, che il conuerso della seconda, cioe che parlando praticalmente non vuol dir altro, che il quadrato del bimedial primo, sempre si trouara esser il secondo binomio superficiale, & che il volesse per linealmente, come intende Euclide, procederessimo, come sopra la precedente fu detto, cioe partiressimo tal binomio superficiale per la quantita di vna linea rationale longa solamente 1. & lo auenimento sara poi tal binomio lineale, et sara denominato dalli medesimi nomi, che era denominato il superficiale, & questa particolarita tieneda a memoria per quelle propositioni, che seguitano, perche io non staro a replicarla piu per abbreuiar le parole.

Hor per voler essemplificare con numeri, & radici questa propositione, faremo tal effetto con il conuerso della seconda di questo capo, nellaquale con essempio fu fatto manifesto, che la radice del secondo binomio era il bimedial primo, & per tal essempio fu cauata la radice di questo secondo binomio ℞ 18 più 4. & fu trouata esser ℞℞ 8 più ℞℞ 2. che è il bimedial primo, il quadrato del qual ℞℞ 8 più ℞℞ 2 per la presente propositione doueria far binomio secondo, & similmente per far la proua di quella operatione fatta nella detta seconda di questo capo, il quadrato di questo ℞℞ 8 più ℞℞ 2. doueria far quel binomio secondo, cioe ℞ 18 più 4. & perche a multiplicar il

bimedial primo
a multiplicar ℞℞ 8 ℘ ℞℞ 2
fia — ℞℞ 8 ℘ ℞℞ 2

fa ℞ 18 più 4
che è binomio secondo

detto ℞ ℞ 8 piu ℞ ℞ 2 fia ℞ ℞ 8 piu ℞ ℞ 2 fa precisamente ℞ 18 piu 4, che è binomio secondo vien a esser praticalmente verificata la sopradetta propositione, & anchora a esser provata la detta operatione fatta nella seconda di questo capo.

9 ANchora Euclide nella 61 propositione del suo decimo libro geometricamente appona, & dimostra, quando che a una linea rationale in longhezza sara aggionta una superficie rettangola, eguale al quadrato del bimedial secondo, che l'secondo lato di quella è necessario esser il terzo binomio.

Questa propositione per le ragioni praticalmente adutte nelle due passate non vuol inferir altro in sostanza salvo, che il converso della terza di questo capo, cioe che il quadrato di un bimedial secondo è necessario esser il terzo binomio, & per abreviar le parole verremo immediate al essempio, sia questo bimedial secondo ℞ ℞ 63 piu ℞ ℞ 7, quadralo, & trovarai che fara ℞ 112 piu ℞ 28, che è un terzo binomio, come si propone, il medesimo seguira in tutte le altre simili. Et sappi che questa operatione, se ben la consideri vien a esser anchora la prova della terza di questo capo.

10 SImilmente Euclide nella 62 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se a una linea rationale sara aggionto un rettangolo eguale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di quello sara il quarto binomio.

Anchora questa propositione, per le ragioni adutte nelle passate non vuol inferir altro praticalmente salvo, che il quadrato della linea maggiore è necessario esser il quarto binomio. Et per essemplificar tal propositione, pigliaremo questa linea maggiore, ℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$) piu ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{3}{5}$) laqual è quella, che nella quarta di questo capo trovassimo esser la radice de 4 piu ℞ 10. che è un quarto binomio, onde per approvar quella operatione, & anchora praticalmente questa propositione, la quadraremo, & perche a quadrar una tal quantita composta de due radici universali è alquanto ingeniosa tirocinio mettere minutamente la regola da eseguir tal effetto. Per quadrare adunque questa quantita ℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$) piu ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{3}{5}$), tu vedi tal quantita esser divisa in due parti, cioe in quelle due ℞ v. Et se ben ti aricordi della quarta del secondo di Euclide essemplificata con numeri nel

	linea maggiore
a multiplicar	℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$) piu ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{3}{5}$)
fia	℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$) piu ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{3}{5}$)
fa	4 piu ℞ 10
	che è il quarto binomio

sesto libro) & replicata geometricamente sopra la estrattione della radice quadra. Tu dei sapere, che se una quantita sara divisa in due parti, come si voglia, i quadrati delle dette due parti insieme con il doppio del detto di una parte in l'altra, sara eguale al quadrato di tutta la detta quantita. Et pero pigliaremo il quadrato della prima parte, cioe di ℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$) che fara 2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$, finalmente pigliaremo il quadrato della seconda parte, cioe di ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{3}{5}$) che fara 2 men ℞ 1 $\frac{3}{5}$, & questo quadrato lo summaremo con l'altro quadrato, cioe con 2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$, & tal summa fara a ponto 4, & questo 4 lo notaremo da parte, poi multiplicaremo l'una parte fia l'altra, cioe ℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{3}{5}$) fia ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{3}{5}$) onde operando secondo la regola data nella nona del terzo capo trovaremo, che faranno ℞ 2 $\frac{2}{5}$, qual produtto indoppiandolo, cioe multiplicandolo per 4 fara ℞ 10, qual gionto appresso a quel 4 che fu notato da parte fara a ponto 4 piu ℞ 10 & tanto fara il quadrato della detta linea maggiore, & perche il detto 4 piu ℞ 10 è binomio quarto fara verificata praticalmente la sopra posta Euclidiana propositione, & oltra di questo venira a esser provata quella estrattione di radice del detto quarto binomio data nella quarta di questo capo, come era il proposito.

11 EVclide anchora nella 63 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se a una linea rationale sia aggionto, overo sopra posto una superficie rettangola eguale al quadrato della linea potente sopra rationale, & mediale, l'altro lato di quella è necessario esser binomio quinto.

La qual cosa per le ragioni adutte nella ottava praticalmente non vuol inferir altro in sostanza, salvo che il quadrato della linea potente sopra rationale, & mediale esser il quinto binomio, & che sia il vero, piglia una linea potente sopra rationale, & mediale, come ti pare, hor ponimo questa ℞ v. (℞ 5 piu 1) piu ℞ v. (℞ 5 men 1) quadrala secondo l'ordine della passata, cioe piglia li quadrati delle due parti di tal linea, over quantita, che trovarai l'uno esser ℞ 5 piu 1, & l'altro ℞ 5 men 1, & summali insieme trovarai, che faranno ℞ 20 a ponto, qual serva da banda, poi

a multiplicar	℞ v. (℞ 5 piu 1) piu ℞ v. (℞ 5 men 1)
fia	℞ v. (℞ 5 piu 1) piu ℞ v. (℞ 5 men 1)
fa	℞ 20 piu 4
	che saria binomio quinto

da, poi multiplica l'una parte fia l'altra, cioe ℞ v. (℞ 5 piu 1) fia ℞ v. (℞ 5 men 1) onde operando secondo la regola data nella nona del terzo capo, trouarai che faranno a ponto 2. duplicalo fa 4. qual aggionto appresso a quella ℞ 20. che fabricasti da banda, fara ℞ 20 piu 4. & tanto fara il quadrato della detta linea potente sopra rationale, & mediale. Et perche il detto ℞ 20 piu 4 è binomio quinto vien a verificarsi praticalmente la sopra allegata Euclidiana propositione. Et perche anchora nella quinta di questo capo fu concluso la radice di ℞ 20 piu 4. esser la medesima sopradetta potente sopra rationale, & mediale, e pero con questa medesima multiplicatione veniamo ad hauer prouata quella tal nostra operatione, perche si vede, che il quadrato di tal radice ritorna quel medesimo binomio quinto, del quale lei è radice.

12 ANchora Euclide nella 64 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se sopra vna linea rationale sara posta vna superficie rettangola, equale al quadrato di vna linea potente in duoi mediali, il secondo lato di quella tal superficie conuien esser il sesto binomio.

La qual propositione, per le ragioni adutte sopra la ottaua praticalmente, non vuol dir altro in sostanza, saluo che il quadrato della linea potente in duoi mediali, che saria il conuerso della sesta. E pero per essemplificar questa, & prouar quella sia questa linea potente in due mediali ℞ v. (℞ 5 piu ℞ 3) piu ℞ v. (℞ 5 men ℞ 3) quadrala secondo l'ordine dato nelle due passate, cioe piglia li quadrati delle sue due parti, che trouarai l'uno esser ℞ 5 piu ℞ 2. & l'altro ℞ 5 men ℞ 3 summali insieme, & trouarai, che faranno a ponto ℞ 20. qual salua, poi multiplica l'una parte fia l'altra, cioe ℞ v. (℞ 5 piu radice 3) fia ℞ v. (℞ 5 men ℞ 3) onde procedendo secondo la regola data nella nona del terzo capo, trouarai che faranno a ponto ℞ 2. duplicalo fara ℞ 8. laqual gionta appresso a quella ℞ 20. che saluasti fara ℞ 20 piu ℞ 8. & questo fara il quadrato della detta potente in due mediali, & perche il detto quadrato è binomio sesto, non solamente vien a esser verificata praticalmente la sopradetta Euclidiana propositione, ma anchora vien a esser approuata la operatione della sesta di questo capo, come fu proposito di fare.

Consequentemente a questa sopradetta 64 propositione il detto Euclide in 5 altre propositioni ordinatamente dimostra non solamente, che ogni linea communicante in longhezza a qual si voglia di binomij necessariamente esser binomio sotto la medesima specie, ma anchora il medesimo dimostra delle altre cinque linee irrationali composite, cioe del bimedial primo, & del secondo, & della linea maggiore, & delle altre due sequenti, lequal cinque propositioni le habbiamo intralasciate per abreuiar la scrittura, per esser manifesto, che da se medesimo naturalmente, cioe con la isperienza te ne puoi certificare, perche multiplicando, ouer partendo qual si voglia delle dette linee, per qual si voglia quantita rationale, cioe denominata da numero sano, ouer rotto, ouer sano, & rotto, trouarai lo auenimento, ouer prodotto esser communicante in longhezza a quella linea multiplicata ouer partita, & consequentemente esser di quella medesima qualita, & specie.

13 SImilmente Euclide nella 70 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra, se saranno congionte due superficie, dellequali l'una sia rationale, & l'altra mediale, la linea potente in tutta quella superficie da queste composta, sara vna delle quattro linee irrationali, cioe ouer binomio, ouer bimedial primo, ouer la linea maggiore, ouer la potente in rationale, & mediale.

Questa propositione, & la sequente stante le cose dette per numeri sopra le radici di 6 binomij, a me non era necessario a dichiarirle, ne a parlarne, pur per mostrar la osseruatione del parlar scientifico di Euclide la dichiariremo praticalmente con numeri, & radici. Dico adunque, che il congionto di vna superficie rationale con vn'altra mediale formano vn binomio superficiale, il qual binomio sara composto di numero, & radice, & perche tal binomio superficiale composto di numero, & radice puo interuenire in quattro modi, rispetto alle 6 specie di binomij lineali, cioe puo esser simile al primo binomio, ouero al secondo, ouero al quarto, ouero al quinto. Se per caso adunque sara simile al primo, la linea potente in quel tal binomio superficiale, che fara la radice di quello (per la prima del precedente capo) sara vn binomio, & se per sorte sara simile al secondo binomio, la radice di quello (per la seconda del detto precedente capo) sara il bimedial primo, & cosi per abbreuiar le parole se sara simile al quarto, la sua radice sara la linea maggiore, & se sara simile al quinto, la detta sua radice sara la linea potente in rationale, & mediale, & questo è quello, che vuol inferire Euclide in questa propositione, & perche tutto questo e stato essemplificato nel detto precedente capo, me ne passo senza altro essempio.

