



FA 7 B 363

D E
LITTERARIA EXPEDITIONE
P E R
PONTIFICIAM DITIONEM.

DE
LITERARIA EXPEDITIONE
PER
PONTIFICIAM EDITIONEM
AD DIMETIENDOS DUOS MERIDIANI GRADUS
ET CORRIGENDAM MAPPAM GEOGRAPHICAM
IUSSU, ET AUSPICIS
BENEDICTI XIV.
PONT. MAX.
SUSCEPTA A PATRIBUS SOCIET. JESU
CHRISTOPHERO MARE
ET
ROGERIO JOSEPHO BOSCovich.



A. 1730. MDCCXXX.

EX FUNDATIONE SOC. JESU
EXCUEDEBANT NICOLAUS, ET MARCUS PALEARINI

OBRAZI ET PICTORUM

SS. D. N.
BENEDICTO XIV.
PONT. MAX.

CHRISTOPHORUS MAIRE, ET ROG. JOS. BOSCOVICH
FELICITATEM.



EMO erit profecto, BEA-
TISSIME PATER, qui
nos audaciæ possit arguere, atque
impudentiæ, dum Tibi tanto Pontifi-
ci

ci non ingens aliquod theologicum opus , sed exigua hæc physica , astronomica , geographica opuscula ad sacros provoluti pedes offerimus . Novit sane universus terrarum Orbis , quo studio , qua liberalitate , atque munificentia , ut omne aliud optimarum litterarum genus , ita hanc ipsam rerum naturalium cognitionem foves , ac promoves . In ea nimirum urbe progenitus , quæ tam multis hoc ipso in genere doctissimis viris , quos non tantummodo enumerare singulos , sed vel turmatim enunciare infinitum esset , ubique gentium semper inclaruit , & in dies magis inclarescit , in qua una stabilem quamdam Physica in primis , atque Astronomia fixisse sedem videri potest , studiorum eorumdem existimationem , amoremque cum ipso lacte suxisti olim a prima infantia ; quem quidem amorem inter gravissima sacrarum litterarum , & utriusque juris studia (in quibus

bus ita excellis , ut si istam ipsam supremam Pontificiam Auctoritatem libeat cogitatione secludere , Te unum Christianus orbis universus præceptorem suum , ac tam multis , tam egrègiis voluminibus editis institutorem agnoscat) , inter assiduas gravissimorum negotiorum curas , ac difficillimum , molestissimumque totius Christianæ reip. regimen retinuisti semper , ac retines .

Testem appellamus in primis patriam ipsam Tuam . Quibus ingentem illam , ac præstantissimam rarissimarum rerum ad naturalem historiam potissimum , ac universam physicam pertinentium collectionem munificentissimis donis , quibus Astronomicam speculam accuratissimis , & vero etiam pretiosissimis instrumentis longissimè conquisitis , atque coemptis cumulasti ? quibus doctissimos viros ad hæc ipsa excolenda studia instruxisti libris , excitasti stimulis , decorasti muneribus , ut jam non

non Patronum rantummodo Te suum,
sed velut alterum conditorem nobilis-
sima illa Academia jure agnoscat, ac
prædicet? Testem hanc ipsam appella-
mus Imperii Tui, & Mundi caput Ur-
bem Romam: quibus annuis redditio-
bus ad excolenda studia publicum Ar-
chigymnasium, quibus instrumentis,
quibus sapientissimis doctoribus dita-
sti, auxisti, decorasti?

Sed quid ita longe evagati ejus rei
testimonia conquerimus, cujus nos ipsi
in primis testes sumus luculentissimi,
cujus in hac ipsa nostra expeditione do-
cumentum quoddam locupletissimum
continetur, atque firmissimum? Ubi
primum ab Eminentissimo Cardinali
Valentio, cuius consiliis in tota admi-
nistrandā Christiana rep. cum tanta
communi omnium & privatorum, &
Regum etiam approbatione, atque ac-
clamatione uteris, nobilissimum hoc
ipsius, atque utilissimum litterariæ hu-
jusce

jusce expeditionis consilium propositum tibi fuit , quam promptè , quam avide , cum quanta animi erga hæc ipsa studiorum genera significatione arripui-
sti , & nobis Pontificiam voluntatem tuam per ipsum Cardinalem Valen-
tium significasti ! Tuis nimirum adacti imperiis , Tuo muniti præsidio ; Tua liberalitate sustentati , atque alti labo-
riosissimam hanc investigationem su-
fcepimus , universam ditionem Tuam peragravimus , summos montes con-
scendimus , abditas , & confragosas val-
les adivimus , curvaturam Telluris , &
urbium , ac oppidorum , vicorumque ipsorum positionem per molestissimas intervallorum mensuras , triangulorum series , astrorum observationes deter-
minavimus . Ea perquisitio , ex qua in illas ipsas facultates Physicam , A-
stronomiam , Geographiam tanti di-
manant fructus , Tibi debetur uni :
Tua auctoritate , Tuis sumptibus , Tuis
b aufspi-

^x
auspiciis & suscepta est a nobis , &
abfoluta .

Nec vero summum sacrorum Mo-
deratorem earum facultatum ampli-
ficatio , eorum studiorum amor , at-
que patrocinium dedecet . Mittimus
illud , cum sacrorum regimine ipsum
Tibi supremum tot populorum impe-
rium commissum esse , quorum acu-
enda , atque exercenda ingenia , exci-
tanda ad omne liberalium artium , ad
omne ingenuorum studiorum genus
excolendum industria , preterquam
quod ad ipsam imperii felicitatem per-
tinet , locorum suæ ditionis distan-
tias , ac positus accurate nosse , quod
quidem commerciis vel instituendis ,
vel promovendis non aptissimum tan-
tummodo est , sed etiam pernecessa-
rium . Quanto ipsi sacrorum imperio
adjumento est , ac præsidio Astrono-
mia in primis ? Quæ quidem sine Geo-
graphiæ cultura , & vero etiam sine
ter-

terrestris figuræ determinatione satis excoli , & perfici nequaquam potest . Norunt id olim Niceni Patres , novit omnis consequentium ætatum series , novit ipse ille ingens civis Tuus Gregorius tertius decimus Pontifex itidem Maximus , qui unius Astronomiæ præsidio Cælum ipsum consen dit , ac ita rationem temporum longa ejus facultatis ignoratione depravatam restituit , ut ipsi Catholicæ Religionis hostes acerrimi ei se demum post bina fere sæcula , utut inviti , conformarint , quod nimirum tanti Pontificis , ac Romanæ Religionis decus Tui demum Imperii temporibus reservabatur . Quid vero illud , quod ab ipsa cognitione Naturæ ad supremum ejus Opificem contemplandum multo sane facilius assurgitur , & a naturalibus hisce ad illa divina ita fit gradus , ut in theologicis erudire studiis juventutem nulla soleat Academia ,

mia, nisi eos ante in Naturæ investigatione exercuerit ? Et sane nihil ad sublimissimas de divina Immensitate , atque Omnipotentia cognitiones acquirendas conductit magis , quam universa Astronomia , ad quam excollendam , promovendamque maxima ex parte pertinent labores hi nostri .

Quæ quidem cum ita sint , patet sane , nos non culpandos tantummodo non esse , qui hujus potissimum argumenti genus Tibi sistimus , sed esse plurimum commendandos . Cui enim alteri , quam ipsi Tibi , quod Tuum tot rationibus potissimum est , quod usque adeo te decet , sisteremus ? Quod si quis non ita ingentem nobis molem objiciat voluminis ; is illud , rogamus , consideret , minore hic quidem volumine , sed plurium annorum labores nostros , ac diutinarum & observationum , & meditationum fructum contineri . Nam quod ad nostram

stram tenuitatem pertinet, qua ingens,
qua nobilissimum, atque utilissimum
argumentum pertractavimus, ea nos
non deterrere tantummodo non de-
buit, sed debuit, quod sane præsti-
tit, urgere acriter, atque impellere,
ut ad patrocinium Tuum confugere-
mus. Opus Tua auctoritate suscepimus,
Tua itidem auctoritate munitum pro-
deat in publicum. Ea supplebit, quod
nobis defuit, & qui nostræ imbeci-
litati diffidimus, Tuo præsidio, Tuo
nomine tuti confirmabimus animo,
& omni metu deposito conquiescimus.

ROGERIUS JOSEPHUS BOSCOVICH SOC. JESU

LECTORI.

LITTERARIE expeditionis, quam jussu, & auspiciis,
ac sumptibus BENEDICTI XIV. Pontificis sane Ma-
ximi suscepitam una cum P. Christophoro Maire cele-
berrimo Soc. Nostræ Astronomo ad finem simul perduximus,
& consilium, & rationem, & exitum, ac uberrimos, qui inde
in Physicam, in Astronomiam, in Geographiam promanant
fructus, in hac plurium opusculorum congerie, tibi propono,
amicæ Lector, quorum alia ab ipso P. Maire, alia a me con-
scripta sunt.

Primum Opusculum a me conscriptum continet Com-
mentarium Historicum, ac Pyficum expeditionis litterariorum
per ditionem Pontificiam.

Secundum conscriptum a P. Maire continet determina-
tionem gradus meridiani ex communib[us] observationibus defi-
niti ipsius labore, & calculis.

Tertium, ipsius itidem, agit de correctione Mappæ Geo-
graphicae, quam ex communib[us] pariter observationibus resti-
tutam summo labore, ac diligentia delineavit.

Quartum, quod est meum, agit de apparatu, & usu
instrumentorum in eadem expeditione exhibitorum.

Quintum itidem meum de Telluris figura determinanda
ex equilibrio, & ex graduum mensura.

Primum quidem opusculum ita a me conscriptum est,
ut Lectorem alloquar Geometria etiam, & calculi, vel
ignarum, vel fastidiosum. Illud in primis curo, ut expedi-
tionis ipsius utilitas summa, & vero etiam quædam velut
nobilitas, atque dignitas innotescat, ac perpetuum, & in-
gens atatum fere omnium studium in Telluris figura investi-
ganda, que primus extitit expeditionis nostra scopus, pro-
ponatur ob oculos.

Idcirco primo capite brevem quandam exhibui eorum
noti-

potitiam, quæ ante nos eo in genere sunt præfita, summa tamen quedam plerumque perstringens capita; si enim omnia fusijs aliquanto evolvenda essent, & enarranda, amplum sane hæc una historica pars volumen requireret; tum inde ortas meditationes quasdam meas, ac totum expeditionis suscipienda consilium, & curam nobis demandatam expono. Secundo autem capite itinerum nostrorum seriem, loca observationibus peragendis delecta, & vero etiam instrumentorum apparatum, observandi rationem, atque ipsum observationum fructum, quantum sine schematis licet, persequor, & evolvo, ubi & labores aliquando nostros, ac vita pericula, & physicas observationiunculas quandoque intermisceo, quo magis varietate ipsa accidat non injucunda narratio.

Bina Patris Maire, quæ consequuntur, ea & brevitate, & præcisione conscripta sunt, quæ Astronomis in observandi arte exercitatis, & harum rerum cognitionem intimam adeptis placere possit. Is ibi observationes omnes ad rem necessarias exhibet, & calculorum suorum fructum. Plures ego etiam subduxī, quos ipsius calculis inveni admodum conformati, cuius & diligentia ea in genere, & patientia summa ita mihi longa consuetudine innotuit, ut illi multo magis fidere debeam, quam ipsi mihi. Inveniet autem ibidem studiosus Lettor, quæ & ad Geographiam persciendam pertinent sanculta.

Attingit is in secundo Opusculo aliqua, quæ ad expeditionis consilium spectant, & historiam, sed concise admodum. Idcirco ego quidem ea omnia aliquanto uberiori persecutus sum in meo priore. Attingit etiam ea, quæ ad instrumentorum pertinent formam, & correctionem, concise itidem. Ipsa ego idcirco multo diligenterius, ac fusijs expono opusculo quarto, ubi eorum etiam delineationem exhibeo, & pleraque, quæ ad astronomicam proximam pertinent, persequor. Habent enim hec instrumenta, quorum ego constructioni præfui, novi non parum, quod si Astronomia cultoribus diligenterius explicetur, & utile fore censeo, & jucundum.

In tertio opusculo ipse exhibet plura, quæ pertinent ad corre-

correctionem mappæ Geographicae , ubi illud in primis exponit , quid nobis ipsis obseruare licuerit , quid aliunde fuerit repetendum ; ac unde id ipsum depropserimus , que quibusque fides adhibenda sit , diligenter persequitur . Videbitur fortasse illud minus peritis hoc opusculum perlegentibus , mapam , quam exhibemus , maxime imperfectam esse , & parum admodum nos eo in genere praestitisse . Nam Mairius , ut meritam fidem iis , quæ a nobis praestita sunt , conciliat , multas sane totius operis difficultates , quas offendimus , & quidquid vitiis timeri potest , quidquid praestari ulterius laboris ad accuratam Topographicam mappam habendam , fuisse in ipso initio , ac diligentius exponit . At qui perpendeat , vel illum solum catalogum omnium urbium , ac præcipuum etiam locorum plurium , qui ad calcem ejusdem habetur opusculi , ubi eorum longitudines adscribuntur , & latitudines , in quibus illud confidimus , nisquam unius minutæ errorem admissum esse , videbit sane , quæ ad Geographicam mappam corrigendam pertinent , qui noster erat scopus , abunde omnia esse praestita . Qui autem præterea ipsam mapam inspicerit , quam quidem admodum amplam huic volumini non licet inserere , & præfatiunculam ipsi adjectam , atque una eri incisam perlegerit , & vero etiam , qui hoc ipsum Mairii opusculum diligentius consideraverit , videbit profecto , quam multa , quæ ad Topographiam etiam pertinent , a nobis perfecta sint .

Illud unum mibi monendum superest , quod pertinet ad ipsum catalogum longitudinum , ac latitudinum , longitudines quidem ab insula Ferri , uti moris est , computari , quarum differentias tantummodo a Romana longitudine Tholi D. Petri , nostræ nobis observationes exhibuerunt , latitudines vero ex Astronomicis observationibus Rome , & Arimini ingenti nostro Sectore habitis profluxere . Quanquam autem intra eandem urbem plurimis secundis a se invicem differant tam longitudines , quam latitudines diversarum cedum , & vero etiam alicubi plusquam uno minuto , adhuc tamen adjecta sunt minutis primis etiam secunda , quæ pertinent ,

ad illum ejus urbis locum , quem intmediate obseruavimus . Is autem semper est ex editissimis , saepe admodum editissima urbis ipsius turris , & plerunque locus in ipso ejus meditullio situs .

In quarto opusculo ego quidem ita instrumentorum & apparatum , & usum fuse , ac diligenter exposui , ut iis , qui ea omnia satis jam callent , molestior fortasse futurus sim , at iis , qui Astronomia in primis practicae operam dare velint , & ejus elementorum defectum doleant , non exiguum ego quidem utilitatem allaturus esse mihi videar . Spero autem ipsos etiam exercitatos Astronomos inventuros novi aliquid , quod omnino non improbent . Primo capite persequor , quae pertinent ad observationes astronomicas , & determinationem arcus celestis intercepti binis locis extremis , secundo , que ad geodeticas poligoni , & mapparum dimensiones , tertio , que ad basium determinationem per actualem mensuram . Initio quidem cujusque capitinis instrumenta ipsa , sectorem in primis , quadrantem , tigilla , & tripodes , fuse describo , & partes singulas , quae ad constructionem , vel ad rectificationem pertinent , expono , schematis singula illustrans suis ; tum collocationem instrumentorum eorundem , & usum persequor , ac rectificationes ipsas , & in errores , qui committi possent , inquirro , theorematata generalia profero , quibus singulorum magnitudo definiatur , ut si opus sit , corrigi possint . Omnem deinde ejusmodi theoriam nostris observationibus applyco , & qui in iis errorum limites timeri possint , accurate determino . Eorum vero omnium fructus ultimus est ipsa definitio magnitudinis gradus Roman inter , & Ariminum intercepti .

Quoniam praecipuus ipsius expeditionis & scopus , & labor fuit , in eo Meridiani gradu definiendo , que definitio ad investigationem pertinet figuræ , & magnitudinis Terræ totius , quintum adjeci opusculum , quo in ipsam Terræ figuram inquisivi , ubi Geometriae vim experiri libuit ; plurimum enim solutionem problematum eo pertinentium , que sine

calculi ope viderentur solvi nequaquam posse, per solam Geometriam exhibeo.

Binis autem capitibus persecutus sum investigationem figura Telluris, primo quidem ex equilibrio gravium, tum ex mensura graduum. Quod ad primum pertinet, solius Geometriae ope determinavi figuram solidi revoluti circa proprium axem, primo quidem in hypothesi gravitatis directae ad unicum centrum, & utsimque date per distantiias, tum in hypothesi gravitatis mutuae Newtoniane, atque id quidem tam in hypothesi homogeneitatis, quam in hypothesi densitatis nuclei sphaericci paribus a centro distantias ejusdem, & mutatis distantias utcumque mutatae. Deinde vero multa, quae pertinent ad irregularem textum Telluris ipsius, potissimum prope superficiem, quae quidem jam a septendecim ab hinc annis in dissertationibus pluribus immueram, aliquanto fusi exponui, quae quidem in hac perquisitione maximi usus esse arbitror. In fine autem figuram, quam pendulorum isochronorum longitudines hic usque observatae videntur requirere, per plures combinationes exquo.

Secundo autem capite precipua problemata, quae ex datis gradibus figuram querunt, evolvo, & eorum, quae ad Ellipsoidem spectant, ubi ex datis vel parallelorum, vel meridiani, vel utriusque binis gradibus ellipticitas queritur, solutionem admodum expeditam, quae mibi post impressa cetera in mentem venit, & priore admodum faciliorem, propono in ipso fine opusculi. Graduum autem hic usque observatorum combinationibus omnibus evolutis, multa, quae ad irregularitatem pertinent curvae aequilibrii, & meam de re rotata sententiam exposo. Censeo autem, admodum quidem probabile esse, Tellurem ad polos esse compressam; sed quanta ipsa compressio sit, nequaquam adhuc esse compertum, & ejusmodi perquisitionem vix inchoatam adhuc esse, non absolutam. Geometria autem ubique sum usus ita, ut ubi semel integralem calculum, sed admodum elementarem adhibui, id ad confirmandam prædictiterim determinationem solius Geometriae ope pro-

deuentem. Ac quod ad finitum etiam calculum pertinet, vix unquam aliud adhibui, quam notissimas formularum Geometriae ope eratarum transformationes per additionem, subductionem, multiplicationem, divisionemque terminorum simplificationem. Id ego quidem opusculum Physicis, ac Geometris confido fore non injucundum.

Est autem, quod hic in fine te etiam, atque etiam rogem, ut menda, qua vel mihi preopere scribenti, & in rem ipsam magis intento, quam in voces, vel litteras, exciderunt nonnulla, vel Typographo, & Typos preopere corrigen-tibus, ignoscas, ac mature consulas ante lectionem, vel etiam corrigas. Eorum catalogum satis diligenter investigatorum & a me, & ab amicis pluribus, ad calcem totius operis invenies, ubi ea, que per te ipse primo intuitu facile corri-ges, omittenda censui, ac ea tantummodo recensenda, que legen-tum turbare possent. Illud unum eo in genere te hic monitum volo, me opuscul. 5 n. 246 affirmasse, ut inaudieram, Caillium eodem ad Promontorium Bone Spei pendulo observationes gravitatis iniisse suas, quo Condaminius & in America, & mecum hic Romae. At cognovi postea, non idem extitisse pen-dulum, sed ipsi simile, & ita elaboratum, ut isochronum evaderet, quod tamen deinde ab eo inventum fit nonnihil discrepans. Sed id quidem rem nostram hic nihil turbat, cum observationes eo pendulo habitas, & ut ibi innui, mihi non-dum sat cognitas, nequaquam hic adhibuerim.

Fruere jam laboribus nostris, & SYLVII Cardinalis VALENTII studium, quo bonarum artium progressus curat, ac BENEDICTI XIV. P. M., cui, ut sane par erat totum hoc opus communis nomine nuncupavi, Sapientiam, & Munificientiam commendata; alterius enim consiliis, alterius auspiciis, ac liberalitate & suscepti sunt, & ad exitum felicem perducti,

HIERONYMUS RIDOLFI S. J.

IN PROVINCIA ROMANA PRÆPOSITUS PROVINCIALIS.

CUM librum cui Titulus : *De Litteraria Expeditione &c.* a PP. Christophoro Maire, & Rogerio Josepho Boscowich Societatis nostræ Sacerdotibus conscriptum, aliquot ejusdem Societatis Theologi recognoverint, & in lucem edi posse probaverint, potestate nobis a R.P. Aloysio Centurioni Præposito Generali ad id tradita, facultatem concedimus, ut Typis mandetur, si ita iis, ad quos pertinet, videbitur. In quorum fidem has litteras manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus.

Romæ die 1. Decembbris 1755.

Hieronymus Ridolfi.

A D P R O B A T I O N E S

REverendissimi Patris Magistri S. Palatii jussu legi Volumen : *De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem*, quo quinque Opuscula continentur ; in quibus nihil proefsus deprehendi, quod vel Orthodoxæ Fidei repugnet, vel bonis moribus adverteretur. Vehementer omnia, dum legerem, mihi probabantur. Summa in secundo Opusculo astronomicarum rerum peritia, & in calculis ineundis, persequendisque magnus labor, & diligentia. Compendiarium vero exponendarum rerum, accuratissimamque rationem non satis poteram laudare. In quarto Opusculo illam Auctoris puto laudem esse præcipuum, quod instrumentorum formam describat, eorumque usum commonstret incredibili perspicuitate ; ac plura exhibeat Theorematum, quorum ope, si qui in Instrumentorum usu obrepserint, facile deprehendi, emendarique possint errores. Postremi denique Opusculi lectio mihi fuit jucundissima. Quæ enim nunc temporis Geometræ per implexos calculos allèquentur, ea magnus Geometra linearis, quam vocant, Geometria usus admirabilis facilitate, novoque plane nitore in lucem extulit : tantamque reperiebam in demonstrationibus elegantiam, ut disciplinarum omnium severissimæ Geometriæ suus eriam lepos, & venustas non deesse videretur. Itaque Volumen illud publica luce dignissimum censeo.

*Michael Angelus Giacomellus
SS. D. N. Cappellanus Secretus.*

Jussu

JUSSU R̄MI S. P. A. MAGISTRI LEGI LIBRUM, CUI TITULUS: *De Litteraria Expeditione &c.* IN EOQUE NEDUM QUIDPIAM RELIGIONI, BONISQUE MORIBUS CONTRARIUM REPERERIM, NIHIL ETIAM FUIT, QUOD DO-
CET, AUT EXQUISITIUS ALIQUID, AUT UTILIUS IN HUJUSMODI SCRIBENDI GENERE DESIDERAREM. ATQUE EQUIDEM, CUM LEGEREM, & SAPIENTISSIMI PONTIFICIS MIRIFICA IN OMNES OPTIMAS DISCIPLINAS VOLUNTATE, AC BENEFICENTIA VEHEMENTER COMMONEBAR, SEMPERQUE MAGIS IN MEA ME CONFIRMARI DE EO OPINIONE GAUDEBAM, & CELEBERRIMORUM VIRORUM EGREGIOS CUM SUMMA DILIGENTIA CONJUNCTOS LABORES COMMENDABAM ANIMO; MAXIME VERO ADMIRABAR ACERRIMAM INGENII VIM, TANTAMQUE INDUSTRIAM & IN OBSERVATIONIBUS ASTRONOMICIS INFLUENDIS, & IN PROFUNDIORIS GEOMETRIÆ AC MECHANICÆ RATIONIBUS & INVENIENDIS, & PERTRACTANDIS ADHIBITAM, UT NON LEVEM HUIC DOCTRINÆ A MULTIS HOC TEMPORE VIRIS SUMMO STUDIO AGITATAE ACCESSIONEM FAELAM NUNC ESSE PERITOS HARUM RERUM ASSLIMATORES AFFIRMATUR, PROINDEQUE HAC LIBENTISSIMOS EXCEPTUROS, OMNINO MIHI PERSUASERIM. QUOD Igitur REIPUBL. LITTERARIÆ INTERFUTURUM VALDE SIT, TYPIS ID MANDARI & POSSE, & DEBERE CENSEO. IN QUORUM FIDEM &c.

Benedictus Stas Eloquentiae in Archigymn. Rom.
Tubicus Professor.

I M P R I M A T U R

Si videbitur R̄mo Patri Sacri Palatii Apostolici Magistro.
F. M. de Rubeis Patriarch. Conf. Vicefg.

I M P R I M A T U R

Fr. Vincentius Elena R̄mi P. Mag. Sac. Pal. Ap. Soc. Or. Præd.

INDEX

OPUSCULUM I.

- Litteraria per Pontificiam ditionem expeditionis Commentarius historicus, ac physicus.* pag. i
CAPUT I. *De expeditionis incunda consilio, & scopo.* ibid.
CAP. II. *De expeditionis initia ratione, & fructu.* 33

OPUSCULUM II.

- Mensura gradus Meridiani Romam inter, & Ariminum medii a gradu $42.\frac{1}{2}$ ad $43.\frac{1}{2}$* 121

OPUSCULUM III.

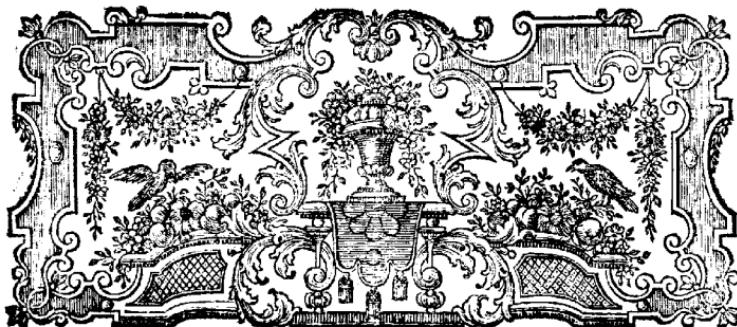
- Enarratio eorum, quæ ad corrigendam mappam geographicam Ditionis Pontificie gesta sunt.* 167

OPUSCULUM IV.

- De instrumentorum apparatu, & usu.* 191
CAPUT I. *De Sectore,* 192
CAP. II. *De Quadrante.* 277
CAP. III. *De instrumentis, que pertinent ad mensuram basis* 360

OPUSCULUM V.

- De figura Telluris determinanda ex aequilibrio, & ex mensura graduum* 385
CAP. I. *De figura Telluris, que oritur ex aequilibrio* 387
CAP. II. *De figura Telluris, que oritur ex mensura graduum* 481

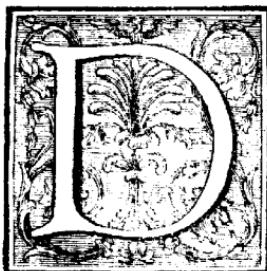


OPUSCULUM PRIMUM

LITTERARIÆ PER PONTIFICIAM DITIONEM
EXPEDITIONIS COMMENTARIUS,
HISTORICUS, AC PHYSICUS.

C A P U T I.

De expeditionis ineundæ consilio, & scopo.



UPLEX extitit expeditionis no-
stræ scopus , alter ad Telluris
figuram, & magnitudinem perti-
nens, alter ad Geographicam Pon-
tificiæ ditionis mappam . Pri-
orem illum , ex quo ipsum expe-
ditionis consilium est ortum, ex-
ponam hic aliquanto fusijs, re-
altius repetita , & brevem co-
rum , quæ pertinent ad investigationem figuræ , ac ma-
gnitudinis Terræ , historiam , summa quædam tantummo-
do capita persecutus exponam ; unde ipsius expeditionis
& utilitas innoteſcat , & dignitas .

Duplex expe-
ditionis scopus ,
mensura gradus ,
& mappa geo-
graphica .

O P U S C U L U M

2

Quanti inter-
sit in Terra si-
guram inquire-
re .

2. Neminem sane latet , in litterarum studiis non penitus hospitem , ac peregrinum , quanta contentione s̄æpe etiam olim , sed potissimum postremis hisce temporibus , quanto labore , quibus impensis in Telluris magnitudinem , & figuram inquisitum sit .

Absurdæ ve-
tustissimorum de
ea sententiaz .

3. Et quidem , quod ad figuram pertinet , fuerunt sane in remotissima illa antiquitate absurdissimæ quædam plurium Philosophorum sententiaz , quas Ricciolius noſter , vir & doctrinæ laude , & observandi diligentia , sed eruditione potissimum , ac eorum , quæ ante ipsum inventa fuerant , & producta , cognitione commendatissimus , Almagesti ſui libro ſecundo , capite primo persequitur . Censuit enim columnæ ſimilem Anaximander , cylindro Leucippus , cono Cleantes , ſcaplio Heraclitus , diſco cavo Democritus , Menſe planæ Anaximenes , & Empedocles , infinita autem radice deorſum nixam Xenophanes Colophonius .

Duplex me-
thodus inquieren-
di , ab æquili-
brio , & obſer-
vationib⁹ .

4. At earundem ſententiarum absurditatem veteres ipſi melioris nota philosophi agnoverunt omnes , qui uno fere consensu globosam Telluri formam tribuerunt . Duplex autem argumentorum genus ad hanc ipſam figuram Telluri assignandam eſt adhibitum , alterum petitum ab æquilibrii legibus , alterum ab obſervationib⁹ , quæ ipiam Telluris curvaturam exhibent , & oculis ſiſtunt .

Quo paſto ex
æquilibrio de-
ducatur sphæ-
rica figura .

5. Ex æquilibrii legibus deducebatur , marium ſuperficiem debere eſſe sphæricam , poſito , quod gravia omnia ad certum punctum dirigantur , & Tellus ſtet , quod præſtit Archimedes in primis . Si enim tota hæc moles e terra , & aquis composita , eſſet fluida , & componeretur in sphæram circa id punctum , ad quod omnes ejus particulae diriguntur , patet æqualibus hinc , & inde a centro ponderibus accurate libratis , eam debere confiſtere ſine ullo motu , quo figuram mutet . Si jam ingens ejusdem pars concreſcat , nihil hoc novum particularum vinculum inter ſe , cæterarum partium positionem mutabit , quæ idcirco adhuc conſiſtent in æquilibrio . Si il-

lx

lae posteaquam concreverunt densitatem mutent utcumque, si illis addantur quæcumque moles procurrentes ultra globi ipsius superficiem, dummodo hæc solida massa circa illud idem centrum æquilibretur ita, ut superficies, quæ solidam partem a fluida dividebat, eodem perficit loco, eodemque modo fluidam illam partem sustineat, nullus idcirco in tota ipsa fluida massa motus habebitur, cuius proinde superficies sphæricam adhuc formam retinebit. Atque hoc quidem argumento sphærica marium figura evincebatur; unde consequens erat, universam Tellurem sphæricæ itidem ad sensum esse formæ, cum tot maria alia cum aliis conjungantur, & montes non ita multum supra marium superficiem assurgant.

6. Hæc quidem ex æquilibrio: quod autem ad observationes pertinet, curvatura marium patebat sane, cum prospectantibus e littore prius summa vela apparent, tanquam emergentia ex ipsa aqua, navibus adhuc post aquarum curvaturam latentibus, tum ipse naves; adventantibus autem e mari prius summi montes, tum colles humiliores, deinde tecta domorum in littore existentium, ac demum earum limina, & littus ipsum. Ipsa curvatura & in mari, & in Tellure deducebatur ex eo, quod iter habentibus polum versus, stellæ, que polo propiores sunt, apparebant perpetuo sublimiores, & ab horizonte magis elevatae, aliis, atque aliis stellis polo propioribus transiuntibus per cœli verticem, quem zenith dicimus; iter autem habentibus orientem versus, Sol, & omnia sidera citius orirentur, & occiderent.

7. Verum ex hisce argumentis, & crassioribus observationibus curvatura quædam tantummodo deduci poterat terrestris superficie, non sphærica forma, immo vero nec circum orbicularis utcumque, quam ab oriente in occidentem integro gyro redire in orbem tum demum immediata observatione constituit, cum detecta tribus circiter ab hinc sæculis America totus terrarum orbis

*Quo ex obser-
vationibus cur-
vatura.*

*Nos sphæri-
cam non evi-
cissemus.*

O P U S C U L U M

bis circumnavigari cœpit , qui nunc quidem a navibus in occidentem proficiscentibus , ac redeuntibus ex oriente obitur perpetuo .

Sphærica-
tem præxi-
mam
deduci ex ecclie-
psibus Lunæ .

8. At phænomenum ab ipsa quidem Tellure distans , sed ad eam maxime pertinens nequaquam deerat , quo multo sane validius Telluris forma ad sensum sphærica comprobaretur . Erat id nimirum ipsius Telluris umbra in Lunæ defectibus . Neminem latet , Lunæ defectum nihil esse aliud , nisi ipsius Lunæ ingressum in umbram Terræ , vel potius atmosphæræ Terram ambientis . Præterea & illud facile concipitur , umbram sphærici corporis in quacumque directione projectam debere circularem esse , & curvaturæ circumquaque ejusdem , quod nulli alteri figuræ generatim convenire possit . Porro in omnibus Lunæ defectibus in quacumque fierent cœli plaga , (fiunt autem in plagiis admodum diversis , ubi vis nimirum ab ortu in occasum , & per ingentem cœli tractum a Borea in Meridiem) terrestris umbræ limbus figura circulari observabatur , & curvatura illius circuli ad sensum eadem apparebat . Inde autem consequens erat , atmosphæræ terrestris formam , adeoque & formam Telluris ipsius , supra quam atmosphera non ita multum & ubiqui fere æqualiter assurgit , ut e crepusculis facile deducitur , ad sensum sphæricam esse .

Accuratam
sphæricatem ne
inde quidem e-
rui .

9. Ne hoc quidem argumento satis demonstrari poterat , figuram esse accurate sphæricam . Nam & admodum exiguis est arcus ille totius circuli , quo terrestris umbra in regione Lunæ concluditur , qui arcus in Lunam cadit eo circulo longe minorem , & is ipse arcus satis confusus cernitur ob illam , quam penumbram dicunt , ut idcirco curvatura ipsius satis accurate definiri non possit . Accedit , quod pro diversis distantiis Solis a Terra umbrosus Telluris conus in eadem ab ipsa Tellure distanta diversæ crassitudinis est , & quod Luna pro diversis suis a Tellure distantiis diversam ipsius coni perpetuo se coarctantis crassitudinem permeat , ut adeo curvatu-

ra ipsa accurate æqualis esse non possit , ne tum quidem ,
cum Tellus accurate sphærica sit .

10. Verum cum & æqualis illa quedam ad sensum
curvatura appareret , & sphærica figura perfectissima
censeretur , ut ad ejus adeptionem adspirare Natura vide-
ri posset , & æquilibrium illud accuratam marium rotundi-
tatem suaderet ; insedit alte Philosophorum animis , &
arcte adhæsit ea opinio , Tellurem , abrasis montibus ,
& vallibus coæquatatis , accurate sphæricam esse , nec ea
de re dubitari est cæptum , nisi intra postremos hosce octo-
ginta circiter annos , quod qua occasione evenerit , pau-
cis indicabo .

Adhuc diu
creditam esse ac-
curata sphæ-
rica .

11. Abierat superioris sæculi anno secundo , & se-
ptuagesimo in Cayennam insulam æquatori proximam ,
Richerus , eo a Regia Parisiensi Academia missus , ad
astronomicas observationes ineundas , & secum detule-
rat horologium , quod Parisiis cum cælestibus motibus
accurate conspiraverat . Eo producendo ad observationes
instituendas , deprehendit multo lentiorem ejus motum
ita , ut singulis diebus per bina minuta cum dimidio ab in-
tegræ diei mensura deficeret . Rem miratus , quam nec
ab aliqua machinæ mutatione , nec a suspensione , nec ab
alia ejusmodi causa videbat oriri posse , illud conjectit ,
gravitatis vim ibidem minorem esse , quam in Europa ,
unde fieret , ut pendulum , a cuius oscillatorio motu
totius machinæ motus pendet , lentius aliquanto oscil-
laret , & horologium ipsum retardaret .

Dubitando:
casio ex Richeri
observatione de
horologiorum
retardato .

12. Ut autem certius constare posset , an res ita se
haberet , accuratissime inquisivit in longitudinem pendu-
li simplicis , quod singulis minutis secundis horariis sin-
gulas oscillationes absolveret , & ejus longitudinem æri
incident , ut eadem observatione , ubi in Galliam regres-
sus esset , iterata , utramque mensuram conferre posset .
Constat enim , pari gravitatis vi longiora pendula lentius
oscillationes suas peragere , breviora citius ; pari lon-
gitudine penduli , & diversa vi gravitatis , ea lentius
move-

Pendulorum
isochronorum
inequalitas ab
eo deprehensa;
inde inequa-
litas gravita-
tis .

moveri , quæ minore agantur vi ; si autem bina pendula eodem tempore oscillationes peragant suas , quæ idcirco isochrona appellantur , inæquali autem longitudine sint , illud , quod longius est , gravitate urgeri , quæ in eadem ratione sit major . Nec successus fecellit spem . Rerum enim Parisios ita breviorem penduli isochroni mensuram invenit , ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis dubitare omnino non posset .

Primum impugnata , tum plurimis observationibus confirmata .

13. Rei novitas universam percult litterariam rem publicam , atque commovit mirum in modum , multis sub initium abnuentibus , & aliis Observatoris vitio , tribuentibus phænomenum , aliis caloris vi metalla dilatantis ; nec defuerunt , qui , observationibus per Europam institutis , gravitatem ubique æqualem se invenisse profiterentur : cum nimis iis methodis , quæ tum in usu erant minus perfectæ , & perpolitæ , exiguum discrimen tam exiguis locorum intervallis debitum nequaquam deprehenderent . Hinc observations multo accuriores , & accurrioribus instrumentis institute sunt in plurimis , & admodum dissipatis Terræ locis , quarum consensu illud jam certo definitum habemus , gravitatis vim in aliis Terræ locis aliam , ab æquatore ad polos augeri fere perpetuo ; fere inquam , nam in exiguis intervallis exiguae quedam anomaliæ deprehenduntur , quæ tamen in majoribus distantiis evanescunt ita , ut si bina assumantur loca , quorum alter multo magis ab æquatore distet , quam alter , gravitas in hoc posteriore semper minor , quam in illo priore , inveniatur .

Idcirco ex æquilibrio sphæricitate non deduci .

14. Detecta hac gravitatis in diversis Terræ locis inæqualitate , actum jam de illo argumento pro Telluris sphæricitate ex æquilibrio : Si enim ad unicum centrum gravitas circumquaque æqualis ita dirigitur , ut sphærica inde figura consequi debeat , patet & illud , gravitatis ipsius vim ubique in superficie Terræ æqualem esse deberet . Quo collapso , cum cætera illa omnia ex antiquiorum observationibus repetita usque adeo manca sint , & incerta ,

P R I M U M.

certa, solam enim curvaturam in se utrumque in globi formam redeuntem evincunt, satis patuit, nova theoria aliqua, novis observationibus in ipsam Telluris figuram esse inquirendum.

15. Verum antequam ipsa hæc inæqualitas gravitatis tot novis observationibus confirmaretur, ubi primum a Richero nunciata est, eam hinc Hugenius, inde Newtonus arripuerunt illico, & in ejus causas inquirentes, alter sola diurna Telluris vertigine in subsidium vocata, alter ipsa simul, & gravitate sua generali, illud pronunciarunt: debere omnino gravitatem, quam experimur ab Äquatore ad polos augeri perpetuo, figuram autem Telluris ad polos ipsos compressam esse, elevatam ad æquatorem, ut sphæroïdem quandam cæpæ similem referret.

16. Satis est notum illud, in quovis circulari motu vim quandam oriri, quam centrifugam dicunt, quam vis centrifuga in motu circulare. quidem pro circulo certis legibus definivit primus omnium Hugenius, Newtonus autem ad curvas omnes traduxit. Eam vel ipsa funda satis evincit, qua dum circumagit lapis, tenditur funiculus ille, ex quo habetna constat, qui, etiam si debilior sit, & lapis satis celeri agatur motu, disrumpitur; idem vero & in rotæ cuiusvis conversione celeri observamus, quæ aquam sibi adspersam excutit, & procul ejaculatur. Porio illud & ex theoria constat, & experimentis est confirmatum, in circulis inæqualibus, qui æquali tempore percurrentur, vim ipsam centrifugam ipsorum circulorum diametris accurate respondere ita, ut ubi diameter dupla, vel tripla sit, dupla itidem, vel tripla fiat ipsa centrifuga vis Constat itidem illud, quod nomen ipsum vis centrifugæ præsefert, eam dirigi ad partes contrarias centro circuli ipsius.

17. Defigamus jam mentis aciem in globum aliquem, qui circa suum axem convertatur. Partes illæ, quæ proximæ sunt polis, per quos axis ipse traducitur, gyros admodum exiguos eodem tempore peragunt, qui

In motu diurno maxima, & maxime gravitati contraria sub æquatore.

qui-

quidem eo magis crescunt, quo magis a polis receditur ita, ut omnium maximus sit is, qui ab utroque polo æque distat, & in eo globi motu æquator appellatur. Hinc ibi centrifuga vis omnium maxima esse debet, quæ quo magis ad polos acceditur, eo gradatim decrescit magis. Rem igitur Hugenius, ac Newtonus ad Tellurem transtulerunt. In ejus diurno motu considerarunt vim centrifugam sub æquatore maximam esse debere, prope polos minimam, in polis nullam. Notarunt præterea illud, ipsam vim centrifugam sub æquatore dirigi ad partes centro Telluris oppositas, quod ipsius æquatoris est centrum, in reliquis autem locis dirigi ad partes oppositas illi puncto axis, quod est circuli descripti centrum, quod nimurum eo est remotius a centro Terræ, quo circulus ille ipse ab æquatore recedit magis, & accedit ad polum utrumlibet; ac proinde cum vis gravitatis ubiqui dirigatur versus Terræ medium, observarunt, ipsam vim centrifugam sub æquatore magis etiam directe gravitati opponi, quam versus polos.

18. Ex utroque igitur capite deducebatur illud, gravitatis vim sub æquatore maxime imminui, versus polos autem gradatim minus; unde inæqualitas illa gravitatis in superficie Terræ deprehensa conseqüebatur, & vero etiam compressa Telluris forma. Cum enim idem deberet accidere in superficiebus omnibus sphæricis intra ipsius Telluris viscera consideratis eodem centro; patet, totum pondus columnæ fluidi a superficie ad centrum minus fore sub æquatore, quam ad polos, nec posse haberi æquilibrium, nisi ad minorem gravitatem compensandam maria sub ipso æquatore elevarentur. Accedebat & illud, cum ea gravitas, quam in superficie observamus, componi deberet ex gravitate illa tendente in sphæra ad centrum ipsius sphæræ, & ex ejusmodi vi centrifuga aliam directionem habente, maria vi hac composita urgeri debere in latus directione non perpendiculari superficie ipsi sphæricæ, adeoque in superficie sphærica

Inde gravitas
in terra inæqua-
lis, & figura
compressa ad po-
los.

rīca æquilibrium haberi non posse, sed superficiem eandem ab æquatore ad polos declivem quodammodo esse debere, ut gravitas illa composita ipsi superficie perpendicularis evaderet.

19. Et quidem Hugenius gravitatem eodem modo consideravit, quo Galileus consideraverat, uniformem, & ad certum punctum directam. At Newtonus, qui ad machinam universam mundani systematis generalem, & mutuam gravitatem adhibuerat, hac ipsa ad Telluris figuram determinandam est usus. Censet is nimirum, gravitatem non dirigi ad certum punctum, quod habeat pro centro, sed componi ex mutua determinatione particularum materiæ accedendi ad se invicem, quam etiam mutuam attractionem appellat. Porro hujus attractionis ea est lex, ut particulae æquales in iisdem distantiis æque ad se invicem tendant; mutatis vero distantiis, mutantur & vires ita, ut in majoribus distantiis minores sint secundum eam legem, quam Geometræ vocant reciprocam duplicatam diistantiarum, ut nimirum existente distantia dupla, tripla, vel decupla, sit ejusmodi vis bis duplo, ter triplo, vel decies decuplo minor, five quadruplo, noncuplo, vel centuplo minor.

20. In hac hypothesi gravitatis, ubi ad servandum æquilibrium figura sphærica in ellipticam abit, nova ratio exoritur differentiæ gravitatis, quæ itidem figuræ terrestris determinationem ingreditur, quod nimirum particula, quæ in diversis superficie locis est collocata, diverso modo respicit reliquas omnes particulas sphæroidis totius, diversam nimirum habet & distantiam ab iis, & positionem respectu ipsarum. Inde fit, ut gravitas ex omnibus ejusmodi gravitatibus composita aliam alibi & magnitudinem, & directionem habeat, atque illud in primis demonstravit Newtonus, in polis sphæroidis compressæ, & constantis ex materia homogenea majorem fore, quam in æquatore: unde fit, ut in ejus hypothesi & gravitatis inæqualitas, & compressio Telluris

Gravitas
Newtoni ex ge-
nerali attrac-
tione ac.

Inde nova
inæqualitas gra-
vitatis, & ma-
jor Terra com-
presso.

ris multo major esse debeat, quam in Hugenii sententia gravitatis æquabilis.

Quantitas
compressionis in
Hugenii senten-
tia.

21. Uterque geometriæ, & calculi ope inquisivit in ipsam Telluris figuram, quæ ex sua hypothesi de gravitate, & ex motu diurno Telluris ipsius consequi debeat. Et Hugenius quidem admodum facile rem expedit, demonstravitque, gravitatem sub æquatore a gravitate sub polis debere deficere per unam ex biscentum octoginta novem suis partibus æqualibus, compressionem autem ejusmodi debere esse, ut Tellus sub æquatore septem circiter passuum millibus assurgat magis, quam sub polis, excessu sane perquam exiguo, quo sensibili citudam, & proximæ sphæricitatì vix quidquam officitur; nec vero hanc tantummodo compressionem invenit, verum etiam totius curvaturæ formam definivit.

Eadem in sen-
tentia Newtoni
solventis pro-
blema per re-
resentationem.

22. At Newtoni Provincia multo erat magis ardua, & difficilis. Ibi enim cujusque particule gravitas a Telluris figura pendet, Telluris autem figura ab ipsa ejusmodi gravitate, quarum altera determinari debet per alteram. Accedit, quod data etiam figura illa, admodum difficile erat generaliter pro quovis puncto molis totius determinare vim eam, quæ ex tendentia illa in omnes ipsius particulas coalescit. Quamobrem frustra is quidem in ejusmodi figuram inquisivit, nec aliter ad sui problematis solutionem devenire potuit, quam assumendo illud, figuram esse ovalem ejus formæ, quæ ex coni sectione oritur, ac ellipsis appellatur. Invenit nimirum methodum computandi gravitatem in polo, & æquatore in sphæroide elliptica, ex cuius problematis solutione, methodo usus, quam falsæ positionis dicunt, illius sphæroidis formam invenit, quæ, habita ratione & vis centripetigæ, & attractionis particularum omnium, in æquilibrio consisteret, ac definit elevationem quidem superficie Terrestris a centro computatam sub æquatore maiorem esse debere, quam ad polos una ducentesima trigesima totius altitudinis parte, nimirum passuum millibus

bus septendecim, vim autem gravitatis sub æquatore ipso minorem, quam vim ad polos una itidem ducentesima trigesima parte hujuscem posteriorioris.

23. Et quidem quo Newtonus néquaquam pervenierat, pervenit mira dexteritate Maclaurinus, vir fane summus, qui Newtoni problema multo adhuc magis auctum felicissime expedivit. Invenit enim massam fluidam homogeneam, cuius singulæ particulæ se invicem trahant vi, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ præterea urgeantur in centrum datum vi proportionali distantiae a centro ipso, & alia vi tendente ad partes oppositas plano dato transeanti per ipsum centrum, & proportionali distantias ab eodem plano, debere componi in sphæroidem ellipticam habentem idem illud centrum pro centro suo, ac datis iis viribus ipsam figuram, & elevationem sub æquatore, & gravitatum discrimen accuratè determinavit, quæ ipsi eadem obvenerunt, ac Newtono obvenerant; cujus quidem problematis solutione ea etiam, quæ ad maris æstum explicandum pertinebant, obtinuit.

24. Dum Hugenius, ac Newtonus ex æquilibrii legibus in Telluris figuram inquirunt, & ejus compressionem ad polos definiunt, Cassianæ observationes quædam circa terrestris meridiani gradum, collatæ cum aliis observationibus a Piccardo habitis, visæ sunt contrariam potius Telluri figuram tribuere, nimirum productam ad polos, & ovo similem, quod qua ratione contigerit, ut exponam, aliquanto altius rem repetam, & quid sit is ipse meridiani gradus, quid in ejus investigatione antiquiores præstiterint, quid recentiores, paucis explicabo.

Problema a
Maclaurino solu-
tum accurate.

Cassianis
observationibus
contrarium e-
vinci vides.

25. Circulum quemcumque Geometræ dividunt in partes æquales tercentum sexaginta, quarum singulas appellant gradum, cuius sexagesimas partes dicunt minuta prima, primorum vero minutorum sexagesimas minuta secunda, & ita porro. Ipsorum autem graduum & minutorum ope angulos etiam, quos binæ continent rectæ

Quid gradus,
& quomodo in
celestibus arcu-
bus definitur.

rectæ lineæ , ubi concurrunt , metiuntur . Quamobrem ubi alicujus circuli unicus etiam innotescit gradus , tota inde peripheria facile deducitur . Quot autem gradus contineantur in arcu circuli etiam remotissimi , ut cælestis , facile definitur ex ejus centro ope angulorum , quos continent binæ rectæ ad bina extrema iplius puncta tendentes ; ut si altera e Tellure , quæ respectu cæli habetur tota instar puncti , quod sit ejus centrum , tendat ad zenith , altera ad fixam aliquam stellam , ex earum inclinazione , sive angulo innotescit , quot gradibus distet illa eadem stella ab ipso zenith .

Qui meridiani Terræstres , & corum gradus. 26. Hinc autem si Tellus sit sphærica , facile concipiatur , quid sit gradus circuli cujuspiam ipsius sphæræ maximus , sive meridiani . Circulus maximus est is , qui medianam secaret sphæram ipsam , & transiret per ejus centrum : meridianus is , qui recta a Meridie tendit in Boream , & transit per binos polos . Ejus circuli tercentesima sexagesima pars , gradus meridiani appellatur . Si binæ rectæ ex ejus sphæræ centro ductæ in cælum usque per bina extrema arcus cujuslibet , ibi intercipiant gradum cælestis circuli , is arcus unum continet terrestris circuli gradum . Hinc cæli , & astrorum ope in terrestres plerumque gradus inquiritur .

Dianensi gra- dus Eratosthenis , Posidonii , Arabus . 27. Idcirco igitur ; donec Telluris figura habita est pro sphærica , in illud a vetustissimis usque temporibus incubuerunt Philosophi , ut unum aliquem circuli Terræ maximi gradum dimetirentur , totum inde ambitum , & diametrum deducturi . Pluribus autem id ipsum methodis investigarunt . Eratosthenes , cum audisset , in urbe Syene ipso æstivi solstitii die Solem in meridie imminere in ipso vertice ita , ut profundissimos quoque puteos ad fundum usque illuminaret , meridiem autem eodem temporis momento in ea urbe haberi , ac Alexandriae , ubi tum ipse versabatur , utramque nimirum urbem sub eodem meridiano sitam esse , ac ope umbræ , quam Sol in meridie projiciebat , deprehendisset , Solem sibi quin-

quinquagesima parte totius cælestis ambitus , five gradibus septem , minutis duodecim , distare a vertice ; intulit inde , totidem gradus , & minuta terrestris circuli contineri inter urbem utramque , quarum altera Soli , altera celi puncto totidem gradibus , & minutis a Sole distantia subjaceret . Cumque a viatoribus comperisset , stadiorum quinque millibus easdem urbes distare a se invicem , deduxit illud , uni gradui deberi stadia proxime 694. five millaria 87. Posidonius , cum videre sibi videretur Canobum stellam Rhodi horizontem stringere , Alexandriæ gradibus 7 cum dimidio supra horizontem elevari , distare autem Rhodum Alexandria stadiis 5000 , intulit unius mensuram gradus stadiorum proxime 667 , five milliariorum proxime 83. Arabes sub Maimone Rege ejus jussu in campis Fingar recta in Boream progressi , donec polus uno gradu magis ab horizonte assurgeret , in eo terrestri gradu , qui ei cælesti gradui responderet , invenerunt sua millaria circiter 56. Sic alii e veteribus aliis methodis , quarum aliquas utcumque adumbratas habemus , aliarum memoria intercidit , unum terrestris circuli gradum determinarunt .

28. At ii omnes a se invicem plurimum discrepant , quod quidem & crassioribus methodis , & instrumentis minus accuratis maxima ex parte tribuendum omnino est , ut in cæteris omnibus ipsorum astronomicis observationibus accidit , & vero etiam mensurarum discriminis neque enim eadem erat apud omnes stadiorum , ac milliariorum mensura , nec nobis ulla fortasse ex iis mensuris , quæ ad eam rem sunt adhibitæ , satis innotescit . Hinc ubi aliquanto diligentius postremis hisce temporibus excoli coepit Astronomia , in eam ipsam terrestris gradus mensuram iterum aliquanto diligentius est inquisitum . Dimensus est unum terrestris meridiani gradum Norvoodus in Anglia , Snellius in Hollandia , Fernellius in Gallia , Ricciolius in Italia : sed nondum adulta satis Astronomia , nec instrumentis , & observandi methodis satis per-

Eadem a plus
ribus recentioribus tentata .

perfectis, multa in ipsorum mensuris desiderata sunt, quæ ipsas minus certas, & vero etiam minus accuratas reddiderunt.

Gradus Piccardi, & Cassini. Cassinianus major, qui potest propius,

29. Primus omnium multo majori cura, & accuratioribus instrumentis, meridiani gradum dimensus est iussu Ludovici Magni Galliæ Regis Piccardus Parisiensis Astronomus, qui telescopium ipsis astronomicis instrumentis adjunxit primus, quod quidem ad promovendam, ac perficiendam Astronomiam, incredibile dictu est, quantum profuerit. Is autem in Boreali Galliæ parte gradum dimensus definivit parisiensibus mensuris pedum senum, hexapedas vocant, 5760. Subinde Joannes Dominicus Cassinus, quem ad novi Observatorii curam ex Italia Ludovicus ipse Magnus advocayerat, meridiani Parisiensis ductum ab ipsa Parisensi urbe in Austrum ad Pyreneos usque montes produxit, & mensuris cum summa diligentia captis gradum medium Piccardiano invenit longiorem hexapedis aliquot, cuius mensuras cum Jacobus ejusdem filius adhuc superstes post aliquot annos iterum iniisset, tum etiam in Boream ad Oceanum Dunkerkam usque meridianum ipsum produxisset, longiorem itidem aliquanto Australis Galliæ gradum invenit.

Inde deduci productio Telluris ad polos.

30. Detecta graduum cum tanta diligentia definitiorum inæqualitate, cum de mensura rite inita nihil omnino dubitaret, statim Cassinus intulit illud, Telluris figuram accurate sphæricam esse non posse, cum nimirum debeant in sphæra gradus omnes penitus æquales esse. Et primo quidem ex eo, quod sibi gradus Austrum versus major obvenisset, censuit inde deduci illud, Tellurem ad polos compressam esse, & elevatam ad æquatoriem, prorsus uti diurna etiam conversio circa proprium axem exigere videbatur. At re maturius considerata facile patuit, contrarium omnino requirere incrementa graduum Austrum versus, nimirum compressionem ad æquatorem, & productionem ad polos, formam videlicet ovo similem.

31. Ut id ipsum magis perspicuum fiat , videndum illud , quid sit meridiani gradus in Tellure non sphærica , in qua meridianus ipse accuratus circulus non sit , & qua ratione determinetur . Concipiatur curva illa linea , quæ prodiret Tellure prius ab omnibus asperitatis libera , ac levigata , & ad proximam aliquam irregulari illi suæ regularem figuram redacta , tum a polo ad polum secta per centrum . Ea dicitur meridianus terrestris . Sit aliquis ubicunque in hujusmodi meridiano , ubi punctum aliquod cæli habebit sibi in ipso vertice imminens . Si is procedat Boream versus per illum ipsum meridianum , quoniam ob curvaturam Telluris , cui eretus insit , directionem suam mutat , aliud cæli punctum habebit sibi ad verticem imminens . Ubi tantum processerit , ut duo illa puncta a se invicem distent uno cælestis circuli gradu , tum unum meridiani terrestris gradum percurrisse dicitur . Nimirum unus meridiani terrestris gradus dicitur is ejus tractus , cujus extrema puncta habent pro zenith bina puncta cælestis circuli a se invicem distantia per unum gradum , sive e cujus extremis punctis si concipientur binæ rectæ lineæ intra , ipsius Telluris viscera ad perpendiculum immersæ , ubi ob ipsam Telluris curvaturam coeunt , angulum continent unius gradus . Cæli verticem indicat filum cum appenso pondere , quod si pendeat e vertice regulæ ad nemus habentis telescopium directum in fixam aliquam stellam ad meridianum appellantem , & filum per medianam regulam descendat , indicabit stellam illam esse in ipso zenith ; si autem stella ab ipso zenith distet , inclinato nonnihil telescopio cum regula , distantia ipsius filii a media regula , inclinationem telescopii exhibebit , & distantiam ipsius stellæ ab ipso zenith , qua methodo definitur , quantam mutationem subierit ipsum zenith in excursu per meridianum terrestrem .

32. Porro admodum facile patet illud , si Tellus Gradum max. forem esse , ubi curvatura est post minor. sphærica sit , adeoque meridianus ille circularis formæ

Quid gradus
meridiani in Tel-
lure non sphæri-
ca.

post æqualia emensa intervalla æqualem in ipso zenith mutationem debere fieri , adeoque gradus omnes omnium meridianorum æquales fore , & rectas illas superfici perpendiculares debere in ipso centro Telluris concurre re . At si forma illa abludat a sphærica ita , ut vel compressa ad polos sit , vel producta , meridianus circularem formam non habebit , sed alibi curvaturam majorem , minorem alibi . Ubi curvatura est major , ibi citius directio illa perpendicularis mutabitur , & unius gradus mensura brevior erit , lineis illis perpendicularibus per extrema puncta traductis citius concurrentibus intrat Tellurem ; ubi vero minor est curvatura eadem , ibi serius æqualis mutatio continget , gradus erit longior , & serius intra Telluris vifera illæ eadem rectæ concurrent .

Terra inde 33. Jam vero si Tellus figuram habeat productam ad producta ad polos , & ovo similem , patet , in ipsis polis curvaturam ibi minorem fore , in medio æquatore minorem . Contra vero si compressa sit , & cæpæ figuram referat , in ipso medio æquatore majorem habebit curvaturam , minorem ad polos , ac proinde in hoc secundo casu curvatura ab æquatore ad polos decrescat , crescente mensura graduum , contra in illo primo ab æquatore ad polos decrescat curvatura , augebitur mensura graduum . Quamobrem cum ex Cassinianis mensuris gradus ab æquatore ad polos decrescere viderentur , consequens videbatur esse , ut Terra non compressam haberet formam ad polos , sed productam , contra id , quod ex sua æquilibrii theoria Hugenius , ac Newtonus deduxerant .

**Controversia
inde orta .** 34. Ingentes hinc apud Physicos plerosque controversiae excitatae . Qui totam illam Newtoni , ac Hugenii theoriā aspernabantur , ii obseruationes Cassinianas , & Piccardianas extollere , quibus rem confectam esse vocitabant , & productionem Telluris ad polos habebant pro comperta , explorataque . Alii contra , qui ejusmodi theoriæ fidebant magis , notabant illud , nimis esse exiguum universæ Galliæ tractum cum toto Telluris ambitu

bitu comparatae, nimis exiguum tam proximorum graduum dilicitem, cui definiendo quævis observationum diligentia sit impar, erroribus, qui in observationes ipsas cadere omnino possint, & fere debeant, superantibus discrimen ipsum.

35. Dum autem ejusmodi controversia acri studio agitaretur, in ipsas theorias interea inquisitum est diligentius, & Astronomia, ac omnis instrumentorum apparatus, & observandi ratio mirum in modum exulta. Quod ad theoriam pertinet, Mairanius in primis invenit ejusmodi gravitatis terrestris legem, qua fieri posset, ut forma quævis, quævis graduum inæqualitas cum quavis inæqualitate gravitatis conciliari posset, æquilibrio nihil turbato, atque eam ipsam legem definiendam esse censuit ex accuratis observationibus, quæ mensuram graduum, & meridiani figuram exhiberent. Quod autem pertinet ad Astronomiam, Bradleyus binos quosdam, veteribus omnibus prorsus ignotos, stellarum fixarum motus deprehendit, exiguo quidem, sed ad accuratam graduum determinationem pernecessarios. Ubi enim gradus cujuspiam mensura inquiritur ope stellarum, determinando ejusdem stellæ distantiam ab utriusque loci zenith, plerumque Observator idem, ubi in altero gradus determinandi extremo observationes init suas, ad alterum se confert, & alteram ibidem observationem habet, quod aliquando post multos dies, & vero etiam menses peragitur. Porro stellæ, quas fixas dicimus, motus & ipsa nobis exhibent quosdam, quoruni is, qui diurnus dicitur, quo etiam oriuntur, & occidunt, vulgo ipsi notissimus semper fuit. Præter hunc, qui si solus esset, nihil ejusmodi investigationem turbaret, dummodo astri ipsius appulsus ad cælestem meridianum expectaretur, quem in eadem semper a polo, & ab ejusdem loci zenith distantia intersecaret, alium Astronomi lentissimum quandam ipsarum motum jam olim noverant, quem præcessionem æquinoctiorum appellant, quo perpetuo ad loci cujusvis zenith

Theoria, &
omnis Astrono-
mia interea ex-
cultæ magis.

accedunt nonnihil , vel perpetuo recedunt . Binos autem adhuc minores postremis hisce triginta annis deprehendit Bradleyus , quorum alter a quadam luminis aberratione , alter a nutatione quadam axis ortum dicit , quorum utroque fit , ut distantia fixæ cujuslibet a cujusvis loci zenith mutationes perpetuas subeat .

Bradleyani
motus syderum
necessario no-
scendi , & jam
certi .

36. Horum motuum omnium nisi cognitionem ha-
beat is Observator ita , ut dum secundam observationem
peragit , possit ex ejusmodi theoria deducere , quantum
interea temporis stella illa eadem a priore illo zenith re-
cesserit , vel ad ipsum accesserit , patet inde erroneam
gradus mensuram deduci debere . At vero ejusmodi mo-
tus & Piccardo olim , & utrique Cassino , dum illas suas
graduum mensuras inirent , fuerant ignoti prorsus , eo-
rum autem ratione habita , ita accurate cujusvis stellæ fi-
xæ semel observatæ locus pro alio quovis tempore inve-
nitur , ut si idonea instrumenta ad sint , nunquam bino-
rum secundorum minutorum error deprehendatur , quod
innumeris & Bradley ipsis , & plurimorum dcinde primæ
notæ Astronomorum observationibus abunde constat ,
ut proinde de aliis fixarum earundem motibus , quæ ejus-
modi investigationem turbare possint , timere non liceat .

Refractionum
theoria itidem
necessaria , &
jam nota .

37. Ad ipsam itidem Astronomiæ excultæ perfectio-
neum pertinet earum quoque , quas refractiones appellant ,
multo acuratior determinatio . Dum radius luminis e ra-
riore æthere in aerem densiorem ingreditur , iter detor-
quet suum , quæ itineris mutatio , & flexus refractionis
nomine a philosophis appellatur . Ea id præstat , ut astra
omnia elevatoria nobis appareant , quam deberent , ac
prope horizontem admodum ingens , cum dimidium ex-
cedat gradum , sensim eo decrescit magis , quo magis ac-
ceditur ad zenith . Eam veteres Astronomi vel ignorar-
runt penitus , vel parum norunt , quæ quidem & Riccio-
lio in primis obfuit , nunc ita comperta est , ut citra ul-
lum erroris periculum , qui quidem sub sensu cadere pos-
sit , in exigua saltem distantia a zenith , innotescat . To-
tidem

tidem enim fere secundorum est, quot gradibus ipsa di-
stantia continetur, ut adeo si quis proximas ipsi zenith
stellas adhibeat, errare omnino non poscit.

38. Demum ipsa Astronomica instrumenta multo ac-
curatiora construi cæpta sunt, in quibus Grahami in pri-
mis celeberrimi inter Anglos ejusmodi instrumentorum
Artificis industria mirum in modum eluxit. Omnes au-
tem Astronomi ita in instrumentorum ipsorum vim,
in Opticæ leges, in ea omnia, quæ ad correctionem
pertinent divisionum, inquisierant, ut hoc etiam in gene-
re quidquid ad rem bene gerendam requiretur, in prom-
ptu esset, ac demum certi fuerant mensurarum moduli
constituti, ut ne ex eo quidem capite ullus in diversorum
graduum comparatione error timeri posset.

Instrumenata
astronomica ma-
gis exculta.

39. In eo statu erant res, quæ ad figuram Telluris
pertinent, anno hujuscæ saeculi quinto, & trigesimo
cum de ipsa multo accuratius, quam ante factum esset
investiganda consilium cœpit Parisiensis Academia. Sa-
pientissimo Ludovici decimi quinti sapientissimi itidem,
& munificentissimi Regis administrō Comiti de Maurepas
significatum fuit, quanti interesset, non ad Physicam tan-
tummodo, & Astronomiam excolendam, promoven-
damque, verum etiam ad Geographiam, & Nauticam,
ex quibus in ipsos humanæ vitæ usus tanti promanant fru-
ctus, ejusmodi investigatio: æstimato navis itinere jux-
ta Cassinianam Telluris figuram in eos eosdem scopulos
incurrat nauta, a quibus in Newtoniana sententia per
plures leucarum decades aliquando longe absit. Posse au-
tem Regiis auspiciis, Regiis impensis binas Academi-
corum turmas dimitti, alteram in Boream, ut ad no-
strum borealem polum, quamproxime liceret, accederet,
alteram in Austrum, ut ad ipsum æquatorem deveniret,
binosque maxime inter se remotos gradus metiren-
tur, quorum ope de eo constare posset, an accurate
sphærica, an producta, an vero compressa ad polos es-
set Telluris figura, cum potissimum si elliptica sit, ex iis

Expeditiones
in Gallia propo-
sta ad investi-
gandam Terræ
figuram.

tantummodo binis gradibus de ipsa ejus ellipsoe, & Terræ totius magnitudine constare poslit. Fore id quidem ipsi Regi, & toti regno honorificentissimum, & multo majorem ex ejusmodi litteraria expeditione gloriam sperari debere, quam ex illo usque adeo celebrato Argonautarum itinere derivatam fabulosa jactarit antiquitas.

Telluris com.
prefatio prodita
Maupertuisio in
Lapponiam mis-
so.

40. Consilio avide arrepto, alii in Americanam Godinio
duce profecti sunt, alii duce Maupertuisio in Lappo-
niam. Et hic quidem, opportuno loco circa Torneam
Lapponiæ flumen invento, brevi gradum dimensus est,
quem ipse polaris circulus intersecat, quem cum invenisset Piccardiano gradu, a se correcto per Bradleyanos
illos fixarum stellarum motus, & refractiones, ac magis
etiam per eam correctionem imminuto, quingentis circiter
majorem hexapedis, anno 1737. opusculum edidit,
quo ex hisce binis gradibus non tantummodo demonstratam esse compressionem ad polos, sed ipsam Telluris to-
tius & magnitudinem, & figuram accuratissime definitam in ipsa libri fronte affirmavit.

Varia vires
gradus Piccar-
diani certa de-
num definiti.

41. Verum, cum inde multo major compressio de-
duceretur, quam non Hugenii tantummodo, sed ne ipsa
quidem Newtoni theoria requireret, paullo post ipsas
codem accuratissimo Grahami instrumento, quo in Lap-
ponia erat usus, astronomicas Piccardi observationes repe-
tiit, retentis, quæ ille definiverat locorum intervallis,
& ex observationibus novis gradum ipsum augeri oportere ratus, discrimen illud binorum graduum fere du-
plo minus invenit, adeoque & compressionem multo
minorem constituit, quam antea statuisset. Verum cum
de ipsis locorum intervallis a Piccardo definitis suspicio
oborta esset, Jacobo Cassino eadem iterum dimetendi cu-
ra demandata suit, qui in Piccardi mensuris terrestribus
errorem admodum manifestum deprehendit, quo subla-
to illud inventum est, Piccardi gradum cælestibus ipsius,
ac terrestribus erroribus se mutuo corrigentibus, ad ean-
dem fere ab ipso Piccardo definitam olim magnitudinem
miro

miro sane casu rediisse. Ipse autem Cassinus instrumentis per universam Galliam circumductis totum in primis meridiani Parisiensis tractum per Galliam observationibus quamplurimis definivit, ac singulos gradus dimensus est ita, ut de vera graduum meridiani mensura per ipsam Galliam dubitari non posse videatur. Qui tamen gradus licet, quo borealiores sunt, sint itidem majores, adhuc tamen inter se multo minus differunt, quam theoria requireret.

42. Interea vero ex America redierant Bouguerius, & Condaminius, determinata in Quitensi valle priorum ab æquatore trium graduum mensura post incredibiles annorum decem labores, quorum singuli observationes suas & magnitudinem gradus æquatori proximi ediderunt apposite consentientes inter se, nec multum discrepantes ab iis, quas aliquanto prius vulgaverant bini Mathematici ab Hispaniae Rege Gallorum turma adjuncti comites, qui cum Godinio a Bouguerio, & Condaminio recesserant. Ingentibus autem inter omnes ejusmodi Observatores contentionibus excitatis debemus illud, quod nimirum cura maxima ad omne errorum genus evitandum demum, & ipsa gradus determinati mensura, multo nobis evidentius patuerunt.

43. At is quidem gradus, & Polari, & Gallico demum correcto, satis minor compressionem Telluris ad polos confirmavit, sed in magnitudine compressionis ipsius derivanda ex elliptica meridiani figura nequaquam convenit. Alia oritur ratio axis ad diametrum æquatoris, si extremos gradus Americanum, & Lapponicum inter se conferas, alia si Americanum cum Gallico, alia demum, si cum Lapponico Gallicum; atque id quidem discrimen est, quod nec tantorum Astronomorum oscitantiae, nec instrumentorum vitio, quorum accuratas habemus descriptions, tribui omnino possit. Accedit, quod cum penduli ad singula secunda minuta oscillantis longitudinem utraque turma diligenter notaverit, Lapponica quidem gravitas Parisiensi est major, Parisiensis Americana, sed

*Gradus ab
Accademiis in
Americam missis
definitus.*

*Dimensus co-
rum, quæ ex
gradibus defini-
tis consequun-
tur.*

sed non ea est accurate inæqualitas , quam aut Newtonus definiverat , aut Ellipsis per binos quoicumque ex iis gradibus determinata juxta æquilibrii leges videtur exposcere .

Varii ad con-
ciliationem co-
natus .

44. Hinc ubi maxime jam definita esse videbatur , & accuratissime per novas graduum mensuras determinata Telluris figura , & compressionis magnitudo , repente iterum evasit admodum incerta . Bouguerius tribus meridiani gradibus Americano , Parisiensi , Lapponico inter se collatis , & cum eo circuli æquatori paralleli gradu , quem postremis itidem hisce annis Parisienses Academicci in Gallia dimensi fuerant , invenit quandam regularem meridiani figuram , quæ cum omnibus ejusmodi gradibus conspiraret . In ea incrementa graduum ab æquatore ad polos , quæ juxta Newtonianam gravitatis legem in Tellure homogenea debebant esse , ut ea , quæ Mathematici vocant , quadrata sinuum latitudinis , essent ut eorum sinuum , quæ vocant quadrato-quadrata . At nec ea cum cæteris Cassini gradibus per Galliam convenit , nec ulla in promptu est theoria , quæ ejusmodi potissimum curvaturam exigat , & ut post binos definitos gradus tertius cum ellipsi , quam theoria cum innumeris cæli phœnomenis apprime consentiens requirebat , a prioribus binis inde derivata nequaquam consensit , facile dubitari poterat , ne si quartus alicubi novis mensuris definitur , a Bougueriana hypothesi longe recederet , & legem per cæteros tres definitam turbaret . Clerautius autem Maupertuisi in Polari expeditione comes in æquilibrii leges diligentius inquirens , ad inæqualem Telluris densitatem recurrentum censuit , quam tamen certa quadam lege variatam posuit centrum versus , & variationis nexum cum Telluris figura , & cum gravium inæqualitate elegantissime definivit , qua lege phœnomenis accommodata & graduum quorundam magnitudinis , & longitudinis pendolorum rationem reddi posse existimavit .

Autoris opti-
nio de inæquali-
tate partium
Terra .

45. At mihi quidem post primum illud Maupertui-
sii

sii opusculum perfectum , & observandi methodos , ac rem omnem hanc diligentius consideranti , illud alte infedit animo , quod inde nunquam divelli potuit , magnam sane partem & inæqualis graduum mensuræ , & inæqualis ilochronorum pendulorum longitudinis deberi inæquali cuiquam , & irregulari internarum Terræ partium textui , quæ inæqualitas si superficie proxima sit , mensuram graduum , si paullo altius velut defossa , figuram illam ipsam , quæ abrasis asperitatibus omnibus , & externis inæqualitatibus coæquatis obtinetur , perturbet , ac multa , quæ eo pertinent , proposui in dissertatione de Telluris figura iam ab anno 1738. alia in dissertatione de Inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis anno 1741. alia in dissertatione de Observationibus Astronomicis anno 1742; quod si accidat , nemo mirabitur , si nullam certam legem satis accurate servet vel graduum , vel gravitatis inæqualitas .

46. Nam quod pertinet ad inæqualitates superficie Terræ proximas , concipiamus totam Telluris massam homogeneam , ac proxime sphæricam , tum in ejus superficie globum alterum ipsi homogeneum constituamus . Pendulum , quo pondusculum filo appensum futilnetur , urgebitur in sententia gravitatis generalis dupliciti vi , quarum alia in totam Terram , alia in illum globum dirigitur , ac ex vires eam ad se invicem habebunt rationem , quam semidiameter Terræ habet ad semidiametrum globi . Hinc ab ea positione , quam sine ejusmodi globo habere deberet , deflectetur pendulum posteriore vi , quam penduli deviationem calculo admodum facili , & expedito demonstravi , in globum proximum fore integri fere minuti , si globus ille semidiametrum habeat milliarii unius , adeoque 15 secundorum minutorum , si quartam milliarii partem adæquet ; dum e contrario aberratio ejusmodi in globum remotum erit ad sensum nulla .

Aberratio pen-
duli in instru-
mentis astrono-
miciis inde orta.

Perturbatio 47. Hinc mons quipiam loco observationis proximus, **ingens mensurz** cujus actio æquivalat actioni sphæræ habentis quartam graduum ex maf-
fa exigua. milliarii partem , sive passus 250 pro semidiametro , pen-
dulum instrumenti astronomici , cujus ope determinanus distantiam siderum a nostro zenith , errorem inducit se-
cundorum 15, qui si in binis extremis punctis gradus unius in partes contrarias agat , errorem inducit dimidii minutii , sive hexapedarum fere quingentiarum , quantum fere est totum discriumen graduum observatorum . Ubi autem plures simul determinantur gradus , eo errore in singulos distributo , minus a vero distant singuli , sed adhuc distant multo sane magis , quam opus sit ad per-
turbandam certam quandam legem , qua graduum men-
suræ mutentur .

Inequalitates 48. Porro montes , qui multo majori adhuc globo , **proximas super-** quam illi passum 250, magnitudine æquivaleant , passim **ficiet & esse , &** occurunt in superficie Telluris , qui si intra sua viscera plurimum agere. vacui non sint , quod ingenti illi Peruviæ monti Chimboraco fortasse accidit , cujus vim septem tantummodo fe-
cundorum minutorum deviationem parere invenit cum Condaminio Bouguerius , sed ita compacti , ut mediae densitati Telluris æquivaleant , errores illos ingentes om-
nino parient . Quod autem montes , qui supra superficiem prominent , præstare possunt , idem præstare debet mul-
to densior infra superficiem Terræ materia ex altera parte , quam ex altera , idem in partem oppositam vacuus aliquis ingens hiatus , quo ex altera parte materia desit , qui quidein errores minuuntur si Terra in descensu ad centrum multo densior sit , quam hic apud nos , sed cre-
scit etiam , si contra sit rario , & multo magis augetur , si ea non solidus quidam est globus , sed cruxa quædam vacuum habens in medio immanem tractum .

Ei difficultati 49. Jam vero cum tanta sit inæqualitas in situ ma-
non satis respon- teria supra superficiem Terræ extantis , cum tantulum **spon a Mauper-** discriumen inducat aberrationem penduli tam immanem ;
tatio . quis

quis non sibi persuadeat, inæqualitates ejusmodi ubique occurtere, quæ aliquot minutorum secundorum aberrationem inducant? Saltem quis aperte non videat, jure optimo ea de re dubitari posse, immo & debere? Mau-pertuisius quidem in elementis Geographiæ, quæ anno 1740. conscripsit, hanc a montibus ortam aberrationem sibi objectam (scio autem meam illam dissertationem ad ejus manus tum devenisse) commemorat, ac respondet, astronomicas observationes institui non solere ad ingentium radices montium, qui tanta vi polleant. At ea responsio inæquali textui partium superficie terrestri subjectarum, & hiaticis, quæ quidem omnia ego simul commemoraveram, aptari omnino non potest. Ea Observator nec videre potest, nec nosse, ut caveat; ac internarum Terræ partium constitutionem conjecturis fortasse aliquibus divinare possumus, satis certo nosse omnino non possumus.

50. Quid vero, si in ea ipsa constitutione solidus ille Telluris nucleus, quem maria alluunt, inæqualitates habeat in imis ipsis visceribus aliquanto majores, & admodum irregulares; an non ex ipsis æquilibrii legibus debet externa ipsorum marium superficies hoc uno etiam e capite alicubi turgere aliquanto magis, alibi aliquanto magis complanari, ut graduum inæqualitas vel penitus irregularis sit, vel a regularitate quadam recedat plurimum? Nam illud, quod in Telluris figura ex æquilibrio derivanda solent assumere, totam Tellurem suisse olim fluidam, & ubi ad æquilibrium redacta fuerit, concrevisse, nullo fane argumento evincitur, nulla ne levi quidem conjectura fulcitur. Telluris vero massam ita compactam esse, ut æquilibrium requirebat, quod satis periti artifices in fornicibus extruendis cavere solent, tenuem quidem veri similitudinem habet aliquam, si de ingenti agatur discrimine a statu illo, quem æquilibrium requirit, si vero de minori, omnino nullam. Nam in ipsis etiam illis fornicibus æquilibrium satis accuratum

Intimiores
inæqualitates
quid possint.

peritissimi quique artifices nunquam requirunt, quod nimurum cohaesio partium supplere potest, & videmus profecto tantam montium, atque insularum molem contra aequilibrii leges sua ipsa soliditate consistere. Quid ni, ejusmodi aliquid in ipsis intimis Terræ visceribus accidat, ut vel centrum magnitudinis cum massa, & gravitatis centro nequaquam coeat, partibus hinc, & inde ab eodem communi centro libratis, vel in iisdem circumquaque a centro distantiis admodum inaequalis materiae densitas habeatur, & hiatus immanes adint, sine ulla certa lege dispersi?

Maupertuisii,
& Condaminii
fusicio de ir-
regularitate.

51. Et quidem Maupertuisius ipse hisce paullo altius consideratis, in eo opusculo, quod de progressu scientiarum edidit post aliquot annos, ita hoc potissimum ex capite & suam, & aliorum determinationem factam per graduum mensuram pro incerta habet, ut illud etiam affirmet, timeri posse, ne bina hemispheria hinc, & inde ab aequatore inter se dissimilia communis basi innixa sint; ac Condaminius exposita graduum a se cum Bouguerio definitorum mensura, inaequalitatum, & irregularitatum periculum fuse, & eleganter persequitur.

Ejusdem con-
firmatio ex ana-
logia Naturæ.

52. Et quidem ipsa nos eo analogia Naturæ deducit, ut irregularitatem potius aliquam, quam certam in Telluris figura legem suspicemur. Quanta enim in cæteris ejus partibus inaequalitas ubique se prodit, in ponitis arborum, ac foliis, in salinis concretionibus, in animantium membris! In ipsis astrorum motibus minores inaequalitates habentur, sed habentur sane, quæ tamdiu in Luna potissimum, in Jove, in Saturno Astronomorum torserunt ingenia. Si quidquam ex ejusmodi analogia inferre liceat, irregulararem potius Terræ totius figuram inferemus, quam regularem. Präjudicium a regularitate, & simplicitate petitum saepe ingentes admodum errores in universam induxit philosophiam. Ea astrorum circularem, & æquabilem motum Veteribus diu persuasit, ea hanc ipsam accurate sphæricam Telluris mo-

molem , ea sexcenta alia ejusmodi cum ingenti sane Re-publicæ litterariae detimento ; cum diu ex ejusmodi præjudiciis obseruationes , quæ ad rem detegendam , aptiores futuræ erant , sint penitus prætermisſæ .

53. Hæc ego cum altius perpendarem , consideravi illud , figuram Telluris , quæ circumquaque olim circu-laris formæ censebatur , per graduum mensuram initam in diversis ab æquatore distantiis inventam esse ejusmodi , Authoris dubium de parallelis non accurate circularibus. ut meridiani singuli a polo ad polum censeantur a circu-lari forma recedere , qui quidem ex theoria habitu pro ellipticis , nova gradus tertii dimensione inventi sint ab elliptica forma recedere , vi omnino inæqualitatis cujus-piam prius ignotæ . At adhuc habetur eadem Telluris fi-gura pro circulari circa polum ita , ut singuli paralleli formam habeant circularem , tanquam si sphærica quidem Tellus omnino non sit , sit tamen veluti torno elaborata , & ovo , vel cœpæ similis . Hinc mensuræ graduum om-nium , qui in diversis omnino , & vero etiam admodum a se invicem distantibus meridianis definiti sunt , in figu-ra Telluris determinanda habentur , tanquam si in codem meridiano essent habitæ . Nemo adhuc in illud inquisi-vit , an in hoc etiam sensu a circulari figura abludat Tel-lus . Si accurate circulares sint paralleli , oportet sanc-e in eadem ab æquatore distantia graduum mensuras æqua-les obvenire , secus inæquales . Cur non igitur alicubi in eadem , vel fere eadem locorum latitudine , sub eodem nimirum parallelo , in diversis longitudinibus binos me-ridiani gradus dimetimur , ut constet , an ii æquales sint ? Nam ipsos parallelorum gradus multo difficilius , & multo minus accurate , quam meridianorum gradus definiri posse norunt Astronomi . Qui eam provinciam suscipiat , næ ille quidem non actum agat , sed novam , sed utilem , & necessariam investigationem suscipiat .

54. Cum hæc jam a pluribus annis mecum animo agi-Innotescit Cardinali VALEN-TIO hic in id in-tiavissim , contigit , ut de iis cum SYLVIO VALENTIO artium cultore exi-quit posse .

mio, BENEDICTI XIV. sapientissimi, ac doctissimi Pontificis administristro, pro ea summa, qua me frequenter excipiebat humanitate, ac de litteris, quibus in primo ætatis flore apprime excultus, inter tot gravissimorum negotiorum curas mecum colloquebatur, sermonem iniicerem. Sensit illico rei utilitatem vir acutissimus, ac illud interrogavit, an rei tentandæ in ipsa Pontificia ditione Locus esset. Reposui, extendi quidem Pontificiam ditionem in Boream ab ipsa urbe Roma ultra gradus duos, esse autem & montium cuspides, & camporum, ac littorum strata, quæ rei bene gerendæ offerrent spem. Jacere autem borealem ejusdem tractus partem cum Australi parte Galici Parisiensis meridiani sub eodem parallelo non ita paucis gradibus ad Orientem, ut idcirco Nostri Meridiani gradus cum illo Gallico conferriri posset.

Negotium committitur auctori,
& socio: addi-
tur correc-
tio-
mappæ.

55. Hæc ille cum ad Sapientissimum, & de omni litteratura usque adeo bene inerentem Pontificem detulisset, negotium mihi mandat ipsius jussu meridiani Romanî accuratis mensuris per Pontificiam ditionem traducendi in Boream, & dimetiendæ magnitudinis gradus. Aderat autem Romæ P. Christophorus Maire vir e Societate Nostra in omni litterarum genere versatissimus, sed Astronomiæ in primis, atque Geographiæ amantissimus cultor, perferendis autem molestissimæ expeditionis in commodis valetudine par. Cum eo ut expeditionis societatem inirem, multo enim facilius, & accuratius a binis, quam ab unico observatore omnia peraguntur, facile obtinui & a Cardinali VALENTIO, & ab ipso, qui quidem illud opportune suggerit, cum ad ipsam meridiani directionem, & mensuram gradus determinandam ingenti instrumento per summos montes traducto multorum locorum positiones accuratissime determinari vel omnino deberent, vel admodum facile possent, opportunum fore, peragrata cum minore quadrante universa Pontificia ditione, mappas, quæ plurimis scatebant errotibus

roribus, corrigere, urbium omnium, & præcipuorum saltem oppidorum positione correcta, ac longitudine, & latitudine Geographica definita. Privatum quemque suorum accuratam positionem, ac delineationem prædiorum habere. Multo autem magis necessarium esse Principi ditionis suæ accuratiorem habere mappam.

56. Id ipsum consilium illico arreptum est, atque ad expeditionem litterariam, quæ utrumque caput continet, destinati fuimus anni 1750. mense Julio, cujus rationem & brevem quandam velut historiam sequenti capite exponam. Ex iis autem, quæ diximus patet & consilium expeditionis ipsius, ac tota origo, & duplex ejusdem scopus, & vero etiam ipse titulus, quem in libri totius fronte proposui. Alter nimurum est determinatio curvaturæ Telluris in Pontificia ditione, quam exhibet ipsa graduum mensura, alter Geographicæ mappæ correctio. Dimensi sumus intervallum binis gradibus aliquanto longius, ex quo intermedii gradus mensuram, & curvaturam ipsam Telluris in hac ejus regione deduximus. Curvatura ejusmodi ad figuræ totius Telluris investigationem adhibetur, sed eam solam exhibet mensura gradus, pro eo loco, in quo ejusmodi mensura est habita. Ea deinde cum aliorum locorum curvatura comparari debet, ad ea consectaria, quæ ad Telluris figuram, & magnitudinem pertinent, eruenda.

57. Porro is nostræ expeditionis est exitus, ut curvatura nobis obvenerit multo minor, quam in Gallia meridionali sub eadem fere latitudine a Parisiensibus Academicis inventa fit. Noster enim gradus in Latitudine graduum 43. inventus est hexapedarum 56979, cum Cassinus in latitudine graduum 43. $\frac{1}{2}$ invenerit hexapedarum 57048, quod quidem irregularitatem aliquam, & inæqualitatem in ipsis etiam parallelis videtur significare prorsus, ut ego ante expeditionem suscep tam fueram suspicatus. Quanquam idem hic Noster gradus, qui Cassiniano Australi multo est minor, 18 hexapedis est potius

Duplex expeditio
nisi scopus
& libri titulus
exponitur.

Ex gradu hic
minore colligi
parallelos non
esse circulos.

tius major eo , quem Bouguerii theoria illa requirebat ;
quæ pro hac latitudine exposcit hexapedas 56961.

Inequalitas figurae major ex gradu Caillii in Africa.

58. Interea vero dum nos in ditione Pontificia meridiani gradum definiebamus , Caillius Parisiensis Academicus ad observations in Australi hemisphærio habendas missus ad promontorium Bonæ Spei , commodum ibidem locum nactus unius definiendi gradus in latitudine graduum 33. minutorum 18. $\frac{1}{2}$, eum invenit hexapedarum 57037 qui nec cum nostro convenit , quo cum multo brevior esse deberet evasit major , nec cum Cassiniano illo in Gallia definito , quo itidem est major . Ab illo vero , quem Bougerius in sua theoria deduxit pro ejusmodi latitudine differt fere biscentum hexapedis , quibus est justo longior ; ut non tantummodo a circulari forma recedere videantur paralleli , sed , quod Maupertuisius in postremo illo opusculo de Scientiarum progressu fuerat suspicatus , bina Hemisphæria dissimilia esse videantur .

Non idcirco inutilem ejusmodi investigationem.

59. Nec tamen inde illud intulerim , quod ibidem Maupertuis videtur innuere , & plerique ex invento postea multo majore diffensu inferent , abjiciendam esse investigationem Figuræ Telluris per graduum mensuras , Lunæ parallaxibus in subsidium vocatis , quas ad ejusmodi determinationem opportunissimas esse significavit olim Parisiensi Academiæ Eustachius Manfredius , ac Maupertuisius ipse & eleganti . & accurata methodo ad figuræ Telluris investigationem applicavit .

De methodo investigationis per Lunæ parallelæ.

60. Pendet fere methodus ipsa à Lunaribus motibus , qui haud scio an unquam ita accurate ad certas leges reducendi sint , inæqualitatibus omnibus , vel ex theoria , vel ex observatione definitis ; ut adeo & in ea methodo errores aliqui timeri possint , quamquam ultiro facto , utilissimam eam quoque methodum fore , si semel de omnibus Lunæ erroribus satis costiterit .

Plurimos gradus metiri oportere in locis etiam proximis.

61. Verum quod ad graduum mensuram pertinet , acuendam potius arbitror Astronomorum industriam ; ac Regum munificentiam , ut plurimos , plurimis in locis

cis gradus definiri current, quod quidem ad ipsam Telluris figuram determinandam utilissimum fore puto. Nam inæqualitates eæ, quæ oriantur ab inæquali positione, & densitate partium Terræ superficie proximarum, sive supra eam extent, ut montes, & colles, sive infra ipsam delitescant, irregularēs cum sint, alibi contrahent mensuram gradus, alibi producent. Ac proinde si inter plerosque proximos assumatur medius aliquis, ut ubique in Astronomicis observationibus fieri solet, errores ipsi se corrigent. Tum mediis hisce graduum mensuris inter se collatis, constabit jam de curvatura Telluris in locis pluribus, a se itidem remotis, ex qua etiam sola innoteſcat constitutio superficie Terrestris in locis iis ipsis, qui jam ingens est fructus; ac si præterea certa aliqua curvaturarum omnium inveniatur lex, licebit inde in ipsam intimarum Terræ partium constitutionem inquirere. Iterata observationum repetitione, & Physica universa, & singillatim Astronomia perficienda est, atque Geographia.

62. Est autem mihi satis valida conjectura, qua supicor, inæqualitatem omnem, atque irregularitatem haberi non in intimis Terræ visceribus, sed prope superficiem a partibus potissimum supra ipsam extantibus, prope quam ingentes etiam saepe commutationes fiunt. Nam illud facile demonstrari potest, inæqualitatem materiae superficie proximæ, quæ maximum errorem inducere possit in graduum mensuras, eandem per quam exiguum parere in longitudine penduli ad singula minuta secunda oscillantis, qua in gravitatem inquirimus, contrarium vero accidere, si alte infra superficiem inæqualitas ipsa demerſa fit, quæ ibidem esse etiam debeat multo major. Nam mons qui ad latus jaceat, & sphæræ æquivaleat habenti pro semidiometro quartam tantummodo milliarii partem, ac pendulum uti diximus 15 circiter secundis deflectit, quingentarum fere hexapedarum errorem pariet in unius gradus mensura, si duplicitur. At idem oblique

Conjectura de
inæquali textu
tantummodo su-
perficie
Terra.

que trahens eodem pacto , nihil ad sensum turbabit longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda ; sed ejus molis massa infra superficiem collocata , ut directe pondus augeat , quarta circiter linea parte , quæ magnitudo est admodum notabilis , pendulum isochronum augebit ejus positu nihil mutato . Si autem inæqualitas materiæ infra superficiem alte depresso sit , ut ut ad latus , satis oblique pondusculum trahet , & idcirco multo minus deflectet ; pondus autem augebit itidem magis , cum tota reliqua gravitate conspirans , & penduli isochroni longitudinem immutabit . Multo autem major debebit esse , ut utrumlibet ex majore distantia effectum præstet .

Inde graduum mensuram turbari plurimum, vim gravitatis variare deberent ab æquatore ad polum , aberrare invenimus , quam hosce gradus , qui huc usque definiti sunt , quod indicio cuiquam esse potest , detorqueri perquam exiguo secundorum numero in latus pendula ab inæqualitatibus in superficie positis , gravitatis vim vel nihil ad sensum , vel eadem certa lege augeri , vel minui .

Eidem consente noster , & gallici gradus mensuram . 64. Id ipsum videtur confici ex nostro gradu collato cum Gallicis . Nostræ observationes astronomicæ Romæ , & Arimini peractæ sunt , inter quæ loca non omnis tantummodo Appenini tractus interjacet , sed solum omne statim assurgit , quod penduli deviationem ejusmodi prætere debet , quo cælestis arcus binis eorum locorum zenith interjectus augeatur , & inde minor unius gradui tribuatur numerus hexapedarum . Contrarium fortasse aliquid Pyrenæi montes in Gallia præstiterunt , contrariam enim positionem habent , unde factum sit , ut ille postremus gradus productior aliquanto evaserit , ac aliae ejusmodi cause aliquæ cæteros etiam per Galliam perturbarunt , quorum postremi si minuerentur nonnihil , nostro e contrario nonnihil aucto , satis belle cum reliquis mutatis itidem nonnihil consentirent , ut & noster ipse.

Summa utilitas hujusmodi expeditiōnū . 65. Verum hæc omnia pluribus observationibus repetitię

petitis in locis pluribus, multo magis constare poterunt, quod quidem satis evincit summam hujusmodi expeditionum utilitatem, & vero etiam necessitatem ad Geographiam, ad Astronomiam, ad omnem Physicam promovendam.

C A P U T III.

De expeditionis initæ ratione, & fructu.

UBI primum ineunte Julio mense anni 1750 onus nobis hujuscæ litterariæ expeditionis ineundæ demandatum est, illud in primis curæ fuit, ut instrumenta ad ejusmodi rem necessaria compararemus, quod primum extitit commissi officii munus, & ad rationem pertinet initæ expeditionis. Porro ad geographicam mappam corrigendam, reformandamque multo minori instrumentorum apparatu opus erat, & res omnis perfici poterat quadrantis minoris usu, ubi saltem in definiendo meridiani gradu ipsius meridiani ductus, & plurium stationum situs majoribus essent instrumentis determinati. Habebat autem quadrantem ejusmodi P. Maire pedalis semidiametri delatu facilem atque ita constructum, & observationibus iteratis correctum, ut unius minutus error, si satis diligenter adhiberetur aut timeri vix posset, aut etiam omnino non posset, qui quidem nobis ad geographicas locorum positiones summo semper usui fuit.

Instrumentorum cura : corundem apparatus pro mappa multo minor.

67. Determinatio directionis meridiani, & magnitudinis gradus longe majora, atque accuratiora instrumenta requirebat. Porro utrumque & geodæticas mensuras exposcit, & astronomicas observationes admodum delicatas. Geodæticæ dimensiones requirunt basim aliquam rectilineam alicubi in planicie satis æquali definitam plurium milliariorum, ad quam mensura requiritur, cuius ratio ad mensuras ab aliis in eodem hoc investigationis genere adhibitas, ut unius Parisiensis hexapedæ, ac-

Pro gradu appa-
ratus multo ma-
jor. Instrumenta
pro basi.

curatissima habeatur , atque certissima . Requirit præterea longiores , crassioresque regulas , sive tigilla potius , ad eam mensuram accurate exacta , atque alia nonnulla ad faciliorem , accuratioremque tigillorum ipsorum collationem , libellam in primis , ac tripodes , seu mensulas tribus sustentatas pedibus , quæ inferius innuam .

Pro poligoni triangulis qua- drans major, & signa in monti- bus.

68. Eadem geodæticæ demensiones requirunt quadrantem aliquem majorem , cuius ope intra paucorum admodum minutorum secundorum errorem definiri possint anguli ingentium triangulorum , quorum series circa ipsum meridiani tractum utcumque proxime cognitum , ab altero ad alterum caput continuanda est , ac aliquod poligoni ea serie triangulorum constituti latus , cum Sole vel oriente , vel occidente conferri , stationum quoque , quæ in suminis plerumque montibus diliguntur altitudo supra horizontem , vel depresso infra ipsum satis itidem accurate determinari . In ipsis autem stationibus certa quedam requiruntur signa , in quæ ex multorum etiam milliariorum distantia certo , ac determinate , tanquam in triangulorum cuspides liceat collineare .

Observatio- nes astronomicæ necessariae ad de- finendum arcum celestem deter- minandum.

69. Hæc necessaria sunt ad obtainendam & accuratam meridiani directionem , & distantiam ad æqualem quandom terrefris molis superficiem redactam binorum extremitatum tremorum arcus intercepti parallelis transeuntibus per bina extrema loca ad observationes astronomicas delecta , quibus arcus cælestis terrestri respondens , & numerus graduum , ac minutorum , qui in ipso terrestri arcu continentur , definiatur . Hisce cognitis , requiruntur præterea observationes ille astronomicæ in extremis binis locis institutæ , quibus arcus ille ipse cælestis definiatur , quod quidem perficitur investigando stellæ cujuspiam ad meridianum appellantis distantiam a zenith , unde , ut supra etiam innuimus , alterius zenith ab altero distantia in gradibus , & minutis innotescat . Habito enim numero hexapedarum , & numero graduum , ac minutorum , quæ illo terrefris meridiani arcu continentur ; satis patet ,

ter, admodum facile deduci illud, quot gradus, & minuta uni medio gradui debeantur.

70. Porro hæc investigatio distantiaæ stellæ cujuspam a zenith ita in re præsenti delicate est, ut omnino oporteat unius, aut ad summum alterius minuti secundi errorrem evitare. Ubi enim unius tantummodo gradus mensura geodætica habetur, atque astronomica, singulorum secundorum minutorum errores errorem sexdecim circiter hexapedarum secum trahunt. Is quidem error, quo plures unâ mensurâ gradus complectimur, eo magis, in eos nimirum omnes distributus, decrescit; at quoniam paucos admodum licet inter se gradus conjungere, tum plerumque ob locorum naturam, ut hic apud nos, tum etiam ubique, ne remotiores ab ipso zenithi adhibeantur stellæ, quarum refractio minus certa, novum possit errorrem inducere; illud omnino curandum est semper, ne in astronomicis observationibus unius, aut ad summum alterius minuti secundi error committi possit.

71. Hinc autem illud manifesto consequitur, instrumentum ad eam adhibendum rem, debere & multo esse longius, quam communes integri quadrantes esse soleant, ac etiam possint, & longe accuratissimum. Id quidem instrumentum, quod ad aliquot tantummodo gradus determinandos adhiberi debeat, arcum circuli quendam paucorum graduum habere solet, quam ob causam sector appellatur. Potest tamen & recta linea pro circulari arcu adhiberi, ut ego adhibui, quo casu crucis figuram referet potius, quam sectoris; verum sectoris nomine appellabimus, cujuscumque figuræ sit instrumentum illud, quod sectoris vice fungi possit, & eos exiguos angulos dimetiri.

72. Tres igitur nobis commissi muneris partes, dimensionis basis, series triangolorum poligoni, distantiaæ Fixarum a zenith, sua quæque instrumenta exposcebant, quorum singula in ipso expeditionis suscipienda exordio paranda erant.

Eas intra unum
vel alterum se-
cundum certas
est oportere.

Sector ad id ne-
cessarius, vel
aliud sectori æ-
quivalens.

Tres partes
determinationis
gradus, tria in-
strumentorum ge-
nera necessaria.

Tigilla &c. pro
basi : hexapeda
mensura neces-
sario advehenda
ex Gallia.

73. Et primo quidem, quod pertinet ad dimensionem basis, tigilla illa, quæ usui esse debebant, libella, tripodes, ac alia ejusmodi, siqua sunt, admundum facile hic etiam parabantur. At accuratam, & certam unius hexapedæ mensuram, nisi ex Gallia advehceremus, habere omnino non licebat. Neque enim satis est ex iis instrumentis, quibus Parisiensis pes insculptus esse solet, sex pedum mensuram determinare, quæ hexapedæ usum expleat. Nam si in uno pede admittatur error decimæ partis unius lineæ, quæ in ea est pollicis pars duodecima, pedis centesima quadragesima quarta, qui quidem error ita exiguis est, ut a communib[us] artificib[us] multo major timeri possit, in uno pede committetur error $\frac{1}{140}$ pedis ipsius, adeoque in totius mensura gradus, quæ est hexapedarum 57000 circiter, committeretur error hexapedarum proxime 40, immanis sane.

Hexapedæ men-
sura petita a
Mairanio, trans-
mittenda Nun-
cio Pontificio.

74. Hinc ego quidem ad Mairanium celeberrimum virum, quem ipsa mihi Parisiensis Academia destinaverat ante aliquot annos, cum me sibi pro litterario commercio (appellant *Correspondentem*) adjunxisset, litteras dedi, in quibus significato Pontificis consilio, rogabam magnopere, ut terream regulam cum incisa accurate hexapeda, parari curaret ab experto artifice, quam in basi dimetienda adhiberem. Ipse autem SYLVIUS Cardinalis VALENTIUS, cuius patrocinio, atque curæ totum expeditionis nostræ debemus successum, Pontificio Parisiensi Nuncio, cum ea res ad accuratae mensuræ gradus certitudinem maxime pertineret, negocium idem commendaverat, quemadmodum & illud, ut quanto maturius fieri posset, a Mairanio recepta Romam transmitteretur.

Cura Mairanii
pro hexapeda
accurata mensu-
ra transmitten-
da.

75. Et quidem Mairanius ipse in veram hexapedæ longitudinem Academicorum omnium diligentissime inquisiverat, ac ad illum ejus modulum, quem apud se retinuerat, utraque Academicorum turma Lapponiensis, atque Americana suam exegerat hexapedæ secum delatae mensuram a peritissimo Artifice Langloisio ferreæ regulæ

con-

consignatam , qui ejusdem modulum apud se quoque retinuerat , alio extante apud Mairanium . Ex eodem igitur modulo ejusdem Langloisi opera Mairanius & eam depropmsit , quæ ad me Romam transmitti debuit , in ferrea itidem regula , in qua ipse artifex plures & pedum , digitorum , linearum , ac minorum etiam particularum divisiones ope transversalium rectarum , adjunxit . Scriptis autem ad me Mairanius humanissimus vir , atque diligentissimus , se Parisios reduceam post Autumnales ferias anni ejusdem , ante quam ipsa illa regula ex ea urbe , emitteretur , lente adhibita , eamdem cum sua contulisse iterum , & ad exactissimam æqualitatem redegisse ; ut idcirco de ea dubitare omnino non liceat .