14 SImilmente il detto Euclide nella 71 del suo decimo libro geometricamente dimostra, quando saranno congionte due superficie mediali incommensurabili, che la linea potente in tutta la su-

perficie, sara l'una, o l'altra delle due linee irrationali, cioe ouer bimedial seconda, ouer la potente in due mediali.

Anchora questa viene a esser manifesta per le ragioni, & essempi adutti nel precedente capo, perche la summa di due superficie mediali incommensurabili, formano vn binomio superficiale, li duoi nomi delquale saranno due radici, perche la superficie mediale, come dei sapere è denominata di radice, e pero tal binomio superficiale è necessario, che sia simile al terzo binomio, ouero al sesto. Se per sorte adonque tal summa sara il terzo, la sua radice (come fu essemplificato nel precedente capo) è necessario esser la bimedial seconda. Et se per sorte sara il sesto, la sua radice sara la potente in due mediali, e pero non ti accade altro essempio.

Nella 72 del suo decimo libro il detto Euclide geometricamente dimostra quando sara posta vna binomiale, ouero vn'altra delle irrationali, che seguitano questa, che alcuna di loro non puo esser sotto al termine dell'altra, ma perche tali propositioni malamente con essempi pratichi si possono dichiarare, ma solamente con speculatiue dimostrationi, e pero l'habbiamo scorse. Egli è ben vero, che per natural cognitione ne par essere impossibile di poter rappresentare, ne proferire la quantita di vn binomio dato, per vna mediale, ouer per vna linea maggiore, ouer per vna delle altre due che seguita, nondimeno con pratichi essempi malamente se ne potremo certificare (come è detto) ma solamente con speculatiue ragioni.

Delle altre sei linee irrationali, che mancano, ouer restano da diffinire al supplimento di quelle 13 narrate nel principio di questo libro, lequali 6 sono tutte discomposite mediante il termine del meno. Cap. IX.

1 EVclide nella 73 propositione del detto suo decimo libro specolatiuamente dimostra, che se sara tagliata, o vogliamo dir sottratta vna linea da vn'altra linea, & saranno ambedue rationali solamente in potentia communicanti, la rimanente linea sara irrationale, & diffinisse poi, che tal linea sara detta residuo.

Per laqual propositione ne auertisse, come che la ottaua linea irrationale, detta residuo, formarsi con quelle medesime due linee rationali solamente in potentia communicanti, con lequali si forma anchora il binomio in genere, ma vi è questa differentia, che nella formatione del binomio, la menor di tal due linee si aggionge alla maggiore con il termine del piu, & nella formatione del residuo, la detta linea menore (delle dette due) si caua, ouer sottra dalla maggiore con il termine del meno. Essempi gratia siano queste due quantita, o vuoi dir linee 4 & R 7. lequali l'una, & l'altra è rationale (secondo la diffinitione di Euclide) & sono solamente in potentia communicanti, lequal due quantita, congiongendole insieme con il termine del piu in questo modo 4 piu R 7. formano la seconda linea irrationale chiamata binomio (come nella prima del sesto capo fu diffinito) ma se la menore di tal due linee (cioe quella R 7) la sottraremo dalla maggiore (cioe da quel 4) restara 4 mē R 7. & questo resto Euclide dice esser irrationale, & esser chiamato residuo. Et bisogna sapere, che li duoi nomi formanti questo residuo ponno variar in denominationi in tanti modi quanto quelli formanti il binomio, cioe il primo nome puo esser denominato da numero, & il secondo da radice, come il sopradetto 4 men R 7. & alle volte il primo nome puo esser denominato da radice, & il secondo da numero, come saria a dire R 12 men 3. & alle volte l'uno, & l'altro di detti duoi nomi puo esser denominato da radice, come saria a dire R 20 men R 10. & queste variationi formano anchora loro sei specie di residui, come accade anchora nel binomio, delequali sei specie al suo luogo si narrara.

La sestodecima quesita è la ottaua linea irrationale detta residuo 4 men R 7. ouer R 12 mē 3. ouer R 20 men R 10. & altre simili.

2 ANchora il detto Euclide nella 74 propositione del suo decimo libro specialmamente dimostra, che se sara tagliata vna linea da vn'altra linea, & siano ambedue mediali solamente in potentia communicanti, & che contengano superficie rationale, la linea rimanente sara irrationale, & diffinisse poi, che tal linea sara detta residuo medial primo.

La settodecima è la nona linea irrationale detta residuo medial primo. R R 54 men R R 24.

Per abreuiar le parole, in questa propositione Euclide ne da ad intendere, che quelle due specie di linee mediali, lequali congionte insieme con il termine del piu, formano il bimedial primo, quelle medesime disgiontamente (cioe cauando la menor dalla maggiore, con il termine del meno) formano la nona linea irrationale detta residuo bimedial primo. Essempi gratia queste due mediali R R 54. & R R 24. dellequali nella seconda del sesto capo fu formato il bimedial primo in questo modo R R 54 piu R R 24. Hor se dalla maggiore ne cauaremo la menore con il termine del meno in questa forma R R 54 men R R 24. tal restante dimostra esser irrationale, & diffinisse esser chiamato residuo bimedial primo.

3 Anchora

3 ANchora il detto Euclide nella 75 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra, che se vna linea sara segata da vn'altra linea, & saranno ambedue mediali communicanti solamente in potentia, & che contengano superficie mediale, la linea restante sara irrationale, & sara detta residuo medial secondo.

Similmente in questo Euclide ne auertisse, che quelle due specie di linee mediali, con lequali congionte con il termine del piu si forma il bimedial secondo, con quelle medesime desgiontamente (cioe cauando la menore dalla maggiore con il termine del meno) si forma il residuo medial secondo. Essempi gratia con queste due mediali R R 6 0, & R R 7 nella terza del sesto capo fu formato il bimedial secondo in questo modo R R 6 0 piu R R 7, hor se dalla maggior di queste tal due linee, & altre simili, ne cauaremo la menore con il termine del men in questo modo R R 6 0 men R R 7, tal restante il detto Euclide dimostra essere irrationale, & diffinisse tal restante esser detto residuo mediale secondo.

La sottoscritta e la decima linea irrationale detta residuo medial secondo. R R 6 0 piu R R 7.

4 ANchora il detto Euclide nella 76 propositione del suo decimo libro speculatiuamente dimostra, che se vna linea sara detratta da vn'altra linea, & saranno ambedue potentialmente incommensurabili, & contineno superficie mediale, & ambidui li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali, la restante linea sara irrationale, & sara chiamata linea menore.

Similmente in questa il detto Euclide ne auertisse, che quelle medesime due specie di linee, con lequali congionte con il termine del piu si forma la linea maggiore, con quelle medesime disgionte (cioe cauando la menor dalla maggiore con il termine del men) si forma la vndecima linea irrationale detta linea menore. Essempi gratia con queste due linee R v. (72 piu R 3 4 5 6) & R v. (72 men R 3 4 5 6) nella quarta del sesto capo fu formata la linea maggiore in questo modo R v. (72 piu R 3 4 5 6) piu R v. (72 men R 3 4 5 6) hor se dalla maggiore di queste due linee ne cauaremo la menore con il termine del men in questo modo R v. (72 piu R 3 4 5 6) men R v. (72 men R 3 4 5 6) tal restante Euclide dimostra esser irrationale, & diffinisse tal restante esser detto linea menore.

La sottoscritta e la vndecima linea irrationale detta linea menore. R v. (72 piu R 3 4 5 6) men R v. (72 men R 3 4 5 6).

5 IL detto Euclide anchor nella 77 propositione del detto suo decimo libro, speculatiuamente dimostra, che se vna linea sara cauata fuora di vn'altra linea, & saranno ambedue potentialmente incommensurabili, & contenenti superficie rationale, & ambidui li quadrati di quelle tolti insieme saranno mediali, la linea, che rimanera sara irrationale, & sara detta la giionta con rationale componente il tutto mediale.

Similmente con questa propositione Euclide ne ammonisse, ouer notifica, come che quelle due specie di linee, con lequali congionte si forma la linea potente in rationale, & mediale, con quelle medesime disgionte si forma la duodecima linea irrationale detta la giionta con rationale componente il tutto mediale. Essempi gratia con queste due linee, ouer quantita R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu 1 $\frac{1}{2}$) & R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men 1 $\frac{1}{2}$) nella quinta del sesto capo fu formata la linea, ouer quantita detta la linea potente in rationale, & mediale in questo modo R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu 1 $\frac{1}{2}$) piu R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men 1 $\frac{1}{2}$) hor se dalla maggior di queste due quantita, ne cauaremo la menore con il termine di meno in questo modo R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu 1 $\frac{1}{2}$) men R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men 1 $\frac{1}{2}$) tal restante Euclide dimostra esser irrationale, & esser detto la giionta con rationale componente il tutto mediale.

La sottoscritta e la duodecima linea irrationale chiamata la giionta con rationale, componente il tutto mediale. R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu 1 $\frac{1}{2}$) men R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men 1 $\frac{1}{2}$)

6 EVclide anchora nella 78 propositione del suo decimo libro speculatiuamente dimostra, che se vna linea sara detratta da vn'altra linea, & saranno ambedue potentialmente incommensurabili, & contenenti superficie mediale, & ambidui li quadrati di quelle tolti insieme saranno mediali incommensurabili al doppio della superficie di vna in l'altra, la linea, che rimanera sara detta irrationale, & sara giionta cō mediale, che fa il tutto mediale.

Similmente con questa propositione Euclide ne notifica qualmente quelle due specie di linee, con lequal si forma (congiongendole insieme) quella linea chiamata la potente in due mediali, con quelle medesime (cauādo la menore dalla maggior) si forma la decimaterza, & vltima linea irrationale da Euclide nominata la giionta con mediale, che fa il tutto mediale. Essempi gratia con queste due linee R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu R 2) & R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men R 2) nella sesta del sesto capo fu formata la linea, ouer quantita detta la potente in due mediali, in questa forma R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu R 2) piu R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men R 2) hor cauando la menore di queste due linee dalla maggiore con il termine del men in questo modo R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu R 2) men R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men R 2) tal restante Euclide dimostra esser detto la linea giionta con mediale, che fa il tutto mediale, & questa tal linea e la vltima delle sue tredici linee irrationali narrate.

La sottoscritta e la decimaterza, & vltima linea irrationale delle 13 di Euclide detta la giionta con mediale, che fa il tutto mediale. R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ piu R 2) men R v. (R 4 $\frac{1}{2}$ men R 2)

Consequentemente a questa sua 78 del suo decimo libro il detto Euclide pone 6 altre propositioni, nellequali geometricamente dimostra, che niuna linea, saluo vna solamente puo esser congionta al residuo, & finalmente ad alcuna delle tre sequenti irrationali, residuali, che siano ambe sotto al termine di quelle, che erano auanti la separatione, lequali sei propositioni le habbiamo intralasciate per non potersi con essempij pratichi verificare, ma solamente con speculatiue demostrationi (come fu detto anchora della sua 72. in fine della nostra decimaquarta del precedente capo.