76. Quanquam tamen mature admodum Parisiis mensura illa discesserit , adhuc tamen , mari transfinissa , & in pluribus portibus hærens , non nisi post multos menses Romanam delata est , cum interea dimetiendæ basi jam tempus instaret . Partim igitur eam ob causam , partim ne si etiam interea adveheteret , incertis eam itinerum nostrorum casibus , & aperto , ac sæpe admodum humido aeri committeremus , communis consensu aliam paravimus ferream itidem regulam , in qua binis tenuissimis punctis determinavimus intervallum palmorum Romanorum novem , desumptum ex capitolino lapideo modulo publice prostante (in quo tamen divisionum linea admodum crassæ , non ita certum , & accuratum limitem palmarum exhibent) cum sex illis Parisiensibus pedibus conferendam deinde , ut de ratione inter eum pedem , & romanum palnum aliquanto certius constare posset . Et ea quidem mensura sex illis pedibus sive integra hexapeda , debuit esse aliquanto longior ; sed cuiuscumque , etiam arbitrariae , mensuræ esset , ad rem nostram futura erat æque utilis , dummodo certa aliqua methodo sat accurata ejus ratio ad hexapedam obtineri posset ; quod quidem binis methodis , ut in quarto opusculo diligentius exponam , præstitimus , pluribus vicibus iterato

ea ferius Romanam delata substatutam esse mensuram à palmarum cum ea conferendam .

examine successu semper eodem, & miro fane consensu, semoto omni erroris, qui mensuram gradus ad sensum perturbare possit, periculo.

Tigilla ex ve-
ructissimo parata
ligno pro basi
dimetitenda,

77. Hæc quidem ad mensuræ adhibendæ modulum pertinent. Tigilla vero tria, quorum singula tres ejusmodi mensuras, five palmos Romanos 27. continebat, excidi curavi ex vetustissima trabe, alia hic Romæ, alia Arimini, binas enim bases prope eas urbes, ut primo capite innui, dimensi sumus, quæ trabs utraque diu etiam jam olim navigaverat, adhibita pro malo, quod omnino curandum erat, ut minus esset in ipsis tigillis ex aeris mutata temperie mutationis periculum. Ea tigilla cujusmodi tripodum generi imposuerimus in ipsa mensuranda basi, quas ipsis adjunixerimus laminas, qua ratione redegerimus ad libellam, qua methodo pluribus in dies vicibus ad ferream regulam exegerimus, & contractionem, productionemque, atque etiam perquam exiguum curvaturam, quam humidus aer, & alternus calor induxerat, definiverimus, exponam ipso quarto opusculo, in quo aliquanto fusus de instrumentorum apparatu agam, & usu.

Quadrantis &
Sectoris cura :
Aloysii Wood e-
logium.

78. Majoris interea quadrantis, & sectoris cura me urgebat acrior, quod nullum Romæ satis peritum, & exercitatum artificem haberemus, celeberrimo Dominico Lusvergio vita functo, nec ullo paternæ diligentiae, atque industriae satis idoneo hærede relicto. Aderat quidem Aloysius Wood nobilis Anglus, & ipsius Cardinalis VALENTII aulæ addictus, cuius immaturum fatum profusis lacrymis universa nuper luxit Roma, atque ego in primis, cum quo ille arctissimo amicitia vinculo conjungebatur, vir plane summus, singulari ingenio, incredibili industria, in omni difficillimorum machinamentorum genere suis etiam elaborando manibus, perficiendo, que, ac perpoliendo, nulli Europæ artifici impar, quem ego quidem ad hæc instrumenta efformanda & amicitiae nostræ jure, & ipsius VALENTII auctoritate libentissime per pulisse, nisi longe aliis gravissimis curis, atque ope-

operibus jamdiu inchoatis viderem nimis distractum.

79. Erat autem hic Romæ itidem, qui & adhuc est, Augustinus Rufus Veronensis Sacerdos, vir in opticis operibus, perspicillis, telecopiis, microscopiis, elaborandis egregius, idem in aliis itidem, que ad physicam experimentalem pertinent, instrumentis vel construendis, vel reparandis exercitatus, qui haud ita multo ante ad omnem machinamentorum publici Archigymnasi cūram, constructionem, reparationem fuerat affectus; at is quadrantes nulos unquam perfecerat, sectores videbat nulos.

80. Illius tamen ingenio, atque industriae, cum alii decessent, ac nos ipsi possemus opus dirigere, & frequenter invisere, fidendum fuit; quæ res eo minus accidebat incommoda, quod ego quidem sectorem nova quadam mea methodo, in qua reliquos etiam artifices quoscumque novos esse oporteret, construi volebam, quam in quarto itidem opusculo summa cura, ac diligentia explicabo. Ibidem autem exponam & quadrantem, in quo telescopium fixum duplicari curavit P. Maire, quod summo nobis adiumento fuit, ut in eodem patebit opusculo quarto, ad eam rectificationem in primis, quæ necessaria est, ubi verticales altitudines investigantur, praestandam sine conversione quadrantis: plura, quæ ad micrometri commodiorem usum, & ad obliquam ipsius quadrantis positionem quamcumque facile obtinendam pertinent, pro suo ipse ingenio Rufus, re nobiscum communicata, satis apposite excogitavit, atque perfecit. Ego autem additamentum quoddam, quod rectificandis limbi divisionibus aptissimum, atque utilissimum censeo fore aliis etiam imposterum, apponendum curavi. Sed de iis omnibus fusius, atque opportunius agemus infra opusculo ipso quarto. Illud unum hic præterea addendum supereat, ita ipsum officio suo functum esse, ut instrumentum utrumque ad observations quam accuratissime habendas extiterit opportunissimum, dempto

*Quis Augustinus Rufus instru-
mentorum Archigymnasi cu-
rator.*

*Rufo id nego-
tii demandatum:
quid Maiorius Pro
quadrante pra-
stiterit, quid
ipse, quid Au-
tor.*

pto solo micrometro telescopii fixi in quadrante, quod facile labefactatum in itinere, nusquam satis restituere licuit artificum inopia, & ad usus quosdam satis aptum, ad alios ineptum deinceps extitit, quos alia ratione supplere oportuit, ut ibidem uberior exponam.

*Ordo observa-
tionum definita-
rum, si instru-
menta mature
haberentur.*

81. Utriusque instrumenti idea, & cura homini tradita, sperabam equidem quadrantem intra duos menses commode haberi posse, tum vero sectorem post alios binos, ut brevi tempore, quæ ad mensuram gradus pertinebant, haberemus, ut nimirum seriem triangulorum Ariminum versus, quo ex Blanchini observationibus geodæticis, & conjecturis aliis, ac observationibus astrophysicis nonnullis Romanum meridianum tendere Eustachius Manfredius deprehenderat, produceremus ante hyemem, delectis stationibus simul, & angulis observationis, tum Arimini loco aliquo basi dimetienda idoneo selecto, basim ipsam metiremur, dum interea ex Urbe advehheretur sector, quo ibi astronomicas observationes perageremus, quibus peractis ad alias Romæ exiguo temporis intervallo instituendas regredieremur, & basi alia, qua mensuræ omnes confirmarentur delecta, ac mensuris definita, de gradus magnitudine constare posset. Ita paucorum mensium intervallo absoluta essent omnia.

*Eorum lenta
constructione: in-
terea stationes
pro poligono
delecta per o-
tium aptiores.*

82. At mea me longe fefellit spes. Aliis interea curis distentus Artifex, quadrantis constructionem produxit in annum integrum, eoque amplius, sectorem in menses alios plures, quod quidem omnem itinerum nostrorum rationem, & observationum seriem pluribus vicibus interturbavit, & itinera ipsa in binos annos, ac aliquot menses produxit; in quo illud tantummodo accidit opportunum, quod dum instrumenta lentissime parantur, variis ad corrigendam mappam, & montium positus cognoscendos factis excursibus, stationes poligoni ante priorum angulorum mensuras, delegerimus omnes multo sane oportunas magis per otium, quam con-

continuo operationum geodæticarum ductu licuisset.

83. Quamobrem cum quadrante minore ipso primo Octobris die ex Urbe egressi ad explorandos locorum positus juxta meridiani ductum in Sabinam profecti sumus, in Burgesiae familæ oppidum, quod Palumbarium vocant. Utar autem plerumque ubique vulgo nunc receptis locorum nominibus, iis aliquando demptis urbiū potissimum, quorum latina etiam nomina vulgo sunt cognita; nam plurium locorum nomina vetera supersunt nulla, aliorum incerta maxime sunt, aliorum nota quidem iis, qui antiquitatis studio delectantur, ignota cæteris, nec hujus est loci, aut ista diligentius disquirere, aut importunam eruditionem affectare. Jacet id oppidum ad radices editissimi montis, Januarium appellant accolæ, quem ex ipsa urbe Roma nostro poligono aptissimum fore agnoveramus. Desinit enim in cuspidem ita circumquaque acuminatam, ut nullo fere alio signo indigere videatur ad eo longissime collimandam. Imminet autem anteriori latere erectus fere ad perpendiculum immensæ planitie, quæ ultra urbem ad occidentem sitam ad mare usque porrigitur; prospectus inde longissime ex altera parte in Hetruriam patet, ex altera in Neapolitanum regnum, cuius tamen vicina etiam loca a tergo positus Apennini dorsi ductus intercipit.

84. Montem ipsum conspicimus, una cum egregio Montis oppositu. sene viro, mihique amicissimo Petro Paulo Tosio, (quid nos situs Petri enim eorum amicorum commemorationem omittam, qui des. me sibi & hospitii jure devinxerunt magis, & ad montes ipsos cum summo labore suo comitatibus observationibus interfuerunt diligentiae nostræ testes idonei) qui quidem nunc apud Eminentissimum Cardinalem Sorbellonium, Bononiæ legatum ejus jurisconsultus, Auditorem Generalem appellant, ibidem jus dicit, tum vero ex urbe Roma Palumbarium autumni tempore concederat. Is autem nos & eo, & in sequentibus binis annis, quibus eodem redeundum fuit, in paterna domo lauto sane exceptit

Iter ad ipsas
stationes deli-
gendas. Palum-
baria oppidum:
Januarium more.

hospitio , & pluribus vicibus ad sumnum montis apicem deduxit , atque observationes instituentibus præsto fuit . Inde jam patuit , posse Soraëtem montem , qui in media planicie affurgit observationibus perquam idoneus , præteriri , cum longe inde ultra ipsum pateret omnis Sorianensis , & Viterbiensis montis tractus , cuius alter vertex , binos enim habet vertices , adhuc antiquo Cimini nomine appellatur . Inde cum Romano Divi Petri Tholo primum haberi posse ad Austrum satis idoneum triangulum apparebat : secundum itidem ad Boream cum monte aliquo , quem circa Interamensem urbem deligemus , ex quo & Sorianensis Ciminus mons , & ille ipse Januarius prospiceretur .

Pro signis in summis montibus tuguriis quodam ex ramis arborum constituta.

85. Hic illud etiam constitutum fuit , ut pro signo , quod commemoravimus , ex arborum ramis in summo monte quoddam velut ingens tugurium construeretur , quod hic quidem non ita necessarium , cum nimis in quandam velut pyramidem ex ingenti acervo lapidum affurgentem definat , opportunum tamen futurum erat ; alibi autem , ubi montis dorsum ampliore superficie extenditur , erat omnino pernecessarium , ut ad certum circum undique punctum triangulorum lineæ per telescopia dirigerentur . Placuit id fieri ex arborum ramis , quod plerumque paulo infra nudorum etiam montium vertices , ejusmodi materiæ copia haberi soleat . Alibi autem , pro loci opportunitate quadratum , alibi circulare tugurium extructum est , alte infixis solo per plures palmos crassioribus , atque altioribus ramis , qui transversis aliis itidem crassis per funes , & clavos coniungerentur ita , ut quo magis assurerent , eo magis ad se invicem nonnihil versus suæ basis medium inclinarentur . Iis ita dispositis , & connexis , totum opus tenuioribus ramis convestiebatur , ac frondibus . Totius autem tugurii crassitudo 20 circiter palmorum erat , altitudo plerumque aliquanto major , ut longe prospectantibus cuiusdam veluti editæ turris speciem ingereret .

86. Porro illud deinde experientia nos docuit, ejusmodi tuguria, ubi in summo vertice, vel jugo montis ita extet, ut liberum aerem, & cælum prospicientibus e longinquο post se relinquant, non montem alium, facillime, ac evidentissime brevioribus etiam telescopiis discerni. Exhibit enim ipse limes cælum inter, & montem quandam veluti continuam lineam, quam ubi nigricans tugurium illud interrumpit, nonnihil in cælum procurrentes, incurrit statim in oculos, & videndum se præbet ita, ut licet aliquod nostrorum triangulorum latus 50 milliariorum esset, adhuc tamen telescopiis exiguis illis, quæ quadranti aptata fuerant, evidentissime cælo etiam non ita puro discernerentur. At ubi mons altior post tugurium assurgat, quod in binis montibus, ac in eorum singulis ex unica tantummodo statione visis bis tantum nobis accidit, nisi cælum omnino sudum sit, ac ab omni tenuissimorum vaporum genere purissimum, distingui omnino non potest, & ægre admodum eo etiam casu distinguitur, atque id ea ferme diei hora tantum, qua Sol vapores ultra ipsum tugurium fitos inter bina illa montium juga illuminat, ut tugurium ipsum in ea aliquanto clariore veluti nebula optice projectum, & nigricans appareat. Quod quidem si aliquanto inferius situm sit, distingui omnino ex tanta distantia nequaquam posset, quo casu multo breviora latera triangulorum selligenda forent, & lintea, vel aliud quidpiam ejusmodi albicans potius, quam nigricans adhibendum. Id quidem monendum duxi, ut si quis eadem tentare alibi debeat, stationes apte feligat, ne oleum necquidquam perdat, & operam.

87. Ex eo monte Romam regressi Sorianum, frequens, & opulentum Albanæ familie oppidum profecti sumus, ubi in summum evecti montem omnia ejus latera, & dorsum, & verticem densis, & proceris arboribus occupatum deprehendimus. Quare illud, quoad ejus fieri posset, curandum censuimus, ne nimis magnam

In summis ea
montibus con-
stitutis oportere,
ut e longinquο
discerni possint.

Soriani Ciminus
mons arboreus
impeditus, locus
Caprareole pro-
ximus statione
creditus aptus.

arborum stragem ederemus, ut vertice omisso, aliam aliquam ejus jugi partem humiliorem, sed arboribus spoliatam adhiberemus. Et erat sane supra Caprarolæ, ut vocant, oppidulum, in summo jugo ædicula, unde prospectus patebat longe, & hinc D. Petri Tholus, inde mons ille Januarius prospiciebatur, ex altera vero parte ad Boream patebat prospectus in jugum illud, quod Ameriæ, & Tuderto ad sinistrum Tiberis latus interjacet, e regione urbis Interamnæ, cuius plures cuspides usui futuræ videbantur, ut tertium triangulum terminarent. Cernebatur autem & versus Interamnianos urbem montis bicipitis vertex, qui cum Januario illo, & hoc postremo Tudertino, sive Amerino monte triangulum novum constitueret.

*Iter Interamnam,
inde in jugum
montium dele-
cis binis statio-
nis, tum Tu-
derium, & Pe-
rusiam, ac in
eius montem Te-
tium.*

88. Inde igitur trajecto Tiberi primum Ameriam, tum Interamnam adivimus, & montem ipsum Interamnensem, quem Turrim majorem appellant accolæ, habentur autem in ipso vertice rudera ingentis arcis ever-sæ, consendiimus, & cum inde præcedentes stationes conspicuas esse videremus, loco designato pro tugurio-lo, jugum illud Ameriæ, & Tuderto interjacens adivinus, & arborem longe conspicuam in summo vertice tugurioli vices supplere posse arbitrati, Tudertum inde descendimus, Perusiam progressuri, cui proximus ingens sane mons & amplissimo in longum dorso excurrens, Tetiū, vel Tesium vocant, continuandis triangulis aptifimus videbatur.

*Aeris inclemen-
tia. Rusticorum
fuscio de the-
fautis queren-
dis : tuguriorum
elades.*

89. Processerat jam Octoher, & commutato repente cœlo immanis imbrium, grandinum, ventorum vis se effuderat procellis adeo frequentibus, ut non uno in loco ea tum temporis percrebuerit fama, visos in montibus proximis homines, quorum jussu effoderetur tellus, tuguria construerentur, dejicerentur arbores, ut nimirum in defosso inquireretur thesauros, quos malis commissos geniis Rustici latere arbitrantur. Inde illam tantam cœli intemperiem, inde campis perniciem immine-re.

re. Ea saepe etiam pluribus aliis in locis evulgata post nostrum discessum ipsis etiam quandoque tuguriis pro signo erectis exitio fuit, ut tum quidem illud, quod in Interamnensi monte erectum fuerat, biduo post, non fine Rusticorum ope non solum concidit, sed & distractum est, ac iterum reparatum, concidit iterum. Alia itidem clades erectis semel tuguriis ejusmodi, ac signis perniciem saepe attulit, Rusticorum, Pastorumque aviditas, qui ut clavos ferreos eruerent, proscindebant aliquando ramos ipsos, & molem furtim evertabant, quam licentiam ægre publica auctoritas, & gravissimarum poenarum minæ, publicis enim litteris Pontificia auctoritate conscriptis Gubernatoribus omnibus injunctum fuerat, ut nobis, & nostræ expeditioni quantum fieri posset, faverent, mederi demum potuerunt, quæ quidem nostræ incolumitati opportunissimæ satis nos ipsos ubique, magistratus etiam admittentibus, tutatæ sunt.

90. Verum nec Interamnensis illius montis, nec arboris in jugo Amerino relictae, quam Rustici paullo post nostrum discessum, nec quidquam inhibitii, exciderant, usum fore ullum statim patuit, cum ad Perusinum montem deuentum est. Inde enim, quanquam 50 circiter passuum millibus distans, Sorianensis mons sudo cœlo satis distincte conspiciebatur, ac aliis se offerebat Spoletio non multum distans editus mons, qui quidem inde acuminatus etiam apparebat, eo autem situ erat positus, ut timeri omnino non posset, ne inde & Sorianensis Ciminus & Palumbariensis Januarius videri posset, ut idcirco cum iisdem tertium compleret triangulum, quartum autem Perusinus is cum eo, & cum Sorianensi præberet, in quo si arboribus aliis excisis, aliis decussis nonnihil, & vertice mulctatis tantummodo prospectus aperiretur, ingenti sane compendio triangulorum numerum minui posse videbamus. Nec vero aliis ad usum poligoni intermedius mons ullus requirebatur, cum, ut ut ingentis trianguli, nullum plus æquo exiguum fore angulum apparet.

*Præcedentes
binæ stationes
rejedæ, ipso li-
minali montis ver-
tice delecto, eum
Spoletino, &
Perusino.*

ret. Nec vero dubitari poterat , quin in ipso perpetuo Appennini jugo vertex aliquis prope Nuceriam inveniri posset , ex quo & hic Perusinus , & Spoletinus ille conspicuus foret ad quintum triangulum terminandum .

Nucerinus mons
electus : accessus
in ipsum ten-
tatus necquid-
quam.

91. Perusia itaque post tugurium in ipso monte excitatum digressi , Assilium , & inde Nuceriam delati sumus , ubi imminentis verticem editissimi montis , Appeninum , vel Penninum etiam dicunt incolæ , conspicati delegimus , cum & Rustici affirmarent omnes , & Civis pluri- mi , patere ex eo prospectum longissime inde in Pice- num , & Adriaticum mare , hinc vero non in Spoletinos tantummodo , & Perusinos montes , verum in remotissi- mos etiam , & ipsi proximos urbi Romæ . Eum montem cum Rusticis ad tugurium erigendum necessariis , quod in delecta statione quavis continuo erigendum curabamus , ut locum ipsi stationi designatum e longinquò pro- spicientes possemus agnoscere , nubes densissimæ occupa- runt verticem , quem ventorum furor , & imminens pro- cella ipsis etiam Rusticis penitus inaccessum reddiderunt . Redeundum igitur fuit insecta re , cumque in dies magis cœli intemperies , atque inclemencia sœviret , & in me- dio nimirum Appenino nives etiam ingruere possent , præscripto Rusticis & loco tugurii , quem ex ipsa Nu- cerina urbe prospexeramus , & forma , retro iter fleximus Fulginium versus , & Spoletium , ut de illo etiam , quem e Perusino monte conspicati delegeramus , Spoletino monte liceret certius aliquid nosse , quem , si poligono aptum invenissemus , ut certa spes erat , habebamus ante hyemem plusquam dimidium poligoni definitum , statio- nibus per tuguria jam erecta designatis .

Fionchii Spole-
tini montis de-
lectus : Laudes
Antonii Ancaja-
ni nobilissimi vi-
ri.

92. Spoletium advecti ab Antonio Ancajano nobilissimo , atque humanissimo viro edocti sumus , montem , cuius indicia prodebamus , eum omnino esse , quem Fionchium accolæ dicerent , qui Ancajano suæ ditionis pago , unde & nomen familia trahit , immineret . Quan- tum ei viro debeamus , vix ego quidem satis explicare pos-

possum, qui homines sibi ante ignotos, pro sua ipsa humanitate, & Geometricorum, ac Geographicorum studiorum amore, omni beneficiorum genere cumulavit, ac opera ipse sua adjuvit. Primum enim dum Interamna ad montes Ameriae, & Tuderto interjectos haberemus iter, in exiguo pago, quod Quadrellorum nomine nuncupant, quo nobis transeundum erat, fere per vim retinuit lautissimo exceptos hospitio, ibidem enim cum suis, & conferta nobilissimorum hospitum turba rusticabatur, ac in fundum suum, ei proximum monti, quem tum quidem adibamus, dimisit. Spoletum autem advectos, & de novo monte sciscitantes ipse nos longo, ac difficili plurium milliariorum itinere omnino comitari voluit, me frustra oblustante, & intemperiem aeris, quæ jamdiu nos insectabatur, objectante. Ubi primum serenus affulsi dies, una montem conscendimus, quem nostris usibus deprehendimus aptissimum sane. Inde enim & Januarii illius montis, & Sorianensis, & Perusini, & Nucerini patebat prospectus, quorum omnium positionem minoris quadrantis ope, ut & aliorum locorum pluriuin eo & inspectante, & adjuvante determinavimus, quod quidem ubicumque se commoda offerret occasio, & in hoc excursu, & in insequentibus omnibus ubique semper & in summis montibus, & in urbium, pagorumque turribus, quas continuo conscendebamus, præstitionis. Tugurio itidem definitivimus locum in editissima parte longioris, & in acie cuiusdam formam acuti dorsi, quod tugurium ipso curante loci domino Ancajano, ita firmum constructum est, ut per annos plures nihil profus tota hyeme, ac ventorum immanium vi labefactatum persistiterit.

93. Et quidem cælo admodum sereno usi usque ad Meridiem, paullo post id ipsum, quod ego metueram, experti sumus. Primo quidem in summo monte nivem, <sup>Horrodus et mon-
te defensus, ob
cali inclemen-</sup> tiam. tum in primo descensu gradinem, deinde vero ad noctem usque effusum imbre. Ubi ego quidem, cum viderem,

præ-

præcipitem descensum pedibus , quam equo , minus & periculose fore , & incommodum , equo famulis relicto , processi velocior , cumque per dimidiā fere horam comitatum omnem prævertissim , ac ad torrentem , qui Spoletinos muros præterfluit , devenissem sub ipsam primam noctem , imbre madidus adhuc incidente , quo torrens ipse excreverat , nec ibi adesset pons , nec comites , per dimidiā horam sub dio expectati necquidquam , adventarent cum equis , detractis caligis trajeci utcumque , quas in opposita ripa induentem Mairius , & Ancajanus ægre demum equis advecti , ac nihil minus circumquaque difluentes compererunt . Mirum sane , quod nullius valetudinem tantum incommodi tentaverit ; sed iis jam nos in omni præcedenti itinere assueveramus . Illud magis mirum , ipsum viæ comitem Ancajanum ita nihil ea re deterritum , ut binis insequentibus annis , quibus cum ingenti quadrante in ipsius montis verticem redeundum fuit , nobiscum iterum , atque iterum redire voluerit , Et observationibus interesse , quamquam tum quidem feliciore successu .

Gravissimum vi-
ta periculum in
itinere Assisio
Nuceriam .

94. Idcirco autem hunc ego subitum hic casum commemoravi , ut constaret , nostros etiam hosce montes incommidis , ac periculis feracissimos esse , nec idcirco , quod in media Italia versaremur , minus difficilem , & molestam expeditionem nostram extitisse . Integrum enim , & satis amplum volumen perscriberem , si omnia commemorare vellem frequentissima incommoda , atque gravissima , & vero etiam præsentia plurima vitæ ipsius pericula , cum per præruptos , & ægre pervios saepe calles , ac incerta itinera , cælo etiam dubio , & minus opportuno anni tempore eundum esset . Ut cætera omnia præternittam , adhuc horresco animo dum mentem subit ea hujus ipsius itineris dies , qua Assisio Nuceriam per transversos montes adivimus ; triplo enim brevius est iter , quam si Fulginio Romanâ via eundem esset . In medio itinere viæ ducem improviso morbo correptum ita repen-

repente vires defecerant , ut progredi omnino non posset . Constitit , in rustica aliqua domuncula commoratus : nobis progressum suadet , illud affirmans , pronam esse reliquam viam , & nihil omnino ambiguam . Processimus yecti equis , cum incerto bivio in transversum acti , deducimur ad arctissimam , & præruptam semitam per montis latus declive fere ad perpendicularum , & iuno torrenti imminens . Angustia semitæ nec equos reflectere , & retro regredi , nec equis desilire , & se reptando subducere , permittebat : progressum interruptus imbribus callis pluribus in locis reddebat ita periculosem , ut equi ipsi contremiscerent : diu metum inter , ac spem processimus , & ægre demum post diuturnam animi agitationem evasimus in summum jugum . Rusticum errantem ibi repente fors obtulit , qui nos ingentis præmii spe allactus ægre demum per anfractus præcipites ad alterius torrentis alveum deduxit , quo inter ingentia saxa , & periculosa vada centes hinc , & inde transmisso ad Romanam viam pluribus a Nucerina urbe milliariis delati sumus , ad quam nocte jam obscura devenimus . Verum hæc omnia imposterum raro admodum commemorabo , quod ad ipsum expeditionis nostræ scopum nihil pertineant .

95. Quoniam vero in dies magis inclemens aeris , & effusi imbræ ingravescebant , quorum immensi copia bis ea deinceps hyeme altissime elatus Tybris intra Urbem exundavit , & late effusus est , duodecima Novembris die Romam regressi sumus , ut majorum in primis instrumentorum constructionem urgeremus , reliquorum montium Ariminum usque inveniendorum cura amicis proxima loca incolentibus per litteras demandata , quibus montium conditionem , & situm , ac totam tuguriorum pro signo adhibendorum rationem exposui . Partim autem eorum consilio , partim ipsa observatione in sequentis anni Autumno , quo Ariminum usque delati sumus , prioribus quatuor montibus binos alios adjecimus , alterum Catriæ nomine appellatum , Cantiano frequenti oppido proximum , alterum ,

Aeris inclem-
tia semper ma-
jor . Selecti bi-
ni montes Ca-
tria , & Carpe-
gna , & collie-
dius Mons Lu-
ras .

terum, quem appellant Carpegna, qui nobilissimæ Romanae familiæ nomen dedit, magnam ejus partem, & vicum ad radices positum possidenti, ubi postremus ex ejus familia celeberrimus Cardinalis palatium ingens, & magnificentissimus Romanis non impar extruxit. Collem præterea ab Adriatico mari haud ita remotum adjecimus, Montem *Lurum* dicunt, in quo campanaria turris in summo vertice sola, ædificiis cæteris omnibus collapsis, ac ipsa sacrâ æde inferius extrectâ ad collis latus, & longissime conspici, & facile dignosci poterat.

Septem stationum ope, & modo triangulorum conjunctus D. Petri tholus cum littore Ariminensi.

96. Porro Catriæ mons cum Pennino Nucerensi, & Tetio Perusino quintum triangulum constituit, ubi polygonum nostrum nonnihil inclinatur, quatuor triangulis in Perusino monte cuspidem figentibus, cum ad reliquos terni tantummodo terminentur. Carpegnæ mons cum Pennino, & Catriæ sextum, Lurus cum Catria, & Carpegna septimum triangulum concludit, postremo octavo ad extremum basis in littore Ariminensi constituto cum Carpegna, & Luro. Ita 7 intermediis stationibus a D. Petri Tholo ad oram Adriatici maris Arimino proximam per 8 triangulorum seriem devenimus. Sed de iis, quæ ad Polygonum, & bases pertinent iterum sequenti anno.

*Excursus in o-
ram mari, &
Hetruricæ via in-
seriatam. Sa-
trium: Romana
arx: Viterbiæ.*

97. Sex in Urbe diebus commorati curatis nonnullis, quæ ad instrumentorum constructionem pertinerent, & imbrrium vi compressa, discessimus ad determinandum illum omnem tractum, qui Romanæ viæ in Hetruriam ducenti, ac Mediterraneo mari interjacet, conclusus hinc Tyberi, inde ejus finibus, quam nunc Hetruriam dicimus, quod ad secundum expeditionis scopum pertinebat. Eo nimirum per hyemem eundum erat, initio rem ad mare campestribus in locis, & per æstatem aeris insalubritate inaccessis. Defleximus ex Romana via Sutrium vetustam urbem, sed infrequentem ad levam; unde pluribus excursibus factis, plures observationes inivimus, nec quidquam imbribus effusis iterum, qui nos hoc potissimum anno accerrimè sunt infectati. Est in primis longissime

me conspicuus per omnem Romanorum camporum planitatem , & maritimæ oræ ingentem tractum in coni formam assurgens mons lacui imminens , quem veteres Sabatinum lacum appellabant , nunc a finitimo oppido dicitur *Bracciani lacus* , ad observationes geographicas aptissimus , Arcem Romanam appellant finitimi , haud ita multo a Sutrina urbe distans . Ipsum etiam confundimus , ubi dum quadrantem adhuc adhiberemus , imber subitus , ac diuturnus multa nobis loca e conspectu primum eripuit , mox oppressit nos ipsos ; sed præcipua quæque definita jam fuerant . Viterbio iterum ad lœvam defleximus Tuscaniam vetustam itidem urbem , *Toscanellam* nunc nominant , & olim frequentissimam , nunc aeris gravitate per æstatem potissimum intolerabili , cum omnibus circumiectis maritimæ oræ campis ita desolatam , ut e quinquaginta fere oppidulis , ac pagis ipsi olim subiectis , & frequentissimis , quos in urbis aula depictos vidi mus , vix quatuor , aut quinque nunc habeant incolas , & quidem admodum paucos .

98. Inde eam , quam Faliscum olim montem dicebant , nunc *Montefiascone* , urbem generoso celebrem vi no in Romana via positam devenimus , cuius eminens tholus longissime conspicuus ex remotissimis etiam montibus ingenti nobis adiumento fuit ad plurium locorum determinationem , ac cælo admodum sereno , sed solo nive obruto , in area subjecta arci dirutæ , nec ita multum distante ab ipso tholo , observationem habuimus copiosam inter ipsam nivem , determinata etiam distantia , & positione loci , in quo observatio peragebatur , a tholo , in quem ex aliis locis collineabamus , quod ubique accurate præstitimus . Illud tamen hic potissimum nobis obfuit , quod & alibi sape , ut loca maritima ad meridiem sub Sole sita se aspectui subducerent , quadam obiecta veluti nubula , & delitescentia in umbra sua , quod ubique meridianis locis per hyemem accidit , & quavis anni tempestate occidentalibus vespere , mane orientalibus . In-

*Observationes
Montis Falisci
vulgo Montefias-
cone , Aculeo ,
vulgo Acqua-
pendente , oppi-
di Verentani ,
vulgo Valentia-
no , & Canini .*

de autem Romana via Aculam , quam nunc *Aquam pendentem* dicimus , extremam Pontificiae ditionis urbem ex ea parte , & Hetruriæ finitimam delati sumus , cuius in ima quadam veluti concha depresso positionem ægre omnino , nec vero tum quidem penitus , sed in alio deinde itinere per loca ad dextrum Romanæ viæ latus posita determinavimus . Regressi postridie aliquantulum Romana via , per oppida Verentaneum (nunc *Valentano*) & Caninum ad mare defleximus .

Per oram maritimam Graviscæ, Cornuetum, Cetumcellæ: inde Tolfa, & Braccianum iter Romam.

99. Graviscis (nunc *Montalto*), in oppido ad mare sito , & jam fere penitus diruto , finibus Hetruriæ proximo , observationes habuimus , vespere in primo aduentu , tum insequenti die primo mane ; unde per oram maritimam Cornuetum delati sumus , urbem itidem insalubre , turribus editissimis ingenti numero ita confertam , ut sylvam quandam cupressis consitam procul inspectanti referat , & certam diligenti turrim ad positum determinandum , mutato ipsorum turrium prospectu , facile imponat . Meridie in editissima Faniorum turri observationes peregrimus , tum Centumcellas , celeberrimum maritimum emporium nocte jam intempesta devenimus , ea nocte , quæ diem 12 Decembris consequitur , qua nocte Lunarem ibidem Ecclipsim observare cupiebamus . Verum , nec eo maturius devenire licuit , ut quæ necessaria ad observationem erant , pararemus , & nubes , cælo per totam noctem obducto , phænomeni conspectum eripuerunt . Observationibus ibidem peractis , & aliquot excursionibus inde factis , montes , relicto mari , conscendimus , ac Forum Claudi , nunc *Tolfam* dicunt , tum quod supra nominavimus Braccianum adivimus , inde Romanam decima nona Decembris die regressi sumus .

Observationum ratio in itinere, perquisitio mapparum.

100. In omni autem hoc itinere (in quo urbes tantummodo , ac oppida præcipua nomino , vel quæ observationibus geographicis aptiora sunt , innuo , quod & in posterum præstabo , omissis reliquis) ubicumque , vel in ipso itinere , vel in oppidis , ac pagis , & vicis , ad quos dela-

delabebamur , se rei bene gerendæ præberet occasio , editissima continuo loca conscendebamus , turres campaniaras in primis , & locorum , quæ inde videri possent positionem definiebamus , vel quadrantis minoris ope , vel alio instrumentorum genere tractatu faciliorum , ubi methodos plures , pro locis potissimum proximioribus adhibuimus cum fructu , quas quarto fortasse opusculo innuam . In urbibus autem , atque amplioribus oppidis , apud Magistratus , ad quos litteras Pontificiâ auctoritate conscriptas , ut & ad Episcopos , habebamus , excutiebamus diligenter quidquid mapparum esset , vel ejus generis monumentorum , quod ad finitimerum locorum , & fluviorum in primis positionem pertineret ; quæ quidem paucis admodum in locis totius Pontificiæ ditionis satis accurate definita invenimus , fere ubique nimirum neglecta .

101. Illud autem hic nequaquam omittam , non ^{observationem} ^{impedimenta a} ^{binis factorum} ^{Præfatis in la-} ^{nis pagis .} sticos tantummodo , & monticolas , sed & cultiores homines aliquando in pagis , quamvis id quidem admodum raro nobis accidit , licet Pontificias viderent litteras , nostris observationibus obstitisse . Est prope Vulsinensem lacum nunc di *Bolsena* , exiguis S. Laurentii pagus in ipsa Romana via , ubi etiam equos rhedarii mutant . Cum eo transeundum esset , & a sacerdote Pagi sacrorum Præfecto exposceremus , ut campanariam aperiret Turrim observationes instituturis , diu obluctatus ita obstitit , ut vix demum litteris Pontificiis ostensis , & minis etiam incussis , cesserit . Accepimus paullo post ab incolis persuasum illi , latere in ea ipsa Turri thesaurum olim abditum , quem viatores nonnulli præcedentibus diebus quæsierant . Alius alibi , quamquam incredibili cum modestia accedentes , multo durior atque asperior acerrime repulit iterum , atque iterum , post inspectas etiam Pontificias litteras , nec profuit quidquam contestatio nobilis amici , qui Romæ me noverat , & ibi tum , ut apud ipsum diverteremus , ad ædes fane pro loco magnifi-

cas nostro adventu cognito humanissime rogatos deduxit . Ne Tūrri m nobis ipse concederet Curator ille sacrorum , aut in ea se præsente aliorum auctoritate consendemus , quod & accidit , se e pago proripuit , nec nisi post discessum nostrum regressus est , qui deinde Roman evocatus , increpatusque , errorem suum sero demum agnoscit . Usque adeo vana nescio qua superstitione homines dementaverat .

Mors in Urbe : 102. In Urbe tanquam hyematuri constitimus per iter ad ostium mensem circiter , tempestate admodum pluvia , & ob-Tiberinum : ex-undantia ipsius servationibus inepta . Sub finem autem Januarii mensis Tiberis .

in sequentis anni 1751 , ad Tiberis ostium missi sumus , ubi in postrema exundatione Tibris præcedenti mense repagula omnia labefactaverat , quibus in ipso ingressu in Tyrrhenum mare coercetur , ut naves velocitate fundum excavante , & aggestas a mari arenas dimovente , possit excipere . Eo libenter profecti sumus , tum ut , si quod imminenti malo remedium se offerret , proderemus , & Urbis commercio consulseremus , tum etiam , ut finitima loca , & utrumque Tyberis ostium , ac oram littoris , & turrium maritimarum situs definiremus . Vix eo de-veneramus , cum iterum imbribus assiduis confluente undique immanni aquarum vi , exundare amnis , & alveo relicto universos circum campos obruere ; quo quidem tempore Roma iterum cimbulas vidit per urbis compita circumcursantes . Abest is locus a Portuensi urbe binis passuum millibus , nec ullas fere habet ædes præter publicas quasdam & arctas , & humiles , in quibus diversabamur , ac Tūrri ad ostii tutelam extructam olim in ipso littore , nunc arenarum aggestione facta , remotiorem aliquanto ab ipso mari . Cæterum tuguria tantummodo pescatorum visuntur aliqua , & stramineæ casæ , in quibus tum quidem trecenta circiter capita Piscatorum , Naufragiorum , & Operarum ad ostii ipsius tutelam , ac reparatio-

Peculum in-
gens a fame ob-
diutinum an-
nona defecum .

103. Ubi primum erupit fluvius , ita brevi excrevit , ut

ut casas omnes , & tuguriis occuparet . Nostræ etiam domus atrium impleverat aqua , & jam scalis ad superius tabulatum conscendebat , non sine aliquorum metu , ne nos obrueret , quod in tanta maris vicinia , quo se aquarum moles effundebat , fieri omnino non poterat , nisi forte ipsarum aquarum vis convulsas potius ædes evertisset . Longe gravius à fame periculum . Per octo integros dies obselli constitimus , & nobis quidem annona non defuissest , sed miserabilis nos angebat tot inopum turba omni alimento destituta , cum quibus , quæcumque parata pro nobis fuerant , partiri erat opus . Admodum difficulter ad Portuensem urbem contra fluminis impetum per undantes campos naviculam misimus , ut panem adveheret , sed vix ullus ibidem inventus panis , in urbe nimirum penitus diruta , intra quam vix nunc quidem viginti homines vivunt . Ipse ille Pittor , qui panem Rusticis circumiacentibus , & ipsum ostium Tiberinum incolentibus sufficit , profugerat per eos dies ære alieno gravis , nec farinæ quidquam , nec frumenti reliquerat . Res erat sane commiseratione dignissima , & quæ lacrymas , vel invitis elicerebat , cum tantam miserorum turbam videmus in summis tuguriis , in cimbarum malis pallentes , trepidantesque , ac panem inclamantes exaudiremus .

104. Et primo quidem die , cum forte campos , ac ripas telescopio circumspicerem , repente mihi fese obtulit fere mille passibus procul religiosus vir e Minimorum familia , cum egregiae sane indolis adolescente , qui inter densos cespites , dum e Portuensi urbe ad naviculam suam descenderent , undis circum affusis cohibiti , frustra manus tendebant , & inclamabant , nec conspecti , nec exauditi . Cimbam illico , cum peritis hominibus eo dimisimus , & in nostras ædes advectos communi mensa nobiscum excepimus per eos dies . Erat autem is quidem nobilis Helvetius Adolescens , qui ad suos in Neapolitano regno militantes a matre missus , argento spoliatus omni in itinere , omnibus jam rebus ad iter necessariis care-

Religiosus vir ,
& nobilis adolescens pericula subduci .

carebat. Quem Rōmam reductum, ad suos Neapolim transinisi deinde incolumem.

Nuncius Romam
missus : inde an-
nōne fabridium.

105. Ingraveſcente igitur malo, & Tiberis tumore obſirmato, de nuncio Romam mittendo per affuſos cam- pos, neque enim contra fluminis impetum licebat ascen- dere, diu conſultatum, ac demum ægre inventus eſt, qui cimbula exigua vectus cum binis remigibus tantum adiret periculi, qui quidem vix integro die per quinque miliaria ad proximos evaſit colles, unde Rōmam citato cursu perrexit. Verum jam ex Urbe Magistratus de no- bis, de militibus, de tanta inopum turba folliciti in- gentem annonæ vim validiori navi impositam ſecundo fluvio demiferant, quæ quidem ad extremam neceſſita- tem adductis peropportune advecta eſt, nec ita multo post undarum reſedit furor, & Tybris alveo ſeſe ſuo re- ſtituit.

Valli labes : na-
vium periculum.

106. Per eos autem dies nobis proſpectantibus moles omnes ad oſtium iſpum ingenti vallo, & tabulatis ex- tructæ hinc, & inde ab amnis alveo, quas priore exun- datione Romana labefactatas diximus, convulſæ, & ex altera parte penitus in mare illatæ ſunt, & confractæ, ex altera inclinatæ, proſtrataeque ita, ut nulli uſui jam eſſe poſſent; ac una ex iis noctibus pārum abſuit, quin quidquid aderat onerariarum in ipſo fluminis oſtio peri- ret, cum una ex iis amplior aquarum impulſu aſſiduo val- lum, cui alligata fuerat convellere jam cæpiffet, cui malo ægre inter nocturnas tenebras remedium adhibitum.

Audoris ſeri-
ptum de re tota
Mappa Mairii
Tiberinae inſulæ.
Alter excuſus
eodem, & valli
reparatio.

107. Ego quidem & phænomena omnia per eos dies, & locorum ſitus, diligenter expendi, ac meam de re tota ſententiam longiore ſcripto Romam redux magistra- tibus tradidi, illud indicans, quas tanti damni crederem causas, quid remedii cenferem eſſe imposterum adhiben- dum, ne ſimiles exundantiae fluvii, quas nec ab oſtio pendere, nec penitus ſummoveſi poſſe arbitror, peni- tuis iterum omnia vertant, ac proruant. Mairius au- tem mappam etiam Tiberinæ inſulæ diligenter delineau- tam

tam adjecit. Porro nos quidem, reducto in alveum Tibeti, Romam illico regressi sumus, unde iterum cum aliis earundem rerum peritis ad decernendum demum, quid facta opus esset, haud ita multo post eodem redivimus. Ad vallum vero deinde restituendum biennio fere ingens operarum numerus desudavit.

108. Interea ad basim dimetiendam prope ipsam urbem Romam nos comparavimus. Ejus locum invenimus ^{Basis delecta in Appia via.} in longo Appiae viæ tractu Albanæ, & Romanæ urbi interiectum, aptissimum sane e regione Januarii montis, cum quo satis idoneum triangulum contineret. Eam viam jamdiu a viatoribus derelictam, ob lapidum, quibus olim constrata fuerat, loco dimotorum incommodeum, viginti circiter ab hinc annis, fere penitus eruerunt ii, qui ad Romanæ sternenda compita, lapidum ingentem vim inde transtulerunt in Urbem, ut idcirco identidem tantummodo extent lapides editiores illi, qui hinc, & inde viam medianam apud Romanos coercebant. Pluribus autem in locis jam & aratro dimota terra segetes proveniunt. Hinc, atque inde continua visitur sepulchorum antiquorum series, quorum tamen nonnisi ruderam quædam extant, & parietinæ aspectu horridæ, quæ tamen, cum iis ipsis veteris viæ lapideorum laterum vestigiis nobis plurimum profuit. Nam omnis ille ejusdem tractus qui ab urbe Roma ad Albanam portam porrigitur, rectissimus omnino est. Assurgit illa quidem nonnihil prope S. Sebastiani ædem, ubi ingenti gyro erigitur lapidea mole sepulchrum Metellæ cum veteri inscriptione adhuc incolumi, apud antiquitatis studiosos celeberrimum. Inde visitur constrata viæ pars, qua ubi nonnihil procerferis, Albanæ portæ adiacentem editam veterem Turrim conspicis per medium viæ ductum, inter binas sepulchralium ruderum veluti lineas, ut de directo positu dubitate non licet.

109. Pro altero igitur basis extremo ipsam Metellæ ^{Basis extrema} molem delegimus, punctum nimirum illud, quod in eadem ^{fines : ejus opportunitas : periculum a capi-} ^{Via bus.}

via mediæ inscriptioni respondet ad perpendiculum , alterum autem , ubi infra eum locum , quem *Frattochias* dicunt , tribus circiter ab Albana porta milliariis ipsa via interrumpitur pomario , circumsepto qua muro , qua maceria , ad Columnensium familiam pertinente , & ipso- rum villulæ ex opposita viæ parte respondentे . Ibi au- tem paullo ante maceriam ipsam lapidem in editiore loco , basis dimensæ finem , effossa humo condidimus , certis circum signis adjectis , quo deinde facilius inveniri pos- set . Profuit sane nobis illud , quod via ipsa a nullis jam viatoribus frequentaretur , ne quis nimirum opus inchoa- tum interturbaret , verum ipsa tanta solitudo parum ab- fuit , quin & exitio mihi fuerit semel potissimum . Cum enim uno tantummodo comitatus homine ad locum , ubi præcedenti die mensuram abruperamus , incederem , e paſtorum mapali viæ jam desertæ proximo immanis ſe- octo ingentium canum effudit vis , quorum impetum cap- to tumulo , & densam ejaculantes lapidum grandinem , diu colluctati ægre compressimus , uno graviter vulnerato , cæteris a Pastoribus , qui e longinquō accurrerunt demum , revocatis . Hujus basis mensuram cepimus ineunte Aprili mense , & bis incredibili aeris intemperie , & imbrium vi coacti abrumpere , ac Romam regredi (initio enim prope Metellæ sepulchrum ad alterum caput basis , sub finem vero in Albana urbe alteri capiti propiore noctes transegimus) vix demum progreſſo jam Majo mense ab- solvimus .

*Instrumenta ad
basim dimension-
dam necessaria :*
tria tigilla, vir-

ga ferrea duæ .

110. Instrumenta in ea dimensione adhibita erant hu- jusmodi . Habebamus tria illa tigilla ternarum mensura- rum singula , quarum qualibet continebat palmos 9 , utri- que autem singulorum capiti adscripti erant numeri 1 , 2 , 3 eodem ordine , quo collocari debebant in directum . Singula itidem tigilla habebant quatuor horizontales la- mellas ex auricalco infixas sibi , quarum binæ ad extrema capita , binæ ipsis ad easdem distantias interjectæ , per exigua puncta in iis notata tres illas mensuras distingue- bant .

bant. Aderat regula ferrea illa 9 palmis longior, in qua intervallum 9 palmorum bina tenuissima puncta denotabant. Alia ferrea regula habebatur ipsi par cum binis cuspidibus sibi perpendicularibus, quarum altera fixa, altera mobilis ipsi regulæ ferreæ per cochleam firmissime adnectebatur ita, ut cuspidum intervallum produci ad libitum posset, vel contrahi, quod instrumentum appellant fidelem circinum, ob cuspides parallelas, & firmissime connexas. Hujus ope pluribus vicibus singulis diebus, e priore regula eruebatur mensura illa palmarum novem, & transferebatur in lamellas tigillorum, ut innote sceret, quantum ex aeris mutatione singula ipsorum intervalla mutata essent. Qua autem methodo per transversas quafdam lineolas in lamellis inscriptas haec ipsa productio minutissime deprehendi posset, in iv opusculo exponam.

111. Præterea aderant tripodes sex cum horizontali plana mensula regula lignæ crassæ verticali affixa ita, ut elevari posset, & deprimi, ac ope cochleæ, ubi liberet, detineri, cum ligneis amplioribus, sed gracilibus cuneis imponendis mentulæ, & capiti tigilli supponendis ad elevationem ipsius augendam nonnihil, vel minuendam. Libella etiam aderat ex tubo liquore pleno cum bullula aeris, instrumentum notissimum, & pendulum e filo tenui. Accedebat Reaumurianum thermometrum ad definiendum caloris gradum. Hic erat omnis instrumentorum apparatus. Operas præterea quatuor conduxeramus, cum puerò, qui omnibus præsto esset. Hoc autem ordine procedebamus in dimensione.

112. Constituebatur primum tigillum super binas binorum tripodum mensulas in directione basis, & in piano horizontali, tum super secundam mensulam, & tertiam secundum tigillum, super tertiam, & quartam tigillum tertium. Ubi tertium collocatum esset, dimovebatur loco suo primum, & super quartam, & quintam mensulam collocabatur. Una ex Operis erat Faber murarius manus, & iugenio promptus, cuius curæ cominissum erat,

*Tripodes, cunei,
libella, pendu-
lum, thermome-
trum.*

*Dimensionis ra-
tio: cura prime
Operis d'ponen-
tis tripodes.*

ut novum tripodem collocaret in directum cum prioribus in distantia debita ab eorum proximo , quam funiculo metiebatur , cuius ipse alterum caput , alterum in media priore mensula tenebat puer, vel nostrum alter . Curabat itidem , ut mensula horizontalis esset , quod facile præstari poterat , puero , ubi solum horizontale non esset , faxa , vel cuneos supponente iis binis pedibus , qui mensula horizontaliter collocata elevati essent a solo . Ut autem ad eandem horizontalem proxime altitudinem jaceret mensula , id præstabat ipsam elevando , vel deprimendo , dum in eodem jaceret plano cum reliquis , teste oculo ad ejus marginem collocato , tum in ea ipsam positione obfirmando ope cochleæ .

*Cura transferen-
tium sigilla .*

113. Dum haec ille pararet , binalii homines tigillum novum transferebant singuli singula tenentes capita , & imponebant postremæ & prioribus mensulis , & huic novæ . Id autem præscriptum fuerat , ut posterius tigilli caput priori mensulae imponeretur summa cum diligentia , ne quidquam ipsa mensula cum tripode commoveri posset ; nec vero ad contactum deveniret novum tigillum cum priori , quo minus esset periculum ipsius commovendi , sed caput capiti proximum collocaretur , cuius superficies superior , si forte non penitus , ob exiguum aliquam mensulae inclinationem , in eodem esset plano cum superiore proximi tigilli superficie , elevabatur nonnihil ope duplicis cunei , aciebus in contrarias partes directis ; ut autem id novi tigilli caput elevari deberet , non prioris , præscriptum fuerat ei , qui tripodes , & mensulas collocabat , ut antrosrum potius nonnihil pendentem collocaret mensulam , quam retrosum .

*Ratio , qua direc-
tio debita obti-
natur .*

114. Interea nostrum alter ad caput postremi tigilli directionem novi manu indicabat , prospiciens Albanam portam per ductum reliquorum binorum , & ductum itidem mediæ viæ a veteribus sepulchrorum ruderibus satis indicatum , vel ubi , quod raro admodum contigit , viæ situs aliquanto demissior , aut nebula , perspectum .

Alba-

Albanæ portæ eriperet, prospiciebat perticas, quas tum erecto positu defigebamus pluribus locis in media via, cuius marginis frequentia occurrebant indicia. Is nimurum, qui tripodem cum mensula collocaverat, suum tigilli caput commovebat in dextrum, vel lævum latus ad nutum ipsius, dum posterior ex iis, caput alterum tigilli manu elevabat tantillum supra priorem mensulam, ne qui interea motus in ea cosequeretur.

115. Nostrum alter libellam imponebat tigillo, quæ Qua positio horizontalis. si ejus inclinationem aliquam proderet, statim is, cui mensulæ cura demandata fuerat, eam nonnihil elevabat, deprimebatve, ut opus erat, iis, qui tigillum detulerant, adsistentibus, & ipsum vix quidquam elevantibus, ne in priori mensula motus aliquis accideret, ac, mensulâ novâ elevatâ, vel depresso, restituentibus, donec libella horizontalem positum proderet. Aliquando autem & cunei duplicitis ope anterius hoc tigilli caput elevabatur, vel mensula in latus pendente nonnihil, ad horizontalem positum redigebatur. Et quidem hæc omnia exercitatis aliquantulum Operis admodum expedite, ac tuto præstabuntur. Ea autem curabantur ad superstitionem usque, licet tripodum, & mensularum soliditas omnem metum motus cuiuslibet et tigillis prius positis summoveret. Semel autem accidit, ut subitus venti immanis impetus tigilla, & tripodes everteret, quo casu iterum ad locum, unde primo mane discesseramus, regressi sumus cum mensuris.

116. Novo tigillo constituto accurrebamus ad posterius novi, & anterius veteris tigilli caput, & circino assumebamus intervallum exiguum illud inter puncta lamellarum ipsis tigillorum capitibus affixarum, quod transferebamus in scalam Tychonicam partium tenuissimarum, & distantia ipsa consignabatur in libello, in quo tabula pro mensuris parata fuerat, quatuor columnas continens, quarum prima numerum exprimebat mensurarum, terrena simul tigilla continentium, secunda inter-

Notatio intervallorum : ratio notationis.

val-

vallum inter tigilli tertii caput anterius , & primi posterius , tertia inter primi anterius , & secundi posterius , quarta inter secundi anterius , & tertii posterius , ac in vertice scriptum erat *ad primum, ad secundum, ad tertium;* unde siebat , ut nec in numero mensurarum errare possemus , cum in quavis nova collocatione novus numerus loco suo scribendus esset , nec , nisi ternarum mensurarum numeri omitterentur , possent reliqui consentire cum numero ipsis tigillorum capitibus adscripto . Ubi enim ad tertium ex.gr. procederetur tigillum , distantia conscribenda fuisset in ea columna , quæ ad caput haberet *ad secundum.* Porro tabellam ipsam summa diligentia parabat Mairius , qui & numeros conscribebat incredibili cura , ac conscriptis etiam numeris , plerumque iterum capiebatur intervallum ipsum , quod ante etiam frequentissime uteque nostrum cum scala seorsum contulerat .

Tripodium, & instrumentorum translatio : ulus thermometri. 117. Quarta Opera tripodes transferebat , ut primæ præsto essent , ac eam capsulam , in qua ferrea longior regula cum fideli illo circino , & Reaumeriano thermometro servabatur alicubi in umbra , quo thermometro caloris etiam gradum identidem observabamus , ut de ferreæ novæ palmorum regulæ longitudine constaret , quod quidem admodum diligenter præstabatur , licet in climate temperato , & virga Soli nunquam exposita , per quam exiguum intra eundem diem observaretur discriminus . Medius autem caloris gradus hujus mensuræ tempore prope virgam fuit 17 supra numerum 1000 , qui glaciem denotat .

Quid, ubi solum inclinabatur, ad horizontem. 118. Ita autem licebat procedere , ubi solum diu fere horizontale perstebat . Ubi autem inclinatio aliquanto major mensulam vel elevare plus æquo coegisset , vel deprimere ; tum vero anterius prioris tigilli caput non mediæ mensulæ imponebatur , sed procurrebat ultra ipsam , ac ultra alteram mensulam procurrebat itidem caput posterius tigilli novi , vel elevatum magis , vel depresso , ut res ferebat , ut nimis mensulæ posteriores adhuc de primi possent magis , vel elevari ad positum tigillorum hori-

horizontalem habendum, & pendulo demisso curabamus ut capiti alteri, alterius capitinis situs responderet, vel circino capiebamus inferioris distantiam a filo penduli. Id quidem raro opus erat, cum & viæ ductus pluribus in locis ad horizontalem positum satis accederet, & mensulae, non ita exiguo intervallo elevari possent, ac deprimi. In circa autem sex tripodes requirebantur, ut si alicubi nimis declivè, vel acclivæ solum esset, & ad novas quasque tigillorum positiones pendulo utendum foret, binis quodque tigillum mensulis imponi posset. Id solum in exiguo postremæ basis tractu nobis contigit, quo in editiore locum evasimus, ut inde prospctus pateret in alterum basis extreum, & Januarium illum primum poligoni montem, qui cum ipsa basi triangulum debebat constitueret, primum omnium dimensionum principium, & normam.

119. Ubi auten opus abrumpebamus vel adventante nocte, vel imbrium vicino metu, ex anteriori tigilli capite demittebamus pendulum in excavatam foveolam, & laterem, in cuius superficie linea transversa designabatur, admoveebamus filo penduli ita, ut ab eo lateris ipsius facies raderetur e regione ipsius lineæ designatae, ac laterem condebamus: tum ubi opus iterum resumebatur, detecto latere, idem tigillum collocabatur penduli ope in eodem situ precedentem, vel novum ita, ut pendulum ex ejus capite demissum raderet eundem laterem.

Quid, ubi abrumpebatur, ac resumebatur.

120. Hac dimetiendi methodo nec humi reptare co-
gebamur, ut cum Bouguerio Condaminius, nec tigillo-
rum motum pertimescebamus, & septingentas, vel o-
ctingentas hexapedas metiri in dies singulos nullo nego-
tio poteramus, ut octo, vel novem diebus totum opus
absolveretur. Verum aeris inclemens, & imbrium vis
coagit nos saepius opus abrumperemus, & bis, ut monui in
desperationem actos Romam redire, ne & nos in ea soli-
tudine necquidquam commoraremus, & operas pretio
conductas frustra detineremus. In ipsa autem mensura-
Dimensio basis.
bis interrupta:
aboluta diebus
12. ejus longi-
tudo.

nos exercuimus per dies tantummodo 12, quam die octava Maii absolvimus, nec eam basim iterum dimetiri libuit, cum ipsa uti decrevissimus pro basi verificationis, ut ajunt, & alteram in Ariminensi littore æquiore solo multo facilius bis dimetiendam pro basi præcipua destinaremus. Invenimus autem reductionum omnium ratione habita, in ea basi palmos 53562. $\frac{1}{2}$ quos, hexapedæ modulo recepto, constitut valere hexapedis 6139. $\frac{1}{2}$ quam proxime a media inscriptione Metellæ, ad lapidem defossum in tumulo Frattocchianæ illi Columnensium maceræ proximum. Invenimus enim mensuram nostram palmorum novem continere lineas pedis Parisiensis 891. $\frac{19}{100}$, quarum hexapeda continent 864, adeoque esse ad illam ut 89130 ad 86400, sive ut 2971 ad 2880.

121. Instabant interea Societatis nostræ Comitia ad novum Generalem Præpositum diligendum, ad quæ Anglicana Provincia Mairium destinaverat, pro altero e binis electoribus suis, quæ in diem Junii 21. indicta fuerant, & is ad eum diem Romæ debebat adesse iterum. Id quidem, ut & nondum absolutus quadrans, in causa fuit, cur de poligoni angulis dimetiendis per æstatem, quæ sane ei operi aptissima omnino est, cælo plerunque sereno magis eo anni tempore, & minore in montuosis locis caloris vi, consilium capere non licet. Utrumque enim ea res, si satis accurate perfici debeat, Observatorem requirit. Libuit itaque, ne id omne tempus, quod ad Comitia supererat, sine fructu præteriret, eam Latii veteris lustrare partem, quam nunc Maritimam provinciam appellant, & Campaniam, ac ad Occidentem Tyberi, & Sabinis, ad Boream Appennino jugo, ad Orientem Neapolitano Regno, ad Meridiem Tyrrheno mari concluditur, ut locorum positus definiremus ad geographicam mappam corrigendam.

Iter Roma Tar- 122. Die igitur Maij decima septima Roma cum mi- racinam per or- nore quadrante digressi sumus, & per Gandulfi arcem, ram maritimam cum Norbam us- ubi ex ædibus Pontificum rusticationi destinatis, obser- que. vatio-

vationes inivimus; patet enim in omnem maritimam o-
ram prospectus, per Albanam, ac Velitrensem urbem,
observationibus utrobique institutis, Antium adivimus,
ubi apud Eminentissimum Cardinalem Corsinium, ibidem
enim cum universa familia rusticabatur, hospitati sumus,
& tum in ipso eorum palatio, tum in edita Costaguto-
rum villa coram tot nobilissimis hospitibus observationes
habuimus. Inde per oram maritimam Circærum, ac Tar-
racinam, tum Romana via Privernum, & Setiam adiv-
imus, ultra quam urbem excursu facto Serminetam deve-
nimus, & Norbam observationibus ubique institutis,
præter ipsum Circæi montis verticem, ad cuius radices in
turri, quam Paulam dicunt, pluribus diebus immani ne-
bula occupante cælum, & ipsum montem, nec sine nu-
ribus aliquando, & imbre, incassum commorati, ex al-
tero montis latere in edito sancti Felicis pago observa-
tiones inivimus, ac montis accessu desperato, locum
reliquimus, ad quem Geometriæ practicæ peritum Juve-
nem hoc demum anno cum quadrante, vicinos enim tum
agros metiebatur, submisi, qui inde etiam Vesuvii ver-
ticem e fumo cognitum, cum Antio, & pluribus Latii
locis conjunxit.

123. Norba retro cursum refleximus, ac in editissi-
mum, & aptissimum observationibus Geographicis eve-
cti pagum, incolæ appellant *Rocca secca de Massimi*, per
angustas fauces trajecto jugo montium, quod maritimam
Provinciam a Campania dirimit, Frusinonem devenimus,
inde Pophium, & Cepranum, quod oppidum in ipsis est
Regni Neapolitani finibus via Romana, quæ Cassinum du-
cit; unde Arcenum montem condescendimus, & Soran-
delati sumus, quæ loca in Neapolitano quidem regno si-
ta, sed in ipsis finibus, & observando Pontificiæ ditio-
nis tractui opportuna, non omittenda censuimus, cum
potissimum hujus ipsius Romanæ Provinciæ Collegium
Soræ habeamus, & fas esset omnino, ut in tanta vicinia
cum nostris sacrum Pentecostes diem celebraremus, quo

Iter Norba So-
ram usque.

die multo ante Meridiem eo devenisseimus, nisi nos diu effusus imber, & grando, qua totum repente solum est obrutum, in fædissimo stabulo detinuissest.

Iter Sora Civitellam usque Treba : Sublacum .

124. Soræ biduo commorati, & observationibus institutis in Pontificiam ditionem regressi sumus, ac per oppida Montem *S. Joannis*, & Bovillas nunc *Bauco Verulum*, ac Alatrium devenimus. Inde Fumonem conscendimus oppidum editum, & toti Campaniæ immensus, cuius ingens tractus inde facile observari poterat; tum ad dexteram deflexo itinere nos intra montes abdidimus asperos Trebam usque, nunc *Trevi*, oppidum olim & frequens, & nobile, quod in angusta Anienis valle, quatuor circiter passuum millibus infra ejus fluvii fontem, & Feletinum oppidum jacet, montibus editis circumseptum ita, ut ægre admodum ejus positio definiri possit. Positione tamen ipsa utcumque definita, Anienis ductum sequuti per loca admodum aspera Sublacum devenimus *Divi Benedicti cœnobio*, & sacro celebrem specu, tum in editum pagum ascensu horrido sane evecti sumus, *Civitellam* vocant, opportunum observationibus locum, quas tamen ægre, nec nisi postridie instituire licuit, partim imbrum immani intemperie, quos in toto fere hoc itinere, licet Junius mensis esset, omnino præter reliquorum annorum morem experti sumus viæ, & observationum nostrarum comites infestos, ac molestissimos, partim ejus inurbanitate, qui ibidem sacrorum Curator, accessum in campanariam turrim interdicebat. Ibi enim accidit, quod num. 101 narravi pluribus.

Iter inde usque ad pagum & mōtem Guadagnole.

125. Ex eo oppido Palianum descendimus, celebrem Columnensem familæ arcem, cuius vertex summus copiosissimæ observationis opportunitatem exhibuit. Inde Anagniam nobilem, & opulentam urbem; tam Campaniæ valle trajecta, Signum devenimus in urbem ad montium latera sitam, Ferentino, cuius positionem ex pluribus iam locis definiveramus, relicto in medio Anagniam inter, & Frusinonem. Hic rursum immani imbrum vi deprehensi

prehensi biduo constitimus, tum ipso solemni die, quem *Corpus Domini* dicimus, urgebant enim angustiae temporis, ubi primum illuxit, turrim Campanariam consendumus, & cælo adinodum sereno, flante ita acriter Boreo, ut in ipsa æstate immani frigore contremisceremus, copiosam admodum observationem instituimus; deinde vero sacris rite peractis, equos conscendumus, & paullo ante Meridiem advecti in oppidum, quod nunc dicitur *Valmontone*, aliquibus vero est vetus *Labicum*, in magnificentissimo Pamphiliorum Palatio, quorum juris est ipse locus observationibus institutis, Præneste per summum meridianum æstum adivimus, ubi per aliquot comorati horas, re bene gesta, proximum montem consendumus, in quo & pagus exiguis est (ibi autem erat olim urbs ipsa) ac in ipso pago companaria turris, ex qua prospectus fere circunquaque longissime patet. Ibidem ad noctem usque perstitimus, tum montofo admodum, & molesto itinere nocte jam intempesta, assiduo labore fessi, delapsi sumus in oppidum in ima situm angusta valle ad radices editissimi montis, quem cum exiguo pago ipsi summo vertici imposito dicunt *Guadagnolo*. Oppido nomen *Poli*, quod ad nobilissimam pertinet familiam de Comitibus, & magnificentissimæ adjacet eorum villæ, quam dicunt *Catenai*. Reparatis nocturna quiete viribus, insequenti die, primo mane in ipsum pagum evesti sumus; ex quo multo etiam longius, quam ex illo Januario monte paucis inde millibus disjuncto prospectus patet in omnem Sublacensem vallem, in universam circum Campaniæ oram, & ultra eam in regnum Neapolitanum, ultra Romanam urbem in Mediterraneum mare, ultra Sorianensem Ciminum montem in ipsam *Hetruriam*.

126. Observationes ad loci puteum extantem alte insituimus, tum ad alterum montis latus prope celeberrimam per ea loca Beatae Virginis ædem, *Mentorellam* appellant, in edita rupe, in qua S. Eustachii facellum, ut vulgo ibi creditur, cervi ibidem cum cruce visi in alta fronte memoriam

moriā servat; ac iterum consenso summo monte, eodem regressi sumus, unde mane discesseramus. Inde frequenti die, trajecta amplissima valle, in Tusculanos montes evasimus, ac in editissimo pago, *Rocca Priora* dicitur, nocte transacta, & observationibus habitis, insequenti die laboriosissimo sane, primum quidem trasmissa valle, quæ Algidō subjacet, in eum ipsum Velitrensis montis consendimus verticem, in quo in postremo Italico bello prius quidem Germani brevem, tum iis inde pulsis Neapolitani, atque Hispani stationem habuerunt admodum diuturnam, ac circa meridiem in ardentissimo Sole comorati per horas tres ob ingentem loci opportunitatem, Cinthianum descendimus nunc *Gensano* Cæsariorum oppidum amoenum, & frequens, ac observationibus in colle proximo ad pedem semidirutæ turris institutis, declinante ad occasum die ingenti gyro, Aricia, quod Ghisiorum oppidum est, Arce Gandulfi, Marino, Columnensium oppido, Tusculum multa jam nocte devenimus in celebrem Romani hujuscē Collegii villam, ex qua insequenti die Romam regressi sumus Junii tertiadecima, tanto itinere cum observationibus tam multis breviore quam unius mensis tempore peractis.

*Albanus mons
car omisus.* 127. In hoc itinere Albani montis verticem opportunitissimum itidem observationibus astronomicis, longissime enim circumquaque prospicitur, omisimus, quod & ibi alias Mairius observationes instituerat plures, & ex ipsa Tusculana villa facile erat eo feriarum autumnalium tempore insequentibus annis excurrere, quod ipsum deinde est prætitum. Illud autem hic omittendum non censeo, quod nos quidem in omnium, quorum plurima subivimus, gravissimum, & præsentissimum certæ mortis periculum adduxit, aliis autem prodeſſe potest per maris littora iter habentibus.

*Praefens gravissi-
mum vite peri-
culum.* 128. Antio Circœum petebamus, rheda vecti per ipsum littus, quod ostio Fogliani lacus, ita eum appellant, ac pertinet ad Pontinas Paludes, interrupitur, nec

nec eo unquam Rhedarius transierat. Significatum autem nobis fuerat, esse quidem in eo ostio aliquid periculi per hyemem, per æstatem omnino nihil: posse nos tuto sequi littoris ductum, qui ad ipsas esset Circæi montis radices facili admodum, & tutissimo itinere rhedam deducturus. Ad id ostium devenimus, & quoniam Custos Turris Paulæ ad Circæi montis radices positæ, ante binas horas equo vectus forte præcesserat, eo suos Rhedarius immisit equos in aquam, ubi recentia ejus equi vestigia observabat, id maxime tutum ratus. Jam per plures passus præcesserat, cum repente ex adversa ripa Custos ille ipse, qui ibidem in medio itinere ad umbram diu conquievérat, & tum maxime equum concendebat progressurus, conspecta rheda, quanta maxima voce potuit, inclamare, ac manu indicare, ut consisteremus, ac ad dexteram converso itinere, ab ostio longius per ipsum maris fundum circuiremus. Ubi ad eum longiore gyro deventum est, se quidem agnoscere pronunciat, ac præsentem venerari Divinam providentiam, quæ nos in tanta solitudine salvos ejus ope voluisset. Se videlicet loci peritum eo caute processisse, ut fundi statum perspiceret: invenisse imbrium vi, qui præteritis diebus effusi deciderant, insuetam ea tempestate undarum copiam e lacu ad mare transmissam, ac earum impetu perruptum vadum ita, ut binorum hominum altitudinem præceps hiatus superaret. Eo immisis equis, necessarium omnino fuisse rhedam subsequi, qua & equi, & Rhedarius, & nos oppressi, atque aquis obruti sine ullo effugio perivissemus, quin fortasse, arena iterum opplente hiatum, posset ulli mortali quidquam de nostro exitio innotescere. Cendum nimirum id maxime in lacuum, & minorum fluviorum ostiis, ut per maris fundum multo utique solidius, gyro ampliore tam equo, quam rheda facto, evitetur periculum, quod intra ipsa ostia occurrit frequens.

129. Binis mensibus in Urbe constitimus, quo tempore Mairius Comitiis, ego quadrantis constructioni urbis redificatio-

genda, quæ nobis absentibus parum admodum progre-
diebatur, & corrigendis nonnullis, quæ ad telescopia,
& micrometra in primis pertinebant, operam dedi. Sub
initium Augusti mensis quadrantem deinum absolutum
recepimus. Paullo post ipsum receptum, ejus rectificatio-
nem etiam aggressi sumus, pluribus angulis captis ex edi-
tione specula in ipsis Urbis moenibus a Cardinali Valen-
tio extructa intra elegantissimam villam suam, ut & in-
tegri quadrantis correctio, horizonte toto circumqua-
que per ipsum dimenso, & singularum partiun ad eadem
intervalla applicatarum discrimen, quo a se invicem dif-
ferent, innotesceret. Sed ea examinis ratio non ita
accurata est, ut non plurium minutorum secundorum
errorem admittat; quæ quidem cum ex voto nequaquam
succederet, ac interea tempus effugeret, illud consultius
fore duximus, si ante ipsum quadrantis examen poligoni
angulos definiremus, quos deinde, explorato per otium
quadrante corrigeremus. Et quidem alia etiam Arimi-
ni tentamina instituimus nequidquam, donec, poste-
quam in Urbem itineribus omnibus absolutis regressi su-
mus, construi potuit instrumentum quoddam a me in-
ventum, quod in quarto exponam opusculo, quod ad hu-
jusmodi usus aptissimum fore censeo, ut superius innui,
& nobis quidem plurimum profuit.

Cura pro signis 130. Curaveram ego quidem interea illud, ut in So-
in montium ver- rianensis montis vertice dejectis arboribus, quæ prospe-
tiebus, Ordo ctum impedirent, unica relinquetur, quæ pro signo
itinerum spora- esset, & tugurii expleret vices. Id quidem auctoritate
tus. publica præscriptum fuerat, nec nimio futurum erat in-
colis damno, quorum quilibet potestatem habet, ster-
nendi quotcumque ejus generis arbores, lignandi causa.
Verum nec satis multæ dejectæ fuerant, in dorso potis-
simum, quod vergit Spoletium versus, nec in ipso nu-
dato vertice unica, sed tres haud multum a se invicem
distantes relictae fuerant, quarum binæ, dum eas ex ur-
be Roma prospiceremus in directum positæ cum ipsa ur-
be,

be, in unicam videbantur coalescere, quæ ipsa cum tertia ita apparebat, ac si bini essent ingentis arboris divergentes rami, quod, ubi eo devenimus, deprehensum fero, mensuras initas primo hoc anno turbavit plurimum. Rogaveram itidem amicum per litteras, ut in ipsis Catriæ, & Carpegnæ verticibus tuguria extrui curaret, ac ad reliquorum tuguriorum reparationem, plura enim per hyemem labefactata fuerant, proximarum urbium, vel pagorum Præfectos per litteras excitaveram. Quibus peractis, sperabam equidem ejus anni autumno, posse angulos omnes poligoni definiri Ariminum usque.

131. Primum, igitur, ut poligoni angularum mensuram aggrederemur in binis extremis Romanæ basis, signa excitari curavimus, quæ a Januario monte plusquam 24 passuum millibus distante videri possent. Quæ quidem cum ex editiore loco opticè proiecta in humum videri deberent, alia ratione construenda erant. Tria nimirum tigna crassiora erigi curavimus ita, ut rectæ lineæ, quæ a medio ad extrema tendebant, rectum angulum constituerent, altero latere directionem basis servante, altero vero ipsi perpendiculari ad sensum. Eorum vertices transversis tignis coniuximus, tum crassiore cannabina tela calce illita binas illas facies a medio tigno ad extrema obduximus. Et primum quidem in ipsa summa sepulchri Metellæ mole constituimus, prope muroruin pinnas, quæ inscriptioni imminent, cum subiecto altiore tabulato, ubi possemus cum ingenti quadrante confistere; unde prospectus in alterum basis caput pateret, & in Januarium montem; secundum autem in tumulo ipsi alteri basis capiti proximo. Eodem autem die, & angulos ad primum basis caput determinandos suscepimus, quo die parum absuit, quin & quadrans, ubi prium adhiberi cœperat diffringeretur, & nos ipsi cum iis murariis fabris, qui tabulatum constuxerant, periremus.

132. Tota nimirum moles binis trabibus horizonti parallelis innitebatur, quarum altera jam olim fere per Ingens & no- strum, & quadrans- tis periculum. nitus

nitus in transversum resecta fuerat , sed obductus pulvere sectionis margo non apparebat . Quadrantem ingenti labore sustulerant murarii fabri in eam altitudinem , quem antequam ipsi tabulato imponerent , & nos , & ii tabulatum ipsum conscenderamus ; cum subito pressa pondere trabs paulatim cessit , & penitus diffracta est , tabulato partim inclinato , partim collapso . Mairius ex altera parte ad trabem firmam verticale tignum brachiis amplexus hæsit in columis : ego in majore periculo constitutus , cum mihi solum sub pedibus viderem discedere , profilui in murum proximum , qui ad pinnarum pedem proccurrebat nonnihil , & pinnam utraque complexus ulna ægre periculum evasi . Fabri alii alio profiliverunt inter laxa ex edito sane loco , nec defuit , qui & vulnus acceperit . Si ex externa molis parte , qua editissimus est murus , nec uspiam procurrit , tabulatum fuisset constitutum , actum omnino erat de nobis , ac si in illud ipsum tabulatum , quod fornici interiori imminebat , una nobiscum quadrans illatus jam fuisset , nulla is quidem ratione in ea subita ruina servari potuisset .

Ratio observa-
tionum in sin-
gulis stationibus.
Observationes ad
extrema Roma-
na basi.

133. Revocatis a subito terrore animis , & reparando tabulati cura commissa , observations in alium diem distulimus , quo die observations ipsas ad utrumque caput ejusdem basis absolvimus . Hæc autem erat observandi ratio , quam & ibi , & ubique deinde in stationibus omnibus tenuimus . Collocato primum quadrante in situ proxime horizontali , dirigebamus telescopium fixum in alteram e stationibus inde observandis , telescopium autem mobile in alteram , & eodem tempore singuli singulorum telescopiorum ope in eas collineabamus , ne quis interea adveniret motus . Quadrante in eo situ collocato mutabamus telescopium , ut qui prius per fixum collineabat , iam collinearet per mobile . Ubi satis constaret fila telescopiis inserta omnino stationibus respondere , angulum , quem mobilis regula ostenderet , æstimabamus alter post alterum , & æstimationem nostram conferebamus

mus, in quam raro admodum quatuor, vel quinque secundis nostra discrepabant judicia, quod ubi accideret, iterum accurate notabamus omnia. Dicam autem in quarto opusculo, qua ratione per divisiones, quae in limbo quadrantis aderant, collato prius telescopio mobili cum fixo, quod fiebat semper, estimationis ipsius judicium efformaremus. Porro singulis angulis observatis, notabamus diligenter distantiam, & positionem centri quadrantis, respectu medii ejus signi, prope quod observatione ipsa peragebatur, cum potissimum in montibus in medio tugurio observationem instituere non liceret. Id autem ad correctiunculam angulis observatis adhibendam necessarium omnino erat, & facilis admodum est ea correctio, de qua fortasse aliquid ipso quarto opusculo.

134. Ubi de omnibus ejusmodi angulis satis constituerat, tum vero, sublata regula cum teloscopio mobili, & quadrante in verticali situ collocato, ac pendulo adjecto, primo quidem eam, quam rectificationem dicimus, ope duplicis telescopii fixi præstabamus, cuius rationem itidem exponam opusculo quarto, tum altitudines supra horizontem stationum omnium, vel depressiones infra ipsum definiebamus altero per telescopium collineante in stationem ipsam, altero eodem tempore observante penduli positum, cuius pondusculum immitebamus in aquam, ne diutius agitaretur, & si ventus forte adesset, instrumento ad ipsum præparato, penduli filum protegebamus.

135. Iis observatis angulis ad caput utriusque bascos, quadrantem alio die in summum verticem tholi D. Petri cum incredibili operarum labore eveximus, tota enim mole cum lignea capsâ, quam ut ad omnes casus tutior esset, crassiore fieri curaveramus, fere 300 libras pendebat. Ibi observationibus peractis, sed Sorianensi monte ægre trans nebulam prospecto, postridie ejus diei, erat autem Augusti prima, & vigesima, ex Urbe egressi sumus, & Palumbariam delati, ac quadrante in summum

ejecto montem, primo quidem die per nebulam observare non licuit; secundo observationes habuimus ita tamen, ut & signum ad Frattocchias ægre admodum videri posset, Sole jam obliquo, & tres illæ arbores Sorianensis montis ingentem parerent ambiguitatem. Re tamen utcumque peracta, Romam regressi sumus, & Sorianum adivimus illico, cuius monte consenso, statim potuit, tres pro una arbores relictas, & nimis paucas circa ipsam dejectas.

Observationes
In summa arbo
montis Soria
nensis.

136. Illud autem in primis accidebat incommodum, quod a summo vertice Spoletium versus montis dorsum paullo humilius, & aliquanto longius, prospectum ex ea parte surripiebat. Optimum sane fuisset consilium, si arbores omnes, quæ in ea directione jacerent, illico abscondi jussissimus, sed incolis id ægre ferentibus, & affirmantibus, posse firmissimum inter crassiores adhuc arboris ramos tabulatum constitui, unde prospectus pateret late, & quo evchi posset quadrans, indulgendum censuimus. Et quidem elato in tabulatum quadrante, quævis aura, utut levissima, concussis frondibus, ita movebat tabulatum ipsum, ut observatio peragi omnino non posset. Sed decussis frondibus omnibus ejus arboris, quæ erat una e tribus relictis, motum admodum exiguum experiebamur ita, ut satis serenum diem nocti, quem ut demum nancisceremur saltem decies in montem consideramus sesquihoræ itinere ex oppido, in quo per binas hebdomadas commorati fuimus, observationes peragi, tuto inde posse arbitraremur.

Iter Spoletium :
observationes
geographicæ in
itinere, & in
**summis monti-
bus.**

137. Iis peractis, & ejus arboris frondibus omnibus, & minoribus ramusculis rescissis, altera autem dejecta, ut unica frondescens, ac virens relinquatur, discessimus inde eodem, quo superiore anno itinere, Ameriam, tum non Interamnam, sed obliquo itinere Spoletium, observationibus minori quadrante habitis pluribus in locis in itinere, quod ipsum in posterioribus omnibus ejusmodi itineribus præstimus. Illud autem hic semel innuam, in

in summis montibus , quidquid temporis supereret , id omne impensum fuisse semper in determinandis majore quadrante positionibus carum urbium , vel insignium locorum , quæ caderent sub conspectum , nec post nebulas , vel sub adverso Sole delitescerent .

138. Fionchio in monte felicior extitit observationis exitus , ubi enim primo conscendimus , eodem die cælum itivenimus circumquaque admodum sudum , ut & Palumbariensis , & Sorianensis , & Perusinus , & Nucerinus mons admodum distincte conspicerentur . Inde igitur dgressi Romana via primo Fulginium , tum Nuceriam devenimus . Distabat inde Penninus mons millibus passuum non amplius quinque , & tamen ægre admodum post horas quinque equis vecti in sumnum verticem evasimus ad tugurium , quod e Fionchio monte prospexeramus . Verum irritus cessit labor omnis , cælo nebulis , & nubibus tecto pluribus in locis , quæ plurimum e stationibus observandis aspectum surripiebant . Quare ibidem aliquandiu necquidquam commorati , quadrante in pastorum montanorum custodia relicto intra tugurium , regressi sumus Nuceriam infecta re .

139. Id quidem cum admodum molestum accidisset , ne iterum tanto labore irrito necquidquam defatigaremur , in exiguo vico sito ad montis latus , Muscianum appellant , haud ita multo distante a salubribus celeberrimis Nucerinis frontibus , sedem fiximus in rustica domuncula , aberat autem duarum , vel trium horarum itinere a summo vertice . Ibi per novem integros dies commorati sumus , neque enim , nisi rei bene gerenda spes cælo sudo affulgeret , conscendebamus in montis verticem , quem inde quater adivimus , cum prioribus tribus vicibus , vel ipse ille vertex intra nebulam , dum ascendebamus , se condidisset , vel alii montes inde prospectandi delitescerent . Et ibi quidem cum etiam imbræ ingruerent , qui nos in vico ipso plures continuos dies detinuerunt , rogata venia a Nucerino Episcopo , qui nos Nuceriæ exce-

*Observationes
in Monte Spole-
tino : iter Nu-
ceriam , & irri-
tus in monrem
ascensio .*

*Mora in vico ad
ejus radices: Cu-
ra divinorum
pro humanis non
succedentibus.*

perat domi suæ , omnium Rusticorum , qui vicum incolebant , Confessiones excepimus , quos ego & concionibus , & cathechesi ad id ipsum disponueram , ut animatum , cum humana , & Philosophica succederent minus , Divina , & Theologica curaremus .

Observationes 140. Effuso tandem gravi imbre Boreas erupit die 21. Septembris , quo die confessum in montem evasimus . Usque ad Meridiem , eoque amplius nebulæ texerunt verticem , quibus dissipatis , & Spoletinus , & Perusinus apparuit mons , Catria adhuc obtecto . Sed Borea ingravesciente tandem , & is emerxit e nebulis , & observationem licuit perficere , quam tamen in noctem ipsam produximus . Ita autem intensum erat frigus , dum instrumenta componerem , & in arca concluderem , ut per plures menses manus alterius digitos ægre deinde contrahere potuerim , torpore quodam oppressos .

Terremotus :
gravis , & peri-
culosis lapsus ,
sed infons .

141. Ibidem quodam die , dum multa jam nocte vigilarem adhuc , & litteras ad Cardinalem Valentium darem , quem eorum , quæ gesta erant , bis in hebdomada faciebam certiorem , gravis repente totam domunculam Terremotus concussum , qui quidem haud ita multo ante Gualdum vicinum oppidum , & plures vicos everterat , quem ipsum adjeci casum in ea epistola . At multo gravius periculum per eos dies subiit Mairius , & Divina ope evasit . Dum de more montem conscenderemus , itineris dux per breviores , & sere ad perpendicularum erectam semitam nos quodam die perduxit . Ego quidem attate floridior , ac viribus , periculo commotus pedes subibbam ; Mairius gravior annis , equo vehebatur ; cum repente fasciâ , qua ephippium pectori equi adstringitur , diffractâ , is cum toto ipso ephippio per equi dorsum retro inter saxa corruit præceps , me ad tantum periculum horrore penitus examinato . Nunquam nobis præsentius Dei O. M. præsidium adfuit . Surrexit prorsus illæsus , & alligata fascia , atque arctius adstricta , eodem æquo inflatum montem evasit incolumnis .

142. Postridie ejus diei Nuceriam regressi sumus, tum Romana via Fulginium, ac Perusiam. Inde statim sequuti die in montem cum quadrante perrexiimus, & quidem sereno cælo observationes plures peregrimus illico, sed frustra Carpegnæ montem indicio tugurii, quod amicus ad eam diem spoponderat, quæsivimus telescopiorum ope. Nusquam tugurii, aut alterius signi in monte extantis indicium, nec erat, qui ipsum Carpegnæ montem e Rusticis nobiscum advectis satis ostenderet. Erat autem conspicuus is, quem Montem S. Mariæ nuncupant, Tiferno proximus cum edita turri, quem cum aliquo alio monte, & Catria novum triangulum constituere posse arbitrati, ejus positionem determinavimus, & Perusiam regressi sumus. Cum eo die ejusmodi ab amico litteræ ad me deferuntur, quibus significabat, necessarium omnino esse nostris usibus Carpegnæ montem, se autem a signo erigendo ab Hetruscis militibus impediri, qui Cæliaris nomine superioribus annis Carpegnæ vicum, & Scavolini pagum, cum magna montis parte occupaverant, & de finibus contendebant, prope quos id ipsum signum erigi oportebat, opus omne prohibentes, nulla spe dimovendi a proposito homines, quibus litterariam eam esse, non militarem expeditionem necquidquam ostenderat.

143. Iis litteris acceptis concidi animo, nihil enim ad me unquam de stationis sede in dubia ditione diligenda perscriperat, cuius rei si suspicionem habuisssem aliquam, facile fuisset omnino obstaculum, quod deinde summotum est, præcavere maturius. Videbam autem tum quidem nec ita facile, nec ita brevi rem omem explicari posse. Litteras perscribendas esse plures, quæ dum abeunt, & redeunt, adventante hyeme, omnem mensurarum rationem turbatum iri. Consilio capto, quo quanto maturius fieri posset, summoverem obstatum, interea Tifernum cum quadrante procedendum arbitrati sumus, ut videremus, an ipse Carpegnæ mons prete-

Observationes
in monte Peru-
sino: gravis, &
inspectata re-
rum omnium
perturbatio:
mons Carpegnæ
impeditus.

Iter Tifernum,
cum inde Pisau-
rum aliisque cu-
ra obstatu re-
movendi.

præteriri posset. Eo igitur abiimus, inde Appennini jugum condescendimus, tum binas urbes post eum jugum in angusta Metauri valle sitas adivimus, quarum altera S. Angeli in Vado (aliqui Metaurense Tifernum vocant) altera ab Urbano octavo Urbaniaæ nomen habet, & locorum situ explorato, satis manifestis indiciis cognovimus, eo ipso Carpegnæ monte, ac ea ejus ora omnino opus esse, ex qua niinirum Ariminense littus pateret, & quæ cum Catria, & Perusino monte triangulum constitueret satis idoneum, ac alterum nihilo minus idoneum cum monte Luro. Quare litteris Tifernum datis, ut quadrans inde Cantianum ad radices Catriæ montis mitteretur, nos inde Forum Sempronii, tum Fanum, & inde Pisaurum adivimus, in toto eo itinere observationibus ubique minori quadrante pro mapparum correctione institutis. Ibidem autem Joannes Franciscus Stoppanius tum quidem Præsul, & Urbini Præses, nunc autem Cardinalis, & ejusdem Provinciae Legatus, cui nos Cardinalis Valentius in primis commendaverat, humanissime exceptit, qui & tum quidem, & deinde semper, pluribus enim vicibus Pisauro transeundum fuit, apud se cum omni humanitatis significatione detinuit, ac etiam deinde Urbini in ædibus suis hospitari voluit, & per universam Provinciam suam, qua commendatitiis litteris, qua sola etiam auctoritate, ita semper adjuvit, ut quantum ipsi debeamus, nulla umquam prædicatione satis efferre possimus.

Iter Ariminum usque : delecta in eo itinere statio montis Luri.

144. Consiliis cum eo ecommunicatis, dum omnia explicari possent, Ariminum nos contulimus, ut basi dimetienda idoneum lacum, quem prius etiam prope Fanensem urbem, nisi melior alius occurreret, non ineptum inveneramus, in littore exquireremus, & astronomiæ observationibus certam inveniremus sedem, ac interea ad mapparum correctionem excursiones aliquot haberemus, donec, obstaculo summoto, liceret in vertice Carpegnæ montis turgurium excitare pro signo, & locum adi-

adire cum quadrante . Pisauro igitur Ariminum versus discessimus , sed in eo itinere defleximus nonnihil ad lævam , ut Montis Luri positum inviseremus , quem quidem nostris usibus deprehendimus aptissimum sane , ut nobis fuerat significatum . Inde enim & Catriæ , & Carpegnæ mons videri poterat , & omne Ariminense littus citerius , cum ipsa urbe Arimino , quæ inde 15 passuum millibus abest recto itinere . Inde vero Ariminum delatis sumus septima Octobris die .

145. Dum ibi litteras expectamus (accessit autem ad cætera infortunia & illud , quod litteræ , quas ad me dederat Cardinalis Valentius Ariminum cum mandatis , ex quibus omnis reliquorum itinerum pendebat ratio , & litterarum , alio destinatarum redditio , tabellariorum incuria , vel fato nescio quo , interciderint , nunquam enim deinde sciri potuit , quid iis accidisset) , & oram maritimam basi dimetiendæ aptam invenimus Arimino Pisaurum versus , & adivimus Sancti Marini oppidum , quod exiguum quidem , sed libertate , quam adhuc servat post plura illæsam sæcula , celeberrimum , qui quidem locus in ternas admodum editas montis cuspides turribus munitas definens , longissime hinc Piceanum ipsum proficit , inde postremos Ditionis Pontificiæ fines ultra Co-maculum . Sed nebuloso , & pluvio cælo , non nisi proxima tum quidem loca inde determinavimus .

146. Præterea & aptissimum observationibus astronomicis locum invenimus in ædibus Comitis Francisci Garampii Ariminensis Patricii , cuius viri innumera in nos collata beneficia , quibus satis exponam verbis , ignoro . Is quidem a prima adolescentia Astronomie amantissimus Cultor exitit ita , ut Eustachius Manfredius , vir tantus , eum , quem auditorem habuit Bononiae , ut suum adjutorem commemoret . Cum inde Romam advenisset , mihi æta-te suppar , mecum jam ab anno 1736 Mercurii transitum sub Sole observavit in hoc Romano Collegio , quo quidem tempore , & arctissimo amicitiae vinculo conjuncti

*Excursiones va-
rie ad mappe
correctionem , in
S. Marini oppi-
dum in primis .*

*Locus obser-
vationibus Astro-
nomicis detectus
in ædibus Ga-
rampianis : Ga-
rampiorum lau-*

fui-

fuimus, & perenne litterarum commercium retinuimus, ubi is in patriam redux, Uraniam ipsam in suas ædes deduxit, descripta meridiana linea, comparatis telescopiis, & minore quidem, sed satis accurato quadrante, ac horologio oscillatorio, quorum instrumentorum ope & observationes habuit plures, Ecclipsium in primis. Nec iis tantummodo studiis delectatus, exemplo Josephi fratris Canonici, ut vocant, Basiliæ D. Petri, & Vaticani archivi custodis, qui tam multa ad omnigenam potissimum antiquitatis eruditionem pertinentia typis edidit per totam litterariam rem publicam notissimus, in veteres codices, & nummos inquirit diligentissime.

*Francisci Gar-
rampii merita
erga totam hanc
expeditionem.*

147. Is igitur, cum in nostro Ariminensi Collegio nullus observandis sideribus proximis vertici locus esset idoneus, sponte nos ad ædes deduxit suas, & sua omnia instrumenta humanissime exhibuit, in quibus omnium maxime horologium oscillatorium Astronomicum, quod alibi invenire nequaquam licuisset, opportunum fuit, ne & ipsum cogeremur ex Urbe advehere. Nec satis id ipsum habuit: omnibus fere semper observationibus interfuit, nos & Arimini, dum observationes Astronomicæ peragerentur intempesta nocte, vel summo mane, & in Fe-retrani montis oppido totius Provinciae capite, dicunt *Penna di Billi*, in suas exceptit ædes, & laute admodum, ac splendide, & nobiscum Carpegnae montem ad observations rebus compositis habendas adivit, ibidem commoratus, ac in nostrum usum geographicas observationes instituit plurimas, & ad nos Romam transmisit, quas inter Sarsinæ positum definitivit, quam quidem unicam Pontificiæ ditionis urbem im mediis montibus abditam nostris nos observationibus nequaquam determinavimus, ejus industriae nihilo minus fidentes, quam nostræ.

*Iter Pisaurum:
Laudes Anniba-
lis Oliverii.*

148. Iis constitutis Pisaurum regressi sumus, & primo quidem apud Stoppanium Praesidem, tum ingenti nobilissimorum hospitum adventante turba, apud celeberrimum, ac doctissimum virum Annibalem Oliverium Patri-

tricum Pisaurensem insigne Pisaurensis Academiæ decus, & columen, cui nos ipse Praeses commendaverat. Eum autem hominem præterire nullo modo possum, qui nos omni beneficiorum genere & tum quidem, & in sequenti anno cumulavit, nam & in villam suam, Nubilariam, vel Novilaram dicunt, ad observationes pro mappæ correctione habendas secum vexit, & in fundum suum, *Granarolam* nominant, a Monte Luro binis disjunctam passuum millibus ipse deduxit cum conjugè matrona lectissima e nobili familia Bellutiorum, qui nos in S. Marini oppido se digno exceperunt hospitio. Nobiscum autem & ad montem Lurum accessit observationum ingenti quadrante peractarum testis eximius.

149. Variis Pisauri observationibus institutis, variis excursionibus factis, delatae ad me sunt demum litteræ Octobris die 27, quibus significabatur, sumimoto jam omni impedimento, posse tuto in Carpegnæ monte & tugurium extrui pro signo, & observationes institui. Quamobrem in sequenti die continuo discessimus, & per oppidum S. Marini Pennam adivimus, & Scavolinum, ubi omnibus compositis postrema Octobris die, ipso Hetruscorum militum Præfecto comite montem concendimus, ac locum, & formam Tugurii extruendi præscripsimus. Erat primo mane cælum admodum sudum, ac via in loco tam arduo glacie confracta identidem, & jam in summum conscenderamus jugum, cum repente e mari ingens candardium nubium erupit vis, quæ brevissimo tempore ad montem ipsum delata est. Dum digredimur nos in Carpegnæ vicum discessuri, illi regressuri Scavolinum, ingens e nube nivis copia, cum immanni, ac turbineo vento nos pene oppressit: prospectum autem omnem eripuit. Descendimus tamen incolumes, & dissipato nimbo eodem inde die ad oppidum S. Angeli in Vado sub noctem devenimus, unde citato passu in sequenti die Aquylaniam, & Callium delati, quam urbem montibus obstat, utut stationi proximam Catriæ montis, & Can-

tiano oppido , ægre utcumque determinavimus , ac eodem die ante noctem Cantianum ipsum advenimus .

Irritus conatus ascendendi in Catriam : iter Urbinum , & Ariminum : nova confilia .

150. Ibi quadrantem invenimus , ac indicto in sequentem diem accessu ad Catriæ verticem , primo mane Urbinum , & discessimus cælo potius fudo , verum antequam in medium montem evasissemus , nubibus omne circumquaque cælum obrutum minabatur imminentem procellam , occupato nubibus monte ipso , ac ingenti ventorum collstantium vi personante . Plures horas ad ignem excitatum persttimus , si forte ipse ventorum impetus nubes dissolveret , sed incassum . Redeundum domum fuit infectare , ac primo mane insequentis dici montis vertex cum ipso tugurio nostro nivibus obrutus apparuit . Montentibus autem omnibus eam jam anni tempestatem advenisse , qua intractabile prorsus sit id montium genus , & inaccessum , Rusticis ipsis , atque Pastoribus procul profugientibus , desperavimus demum de reliquis poligoni angulis eo anno dimetiendis , & consilium cæpimus Ariminum redeundi , itinere Urbinum directo , ut ejus urbis , & circumiacentium aliquot locorum positiones ad mappæ correctionem definiremus , ac Arimini dimetimur basim . Ea enim definita , & excursu per Romandolum , & Bononiensem , ac Ferrariensem provinciam facto ad mappas corrigendas , si interea sector , qui quidem promissus fuerat , advenisset , poterant ibi sane observationes Astronomicæ institui primo vere , tum sectore Romam transmesso , definiri reliqui poligoni angulari , ac iis definitis Romanæ observationes peragi post regressum per montium stationes .

Adventus Ariminum : præparatio ad dimetendam basim .

151. Quinta Novembris die Ariminum devenimus , ubi statim , quæ ad basim dimetendam necessaria erant , tigilla in primis cum lamellis , ac tripodes cum mensulis curare cæpimus ; advenerat enim ex Urbe Roma interea regula illa ferrea cum fideli circino , & thermometro : Ubi Cantiano discessimus , loci Gubernatori plurimum commendaveramus , ut quadrantem nobis statim trans-

transmitteret equo vectum , non carro , ne nimirum , licet firmissime in capsam crassiorem compactus esset , quidquam loco dimoveretur , quod ubique curavimus , quoad ejus fieri potuit , ac ut & in summos montes vel equo , vel hominum humeris educeretur . Erat animus , dum quæ ad basim dimetiendam necessaria erant , pararentur , in quadrantis ipsius divisiones inquirere . Sed eum vix demum sub mensis finem recepimus . Lentissime interea & exiguis ille instrumentorum apparatus procedebat , ut auctoritate etiam publica interpolita ægre demum quamvis amplo promisso pretio sub ipsum Novembbris finem omnia habuerimus in promptu .

152. Basim eam in littore selegimus ab ostio fluvii Aprusæ Arimino proximi Pisaurum versus per octo circiter passuum millia . Tredecim dies in ea basi bis dimentienda insumpsimus , aliis aliquot admodum paucis interjectis , quibus imbræ immodi opus interturbarunt . Toto eo tempore aeris temperies fuit ad sensum eadem ; quinque graduum medius calor in thermometro supra mille . Fere autem semper ejusmodi nebulam habuimus , ut nisi primo die adinodus frequentes palos in directione basis defigi curavissimus per ingentem ejus tractum , in directum progreedi nequaquam licuisset , quod ipsum curandum fuit , quotiescumque dissipata insequentibus diebus nonnihil nebulâ initium , & finis mensuræ producendæ apparebat .

153. Hæc basis non tota in directum jacuit , ob aliquam littoris curvaturam , & in majore ab ipso mari distantia immane arenæ ventorum vi agitata , qua cumulos , qua hiatus , sed binis constitit rectis lateribus inclinis exiguo flexu , ubi definitis per mensuram binis lateribus , & quovis e tribus angulis trianguli , quem basis rectilinea cum binis lateribus inclinatis continet , admodum tuto basis illa ipsa rectilinea definitur , sine ullo ad sensum notabili erroris periculo , licet etiam dimidii minuti primi error in eo angulo committeretur , qui

*Basis in littore
diebus 13 da-
plex dimensio .*

*Basis forma con-
flans binis late-
ribus inclinatis
nonnihil . Ejus
longitudo .*

quidem committi omnino non potuit, cum in ea mensura majorem quadrantem adhibuerimus. Porro flexus ipse, sive angulus, quem alterum latus contineret cum altero producto, inventus deinde fuit graduum 9, min: 7, secundorum 45, ex quo angulo, & binis illis lateribus tertium trianguli latus, sive basis rectilinea profluit palmarum 52674. 3, sive hexapedarum 6037. 62.

*Cura in ea dimetienda: tigillorum curvatura: differen-
tia: caloris.*

154. Eadem hanc, qua priorem illam basim, methodo dimensi sumus, sed hic præterea, cum ingens illa perpetua nebula cœpisset ipsa tigilla incurvare non nihil, præter longitudinem pluribus in dies singulos vicibus collatam cum ferrea regula ope circini, explorabamus curvaturam ipsam ope filii vi tensi methodo, quam in quarto opusculo exponam. Hujusmodi curvatura correctio pro tota hac basi infra etiam dimidium pedem se continebat. Ejus in prima basi rationem habueramus nullam, quod nimis exiguum videremus, & quidem si etiam illi Ariminensi æqualis exitisset, qua fuit omnino minor, vix in toto gradu errorem produxisset, hexapedæ, qui, assumpto etiam medio inter eas bases, ultra binos pedes non exscrevisset.

*Triplex difficultas: maris tractus, & torrentis alvens, ac arenæ cumuli in-
teriorum.*

155. Porro triplex in ea dimensione difficultas nobis occurrit. Primo quidem torrentis Amaranii ostium interpositum, ad mare ipsum admodum angustum, & fundo fieriore, ubi vero nobis trajiciendus erat torrens, perticarum plurium, & fundo instabili ita, ut opus fuerit exiguum illum tractum dimetiri ope trianguli, definita fere æquale distantia in ejus ripa eorundem tigillorum ope, & angulis ita diligenter observatis, ut omnino ne exiguae quidem partis unius digiti error timeri posset. Deinde exiguus etiam maris tractus trajiciendus quandoque fuit littori curvato proximus, tum nimirum, cum æstus maris elevaverat aquas, & in littus aliquanto ampliore tractu effuderat. Quo quidem casu, nobis e proximo littore adspectantibus, homines conducti pretio, qui se jam in ejusmodi mensura exercuerant nobiscum per multos

multos dies, in aquam nudis immissti cruribus nostras supplebant vices, & tigillorum intervalla iterum, atque iterum circino capta ad nos deferebant, consensu probante fidem. Demum aliquo non ita exiguo tractu, in majore a mari distantia per illos ingentes arenarum acervos, & hiatus eundum fuit, quod ut minus incommodum accideret, binos alios tripodes altissimis pedibus paraveramus, quibus utebamur, ubi foveæ altiores occurrerent, dimota, ubi adessent tumuli, arena, donec arenae ipsi impositum tigillum in plano horizontali collocaretur.

156. Illud etiam notandum omnino est, cum tigilla ad ferream mensuram exigeremus, aliquando ejusdem tigilli unus e trentibus contractior reperierebatur, producens reliquis, vel viceversa, quod sane nulli alteri causæ adscribi debet, nisi diverso fibrarum textui, quæ ubi humore imbuebantur magis, ibi & contrahebantur, aliis fortasse ipsa ejusmodi contractione effugientibus quodam veluti nodos, & se laxantibus. Quidquid causæ fuerit, phenomenum certò nobis innotuit.