Delle specie del residuo, & della regola da saper componere, ouer formare ciascuna di dette specie praticalmente con numeri, & radici. Cap. X.

PErche quelli duoi nomi, con liquali (come fu detto sopra la prima del precedente capo) disgiontamente si formano il residuo, ponno variare in tanti modi, quanti fu detto poter variar il binomio.

Per laqual cosa si viene a causare 6 specie del detto residuo, dellequal specie la prima è detta residuo primo, la seconda residuo secondo, la terza residuo terzo, la quarta residuo quarto, la quinta residuo quinto, la sesta, & vltima è detta residuo sesto, lequali 6 specie Euclide sotto breuita ne le distinse, ouer sottoscrisse tre diffinitioni in duoi modi poste.

Diffinitioni di Euclide del primo ordine di residui.

1 POste due linee l'una rationale, & l'altra residuo, & aggionta questa linea a esso residuo secondo il termine di quello, se tutto il composito di tal aggiongimento sara piu potente di quella linea aggionta nel quadrato di vna linea communicante in longhezza a esso tutto. Dapoi il medesimo tutto sara commensurabile in longhezza alla linea posta rationale quel residuo, che era posto, sara detto residuo primo. Ma se sara, che la linea aggionta communiche in longhezza, alla linea posta rationale, sara detto residuo secondo, & se l'una, & l'altra sara incommensurabile in longhezza alla posta rationale, si chiamara residuo terzo.

Perche il residuo se ben ti aricordi di quello fu detto sopra la prima di questo capo, si forma per la distintione di quelle medesime due specie di linee rationali, solamente in potentia communicanti disgionte, con lequali congionte si forma il binomio, cioe nella formatione del residuo si fotra la menor di dette due linee dalla maggiore, & quello che resta si chiama residuo. Et questo residuo se ben ti aricordi di quello fu detto sopra la prima di questo capo, alle volte si forma di numero men vna radice, come saria a dire 4 men R 12. & alle volte di radice men numero, come saria a dir R 18 men 4. & alle volte di radice men radice, come saria a dire R 20 men R 15. & credo che tu debbi saper, che la quantita d'ogni residuo è tanto manco di quello, che significa il suo primo nome, quanto quello, che significa il suo menor nome. Essempi gratia la quantita di 4 men R 12. è tanto manco di 4. quanto significa R 12. Onde per ben intendere il parlar di Euclide, bisogna auertir in questo essempio, & altri simili, che il residuo s'intende 4 men R 12. & la linea rationale secondo il termine di tal residuo s'intende esser R 12. laqual R 12 aggionta al detto residuo di 4 men R 12. tutto tal composito sara a ponto 4. & se questo composito, cioe questo 4. sara piu potente di quella linea aggionta, cioe di quella R 12. nel quadrato di vna linea communicante a esso tutto (cioe a esso 4.) Dapoi se lo medesimo tutto sara commensurabile in longhezza alla linea rationale quel residuo sara residuo primo (perche essendo tal tutto communicante alla posta rationale sara denominato da numero) ma se sara che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale (cioe che sia denominata da numero) sara detto residuo secondo, & se l'una, & l'altra sara incommensurabile in longhezza alla posta rationale (cioe che l'una, & l'altra sia denominata da radice) si chiamara residuo terzo. Con lequali tre diffinitioni ne auertisse, come che il primo residuo si forma di numero men radice, con quella conditione del primo binomio, & il secondo residuo si forma di radice men numero, con la conditione del secondo binomio, & cosi il terzo residuo si forma di radice men radice, con la conditione del terzo binomio, cioe non vi è altra differentia saluo, che li binomij si rappresentano con il termine del piu, & li residui con il termine del men. Essempi gratia sia questo primo binomio 4 piu R 12. Volendo mo formar, ouer rappresentar vn primo residuo di quelli medesimi nomi si rappresentara in questa forma 4 men R 12. et cosi delli medesimi nomi di questo secondo binomio R 18 piu 4. volendone formare vn secondo residuo si formara in questo modo R 18 men 4. Similmente diremo di questo terzo binomio R 20 piu R 15. volendo delli medesimi nomi formar vn terzo residuo si notara in questo modo R 20 men R 15. il medesimo si debbe intendere in altre maggior, ouer menor quantita, & cosi per il secondo ordine di residui sottogionge quest'altre diffinitioni.

binomio primo
4 piu R 12
residuo primo
4 men R 12

binomio secondo
R 18 piu 4
residuo secondo
R 18 men 4

binomio terzo
R 20 piu R 15
residuo terzo
R 20 men R 15

Diffinitioni

Diffinitioni di Euclide del secondo ordine di residui, lequali si debbono intendere congionte successiuamente alle precedenti.

SE tutta la linea, sara piu potente della linea aggionta nel quadrato di vna linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tutta e communicante in longhezza alla linea posta rationale, si chiamara residuo quarto, & se sara, che la linea aggionta communicante in longhezza alla linea posta rationale si chiamara residuo quinto, ma se l'una, & l'altra sara incommensurabile alla linea posta rationale si adimandara residuo sesto.

Similmente in queste altre diffinitioni (per quello, che hauemo detto sopra alle precedenti) puoi comprendere, come che il quarto, quinto, & sesto residuo si formano alla similitudine del quarto, quinto, & sesto binomio, & per non esserui alla loro intelligentia altra difficulta, ci ho si esemplificato in margine le dette tre specie di binomij, & residui da i medesimi nomi formati, accio meglio vedi la loro differentia. Et nota che nella pratica di numeri, quando che vn binomio, & vn residuo sono formati di medesimi nomi (si come questi posti in margine) l'uno si dice esser dell'altro, si come marito, & moglie, cioe il residuo di questo binomio 4 piu R 7. si intende, & debbe intendere esser 4 men R 7. & per il contrario il binomio di questo residuo 4 men R 7. s'intende esser 4 piu R 7. si che dato vn binomio, & volendo il suo residuo, basta in luogo del termine piu ponerui il termine del men, & e conuerso.

quarto binomio
10 piu R 72

quarto residuo
10 men R 72

quinto binomio
R 24 piu 4

quinto residuo
R 24 men 4

sesto binomio
R 15 piu R 5

sesto residuo
R 15 men R 5

Come si formano le sei specie di residui.

LE sei specie di residui si formano (come di sopra e stato detto) con quelle medesime linee, ouero quantita con che si formano le sei specie di binomij relatiuamente, & non vi occorre altra differentia saluo, che dapoi, che si ha trouate quelle due linee, ouer quantita secondo, che a tal specie di binomio, ouer residuo si ricerca (per le regole date sopra alla formation di binomij) volendo di quelle formar il binomio, si summano, ouer congiongano insieme con il termine del piu (come al luogo suo fu detto) & volendo di quelle formare il suo residuo si sottrano, cioe si cauara la menor quantita della maggiore con il termine del men, & il restante sara il detto suo residuo, e pero mi par cosa superflua a voler replicar in ciascuna specie di residuo le medesime regole date sopra a ciascuna specie di binomio, per trouar le dette due linee, ouer quantita da formar quello, e pero in tal formatione di residui ricorrerai alle formationi delli binomij, et hauerai l'intento a specie per specie, che il medesimo si osserua in Euclide nella 85. 86. 87. 88. 89. & 90 del suo decimo libro.

Come che le antedette sei linee irrationali discomposite sono radice delle sei specie di residui superficialmente compresi, & come si cauano le dette radici, & i lor conuersi. Cap. XI.

IN questo xi capo sotto breuita conuamente, & in praticalmente si approua, ouero essemplifica, come che le antedette 6 linee irrationali discomposite, ouer residuali, cioe il residuo medial primo, il residuo medial secondo, la linea menore, la gionta con rationale componente il tutto mediale, & la gionta con mediale, che fa il tutto mediale, sono radici delle superficie comprese sotto delle antedette 6 specie di residui, & da vna linea rationale, mostrando anchora la regola praticale per cauar le dette radici, & i lor conuersi, il qual conuersio vien a esser la proua praticale delle dette estrattioni di radici residuali.

EVclide nella 91 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se vna superficie sara contenuta da vna linea rationale, & da vn residuo primo, il lato tetragonico di quella e necessario esser residuo.

La qual propositione insieme con le altre 5 che seguitano (come fu detto anchor sopra la prima del ottauo capo) Fra Luca dal borgo afferma queste 6 vltime linee rationali esser radice delle 6 specie di residui. La qual sua conclusione anchor che in quanto alla pratica possi stare, nondimeno appresso di huomini scientifici nelle discipline mathematice darano ad esser vna cosa absorda a dire (come fu anchor detto sopra la detta prima del ottauo capo) che vna linea sia radice di vn'altra linea, & questa e la causa, che Euclide conclude la sua propositione sotto tal forma, anchor che la sostantia in pratica ritorni quasi il medesimo, ma parlando dottamente, dice che se sara vna superficie contenuta da vna linea rationale, & da vn residuo primo, che il lato tetragonico di quella (cioe la radice di quella superficie) e necessario esser residuo. Et perche a multiplicare non solamente il residuo primo per vna quantita rationale in longhezza, ma ogni altra specie di residuo, egli e necessario, che il produtto, cioe la superficie compresa sotto di tal multiplicatione esser residuo superficiale secondo quella medesima specie di quel residuo multiplicato. Essempi gratia se questo residuo primo 4 men R 7 fara datto, ouero multiplicato per vna linea longa, poniamo piedi 2. fara di superficie 8 men R 28. laqual superficie fara per residuo primo, vero e che sara superficiale, & non lineale, e pero in tal caso veramente si puo dire, il suo tetragonico di tal residuo primo, ouer di tal superficie (cioe la radice di quella, ouer di quello) necessariamente esser vna delle 6 specie di residui, come che di sotto praticalmente si fara manifesto. Ma se la detta linea rationale sara longa solamente piedi 1. & quella datta sia il detto residuo primo di 4 men R 7, la superficie di tal produtto sara pur 4 men R 7. & cosi anchora in tal caso veramente parlando si puo dir la radice del detto residuo primo di 4 men R 7. esser necessariamente vno de 6 residui, & cosi veniremo ad hauer accordato la propositione di Euclide, con quello, che da fra Luca, & da altri in pratica si costuma di dire, cioe che le 6 linee irrationali residuali esser radice delle 6 specie di residui, & questa narratione, mi e parso di far sopra di questa prima di questo capo, non tanto per la sola, ma per quelle, che seguitano, nellequali per abreuiar le parole, spesse volte viaremo di parlare, come che nella pratica si costuma, per non confondere li puri pratici con quelle sottilita speculatiue vsate da Euclide. Hor per tornar al nostro primo proposito, cioe a verificare con essempi numerali, & radicali la detta propositione di Euclide, cioe che la radice di vn residuo primo superficiale necessariamente esser vno di sei residui lineali. Et per veder praticalmente, se ogni cosi sta a sopra posito residuo primo 8 men R 28. cauino la radice per quella medesima regola data per cauar la radice di ogni specie di binomio sopra la prima del quarto capo, mutando solamente nella conditione il termine del piu nel termine del men, cioe fa in medesimo il numero del suo maggior nome (cioe di quel 8) due tal parti, che il dutto di vna nell'altra faccia la quarta parte del quadrato del suo menor nome, il qual quadrato in questo caso saria 28. & la quarta parte saria 7. farai adunque di 8 due tai parti, che il dutto di vna nell'altra faccia 7. onde operando secondo la regola data nel quarto capo, trouerai la maggior parte esser 7. & la menor 1. & la radice di vna, & l'altra di dette due parti disgiunte con il termine del men sara la radice del detto residuo primo, & perche la radice della maggior parte, cioe di quel 7 fara R 7 & quella della menor, cioe di quel 1 fara 1. qual 1 tratto da R 7. restara R 7 men 1 per la ricercata radice di quel 8 men R 28. & perche tal R 7 men 1 e vn quinto residuo, seguita il proposito, cioe che la radice di questo primo residuo e vno di 6 residui, il medesimo si trouera in ogni altro residuo primo, cioe sempre si trouera la sua radice esser vn primo residuo, ouer vn secondo, ouer vn terzo, ouer vn quarto, ouer vn quinto, ouer vn sesto residuo, che longo saria a volere in ciascuna specie darti particolar essempio. Ma per a tua maggior instrutione in margine ti pongo la radice cauata delli residui di quelli duoi binomii primi posti nel essempio della prima del quarto capo, acioche tu comprenda, che dalla operatione delli binomii, & quella di residui non vi e alcun'altra differentia, eccetto che la mutatione del termine del piu nel termine del men, cioe nella prima del quarto capo fu concluso la radice di questo binomio primo 28 piu R 768. esser 4 piu R 12. laqual radice saria pur binomio primo, & cosi in questo luogo la radice di questo suo primo residuo 28 men R 768. si trouera esser 4 men R 12. che saria pur residuo primo. Similmente nel detta prima del detto quarto capo, fu trouata la radice di quell'altro primo binomio 24 piu R 112. esser R 18 piu 4. che saria vn binomio secondo. Et in questo luogo la radice di questo suo primo residuo 24 men R 112. si trouara esser R 18 men 4. che saria per residuo secondo, & cosi si trouera seguir in tutti gli altri simili.