157. Notandum demum & illud, in secunda binorum nostræ basis laterum dimensione, quam inivimus, regrediendo ad caput, non aliud discriminem nos invenisse, nisi duorum pollicum. Id vero non casui cuidam tribui debere, sed nostræ in mensuris capiendis diligentiae, tum illa satis manifesto evincunt, quæ cavisse nos in ipsa dimensione admonui, tum illud in primis, quod ubi in regressu deventum erat ad lapides, vel lateres ante sepultos in præcedentium dierum fine, fere nunquam a veteri nova mensura distaret satis ultra unum digitum, donec medianam basim prætergressi nulla jam signa invenimus, undarum vi confusa nimirum, & abrepta procellâ immani, quæ per eos dies desæviit.

158. Porro tum in singulis extremis binorum laterum punctis, tum in eorum concusso, alte effossa arena per vim adegitimus ligneum ingentem cuneum, in cuius superiore facie accurate complanata, binæ rectæ li-

Tigillorum contractions, productionesque : mirum ibidem phenomenu

Consensu admittibilis inter binas dimensiones

Cunei extremis punctis bascos alte defossi, & obrecti, ad ea invenienda iterum.

neæ

neæ admodum alte incisæ , se decussabant ita , ut earum rectarum concursus responderet ipsi initio , vel fini lateris , & arenâ aggestâ eosdem cuneos condidimus , signis quibusdam adjectis , quorum ope ipsa eorum loca nobis tantummodo innotescerent , ut nimirum ubi angulorum mensura ineunda esset , facile inveniri possent .

Regressus in Ur-
bem ad curan-
dum sectorem.

159. Dum basim dimetiebamur , ex Urbe ad nos perscribitur , sectorem nec transmitti , nec vero absolvii posse , nisi nos præsentes adessemus . Quare mutato iterum consilio Romam regredi coacti sumus sub ipsum Decembris finem . Romana via perrexi mus Pisauro , Fano , Senogallia , Ancona , Laureto , Recineto , Tolentino , Fulgignio , Spoletio , Interamna , Narnia , & Fescennio , quæ urbs nunc dicitur *Civita Castellana* , ac in iis urbibus , ut & in omnibus interjectis oppidis , ubi se commoda præberet occasio , observationes inivimus pro mappa corrigenda , sed paucas admodum anni tempore importuno .

Locus adhiben-
do sectori in cō-
clavi musei Col-
legii Romani .

160. Romæ Sectoris constructioni adesse oportuit , quem non nisi sub finem Februarii mensis absolutum recepimus , & hic in Kirkeriano Romani Collegii Musæo collocavimus , in eo conclavi , in quo meridianam habemus lineam constrictam lapide , & horologium oscillatorium egregium . Commode autem ipsius conclavis pavimentum fornici admodum valido est impositum , & tabulato superiori tectum imminet , ut proinde aperta tabulati parte exigua , & fenestra in ipso tecto , facile in ipsum zenith pateret prospectus ad stellas vertici proximas observandas .

Nonnulla ad fe-
ctoris descrip-
tionem pertinente
ntia enunciata , alias
promissa .

161. Totum sectoris machinamentum , & usus multo tiplices expónam opusculo quarto diligenter . Hic illud satis est notasse , curam nos maximam adhibuisse semper , ut filo penduli teste , quod limbus sectoris fere perradebet , sector ipse positionem haberet verticalem , ac ut in plano meridiani jaceret accurate . Curaveramus & illud , ut telescopii axis , qui in nostro sectore est fixus , (neque enim ullum mobile filum habetur intra teleco-
pium ,

pium, sed in limbo ipso lamella mobilis ope micrometri eo adducitur, ut filum penduli radat aliquam e divisionibus, sibi nimirum proximam, unde estimari possit, quantum a medio limbo discedat filum ipsum, & angulus exhibeat) esset proxime parallelus plano instrumenti, & ita erat perfectus sector, ut facile posset vitri objectivi centrum admovei ejus plano, vel inde removeri ad parallelismum ipsum acquirendum. Sed ut admodum accurate haberetur parallelismus ipse, nihil prorsus solliciti extimus; nam licet nullæ Fixarum altitudines adhibeantur, licet horologium ad meridiem nequaquam exigatur, dummodo ipsum horologium æquabili feratur, motu facile admodum ex ipsa observatione, sola quadrantis conversione bis facta, dignoscitur illico, quantum ipse telescopii axis a sectoris plano diverget, ut errorem, qui quidem hic apud nos in exigua declinatione est ad sensum nullus, possis corrigere, ubi opus sit.

162. Si enim primo die observetur stella facie orienti obversa, secundo occidenti, tertio iterum orienti, limbis autem meridianæ lineæ directionem habeat, (quæ quidem conversio, & sectoris collocatio in nostro instrumento expeditissime præstabuntur,) facile patet illud, si axis parallelus sit sectoris plano, fore intervalla temporum inter primam, & secundam, ac inter secundam, & tertiam observationem æqualia inter se, secus vero inæqualia. Nam si primo die ob inclinationem axis stella prius ad telescopium adveniat, quam ad meridianum, converso instrumento tanto serius adveniet postridie, adeoque intervallum temporis producetur duplo tempore ei inclinationi debito. At quoniam tertio die iterum tantudem prævertet, intervallum temporis secundum erit debito minus itidem per duplum errorum illum ipsum, & bina intervalla per quadruplum ejus erroris inter se different. Si fiat autem ut intervallum ab horologio notatum inter appulsus primæ, ac tertiarie dici, ad quartam illius differentiæ intervallorum partem, ita bi-

Ratio definiti-
di facile decli-
nationem axis
telescopii a pa-
rallelismo.

ni integri circuli ad quartum , prodibit arcus paralleli Fixæ inclinationi ipsi debitus , qui si ad arcum circuli maximi redigatur methodo Astronomis notissima , obtinebitur ipsa inclinatio axis telescopii , quam qui velit facile corrigat ; sed ubi exigua est , hic apud nos , poterit omnino negligere , & prope ipsum polum facile errorem inde ortum computare potest , ne dum parallelis-
mum superstitionis quærit , tempus necquidquam terat . Habuit autem in una e sectoris nostri positionibus diffe-
rentia binorum intervallorum secunda 32 , unde incli-
nationis effectus secunda 8 , cui respondent pro inclina-
tione axis minuta duo paralleli Fixæ , quæ quidem satis
exigua est . Mutato autem alias vitri obiectivi situ mul-
to minor extitit .

Quæ Fixæ ob- servatae sint , & mensem , quotiescumque per nubes licuit nimirum & cycni , μ Ursæ , & β Aurigæ . Et quidem observandi hæc erat ratio . Constituto sectore ita , ut Fixa telescopium ingredi deberet , eam nostrum alter expectabat , qua in- gressa , ita movebat instrumentum per cochleam , ut filum fixum meridiano perpendicularē ad eam adduceret , & expectaret appulsum ad filum meridiano congruens , no- taretque horologii horam . Tum alter subibat , notabat que , stellam per medium parallelum filum meantem , vel interdiu penitus tectam . Deinde vero penduli posi- tus explorabatur , inveniendo ope cochlearē mobilem secto- ris interea immoti lamellam , quæ divisiones continet , donec una ex iis ad filum adduceretur , quod uterque no- strum præstabat alter post alterum , repetita pluribus vi- cibus observatione ; ac omnino conveniebamus in judi- cio appulsus intra duas , vel tres micrometri particulæ , quarum ternæ unicum secundum continebant . Porro se- pe limbum etiam ipsum convertebamus alternis diebus , quæ conversio in nostro sectore erat , ut monui , expedi- tissima .

164. Observationibus hisce astronomicis peractis
Ro-

Roma statim discessimus Sectore Ariminum transmisso , ut ibidem easdem observaremus Fixas quam brevissimo temporis intervallo . Regressi autem sumus eadem Romana via , ut quas observationes priore itinere in summa hyeme vix uspiam satis copiosas instituere potueramus , tempore mitiore jam , & longiore post æquinoctium vernum die , institueremus , quod quidem nobis admodum feliciter successit , ubique enim habuimus plurimas , & fere semper favente cælo .

Regressus Ari-
minum obser-
vations in itinere.

165. Ariminum delati , dum sectoris adventus expectatur , quem itidem firmissima capsula incluseramus , in qua pro fundo esset trabs satis crassa , & accurate compausa . Observaciones Astronomicæ in ædibus Garam- planis .

planata , omnia , quæ ad observationes astronomicas requirebantur , in Garampianis ædibus preparavimus , ubi in opportuno loco sub ipso tecto meridianam lineam duximus , ac horologium collocavimus , & Sectorem . Sector quidem in promptu erat medio Aprili , & observationes aliquot statim institutæ sunt , sed inter nebulas , & nubes , quæ hoc quoque tempore nos infectatae sunt , admodum incertæ ; quarum seriem præterea subitus in sectore ingens motus casu factus interruptit . Sub finem ejus mensis usque ad Maji medium , plures habuimus dies tempore observationis satis serenos , observationibus intermediis nubium , & imbrium vi vel penitus impeditis , vel admodum perturbatis ; unde factum est , ut pluribus diebus intermediis nulla observatio sit habita , aliquibus autem habita sit unius Fixæ tantummodo . Et quidem β Aurigæ ita raro , & incerta æstimatione observata est , ob ingentem Solis viciniam , ut ipsi fidere nullo modo potuerimus . Sed reliquarum consensus satis comprobat accuratam arcus cælestis determinationem earundem opere . Porro observationibus hisce saepe interfuit frequens Nobilium virorum corona , ac ipse in primis Garampius , qui suo etiam judicio de stella per medium telescopii filum incedente , & de divisione appellente ad filum penduli judicium nostrum confirmabat .

*Iter Mi
conatus
reclassificationis in
strumentorum.
Excursiones va
tiae.*

166. Iis observationibus absolutis in examen divisionum sectoris per aliquot dies incubuimus , sed id examen multo accuratius , & pluribus methodis absolvimus Romanam demum regressi post omnia itinera absoluta . Ad examen quadrantis instrumentum quoddam ibidem ego excogitaveram , sed Artificem satis accuratum inveni neminem , quamobrem id opus etiam frustra tentatum , Romæ demum absolvimus per otium . Plures autem excursiones inde fecimus ad geographicas observations instituendas , in primis in collem amœnissimum urbi proximum , & nobilium villis frequenter , Covignanum appellant , & in oppidum frequens , & opulentum , quod S. Arcangeli nomen habet . Ne autem eo regrediendum jam esset , ante quam reliquos poligoni angulos definiremus , libuit reliquo eo , & sequenti mense Romandiolam , & Ferrariensem , ac Bononiensem Provinciam invisiere , ut ineunte Julio montes deinde condescenderemus .

*Iter Cesenam .
Michaelis Ange
li Romagnoli
laudes.*

167. Discessimus Arimino die Maji 27 Cesenam , ubi nos nobili , & lauto fane exceptit hospitio Marchio Michael Angelus Roinagnoli , quem itidem arcto mihi amicitiae conjunctum foedere præterire non possum . Nam & tum quidem , & cum deinde eodem regressi sumus , ob viam nobis per plura passuum millia processit cum quadriga , nec solum cum eadem nos vexit in celebre Benedictinorum Cœnobium urbi proximum , ubi & observationibus quamplurimis minore quadrante habitis interfuit , sed & ea in longo itinere Cœlena Ariminum reduxit , quorum ego beneficiorum , & ejus erga me voluntatis memoriam servabo semper . Porro ejusmodi nos ibi imber detinuit , ut per horas 24 nunquam omnino aut desierit , aut intermiserit .

*Iter Cervia Ra
vennam , tum
Comaclum . Lau
des P. Mauri Sar
tii , & Francisci
Cinnanni .*

168. Inde Cerviam novam , urbem adeo exiguum , ut urbis nomen mereri omnino non possit , veteri ob salinas proximas penitus deserta , & hac nova admodum insalubri , devenimus , tum Ravennam , antiquæ magnitudiniæ non pauca adhuc servantem vestigia , ubi a P. Mau-

ro Sartio Camaldulensi tum Monaco , nunc Monachorum Abbate hic Romæ , doctissimo viro , & operibus editis celeberrimo , ac a nobilissimo , & omnis cultioris litteraturæ amantissimo juvēne Francisco Cinnanno in primis , incredibiles humanitatis significationes excepimus , quorum alter ad celeberrimum nos Classense Cœnobium duxit , alter observationibus nostris interfuit habitis pluribus in locis editis , & accessu admodum periculosis . Ravenna Comaclum adivimus plures ibi dies cominorati , cum multo minore fructu , quam speravissimus , cœlo semper caliginoso , ut vix demum , semel remotiora loca inde videri potuerint exiguo admodum tempore . Patet autem ex ea urbe prospiclus in omnes Bononiæ , & Romandiæ montes , ac ipsæ S. Marini arces cœlo sereno propisci possunt .

169. Comaclo Ferraria in discessimus , in ea urbe octo diebus commorati , Turrim ingentem majoris Templi confundimus pluribus vicibus una cum P. Hyppolito Sivierio Societatis Nostræ homine in iis potissimum , quæ ad Topographiam eorum omnium locorum , & aquarum directionem pertinent , nulli sane secundo in Italia , plures quidem observations instituimus , sed cœlo semper admodum caliginoso , & remotioribus locis plerumque delitescentibus . Verum ei homini debemus plurimum , qui ex incredibili monumentorum numero , quorum collectionem egregiam apud se habet , mappam in nostros potissimum usus delineavit , Ferrariensem , Bononiensem citra montes , & Ravennatem tractum complectens , quam BENEDICTO XIV. P. M. dicatam , ipse Romanam superiore anno advectus Cardinali Valentio tradidit , cuius ingens nobis usus fuit .

170. Ferraria Bononiam , deflexo nonnihil ad lœvam itinere , ad observations aliquot instituendas nos contulimus ; quo ubi devenimus , & in celeberrimæ Africæ turris altissimo vertice , & in amoenissima nostrorum villa , Barbianum dicunt , plures habuimus ob-

Adventus Ferrariam : observationes ibidem laudes P. Hypoliti Sivierii .

Adventus Bononiam : Plurimum laudes : Emin. Card. Doriz in primis .

bservationes, cælo tamen plerumque admodum caliginosæ. Ibi autem & ab utroque Zanotto, & a Gabriele Manfredio, & a Riccato nostro, celeberrimis per universam Europam viris (quos mihi multo antea amicissimos, & tum quidem multo frequentius mecum agentes familiarissime, ex tanta doctissimorum virorum corona selectos comminemoro) omnes humanitatis significations habuimus. Et Francisci quidem Zanotti cura, qui Academiæ celeberrimæ est a secretis, ac me humanitate summa in eandem Academiam ante aliquot annos adscriperat, quidquid ad Institutum spectat, rerum in primis ad historiam naturalem pertinentium collectionem sane admirabilem per otium vidimus, Eustachii Zanotti humanitate instrumenta Astronomica Londino advecta consideravimus, & una cum eo solstitialibus diebus observationes habuimus in specula, Riccato autem comitante ipsam Collegii villam adivimus, & ex ea in editiore monte sita observationes habuimus. Eodem Riccato, & Gabriele Manfredio comitante per dies plures invisiimus novum Bononiensium aquarum alveum, quem Benedictinum appellant, & veteris Padi dexterum ramum, in quem is influit, cum circumiacentibus campis, jussu Eminentissimi Cardinalis Doriæ tum Bononiæ legati, qui quidem ipse postremo die locum adivit præsens, & semper nos secum habuit, incredibili autem humanitate nos primum etiam Bononiam advenientes excepereat. Cui quidem viro ob incredibilem animi erga me sui significationem, ac beneficia in me collata & tum quidem Bononiæ, & nunc hic Romæ, ita obstrictus sum, ut verbis satis efferre nequaquam possim.

Regressus Ad-
ministrum Romanam
via, cum ex
curia Bicoron-
tium.

171. Viginti dies insumpsimus partim Bononiæ, partim in eo itinere, in quo etiam plures geographicas observationes habuimus. Erat quidein animus in montanam etiam Bononiensis Provinciæ partem excurrere, quæ diligentiore observatione indigebat, campestrem enim ejus partem peritissimi Bononienses Geometræ jam pri-
dem

dem dimensi typis etiam in ingenti mappa ediderant. Verum cum nec u[er]a ibi habeatur urbs, aut etiam nobilis oppidum, videremus autem recentem Mutinensem mappam ea complectente in loca, & nos poligoni nostri cura urgeret, ne nimirum elapsu opportuno tempore iterum ad nebulas, & nubes, vel etiam nives deduceremur, Romana via redeundum censuimus, observationibus institutis in urbibus, quæ ibi frequentes occurruunt, & montana, ac majoribus oppidis destituta loca omittenda, quorum positus e mappis, quas censeremus accuratissimas, eruereamus. Faventia igitur, Foro Cornelii, nunc *Imola*, Foro Livii, nunc *Forlì*, exiguum & editam urbem Bretonorium consendimus, nunc appellant *Bertinoro*, ubi cælo potius sudo copiosissimam habuimus observationem, longissime enim inde prospectus pater, ex qua urbe Cesenam primum, tum Ariminum undecima Maji die regredi sumus.

172. Ariminum delati ea statim curavimus, quæ ad poligonum pertinebant. Ego quidem jam per litteras turguria refici jussoram, quæ per hyemem alicubi dejecta fuerant penitus, alibi labefactata. Mature autem etiam illud caveram, nequid mutato militum Scavolini, & Carpignæ præsidio, iterum ibi suboriri posset obstaculi. Prima autem Arimini cura fuit, ut in ædibus Garampianis ex ipso observationum Astronomicarum loco directionem observaremus rectæ eas ædes jungentis cum monte Luro, cuius prospectus patebat ex editiore fenestra, referendo ipsam ad Solem orientem, ut inde omnis poligoni positus ad meridianum referri posset. Eam observationem peregrimus Julii die 21, sed in loco admodum incommodo; præterquamquod & pluribus reductionibus indiguit ea observatio, & Romano meo horologio, quo easdem hic Romæ observationes per otium deinde instituimus, multo ego quidem magis fidendum censeo. Ejus autem accuratissima æqualitate est opus ad eam rem. Hisce peractis ad signa in utroque basis extremo construenda

*Observationes
pro positione Po-
ligoni ad Meri-
dianum. Signa
erecta ad bina
capita bascos.*

struenda ad utrumque ejus caput nos contulimus , & pri-
mum quidem ingentem illum cuneum defossum Aprusæ
proximum statim invenimus , secundum per plures ho-
ras necquidquam quæsivimus , quibusdam arenarum cu-
mulis ventorum vi penitus complanatis . Et quidem ex
remotioribus indiciis sulcos duxeramus plures , loco de-
fossi cunei ita proximos , ut vix ternis inde distaret pedi-
bus eorum margo , cum pene jam desperata perquisitio-
ne , una ex operis casu in ipsum incidit alte defossum ,
quo invento illico bina signa Romanis illis simillima con-
strui curavimus ad utrumque caput .

Observationes
 ibidem : mirum
 phænomenum o-
 pticum .

173. Vix ipsa signa erecta fuerat , cum eo ad angu-
 los capiendo nos contulimus , & quidem ad Aprusæ
 ostium res admodum feliciter successit . Verum ubi ad al-
 terum caput devenimus , mirum admodum phænomenum
 se nobis exhibuit . E prioris signi loco secundum octo
 tantummodo passuum millibus disjunctum , & plusquam
 20 palmis editum admodum evidenter conspexeramus
 primo mane . Ubi autem ad hoc secundum caput paulo
 post meridiem devenimus , licet illud primum curvatura
 maris (recta enim linea , quæ bina basi capita conjunge-
 bat octo circiter millibus longa , supra maris tractum in-
 gentem traducebatur) in eo interyallo multo ejus altitu-
 dine minor occultare non posset , erat enim viginti pal-
 mis elevatum id etiam ; adhuc tamen telescopio ad locum
 ipsum , quem optime noveramus , directo , respondebat
 autem loco Ariminensis portus proximo ædibus , in-
 quibus , quæ ad valetudinem a pestilentia metu liberan-
 dam pertinent , curari solent , nusquam omnino appare-
 bat . Verum etiam ædium superior tantummodo pars , at-
 que ea ipsa mirum in modum coarctata visebatur , ut &
 vela omnia navium in portu constitutarum , quorum plu-
 rima expansa distendebantur , deformata penitus appa-
 rebant . Rei novitate percussus , scalam admovi trabi-
 bus ipsius signi , cuius cum aliquot concendi sem gradus ,
 telescopio in locum directo , conspexi telam signi Apru-
 fani

fani non paullatim ex aquarum tumore , quam lata esset , emergentem , sed fere totam simul , ac primo quidem , ut trans nebulam , tum multo clarius , & initio tenuissimam instar lineæ cujusdam , tum quo altius ascenderem eo dilatam magis , donec ad formam suam , & ea redierit , & ædes illæ , quas commemoravi , & navium vela . Id phænomeni , & ego iterum , atque iterum , & Mairius admodum mirati conspeximus , jam altius per scalam eventi , jam oculum deprimentes ; sed inclinato ad occasum die , oportuit ad nostrorum nos angulorum observationem convertere , quos ut capere possemus , ac eo uti signo , carrum , qui forte ibidem aderat , loco ipsi observationis admovimus , & quadrante in eum erecto , signum ipsum admodum evidenter conspeximus , ac observationes nostras absolvimus .

174. Porro dum ab altero capite baseos ad alterum deveniremus , agitari cæperat validiore Noto maris unda , quo potissimum vento flante , vel Austro , aut Lybico tam in Adriatico , quam in Thyrreno mari frequens occurrit phænomenum quoddam , quod quidem ego ipse sæpiissime adspexi , ac ex eodem genere videtur esse , ut nimirum extremæ promontoriorum , aut insularum cuspides , velut elatae in aere , appareant supra maris , tum quidem admodum agitati undas , si ex ipso spectentur littore , vel si ita remotæ sint , ut radius , quo conspiciuntur maris dorsum perradat ; quod quidem spectaculum , ubi ex editiore loco radio satis obliquo despiciuntur , evanescit . Ex nostro phænomeno radii , qui paullo supra agitati maris superficiem transeunt , ita in latus intorquentur , nescio quo pacto , ut objectum visui corpus arctent ad latera , aut etiam aspectui subducant , nisi amplissimum sit , eoque magis arctent , quo ad superficiem aquæ proprius accedunt . Id si contingat , postremus etiam promontorii apex occultabitur penitus , ac editiores ejus partes per tractum eo minorem introrsum velut adactæ videbuntur , quo magis consurgunt , & cuspis quedam

Eius nexus cum
alio phænomeno
simili frequentis

in aere pendula apparebit. Sed ea res explicatu admodum, ut nunc quidem videtur mihi, difficilis, multo uberiorem disquisitionem requirit, & phænomena multo plura, quam ego tum quidem cursim instituere potuerim, in quas si forte iterum diutius alicubi in ora maritima scopolis, ac promontoriis vicina commorari mihi contigerit, diligentius aliquanto inquiram.

Inæqualitas re-
fractionum hori-
zontalium : ob-
servations va-
tiz.

175. Interea notabo hic & illud, quod ad refractio-nes pertinet, sæpe nos e nostri Ariminensis Collegii al-fervationes va-tiore specula Turrim in Pisauensi portu sitam telecopiis non ita parum elatam vidisse supra maris dorsum, alias autem cælo admodum fudo, & purissimo horizontis li-mite, flante etiam Borea, nullum ejus vestigium aspexisse. Sed id quidem ab inæqualitate pendet horizontalium re-fractionum. Deinde & illud, quod ad nostras observa-tiones pertinet angulorum, quibus basim cum poligono noistro conjunximus, nihil in iis ab hoc phænomeno am-biguitatis oriri posse, cum quadrantem eo elevaverimus, unde ipsum signum evidentissime conspiceremus. Demum illud, & ibi tum, & in sequentibus diebus Arimini eas nos observationes instituisse omnes, quæ requirebantur ad coniungendas Garampianas ædes, & illam ipsam ædium partem, in qua observationes astronomicas instituera-mus, cum initio nostri poligoni, statione nimirum no-stra ad ostium Aprusæ.

Iter Granaro-
lam : observa-
tiones in monte
Luro : Terra-
motus inter ob-
servationes non
suumadversus.

176. Angulis ad basim captis, Arimino discessimus, die Julii 25, eo nequaquam redditui, ac nos in fundum Annibalis Oliverii, Granarolam, de qua supra men-tio-nem fecimus, ab eo ibidem expectati devenimus. Poste-
ro die cum eo Montem Lurum cum ingenti quadrante adi-
vimus, & sub ipsa campanaria turri angulos omnes de-
terminavimus, quos inter conjunximus cum statione no-
stra ad ostium Aprusæ fenestram illam ipsam ædium Ga-
rampianarum, ex qua Solem primo mane observaver-
amus, ex qua fenestra ad eam evidentius dignoscendam,
lintcum demitti curaveramus. Dum autem obserватio-
nem

nem ibidem iniremus , haud levis terræmotus conculit solum , quo ædificia etiam corruerunt nonnulla in locis ei monti proximis , quem Neronem appellant . Sed nos observationibus tota animi contentione occupati nihil persensimus .

177. Granarolam regressi , & triduo apud humanissimum hospitem commorati , quo plures quaquiversum excursiones sunt factæ ad circumiacentium locorum mappam corrigendam , ac majore quadrante in locum monti Carpegnæ proximum transmisso , nos per S. Marini oppidum , ubi tum maxime fudo cælo observationem jam tertio habuimus ad mappæ correctionem admodum copiosam , Pennam adivimus . Conveneramus autem haud procul ab ipso S. Marini oppido Sebastianum Bonajutum Feretrani montis Episcopum , apud quem superiore anno in ipsa Pennæ urbe hospitati fueramus . Is pro incredibili sua humanitate , curam in se suscepit & quadrantis in summum Carpegnæ montem evehendi , & parandi hospitiū ad ipsius montis radices , ubi ad condicām diem ipse adfuit præsens , ac bis montem nobiscum consercit , & observationibus interfuit omnibus , tum inde Maceratam fuxæ diæcesis oppidum in ipsis finibus constitutum (est autem altera ejus nominis urbs in Piceno notissima) deduxit , ex quibus omnibus benevolentiae significationibus , ac beneficiis , quantum ipsi debeamus , fatis constat .

178. Dum autem interea ex oppido S. Marini Pennam peteremus , divertimus Leopolim , ita enim plures nominant oppidum vulgo *S. Leo* , ubi & Urbinatum olim Ducum , nunc Romanorum Pontificum visitur arx situ insignis in altissima rupe . Id oppidum cum Penna de primatu , & Episcopali fede jamdiu disputat , sed jam fere Pennæ residere solent Episcopi . Ibi autem illud ab Arcis Præfecto humanissimo viro e nobili Semproniorum Urbinatum gente , apud quem & laute admodum pransi sumus , dignum commemoratione accepimus : esse haud ita procul ab arce ipsa in humili positam Rusticorum domum.

*Iter Pennam per
oppidum S. Ma-
rini. Laudes Bo-
najuti Episcopi.*

munculam , cuius fenes , fide homines integerrima , narrant , ipsis pueris unius cujusdam ex angulis arcis ejusdem umbram in meridie alterius e binis Solstitiis consuevit ipsum domunculae limen attingere . Procedentibus annis paullatim ita ejus anguli umbram inde discessisse , ut umbra alterius ab eo maxime distantis anguli eodem jam pene devenire soleat eo ipso anni tempore , mutato nimirum positu vel rupis totius , cui arx imminet , vel subjecti soli , in quo domuncula extorta est . Ejus generis motus pluribus aliis in locis factos agnovimus , cum saepe nobis significatum fuerit , quædam loca ex quibusdam aliis videri nunc , nec exiguo tractu , quæ iporum , vel patrum memoria collis medius intercipiebat , licet in eo ædificia adsint , quæ ostendant phænomenum a terra aratis proscissa , & ab imbribus detracta non pendere . Alibi nimirum subsedit paullatim tellus , alibi etiam attollitur , & montes ipsos , e campis , insulas e medio mari subito quoque aliquando erupisse novimus , occulitorum nimirum ignium vi lapidea urgente strata ; usque adeo Mortales nihil habemus in Tellure nostra firmum , ac stabile .

*Observationes
in monte Carpe-
gna . iter Can-
tianum usque .*

179. Ibidem observationibus institutis , Pennam adivimus , & inde Scavolinum , & Carpegnæ verticem , quonos hospes Garampius subsecutus postridie una cum Episcopo observationibus bis interfuit , neque enim primo die absolví potuerant . Inde autem digreissi ad stationem Montis Catriæ Maceratâ Urbaniam petebamus , sed observationibus in itinere habitis pluribus , intempesta nocte ægre devenimus ad celebrem per ea loca sacram ædem , finitimi vocant *Il Crocifisso di Battaglia* , ubi excepti a Sacerdotibus loco addictis noctem transegitimus , ac primo mane Urbaniam delati sumus , ubi observations eo die habuimus , quo ego & in vicinam S. Angeli in Vado urbem excussum feci , ac postridie eodem , quo superiore anno , itinere Callio Cantianum devenimus .

*Dini in Catriam
ascensus , & ob-
servaciones .*

180. Postridie ejus diei in Catriam ascendimus cælo admodum fudo , & opportunissimo ad observandum tempore ,

pore, verum dum telescopio Penninum illum Nucerium montem inquirimus, certo demum patuit, incuria Praefecti ejus urbis, ad quem uno ante mense bis de tugurio renovando perscripleram, tugurium ipsum excitatum non esse. Redeundum fuit eo die infectare, & tabellarius mittendus propere, quo Praefectus ipse officii sui commoneretur: mirum autem, quantum nobis causa mora nocuerit. Commutari enim interea cœpit eo usque opportunissima cœli temperies ita, ut primo quidem, ubi post aliquot dies, tugurio illo reparato montem iterum conscendimus, ægre observationem licuerit absolvere, qua absoluta nos ibidem, & in regressu imber oppressit.

181. Cantiano discessimus duodecima Augusti die, Perusiam versus, itinere Eugubium directo, ubi celeberrimas Eugubinas tabulas inspeximus, & in summo monte observationem habuimus, cuius ope ejus urbis positionem accurate determinavimus. Inde Perusiam delati pagum adivimus Oddiorum gentis, *Antignollam* vocant, jacet autem ad ipsas Tetii montis radices, ab humanissimis loci dominis invitati, qui suæ familie Cardinalem Viterbiensem Episcopum ibidem rusticaturum excepturi, tanto hospiti parabant locum. Sed jam effusi imbres eruperant, quorum vis immanis per eos dies deciderat. Adhuc tamen cœlo dubio montem conscendimus, quo quadrans ægre admodum via nimium acclivi, & sero erectus est. Interea dum observationes quasdam minore instrumento peragimus, repente cœlum omne nimbis obducitur, coruscare fulgura, tonitrua aures obruere, immanni pluvia subsecuta, quæ in plures horas perduravit. Eas in exiguo tuguriolo, in quo erectis consistere non licet, exegimus, unde, cum mitior jam esset imber, dum equos conscendimus reddituri domum, infortunium accidit, quo, nisi antea cavissimus, tam multi, tam diurni labores nostri momento temporis periissent.

182. Observationes omnes annorum jam duorum in ordinem digestas, & ab erroribus minoris quadrantis

*Iter Perusiam .
Observationes
Eugubii . A-
scensus in Te-
tium montem ,
& ibidem pro-
cella .*

*Ingenis in ipso
monte jactura .*

correctas continebat libellus , cuius maximam habebamus curam , nec in montes unquam nobiscum evexeramus . Eo die fato quodam delatus fuerat , ut quædam superioris anni observationes conferrentur cum novis . Inter illam trepidationem initio ingruentis pluvia ipsum deferenti exciderat . Ubi eum deesse constitit , ego quidem in ipsa pluvia jugum omne perlustravi sollicitus , nec quidquam . In sequenti die plures Rusticos pretio conductos eodem reduxi , & ut in leporum venatione fieri solet , longo ordine totum perlustravimus dorsum , in quo eductus fuerat , apertusque ; sed licet dorsum ipsum sit herbula humili tantummodo conveftitum , inveniri nullo modo potuit , nec satellites eo Perusia emissi cum aliis Rusticis , nec præmia promissa profuerunt quidquam . Nusquam reperiri potuit . Porro tanta in eo inquirendo cura adhibebatur , ne iterum labore immanni cogeremur observationes omnes in ordinem redigere , atque corrigerre . Ea vero ipsa cura amissi libelli famam late vulgarerat , cum quo observationes ipsas nostras inteiiſe pernitus , crediderunt nonnulli , & late euulgaverunt .

Rius reparatio. 183. Verum ego quidem ea omnia , quæ ad gradum pertinent , habebam diligenter consignata & iis pagellis , in quibus tum , cum observabatur , conscripta fuerant , & ordine suo digesta deinde , ac alteri libello , in quem ea ex eodem fonte deduxeramus , prorsus conformia . Eas autem observationes , quæ tam multæ erant , & ad Mapparum correctionem pertinent , servaveram diligenter iis ipsis pagellis inscriptas , quibus primo consignatae , & unde in eum ipsum libellum translatae fuerant ; quarum eas , quæ ad superiora itinera pertinebant , Romæ reliqueram , eas vero , quæ pertinebant ad hoc postremum iter , habebam mecum ; plurimas autem & Maiorius in aliis adversariis servabat ; nec quidquam fere intercidit , præter observationiculas ejus generis admodum paucas , quarum ipsarum jacturam ex aliis tum aliorum , tum in primis nostris observationibns supplevimus . Hæc autem omnia idcirco commemoravi , ne quis temere sibi per-

persuadeat, nos ita incautos extitisse, ut uni libello omnes nostros labores, nec sine novis reparabiles itineribus committeremus. Cæterum ubi primum institutis ibidem altero die observationibus, mitiore jam cælo, Perusiam regredi sumus, iterum ea omnia, quæ ad gradum pertinebant, diligenter excripta sunt, ac reliqua brevi excripta iterum & ordinata, atque correcta,

184. Quoniam observationes tum habite in monte Tatio eandem exhibebant Nucerini tugurii positionem, certiores autem nos fecerant de tugurio ibidem reparato eodem proflus loco, quo superiore anno fuerat extructum, supervacancum fore censuimus iterum Nuceriam, & Penninum montem adire, cum potissimum ex Fionchio certo sciri posset, secunda directione inde habita, revera in eodem id tugurium perstare loco. Eam igitur potissimum ob causam Perusia Spoletium abivimus, & institutis in itinere observationibus pluribus in locis, Hispelli potissimum, & Fulginii, ac inde felici itidem successu in Fionchium montem conscendimus, & observationes superioris anni observationibus conformes habuimus. Inde vero, quadrante Sorianum missio, ut dejectis, quotquot oporteret, arboribus illâ, quæ jam unica relictâ fuerat, utrâque e cæteris binis dejectâ, uteremur pro signo, & in stabili solo observationes iniremus, excursu facto per Spoletinam vallem, & colles proximos, observationes instituimus plures ad mappæ correctionem opportunas, quibus & Antonius Ancajanus interfuit, & nobilissimus itidem, mihiique amicissimus vir Joannes Baptista Piancianus, itineris illius comites, quibus observationibus institutis, eadem via, qua superiore anno, Spoletium Sorianum deveneramus, Spoletio Sorianum redivivimus.

185. Ibi in montem evecti, amplam quandam velutiam versus Spoletinum montem in summo jugo aperuimus, qua aperta, cum inde visum Fionchii tugurium altiores post se haberet montes, ut ipsum distincte, ac itidem D. Petri Romanum tholum projectum opticè in humum, non cælo extantem, possemus perspicere, diu hærendum fuit,

*Iter Spoletium :
observationes in
monte Fionchia,
& per Spoleti-
num diccionem.*

*Observationes
in Sorianensi
monte : redi-
tus Romanus.*

fuit, & pluribus iterum vicibus ascendendum in montem, ingresso jam nimirum Septembri mense, quo tempore campi omnes Romani, & silvæ fumos agunt, injectis ignibus ad noxias herbas absundendas, & stramina, ac omnis fumo aer obducitur. Donec demum die ejus mensis quadragesima, hante Borea, observationes peregrimus, & postridie ejus diei Roncilionem contendimus, ac inde Romana via in Urbem sex a postremo discessu elapsis mensibus regressi sumus.

Forum ratio, que supererant: observationes novæ ad extrema bascos Romanæ. 186. Supererat, ut rescessis binis in Sorianensi monte arboribus, & unica relicta, ambiguas iteraremus superioris anni observations montis Januarii potissimum, quæ fuerant maxime incertæ, ac Sabinos, Nursinosque, & finitimos montanos tractus inviseremus, tum inde descendenderemus in Picenum ad eorum locorum mappam corrigendam. Iis accedebat exiguis ille tractus, qui Perusiam inter, & Romanam Hetruscam viam interjacet, ac ipsius Hetruriæ finibus adjacet. Quo ea ordine praestata sint, narrare pergam. Primum tamen quoniam e Januario monte dubia admodum erat observatio etiam extremæ baseos ad Frattocchias, in utroque iterum extremo basis ipsius signa eadem anni præcedentis erexitur, & observationes utrobique iteravimus, ut certius constarent omnia.

Nova observationes in monte Januario: iter per Sabinos Reate, tum Leonfum. 187. Iis peractis Palumbariam tertio regressi, montem conspicendimus, & superioris anni observations instituimus favente cælo; ac majore quadrante Romam transmisso plura Sabinorum loca adivimus, in primis montem, quem dicunt *Penneccchia*, Januario proximum, quo per eum, quem Montem Flavium dicunt, est autem Barberinæ familiæ pagus in edito positus, tum oppidum, quod dicitur *Scandriglia*, Faram Farfæ imminentem, & in edito colle sitam, ac inde unum e præcipuis Sabinorum oppidis, quod appellant *Poggio Mirteto*. Observationibus institutis in his, atque aliis intermediis locis, per transversos montes Reate devenimus. Post primum autem ascensum editissimam ædicolam, solitarii hominis sedem, tum

tum quidem derelictam , opportunissimum observationibus locum nacti , per plures horas substitimus . Biduo Reatina in urbe commorati , & excursionibus aliquot inde factis , digressi sumus , ac per amoënam vallem adivimus celeberrimas Velini cataractas , ubi nimirum is amnis per eam ipsam vallem placido delatus cursu , repente immani casu in Narem altissime præceps ruit , tribus circiter millibus ab urbe Interamna . Inde ad vicum delati sumus in ipsa ripa profundissimi lacus , post imam siti Reatinam vallem . Vico nomen *Pie di Lugo* , a quo & lacus nomen trahit . Murrum inde , in editum pagum conscendimus , unde nos in asperos , & ursis infestos montes abdidimus delati multa jam nocte in oppidum frequens , & elegans , positum in ipsis Neapoletani Regni finibus , *Leoneßam* dicunt , ac inde postridie in Montis Leonis oppidum Pontificiae ditionis redivimus .

188. Ibi eo die constitimus , ut proximum consenseremus montem , ex quo nimirum longissime citra Appennini jugum patebat prospectus , & cuius ope is tractus in ipsis Appennini vallibus jacens definiri poterat . Res ad votum successit , & in summo monte usque ad noctem constitimus . Insequentie die Casciam primum , tum Nursiam devenimus oppida terræmotuum vi eversa jam saepius , ac diruta . Plures Nursia excursions fecimus in proximum in primis editum montem , cuius ope ipsius Nursiae positio definita est , ac per alias Nursinæ ditionis partes in omnes plagas . Inde autem plura oppidula , & pagos prætervecti , in quibus illud , quod appellant *le Preci* , evirandorum puerorum arte , & lithotomia in primis celebre , Vissum adivimus , oppidum opulentum , sed situ horrido , & horridiore via adeundo . Coeunt in ipso oppido quinque veluti immanis cuiusdam stellæ ingentes radii , angusti admodum , & ex editissimo perpetuo montium solo excavati , ac præterea incurvi . Tres fluvii perenni cum aqua per ternos ex iis defluunt , per quartum torrens , quibus in ipso oppidi loco admodum angusto coeun-

*Ite Casciam
Nursiam, Vissum.
Loci horridi pos-
ticio.*

coeuntibus, effluit inde per quintum amnis Nar angusto alveo, præcipiti rupium supra etiam alicubi procurrentium mole conclusus, sub quibus ipsum iter in vivo saxo alicubi excisum horrorem incutit incredibilem progressu-
ro. Ex oppido nullus fere prospectus patet. Montem circumquaque asperum suspicis, nam ipsi quinque illi alvei incurvi admodum se cito aspectui subducunt. Ægre, elato capite, cælum vides vertici imminens.

*Irritus in editissimum, & op-
portunitissimum
montem aacen-
sus.*

189. Nullæ Geographicæ observationes in ipso loco institui potuerunt, in proximos montes evadendum fuit. Abest inde paucis passuum millibus altissimum jugum, Si-
byllæ montes vocant, in quo plures veluti cuspides assur-
gunt magis, quod quidem Piceno subiecto imminet. Ad idem pertinens jugum, aliquanto editissimis illis humilior est is, quem ibi Montem Rotundum appellant, qui tamen ipse hinc longissime prospicit fere omnem Pontifi-
cæ ditionis amplitudinem usque ad Hetruriæ fines, inde Picenum omne subiectum despicit. Eo equis concendi-
mus itinere molestissimo horarum ad minimum sex, &
erat cælum admodum sudum, ac quietus aer. Ubi pri-
mum advenimus, & minorem expedivimus quadrantem,
dum & Camerinum, ac oppida ipsi circumjecta, & Pi-
ceni urbes metimus oculis, jam jam instrumento dimen-
suri, ecce tibi repente nebula summum occupat mon-
tem, & nos involvit, quæ mox in densam nubem ad-
stringitur. Nunquam acerbius ejusmodi casum tuli, op-
portunitate observationis adeo utilis, cum tanto labore
quæsita, & tum maxime, cum ea potitos nos esse credi-
deramus, erepta. Tres horas animo obstinato potius,
quam obfirmato in media nube acri vento flante persti-
timus, coque magis vana quadam illecti spe, quod pa-
rum admodum infra nos multo Sole montis latera collu-
strata conspiciebamus. Verum irritam expectationem,
magis obstinata nubium mora elusit. Inclinata die, de-
scendendum fuit, & ubi paullo nos infra verticem demis-
simus, in Sole clarissimo collocati immensos ad Occiden-
tem

tem tractus prospiciebamus nequidquam , quos cum aliis ad Boream , & Orientem sitis connectere non licebat .

190. Quoniam vero jam & nox accesserat , & spes Itinera spes re-
deundi in can-
dem montem ,
ascensus difficultis
in aliis . erat posse postridie in montem rediri , defleximus nonni- hil ex itinere ad ædem summæ per ea loca religionis , quam dicunt B. Virginis a Macereto , in cuius ædibus sa- ne amplis , & commodis a loci Sacerdotibus humanissime excepti , & liberalissime habiti noctem transfigimus . Pri- mo autem mane totum id montium jugum densis nubi- bus involutum apparuit , ac nivibus circumquaque can- dens . Desperato igitur novo ascensi , redeundum fuit in oppidum , ex quo postridie ad oppositam plagam in montem satis editum evasimus labore summo , itinere horarum trium , quod ego iter , equo alteri concesso , qui nobis vicina loca indigitaret , nec alio mature invento pedibus confeci eo sudore madidus , ut dum post horas tres domum descensu prono regressus indusum exprime- rem , quod in primo appulsi ad montem mihi detraxe- ram , ac toto eo tempore detuleram in pera , omnibus inspectantibus liquor effluxerit . Atque id quidem & in Januario monte mihi accidit semel , mula , quam pretio conduxeram , elapsa per noctem , quæ dum queritur , ante ipsam auroram , ut circa Solis ortum esse possemus in summo vertice , pedibus ascendi impavidus , ac id ipsum pluribus aliis in locis mihi accidit , qui de alieno labore sollicitus meum omnino curavi nunquam , ne opportuna observandi occasio deficeret .

191. Definito loci positu utcunque ex eo monte , po- Iter per editis-
sam vallem , &
vicum infelicissi-
num . stero die primo mane discessimus inde , & per vallem am- plissimam , ac ferme planam Sibyllino jugo subjectam , quæ quidem cum sit altissima , montes plurimos vincit sa- tis editos , profecti sumus versus oppidum olim & fre- quens , & opulentum , Arquata dicitur , pagum exiguum transgressi , quem dicunt *il Castelluccio* . Dum autem ire- mus per eam vallem , jugum ipsum ad lævam densis nubibus e superiori parte contegebatur , unde nivem etiam , quæ perpetuo decidebat , venti ad nos obliquo ingenti

tractu deferebant, cælo nobis sereno. Porro in eo pago certiores facti sumus, incolas ibi per hyemem, fæminas nimirum, pueros, & senes (viri enim omnes Romam advenire solent cum equis, ad carbones ex proximis sylvis advehendos, quæ eorum industræ est) eadem pati, quæ de glaciali zona referuntur, altissima nimirum nive obrutis ædibus, per multos sæpe dies, & quandoque menses, domi suæ ita se cohiberi, ut pedem nusquam efferre possint, nec alium liquorem bibant, quam, quem nives igne dissolutæ sufficiant, ingenti idcirco lignorum, & farinæ copia, quæ in totam hyemem satis esse possit per autumnum congregata.

Fauces Sibyllini
jugum ad modum pre-
ticulo : immo-
nis imber in pri-
ma Piceni ora .

192. Ubi træcta ea editissima valle devenimus ad angustas fauces, quibus per ipsum Sibyllini montis jugum in Picenum descenditur, tanta erat venti vis, qua interclusus anguitiis aer rapiebatur, nubes autem ad montis latus allisæ assurgebant mirum in modum, & undarum instar quandam veluti spumam agebant, ut ægre admodum equis progredi liceret. Narratum autem est nobis, sæpe eum locum esse prorsus impervium, & non raro accidisse, ut viatores sublati cum equis ipsis ventorum vi, & longe allisi perierint. Ubi ad oram oppositam deuentum est, patuit ingens Piceni tractus in humili situs, & ipsum Arquatae oppidum ad Truenti ripas in angusto, ac admodum depresso fundo (ibi enim montium jugum, quod paullatim a Tiberina valle, tanquam per gradus quosdam, assurgit per Interamnetsem, per Reatinam, per Nursinam, per postremam hanc vico memorato proximam, casu ibi præcipiti fere ad perpendiculari demittitur ad Truenti alveum) apparuit ita, ut si ex editissima fenestra area subjecti fori spectaretur. Sed cælum nubibus cæruleis obrutum ad mare usque horrebat sene. Et quidem ubi nocte jam obscura ad oppidum deum delapsi sumus, sæpe enim inter descendendum oblio quo licet itinere, equi pedibus paribus omnino, & per se immotis deferebantur, tum vero cœpit immanis imber decidere, qui, quod auspiam alibi videram, per tres con-

continuos dies, ac noctes, nunquam intermisit ita, ut soluta humo per universam eam oram, & proximam Asculanam Provinciam, ac spondis obruentibus vias, difficillimum deinde per binos post discessum dies habuerimus iter gyro saepe immanni, ad evitandos limi pene adhuc diffluentis altissime aggestos veluti montes.

193. Quarto die serenum repente cælum, Boreal flante, mons autem nivibus late candescens apparuit. Observationibus aliquot ad loci positionem definierandam habitis, secundum Truenti legimus alveum inter frequentes pagos, ac vicos, donec eo delati, qua viis obrutis progrederi non liceret, nec vero ponte jamdudum diffraicto, & fluvio tumente præter morem, transgredi flumen, noctem tribus ab Asculana urbe milibus transgimus, ad quam postero die per obliqua montana itinera via relicta, quæ inde ad urbem usque ampla, & curribus etiam excipiendis par, tum vero obruta ne pedestre quidem permittebat iter, Asculum ægre demum devenimus circa meridiem. Observationibus ante vesperam in arce urbis edita institutis, postero die montem, quem Polesium a vico adjacente dicunt, conscendimus, cuius vertex satis editus fere universum late Picenum circumspicit. Ibi cælo admodum sudo copiosam observationem habuimus; ego autem, & in ascenſu, & in summo vertice structuram ipsam ejus montis contemplatus sum, qui totus, quantum est, disjungitur autem a mari longissime, Appennino a tergo positō proximus, ex lapillis motu mutuo attritis, ac plane levibus constat ejus ipsius generis, cuius in maris littore visuntur, & fluviorum alveis, varie autem admodum magnitudinis erant, ac in strata juxta ductum superficie ipsius montis compositi, ut nullus dubitem, omnem illam ingentem molem vel e mari, vel ex ampliore potius alveo fluvii cujuspiam, nullum enim diu explorans concharum vestigium deprehendi, ignium subiectorum vi in altum eductam, quem ego quidem plurium & montium, & insularum ortum esse arbitror.

194. Et quidem, quoniam de hac montis hujuscē dispositi-

Adventus Ascu-
lium : observa-
tiones ibi, & in
monte Polesio :
montis ejus stu-
dura.

Montium plus
 rium indeces, & ipsorum structuram animadverti, quæ nusquam alibi evi-
 dentius patet, quam ubi a fluviis intersecantur longo
 aquarum cursu rēscissa, & attrita. Semel tantum in edi-
 to loco a mari remotissimo maris indicia reperi, ostreorū
 nimirūm perpetuum stratum incredibili multitudine,
 sub oppido Sabinorum præcipuo, quod dicitur *Magliano*.
 Plerumque e stratis lapideis montes constant, quibus
 saepe terræ strata interjacent, crassitudine admodum va-
 ria, & intervallis. Ea pluribus in locis per montis dor-
 sum incurvata sequuntur ejusdem ductum, sed etiam sae-
 pe ad ipsam montis superficiem erecta, & ab ejus ductu
 rēscissa variis ad eam in angulis inclinantur, & satis indi-
 cant, reliquam partem diffractam concidisse. Sæpe etiam
 videre est bina strata invicem, dum collaborantur, velut
 in cunei cujusdam aciem inclinata. Montes alicubi rupibus
 incerti ductus sese efferunt in altum, figuræ, & magnitu-
 dinis variæ. In Sublacensi valle, dum Tibur petis, ad læ-
 vam frequentes admodum immanis magnitudinis eminent
 cuspides in coni formam, quarum aliæ ad aliarum radices
 ita jacent, ut, unde divulsæ conciderint, facile agnoscas,
 quod quidem sub illa Mentorellæ sacra æde maxime mani-
 festum est. In Sorianensi monte illud miratus compri, 108
 quod nusquam alibi omnino vidi, nullis eum constare ita-
 tris, aut perpetuis rupibus, sed acervum esse indigestum
 prægrandium lapidum, figura utcumque orbiculari, sed
 incerta, quorum pleraque tenuiora aliquanto, sed mul-
 ta sane decem etiam, vel duodecim pedes crassitudine
 patent, & in altum assurgunt. Est autem ingens ejusmo-
 di lapis notus incolis, ita in æquilibrio situs, ut si in
 eum ascenderis, minimo corporis motu commoveatur,
 & trepidet. Eo ego quidem indicio crediderim lacum il-
 lum subjectum, quem Virgilius nominat, *Et Cimini cum*
monte lacus, Vulcanum olim extitisse, ac deflagrassæ, &
 ingentes eas lapidum diu ante volutatorum moles ejacula-
 tum, eo congesstæ in cumulum. Quidquid autem de eo
 sit, illud ubique mihi se prodidit, faciem nostri hujuscæ
 globi

globi perspectanti , perpetuum immanis ruinæ vestigium haberi , non primigenium textum . Sed de his jam satis .