residuo primo
la R di 8 men R 28
fara R 7 men 1
residuo quinto

residuo primo
la R di 28 mē R 768
fara 4 men R 12
residuo primo

residuo primo
la R di 24 men R 112
fara R 18 men 4
residuo secondo

residuo secondo
la R di R 18 men 4
fara R R 28 men R R 2
residuo medial primo

Questa cosi longa narratione mi e parso di fare in questa prima di questo capo, per poter vsar tanto piu breuita in quelle altre cinque propositioni, che hanno da seguire. Et nota che la proua di questa operatione, & di quelle altre cinque seguenti si hauera nelli suoi conuersi.

Similmente Euclide nella 73 propositione del suo decimo libro conclude, che se vna superficie sara contenuta da vna linea rationale, & dal secondo residuo, la linea potente in quella medesima superficie sara residuo medial primo.

Questa propositione (per le ragioni assignate sopra la precedente) non vuol inferir altro sinon, che la radice di vn secondo residuo superficiale, esser vn residuo medial primo, onde per abreuiar le parole, per essempio pigliaremo il residuo di quel binomio secondo, che fu posto per essempio sopra la seconda del ottauo capo, che fu R 18 piu 4. la radice delquale in quel luogo fu trouata esser R R 8 piu R R 2. che saria vn bimedial primo. Et per tanto pigliando il residuo di quel tal binomio, che saria R 18 men 4. & cauando la sua radice per la medesima regola, si trouara tal sua radice esser R R 8 men R R 2. che saria vn residuo medial primo, come dice Euclide,

tal che

tal che si vede, che non vi occorre altro nella conclusione di quello, che fece in quella del binomio, eccetto che in luogo del termine del piu vi accade il termine del meno, tal che si porria quasi vietare di essemplificare le altre quattro, che seguita, pur per non rompere questo ordine le essemplificaremo per sorte breuita, con le conditioni date nella terza, quarta, quinta, & sesta del detto ottauo capo sopra li binomij.

3 EVclide anchora nella 93 propositione specolatiuamente dimostra, che se una superficie sara contenuta da una linea rationale, & dal terzo residuo, la linea potente sopra di quella sara residuo medial secondo.

Si che in questa conchiude in sostanza (per le ragioni dette sopra la prima di questo capo) che la radice di un terzo residuo superficiale sara un residuo medial secondo, per essempio di questa pigliando il residuo di quel terzo binomio ℞ 112 piu ℞ 84 tolto nella terza del ottauo capo, la radice del quale fu trouata esser ℞ ℞ 63 piu ℞ ℞ 7, il qual suo residuo sara ℞ 112 men ℞ 84. onde cauando la sua radice (per le medesime regole date del binomio) si trouara tal radice esser ℞ ℞ 63 men ℞ ℞ 7. che saria un residuo medial secondo, come si propone, il medesimo trouarai nelle altre simili.

residuo terzo
la ℞ di ℞ 112 men ℞ 84
sara ℞ ℞ 63 men ℞ ℞ 7
residuo medial secondo

4 SImilmente il detto Euclide nella 94 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra, che se una superficie sara contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella sara la linea menore.

Anchora questa sostantialmente (per le ragioni adutte sopra la prima di questo capo) non vuol inferir altro saluo, che la radice di un quarto residuo superficiale esser una linea menore, & se per essemplificare tal propositione, pigliarai di quel binomio quarto, posto nella quarta del detto ottauo capo, il qual suo residuo sara 4 men ℞ 10. & di questo cauandone la radice secondo la regola piu volte detta trouarai, che sara ℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{1}{2}$) men ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{1}{2}$), laqual è una linea menore, come si propone, il medesimo trouarai nelle altre simili.

residuo quarto
la ℞ di 4 men ℞ 10
sara ℞ v. (2 piu ℞ 1 $\frac{1}{2}$)
men ℞ v. (2 men ℞ 1 $\frac{1}{2}$)
linea menore

5 EVclide anchora nella 95 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se una superficie sara contenuta da una linea rationale, & da un quinto residuo, lo lato tetragonico di quella sara la gionta con rationale componente mediale.

In questa medesimamente in sostanza (per le ragioni adutte sopra la prima di questo capo) conchiude che la radice di un quinto residuo superficiale è una linea detta la gionta con rationale componente mediale. Et per essemplificar tal propositione pigliaremo il residuo di quel quinto binomio, adutto sopra la quinta del ottauo capo, il qual suo residuo sara ℞ 20 men 4. & di questo cauandone la radice per quella medesima regola in tal luogo vsata, & trouarai tal radice esser quella medesima di quel binomio, eccettuando, che il termine del piu (componente quelle due radici vniuersali) si tramuta nel termine del meno, cioe tal radice in questo luogo sara ℞ v. (℞ 5 piu 2) men ℞ v. (℞ 5 men 2) laqual radice, come tu vedi è una gionta con rationale componente mediale, come si propone, il medesimo trouarai la detta radice di ogni altro residuo quinto. Ma io vi pongo cosi li residui adutti nel ottauo capo, acioche tu veda sensibilmente, che da una operatione a l'altra non vi è differentia, eccetto che nella conclusione, nellaquale solamente vi si tramuta il termine del piu, nel termine del meno, come piu volte ti ho detto.

residuo quinto
la ℞ di ℞ 20 men 4
sara ℞ v. (℞ 5 piu 2) men
℞ v. (℞ 5 men 2)
la linea giõta cõ rationale
componente mediale

6 SImilmente il detto Euclide nella 96 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra se una superficie sara contenuta da una linea rationale, & da un sesto residuo, lo lato tetragonico, che puo sopra di quella, si approua esser la linea, che gionta con mediale, cõstituisse il tutto mediale.

Anchora in sostanza questa tal propositione (per le ragioni dette nella prima di questo capo) nõ vuol inferir altro, saluo che la radice di ogni sesto residuo superficiale esser quella linea irrationale detta la gionta con mediale, cõstituisse il tutto mediale, & per essemplificarla, pigliaremo pur il residuo di quel sesto binomio, adutto sopra la sesta del ottauo capo, il qual residuo sara ℞ 15 men ℞ 8. & di questo cauandone la radice secondo la regola data sopra la detta sesta del ottauo capo, trouarai quella esser ℞ v. (℞ 5 piu ℞ 3) men ℞ v. (℞ 5 men ℞ 3) la è la gionta con mediale cõstituisse il tutto mediale, come si propone, il medesimo trouarai seguir in ogni altro residuo sesto.

residuo sesto
la ℞ di ℞ 15 men ℞ 8
sara ℞ v. (℞ 5 piu ℞ 3)
mẽ ℞ v. (℞ 5 mẽ ℞ 3)
la linea, che giõta con
mediale cõstituisse il
tutto mediale.

Le seguenti sei propositioni sono in sostanza li conversi
delle sei precedenti ordinatamente assettate.

7 EVclide nella 97 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra, che se a una linea rationale sara applicata una superficie eguale al quadrato di un residuo, l'altro lato è necessario esser un residuo primo.

residuo quinto
a multiplicar ℞ 7 men 1
fia — ℞ 7 men 1

fa 8 men ℞ 28
che è residuo primo

residuo primo
a multiplicar 4 men ℞ 12
fia — 4 men ℞ 12

fa 28 men ℞ 768
che è residuo primo

residuo secondo
a multiplicar ℞ 18 men 4
fia — ℞ 18 men 4

fa 34 men ℞ 1152
che è residuo primo

residuo terzo
a multiplicar ℞ 20 m ℞ 15
fia — ℞ 20 m ℞ 15

fa 35 men ℞ 1200
che è residuo primo

residuo quarto
a multiplicar 3 men ℞ 6
fia — 3 men ℞ 6

fa 15 men ℞ 216
che è residuo primo

residuo quinto
a multiplicar ℞ 6 men 2
fia — 10 men ℞ 96

fa ℞ 6 men 2
che è residuo primo

residuo sesto
a multiplicar ℞ 10 men ℞ 7
fia — ℞ 10 men ℞ 7

fa 17 men ℞ 280
che è residuo primo

Questa propositione non è altro, che il conuerso della prima di questo capo, perche in sostanza non vuol inferir altro saluo, che a quadrar qual si voglia di 6 residui, tal quadrato sara vn residuo primo superficiale, ma perche appresso di lui ogni residuo è inteso per vna linea, & non per superficie, onde per ridurre tal residual superficie in linea, vuol che tal superficie sia applicata, cioe soprapposta a vna linea rationale, laqual applicatione, ouer soprapositione si fa (come fu detto sopra la settima del ottauo capo) partendo la quantita di tal residual superficie, per la quantita di tal linea rationale, & cosi lo auenimento di tal partimento sara linea, & tal linea sara pur residuo di tal qualita, qual era la superficie partita, perche a partire qual si voglia residuo per vna quantita rationale in longhezza, lo auenimento sara pur vn residuo di quella medesima specie, che era il residuo partito (come per te medesimo con la isperientia te ne puoi certificare) & se per caso la quantita di tal linea rationale sara denominata solamente dalla vnita (cioe che quella sia longa solamente vna sola misura, come saria vn piede) lo auenimento non solamente sara vn residuo di quella medesima specie, che era quella residual superficie partita, ma sara quel medesimo residuo, cioe denominato da quelli medesimi nomi, vero è che vi sara questa differentia, che quel residuo, che da tal partimento ne venira, sara realmente lineale, & quello che sara stato partito sara superficiale. Et accioche meglio m'intendi io voglio addure il conuerso della prima di questo capo per essempio, ilqual essempio venira a far duoi effetti, cioe seruira per essempio di questa, & anchora venira a far la proua pratticale di quella tal operatione, laqual se ben ti aricordi fu trouato, che la radice di questo residuo primo 8 m ℞ 28 esser ℞ 7 m 1 laqual ℞ è vn residuo quinto, & per far la proua pratticale di tal operatione bisognaua quadrar la detta ℞, cioe il detto residuo quinto di ℞ 7 men 1. & se tal quadrato sara precisamente il detto primo residuo di 8 men ℞ 28. tal nostra operatione sara stata buona, ma facendo altramente saria stata falsa. Ma perche a quadrar il detto ℞ 7 men 1 (procedendo secondo le regole date nel quinto libro si trouara, che fara medesimamente 8 men ℞ 28. e pero in quanto a quella operatione, tal operatione è buona. Et oltra di questo si vede pratticalmente, che a quadrare tal residuo quinto fa residuo primo, come afferma la sopradetta propositione (in sostanza) vero è che si potria dir tal residuo quinto esser superficiale, & nõ lineale, come vuol Euclide, ma per volerlo ridurre in lineale senza variar li suoi duoi nomi, partirai tal superficie residuale di 8 men ℞ 28. per la quantita di vna linea rationale longa vna sol misura (come saria a dir longa piedi 1) & trouarai, che di tal partimento ne venira pur 8 men ℞ 28. che sara poi realmente vn residuo primo lineale, come vuol Euclide. E pero vien a esser accordato quello, che dice fra Luca, & altri prattici, che a quadrare qual si voglia delle 6 specie di residui fara residuo primo. Ma per non star in vn solo essempio, & massime che anchora sopra la detta prima di questo capo, su adiamo duoi altri essempij, oltra il sopra notato, cioe fu trouato anchora (se ben ti aricordi) che la radice di questo primo residuo, cioe di 28 men ℞ 768 esser 4 men ℞ 12. che saria pur vn altro residuo primo, & per far la proua pratticale, quadrala detta radice, cioe il detto 4 men ℞ 12. & che facendo trouarai, che fara il medesimo 28 men ℞ 768. che è residuo primo, e pero sta bene, non solamente in quanto alla proua di quella, ma anchora per verificatione della sopradetta propositione, cioe che a quadrar vn residuo secondo, fa pur residuo primo, & il medesimo si trouara seguir in tutte le altre specie, che per non abondar in parole, se da te medesimo multiplicarai in se ℞ 20 men ℞ 15 (che è vn residuo terzo) trouarai, che fara 35 men ℞ 1200 che è pur residuo primo. Similmente se quadrarai questo residuo quarto 3 men ℞ 6 trouarai, che fara 15 men ℞ 216. che è pur residuo primo. Et cosi anchora se quadrarai questo residuo quinto ℞ 6 men 2. trouarai, che fara 10 men ℞ 96. che è pur residuo primo. Finalmente se quadrarai questo residuo sesto ℞ 10 men ℞ 7 trouarai, che fara 17 men ℞ 280. che è pur residuo primo, & cosi hai visto pratticalmente il mirabil ordine, che osseruano queste quantita irrationali fra loro, & meglio lo vederai nelle altre cinque sequenti propositioni.

ANchora Euclide nella 91 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra, quando che a vna linea rationale sara aggionta vna superficie equale al quadrato del residuo medial primo, l'altro lato di quella sara vn residuo secondo.

Similmente questa propositione non è altro in sostanza, che il conuerso della seconda di questo capo, cioe nella detta seconda pratticalmente si dimostra con essempi, che la radice del secondo residuo superficiale essere il residuo medial secondo, & in questa si approua il conuerso, cioe che il quadrato del residuo medial primo sara vn residuo superficial secondo, qual partendolo poi per la quantita di vna linea rationale (come dice Euclide) per porlo sopra quella, lo auenimento sara vn secõdo residuo lineale, et se tal linea rational sara denominata dalla vnita, il detto auenimento sara vn secõdo residuo lineale denominato da quelli medesimi nomi di qual superficiale,

e pero

e pero per tal causa (per abreuiar le parole) potremo ragioneuolmente dire, che il quadrato di ogni residuo medial primo esser vn secondo residuo, & per essemplificar questa teremo questo residuo medial primo R R 8 men R R 2 & lo quadraremo secondo l'ordine piu volte detto, & trouaremo, che ne venera R 18 men 4 che è vn residuo secondo, come si propone, il medesimo si trouara seguir in tutte le altre simili. Et nota che questa operatione si viene a far la proua pratical della detta seconda di questo capo.

residuo medial primo	
a multiplicar	R R 8 men R R 2
fia	R R 8 men R R 2
fa	R 18 men 4
che è residuo secondo	

9 Simelmente il detto Euclide nella 93 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, se a vna linea rationale sara applicata vna superficie eguale al quadrato del residuo medial secondo, lo secondo lato di quella conuien esser residuo terzo.

La qual propositione (per le ragioni dette nelle due precedenti) non vuol inferir altro, che il conuerso della terza di questo capo, cioe che il quadrato del residuo medial secondo è necessario esser vn residuo terzo, & per essemplificare tal propositione sia questo residuo medial secondo R R 6 men R R 2 quadralo secondo le regole date, & trouarai, che quadrato sara R 2 1 2 men R 2 4 che è vn residuo terzo, come si propone, il medesimo trouarai seguire in tutti gli altri simili. Et nota che questa operatione si viene ad hauer fatto anchora la proua pratical alla detta terza di questo capo.

residuo medial secondo	
a multiplicar	R R 6 men R R 2
fia	R R 6 men R R 2
fa	R 12 men R 24
che è vn residuo terzo	

10 Anchora il detto Euclide nella 100 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra quando, che a vna linea rationale sara aggionta vna superficie eguale al quadrato di vna linea menore, lo secondo lato di quella sara vn residuo quarto.

Similmente questa propositione (per le ragioni dette nella settima, & ottaua) in sostanza non vuoi inferir altro saluo, che il conuerso della quarta di questo capo, cioe che il quadrato della linea menore sara vn residuo quarto superficiale. Essempi gratia sia questa linea menore R v. (2 piu R 2 $\frac{2}{3}$) men R v. (2 men R 2 $\frac{2}{3}$) dico che il quadrato di questa tal linea, & altre simili, sara vn quarto residuo superficiale. Et per vedere materialmente s'egli è così, quadra la detta linea menore secondo la regola data circa il quadrar la linea maggiore sopra la decima del ottauo capo, cioe quadra l'una, & l'altra di queste due radici vniuersali, & trouarai che il quadrato della maggiore (cioe della prima) il qual sara 2 piu R 2 $\frac{2}{3}$, & questo salua da banda, poi quadra la menore, cioe quella men R v. (2 men R 2 $\frac{2}{3}$) & trouarai, che sara p 2 men R 2 $\frac{2}{3}$, perche men fia men fa piu, hor aggiongi questo quadrato, con l'altro, che salualti, trouarai che in summa sara precisamente 4. fatto questo multiplica l'una parte fia l'altra, cioe R v. (2 piu R 2 $\frac{2}{3}$) fia men R v. (2 men R 2 $\frac{2}{3}$) onde procedendo per le regole date nel terzo capo, trouarai che farano men R 1 $\frac{1}{3}$ (perche men fia piu fa men) duplica la detta men R 1 $\frac{1}{3}$, cioe multiplicala per 4. & trouarai che sara men R 20. qual posta appresso alla summa di detti quadrati, cioe a quel 4. trouarai, che sara 4 men R 20. per il quadrato della detta linea menore, il qual 4 men R 20 è vn residuo quarto, come si propone, il medesimo trouarai seguire nel quadrato di tutte le altre simili. Et nota, che questa quadratione ti vien a seruire per proua pratical di quella operatione della detta quarta di questo capo.

linea menore	
a multiplicar	R v. (2 piu R 2 $\frac{2}{3}$) men R v. (2 men R 2 $\frac{2}{3}$)
fia	R v. (2 piu R 2 $\frac{2}{3}$) men R v. (2 men R 2 $\frac{2}{3}$)
fa	4 men R 20
che è residuo quarto	

11 Simelmente Euclide nella 101 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra se a vna linea rationale sia aggionta vna superficie eguale al quadrato di vna linea con rationale cositamente mediale, lo lato secondo di quella sara residuo quinto.

Anchora questa propositione (per le ragioni dette nella settima, & ottaua) in sostanza non vuol dir altro salvo, che il conuerso della quinta di questo capo, cioe che il quadrato di vna linea con rationale cositamente mediale, sempre sara vn residuo quinto superficiale. Essempi gratia sia questa linea con rationale cositamente mediale R v. (R 5 p 1) men R v. (R 5 men 1) hor dico che il quadrato di questa linea, & altre simili, sempre sara vn residuo quinto superficiale, & per veder materialmente se così è quadra la detta linea R v. (R 5 piu 1) men R v. (R 5 men 1) onde procedendo secondo la regola data sopra la 11 del ottauo capo, cioe quadra l'una, & l'altra di quelle due R v. & trouarai, che il quadrato della prima sara

linea con rationale cositamente mediale	
a multiplicar	R v. (R 5 piu 1) men R v. (R 5 men 1)
fia	R v. (R 5 piu 1) men R v. (R 5 men 1)
fa	R 20 men 4
che è residuo quinto	

℞ 5 piu 1. & quello della seconda fara piu ℞ 5 men 1. & tali duoi quadrati gionti insieme faranno a ponto ℞ 20. poi multiplica l'una fia l'altra secondo la regola data nel terzo capo, trouarai che fara men 2. duplicalo fara men 4. qual posto appresso a quella ℞ 20 fara ℞ 20 men 4. & tanto fara il quadrato di detta linea con rationale cofficiente mediale, & perche il detto ℞ 20 men 4. e vn residuo quinto, seguita il proposito, il medesimo si trouara seguir nel quadrato di ogni altra simile. Et nota che questa operatione vien a esser anchora la proua praticale della quinta di questo capo.

12 EVclide anchora nella 102 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra. Se a vna linea rationale sia aggionto vna superficie equale al quadrato della linea con mediale componente mediale, l'altro lato di quella sara residuo sesto.