195. Ex eo monte descendimus in oppositam plagam , & vespere in Urbem , quam Syxtus V. pro patria habuit , Montem altum dicunt , devenimus , in qua ingentium ædificiorum principia adhuc visuntur , quæ tantus ille Pontifex moliebatur , qui & exiguum ante vicum urbem esse voluit , sed eo immatura morte præterpto , nullos habet urbs cives , ut fere Rusticos tantum Praeful urbis Praefectus , & Episcopus habeant , cum quibus , conversari si velint , consuetudinem habere possint . Observationibus ibidem postero die institutis mane , inter oppidula , & vicos , Cupram Montanam devenimus , nunc Ripa Transfona , ubi Lucas Nicolaus Recchius urbis Episcopus , vir eruditioне summus , ac omnigena doctrina , qui Romæ celeberrimæ Bibliothecæ publicæ , a Januensis familie Cardinali ejus institutore Imperialeм appellant , diu præfuerat , humanissime nos exceptit . Ejus autem opera & mappam Piceni ineditam ab ejus urbis cive jam olim delineatam habuimus , sed quam correctionibus indigere pluribus , ex nostris observationibus innotuit , licet ea omnium typis impressarum , quas videre potuimus , a veritate minimum aberret . Inde sequenti die , ductum Adriatici maris a longe secuti , sero vespere ad oppidum , quod dicunt Monte Rubbiano , devenimus , tum postridie ad Firmanam urbem celeberrimam Nobilitate veteri , publica Academia , & pingui Archiepiscopatu , ubi , ut in toto eo itinere , observationibus Geographicis illico institutis , processimus postridie ejus diei per S. Elpidii oppidum , & id quod Novam Civitatem dicunt , ad Cæfarinorum familiam pertinens , utrumque & opulentum , & frequens , ac sub vesperam ad celebrem delati Bonacorsiorum villam oppido proximam , quem Montem Sanctum appellant , ubi tum quidem familia tota rusticabatur , ejus elegantiam , atque magnificentiam ditissimæ familie opibus parem , nam & signis marmoreis , & frondosis parietibus , ac fornicibus , tum fontibus & per-

Iter Montal-
tum , inde Cu-
pram Montanam ,
Firnum , Civita-
tem novam , Mon-
tem Sanctum Lau-
des Rechii Epi-
scopi Cupre M&
tanæ : villa Bona-
curia .

renibus , ac patentibus , & occultis , ac subitis ad insidias curioso spectatori comparandas , abundat , contemplati aliquandiu , multa jam nocte in nostrum oppidi Collegium devenimus .

Iter Lauretum ,
in montem Anconitanum , Auxi-
mum , Macera-
tam , Tolenti-
num , in oppidum
S. Ginesii &
Montis Melonis .
Laudes Joannis
Lambertini .

196. Ibi postero die observationibus institutis primo mane in editissima turri , ex qua ipse remotissimus S. Marini mons ille Arimino proximus conspectus est , fuit autem in omni hoc per Picenum excursu cælum admodum sudum , Lauretum devenimus . Inde in Anconitanum montem evesti , & nocte in Cænobio Camaldulensem transfacta , sub Auroram summum verticem descendimus , ubi , si uspiam alibi , & copiosissimam , & utilissimam observationem habuimus . Patebat autem hinc totus Apennini tractus , & nosfer in priinis Catriæ mons cum tugurio : Nucerinum , cuius tugurium negligentius constructum , haud ita multo post collapsum jam tertio fuerat , certo dignoscere non licuit , inde vero primo mane ultra ipsum Adriaticum mare montes ex adverso positi , nudis etiam oculis distinctissime cernebantur . Descendimus , & ante meridiem Auximum delati sumus , ubi dum in campanaria turri observationes haberemus , forte contigit , ut Anconitana arx festo strepitu tormenta bellica majora exploderet , in adventu nobilissimi puei Joannis Lambertini , qui summi Pontificis ex fratribus filio nepos ingenti cum spe , quam ingenio æquat , & moribus , Romam primum ad patris patrum deducebatur . Fumum conspicati , ejus arcis positum , quæ videri nullo pacto potuisset , jugo interposito , inde opportunissime determinavimus . Eodem autem die Maceratam multa jam nocte advesti , sub ipsam Auroram discessimus , jam enim ibi copiosam observationem bis ante institueramus , & Tolentino ad editum S. Ginesii oppidum , olim illustre admodum , nunc infrequens , delati sumus . Ibi & summo vespera , & sequenti mane observationibus institutis , retro cursum refleximus , & Tolentino in editum pagum elati quod dicitur Monte Melone , a nobilissimo viro Marchione Riccio , qui cum familia , & amicis aliquot ibidem ru-

sticabatur, per vim detenti, obseruationes eo die, & postero mane habuimus plures. Mox multo frequentius oppidum, quod appellant *Montecchio*, obseruationibus aptissimum, ante noctem devenimus, & obseruationes habuimus statim sub ipsam noctem, opportune quidem, nam ingruentibus iterum postero die effusis imbris, qui quidem longo deinde tempore perdurarunt, nullas ibi instituere licuisset.

197. Atque hic quidem fuit communium nostrorum itinerum finis. Mea me publica Matheos schola, in qua alium, ac deinde alium e nostra Societate mihi superioribus binis annis suffici oportuerat, revocabat. Maiorius liberior erat. Quare illud decrevimus, ut ego quidem breviore gyro per Septempedanam urbem in Romanam viam evectus, ejus positu, quem omnino ignorabamus, definito, Romanam redirem recto itinere, ipse longiore aliquanto ambitu circuaret, reliquam Picenæ Provinciæ oram legens sub ipsis montibus, ac denum Appennino trajecto in illum evaderet Hetruriæ finibus adjacentem tractum, per quem Romanam regredieretur; & quidem Novembri mense, cuius ea secunda erat dies, sperabamus omnia satis commode absolvii posse.

198. Verum incredibilis perpetua aeris inclemensia subsecuta vanam elusit spem. Ego quidem postera die Septempedam delatus per imbre, qui me in primo itinere occupavit, obseruationes aliquot ex editiore loco institui, æquiore cælo, tum inde digressum montana via gravissimum iterum imber occupat, qui ad noctem usque perduravit effusus. Vix uno a Camerinensi urbe miliiari aberam, nec tamen ipsam videre potui nubibus ita obrutus, ut vix in viginti passus pateret prospectus. Quoniam jam aquis diffuebam totus, pergendum duxi, & in Romanam viam itinere ea potissimum tempestate difficulti, & dubio, evasi prope vicum viatoribus notissimum, quem dicunt *Seravalle*, unde citato cursu Romanam delatus sum, & intermissum recepi protinus docendi munus.

199. Mairius cæli inclemensia diu vexatus ægre Novembri

*Divisionis confi-
lium, & diversi
itineris in Urbem
Romam.*

*Autoris obser-
vationes Septem-
pedaneæ & itin-
er Romæ per im-
bres.*

Mairii excursus Vembri toto, & Decembris initio partem tantummodo impeditus a cali sperati operis perfecit, quod, in desperationem actus inclemencia. rei conficiendæ, abrumpendum demum censuit, & in æquiorem anni tempestatem differendum. Quo autem gyro, & quid præstiterit, ejus ipsius verbis exponam.

Ejus iter per re- 200. Montecchio Cingulum perveni ubi hospitatus sum in liquum Picenum: redditus in Ur. edibus Dom. Raffaelli, qui tum Staffoli rusticabatur, quo etiam me humanissime invitavit. Post bidui moram ob pluviam, continentem fere inutiliter factam Staffolum me contuli, ubi observationem luculentam restituta jam serenitate, habere licuit. Inde Fabrianum petii, ibique variante celo tamdiu hæsi, quantum ad eujus urbis, ac Matelicæ situm determinandum requirebatur. Hinc digressus Aësum secundo Aësi flumine per viam nulli Romanarum secundam perveni. Illic observatione exigui propter densam caliginem momenti peracta, postero mane Montem Radum Collegii Germanici prædium petii. Observatio pertenuis ob eandem causam Corinaldi primum instituta est: tum vero ob continuatam sex ipsis diebus caliginem nihil prorsus fieri potuit. Septimo denum die Mondulfi observatum est; atque omissa, propter adultam anni tempestatem, jam enim finis Novembris appetebat, quam Mondavii facere statueram, observatione, Pergolam itum est. Hinc Sa- xi ferrati positio una die, altera Feniglii castelli diruti in edito positi, determinata est, unde etiam Pergola ipsius determinatio pendebat. Inde Forum Sempronii progressus Montal- ti, qui locus tribus inde passuum millibus abest, observationem copiosam illam quidem, sed propter ventum vehemen- tissimum, ac frigus acerrimum, difficultimam habui, ac deinde ineunte Decembri Cantianum petii ingentem nivis vim toto illo itinere perpeccus. Hic me biduum eadem causa detinuit. Tertio dic non sine aliquo periculo Gualdum deveni, unde Romam recto itinere reversus sum.

Nova egressus, & excursus ad ea, que supererant. 201. Supererant determinanda urbes complures, quas inter Tudertum, Oropitum (Orvieto), Civitas plebis, & Camerinum. Itaque mense Mayo anni insequentis 1753, Flavia- num (Fiano) delatus ejus loci situ determinato expectabam opportunam Soractis montis conscendendi occasionem, quam post

post unam, & alteram diem nactus dum observationi incumbere, tempestas subito coorta illic me apud PP. S. Bernardi pernoctare coegit. Postero die absoluta observatione Flavianum repetii. Inde Viterbium petii. Viterbio Oropitum. Ejus urbis, qua etsi rupi imposta est, in abdito fere latet, situ determinato, duas excusiones facere institui, alteram Balneoregium, & ad oras Tiberis, alteram legendō fere oram Paglie fluminis, Aquulam, & Procenum usque, unde Vulscia Oropitum redditum est. Tertiam ad Montem Peliam in illud tempus distuli, quo Tudertum reverterer, quod tamen successum non habuit. Oropito Civitatem plebis delatus, inde Cerone montem descendī, haud magno ob nebulam opere pretio. Similiter montem Pratolenza, unde vix aliud, quam unius, aut alterius loci vicini situm nancisci potui ob imperitiam ejus, qui loca monstranda susceperebat, quamvis, ubi ad rem ventum est, nihil fere certi pronuntiare potuerit. Finitis hac in urbe observationibus, Perusia Tifernum itum est, inde Apecchium, ut Monte Nerone consenso locorum adjacentium situm explorarem. Agebatur tunc mensis Iunius. Itaque difficiili itinere ad summum ejus apicem enīsus, repente densa caligine circumfusis imbrem maximum tres ipsas horas sustinui, qui cum ne tum quidem intermitteretur, redeundum illuc erat necessario, unde discesseram. Cum autem postero die nihilo serenor aer redderetur, Tifernum me retuli, ac deinde Perusiam, tentata aliquantulum valetudine, qua occasione factum est, ut inde Tudertum recta proficerer, neque ad Peliam montem ex itinere diverterem. Tudertum delatus loca quædam vicina determinavi, omisis iis quæ trans Tiberim sita erant, propterea quod Camerinum festinandum erat. Hic apud Marchionem Bandini humanissime exceptus, aliquot dies h̄es ad vicina loca ipso Marchione comite exploranda, & denique Interamma Reate divertens, ut occasione illius itineris loca quædam in Sabina determinarem, Romam redii. Hucusque Mairius.

202. Interea ego sub Novembbris finem, cælo Romæ minus jam pluvio, sectore, qui Arimino Romam advectus fuerat, collocato, observationes utriusque Fixæ

Novæ observa-
tiones Astrono-
mice Romæ in-
choatae ab auto-
re absolute cum
itæ Mairiu.

iterum instituere cæpi , ut illas superioris anni confirmarem magis , quas , redeunte interim Mairio una produximus . Plurimis observationibus inter se apprime congruentibus , & per correctiones necessarias redactis ad idem tempus , altera quidem a superioris anni loco vix uno secundo distit , altera duobus , quod mirum in modum annuam aberrationem Bradleyanam confirmat , cum ob eam altera eo temporis plurimum a polo debuerit recedere , altera vero accedere , ut factum esse , inde constitit . Et quidem si hisce observationibus uteremur pro iis superioris anni , vel cum iis vix ullum discri- men in gradus mensura inveniretur . Sed illi priori fidendum magis , quæ minore nimirum temporis intervallo est instituta , quo minor error in Fixarum ipsarum motibus committi potuit .

Observationes novæ in tholo D. Petri : locus observationū Astronomicarum conjunctus , cum tholo D. Petri : observatio- nes pro positione poligoni .

203. Èodem anno , regresso a postremo suo itinere Mairio primo quidem majore quadrante iterum evecto in summum D. Petri Tholum , dic admodum serena , quam per otium jam licebat feligere , angulos , ad connectendum ipsum tholum cum sepulchro Metellæ , & cum monte Sorianensi , observavimus , ut & angulum , quem totus admodum longus solarii nostri tractus , palmos enim fere quingentos protenditur , in ipso tholo subtenderet , cui adjecimus ipsius solarii geodæticam mensuram , & angulos in binis ejus extremis punctis ; unde solarii ipsius positio , & loci , in quo observationes astronomicæ sunt institutæ , conjungeretur cum D. Petri tholo , & poligono . Supererat observatio , qua poligoni positus ad Meridianam lineam exigeretur aliquanto commodius , ac tutius , quam Arimini præstari potuerit . Id præstissimus ejusdem anni 1753 . Septembri mense , qua occidentem Solem , commodam ejus positionem nacti , conjunxi- mus cum directione arboris Sorianensis , quæ forte fortuna ex nostro ipso Collegii Romani Solario inter bina ingentis molis Palatia videndam se objicit , quod ipsum præstissimus tribus admodum inter se conformibus , & accuratis observationibus . Tentaveramus eandem con- jun-

junctionem aliquanto ante ope Januarii montis, qui itidem inde cospicitur. Sed nec in ejus vertice jam extabat tugurium, & nimia Solis vicinia, paucis enim inde gradibus in æstivo Solstitio oritur, ortu reliquo anni tempore intercepto a Quirinali colle, ita cogebat obliquare quadrantem, ut per quam incommodum esset bina simul telecopia dirigere alterum in montis verticem, alterum in Solem; præterquamquod exigua refractionis inæqualitas in angulo tam acuto admodum ingentem debuit errorem parere, dum inclinatus angulus ad horizontalem reduceretur, quas ob causas Sole potius occidente, & Sorianensi arbore adhuc extante, & diu, ut spero, extituta utendum esse censuimus.

204. Observationibus omnibus absolutis diu in quadrantis, ac sectoris divisiones inquisivimus pluribus methodis, quas quarto exponam opusculo, donec certo determinum ex tentaminum plurium consensu constitut de earum statu, & correctione adhibenda, qua adhibita, & observationibus omnibus correctis, ac institutis molestissimis sane calculis, atque diurnis, de gradus mensura certo demum innotuit. Nimirum intervallum inter parallelos tranfuentes per cubiculum nostri Romani Musæi, in quo fere medio Romanæ observationes astronomicæ sunt habitæ, & illam partem Garampianarum ædium, in qua Ariminenses institutæ sunt, invenimus ex basi Ariminensi passuum 161253. 6, sive hexapedarum, 123221. 3. Porro ex observationibus a Cycni Romanis prioribus invenimus arcum celestem interceptum graduum 2 min: 9, sec: 46. $\frac{1}{10}$ ex prioribus a Urse præter eisdem gradus, & minuta prima invenimus secunda 47. 4: ex posterioribus a sec: 48. 8, ex posterioribus a sec: 46. 0. Priorum medium est 46. 7, posteriorum 47. 4, omnium simul 47. Qui quidem consensus est summus. Assumendo igitur arcum celestem omnium medium gr: 2, min: 9, sec: 47, erit gradus intermedius hexapedarum 56966. 3 quem quidem ob Romanam basim uno circiter passu majorem ex mensura, quam ex calculo; ob postremum po-

Examen iactu.
mentorum: ma-
gnitudo gradus
decuda.

ligoni latus ad horizontem reductum tribus circiter hexapedis longius inventum alia methodo , quam ea , quæ in toto poligono redacto ad superficiem Telluris est adhibita ; ob observationes priores Astronomicas Romanas Aiminensibus propiores , & in iis observationes a Cycni tutores aliquanto , adjectis ad summum hexapedis 13 , reducere possumus ad hexapedas 56979 , qui gradus debetur latitudini gr: 42 min: 59 , sive quamproxime gr: 43.

Primus expedi-
tionis fructus;
etius determinatio nimirum accurata unius Meridiani gra-
duis in Pontificia ditione , comparandi , quod etiam in pri-
mi capitib fine præstiti , & iterum in postremo opusculo
præstabat , cum aliis , quos Academicis Parisienses definive-
runt pluribus in locis , & cum eo in primis , quem Cassini
in Gallia definitivit pro latitudine gr: 43. $\frac{5}{6}$, qui qui-
dem cum sit hexapedarum 57048 , nostro adhuc per illas
13 hexapedas , quantum maxime potuimus , producto , ma-
jor est hexapedis 69 , cum debuerit esse ob illum dimi-
dium gradum majoris distantiae ab æquatore productior
8 hexapedis tantum .

Gradus Romanus
Gallieni minor in
eadem latitudi-
ne : conjectura
de causa .

206. Porro inde & alii colliguntur fructus , inæqua-
litas nimirum quædam in curvatura Meridianorum in-
eadem etiam distantia ab æquatore , nec ita exigua in
longitudinum differentia graduum tantummodo 10. , quæ
inter Romanum , & Parisiensem Meridianum interce-
dit , quo in genere hæc nostra observatio omnium est pri-
ma . Cum vero admodum probabile fit , id discrimen or-
tum habere ab actione , quam Appennini montes , &
omne Italie solum versus ipsos Appenninos consurgens
exercuit in sectoris pendulum , & simili a^ctione , qua in
oppositam partem egit in pendulum Gassini Pyrenæorum
montium jugum , quæ gravium directionem , & æquili-
brii superficiem positione mutet , nova hinc confirmatio
quædam Newtonianæ generalis gravitatis mutuæ inter
omnia terrestria corpora desumitur .

207. Accedit ad eosdem fructus accurasier , & cer-
tior , quam huc usque habita fuerit determinatio altitu-
dinis

dinis Poli Romanæ , quam collatis observationibus nostrarum Fixarum , & in primis β Aurigæ cum observationibus Parisiensibus ejusdem Fixæ invenimus in hoc Romani Collegii Musæo gr: 41 : min: 53 , sec: 55 , ad Thermas autem Diocletianas 41. 54¹. 10^o minorem nimirum 17^o , quam a Blanchino fuerit definita .

208. Sed nec illud omittendum , Bradleyanam theoriā aberrationis luminis mirum in modum nostris hisceria confirmata. observationibus confirmari , ex quibus a Martio anni 1751 ad Decembrem anni 1752 eundem , intra unum , vel alterum minutum secundum , habuit accessum ad polum altera e binis stellis a nobis observatis , altera recessum a polo , qui quidem non ita exiguis extitit : ut adeo definito arcu caelesti , sive per priores , sive per posteriores observationes per eam theoriam correctas , assumpto medio , ne unius quidem secundi discrimen integrum inventum sit , altera etiam consentiente cum altera ; ubi sine ejusmodi reductione determinatio arcus ejusdem facta per alteram e binis stellis , a determinatione facta per alteram , per minuti trientem dissensisset . Sed ea theoria , ubique jam innumeris confirmata observationibus , hac nostra confirmatione nequaquam indigebat .

209. Demum & illud addam , esse aliquid , quod ad instrumentorum constructionem pertinet , & correctionem , quod in quarto exponam opusculo , hac occasione inventum , quod quidem Astronomis nec inutile sperore , nec injucundum .

210. Et hi quidem ex priore expeditionis nostræ scopo , cum aliis nonnullis , quæ prætermitto , fructus multiplices promanarunt . Ex secundo autem habetur mappa nova Pontificiæ ditionis multo emendatior , quam ulla unquam prodierit hactenus . De ea fusius opusculo tertio aget Mairius , ubi & urbium omnium potissimum longitudines , ac latitudines exhibebit in catalogum redactas , in quibus nusquam unius minuti error timeri poterit , qui est præcipuus nostrorum in eo genere laborum fructus . Mappam nos Geographicam Pontificiæ ditionis cor-

corrigendam assumpsimus, non topographicam singula-
rum Provinciarum delineandam, quæ viarum omnium,
ac fluviorum, & torrentium ambitus, & flexus exhi-
beat, montium omnium positus accuratos, vicorum om-
nium mediis montium vallibus abditorum certam sedem,
certam omnium oppidorum formam, certos fines ex-
hibeat. Ea ad communes agrimensores pertinent, &
diuturnum admodum laborem exposcunt. Si ii aliquanto
omnes ejusmodi omnium Provinciarum, vel omnium lo-
corum, quæ ad urbium singularum ditiones pertinent,
mappas delineaverint, quod incredibili labore, & in-
gentibus impensis Perusini, Bononienses, Camerinenses
præstiterunt; tum vero cum in nostra mappa tam multa
extent puncta accuratissime majoribus instrumentis defi-
nita, cætera facile inde suppleri poterunt & ea ipsa cor-
rigi; solent enim ejusmodi mapæ exiguo tractus accu-
rate exhibere, in amplioribus, errore ob methodos mi-
nus perfectas, & communium Agrimenorum inscitiam
crescente semper magis in majoribus distantiis in ingen-
tem cumulum, non ita parum aberrare a veritate. Sed
si ea utcumque Agrimensores præstiterint quidquid hic
deest in eo genere, inde derivari poterit, & topogra-
phicarum etiam mapparum haberi satis accurata collectio.

*Cura adhibita
ad eam perficien-
dam.*

211. Interea ut in hac etiam mappa, quæ una cum
hac nostrorum opusculorum collectione prodibit, quan-
tum fieri posset eo in genere accurate constituerentur,
pro iis omnibus, quæ a nobis observata non sunt, omnia
monumenta, quæ licuit, conquisita diligenter contulim-
us inter se, quorum ibidem rationem aliquam Mairius
exhibebit. Præterea toto hoc reliquo biennio, quod
ipse calculis dedit propemodum infinitis, ac delineatio-
ni accuratissimæ, plurimas quaquaversum dedimus litte-
ras, ut faciliores quasdam haberemus observationes, quæ
ex punctis a nobis definitis, circumjacentia quædam loca
definirent. Si nimirum in editiore loco imposita tabellæ
ad sensum horizontali charta, dirigatur ad vicos proximi-
mos quosque regula oculo judice, uti ubi sclopeto in-

avem

avem quis collineat, & ducta e puncto designato in eadem rectâ linea, quæ ad ipsum tendat, adscribatur ejus nomen, & addatur distantia vulgo æstimata, vel etiam ubi pagus est inconspicuus, sed proximus, dirigatur regula ad sensum in eam plagam, ad quam jacet, ex ejusmodi observationibus pluribus inter se collatis ita accurate ea loca collocabuntur in mappa totam ditionem Pontificiam continentem, ut nullus in eorum positu vel fere nullus ad sensum error timeri possit; plerumque enim multo erit minor uno miliari, cuius spatium in ejusmodi mappa ut ut ingenti per quam exiguum est.

212. Porro plurimas ejusmodi observationes recepi-
mus pluribus ex locis; at ex aliis, ut ex oppido illo,
quod Cascia dicitur mediis montibus obsepto, & adja-
centibus ejus pagis obtineri nullo modo potuit, licet
plures ego quidem litteras & ad oppidi Praefectum dede-
rim, & ad alios plures, hominibus rem factu facillima-
m, & expeditissimam habentibus pro ardua admo-
dum, atque difficiili. Plura eo in genere etiam in Bononiensi, & in Romandiæ montano tractu desideravimus
necquidquam, & in Urbini ditione montibus obsita,
cujus tamen ditionis topographicam etiam multo sane ac-
curatiorem mappam habebimus cura, & liberalitate Car-
dinalis Stoppanii Legati ditionis ejusdem, qui ad id
ipsum, dum hæc ego typis cælo, Mairium eo advocat,
loca singula diligentius, ac diutius perlustratum. Eo-
dem autem opere & de Callii positu constabit certius ur-
bis nimirum in mediis montibus abditæ, quæ tamen urbs
ipsa ita in generali mappa constituta est ex observationi-
bus quibusdam circa ipsam peracti, & ex distantia ab
oppido Cantiano, ut nullus, qui sensum percellat in
ejus positu error timeri possit.

213. Corriguntur autem in eadem generali mappa
errores mapparum communium quam plurimi, qui qui-
dem est hujus alterius scopi expeditiones nostræ fructus
sane ingens. Sunt inter eos nonnulli etiam Blanchini er-
rores, celeberrimi, & doctissimi viri, qui nimirum nec
ma-

*Quid aliae mi-
nus certum.*

*Correlio erro-
rum alias map-
parum.*

majora hæc habuit instrumenta nostra , nec in montibus signa , ut idcirco labi eum aliquando omnino oportuerit . Nihilo tamen minus prima Meridiani Romani correctione debetur ipsi , ex cuius potissimum observationibus ejus ductum , qui in veteribus mappis 60 passuum milibus , eoque amplius , ubi ad mare Adriaticum devenit , Orientalior erat , quam esse debeat , Eustachius Manfredius veræ proximam definivit in mappa , quam cum Posthumo ejus observationum collectione edidit . Ibidem tamen diligenter legenda , quæ Manfredius de ejus geographicis observationibus notat , ut ignoscendum nobis esse constet , si a tanto viro nonnunquam discedimus .

Mendum fortasse aliquand in locorum nominibus : unde id timeri possit .

214. Illud hic demum omittendum non est , fore alicubi in ipsa mappa mendum aliquod in locorum nominibus enunciandi , licet in eo etiam diligentiam omnem adhibuerimus . In ipso exordio expeditionis nostræ Cardinalis Valentii cura , auctoritate vero Pontificia ad Episcopos omnes Italico sermone perscriptum fuit , ut locorum ditionis suæ catalogum Romanam transmittenter . Transmiserunt alii sermone ipso italico , alii latino , sed eorum incuria , quibus negotium ab iis demandatum est , multa in ipsis menda passim deprehendimus , nominibus vulgari usu corruptis . Nos itidem in proximis urbibus de locorum nominibus sciscitantes , plura sœpe exceptimus nomina ab aliis alio modo corrupta . Labemur hinc aliquando fortasse , sed raro admodum , ut spero . Id ipsum autem facile ignoscet , qui ex nomine fortasse aliquando corrupto , locum tamen agnoscat , & veram ejus positionem inveniet ,

Omissa necessaria . 215. Quod ad veterem Geographiam pertinet , eam ria cura veteris ubique fere omisimus ; nam veterum locorum rudera ja- Geographie . To- tius opusculi finis .

cent plerumque obruta silvis , & ita prostrata solo , ut ex editis remotis turribus , ac montibus videri , & determinari non possint . Multo diuturniore ea res annorum multorum laborem , cum longa Veterum auctorum meditatione requireret , non brevem excursum . Atque hæc quidem de expeditionis nostræ ratione , & fructu dicta sunt satis .



OPUSCULUM SECUNDUM

MENSURA GRADUS MERIDIANI ROMAM INTER
ET ARIMINUM MEDII A GRADU XLII, CUM
DIMIDIO AD GRADUM XLIII.
GUM DIMIDIO.

INTRODUCTIO.



UM ante inventa superiore Varietate Tellu-
Sæculo Telescopia nihil ferme ris ambitu sen-
inter Instrumenta, quibus tam centia.

Veteres, quam Recentiores uti potuerunt, interfuerit, haud immerito mirum videri debet, tantam extitisse, usque ad Patrum nostrorum ætatem, in magnitudine gradus unius ambitus Terrestris definienda discrepan-
tiam. Quem enim gradum Aristotelis temporibus ad stadia undecies centena & undecim protendi Mathematici censuerant, hunc ad septingenta Eratosthenes, ad sexcenta sexaginta sex Posidonius, ac deinceps Ptolemæus ad

Q quin-

quingenta redigit, quem sæculorum aliquot intervallo fecuti Arabes gradum unum septem fere ac quinquaginta passuum millia complecti statuerunt, ut etiam ex hac proxime memorata Ptolemæi mensura haud parum detraxisse videantur. Sed cum inexplorata nobis sit vera stadiorum ac passuum ab eis assumptorum longitudo, quæ profecto aliis locis ac temporibus longe alia esse potuit, haud omnino incredibile est, non ita magnam intercedere inter hasce omnes sententias discordiam, qua quidem hac ratione sublata, ita demum statuendum nobis erit, eos non tam inter se hac super re diffensisse, quam ob prætermissum mensuræ illius, qua quisque eorum usus est, modum, nihil de ea satis certum polteris reliquisse.

Hujus varietatis causa.

2. Non tamen hoc ita intelligi velim, tanquam si omnes omnino Veterum supputationes inter se ad amissim congruere existimarem. Agnoscenda omnino est hac in re nonnulla sententiarum diversitas, tametsi haud ita magna, ut numeri paulo ante memorati prima fronte, præ se ferre videntur. Ea autem non solum ex Instrumentorum a singulis adhibitorum natura nasci potuit, verum etiam multo magis ex Methodorum, quas usurparunt, varietate. Etenim si superiore sæculo Ricciolum, de cuius diligentia dubitari non potest, idcirco tamen in statuenda gradus unius longitudine haud mediocriter hallucinatum esse videmus, quod Methodum a se adhibitam a Refractionum vitio liberam esse falso censuerit; quanto id verius antiquiorum observationibus opponi poterit, quibus nihil dum de hujusmodi Refractionibus suspicari contigerat. Potuerunt igitur antiquiores, potuit Eratosthenes, id quod etiam ex ejusdem scriptis judicare fas est, propterea quoque mensuram justo ampliorem gradui attribuere, quod in ejus longitudine indaganda, nullam prorsus Refractionis, quæ Methodi illius, qua utebatur, securitati obstabat, rationem sibi habendam esse duxerit. Supervacanea est enim illic omnis diligentia, ubi Methodi vitio, ob præter-

termissum , ut ita dicam , Elementum aliquod peccari contigerit .

3. Verum , ut ut hæc sese habeant , quæ de Antiquiorum numeris in utramque partem disputari possunt , il-
lud certe non obscurum est , Recentiorum tentamina ,
quæ Telescopiorum aut inventionem , aut certe ad Organa Geometrica applicationem proxime præcesserunt ,
quæque per mensuras Geodæticas probe notas , atque a Refractionibus minime vitiatas peracta sunt , haud ita multum inter se dissidere . Nam & Fernelius in Gallia & in Anglia Norwoodus mensuram vero proximam assecuti sunt , & qui inter horum ætatem medius fuit , Snellius in Hollandia , idem forte accuratius præstisset , nisi , ut nuper ostendit Cl. Muschenbroeckius , turrium longinquarum similitudine deceptus , ignoscendo utique errore lapsus fuisset . Quod igitur ante Picartii mensuram Globi terraquei magnitudo in incerto hæserit , ejus rei ratio partim ex mensurarum adhibitarum varietate , partim ex Refractionum ignoratione videtur repentina , cum dubitari nequeat , quin sublatis etiam e medio Telescopiis , & instituto per Angulos Horizontales tentamine , quorum primo Basis aliqua probe cognita opposita fuisset , gradus terrestris longitudo intra trecentos aut ad summum quadrungentos passus definiri potuerit .

4. Sed multo arctioribus terminis includenda erat hæc mensura , ut Figuram Globi Terraquei , de qua post aliquot Pendulorum experimenta dubitari cœperat , patesceret . Commodissimum igitur illud accidit , ut quo tempore lis hæc mota est , eo potissimum in promptu haberentur Instrumenta , quorum solorum ope ad ejus decisionem aspirare fas erat . Quanquam ne tum quidem omnia statim aderant , quæ ad subtilem adeo pervestigationem requirebantur . Obstabant nimis res duæ , quibus neglectis , erroribus sane haud contemnendis ansa præbebatur . Nam neque Refractionum doctrina adhuc satis perspecta erat , neque de annua Fixarum aberratio-

*Quæ ratione pro-
pœ sublate .*

*Difficultas de-
terminandi Tel-
luris Figuram .*

ne quidquam suboluerat. Sed Refractionum doctrinam, adhibitis ad Quadrantes Dioptris Telescopicis absolve-re haud ita arduum erat; Aberrationum Theoriam per-ficere e contrario difficultatum, cum eas Telescopia de-tegerent quidem, sed in aliis atque aliis stellis tam inter se diversas, tamque incredibiliter variatas, ut difficultatis istius solutio propemodum desperata videretur. Ea tamen non soluta, fieri omnino non poterat, ut Latitudinis duorum locorum differentia innotesceret, nisi eodem tempore in eandem stellam observatores duo di-versis in locis Instrumenta dirigerent. Itaque nihil mirum, si quandiu hac difficultate laborabatur, prima tentamina, etiam Telescopiorum ope subnixa, quemadmodum ad mensuram gradus definiendam quam proxime acceperunt, ita ad graduum singulorum incrementa, aut decrementa internoscenda, qua ex re Telluris Figura pendebat, parum admodum, aut potius nihil contulerunt.

*Hujus difficultatis
solution.*

5. Ut igitur nihil prorsus deesset, quod ad Figure Terrestris examen instituendum desideraretur, opus erat implexi hujus Problematis solutione, quid nimurum esset, quod annuas hafce fitus mutationes, & eas qui-dem inter se tam discrepantes in Fixis efficeret. Eam adinvenit solertiissimum Cl. Bradleii ingenium, qui postquam idoneo Instrumento sat magnam observationum copiam comparâisset, re mature considerata, ad extre-mum deprehendit, Phænomenon illud, quod Astronomos omnes tamdiu frustra torserat, successivæ lucis pro-pagationi deberi. Ex hac enim consequi varietatem illam omnem mutationum, quæ tantam Problemati isti cali-ginem offuderat. Itaque hoc velut Ariadnæ filo nos du-cente, quo quælibet stella quovis anni tempore, & quan-tum divagetur, adeo secure prænuntiamus, ut major cum Authoris Theoria consensio non dico desiderari, sed ne sperari quidem posse videatur. Norunt enim Astro-nomi nullam prorsus ex Observationibus circa Fixarum Aber-

Aberrationem institutis (institutæ autem sunt post præclarissimum hoc inventum quamplurimæ) inveniri, quæ conspiratione sua certissimam causæ assignatæ veritatem non confirmet. Cum igitur Lud. XV. Regis Christianissimi iusſu celeberrimi in Gallia Altronomi in gradu Meridiani remotissimis in locis dimetiendo diu multumque desudâſſent, cumque graduum singulorum ab Æquatore crescentium inæqualitatem accuratis mensuris tam sub Æquinoctiali circulo, quam sub Polari, nec non in Gallia ipsa peractis citra controversiam stabiliſſent, nec adhuc quisquam experimento probâſſet eadem foret ubique terrarum in eadem a Polo distantia, sub Meridianis tamen diversis, Telluris curvatura, voluit quoque SS. Dominus noster BENEDICTUS XIV. pro singulari ea, qua bonas artes omnes complectitur, benevolentia, ut quoniam omnia huic examini jam matura essent, primum illius investigationis specimen in sua ditione extaret. Id consilium ei peropportune suggererat Eminentissimus Cardinalis Silvius Valentius, eidem a secretis consiliis, de cuius erga omne literarum genus propensissimo studio supervacancum est apud Orbem literatum verba facere. Id quomodo perfectum sit, deinceps declarabitur.

ARTICULUS PRIMUS.

De Apparatu Instrumentorum.

DUobus præcipue Instrumentis in hoc negotio usi fuimus, Quadrante Astronomico & Sectore. Hujus longitudo erat pedum novem Parisiensium, cum lamina pedali transversa. Quadrantis Radius tres pedes Parisenses nonnihil superabat. Utrumque Instrumentum breviter hoc loco describendum est.

I. Quadrans noster non ab Artifice aliquo in hujuscemodi rebus exercitato, quales Romæ perraro inveniuntur, sed a Sacerdote quodam Veronensi, cui nomen

Augu-

de Quadrante.

Augustinus Ruffus, uti Instrumentis Astronomicis pa-
rum assueto, ita in Mechanicis admirabili dexteritate
prædicto elaboratus est. Itaque quod præcipue curandum
erat, ut tota Limbi superficies cum Centro in eodem
plano consisteret, id egregie præstítit, neque in Limbo
accurate dividendo diligentiam suam desiderari passus
est. Instituto enim multorum dierum examine, deprehen-
dimus arcum nonaginta graduum non nisi viginti duobus
secundis a vero deficere, cæterorum autem divisiones ra-
rissime minuti unius dimidium, minutum autem primum
nunquam attingere, id quod in primo Quadrantis con-
struendi tentamine Auctoris industriam apprimè com-
mendat. Facta porro in dena quæque minuta divisione,
relicuum operis per circulos concentricos non illos qui-
dem æqualibus ab invicem intervallis distitos, sed cen-
trum versus proportionaliter decrescentes, & lineas
transversas, de more absolutum est. Ea autem fuit circu-
lorum undecim inter se distantia, ut in Angulis æstiman-
dis vix unquam secundis quinis alterius nostrum judicium
ab alterius sensu discreparet.

De ejus fulcro. 2. De Fulcro Quadrantis ejusque in omnem partem
volubilitate, uti & de regula mobili Tubo optico instru-
cta supervacaneum est hoc loco differere, cum hæc eadem
fere in omnibus Quadrantibus reperiantur. De Tubo ve-
ro optico lateri Quadrantis affixo id unum habeo dicere
suisse eum gemina lente objectiva instructum, ut translata
ad alteram Tubi extremitatem lente oculari objecta inter-
se prorsus opposita, manente eodem Quadrantis situ dete-
geret. Sic enim fiebat, ut congruente filo mobili Microme-
tri cum fixo ad alterum Tubi extremum, (ut autem con-
gruerent per Quadrantis conversionem facile obtineba-
tur) Correctio Quadrantis, eodem modo, ac si Diopris sim-
plicibus constaret, perageretur. Quoties enim filis con-
gruentibus idem objectum tum ex parte Limbi, tum etiam
ex parte Centri, converso scilicet Quadrante, aspiciebatur,
punctum medium inter illa duo, quæ in utroque situ per-

pendiculum in Limbo radebat , divisionis verum initium , ac proinde errorem Quadrantis demonstrabat . Erat autem Linibus non in gradus duntaxat 90 divisus , sed in eos etiam , quos hinc illinc ultra eum numerum admittebat ,

3. Venio nunc ad Sectorem , qui ut superius di-^{De sectore.}
ctum est , novem Pedes Parisienses longus fuit . Consta-
bat autem Radio ferreo , & laminâ transversâ ei perpen-
diculariter coaptatâ . Huic superinducta erat lamella ænea
bene lævigata , cujus planum per radii centrum accurate
transfibat . Eidem per medium secundum longitudinem ex-
cavatæ inserta erat altera lamella ænea ope cochlea mo-
bilis , cujus longitudo , (quæ unius pedis esse debuerat ,
sed ut experimento deprehensum est , paullo plus quam bis
millesima sui parte ab ea mensura deficiebat) in partes
duas & septuaginta inter se æquales dividebatur . Ita de-
mum fiebat , ut quoties filum perpendicularare limbum ra-
debat , toties motu cochlea una ex divisionibus illis filo ad
amissim admoveiri , ac conversiones ejusdem , nec non
partes conversionum numerari possent . Unaquæque enim
conversio , prout in Micrometris fieri solet , circello at-
que indice adjecto in partes centum , & octoginta distri-
buebatur . Hæ autem partes , quæ , ut patet , non ad pe-
ripheriam Circuli , sed ad ejus tangentem pertinebant ,
ejusmodi erant , ut quo loco tangens cum circumferentia
coincidebat , eo centum atque insuper una & septuaginta
cum dimidio unum minutum primum conficerent . Ita
earum fere tres ad singula minuta secunda requirebantur .
Tubus Opticus Sectori a tergo additus , ejusdem erat cum
Sectore longitudinis , & Axis illius cum plano Sectoris
quam proxime congruebat .

4. Suspensio Sectoris nostri firmissima suit , ita ut post
horas complures eum in eodem situ prorsus immotum ^{De ejus suspens.}
non semel offenderimus , id quod eadem puncta filo
perpendiculari etiamnum obiecta demonstrabant . Hanc
ei firmitatem conciliabat hinc cochlea fulcro immobili
inserta & in plano Meridiani collocata , cui Sector in-
cum-

cumbebat , quoque circumacto stella vertici vicina ad filum Tubi Horizonti parallelum paulatim adducebatur , illinc geminæ aliæ ei plano perpendiculares , quibus vel promotis , vel retractis , Sector in situ verticali statuebatur , quod tum demum agnoscebatur , cum filum perpendicularē limbū radebat . Ne autem ad easdem partes ad quas per has duas cochleas trudebatur , Sector moveri posset , totidem ponderibus cavebatur , quæ eum cochleas versus revocarent , efficerentque , ut iis quodammodo immobiliter incumberet . Facile porro præstabant eadem cochlea , ut Sectoris planum cum piano Meridiani congrueret . Etenim si tantillum ab eodem declinare deprehenderetur , in promptu erat alteram eārum , prout usus postularet , vel promovendo , vel retrahendo debitum continuo situm adipisci . Duxeramus ad hunc finem in pavimento lineam Meridianæ parallelam , quæ communem Plani Sectoris in Meridiano constituti , ac pavimenti sectionem repræsentaret , ac deinde oculo in eodem plano posito , facile quantulamcumque ab eodem declinationem agnoscebamus .

A R T I C U L U S II.

De Errorum Correctione .

Quomodo Se-
ctoris errores
corrigi potue-
rint .

Notissimum est fieri non posse ut in Instrumentis manu elaboratis error nullus admittatur , tametsi ii perexiguī esse soleant , ubi ad summam curam Artificis diurnus usus acceſſerit . Id autem eo magis in Instrumentis nostris cavendum erat , quod ut superius dictum est , qui eis fabricandis operam navabat , nondum se in hoc genere exercuisseſſet . Corrigendi itaque erant errorē tam Sectoris , quam Quadrantis , qui ex prava utriusque divisione enascebantur . Ac primo quidem , quod ad Sectorem attinet , fatis suiffet ad rem præsentem partes aliquotas totius longitudinis ejusdem stellarum obſer-

observandarum distantiarum a vertice magis accommodatas a puncto Limbi medio utramque in partem transstulisse, ac punctis tenuissimis notasse, neglectis interea aliis divisionibus, quæ ad stellas observandas nihil attinebant, quod Bouguerius & Condaminius ante præsiterant. Exempli gratia, quoniam hic Romæ stella a Cygni duobus circiter gradibus cum dimidio a vertice in appulsu suo ad Meridianum transitura erat, transferenda erat utrinque pars Radii seu totius longitudinis Sectoris vigesima tercia, quæ Tangentem graduum duorum, minutorum novem & viginti, & secundorum fere trium, & viginti æquaret: ita enim quod superfuturum erat intervalli facilime per partes conversionis cochlearum deprehendi potuisset. Sed eodem prorsus rediit methodus a nobis usurpatæ. Examen enim hac ratione institutum est.

6. Sumptâ parte aliquota Radii, quæ ad rem præsentem maxime idonea futura prævidebatur, ductæ sunt in lamella Crystallina duæ rectæ parallelæ tantundem fere inter se diffitæ, quanta esset partis istius longitudo, ac deinde lamella ista Limbo Sectoris cera firmiter agglutinata est. Cavebamus interea diligenter, ne lineæ istæ, quæ adeo subtilem erant, ut nisi lente adhibita dignosci vix possent, lineæ tangentium oblique insisterent, id quod earumdem a se invicem distantiam aliquantulum auxisset. Rebus hoc modo paratis, conversiones ac partes conversionum cochlearum numerabamus, quibus linearum intervallum tam a distantia observata, quam a parte aliquota sumpta discrepabat. Ita enim distantia observata innotesceret, neque periculum erat, ne hac ratione examinantibus error aliquis obreperet, cum & laminam crystallinam, qua parte signabatur, laminæ æneæ semper cohærentem esse curaremus, & in æstimanda linearum dictarum cum limbi divisionibus congruentia duarum partium errorem, quarum fere tres secundum unum æquabant, nullo negotio evitaremus.

7. Neque tamen necesse erat scrupulosius agere in partem ali-

te aliquota ad amissim determinanda . Satis enim erat ad illam quam proxime accessisse , habita interea ratione excessus seu defectus , quo pars illa tot vicibus sumpta Sectoris longitudinem superabat , aut ab ea superabatur . Hoc enim discrimen istiusmodi esse non poterat , ut in partes viginti aut plures distributum sensibilem errorem efficere posset . Ponamus enim , sumptis tribus & viginti partibus æqualibus , supereffesse etiamnum ad totam Sectoris longitudinem æquandam partem ejus quingentesimam , & in ea dimetienda errorem , qui uni secundo æquivaleat , admissum esse . Evidens est in hoc casu , errore per singulas partes aliquotas æqualiter distributo , in metienda illa parte aliqua non nisi partis vigesimæ tertiae unius minuti secundi errorem timeri posse .

Quo eventu.

8. Exploratis hoc modo erroribus Tangentis , deprehensum est , eam fuisse partium duarum & septuaginta , in quas divisa erat tota ejus longitudo , inæqualitatem , quæ errorem quatuor aut quinque , vel etiam sex interdum minutorum secundorum , semel etiam undenorum parere potuisset , ita tamen , ut multo propius a vero abessent divisiones partis dexteræ quam lœvæ ; atque ut hæ quidem omnes justo minores essent , sumpto nimirum toto intervallo ab initio divisionis , si unum aut alterum intervallum excipias , cum tamen tota ambarum collectio interdum excessu , interdum defectu peccaret . Examinata quoque est separatim per conversiones cochlear pars unaquæque , & Tabula errorum exinde confecta , quæ vix sensibiliter ab altera discrepabat : major tamen fides priori examini habenda erat , propterea quod plures errores in unam summam collecti sensibiles evadere potuissent , licet nullus eorum seorsum spectatus sui indicium præberet . Nam si in divisionibus singulis ducentesima conversionis unius parte erratum esset , & errores omnes , quod tamen ægre accidere potuisset , ad eandem plagam pertinuissent , in partibus sex & triginta , hoc est in dimidio totius longitudinis , error undecim minutorum secundorum admissus fuif-

fuisse. Rem vero multo aliter sese habuisse utriusque Tabulae conspiratio demonstrabat.

9. Neque absimili modo absolutum est examen Quadrantis. Etenim Instrumento cuidam circa centrum mobilis, qua parte Limbum attingebat, cochlea ita aptata erat, ut ejus ope divisionum discordia, admota lamella Crystallina, non secus ac in linea Tangentium factum fuerat, accurate exploraretur. Ac primo quidem divisiones Limbi, quæ inter gradus 0 ac 30, 30. ac 60, 60. ac 90. continebantur, ad trutinam revocatae sunt, deinde vero per denos quinos & singulos quosque gradus itum est. Hoc instrumentum primo quidem ex ligno constitutum fuerat, sed eventus expectationi minime respondit. Experimentum enim continuo iteratum aliquam in erroribus varietatem exhibebat. At simulac ex ferro aliud ejusdem formæ elaboratum est, varietas illa omnis penitus evanuit; ita ut de errorum hac ratione detectorum quantitate dubitandi amplius locus non esset. Super vacaneum autem esse arbitror monere tam in his, quam in superioribus illis operationibus necessariam prorsus fuisse Lentem convexam exigua, qua minutissimæ quæque differentiæ distincte deprehenderentur. Eadem Lens inter observandum Limbo Sectoris applicabatur eo successu, ut tertiam minutis secundi partem sensibilem efficeret.

10. Quod ad Quadrantis ipsis five graduum nonaginta mensuram attinet, ea dupli modo explorata est. Etenim & Horizontis totius ambitus in loco omni ex parte patenti gradibus 360 fere duobus minutis primis major justo est visus, & summa trium Angulorum in uno quoque Triangulo debite reducto, assumpto inter omnes medio, minutis secundis quinquaginta justo amplior deprehensa est. Ex quo illud consequens est, Angulum rectum angulo in Quadrante nostro notato minutis fecundis viginti quinque majorem extitis. Unde duplex enasci potest Quadrantis correctio, vel scilicet hunc er-

Examen Quadrantis.

Eventus examinationis.

rorem per totam ejusdem peripheriam æqualiter distri-
buendo, ac deinceps correctionem observatam adhibendo,
vel quod nos fecimus, dictæ correctionis tabulam singulis
gradibus, tanquam si perfectus foret Quadrans, appli-
cando, ac deinde Arcum sic repertum in data ratione mi-
nuendo, quod commode fit demendo ex duodeviginti
quibusque gradibus, quoties in Angulo aliquo observa-
to reperiuntur, quina secunda ac deinde quod perfacile
est partem proportionalem pro eo quod supererit. Ita
si Arcus observatus fuerit graduum quadraginta, pro sex
& triginta gradibus provenient minuta secunda decem,
ac pro quatuor reliquis unum. Minuendus est igitur An-
gulus observatus minutis secundis undecim.

A R T I C U L U S III.

De Electione Stationum.

Quæ Stationes II. delictæ. **T** Otus ferme Tractus, qui Mare superum atque inferum interjacet, aut Apenninis montibus, aut certe quibusdam ejus Appendicibus occupatur, qui quidem Montes tametsi planitiem interdum haud exiguum interjectam habeant, hæc tamen haud unquam istiusmodi esse potest, ut continuationi Triangulorum ab una Meridiani nostri extremitate ad alteram inserviat, cum juga fere continua, ubicumque in locis depressioribus Statio figatur, ulteriorem prospectum intercipiant. Itaque si Romam & Ariminum exceperimus, cæteræ omnes Stationes in montium verticibus collocandæ erant, ut Triangulorum series, quæ ab una Urbe ad alteram pertineret, constitueretur. Quamobrem, re probe examinata, visum est Montes sequentes huic negotio deligere, Januarium, Sorianum, Fionchum, Penninum, Telsium, Catriam, Carpegnam ac Lurum.

Singularem de- scriptio & rugu- riorum erecio- 12. Horum ptimus supra Palombaram Sabinorum opidum, duorum circiter milliarium intervallo se attollit:

lit: secundus oppido Soriano imminet, unde etiam nomen mutuatus est. Priscis autem temporibus totum illud jugum, cuius mons iste partem editissinam occupat, Montis Cimini nomine insigniebatur. Tertius quinis milibus passuum Spoletio abest cis Narem fluvium, qui ejus radicem alluit. Quartus¹ Nuceriam ad Occidentem Solem pari ferme intervallo sitam despicit. Tefius jugum est in agro Perusino, tantundem fere ab Urbe Perusia ad septentriones semotum. Catriam appellant verticem altiorem Montis bicipitis supra Cantianum, cuius alteri vertici fere huic æquali Occasum æstivum versus Monti acuto nomen est. Carpegna a Castello cognomine appellationem mutuatur, cuius etiam in ditione Montis pars magna posita est. Habet etiam infra se ad Occidentem solem urbem exiguum, ut in locis montuosis, Pennam nomine, ubi nunc sedes Episcopalis est Dioecesis illius, quam hodie Montem Feltrum appellant. Supereft Mons Lurus, qui septem duntaxat passuum millibus Pisauro abest, supra maris superficiem haud totis ducentis passibus assurgens, atque adeo reliquis omnibus longe depresso. Hujus apici imposita est Turris antiqua, ut propterea hoc in loco signo alio nullo opus haberemus. In aliis extruendum fuit necessario tuguriolum, quod hac ratione perfectum est. In delectis quatuor angulis palmis viginti aut plus eo ab invicem sejunctis palos grandiores seu trabeculas totidem alte in terram defigi curavimus, situ minime illo quidem erecto sed modice inclinato, ut nimirum trabecularum extremitates ad punctum meditullio tugurii extruendi perpendiculariter iuminens convergerent. His alii pali minores clavis transversim adnectebantur, quibus deinde intexti rami arborum ac farmenta totum opus conveftiebant, ut & procul spectantibus opacum videretur, & coni truncati speciem exhiberet. Excipiendus tamen est Mons Sorianus, qui cum, ut aliis in locis, sic etiam in summo jugo sylvosus sit, in eo jugo quod delegeramus, arboribus necefario

fario spoliandus erat , unâ tantum relictâ , quæ a longin-
quo conspici ac notari posset .