Similmente in questa propositione (per le ragioni adutte sopra la settima, & ottaua di questo capo) non vuol inferir altro in sostanza, che il conuerso della sesta di questo capo, cioe che il quadrato della linea, che gionta con mediale costituisse il tutto mediale, sara vn sesto residuo superficiale. Essempi gratia sia questa linea, che gionta con mediale costituisse il tutto mediale ℞ v. (℞ 5 piu ℞ 3) men ℞ v. (℞ 5 men ℞ 3) hor replico, che il quadrato di questa linea, & di altre simili, sempre sara vn residuo sesto, & per verificarli numeralmente se egli e cosi, quadra questa tal linea secondo la regola piu volte detta, cioe quadra l'una, & l'altra di quelle due ℞ v. & trouarai, che il quadrato della prima fara ℞ 5 piu ℞ 3. & il quadrato della seconda fara ℞ 5 men ℞ 3. qual gionto con l'altro fara precisamente ℞ 20, poi multiplica l'una fia l'altra di dette due radici vniuersali, onde procedendo per le regole piu volte dette (hauendo rispetto, che l'una e piu, & l'altra men) & trouarai, che faranno men ℞ 2. Duplicala, multiplicandola per 4 fara men ℞ 8 laqual posta appresso a ℞ 20 fara ℞ 20 men ℞ 8. & tanto fara il quadrato di detta linea, che gionta con mediale costituisse il tutto mediale, il qual quadrato se ben guardi trouarai esser vn residuo sesto, come si propone, il medesimo trouarai esser il quadrato di ogni altro simile. Auertendoti che questa operatione vien a esser anchora la proua della detta sesta di questo capo.

la gionta con mediale costituisse il tutto mediale
a multiplicar ℞ v.(℞ 5 piu ℞ 3) men ℞ v.(℞ 5 men ℞ 3)
fia — ℞ v.(℞ 5 piu ℞ 3) men ℞ v.(℞ 5 men ℞ 3)

fa — ℞ 20 men ℞ 8
che e residuo sesto

Conseguentemente a questa il detto Euclide geometricamente dimostra in cinque propositioni, che qualunque linea commensurabile in longhezza a qual si voglia delle sopra narrate sei vltime linee irrationali, esser necessario, che quella tale sia vna linea di quella medesima specie in termine, & in ordine, lequali 5 propositioni le habbiamo intralassate per abreuiar la scrittura, & per non esser molto necessarie alla pratica, ma solamente per dimostrar speculatiuamente altre propositioni, che seguitano, & tanto piu, che facilmente da se medesimo se ne puo con la esperientia euidentemente chiarire, cioe che ogni linea communicante in longhezza a qual si voglio specie di residuo e necessario esser residuo, & di quella medesima specie, & cosi si trouara nelli duoi residui mediali, cioe primo, & secondo, & nella linea menore, & nelle altre due, che seguitano, & per chiarirti numeralmente, cioe con la esperienza, multiplica qual ti pare delle dette sei linee irrationali, per vna quantita rationale in longhezza, tu trouarai, che il produtto sara pur vna quantita irrationale di quella medesima specie, che sara la multiplicata. Essempi gratia se multiplicarai questo residuo primo 4 men ℞ 7, ponniamo per 3. fara 12 men ℞ 63. & questo tal produtto vien a esser commensurabile in longhezza con il detto residuo primo di 4 men ℞ 7 perche il contien quello 3 volte, hor dico che il detto 12 men ℞ 63, egli e necessario esser residuo, & di quella medesima specie di quel 4 men ℞ 7. cioe e necessario esser residuo primo, che se ben lo essaminarai, trouarai cosi essere, & questo che e detto, & fatto di questo residuo si trouara seguir in tutte le altre sequenti linee irrationali dette di sopra, & non solamente trouarai riuscire con il multiplicarle per vna quantita denominata da numero sano, ouer rotto, ouer sano, & rotto, ma anchora partendo quella per vna tal quantita rationale, come fu anchor detto in fine della duodecima del ottauo capo delli binomii, & delle altre cinque linee irrationali seguitanti quello.

13 IL detto Euclide anchora nella 103 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, se da vna superficie rationale sara tagliata vna superficie mediale, la linea potente nella superficie restante, sara vna delle due linee irrationali, ouer vn residuo, ouer la linea menore.

Questa tal propositione, & le due sequenti, a me non era necessario a dichiarirle altramente, perche per le dichiarationi fatte sopra le estrattioni delle ℞ di residui (da noi detti residui superficiali) vengono a esser manifeste praticalmente, perche se da vna superficie rationale (cioe denominata da alcun numero) ne sara tagliata, ouer sottratta con il termine del piu vna superficie mediale (cioe denominata da vna radice sorda) senza dubbio il restante sara vn residuo superficiale, denominato da numero men radice, onde tal residuo sara necessariamente simile al residuo primo, ouer al quarto. Se per sorte sara simile al primo (per le ragioni, & essempi adutti sopra la prima del presente capo) la radice di quello necessariamente sara vn residuo. Et se per caso tal restante sara simile al residuo quarto (per la quarta di questo capo) la sua radice sara la linea menore, & questo e quello, che in sostantia vuol inferire questa propositione.

14 Anchora il detto Euclide nella 109 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra. Se da vna superficie mediale sara detratta vna superficie rationale, la linea potente nella superficie restante sara l'una delle due linee irrationali, ouero il residuo medial primo, ouer la linea con rationale componente mediale.

Anchora questa, che ben la considera praticalmente il trouara, che a cauar da vna superficie mediale (cioe denominata da vna radice sorda) vna superficie rationale (cioe denominata da vn numero) con il termine del meno, senza dubbio alcuno la restante superficie sara vn residuo superficiale denominato da radice men numero, e pero egli e necessario, che sia simile al secondo, ouero al quinto residuo. Se per sorte sara simile al secondo residuo (per le ragioni, & essempi narrati sopra la seconda di questo capo) la sua radice sara il residuo medial primo, & se per sorte sara simile al quinto residuo (per le ragioni, & essempi adutti sopra la quinta di questo capo) la sua radice necessariamente sara la linea giont a con rationale componente mediale, & questo e quello, che in sostanza vuol inferire la presente propositione.

15 Anchora Euclide nella 110 propositione del suo decimo libro, geometricamente dimostra, Se vna superficie mediale sara detratta da vna superficie mediale, & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente nella detta restante, sara o l'una, o l'altra delle due irrationali, cioe ouero il residuo medial secondo, ouero la con mediale componente mediale.

Similmente egli e manifesto, che a sottrare vna superficie mediale (qual e denominata da radice sorda) da vn'altra superficie mediale a lei incommensurabile, la superficie restante sara vn residuo superficiale denominato da radice men radice, e pero tal residuo superficiale e necessario, che sia simile al terzo, ouero al sesto residuo, se per sorte adunque tal superficie restante sara vn residuo terzo superficiale (per la terza di questo capo) la R di quello egli e necessario esser vn residuo medial secondo. Et se per sorte sara vn residuo sesto (per la sesta di questo capo) tal sua radice necessariamente sara la linea, che gionta co mediale constituisse il tutto mediale, & questo e quello, che in sostanza vuol inferire la presente propositione. Ma perche il pratico non ha espresso a queste scientifice sottilita di parlare, cioe ogni binomio quadro, o sia lineale, ouer superficiale, da lui e messo per binomio quadro, & questo medesimo s'intende del residuo quadro, e pero non e da marauegliarsi se nel nostro processo praticale, per non confonder li pratici con tal sottilita il medesimo costumaremo.

Consequentemente a questa 110 propositione in due altre propositioni il detto Euclide geometricamente dimostra, che delle linee irrationali, lequali sono il residuo, & quelle che seguitano dopoi quella, esser impossibile alcuna star sotto a l'altra in termine, & in ordine, & anchora il termine, ouer ordine del binomio non e possibile conuenire al residuo, & al contrario la linea, che si dice residuo, ouero alcuna delle irrationali, che sono dopoi quella non puo stare sotto al termine del binomio, ouer sotto al termine, & ordine di alcuna delle altre linee irrationali, che seguitano dietro al binomio. Et oltra di questo dimostra, che l'ordine delle linee irrationali e possibile esser produtto in infinito, & non e possibile alcuna di quelle conuenire in termine, & in ordine con quella, che precedera, lequal due propositioni le habbiamo inter lassiate per piu cause, l'una e, che solamente con speculatiue dimostrationi si possono verificare, & massime le due prime parti (come fu anchor dechiarito della sua 72 propositione in fine della nostra decimaquarta del ottauo capo delle linee binomiale, & delle altre cinque irrationali) cioe che di tai propositioni, con essempi naturali, ouer pratica li, ouero a rasoni il puro pratico non si puo verificare, che cosi sia, ne manco che cosi non sia, ma vi resta ambiguo, come di sotto con vna dimanda da me fatta a vn gran pratico, mi pruoua di sententia, ti faro manifesto, ma prima ti voglio narrar il sugetto delle dette due propositioni. Dico adunque che le dette due propositioni (in sostantia) non vogliono inferire altro saluo, ch'egli e impossibile alcuna di quelle 12 linee irrationali, dellequali fino a questo luogo e stato trattato, potersi aguagliare a vna delle altre, cioe esser impossibile di poter trouare vn residuo, che sia eguale, ponemo a vna data linea menore, ouer trouare vn residuo, che sia eguale a vn dato binomio, & al contrario trouar vn binomio, che sia eguale a vn dato residuo, ouero ad alcuna delle altre linee irrationali, lequal cose con la pura pratica è impossibile di poter intendere con la isperienza, che cosi sia, ne manco che cosi non sia, ma solamente con dimostrationi, con lequal nostra molte volte ho fatto freneticare alcuni peritissimi pratici, & fra gli altri uno qua in Venetia al principio, che vi venne per habitare, alquale (per veder se lui haueua intelligentia di Euclide, & massime del decimo) gli adimandai personalmente, se haueua openione, che fusse possibile di poter trouar un binomio, & un residuo, che fra loro fussero eguali in quantita, lui immediate mi rispose, che si, & io lo pregai, che me li trouasse, & lui molti giorni sopra a tal materia freneticando naturalmente a tastoni, come fanno la maggior parte di puri pratici, finalmente mi mandò questo binomio ℞ 24 piu ℞ 6. & questo residuo ℞ 96 men ℞ 24. iquali in effetto sono eguali l'uno al'altro in quantita, perche a summar ℞ 24. con ℞ 6 (quali sono communicanti) si trouara, che in summa faranno ℞ 54. similmente a sottrare quel men ℞ 24. da quella ℞ 96 (per esser communicante) si trouara, che restara medesimamente ℞ 54. e pero non si puo negare, che ℞ 24 piu ℞ 6. non sia equale in quantita a ℞ 96 men ℞ 24. ma si puo ben dire ℞ 24 piu ℞ 6 non esser binomio, abenche sia proferto con duoi nomi, & similmente ℞ 96 men ℞ 24 non esser residuo, come nel mio quesito, si adimanda perche un binomio, douendo esser binomio bisogna, che le due quantita, che'l formano siano incommensurabile in longhezza, & similmente quelle, che formano il residuo (come nelle sue diffinitioni al suo luogo fu detto) & queste si del binomio, come del residuo, si vede, che sono communicanti, perche a proferire una quantita per duoi nomi, che si possa proferir per un nome solo non se gli puo dir binomio, per non hauer le conditioni, che si aspetta al binomio, ma se gli porria dire binomio finto, come che noi fingessimo anchora con numeri rationali, sopra li quattro atti delli duoi termini piu, & meno, & questo medesimo si debbe intendere del residuo. Questa particolarita ui ho voluta narrare, & essemplificare, accio meglio intendi il sugetto della soprascritte propositioni interuallate, cioe che una delle dette 13 linee irrationali non puo consistere, ouer stare sotto al termine di una delle altre.

Circa alla ultima parte, cioe che l'ordine delle dette linee irrationali sia possibile di esser produtto in infinito, & che niuna di quelle possa conuenirsi in termine, & in ordine con la precedente, egli facil cosa da persuadere con modi praticabili per diuerse vie chiarire, dellequali diuerse vie questa è una. Se sara una linea poniamo longa ℞ 6. laqual linea da Euclide saria detta rationale, hor se multiplicaremo tal ℞ 6. per la unita fara per ℞ 6. di superficie, laqual superficie è detta mediale, il lato tetragonico di tal superficie (che sara la ℞ di quella) sara ℞ ℞ 6. che sara una linea mediale, laqual non si conuien in termine con quella rational di ℞ 6. similmente multiplicando la detta ℞ ℞ 6. per la unita fara di superficie pur ℞ ℞ 6. il lato tetragonico, dellaqual superficie sara ℞ ℞ ℞ 6. & questa tal linea irrationale non si conuien con quella linea mediale di ℞ ℞ 6. Et con tal ordine procedendo se ne trouara un'altra denominata da ℞ ℞ ℞ ℞ 6. laqual non si conuenira con la sua precedente, cioe con ℞ ℞ ℞ 6. & con tal modo si porria procedere in infinito, & quello ch'è stato essemplificato con quella ℞ 6 rationale, si debbe intendere in tutte le dette 13 irrationali, gli essempi dellequali (come di sopra fu detto) se le lascio far a saper l'ordine detto, anchor che per altre vie si porria dimostrare in atto tal infinita, ma per nō esser materie molto necessarie (com'è detto) in pratica le pretermetto.

26 EVclide anchora nella 113 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra, che posta una superficie rationale sopra un binomio, la larghezza di quella sara un residuo, li nomi delquale saranno commensurabili alli nomi di quel tal binomio, & in una medesima proportione. Et oltra di questo quello, che vien produtto dal detto residuo haueria un medesimo ordine a quello, che vien produtto dal detto binomio.

Questa tal propositione, & tutte le altre, che seguitano per fino in fine del detto decimo nella nostra tradottione fatta in volgare, non si trouano nella tradottione del Campano, ma solamente in quella fatta dal Zamberto. Hor per tornar al proposito questa tal propositione, fu sotto breuita dichiarata sopra la decimasettima, & decimaottaua del terzo capo del quinto libro, per quanto si aspettaua alla pratica di quello, che in tal luogo si proponeua, anchor che sotto altra forma di parlare si esplicasse, & il medesimo è stato dapoi replicato nella prima del primo capo del decimo libro, cioe che a multiplicar un binomio fia il suo residuo, sempre produceua quātita rationale, & che il medesimo faceua a multiplicar un binomio fia un residuo, che li nomi di quel tal binomio fussero commensurabili alli nomi di quel tal residuo, & in una medesima proportione, ma per accordar praticalmente quel modo di parlar con la presente proportione. Egli è manifesto (per le ragioni adutte sopra la settima del ottauo capo) che a voler ponere praticalmente una superficie sopra di una linea, bisogna partir la quantita di quella superficie, per la quantita di quella linea, & lo auenimento di tal partire sara la larghezza, cioe l'altro lato di tal formata superficie, hor che hai inteso questo, volendo mo do mo praticalmente essemplificare con numeri, & radicali la presente propositione. Essempi gratia sia questo binomio primo 4 piu ℞ 7. & sia vna superficie rationale, poniamo 12 per numero, volendo noi ponere tal superficie sopra il detto binomio lineale, & determinare il secondo lato di tal formata superficie, bisogna (come di sopra è stato detto) partir la detta superficie di 12 per il detto binomio, cioe per 4 piu ℞ 7. & lo auenimento di tal partire sara il secondo lato di tal superficie formata, il qual secondo lato (per la sopradetta Euclidiana propositione) sara vn residuo, li nomi delquale saranno commensurabili alli nomi del detto binomio, & in vna medesima proportione. Et oltra di questo il quadrato del detto residuo, hauera vn medesimo ordine al quadrato di quel tal binomio, cioe che il quadrato del binomio sara vn binomio primo superficiale, & similmente il quadrato del residuo sara vn residuo primo superficiale, & i loro nomi saranno proportionali.

Hor per veder naturalmente, cioe con la isperienza s'egli è, cosi parti realmente la detta superficie di 12 per il detto binomio di 4 piu ℞ 7. Onde procedendo per la regola data nella terza del secondo capo, cioe trouai prima (per la regola data nella detta terza del secondo capo) vna quantita, che dat a nel detto binomio, produca quantita rationale, & quantunque se ne potria trouar infinite (come di sotto si dira) nondimeno per la piu ispediente, & commoda, pigliaremo il residuo del detto binomio, cioe 4 men ℞ 7. & con questo multiplicaremo il partitore, & la cosa da partire, cioe 4 piu ℞ 7. & quel 12. & della prima multiplicatione, cioe di 4 men ℞ 7 fia 4 piu ℞ 7 trouarai, che te ne venira a ponto 9. & questo serba per tuo general partitore, poi multiplica il detto 4 men ℞ 7. fia quel 12 fara 48 men ℞ 1008. & questo prodotto, parti per quel 9 che serbasti, & trouarai, che te ne venira $5\frac{1}{3}$ men ℞ $12\frac{4}{9}$ per il ricercato secondo lato della detta superficie di 12 posta sopra della detta linea binomiale di 4 piu ℞ 7. il qual secondo lato pri ma si vede, ch'egli è vn residuo, ma per vedere se li nomi di tal residuo sono commensurabili alli nomi del detto binomio, & in vna medesima proportione, & questo si puo conoscere per diuerse vie, dellequali questa n'è vna, cioe di venire a partir il primo nome di vno per il primo nome de l'altro, quanto che a partir il secondo nome del medesimo, per il secondo nome dell'altro. Et oltra di questo bisogna, che li detti auenimenti siano rationali, perche se non fussino

rationali, non sariano commensurabili (come piu volte è stato detto) hor per veder se cosi è, partiremo $5\frac{1}{3}$ (primo nome del residuo) per 4 (primo nome del binomio) & ne venira $1\frac{1}{3}$, poi partiremo anchor ℞ $12\frac{4}{9}$ (secondo nome del residuo) per ℞ 7 (secondo nome del binomio) & ne venira ℞ $1\frac{7}{9}$, laqual radice se la cauarai (per le regole date al suo luogo) trouarai quella esser medesimamente $1\frac{1}{3}$, e pero vien a esser verificata praticalmente la sopra scritta Euclidiana propositione, perche non solamente li detti nomi del detto residuo sono commensurabili alli nomi del detto binomio, ma sono commensurabili in vna medesima proportione, perche l'una, & l'altra proportione delli detti, & duoi nomi è denominata da quel $1\frac{1}{3}$, & le proportioni sono equali quando che le loro denominationi sono equali, e pero seguita il proposito. Et perche egli è cosa nota, che a multiplicar lo auenimento di vna partitione fia il partitore produce la quantita partita, e pero a multiplicar il detto binomio di 4 piu ℞ 7 fia lo auenimento, cioe fia quel residuo di $5\frac{1}{3}$ men ℞ $12\frac{4}{9}$ faranno precisamente la quantita partita, cioe quel 12. e pero si manifesta quello, che piu volte habbiamo detto, cioe che non solamente a multiplicare vn binomio per il suo residuo produce quantita rationale, ma anchora a multiplicarlo per vn'altro residuo, che habbia li nomi commensurabili alli nomi del binomio, & in vna medesima proportione, & perche infiniti residui sempre si possono trouare, che hauerano tal conditione, con qual si voglia binomio proposto, e pero seguita quello, che di sopra habbiamo detto, cioe che si potria trouar infinite quantita, che ducte fia vn proposto binomio, produranno quantita rationale.

La seconda parte di detta propositione vien a esser quasi da se manifesta, perche se li nomi del residuo sono commensurabili alli nomi del binomio, & in vna medesima proportione. Seguira che li nomi del quadrato del detto residuo (che sara vn residuo primo superficiale) siano commensurabili alli nomi del quadrato del detto binomio (che sara vn binomio primo superficiale) & in vna medesima proportione, e pero hauerano vn medesimo ordine, come dice tal propositione.

17 Similmente il detto Euclide nella 112 propositione geometricamente dimostra, che mettendo vna superficie rationale sopra vn residuo, la larghezza formara vn binomio, li nomi del quale saranno commensurabili alli nomi di esso residuo, & in vna medesima proportione. Et oltra di questo quel che sara generato dal binomio tenira vn medesimo ordine a quel generato dal residuo.

Questa è al contrario della passata, e pero la sauemo saluar anchora per proua della passata. Essempi gratia sia questo residuo $5 \frac{1}{3}$ men R $12 \frac{4}{9}$ della precedente conclusione, & sia anchora la medesima superficie rationale denominata da 12 per numero, laqual ponendola sopra il detto residuo di $5 \frac{1}{3}$ men R $12 \frac{4}{9}$, non solamente il 2° lato di quella sara vn binomio, li nomi delquale saranno cōmensurabili alli nomi di tal residuo, & in vna proportione (come afferma questa propositione) ma tal binomio è necessario, che sia anchora quel 4 piu R 7 della precedente propositione, & se cosi non fusse saria segno, che la operatione della precedente propositione fusse falsa, perche questa è il conuerso di quella. Hor per veder se cosi è per mettere la detta superficie 12 sopra del detto residuo $5 \frac{1}{3}$ men R $12 \frac{4}{9}$, partirai 12 per il detto residuo, & per far tal effetto tu multiplicarai il detto residuo per il suo binomio (per le ragioni piu volte dette) cioe per $5 \frac{1}{3}$ piu R $12 \frac{4}{9}$, & trouarai, che fara precisamente 16. qual salua per tuo general partitore, poi multiplica anchora questa superficie di 12 per il medesimo binomio, cioe per $5 \frac{1}{3}$ piu R $12 \frac{4}{9}$ trouarai, che fara 64 piu R 1792. & questo partirai per il tuo partitore, che salvasti, cioe per 16 & trouarai, che te ne venira precisamente 4 piu R 7. (come di sopra fu detto) il qual è binomio della precedente, e pero la operatione della precedente viena esser prouata (anchor che per altre viele si poteria approuare) & oltra di questo la presente propositione, viene a esser praticalmente verificata, cioe che il secondo lato di tal superficie è vn binomio, li nomi delquale sono commensurabili alli nomi del detto residuo, & in vna proportione, come di sopra nella precedente fu approuato. Et similmente il quadrato del binomio contiene vn medesimo ordine al quadrato del detto residuo, per le ragioni dette nella precedente.

115 ANchora Euclide nella 115 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra. Se vna aria sara compresa sotto a vn residuo, & a vn binomio, delquale li nomi siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in vna medesima proportione, la linea potente in detta superficie sara rationale.