Stationum op-
portunitas.

13. Hic Montium delectus non solum omnium com-
modissimus , sed etiam prope necessarius est visus . Quos-
cumque enim alios elegissimus , ii angulos ad triangulo-
rum scriem texendam minus commodos habuissent . Po-
tuissest quidem Sorianum inter ac Testim interjici statio
altera; primò tamen contemplantibus nobis situm regionis
non alia se objecit , quam unus aliquis ex montibus Tibe-
ri ad Tenaglam aut Montecchium imminentibus , qui ta-
men neque angulos satis commodos habuisset , neque a
Soriano monte sat longe absuisset . Rectius ad hunc finem
delectus fuissest , si modo aliquem deligi necese erat ,
mons Peliae in ditione ¹Oropitana , cujus opportunitas ,
si minus ad triangulorum nexus , at certe ad alias fines
Geographicos , maxima fuissest , tametsi quo minus id initio
observaretur , plurima obstant . Reliqui montes omnes ,
qui quidem nobis in mentem venire potuissest , aut ni-
mium declinabant a Meridianō , aut propter alios inter-
jectos fini nostro inutiles evaluerent . In duobus præcipue
laboratum est , Fioncho scilicet & Luro , quorum is ægre
a monte Soriano , hic autem a Catria ac Carpegna con-
spici potuit . Nam Luri quidem fastigium a locis longe
editioribus spectatum in planitiem ulteriore decumbe-
bat ; Fionchi vero summus apex , utut altior monte So-
riano , a Cuscerno monte haud paullo editiori obumbra-
batur . Ita fiebat , ut signum utrique impositum non in
cœlum , qui commodissimus est ejus videndi modus , sed
in terram , quæ nisi lucente sole , ejus conspectum fere
admit , desineret . Neque aliter se res habuit cum tholo
D. Petri e Soriano monte despectato , cujus saepe nullum
prorsus vestigium oculis se offerebat , cum alia objecta
dissimilem situm habentia clarissime conspicerentur .

Nexus etram
cum utraque ba-
li.

14. Atque hi quidem montes cum tholo D. Petri in
Urbe Romana , ac statione altera litorali prope Arimi-
num , unde mensura Basis inchoata est , octo triangula
præ-

præcipua constituunt, unde gradus unius Meridiani longitudo depromenda est. Supersunt Bases geminæ totius nimirum operis fundamentum, quarum illa quidem Ariminensis cum Trianguli adjacentis latere uno immediate conferri potest; altera vero Romana, cum a quinto circiter a tholo D. Petri Lapide initium ducat, Triangulo alio auxiliari opus habet, ut dicti tholi a vertice Montis Januarii distantia innotescat. Itaque totum opus undecim Triangulis absolvitur, quorum octo, uti dictum est, Meridiani mensuram præcipue respiciunt, tria autem reliqua ad primi vel extremini lateris longitudinem, ex qua reliqua pendent, determinandam necessaria sunt. Sed jam mensuræ ipsius ratio nobis describenda est.

A R T I C U L U S I V.

De Basis utriusque Mensura.

15. **B**asis ea, quam haud procul Urbe Romana dime- Basis Silas.
tiendam suscepimus, ante annos aliquot haud paullo commodior fuisset, utpote quam in ipsa via Appia antiqua in directum per longissimum intervallum porrecta selegeramus. Sed quoniam non ita pridem via publica, ut idem esset magna ex parte iter five per portam Cœlimontanam five per Capenam Roma Albanum petentibus, ad levam deflexerat, hinc factum est, ut per loca segetibus consita mensura nostra, non sine magna difficultate continuanda esset, multo impeditior futura, si eadem adultis jam ferme culmis, iterassemus, atque ad eas quas jam tum experiebamur, difficultates, alias novas adjunxissimus. Satius igitur habuimus, postquam octona passuum millia hac ratione dimensi essemus, alteram Basim diligere, quoties collibuisset, ad examen revocandam, quam ad hanc, quod fieri vix posse prospiciebamus, iterum dimetiendam nos accingere. Illud autem commodissimum accidit, quod inquirentibus nobis ac loca

loca maxime opportuna circumspectantibus alius locus aptior non occurrit, quam in altero Meridiani nostri extre^mo ad ipsum litus Maris Adriatici, ubi tametsi litus tantudem in directum non procurreret, quantum ad institutum nostrum satis esset, modico tamen flexu octo fere passuum millia perinde metiri liceret, ac si unam & eandem rectam efformassent. Et hoc quidem intervalum mense Decembri, cœlo plerumque caliginoso, per dies tredecim bis mensi sumus, eo successu, ut inter utramque mensuram non nisi duorum pollicum discriminem inventiretur, quæ quidem concordia, ei qui hoc tempore aeris temperie nostramq; in metiendo diligentiam minus consideraverit, casui fortuito adscribenda fortasse videretur. Summa enim fuit per 13 hosce dies, id quod ex Thermometro Reaumuriano satis constitit, in aeris temperie constantia; ad hæc perticarum nostrarum longitudinem, sæpius quotidie inter operandum ad examen revocabamus, quam si forte earundem pondus, inducta curvatura, variasset; decurtationis ejus, quæ perexigua erat, rationem habebamus. Itaque si tertio eundem laborem repetere placuissest, haud dubium, quin contemnendo plane discrimine tertia mensura a prioribus dissidisset,

*Qui modus in iis
dimicendis ser-
vatur.*

16. Mensuræ porro instituendæ ratio hæc fuit. Paratis tribus perticis longitudinis palmorum septem & viginti num. 1, 2, 3 adscriptis, quæ deinde libellæ ope horizontaliter ita statuebantur, ut ab initio basis ad illius extremitatem recta dirigerentur, id quod dispositis per totam longitudinem certo quodam intervallo sudibus, facile obtinebatur. Pertica autem altera alteram minime tangebat, sed exiguo inde distabat intervallo, quod circino excipiebamus, non quidem ab unius extre^mo ad initium alterius, sed a ductis in ænea lamella utriusque extre^mo parallelis, detracta deinceps utriusque parallela ab extre^mo distan^{tia}. Ita duplex commodum nanciscebamus, amoto tam collisionis perticarum, quam pravæ numerationis periculo. Nam cum trium perticarum longitudinem pro una men-

mensura acciperemus , & mensuras singulas singulis in catalogo lineis complectemur , in iisque primæ perticæ ab ultima numeri superioris , secundæ a prima , & tertiae a secunda intercapedinem notaremus , fieri omnino non poterat , ut in partium numerum error ullus , nobis incisiis , irreperet .

17. Contingebat interdum , ut ob soli inæqualitatem <sup>In sole inæquali
quid aërum.</sup> perticas attollere aut deprimere necesse haberemus . Id quoties factu necessarium erat , filum pondere instructum e pertica superiore demittebamus , cuius a parallela illa quam diximus , distantiam metiebamur , & in tabulam referebamus . Ubi porro hoc necessarium non erat , perticæ ad situm Horizontalem redigebantur , attollendo seu deprimendo , ope cochlearum , tabulas , quibus incumbebant . Hac ratione operationem totam absolvere licuit eadem propemodum facilitate , ac si tota Basis nostræ longitudo ad amissim complanata fuisset , propterea quod casus iste attollendi vel demittendi perticas in Basi præsertim Ariminensi haud ita frequenter contingeret .

18. Jam vero hæc Basis ob flexum litoris , de quo superius mentio facta est , in duas rectas ad se invicem inclinatas atque Angulum $170^{\circ} 52' 15''$ complectentes necessario dividenda fuit , ut in fig. 1. tab. 1. videre licet , in qua A initium Baseos prope ostium Aprusæ fluminis , quod Ariminum ab Oriente alluit , repræsentat , B finem primæ partis , C finem partis secundæ ac Basis totius . Ducta porro recta AC , observatus est Angulus CAB $4^{\circ} 10' 45''$ & $ACB 4^{\circ} 57' 0''$ Demissa perpendiculari BD , minuantur AB , BC , in ratione sinus complementi Angulorum A & C ad Radium respective , invenienturque segmenta AD , DC , quæ simul sumpta Basim totam AC efficiunt . Porro cum inter A & B , transfundum esset flumen Amaranum , ejus latitudinem , quæ ut a recta AB secebatur , palmos $431 \frac{2}{7}$ complectebatur , trigonometricè eruimus , efformato triangulo fere æquilatero , atque uno ejus crure per mensuram determinato , ita ut nullum

Basis Ariminensis
confusa ex
duabus .

Fig. 1. Tab. 1.

lum prorsus erroris sensibilis periculum subeffet.

Basisum longitudo.

19. Cum igitur propter summam utriusque mensuræ consensionem, ejusque ad rectam AC haud dubiam reductionem, secundam hanc Basim primæ haud immerito præponendam esse statueremus, ideo Basim Ariminensem totius mensuræ fundamentum esse voluimus, illa altera nonnisi ad hanc confirmandam, vel ubi opus esset, corrigendam usuri. Fuit autem Basis hujus pars prima AB , palmorum 28645. 8. posterior BC , 24194. 8. unde AD 28569. 6. & DC 24104. 7. summa AC palmarum 52674. 3., quâ ductâ in, 15 habebitur numerus passuum, quibus tota Basis constat, 7901. 14. Altera Basis aliquanto longior fuit, utpote Passuum 8034, 37, vel potius, habita ratione acclivitatis dimidii gradus, 8034. 67.

Reductio pars sumum ad Hexapedem.

20. His rebus ita constitutis, supererat, ut Basis nostræ longitudinem in Hexapedis Parisiensibus exhibere, atque adeo labore hunc nostrum cum anteactis conferre possemus. Evidem palmos nostros ex Capitolino exemplari depromptos propter linearum, quibus illud constat, crassitatem pro mensura numeris omnibus absoluta venditare non possumus: subsidio tamen nobis venit Hexapedæ mensura accurata Parisis a D. Langletio elaborata, atque a Cl. D. Mairano examinata ac comprobata, ut ejusdem cum mensuris ad Äquatorem, in Gallia, atque ad circulum Arcticum adhibitis consensio dubia esse non possit. Re autem diligenter examinata, deprehendimus rationem novem palmarum Romanorum, quibus in mensura nostra usi sumus, ad Hexapedam Parisiensem esse eam quam habet numerus 29710 ad 28800, sive adeo Logarithmum hujus rationis esse, 0135102., ac proinde Logarithmum rationis Hexapedæ Parisiensis ad passum Romanum, sive ad Palmos istiusmodi $6\frac{2}{7}$ esse, 1168236., qui propterea subductus a Logarithmo cuiusvis numeri passuum exhibebit numerum Hexapedarum eidem longitudini respondentium.

A R T I C U L U S V.

Series triangulorum.

21. **S**eriem triangulorum nostrorum exhibet Fig. 2., Corredio Triangulorum. Tab. 1. Fig. 1. in qua Basis Ariminensis *La* cum recta *LI* ab

Aprusæ ostio ad Montem Lurum ducta coincidere videtur, tametsi revera aliquantulum Mare versus inde recedat. Cætera omnia ex intuitu Figuræ manifesta evadunt. Contigit quidem plerumque ut anguli a nobis observati exigua aliqua correctione indigerent, propterea quod extra tugurium ad eos capiendos egredi necesse esset. Sed hæc correctio, quæ abunde in aliis mensuris hac gratiâ factis explicata est, peculiarem difficultatem non continet. Itaque illius quantitatem, quæ plerumque paucis secundis constabat, in sequenti tabella consulto omisimus. Angulosque eos duntaxat ibidem notavimus, qui adhibita illa correctione prodeunt, quos deinde calculi ineundi gratia corremus, ut nimirum simul sumpti gradus 180° conficerent.

a Aufa Flume.

Triang.	Anguli observati reducti ad cent.			Anguli iidem correcti .			Hinc latus	
	°	'	"	°	'	"		
Aprusa	L	78	48	22	78	48	18	LH 23862.3
	a	82	3	10	82	3	6	
	H	19	8	36	19	8	36	
		180	0	8	180	0	0	
Ariusa	L	77	19	44	77	19	56	IH 25367.7
	I	66	35	52	66	36	2	
	H	36	3	56	36	4	2	
		179	59	32	180	0	0	
Lurus	I	64	58	37	64	58	31	HG 32465.2
	H	69	57	6	69	56	59	
	G	45	4	34	45	4	30	
		180	0	17	180	0	0	
Carpegna	H	37	12	15	37	12	11	GF 27429.8
	G	97	6	12	97	6	1	
	F	45	41	53	45	41	48	
		180	0	20	180	0	0	
Catria	G	64	51	52	64	51	54	FE 30104.3
	F	59	33	25	59	33	30	
	E	55	34	34	55	34	36	
		179	54	54	180	0	0	

Triang.	Ang. observati reducti ad cen.	Anguli iidem correcti			Hinc latus
		°	'	"	
Tefius	F 45 46 33	45	46	33	
Penninus	E 92 38 54	92	38	56	FD 45316.4
Fionchus	D 41 34 31	41	34	31	
	179 59 58	180	0	0	
Tefius	F 30 36 2	38	35	57	
Fionchus	D 91 56 32	91	56	21	DC 37200.7
Sorianus	C 49 27 48	49	27	42	
	180 0 22	180	0	0	
Fionchus	D 60 5 30	60	5	30	
Sorianus	C 70 10 21	70	10	19	CB 42258.3
Januarius	B 44 44 12	44	44	11	
	180 0 3	180	0	0	
Sorianus	C 32 13 6	32	13	10	
Januarius	B 68 48 20	68	48	30	BA 22954.3
Th.D.Petri	A 78 58 18	78	58	20	
	179 59 44	180	0	0	
Januarius	B 32 38 10	32	38	7	
Th.D.Petri	A 79 1 10	79	1	3	Bc 24244.8
Ext.ul.Baf.	C 68 20 56	68	20	50	
	180 0 16	180	0	0	
Januarius	B 19 17 27	19	17	27	
Extre. cit.	b 94 24 33	94	24	30	bc 80334
Extre. ult.	c 66 18 6	66	18	3	
	180 0 6	180	0	0	

Collatio Basium.

22 Cum igitur per hanc seriem Triangulorum a basi Ariminensi passuum 7901., 14. inchoatam incidamus in
bc uno circiter passu vero minorem, cumque haec Basis to-
tius Meridiani nostri Longitudinis pars vigesima sit, se-
quitur, assumpta pro fundamento hac Basi, inveniendam
fuisse totam Meridiani longitudinem viginti ad minimum
passibus productiorem; unde etiam assuupto inter utram-
que computationem medio, licebit eam, quam mox re-
periemus, decem passibus augere, cujus fere dimi-
dium, i. e. passus quinque circiter cedet in incrementum
gradus unius, ex utriusque Baseos collatione deter-
minandi.

Cur nihil am-
plus modo in-
ribus opus non est, quam quæ in Diagrammate posuimus.
Sufficit enim notum habere unum latus cuiusque trianguli,
ut ad sequens triangulum gradum facere possimus, ac
quodlibet ejus latus investigare. Itaque hoc commodissime
facimus triangula uti jacent, resolvendo, neque Altitudines montium in planum reducendo. Peracta autem
hac operatione, jam reductio illa locum habebit, tum
ut cuiusque distantiae mensura perinde eruatur, ac si
nulla esset in telluris superficie inæqualitas, tum uti sin-
gulorum laterum vera a Meridiano declinatio indagetur.
Anguli autem observati ad Horizontales hoc pacto re-
ducuntur.

Modus reducen-
di angulos ob-
servatos ad Ho-
zontales.

24 Concipiantur duo circuli maximi per verticem
observatoris, & per duo objecta observata transire,
qui etiam producti, ubi opus est, Horizontem secent.
Patet in hoc casu arcum Horizontis inter utramque in-
tersectionem comprehensum esse ipsum angulum redu-
ctum, qui queritur, eumque æqualem esse Angulo inter
geminis illos circulos intercepto. Si igitur nota sit ap-
parens utriusque objecti a vertice distantia, haec distantiæ
duo latera evident trianguli sphærici, cuius tertium latus
erit angulus inter objecta illa observatus; unde angulum
observatum ad Horizontalem reducere nihil erit aliud
quam

quam angulum verticalem trianguli istius ex tribus datis lateribus invenire. Atque haec quidem maxime obvia videtur ac naturae consentanea Problematis propositi solutio, quæ cum ante annos terme triginta cogitanti mihi se prima obtulerit, non parum deinde miratus sum, eam alicubi tanquam recens inventum commemorari, quam antiquioribus omnibus notam fuisse minime dubitabam. Facile tamen accidere potuit ut propter casus insolentiam, nullus eorum de ista solutione mentionem fecerit.

25. Si alterum ex objectis in ipso horizonte situm fuerit, res tota per unius tantum Trianguli Sphaericæ Rectanguli solutionem expediretur, cuius nimirum Hypotenusa foret Angulus observatus, alterum vero crus distantia alterius objecti ab Horizonte, unde per unicam Analogiam innotesceret continuo crus alterum, sive Arcus Horizontalis quæsitus, id quod aliam extra hunc casum propositi Problematis solutionem suggerit; quæ tametsi prima fronte operosior videatur, in multis tamen, imo fere in omnibus casibus propter compendia veluti sponte sua se offerentia locum mereri potest.

26. Hæc solutio sita est in inventione puncti Horizonis *C*, in quo circulus maximus per duo illa objecta ductus illum interfecat. Id punctum, si objecta *A* & *B* ad diversas partes Horizontis jaceant, ut in Figura 3. in arcu Objecta illa conjungente necessario reperiendum est, si vero ad easdem partes respectu Horizontis sita sint, ut in Figura 4. videre est, in arcu illius productione ad partes Objecti Horizonti propinquioris. Sint *AD*, *BD* in utroque casu perpendiculara ab Objectis *A*, & *B* in Arcus Horizontales *DCE*, *DEC* demissa; eruntque segmenta arcuum in utroque casu *AC*, *BC*, quorum summa in Figura 3, differentia vero in Fig. 4, Arcui observato æqualis est. Itaque adhibendo notam \propto pro differentia duorum terminorum, quicunque demum major fuerit, Dico fore in primo casu.

Tang. $\frac{AD \vdash BE}{2}$: Tang. $\frac{AD \vdash BE}{2} ::$ Tang. $\frac{AB}{2}$ Tang. $\frac{AC \vdash BC}{2}$

In casu autem secundo

Tang. $\frac{AD \vdash BE}{2}$: Tang. $\frac{AD \vdash BE}{2} ::$ Tang. $\frac{AB}{2}$: Tang. $\frac{AC \vdash BC}{2}$

Cognitis autem semisumma & semidifferentia arcuum AC , BC , etiam ipsa hæc segmenta innotescunt.

Eius demonstratio. 27. Demonstratio hujus Analogiæ facile deducitur ex noto Axiomate, quod nimirum Tangentes semisummae & semidifferentiae quorumvis duorum Arcuum proportionales sint summae & differentiæ Sinuum eorundem. Hinc enim nascitur hujusmodi argumentatio.

$$\text{Sin;} AD : \text{Sin. } BE :: \text{Sin. } AC : \text{Sin. } BC.$$

Ergo componendo & dividendo

$$\text{Sin. } AD \vdash \text{Sin. } BE : \text{Sin. } AD \vdash \text{Sin. } BE :: \text{Sin. } AC \vdash \text{Sin. } BC : \text{Sin. } AC \vdash \text{Sin. } BC.$$

Etenimque substituendo rationes hisce æquales.

$$\text{Tang. } \frac{AD \vdash BE}{2} : \text{Tang. } \frac{AD \vdash BE}{2} :: \text{Tang. } \frac{AC \vdash BC}{2} : \text{Tang. } \frac{AC \vdash BC}{2}.$$

Quæ est ipsa Analogia superius proposita. Q. E. D.
Inventis autem segmentis circuli obliqui, segmenta Horizontis iis respondentia per has Analogias eruuntur.

Sin. comp. AD : Rad. :: Sin. comp. AC : Sin. co; DC .
Et Sin. comp. BE : Rad. :: Sin. comp. BC : Sin. com. EC .
In quibus quidem Analogiis, quoniam Sinus complementi Logarithmicus AD , & BE haud multum a Radio superari solent, patebit fere ex inspectione sola quantum Sinui complementi AC & BC adjiciendum sit, ut habeantur Sinus complementi DC & EC , ut propterea hæc Methodus altera illa, quam claritate operandi superat, haud multo prolixior videatur.

Reductio angulorum. 28 Venio nunc ad reductionem angulorum observatorum ad Horizontales, cuius rei necessitas superius exposta est. Et hic quidem dissimulandum non est distantiam

tiam objectorum ab Horizonte , unde reductio illa pendet , non semper immediate observari potuisse . Etenim non raro temporis angustiae , frequenter etiam ventus validior huic observationi impedimento fuerunt . Deerat etiam aliud instrumentum , quo altitudines supra Horizontem nec non depressiones exiguae multo celerius . quam magni quadrantis ope observantur . Sed quoniam in iis definiendis , error unius minutus reductionem illam perparum , nonnunquam etiam nihil prorsus , quod sensu percipi possit , variare solet , ideo satis habuimus ex observationibus habitis , montium singulorum (hæ observationes ad calcem hujus operis adjicientur) Altitudes supra Maris superficiem vero proximas nancisci , quarum ope observationum defectum supplere possemus . Et hoc quidem pacto tabulam sequentem Angulorum ad planum Horizontale reductorum , nec non laterum iis oppositorum concinnare licuit .

Triangula	Ang: red: ad Hor.				Latera opposita		
	L	78	47	22	aH	23614.	0
Aprusæ Ostium	a	82	2	40	LH	23841.	3
Altera Extrem:	H	19	9	38	La	7901.	14
Carpegnæ M.							
Aprusæ Ostium	L	77	20	48	IH	25352.	2
Mons Lurus	I	66	34	20	LH	23841.	3
Carpegnæ M.	H	36	4	52	LI	15302.	4
Mons Lurus	I	64	59	51	HG	32454.	7
Carpegnæ M.	N	69	56	1	IG	33636.	7
Catriæ M.	G	45	4	8	IH	25352.	2

Triangula	Ang: red: ad Hor.				Latera opposita
	o	i	n		
Carpegna M.	H	37	11	41	GF 27417. 4
Catria M.	G	97	6	47	HF 45004. 5
Tefius M.	F	45	41	32	HG 33454. 7
Catria M.	G	64	51	47	FE 30090. 9
Tefius M.	F	59	33	47	GE 28658. 0
Penninus M.	E	55	34	26	GF 27417. 4
Tefius M.	F	45	46	22	ED 32495. 2
Penninus M.	E	92	39	19	FD 45299. 0
Fionchus M.	D	41	34	19	FE 30090. 9
Tefius M.	F	38	35	49	DC 37186. 1
Fionchus M.	D	91	56	38	FG 59574. 2
Sorianus M.	C	49	27	33	FD 45299. 0
Fionchus M.	D	60	5	37	CB 42243. 2
Sorianus M.	C	70	10	19	DB 45843. 9
Januarius M.	B	49	44	4	DC 37186. 1
Sorianus M.	C	32	12	14	BA 22935. 6
Januarius M.	B	68	48	35	CA 40124. 3
Tholus D.Petri	A	78	59	11	CB 42243. 2

Exigui erroris
correccio.

29 In hac tabula notatu dignum est distantiam Montis Januarii a tholo D. Petri ad planum superficie maris redactam quatuor fere passibus justo minorem prodire. Cum enim haec reductio quindecim passus auferre debeat ab intervallo, quod inter duas hanc stationes intercedit, certe cum illud intervallum in priore tabula passuum

suum 22954 invenerimus , consequens est ut nunc ad passus circiter 22939 assurgere debuerit . Sed tamen hic error non tam vitio reductionis , quam inæqualitati refractionis tribuendus videtur , quæ certe objecta visa haud raro plus justo attollit , ut quamvis refractionis quantitas pro communibus casibus satis perspecta sit , nequeat tamen ex distantia loci observati semper accurate absque observatione immediata reperiri . Crescunt igitur hac ratione distantiae non reductæ , ut mirari non debeamus in progressu triangulorum perfectam inter utrasque confessionem non intercedere . Demus tamen , nequid hic neglexisse videamur , aliquam diversitatis partem reductionis vitio deberi , & aliquid , uti mox faciemus , huic etiam causæ in æstimanda gradus magnitudine tribuamus ,

ARTICULUS VI.

*Determinatio directionis Meridiani D. Petri
per supradicta triangula transeuntis .*

30. **A**D inveniendam Meridiani positionem sex observationes instituimus , tres Arimini , & Romæ totidem . Observationes Ariminenses tametsi tempore anteriores , & magna cura peractas in posteriore locum rejicimus . Ea enim erant situs incommoda , quem (nisi translato alium in locum Horologio , & observatis de novo Altitudinibus Solis æqualibus , id quod absque gravioribus incommodis vix fieri posse videbatur) mutare non licuit , ut merito primas Romanis observationibus deferre debuerimus . Itaque harum mentione modo facta , deinceps ad illas gradum faciemus .

31. Anno igitur 1753 , 18 Calendas Octobris , sive ut nunc commodius loquimur , die 14 Septembbris ad extremum Boreale Solarii Superioris Collegii Romani , observato utriusque Limbi Solaris transitu per filum verticale

ticale deprehendimus distantiam centri ejusdem ab Arbo-
re Montis Soriani qualem hic subjicimus.

Dift. Cent. Θ à Sor. Eadem red. ad Hor.

5^h	$56' 4''$	—	66°	$18' 44''$	—	66°	$18' 54''$
6	0 20	—	65	36 15	—	65	36 45
6	4 20	—	64	55 18	—	64	55 54

32. Quamobrem, cum posita Solis Declinatione ho-
ra 6, grad. 3, min. 11, sec. 36, prodeant ejusdem Decli-
nationes a Meridiano.

5^h	$56' 4''$	—	91°	$43' 23''$	
6	0 20	—	92	26 1	
6	4 20	—	93	6 48	

Fiet Declinatio Arboris

Per Observationem primam — $158^\circ 2' 17''$

Per Secundam — $158^\circ 2' 46''$

Per Tertiam — $158^\circ 2' 42''$

Per comparationem omnium — $158^\circ 2' 35''$.

Angulus Posi-
tionis quid sic. 33. Hanc declinationem detractum ex gradibus 180,
si fuerit ad Ortum, si autem, ut in casu praesenti, ad
Occasum vergat, additam totidem gradibus nos deinceps brevitatis, & claritatis gratia Angulum Positionis
nominabimus, ita ut per Angulum Positionis nihil aliud
intelligamus, quam distantiam Horizontalem verticalis
cujuslibet a puncto veri Septentrionis a lava ad dexteram
numeratam. Sic v. g. Angulus Positionis Solis in ve-
ro Oriente constituti est graduum $90^\circ 0'$, in Meridia-
no $180^\circ 0'$, in Occidente 270° , & denique in Occidente
cum Declinatione graduum viginti ad Boream $290^\circ 0'$.

Anguli Posi-
tionis Stationis
diversarum. 34. Locus harum Observationum distat a Tholo D.Petri
passibus 1535, ita ut Tholus Borealior sit Passibus 224,
Occidentalior vero passibus 1518. Erit igitur Parallaxis
M. Soriani, habita ratione hujus distantiae, $1^\circ 53' 28''$, &
convergentia Meridianorum $1' 7''$. Harum differentia,
 $1^\circ 52' 21''$ addita Angulo Positionis Montis Soriani ad
Solarium $338^\circ 2' 35''$, numero penultimo invento dat
Angulum positionis ejusdem a Tholo spectatum 339°

54' 56'', unde cæteri Anguli Positionis facilis negotio eruuntur, ut sequitur.

A Tholo D. Petri Mons Jan. $58^{\circ} 54' 7''$

Mons Tefius 8 4 50

A Monte Soriano Mons Fionchus 57 32 23
 Mons Januar. 127 42 42

A Monte Fioncho Mons Penninus 11 3 20
 Mons Januar. 177 26 46
 Mons Tefius 329 29 1

A Monte Tesio Mons Catria 44 8 52
 Mons Penninus 103 42 39
 Mons Carpegna 358 27 30

A Monte Catria Mons Lurus 6 19 47
 Mons Penninus 159 17 5
 Mons Carpegna 321 15 39

A Monte Carpegna Aprusæ Ostium 35 14 46
 Mons Lurus 71 19 38
Ab Ostio Aprusæ denique Mons Lurus 137 53 58

35. Hi, inquam, forent Anguli Positionis, nulla habita ratione convergentiae Meridianorum. Sed quoniam ut mox videbimus, hinc consequens esset Aprusæ Ostium $7\frac{1}{2}$ passuum millibus Tholo D. Petri Orientaliorem esse, debentur insuper pro hac Latitudine 5' 34'' ob convergentiam Meridianorum, ita ut Angulus positionis Montis Luri inde spectati evadat $137^{\circ} 59' 32''$. Nunc videndum nobis est qualis ex Observationibus Ariminensibus prodierit.

36. Anno igitur 1752, 10 Cal. Aug. i. e. die 23 Iulii mane, ex Aëdibus Comitis Garampi in Urbe Ariminensi captæ sunt sequentes Centri Solaris a Monte Luro distantiae.

In quibus ra-
tio non habetur
convergentia Mc-
ridianorum.

Observationes
Ariminenses.

Temp.

150	O P U S C U L U M	
Temp. ver.	Distantiæ Obsfer.	Red. ad Horiz.
4° 34' 43"	74° 19' 0"	74° 19' 3"
4 39 24	73 29 12	74 29 40
4 46 43	72 14 6	72 14 39

Jam vero posita Declinatione Solis hor. 4. m. 39,
20° 4' 0", prodeunt Anguli positionis Centri ejusdem

In prima Observatione — 61° 2' 52'

In secunda — 61 51 46

In Tertia — 63 7 32

Quamobrem Angulus Positionis Montis Luri

Ex Observatione prima — 135 21 55

Ex secunda — 135 21 26

Ex tertia — 135 22 11

Ex collatione omnium — 135 21 51

Cumque Aedes illæ distent a Statione ad Ostium Apru-
sæ passibus 846, 8, & quidem 835, 3 ad Occidentem,
ad Meridiem autem 139, 1, & præterea Parallaxis Mon-
tis Luri ab ipso Monte observata sit 2° 35' 34", ac denique
convergentia Meridianorum 39°, hinc colligimus ad-
dendo summam Parallaxis, & convergentiæ, Angulum po-
sitionis Montis Luri ab Ostio Aprusæ debere esse 137°
58' 4", qui prius ex Observatione Romana deductus fu-
erat 137° 59' 32", sesquiminuto fere major. Sed ut op-
nor, differentia ista minor evasisset, si utrumque posi-
tionis Angulum immediate observare licuisset.

37. Supponatur jam descriptus Meridianus Tholi
D. Petri & huic perpendicularis per Aprusæ ostium
transiens. Distabit ab hac perpendiculari Tholus D. Pe-
tri, juxta situm Meridiani ex Observatione Romana de-
ductum passibus 161127. 9, ex Observatione vero Arimi-
nensi 161130. 9, assumpto autem medio 161129. 4. Sed
quoniam haec perpendicularis fecit Meridianum in pun-
cto aliquanto Borealiore Parallello stationis ad Aprusam,
demendi sunt ex hac summa passus 5. 7, quo facto, super-
erit intervallum Parallelorum D. Petri, & stationis ad
Aprusam passuum 161123. 7. Rursus ex determinatione
Ro-

Romana eruitur minima distantia stationis supradictæ a Meridiano D. Petri passuum 7139. 8, quibus ea Tholo Orientalior est, ex determinatione autem Ariminensi 7070. 1. Media inter utramque passuum 7105.

38. Etenim cum Mons Sorianus, ut supra vidimus, distet a Tholo passibus 40124. 3, erit ex Angulo positionis $339^{\circ} 54' 56''$ & hoc intervallo, Tholo Septentrionalior passibus 37686. 5, Occidentalior vero 13779. 7. Eodem modo invenitur Mons Tefius Soriano monte Septentrionalior passibus 58983. 3, Orientalior vero 8304. 0 Ergo idem Tholo Septentrionalior passibus 96669. 2 Occidentalior autem 5405. 7. Pariter deprehenditur Mons Carpega Tefio Borealior passibus 44988. 0, Occidentalior vero 1213, ac propterea Borealior Tholo passibus 141657. 2, eoque Occidentalior 6618. 7. Denique Statio ad Ostium Aprusæ Carpega Borealior reperietur passibus 19470. 7, atque Orientalior 13758. 5. Ergo Borealior Tholo passibus 161127. 9 & Orientalior 7139. 8, qui numeri reperti fuissent 161130. 9 & 7070. 1, si fretri observatione Ariminensi Meridianum i' 29° Ariminum versus inflexissimus, neque ullam interea convergentiæ Meridianorum in prædictis Montibus rationem duxissemus, ut numero superiore observatum est.

39. Subjicio nunc singulorum Montium qui ad supradicta Triangula pertinent distantias, tam a Parallello D. Petri, quam ab ejusdem Meridianô ex priori determinatione erutas. Vid. Fig. 2. Tab. I.

Determinatio
Situs Montium.

Tab. I. Fig. 2.

O P U S C U L U M

	Dift. a Paral.	Dift. a Merid.
Januarii —— Ad	11846. 3	dB 19939. 4 Or.
Soriani —— Ae	37686. 5	eC 13779. 7 Oc.
Fionchi —— Af	57644. 8	fD 17596. 5 Or.
Pennini —— Ag	89536. 9	gE 23827. 8 Or.
Tesii —— Ah	96669. 2	hF 5405. 7 Oc.
Catriæ —— Ai	116342. 3	iG 13690. 8 Or.
Carpegnæ. Al	141657. 2	lH 6618. 7 Oc.
Luri —— Am	149774. 1	mI 17399. 1 Or.
Aprusæ Ostii An	161127. 9	nL 7139. 8 Or.

A R T I C U L U S VII.

Determinatio Altitudinis Poli utriusque Urbis ex Observationibus Roma & Arimini peractis.

Delectus scilicet 49. **A**d differentiam Latitudinis utriusque Urbis determinandam tres Stellas delegeramus, nimirum Stellam β in humero Aurige, Stellam α in Cauda Cygni, ac denique Stellam μ in pede posteriore Ursæ majoris, quarum prima dum Arimini observationibus operam dabamus, ob nimium Solis vicini splendorem usui esse non potuit. Tametsi enim adhibito Telescopio cernetur, adeo debili tamen lumine fulgebat, ut dum filo admoveretur, nunquam non evanesceret, neque perspicere posset, quo in situ ab eo occultaretur. Sed quanquam ob hanc causam differentiæ Latitudinis investigandæ minus idonea esset, attamen determinandæ Urbis Romanæ Latitudini accommodatissima fuit. Nam cum a Coluro solstitiorum exiguo abesset intervallo, adeo lenta erat Declinationis ejus mutatio, ut hæc ex Observationibus Cassinianis circa annum 1740 habitis tuto etiam post duodecim annorum spatium deduci posset. Huc accedebat, quod hæc una ex tribus dictis eo tempore satis accurate observata fuerit. Nam μ Ursæ in Observationibus illis non reperitur, α vero Cygni, tametsi ibidem repe-

reperiatur, non tamen sine aliqua varietate exigua illa quidem, sed tamen non contemnenda observata fuit. & si ex illa observatione situm illius ad hæc tempora exigeremus, periculum fore, ne inæqualitas Præcessionis Æquinoctii, novis erroribus errorem jam admissum cumularet.

41. Ut igitur ex Observationibus β Aurigæ Altitudinem Poli Urbis Romanæ eruamus, assumenda erit ejusdem Declinatio ineunte anno 1740 observata & cætera inde ad hunc modum deponenda.

Declinatio observata Jan. 1. 1740, $44^{\circ} 52' 58''$

Hinc Declinatio Mart. 4. 1752 ————— $44^{\circ} 53' 18''$

Aberratio Borealis ————— 7

Declinatio Apparens ————— $44^{\circ} 53' 25''$

Distantia a Vertice cor. ex variis obser. 2 59 30

Altitudo Poli in Collegio Romano 41 53 55

Quæ quidem Altitudo uno secundo minuenda est, propterea quod ob Inclinationem Axis, quæ a Clariss. Cafsino considerari eo tempore non potuit, Stella isthac propius absuerit a Polo ineunte anno 1740, quam ineunte Martio 1752. Hinc Altitudo Poli ad Tholum D. Petri 41° 54' 7", ad Thermas vero $41^{\circ} 54' 10'', 17''$ minor scilicet quam a Cl. Blanchino reperta fuerat, quod mirum videri non debet, cum præter incertam umbræ terminationem aliæ validissimæ rationes, si id necesse esset, allegari possint, quamobrem vera Latitudo ex Gnomone Clementino non nisi intra tertiam aut quartam minuti primi partem ad veritatem accedere debuerit.

42. Proximum est, ut Observationum a nobis factarum, ad Latitudinum utriusque Urbis differentiam nanciscendam, in quo præcipuum rei momentum positum est, seriem exponamus. Ex autem sic se habuerunt.

Altitudo Poli
Rome.

Differentia Altitudinis Poli Aili-
mini.

154 O P U S C U L U M

Ex a Cygni.

Distantiae a Vertice α Cygni Romæ observatae.

	Correctæ				Red. ad 4 Mar.			
Mar. 4.	2°	34'	31'.	5	2°	30'	17."	5
1752. 5.	2	34	31.	5	2	30	17.	5
6.	2	34	32.	2	2	30	18.	2
7	2	34	30.	9	2	30	17.	5
14	2	26	3.	0	2	30	17.	0
15	2	26	2.	3	2	30	16.	7
					3	2	30	18.

In primis quatuor Observationibus Limbus Sectoris Occidenti, in sequentibus Orienti obvertebatur, quæ etiam conversio deinceps intelligetur, quoties Observationum discordia ad aliquot minuta pervenerit. Itaque hic diem seriem interrumpere placuit, ut simul colligerentur Observationes in eodem Sectoris situ peractæ. Correctio autem 4' 14" adhibita est, quam Observationum conspiratio nullo fere inter eas discrimine postulabat. In reductione autem ad diem 4 Martii, id quod etiam in Observationibus Ariminensibus observandum venit, solius differentiæ Aberrationis ratio ducta est, eo quod correctio utriusque stellæ nutationi Axis debita eo tempore, ut cum Astronomis loquar, prope stationaria fuerit.

Ex a Ursæ.

43. Distantiae a Vertice μ Ursæ, Romæ captæ.

	Cor.	Red. ad 4 Mar.
Mar. 4.	0° 54' 13". 3	0° 49' 59". 3
1752. 16	0 54 16. 5	0 50 2. 5
7	0 45 46. 1	0 50 0. 1
9	0 45 46. 1	0 50 0. 1
18	0 45 48. 5	0 50 2. 5
		0 50 0. 4

Hinc patet Distantiam a Vertice α Cygni die 4 Martii, assumpto medio, fuisse 2° 30' 17'. 9, i. e. adjecta refractione, 2° 30' 20." 7. Similiter assumpto medio, Distantia μ Ursæ reperietur 49' 59". 9 & refractione addita, 50' 0". 8. Jam videndum supereft quales ea Arimini prodierint.

Distantiae Ariminenses & Cygni a Vertice.

	Cor.	Red. ad 4. Mar.
Maji 6	0° 26' 52". 5	0° 20' 31". 5 0° 20' 33". 7
1752. 7	0 26 53. 2	0 20 32. 2 0 20 34. 3
13	0 26 53. 3	0 20 32. 2 0 20 33. 5
14	0 26 52. 9	0 20 31. 9 0 20 33. 1
Apr. 30	0 14 11. 9	0 20 32. 9 0 20 35. 7
Maji 5	0 14 11. 9	0 20 32. 9 0 20 35. 2
	12 0 14 11. 2	0 20 32. 2 0 20 33. 6

Distantiae Ariminenses & Ursæ a Vertice.

Apr. 29	1° 13' 16". 5	1° 19' 37". 5 1° 19' 45". 6
1752. 30	1 13 15. 5	1 19 36. 5 1 19 44. 7
Maji 2	1 13 16. 5	1 19 37. 5 1 19 45. 9
6	1 13 16. 9	1 19 37. 9 1 19 46. 8
Apr. 25	1 25 57. 8	1 19 36. 8 1 19 44. 4
Maji 1	1 25 56. 3	1 19 35. 3 1 19 43. 7
Maji 3	1 25 57. 8	1 19 36. 8 1 19 45. 3

Itaque hic quidem error Instrumenti fuit 6' 21", plus quam duobus minutis major quam Romæ deprehensus fuerat. Mutatus enim aliquantulum fuerat Objectivæ situs. Et quoniam stella & distabat a Vertice ad Boream, stella autem μ ad Austrum, videamus contrarios fuisse stellarum istarum motus, tum ex præcessione Aequinoctii, tum etiam ex Aberratione ortos, id quod ad veritatem ex utraque indagandam commodissimum fuit. Hæc enim combinatio errores, si qui subessent, duplo majores reddere debuisset.

44. Distantia itaque Ariminensis stellæ & a Vertice ex omnium Observationum collatione, qualis ibidem dic 4 Martii deprehendi debuisset, evadit 20' 34". 2, correcta autem per refractionem 20' 34". 6. Hæc sublata a distantia correcta Romana 2° 30' 20". 7, dat differentiam Latitudinum 2° 9' 46". 1, inter loca Observationum, Romæ & Arimini factarum. Utrobique enim stella distabat a vertice ad Boream. Contra vero cum μ Ursæ Romæ quidem vertice Borealior fuerit, Arimini vero

Hinc factitudo
Arimini.

Australior, summa Distantiarum correctatum $50^{\circ} 0''$. 8, & $1^{\circ} 19' 46''$. 6, (nam ex omnium collatione deprehendebatur $1^{\circ} 19' 45''$. 2 & $1''$, 4 addendum est huic summae ob refractionem) sive $2^{\circ} 9' 47''$. 4, erit differentia Latitudinum ex hac stella inventa, quæ tamen multis nominibus altera minus certa habenda est, propterea quod hæc quidem non nisi admoto lumine plerumque in transitu observanda fuerit, illa autem eo adjumento nunquam indiguerit, & quod hujus Observationes non ita accurate inter se concordes reperiantur. Cæterum discrimen utriusque determinationis vix unum minutum secundum excedit, multo minus evasurum, si Observationem diei 6 Maii rejicere libuisset. Itaque per α Cygni & Altitudinem Poli Collegii Romani, $41^{\circ} 53' 54''$ superius inventam prodit Altitudo Poli in meditullio Plateæ S. Antonii Arimini $44^{\circ} 3' 40''$.

*Aliæ observa-
tiones.*

45. Quoniam autem prævideramus sub finem ejusdem anni 1752 maximum fore discrimen inter loca harum Stellarum cum præsentibus collata, eo quod tam ratione aberrationis quam præcessionis Äquinoctii α Cygni Polo admovenda esset, quod contrâ futurum erat in μ Ursæ, libuit earundem stellarum a vertice distantias eo quoque tempore explorare, quo certius de Theoriæ Bradleyanae veritate judicium ferri posset. Itaque mense Decembri ejusdem anni, sequentes observationes Romæ peragimus. Alias enim paucas mense Novembri factas, & cum his apprime consentientes brevitatis studio prætermittimus.

S E C U N D U M.

157

		Pro ° , " , Cor. °	α Cygni ° , " , "	Red: ad 4 Mar: ° , "
Dec.	I	2 37 41.7	2 30 55.7	2 30 20.0
	7	2 37 41.4	2 30 55.4	2 30 20.9
	10	2 37 40.7	2 30 54.7	2 30 20.8
	12	2 37 40.0	2 30 54.0	2 30 20.5
	18	2 37 37.8	2 30 51.8	2 30 19.7
	24	2 37 37.5	2 30 51.5	2 30 20.9
	8	2 24 9 .5	2 30 55.5	2 30 21.2
	11	2 24 8 .1	2 30 54.1	2 30 20.4
	19	2 24 6 .4	2 30 52.4	2 30 20.5
	22	2 24 5 .4	2 30 51.4	2 30 20.3
	26	2 24 4 .8	2 30 50.8	2 30 20.7

Pro μ Ursæ Majoris Red: ad 4. Mar.
Cor:

Dec:	I	0 56 23.5	0 49 37.5	0 49 58.7
	5	0 56 23.2	0 49 37.2	0 49 58.9
	9	0 56 22.2	0 49 36.1	0 49 58.3
	13	0 56 22.2	0 49 36.2	0 49 58.6
	4	0 42 50.7	0 49 36.7	0 49 58.3
	8	0 42 50.7	0 49 36.7	0 49 59.1
	10	0 42 49.7	0 49 35.7	0 49 57.9

46. Quod hæ Distantiaæ ad diem 4 Martii reductæ cum superioribus illis perfecte non congruant, inæqualitatæ præcessionis Äquinoctii & aliis quibusdam minutis tribuendum est; quod autem ita prope ad eas accedant; ut hæc qualiscunque variatio totius distantiae, qua hæc stella ad Boream illa ad Austrum excurrit, pars exigua sit, id vero Bradleianæ Hypothesis veritatem egregie confirmat. Multo autem tutius ad statuendam latitudinum differentiam Observationes ante memoratas adhibebimus, cum & temporibus conjunctiores sint, & in situ stellarum haud adeo longe ab invicem discedant. Erat porro hoc tempore maxima aberratio Caudæ Cygni quoad Decli-

Que Hypothesi
Bradleiana mira
fussergantur.

Declinationem $18''$ $0''$ ad Boream quidem, quo tempore Sol occupabat Libræ gradus 28 min: 46 , & in puncto ei opposito ad Austrum, ejusque Motus annuus, quo ad Polum Boreum accedebat, posita Praecessione annuâ eaque æquabili, Sec. $50''$, $12''$ $19''$. Similiter maxima aberratio μ Ursæ $11''$ $58''$, prope in ipso Solsticio nimurum una hora priusquam Sol eo appelleret, ita, ut aberratio maxima ad Boream in tempus Solstitii æstivi incideret. Recedebat autem quotannis eadem Stella in hypothesi eadem $17'$ $34''$, a Polo Boreo.

A R T I C U L U S V I I I .

*Longitudo Gradus Meridiani ex Superioribus Mensuris
& Observationibus deducta.*

Intervallum Observatorium. 47. Intervallum Parallelorum Tholi D. Petri & extremitatis Occidentalis Baseos Ariminensis ad Aprusam, inventum est N: 37 , passuum 161123 . 7 . Conclave porro Collegii Romani, unde explorabantur Stellarum distantie a vertice, sicutum erat in ipso Meridiano extremitatis Borealis solarii, atque inde distabat ad Austrum Passibus 45 . Ergo ex dictis num. 34 . distabat Observatorium a Parallelo Tholi ad Austrum passibus 269 . Sed (n. 36 .) Observatorium Ariminense distabat pariter ad Austrum ab ostio Aprusæ passibus 139 . 1 . Addatur horum numerorum differentia 129 . 9 ad 161123 , 7 fietque intervallum parallelorum utriusque Observatorii passuum, 161253 . 6 .

Arcus correspondens. 48. Jam vero quoniam hoc intervallum juxta Observations a Cygni respondet Gradibus 2 . min: 9 sec: 46 , atque insuper uni decimæ, juxta Observations autem μ Ursæ, secundis 47 cum 4 decimis, hinc mensura gradus unius, priori determinationi inhærendo, elicetur passuum 74557 . 6 , secundam autem præoptando, 74545 . 2 , sive adeo (num. 20) Hexapedarum Parisiensium 56972 . 9 , & 56963 . 4 .

& 56963. 4. Priori determinationi magis fidendum else ante demonstravimus. Ponamus tamen, ut aliquid saltem posteriori determinationi tribuatur, Hexapedas in Gradu contineri 56970, quantum ex mensura Basili Ariminensis colligi potest. Supereft ut correctionis adhibendæ modum statuamus.

49. Quoniam ducto a Basi Ariminensi initio per singula Triangula progrediendo incidimus in Basim Romanam passuum 8033. 4 loco passuum 8034. 67, qualis (num. 19) per mensuram reperta est, patet per eadem vestigia ab hac Basi ad illam regrediendo inventum iri Longitudinem Meridiani, ac propterea etiam gradus unus, in eadem hac ratione majorem ea quam numero superiore stabilivimus. Sed ut 8033. 40 ad 8034. 67 ita 56970 ad 56979. Ergo assumpto medio, longitudo gradus ex utraque Basi collecta 56974, 5. Poterit etiam, ut opinor, haud absurdâ conjectura, ob rationem num: 30 insinuatam, tantundem quoque huic mensuræ adjici, quantum modo secundæ determinationi demptum est, atque ita demum concludi inter Gradum 42 $\frac{1}{2}$ & 43 $\frac{1}{2}$ intercipi in Meridiano Romano Hexapedas 56979.

50. Hæc mensura sat longo intervallo abest ab ei, Cassiniana multo quam Cl: Cassinus junior in partibus Galliæ ab eodem Parallelolo medio tantum gradu dissitis invenit. Sed neque is determinationem istam certam esse contendit, neque verisimile omnino est gradus mensuram in agro Narbonensi posse tam parum a mensura Parisiensi dissidere. Maxime profecto commendat Observatorum diligentiam, quod potuerint eo, quo usi sunt. Quadrante, ad veram Parallelorum distantiam nanciscendam tam prope accedere: verum enim vero ut mihi quidem videtur, trium quatuorve secundorum discriminem effugere, si hujusmodi Instrumento ad capiendas stellarum altitudines utendum sit, rei natura vix sinit. Neque enim necesse est commemorare, quantum ei præstare debeat Sector, qui licet sesquialterius tantum longitudinis, quod tamen etiam per se multum

Mensura Gradius
hinc eruta.

tum est , pluribus tamen aliis nominibus Quadranti cui-vis anteponendus videtur .

*Quo quidem du-
bia videtur.*

51. Et ut eo , unde modo discessimus , revertamur , nemini dubium est , ut opinor , quin gradus Meridiani in Gallia , utpote inter Polum & Äquatorem media , maximas pro ratione distantiae mutationes subeat . Nam licet Observationes haec tenus peractae nulli determinatae Hypothesi satisfaciant , tamen quamdiu oppositum non demonstratur , hæc Hypothesis aut vera aut vero proxima jure existimanda est , & quidem , quoad hoc punctum de quo agitur , ex inductione satis probata , cum in omnibus fere variationibus , in mediis inter duo extrema idem contingat . Itaque ægre mihi persuadeo gradum Meridiani Galliæ Narbonensis non magis a gradibus contiguis ad Boream deficere , nec proprius ad nostram mensuram accedere , quam ex opere Cassiniano colligi videatur .

*Nisi a Montium
Pyrenæorum a-
stione angatur.*

52. Nisi forte haud immerito suspicari possumus Montes Pyrenæos ad Meridiem fitos perpendicularum ad se non nihil attrahere , ac propterea verticem locorum ad Boream sibi adjacentium Polo aliquantulum admovere , unde consequens sit , mensuram gradus Borealioris hisce montibus proximi justo ampliorem evadere . In gradibus vero a nobis examinatis contrarium plane deberet evenire . Etenim si dorsum Apennini simili modo perpendicularum Romæ tum Arimini inflectere posset , sequeretur profecto , & illius Urbis Latitudinem imminui & hujus augeri debere , ac propterea , eodem intervallo per Arcus majoris spatia distributo , gradus unius mensuram contractiorem effici . Sed quamvis hæc conjectura de Arimino haud adeo improbabilis videri possit , cuius fere pomœrium Montes attingunt , licet non statim ad eam Altitudinem assurgant , quæ effectum sensibilem producere posse videatur , Romæ tamen ab Apennino distantia longior videtur , quam ut ejusmodi suspicioni de ea saltem urbe locus relinquatur . Ut cunque tamen se res habeat , satis nobis

nobis erit hasce conjecturas duntaxat innuisse , cum non aliis præsentis instituti scopus sit , quam exposita Observationum serie , gradus mensuram ex eadem provenientem stabilire .