Questa tal propositione inquanto alla pratica vien da se chiara senza altro essempio, perche per gli essempi dati nelle due precedenti, & in molti altri luoghi, essendo totalmente fatto manifesto, che a multiplicar vn binomio sia il suo residuo, ouer sia vn residuo, che li nomi di quello siano commensurabili alli nomi del detto binomio, & in vna medesima proportione sempre producano quantita rationale, laqual quantita rationale vien a esser superficie, & è anchora manifesto praticalmente, che la linea potente in detta superficie (che sara la radice di quella) ouer amente che la sara radice rationale, & discreta, ouer amente che la sara sorda, se la sara rationale, et discreta, non vie dubbio alcuno, che la sara rationale, si appresso di pratici, come appresso di Euclide, ma se la sara radice sorda, gia piu volte ti ho detto, che appresso del detto Euclide è detta rationale (per esser la sua potentia rationale) anchor che appresso di pratici a vna tal linea se giudica sorda, & irrationale. Et questo è quello, che nella detta propositione si vuol inferire. Egli è ben vero, che tal propositione in quanto alla scientia a volerla speculatiuamente dimostrare è molto ingegnosa, & bella, come che in esso Euclide appare, ma perche di tai dimostrationi il puro pratico non saria capace, le lascio a quelli, che nella scientia fanno professione in esso Euclide.

Nelle altre quattro propositioni, che mancano a compir il detto decimo di Euclide della nostra tradutione volgare, cioe la 116. 117. 118. & 119. sono in parte state dette nelle propositioni cauate dalla tradutione del Campano per auanti poste, ma alquanto diuerse in parole le habbiamo interlasciate, cioe nella 116. si dimostra, che infinite linee irrationali vengono fatte dalla mediale, dellequali niuna di quelle è simile, ouer vna medesima a niuna di quelle, che erano per auanti, il che di sopra nella nostra 15 di questo capo, il medesimo fu detto, & non solamente della linea mediale, ma generalmente di tutte le 13 linee irrationali. Nella 117 si dimostra, che ogni linea cōmensurabile alla linea menore esser linea menore. Et nella 118. il medesimo si dimostra della giontа con rationale componente il tutto mediale, dellequali n'è stato generalmente parlato nelle passate. Nella 119. & vltima del detto decimo libro si dimostra qualmente il diametro delle figure quadrate è incommensurabile in longhezza al lato, laqual cosa dimostra sopra la nona propositione del detto decimo da noi tradutto, ma nella tradutione del Campano è la settima del detto decimo di Euclide, laqual cosa non è stata da noi in questo nostro essemplificata per esser materia pertinente piu al scientifico speculatiuo, che al pratico, e pero chi desiderasse di voler intendere la dimostratione di tal propositione ricorra alla detta nona del detto decimo di Euclide da noi tradutto, & hauera cio che desidera, cioe trouara che se possibil fusse il diametro delle figure quadrate esser commensurabile al suo lato, seguiria questo inconueniente, che il numero disparo saria eguale al numero paro, laqual cosa è impossibile, & con questa faremo fine a questo capo.

Come si

Come si possa con ragione limitar il precio alle gioie, ouero pietre preciose. Cap. XII.

NOn ci è da dubitare, che le gioie sono piu nobili, & di maggior valore (rispetto alla quantita) di qual si voglia materia, che naturalmente occorrer possa in tutta l'arte negotiaria, & tengo, che per questa causa siano dette pietre preciose, cioe pietre piu appreciate di qual si voglia altra materia (rispetto alla quantita) & quantunque il tratar di loro si conuenia nella prima parte, per non esser materia in notitia dell'arte negotiaria, nondimeno, perche alle sue regole non bisogna ignorar il trattato delle proportioni sono stato astretto a prorogar il trattato di quelle per fin dopoi il trattato delle proportioni, ma per esser quelle (come è detto) piu nobili, & di maggior valore, rispetto alla sua poca quantita di qual si voglia altra mercantia, mi è parso, che il suo condecente luogo sia in fine di questa seconda parte.

2 Dico adunque che le pietre preciose sono comprese, & appreciate non solamente per la pura grandezza, ma per la bellezza, finezza, & per la forma di quelle. Et questa tal pietre preciose non puoco si differentiano dalle altre materie, che occorre nell'arte negotiaria, perche nelle altre materie, che si vendono, & comprano a peso, tal proportione qual è della materia piu ponderosa a quella, che è men ponderosa, quella medesima sara del valore della detta piu ponderosa, al valore della detta men ponderosa, laqual cosa non seguita nelle dette pietre preciose, perche se si fara poniamo vn smeraldino, che pesi vn carato, & che vaglia, poniamo ducati 10. vn'altro smeraldo maggiore, ma di quella medesima bellezza, finezza, & forma, che pesasse 2 carati alla proportione delle altre specie di mercantie douerria valer ß 20. ma in proprio fatto si trouaria valer molto piu di detti ß 20. ma per saper la proportione di tal sua augmentatione, egli è impossibile a poterlo determinare se non si ha notitia del precio di duoi simili di finezza, bellezza, & di forma, ma diuersi di grandezza, ouer ponderosita, perche sono alcune gioie, che molto piu augmentano nel precio in rispetto della augmentatione della sua grandezza, ouer ponderosita dell'altra, & per questo bisogna hauer notitia del precio di due (come è detto) diuerse di grandezza. Hor per venir al effetto, & per farti capace di questa materia, pongo che l'sia vn diamantino in ponta che pesi vno carato, & che vaglia ß 10. & vn'altro di quella medesima finezza, forma, & bellezza, che pesi ʒ 2. val ß 40. si adimanda, che valera a quella medesima proportione vno che pesi ʒ 8 (intendendo sempre (anchor che non si dica) simili nelle altre qualita) hor per soluere questa, & altre simili, bisogna considerar la proportione di duoi primi pesi, cioe di ʒ 2 a ʒ 1. laqual è doppia, laqual proportione vàlla continuando per fin a tanto, che tu peruenghi a quelli ʒ 8. ouero a vn maggior di 8. se per caso tali ʒ 8. cascara sotto di tal progression geometrica, facil cosa sara da concluder tal questione, ma se per sorte non cascara sotto di tal progressione, sara tal questione alquanto strana da concludere con precisione. Et perche a continuar tal proportione trouarai, che stara in questa forma 16. 8. 4. 2. 1. si che tu vedi, che quelli ʒ 8. cascano nel quarto luogo, ouer nel quarto termine proportionale, & per tanto continuando simil mente li duoi primi preci, cioe ß 40. & ß 10. in tal sua proportione quadrupla per fin al quarto luogo, ouer termine, il che facendo faranno ß 6400. ß 160. ß 40. & ß 10. & cosi concluderemo, che li detti ʒ 8 (che sono nel quarto luogo) valeranno quelli ß 6400. che sono nel quarto luogo di quella continua proportionalita quadrupla, che è il proposito. ʒ 1 ducati 10 ʒ 2 ducati 40 ʒ 4 ducati 160 ʒ 8 ducati 640

3 VN'altro diamante in tauola, qual pesa grani 3. val ß 5. & vn'altro che pesa grani 12. et val ß 60. si adimanda che valera alla rata vn'altro diamante, che pesa grani 24. Per risoluere questa procedi come fu fatto nella precedente, cioe continua la proportion di duoi pesi, cioe di grani 12 a grani 3. per fin che tu troui, ouer eccedi quelli grani 24. il che facendo trouarai, che in tre termini, quali sono 48. 12. 3. il terzo qual è grani 48. superchia li detti grani 24. continua anchora la proportione di detti preci, cioe di ß 60 a ß 12 per fin all'altro terzo termine, il che facendo li detti tre termini staranno in questa forma 300. 60. & 12. & cosi vn diamante di tal sorte, che pesasse grani 48. alla ragion di primi valeria ß 300. ma perche quello che ricerchiamo, non pesa piu di grani 24. & pero in questo caso bisogna considerar la proportione, che è da 12 al detto 24. che parte la sia di quella, che è da 12 a 48. onde operando per la regola data nella 1. del 12 capo del sesto libro trouarai, che la sara precisamente la mità, per esser il detto 24 il medio proportionale fra 12. & 48. & per tanto diuidendo per mità la proportion di preci, cioe di ducati 60. a ducati 300. trouando il suo medio proportionale trouarai quello esser ducati 18000. & tanto valera il detto diamante, che pesa grani 24. ma quando che vn tal caso sucedesse accadendo a qualche gioielier, pu ... la radice propinqua del detto 18000. laquale

primo essempio
grani 3 val ducati 12
grani 12 val ducati 60
grani 48 val ducati 300

secondo essempio
grani 3 val ducati 12
grani 12 val ducati 60
grani 24 val ß 18000
grani 48 val ducati 300

per le regole date trouarai esser ducati 124 [illegible] & tanto direi che valera il detto diamante, perche se gli desse la tua conclusione per tal radice sorda loro si scandelezzariano di te. Hor per abreuiar la scrittura quando, che la proportione di quelli grani 12. a quelli grani 24. fusse stata il terzo della proportione, che è dalli detti grani 12. a quelli grani 48. tu fusti trouato la terza parte della proportione di quelli ducati 60. a quelli ducati 300. per la regola nostra data nel settimo libro, cioe trouare il secondo termine di quattro termini continui proportionali, dalla banda delli ducati 60. cioe supponendo li ducati 60 per il primo termine, & li ducati 300 per il quarto di quattro termini continui proportionali, & cosi tal secondo termine saria il valore di quelli grani 24. & cosi se la detta proportione di grani 12 a grani 24 fusse il quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, & cosi discorrendo, della detta proportione di grani 12 a grani 48. tu haueresti anchora a tuor la medesima parte della proportione di quelli ducati 60 a quelli ducati 300 dalla banda verso li ducati 60. & tal secondo termine saria il valore di quelli grani 24. Ma se per sorte la proportione delli detti grani 12. alli detti grani 24. fusse li 2/3 della proportione di detti grani 12 a quelli grani 48. tu piglieresti li 2/3 della proportione di quelli ducati 60 a quelli ducati 300 dalla banda verso li ducati 60. & per far tal effetto tu supponeresti li ducati 300 il primo, & li ducati 60 il quarto di quattro termini continui proportionali, & con la nostra regola data nella detta [illegible] del settimo libro, trouaresti il secondo termine, cioe dalla banda di ducati 300. & quel tal termine saria il valore di quelli grani 24. & cosi con tal ordine procederesti in ogni altra sorte di parte, ouer parti, che fusse la detta proportione di quelli grani 12. a quelli grani 24. di quella di detti grani 12 a detti grani 48. ouer altri simili. Ma quando che la detta proportione minore, cioe di detti grani 12 a quelli grani 24. non fusse parte, ne parti della maggiore, cioe di quella, che è dalli detti grani 12 a quelli grani 48. te saria necessario trouar la proportione della maggior proportione alla minore, & quale in tal caso saria superpartiens, ouer multiplice superpartiens, & secondo che la trouarai esser, a te saria necessario a trouar un termine, che fusse in tal proportione con [illegible] la proportione delli detti precii, & quel tal termine saria il valore della proposita gioia, ouer diamante. Et sappi che sopra a questa materia di gioie vi si poria formar una opera per piu, delle varie specie di questioni, che sopra di quelle poria realmente accadere, ma se il lettor sarà ben in memoria tutte le nostre regole poste nel settimo libro, da se medesimo porra ogni sorte dubio risoluere.

Il fine della seconda parte del general trattato di numeri,
& misure di Nicolo Tartaglia.