53. Refractionis tabula usi sumus ea, quæ in Cassiniano illo opere reperitur . Nam licet refractionem illam octava sui parte mulctassemus , Gradus mensura vix supra duas Hexapedas excrevisset . Parum igitur interest , quo refractionum genere utamur , dummodo Stellas haud multum a vertice remotas eligamus : qua:quam enim refraictio in eadem Altitudine cum Aeris densitate variari soleat , tamen in ejusmodi stellis variatio illa in sensum cadere non potest .

De Refractione

A R T I C U L U S IX.

*De altitudine Montium in supradictis Triangulis
occurrentium .*

54. **M**ontium omnium , quotquot in ditione Pontificia continentur , editissimus est quem Montem Sibyllæ nominant . Hic enim , ut certis experimentis exploratum habeo , mille quingentis passibus , & fortasse aliquanto amplius , supra Maris superficiem attollitur . Neque tamen ejus Altitudinem accurate definiendi ulla satis commoda occasio data est , propterea quod bene longo intervallo extra Triangulorum nostrorum limites collocetur , neque nobis interea cognitus fuerit , dum in iis dimetiendis occuparemur . Huc accedit , quod cum in Angulis Horizontalibus capiendis totum fere temporis spatium , quo in Montibus hærere licuit , conterere necesse habuerimus ; ne corum quidem qui ad Triangula nostra pertinent , altitudinem ex locis omnibus unde oportuisset , explorare potuerimus , ut minime mirum sit alias Altitudines ad isthac Triangula minime pertinentes a nobis prætermissas suisse .

Mons Sibylle
omnium in ditione
Pontificia al-
tissimus .

Altitude Carpe- 55. Apex ille Montis Carpegnæ, cui tugurium nostrum
gaz. impositum erat, ab initio Basis ad Aprusam spectatus, distabat a vertice gradus 87. cum minutis 53; hoc vici-
fim ex illo fastigio despectatum gradus 92. 24' 10'. Ho-
rum arcuum summa contineat præter semicirculum, mi-
nuta prima 17. & dena secunda. Porro constat ex statio-
num distantia, excessum illum absque Refractione futu-
rum fuisse min. 19. sec. 11. Debentur igitur Refractioni
duo ad minimum minutæ, ita ut non immerito statuere
possimus utriusque objecto minutum unum Altitudinis per
refractionem additum fuisse. Posita igitur eorum vera a
vertice distantia $87^{\circ} 54' 0''$, & $92^{\circ} 25' 11''$, sequitur Mon-
tis illius Altitudinem supra Maris superficiem esse pas-
uum circiter 940.

Modus compu- 56. Quoniam autem non a nobis tantum, verum etiam
tandi refractio- ab aliis sœpe observatum est totam utriusque objecti Re-
nac. fractionem, in distantiis saltem haud ita magnis, parti fere
nonæ arcus inter ea comprehensi æqualem esse, haud mul-
tum a vero aberrabimus, si altitudini cuicunque obser-
vatæ partem distantiae objecti a loco observationis in mi-
nuta & secunda circuli maximi conversæ duodevigesimalm
dempserimus, vel tantudem adjecerimus depressioni:
sic enim correcta observatione, licebit objecti altitudi-
nem supra stationem, unde observatur, vel ejus infra
eandem depressionem vero proximam eruere. Cavendum
tamen ne summo mane, aut incumbente vespere obser-
vatio peragatur: cum enim refractions tunc augeri so-
leant, major aliquanto observationi factæ correctio de-
beretur. Imo neque si tota refractio eo, quo numero su-
periore dictum est, modo comprehensa fuisse, tunc recte
inter utramque observationem ex æquo divideretur, si al-
tera duntaxat eo tempore fuisse habita, cum simili ra-
tione colligi posset eam in hac validiorem fuisse.

Aliæ altitudines. 57. In cæterorum Montium Altitudinibus investigan-
dis, superius observatum est (num. 29.) non semper co-
piam datam fuisse observationis hujusmodi reciprocæ fa-
cien-

ciendæ . Itaque in istis casibus locum habuit determinatio modo insinuata , in qua error alicujus momenti committi vix potuit . Quamobrem sic , ubi id necesse erat , operando Altitudines supra Maris superficiem sequentes obtinuimus , quas tum in Passibus Romanis , tum in Hexapedis Parisiensibus apponimus .

Paf. Rom. Hexap. Par.

Alt. Perp.	Montis Luri	194	143
	Carpegnæ	940	718
	Catriæ	1136	868
	Tesii	626	478
	Pennini	1057	808
	Fionchi	907	693
	Soriani	719	549
	Januarii	837	654

58. Notandum est insuper stationem supra tholum ^{item alia :} D. Petri , unde observatum est , supra Maris superficiem 80. circiter passibus assurgere , citeriorem Basis Romanæ extremitatem ad sepulcrum Metellæ , quod nunc caput Bovis appellant , passibus 26 , ulteriorem vero prope Fratoccias Passibus 93. Mons S. Vicini , qui a Catria uno & viginti Passuum millibus cum dimidio abest ad Ortum hybernum , nec non Mons Neronis , qui duodecim fere milliaribus ad plagam oppositam inde disjunctus est , quantum ex observatione tumultuaria colligere licuit , milliari Romano quam proxime Altitudinem suam definiunt . Editior aliquanto videtur Mons Cuccus , sic enim appellant , qui Costacciaro superimminet . Etenim a vertice Catriæ , si bene commemini , videbatur juxta cum Pennino infra Horizontem depresso . Quamobrem licebit ei attribuere Altitudinem inter Catriam & Penninum fere medium , propius tamen ad istam accendentem . Abelt enim Catriæ 7 passuum millibus .

59. Mons acutus , quem alterum esse Catriæ verticem N. 12. observavimus , decem aut duodecim passibus , ^{conjectura de aliis :}

uti conjicio, eo depressior est. Nam hi duo montes, inter ballo fere sesquimillari ab invicem recedunt, neque illius depressio, nisi me animus fallit, gradus unius dimidium attingit. Atque hi quidem montes cæteros omnes hujus tractus facile exsuperant, tametsi, ut modo dictum est, neque cum jugo Sibyllæ, neque cum non nullis aliis Regni Neapolitani, & Etruriæ Montibus conferendi esse videantur. De jugo illo, quod Provinciam Campaniæ, uti vocant, a Maritima disternat, nihil certi habeo quod pronuntiem, cum longe extra triangula nostra situm sit. Eminet illic Mons quidam, cui regionis illius accolæ a tricipiti figura nomen¹ imposuere, quamquam proprio vocabulo Mons Sempervivus appelletur². Hunc Catriæ fere supparem esse exinde conjicio, quod a Monte Albano spectatus haud paullo altior apparet M. Januario, cum tamen utriusque distantia ab illo Monte eadem ferme sit. Porro Montis Albani Altitudo sexcentos passus haud excedit.

^{Cætera præter-} 60. Sed hæc ultima hujus loci non erant. Neque enim hic aliud nobis proposueramus, quam ut Montes in triangulis nostris occurrentes inter se se conferremus, eorumque Altitudinem supra Maris superficiem vero proximam definiremus. Quamobrem nihil prorsus diximus de jugo illo, quod a Monte Januario in septentriones Reate versus excurrit, in quo multos alios apices reperire est Monte Januario extra controversiam altiores, nihil de multis aliis, in quibus, præter cætera, verticis supremi nullo signo aspectabili notati situs incertus, tam Montis ipsius distantiam, quam Altitudinem satis accurate determinari prohibebat.

Ta-

*Tabula aliquot Altitudinum & Depressionum
observatarum.*

A Tholo D. Petri .

Mons Januarius	—	+ 1	45	15
Mons Sorianus	—	+ 0	40	20

A Monte Jan.

Tholus D. Petri	—	— 2	1	40
Mons Sorianus	—	— 0	24	45
Mons Fionchus	—	— 0	11	15

A Monte Soriano .

Mons Januarius	—	— 0	5	35
Mons Fionchus	—	+ 0	4	0

A Monte Fioncho

Mons Sorianus	—	— 0	32	25
Mons Januarius	—	— 0	21	45
Mons Penninus	—	+ 0	4	0

A Monte Pennino

Mons Fionchus	—	— 0	27	25
Mons Catria	—	— 0	0	45
Mons Tesius	—	— 1	0	0

A Monte Tesio

Mons Penninus	—	+ 0	38	30
Mons Catria	—	+ 0	54	5

A Monte Catria

Mons Tesius	—	— 1	13	50
Mons Penninus	—	— 0	19	45
Mons Carpegna	—	— 0	32	40

A Mon-

O P U S C U L U M
A Monte Carpegnæ

Mons Catria	—	+ 0	9	6
Mons Telius	—	— 0	40	10
Mons Lurus	—	— 1	50	10
Aprusa	—	— 2	24	10

A Monte Luro

Ostium Aprusæ	—	— 0	45	25
Mons Carpegnæ	—	+ 1	32	5
Mons Catria	—	+ 1	24	15

Ab Ostio Aprusæ

Mons Lurus	—	+ 0	38	5
Mons Carpegnæ	—	+ 2	7	0





OPUSCULUM TERTIUM

ENARRATIO BORUM , QUÆ AD CORRIGENDAM
TABULAM GEOGRAPHICAM DITIONIS
PONTIFICIE PERACTA SUNT .



U M ex Observationibus non,
paucis tam corporum coelestium
quam terrestrium stationum ad
intervallum illud , quod Ro-
mam inter atque Ariminum in-
tercedit , definiendum institu-
tis, veram non utriusque tantum
Urbis , sed etiam interjectorum
Montium Longitudinem ac La-
titudinem Geographicam adepti essemus , minime negli-
genda visa est tam præclara occasio , quod in hisce locis
effeceramus , idem quoque in cæteris ditionis Pontificiæ
urbibus , ac locis insignioribus perficiendi . Neque enim
ad hunc finem aptior excogitari poterat Meridianus ,
quam , qui Regionem universam bifariam fere dividens
amplissimum in utramque ejus extremitatem prospectum
aperiebat . Etenim tam a Monte Catria , quam Carpe-
gna conficiendum se præbebat Mons Ascensionis , quem
vulgo a pago vicino Polesum appellant , Asculo immi-
nens , & ab Apenninis montibus latissimus patebat in va-
stissimam planitiem prospectus , qui Comaclum Ferrariam ,
ac remotissima quæque tractus illius loca perscrutantibus
rete-

Confidum totius
oporis.

retegeret. Itaque tametsi Quadrante longiori in Observationibus peragendis uti minime decrevissemus, eo quod diurniorem ea res temporis moram postularet, & maximam præterea transvehendi difficultatem secum afferret, metuendum tamen non erat, ne breviori Instrumento utentibus error alicujus momenti obreperet, cum unica, aut ad summum genia observatione totam ditionis universæ Latitudinem complecti liceret, qua probe definita, prior via steinebatur ad Urbium interjectarum situm accurate obtinendum. Nam si ab hisce determinandis paulatim ad extremos regionis limites gradum fecissimus, timeri profecto poterat, ne si in singulis triangulis exiguum quidpiam peccaretur, levis, ut ita dicam, luxatio partium totum corpus haud mediocriter deformat. Itaque contraria prorsus via ineunda erat, ut deprehenso prius locorum maxime dissitorum situ, viciniora queque ad horum normam exigerentur.

Situs M. Ascensionis definitus. 2. Hanc methodum secuti situm montis Ascensionis, de quo paulo ante dictum est, ex quo Asculi situs pendebat, binorum triangulorum solutione adepti sumus. Quamquam enim res illa uno solo absolvi potuisset, attamen illius anguli male ad hunc finem comparati fuissent, neque sine erroris periculo negotium confecissent. Ac primo quidem ex Montibus Catriæ, & Luro¹ Cumeri montis tum distantiam tum etiam angulum positionis nacti sumus, ac deinde efformata ex hoc, & Catria cum Monte Ascensionis triangulo, hujus verum situm obtinuimus. Similiter in aliorum Montium extremam Tabulae oram occupantium situ explorando factitatum est, quorum nonnulli iatis longo intervallo se spectandos exhibent. Exemplo sit mons Etruriæ Cetoneæ oppido imminens, cuius acuminatum fastigium aere sereno ab usque monte Tufculo facilime conspicitur. Cæterum in tanta montium copia paucos admodum reperiit et ita in acumen desinentes, ut quacunque ex parte spectentur. idem sui punctum oculis objiciant.

3. Quo-

3. Quoniam vero infinitum videbatur omnes omnino Tabularum Geographicarum hactenus editarum errores corrigere , neque fieri poterat , nisi quamplurimis adscitis ejusdem laboris sociis . ut tam varii fluviorum Mæandri ac sinuosi flexus torrentium rite describerentur , ideo his prætermisssis , nihil aliud nobis propositum fuit , quam ut urbes ditionis hujus , ac loca illa quæ inde observari possent , verum suum situm adipiscerentur . Certo enim nos persuadebamus , quæ hoc facto desiderarentur , ea omnia , sat tuto ex Tabulis particularibus Provinciarum suppleri posse , cum in exiguis distantiis magnos errores minime suspicaremur . Qua tamen in re opinio nos nostra se felliit quamplurimum . Quod enim statueramus præcipuum Tabularum istarum vitium in eo situm esse , quod Meridianus ad aliam ac oportebat , Cœli plagam dirigeretur , id statim longe aliter se habere deprehensum est , cum , ut ex Tabula Umbriæ exemplum desumam , quale etiam ex aliis peti posset , habita ratione Spoleti ,¹ Fulginium undecim fere passuum millibus ad lœvam ,² Nurfia e contrario tantundem circiter ad dexteram inflectatur , Nuceria autem inter hasce urbes media debitam prope modum coeli plagam respiciat , sed tamen denis passuum millibus plus justo Spoletio admoveatur . Atque hæc quidem sola ratio satis obstat , quominus locorum interjacentium situs , non dico recte se habere , sed neque ad tolerabilem cum veritate concordiam adduci possint . Multum autem abest , ut ejus solius in hac re æstimanda ratio ducenda sit . Haud raro enim in Tabulis istis usuvenit , ut quæ loca inter binas urbes media sunt , ea ad oppositas alterius illarum partes transferantur , cuiusmodi errorum seriem contexere longum , ac propemodum infinitum esset . Itaque nil mirum , si , quod sæpe observavimus , tria loca in directum jacentia in Tabulis nihilominus triangulum fere æquilaterum efforment . Fieri autem omnino non poterat , ut ex multiplici hoc errorum fonte immenses sè penumero in locorum adjacentium intervalla errores

Erros Tabula-
rum hæc nus c-
ditarum .

res non emanarent . Nulla igitur spes reliqua erat ex Tabulis Geographicis subsidium accersendi , quoties in ejusmodi calum incidissemus , ut loci alicujus a nobis haud usquam visi situs inquireretur .

Dificultates in iis corrigitur, ob imperitiam eorum quos consultare oportebat.

4. Hunc casum frequentem causæ quamplurimæ reddidant . Primo enim cum in Montibus , qui Meridiani Romani triangula constituebant , plerumque diutius hæc rere non possemus , quam ad Angulorum Meridiano inservientium determinationem necesse esset , cumque interdum ne eos quidem omnes observare licret , maxima intercedebat Observationum copia , quæ ex iisdem absque hoc impedimento peragi potuissent . Quamquam ut id etiam ipsum fructu non careret , opus fuisse loca circumiacentia antea a nobis perlustrata fuisse , quod tamen per raro eveniebat . Experimento enim didicimus fallacem fuisse in iis designandis accolaram peritiam , qui saepe in loco aliquo demonstrando adeo parum inter se concordes erat , ut etiam si aliquis eorum verum dixisset , id tamen nullo indicio a nobis deprehendi potuisset . Quantquam ne eorum quidem concors sententia nos de rei veritate satis securos reddebat , cum complura afferre possim exempla errorum insignium in hoc genere , qui tamen unanimi omnium consensione firmabantur , neque ante detegi poterant , quam supputatis pluribus modis iisdem dilantiis , evidens earum dissidium deceptionis indicium præbueriset .

Item ob caligines & umbras montium.

5. Quod si omnia observare per temporis angustias licuisset , neque ab iis , quos consultare necesse erat , decipi contigisset , multa tamen erant , quæ hujusmodi observationum perfectioni vehementer obstatabant . Saepè enim libero maxima ex parte Horizonte , urbis cuiuspiam aut jugi conspectum exigua caligo interjecta adimebat , & nigerrimæ montium etiam haud valde remotorum umbræ locorum quibus incumbere videbantur , vestigium nullum relinquebant . Ita fiebat , ut ad unam observationem peragendam dies integer fere semper necessarius esset , quod nimirum

nimirum mane loca Occidentalia, Orientalia vesperi deter-
gerentur, id quod a nobis festinantibus fieri persæpe non
poterat, & præterea successu caritatum erat, si ut sit,
solares radios loca illa illustraturos nubes densior inter-
cepisset. Itaque etiam ex hoc capite loca quamplurima
ex itationibus idoneis inobservata relinquæ neccise erat.

6. Huic malo remedium opportunum inventum iri spes
erat, si ex nonnullis itationibus inter loca detelicta sele-
ctis huiusmodi observatio institueretur, cui quidem
peragendæ nulquam non aliquam parem futurum augura-
bamur. In extenso supra planum aliquod Horizontale
chartæ folio, ducendæ erant rectæ per punctum aliquod
in medio atsumptum ad loca singula, quæ inde conspici
possent, atque rectæ illæ locorum nominibus insignien-
dæ. Id regulæ ope, per cuius oram collimandum erat, præ-
standum monebamus, exhibita duntaxat ea cura, ut fo-
lium inter operandum immotum permaneret: ita enim
futurum ut Anguli omnes in eodem rite descripti reperi-
rentur, minus id quidem accurate quam si Quadrante ex-
cepti fuissent, sed tamen plerumque quantum in minori-
bus distantiis necesse erat, ut error sensibilis in Tabula
Geographica evitaretur. Hoc cum pluribus in locis ut
fieret, expetiissemus, mirum est quantam in responden-
do varietatem experti simus. Nonnulli enim propter rei
insolentiam de arcano aliquo Mysterio agi suspiciati pror-
sus negabant in suis finibus reperiri posse aliquem, qui
onus illud in se suspiceret. Alii satis habebant ex punto
aliquo macula ingenti plerumque deformato lineas manu
tremente utcumque ducere, quas locorum nominibus
notabant, unde nihil aliud colligi poterat, quam quod
hæc loca ad dexteram, illa ad laevam jacerent. Nec defue-
re, qui lineas easdem, exhibita regula, rectas quidem du-
cerent, cæterum ad commune centrum minime revocabili-
les, quod tamen utilitate sua non caruisset, si lineæ istæ
rectæ ad sua quæque objecta ductæ fuissent, neque a vero
situ quidquam deflexissent. Verum ita se res habuit tam

Parum opis in
remedii contra
has difficultates
conquistis.

in his quam in istis, ut quæ loca sibi prorsus opposita es-
sent, ea in Figuris ad nos transmissis vix quartam Horiz-
ontis partem occuparent. Nihil igitur omnino quod ad
Angulorum magnitudinem attineret, ex hujusmodi ob-
servationibus depromi poterat. Par est ratio aliarum qua-
rundam, in quibus etsi puncta Horizontis Cardinalia de-
scripta essent, & loca inter hæc interjecta fortasse non
inepte collocata, tanta tamen erat locorum illorum
magnitudo, ut quod eorum punctum capiendum esset,
nulla ratione colligi posset. Etenim viciniora quæque ita
centro admovebantur, idque, ut opinor, nos erudi-
di gratia, ut eorum imago in folio descripta gradus faci-
le sexaginta aut etiam plus aliquanto occuparet. Adeo
pronum est, ubi rectam rei perficienda ideam animo
comprehensam non habemus, quæ operi suscepto nocent
maxime, ea pro compendiis offerre.

Aliquid tamen in paucis casibus. 7. Non defuerunt tamen qui petitione nostra optime
intellecta, Observationem, quæ postulabatur, egregie per-
ficerent, quibus omnibus gratias referimus singulares,
quamquam ab iis nominatim compellandis necessario ab-
stinentia nobis sit, ne videlicet aliis, qui cum pari erga
nos voluntate minus felicem successum conjunxerunt,
injuriam fecisse videamur. Fieri tamen haud poterat, ut
hujusmodi observationibus æque adjuvaremur, ac pro-
priis, idque non solum, quod inter Quadrantem Dioptris
Telescopicis instructum, & simplicem regulam plurimum
intereset, verum etiam, quod non semper loca maxime
opportuna deligere liceret, quodque cum haud satis per-
spectum habere possent, quæ observationes a nobis præ-
cipue desiderarentur, multas supervacaneas, omissis ne-
cessariis, congererent. Ex quo fiebat, ut observationes
habitæ non sine magna temporis jacturâ sèpius iterandæ,
ac supplendæ esent, nec intra bimèstre spatiū interdum
tantum perficeretur, quantum præsentibus nobis, &
diem idoneum nactis paucis horis absolutum fuisset. Et
tamen expectandæ erant observationes istæ, ac sustinen-
da

da interea Tabulae Geographicæ delineatio , nisi ingentes in ea lacunas in locis minime desertis relinquere voluisse-
mus . Huiusmodi conatibus debemus situm omnium fere locorum in Septempedana Dioecesi , multorum in Anconitanā atque ² Älina , ac Senogallieni , atque etiam aliorum paucorum ; ut nihil de nonnullis dicam , quorum situs idcirco requirebatur , quod certis rationibus adducti metueremur , ne in observationes nostras inter notandum error aliquis se se insinuasset .

8. Nullam Observationem nancisci potuimus quæ nos dirigeret in Tractu illo , qui partem Borealiorem ditio-
nis Oropitanæ complectitur ; in quo tamen præter Montem Peliam alia stationes maxime opportunæ capi potuissent . Eundem successum habuit , quidquid pro tolerabili saltem notitia Castellorum in agro Calcieni sitorum impetrare adnisi sumus , quæ a nobis in Agrum Picenum , adulto jam Octobri , necessario festinantibus observari non potuerant ; neque multo melius nobiscum actum est in aliis regionibus montosis , in quibus aliena ope non indi-
guissemus , si conatus nostros cœli inconstantia non elu-
isset . Ego enim ipse montem quem Neronis vocant , per æstatem conscenderam , unde loca plurima determinandi spes haud exigua affulgebat , cum imber maximus su-
bito coortus ac cum densissima caligine conjunctus , at-
que insuper per horas complures continuatus non modo observandi , sed propemodum etiam revertendi facultatem ademit . Itaque cum diebus proxime subsecutis aeris temperies nihilo melior evasisset , cumque ad hæc febris ex illius diei incommodis enata fuisset , re infecta redire coactus , ne ad montem quidem Peliam , prout institueram , ex itinere declinare potui , amissurus , si id fecissem , occasionem nonnullarum urbium invisendarum , quæ mihi ante æstivos calores Romam necessario repetenti determinandæ supererant . Quid quod & alios montes complures percensere possem , in quos irrito conatu , si non ob pluviam , at certe ob caliginem densissimam re-

Nam plerum-
que res expecta-
tionem fecerit .

pente coortam eniti contigit , quos inter infimum locum non obtinet Mons Rotundus iupra Vißum assurgens , unde absque hoc infortunio & multa alia loca , & præcipue is Piceni tractus , qui ad Montium radices jacet , prospectari potuisse . Hoc idem de locis aliis ad obser- vandum opportunis vere affirmari potest , ac præcipue de Urbibus Ferraria & ¹Comaclo,in quibus etsi dierum complurium moram traxerimus , cum aere tamen caliginoso ita conflictati sumus , ut nec ² Britannorium , nec ullum ex montibus Apenninis , dum ibidem hæreremus , aliquando videre contigerit . Itaque nisi Comaclum jam probe cognitum ex aliis stationibus satis longo intervallo inde diffitis agnovissemus , de vero illius situ etiamnum la- boraremus .

*In locis campe-
stribus sepius la-
boratum .*

9. Et quoniam Britannorii in Æmilia siti mentio facta est , alienum non erit hoc loco notasse campestria Æmi- liae quamvis in immensam planitiem exorrecta (& par est ratio totius agri Ferrariensis) cum proceris arboribus pallim consita sint , observationibus faciendis eam ob causam parum idonea esse . Latent enim inter istas arbo- res turres quæque depressiores , quæ supra earum altitudinem non attolluntur , ut nonnili insignioribus oppidis determinandis locus superemse videatur . Huc etiam acce- dit , quod in hujusmodi casu cautissime procedendum sit , ne una turris pro altera accipiatur , quod tunc utique fa- cili proclive est , cum pars ejus exigua supra arbores se se effert . Evidem per hiatus arborum Pomposam a turre Ædis Ferrariensis conspectam fuisse certo nobis persuade- mus , neque tamen isthæc observatio ita evidens est , ac si , succisis arboribus , circumjectam regionem libere oculis perlustrare potuisse .

*Quid opis tabu-
la recentiores
attulerint .*

10. Alterum subsidium ad Tabulam utcumque replen- dam in iis partibus quas nobis properantibus , & loco- rum insigniorum determinationi præcipue intentis præte- riri necesse erat , e Tabulis nuper descriptis ductum est . Harum tria sunt genera . Aut enim æstimatione sola , aut ab

ab Agrimensoribus peritis ope Tabulae Prætorianæ , aut demum Trigonometrice constructæ sunt . Quæ ad pri-
mum genus pertinent , si ex antiquis desumuntur , quem-
admodum in Tabula Agri Sabini ante paucos annos edita
videre est , nihilo majorem quam exemplaria unde desum-
ptæ sunt , fidem merentur ; imo fortasse , sicuti ab ex-
emplaribus suis paululum , ut sit , discesserint , errorem
exemplarium augent potius quam imminuunt . Itaque in
hujusmodi Tabulis nihil opis esse poterat ad loca alia Ta-
bulæ nostræ inferenda . Quod si æstimatione quidem solâ ,
in prudenti tamen judicio fundata , & cum locorum in-
tervallis , qualia a peritis haberi solent , collata constru-
ctæ fuerint , nihil vetat ex iis aliquid decerpere , dum-
modo id ipsum ab iis , quæ certiori modo comprehensa-
sunt se jungatur , ac pro dubio habeatur . Hujusmodi Ta-
bulam manuscriptam vidimus , magnam Piceni Orienta-
lioris partem complectentem , uti & Tabulam particula-
rem Dioecesis Asculanæ superiore saeculo editam , quam
etiam simili modo descriptam arbitramur . Quamobrem
e prima quidem loca hujus Oræ Piceni montibus proxime
subjecta (hæc enim sola inobservata remanserant) ex al-
tera vero castella Asculanæ Dioecesis non pauca mutuari
visum est , appicita utrisque Lunula , quæ dubium loco-
rum istorum situm , quanquam non multum a vero aber-
rantem denotaret .

II. Haud scio an ad hunc censum pertineat pars illa Quarum nonnulla-
te dubio autoritas.
agri Bononiensis , quæ inter Montes Apenninos sita est .
Hanc cum neque propriis observationibus lustrare potue-
rimus , eo quod necessario ad montes unde meridiani di-
mensio petenda erat , festinandum esset , neque alienas
præstolari liceret , cum neminem pro rorsus haberemus , cui
ejusmodi negotium tuto committeretur , optimum vi-
sus est , totam eam regionem ex nupera agri Mutinen-
sis Tabula , correcta ex Libro itinerum Academiæ Regiæ
Parisiensis Lojani Latitudine mutuari . Etsi enim Tabulæ
istius errores aliis in locis haud contemnendos agnovisse-
mus

mus, non tamen deerant causæ, quæ persuaderent eos in hoc tractu leviores evasuros. Sed quomodocumque tandem ea res sepe habeat, inferenda omnino erat Tabulæ ditionis Pontificiæ regio ista, nec non Legationis Ravennatis pars asperior, quæ ab' Isapi fluvio ad usque Bononiensem agrum porrigitur, ne immanis adeo lacuna in eadem superset. Itaque hic saltem legem ante nobis positam prætergredi necesse fuit, ac loca complura incertæ positionis apponere, de quibus ne illud quidem affirmare possumus, ea ignoscendo intervallo a vero situ aberrare. Nam præter Britannorium urbem Montem, Poggium, & Oriolum nihil aliud in hoc tractu per observationes raptim peractas definiri potuit, & cum a tribus quatuorve aliis locis discesserimus, quæ a binis stationibus observare haud licuit, cætera omnia ne conspectui quidem nostro sepe obculerunt. Supervacaneum autem visum est singulis hisce locis incertæ positionis notam adjungere, cum multo brevius res tota expediri posset semel tantum inveniendo, quidquid intra prædictos limites contineretur, reformatione indigere.

*Aliæ quadam accurate descrip-
tæ, sed propter acus paucitatem va-
riationem aliquantulum vitio-
se.*

12. Præter Tabulam magnæ illius planitiei, quæ ad Agrum Bononiensem pertinet, atque haud ita pridem in lucem edita fuit, binas alias videre contigit, quarum utraque, ut opinor, ope Tabulæ Prætorianæ, elaborata fuit, neutra autem adhuc lucem aspexit. Harum altera ditionem Perusinam, altera agrum Camertem complectitur. Illa eundem habet auctorem cum Tabula agri Bononiensis supradicta, & quamvis magna cura confecta videatur, laborat nihilominus, ni fallor, vitio, quod in hujusmodi Tabulas, cum propter magnitudinem ditionis, longiorem in condendo moram exigunt, sere necessario se insinuare debet. Nam cum harum Meridianus sit, quem acus Magneticæ designat, cumque acus magneticæ Declinationem subinde mutari contingat, idque interdum intra paucorum annorum spatiū latis no- tabili-

tabiliter , hinc facile in hujusmodi Tabula evenit , ut duæ rectæ re ipsa parallelæ , aliquantulum ad se invicem inclinentur & vicissim , quod sine Tabulæ illius luxatione fieri non potest . Neque vero quisquam dixerit Tabulam ipsam Prætorianam huic vitio mederi , cum perspicuum sit , si nihil aliud , at certe frequentem plani mutationem ad acum magneticam configendi necessitatem impone re . Hoc igitur causæ subesse arbitror , quamobrem Tabula ista neque cum Tabula altera cursus fluvii Tiberis , neque cum situ Perusiae & Tuderti accurate congruat . Quod tamen ad hoc caput attinet , res multo exploratior futura erat , si modo absuissent ea impedimenta , de quibus nun: 8. mentio facta est . Itaque Perusinæ ditionis loca pleraque ex hac Tabula ita desumpta sunt , ut tamen partem ejus Australioreni Tuderto nonnihil admoveri convenerit , servata interea , quantum fieri potuit , debita in aliis partibus conformatio ne . Quamvis igitur locorum situs non adeo certus sit , atque eorum , quæ ex Observationibus nostris immediate deducta sunt , tamen cum error gravis in locis inter Urbes cognitas mediis admitti non possit , minime necessarium duximus eadem , tanquam loca situs incerti lunulæ signo afficere .

13. Ad Agrum Camertem quod attinet , habuit ea Tabula , de qua numero superiore mentio facta est , id in commodi , quod in ea nihil inter limites communictatum & torrentes qui hunc agrum irrigant , interesse videbatur . Itaque torrentes istos ex ea ut potuimus , selegimus : neque enim in Tabulis antiquioribus quidquam opis , aut ad castella suis locis reddenda , aut ad torrentes describendos inerat . Nam si usquam alias , in hoc tractu præcipue ea Tabulæ pessime sese habent , quo etiam æquius erit veniam nobis concedi , si aut hic aut alibi in torrentibus describendis , id quod ad institutum nostrum non pertinebat , neque aliunde colligi poterat , nonnihil a veritate aberrasse videamur .

Peculiaria vi
tium Tabula A-
gri Camerti .

De Agro Ferrarensi.

14. Delineationem geminam agri Ferrariensis a nobis visam, eadem cura peractam esse minime dubium nobis fuisset, si utræque prorsus inter se concordes exitissent. Sed neque tanta erat earum discordia, ut de locorum situ nos prorsus incertos relinqueret, neque deerat, quid in hac re sequeremur, cum loca pleraque e Ferrariensis Ædis turri prospectare contigerit. Itaque tametsi pro iis rite determinandis alia Observatione opus esset, quam non nisi in uno & altero eorum temporibus interclusi nancisci potuimus, & eam quidem, quod proceris arboribus loca quæque fere obtegerentur, non nihil dubiam, tamen partim ex iis, quæ observaveramus, partim ex Tabularum istarum fide, loca isthæc in Tabulam ita transferre licuit, ut spes sit ea non adeo multum a vero situ ab ludere. Quamobrem hic quoque notam situs dubii intelligi potius voluimus quam apponi, propterea quod hoc loco neque ea, quæ optime observata videntur satis certa sint, neque ea quæ observationem nostram effugerunt, a vero, ut nobis persuademus, vehementer discrepant.

*De Tabulis
Trigonometricis
constructis.*

15. Tabularum Trigonometricæ constructarum exigua plane copia nobis suppetebat. Data fuerat haud ita pridem in lucem a P. Abbate de Revillas hujusmodi Tabula Dioecesis Tiburtinæ, cuius tamen loca pleraque observare nobis contigit, ut eadem non magnopere indigemus. Deprehensum est autem Tabulam istam ad umbilicum quidem magna cura efformatam, in extrema tamen ora non nihil deficere, quod in situ oppidi Sublacensis. Monticelli, & S. Angeli notare potuimus. Altera inedita magnam Fabrianensis agri partem complexa P. Annibalem Magnalbò & S. J. auctorem habet, quam cum in oris extremis cum Fabriano urbe collatis veritati consentaneam deprehenderimus, etiam in reliquis partibus accuratam esse non dubitamus. Hinc igitur castella aliquot, omissis viculis, decerpsumus, quæ quidem a me illac

illac pertransente, ac Fabriani determinationi præcipue intento defegi non potuerant. Adjunximus castrum Belvederis ex Tabulis, quæ tamen cum in hâc regione perversissimæ sint, satius fuisset, opinor, ut alibi factum est, illum locum penitus omisisse.

16. Jam vero ut ad observations eas a nobis factas revertamur, per quas urbium ditionis hujus situs definitus est, erunt fortasse, qui hic Triangulorum omnium, quorum ope id effectum est, seriem desiderent. Neque sane res illa hoc loco prætermissa fuisset, si per Triangulorum seriem minime interruptam id, quod moliebamur, exequi licuisset. Potuisse id fieri non nego, sed tamen in eo casu quamplurima nobis providenda erant, quæ ad summam rei nihil contulissent, & opus suscepturn plurimum retardassent. Nihil dico de ea difficultate, quam haud semel experti sumus, ut in urbem aliquam delati, id quod e longinquuo observaveramus, absque errandi periculo recognosceremus. Nec enim semel accidebat, ut binæ turres procul conspectæ tam sibi similes viderentur, ut nobis tum primum ea loca visentibus, non nisi post longum tentamen constare posset, quamnam earum potissimum e longinquuo explorasssemus. Huic autem tentamini Lectores etiam nostros subjicere, qui nulla necessitate adigebantur ad unam ab altera secernendam, nimis ineptum futurum erat. Huc accedebat, quod urbes quamplurimas, & eas quidem haud ignobiles, exempli causa, Perusiam, Oropitum, & alias, nisi longissimo circuitu usi essemus, non aliter in vero suo situ collocare potuerimus, quam trium objectorum probe cognitorum positionem inde observando, atque hinc loci, unde observatum est, situm expiscando. Quod in Perusia id contingit, casui fortuito adscribendum est; quod autem in Oropito, & nonnullis alijs factum sit, prope necessarium videtur. Itaque Triangulorum seriem in his abrumpi necesse erat.

Cur series
Triangulorum
prætermissa.

Exemplum solu-
tio-
nis Proble-
mati-
cis sepe oc-
currentis.

Tab. 1. s. F. 5

17. Elegantem Problematis istius solutionem, quo ex tribus locis datis a quarto conspectis, quarti illius Positio determinatur, exhibent Academæ Regiæ Anglicanæ Transactiones Philosophicæ N. 69. Eam Auctor Collinsius per sex casus diversos persequitur, quorum frequentissimi in usu sunt quartus, & quintus. En hujus exemplum in situ Perusiae determinando. Sit (Tab. 1. fig. 5) *T* Mons Tefsius, *N* Mons Nucerinus, cui Pennino nomen est, *C* Mons Cetona imminens. Esto deinde *TN* Passuum 30091, *CN* 57913, angulique Trianguli *TCN*, $T = 136^\circ 27'$, $N = 22^\circ 34'$, $C = 20^\circ 59'$, quæ omnia supponuntur præcognita. Observatus deinde fuerit ex urbe Perusia *P*, Angulus *CPN* = $160^\circ 45'$ & *TPN* = $107^\circ 48'$, & ex hâc observatione determinandus sit Perusiae situs. Descriptus intelligatur circa Triangulum *CPN* circulus, cui occurrat recta per *T* & *P* ducta in *A*, ducanturque *CA*, *NA*, *CP*, *NP*. Quoniam igitur Angulus *CPN* inventus est = $160^\circ 45'$, erit (per 22. 1. 3) *CAN* = $19^\circ 15'$, & *NCA* = *APN* = $72^\circ, 12'$. Ex hisce datis, & latere cognito *CN* = 57913 invenitur latus *AN* = 167250; unde in Triangulo *TNA* habemus duo latera *TN*, *NA*, atque insuper Angulum inter ea comprehensum *TNA*, summam nimirum Angulorum *TNC* = $22^\circ 34'$, & *ANC*, siue *APC* = $88^\circ 33'$, i.e. $111^\circ 7'$. Hinc invenitur Angulus *ATN* = $59^\circ 55'$, ac denique in Triangulo *TNP*, cuius jam noti sunt Anguli omnes, & latus *TN*, invenietur *TP* passuum 6723 $\frac{1}{2}$. Quoniam autem notus est Angulus Positionis *TN* = $103^\circ 43'$, adjecto ei angulo *ATN* seu *PTN* = $59^\circ 55'$, notus fiet pariter Angulus Positionis *TP* = $163^\circ 38'$; unde facile concluditur perpendicularum a Curia Perusina (ibi enim observatum est) in Meridianum D. Petri demissum illum secare in puncto passibus 90217 ab ipso Tholo semoto, Curiam autem candem distare ab hoc puncto ad Occidentem passibus 3511.

18. Eadem ratione investigatus est situs¹ Oropiti, cu-
cautiones in eo
jus distantia ab eodem Meridiano ad partes easdem reper-^{adhibenda.}
ta est pass. 18355, intervallum autem perpendiculararem
inter ac Tholum pass. 61070. Cavendum tamen diligenter
in hujusmodi disquisitione, ne locorum cognitorum si-
tus talis sit, ut mutata aliquantulum statione, anguli
inter objecta cognita intercepti vix sensibiliter mutaren-
tur. In hoc enim casu perspicuum est, exiguum errorem
in Observando, in situ Observatoris determinando erro-
rem non exiguum efficere posse. Quod quidem duobus
modis contingere potest, si aut loca cognita a statione
Observatoris nimium distent, aut duo circuli, circa sta-
tionem illam, & gemina loca cognita descripti nimium se
oblique intersecant. Ea cautio tam in his, quam in aliis
stationibus non paucis definiendis necessario adhibenda
fuit.

19. Non defuere tamen Urbes, quarum situs, ne hac
quidem ratione, nedum per simplicem Trianguli resolu-
tionem indagari poterat. Exemplo sit² Nursia, quam et si
Aliqua Urbes,
alia ratione in
situ debito col-
locate.
Sede Episcopali non gaudeat, tamen cum Præfecturæ ca-
put sit, haud incongrue urbem appellare licet. Hæc cum
in arcta planicie sita sit, quam montes satis editi undique
obvallant, potuisset quidem fortasse ope trium ex
illis montibus inde observatorum situm debitum adipisci.
Sed longioris ea res indaginis fuisset; cum & mon-
tes eos ante cognitos esse oportuisset, & aliquod in iis
signum erigi, quod ab Urbe notari posset. Huc accede-
bat, quod Triangula singula propter situm maxime ac-
clivem haud exigua correctione indigissent. Satius igi-
tur visum est unum aliquem ex illis montibus conscende-
re, ejusque situ per superiorem Methodum explorato,
ejusdem ab urbe intervallum per basem notæ longitudi-
nis nancisci. Nam positionem urbis, anguli ipsam inter,
& objecta nota ab eodem monte definiti satis superque
edocebant.

20. Sed

*Quarum urbium
situs exteris in-
terior vide-
tur.*

20. Sed quoniam in Tabula urbs una, aut altera occurrit, cuius situs haud adeo certus est, tametsi perparum ab eo, quem notavimus, illum abesse necesse sit, aliquid de iis hoc loco dicendum est, ut quamobrem id contigerit, Lectorem certicrem faciamus. Et primo quidem, ¹ Fregellæ sese offerunt, quam urbem extra fines Pontificia ditionis sitam, licet ad eam pertinentem, temporibus exclusi non adivimus. Necessario enim nobis ea loca perigrantibus Romam intra certum diem redeundum fuit, quod tamen si eo deflexissimus, fortasse absque graviori incommodo facere non licuisset. Et tamen cum & locum ipsum ab alio decem passuum millibus distito conspexerimus, & observationem illic factam acceperimus, quæ quamvis rudior videatur, veritati tamen imprimis consentanea esse potest, haud scio an non sat tuto positioni illi, quam Tabula exhibet, fidere valeamus.

21. Sequitur urbs ² Callii, de qua idem quoque dici posse videbatur, cum & loca huic urbi vicinissima e Cartia monte prospectarentur, & viderer mihi a Castro diruto haud procul Pergula, sive Pertia, quod Feniglum vocant, urbis extremitatem detexisse. Situs tamenerior est, quem Catalogus in calce adjunctus exhibet, quod & de Foro ³ Sempronii tenendum est, quam urbem observatio dubia tertia minutæ parte justo Borealiorem statueret. In ⁴ Tiferno, sic enim olim appellabatur contrarium plane accedit. Hanc enim urbem a Monte Tesio duntaxat prospectare licuit: qua igitur in parte lineæ datae sita esset non nisi ex ejus a Montalto distantia definiri potuit; hujus autem verus situs a Tabula ditionis Perusinæ repetendus erat, in qua errorem exiguum admitti potuisse supra demonstratum est. Quamvis autem ex illa urbe tria puncta tum, cum eo me contulisset, cognita, oculis se non objectaverint, cum tamen postmodum cogitanti mihi opportonus in propinquuo situs se ob-

tulisi-

tulisset , facta illic juxta ea , quæ monueram , observatione , prodiit aliquanto correctior loci ejus determinatio , quam quæ in Tabula exhibetur , ea nimurum , quam in calce hujus Dissertationis eruditus Lector reperiet . Sed tamen quidquid demum in tribus hisce urbibus propter observationum penuriam in debito situ collocandis peccari contigerit , id omne propediem abunde supplebit nova Urbinatis Legationis Tabula , quam si Deus vires , ac vitam suppeditaverit , institutis ad eam rem in locis opportunitioribus , quæ nunc probe perspecta teneo , accuratis Observationibus , quamprimum describendam institui . Ita enim non hæc solum loca , sed etiam alia complura in Tabula generali partim non satis certo definita , partim omnino prætermissa verum suum situm nascuntur .

21. Clarissimus Blanchinus ex Observationibus Urbini factis Aliitudinem Poli in eadem urbe statuit esse grad. 43. , min. 48. sec. 32. , quam quidem Altitudinem fere ex Gnomone in Æde S. Francisci extructo , cuius longitudine Gnomonis Clementini sesquialtera fuit , adeptum esse testatur . Consonat huic determinationi altera quædam ope Sectoris lignei illius quidem , sed ut idem assertit , affabre divisi & Dioptrarum loco Tubo Optico instructi , paulo ante obtenta , quæ Loci Latitudinem quadrato & viginti secundis majorem exhibet . Itaque observatio altera alteram præclare confirmare videtur , ut qui isthæc legerit , de rei veritate dubitare vix possit . Non enim solum duabus vicibus idipsum fere conclusum habemus , sed quod caput est , duobus modis inter se maxime diversis . Quæ quidem ratio me impulit , ut antequam eo me contulissem , huic sententiae sine ulla profusa dubitatione subscriberem . Vix enim credibile videbatur , ut cum in altera observatione omne fere erroris periculum ex vitiosa Telescopii positione , in altera ex pavimenti inclinatione repetendum esset , utrumque horum a vero , & æqualiter , & ad easdem partes aberraret .

Omn-

Latitudo Urbini
a Blanchino pa-
ri accurate de-
finita.

Omnino tamen fatendum est rem eo pacto se habuisse, nisi malumus, id quod minime necesse est, observationibus ipsis fidem abrogare. Situs enim Urbini ex observationibus minime dubiis a me elicitus, ejusmodi est.

Vera illius Latitudine demonstratur. Sit in Fig. 6, tab. 1, A statio ad ostium Aprusæ, L Mons Lurus, M Arx S. Marini, C tugurium Montis Carpignæ. Ab A & M ducantur rectæ indefinitæ, ABEDF, MHG, Meridiano D. Petri parallela, iisque perpendiculares agantur MB, LE, CD, VF, VG. Jungantur denique AM, AL, MV, MC, CV. His positis, habemus ex observatione

In Triangulo AML

MAL	79° 47'	
Angulum.	AML	58 43
	ALM	41 30

Unde ob datum latus AL Passuum 15304 & ML = 17622 prodit AM = 11864. nec non ob datam Positione AM; AB = 9390 & MB = 7253. Deinde in Triangulo MLV observati sunt.

LMV	50° 57'	
Ang:	MLV	67 55
	MVL	61 8

Ergo MV = 18646. MG = 15699, GV = 10060, AF (AB + MG) = 25089 FV (GV - MB) = 2807. Idem situs Urbini confirmatur ex Triangulo MCV, in quo ex datis MH, HC datur etiam MC = 11997. sunt autem,

Anguli	UMC	65° 29
	MCU	75 54
	MUC	38 37

Quamobrem MV = 18643, ac propterea AF, FV, quo- ad sensum, ut supra.

Quid à V. C. vis. 23. Cum itaque in hoc casu convergentia Meridiano- deatur præter- rum tuto negligi possit, neque recta FV a parallelo sensibili- ter declinet, constat ex iis, quæ in Opusculo su- priore demonstrata sunt, AF respondere Arcui 20' 11", quæ

quæ subducta a Latitudine loci A ad ostium Aprusæ , ni-
mirum a $44^{\circ} 3' 47''$ relinquunt Latitudinem Urbini 43°
 $43' 36''$, fere 5 minutis minorem ea , quam Blanchinus in-
venerat . Quod quidem nullo modo viri de re Astronomi-
ca , ac Geographica optime meriti carpendi causa nota-
tum velim , sed nequis illius auctoritate adductus deter-
minationes nostras , quæ longe firmiore fundamento ni-
tuntur , suspectas habeat . Videtur autem hic error ex
pavimenti inclinatione manasse . Tametsi enim facile fie-
ri potuerit , ut illud quinque , sex , septemve minutis ,
aut etiam aliquanto amplius aut attolleretur , aut depri-
meretur , nusquam tamen appetet , Cl. Virum de eo ad
libellam exigendo cogitasse .

24. Quod autem reliquorum locorum , quorum illic meminit , Latitudines non eadem sint , cum iis , quas nos determinavimus , id eo minus mirandum est , quod locorum situs exiguis e basibus plerunque deduxerit , quæ quidem et longinquo spectatae cum sub exiguo pariter angulo cernerentur , fieri vix poterat , ut gravioribus in intervallo definiendo erroribus locum non præbe- rent . Evidem Methodus illa , uti in brevioribus inter-
vallis dimetiendis reprehendenda non est , ita in longiori-
bus non nisi tunc usurpari debet , cum cætera veritatis indagandæ adminicula desiderantur . Ubi autem in ejusmodi casum incidimus , cavendum est diligenter , ne di-
stantiæ sic eratæ fidem majorem tribuamus , quam obser-
vationum factarum natura patiatur .

25. Illud ad extremum monendum est Lector , fieri om-
nino posse , ut nonnunquam locus unus in obseruando pro altero acceptus sit , cuius situs si per eam observationem investigatus fuerit , eo ipso in Tabula vitiose collocabitur . Cæterum affirmare non verebor , nullius loci insi-
gnioris situm hauc ob causam dubium esse posse , neque casum illum in locis minoris momenti , nisi forte in pau-
cissimis , locum habere . Summâ enim diligentia allabo-
ratum est , ut omne errandi periculum , quod inde time-
ri pos-

Quid in aliis La-
titudinibus defi-
niendis minus
caute ab eoden-
tia factum.

Monitum circa
casum singula-
rem .

ri posset , amoveretur . Unum duntaxat exemplum commemorare possum , in quo periculum illud non penitus depulsum videatur . Collaltum in Sabinis a Monte Lucreti (hunc enim esse arbitror , quen nunc Pennecchiam vocant) &c , ut locorum periti affirmarunt , a Guadagnolo conspiciendum se praebut . Si in posteriori hac observatione Collaltum recte designatum fuit , erit ejus situs is , quem Tabula exhibit , sin minus , in ea vitoise collocabitur . Hunc autem casum certo arcere , seu quod perinde est , peritorum illorum judicium absque omni controversia confirmare , aliarum observationum inopia prohibet .

Reliquum est ut Longitudinis ac Latitudinis Urbium omnium Pontificiae ditionis Tabulam ex observationibus habitis concinnatam adjiciamus .



TABULA LONGITUDINIS, ET LATITUDINIS
Urbium omnium, atque Episcopatum Pontificiae Ditionis

N O M I N A		Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
Italica ,	& Latina		
Acqua pendente	Aquala	29 21 19	42 45 23
Alatri	Alatrium	30 51 50	41 43 43
Albano	Albanum	30 10 31	41 43 50
Amelia	Ameria	29 56 1	42 33 32
Anagni	Anagnia	30 40 11	41 44 41
Ancona	Ancona	31 1 22	43 37 54
S. Angelo in Vado	Tifernum Metaurense	29 55 40	43 40 0
Ascoli	Asculum	31 5 0	42 51 24
Affisi	Affisium	30 7 43	43 4 22
Bagnarea	Balneoregium	29 38 22	42 38 9
Bertinoro	Bretonorium	29 39 13	44 8 54
Bologna	Bononia	28 52 33	44 29 39
Cagli	Callium	30 10 4	43 32 55
Camerino	Camerinum	30 56 33	43 6 25
Cervia	Cervia	29 51 58	44 15 31
Cefena	Cefena	29 45 35	44 8 25
Cingoli	Cingulum	30 44 5	43 22 57
Città di Castello	Tifernum	29 44 26	43 28 16
Città della Pieve	Civitas Plebis	29 31 27	43 0 6
Civita Castellana	Fescennia	29 55 29	42 17 7
Civita Vecchia	Centumcelle	29 17 0	42 5 24
Comacchio	Comaclum	29 42 17	44 40 27
Corneto	Cornuetum	29 15 30	42 15 23
Fabriano	Fabrianum	30 25 38	43 20 0
Faenza	Faventia	29 24 4	44 17 19

OPUSCULUM

N O M I N A		Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
Italica ,	& Latina		
Fano	<i>Fanum</i>	30 32 8	43 51 0
Ferentino	<i>Ferentinum</i>	30 46 48	41 41 36
Fermo	<i>Firmanum</i>	31 13 56	43 10 18
Ferrara	<i>Ferraria</i>	29 8 40	44 49 56
Feligno	<i>Fulginium</i>	30 13 17	42 57 49
Forlì	<i>Forum Livii</i>	29 33 44	44 13 25
Fossombrone	<i>Forum Sempronii</i>	30 19 22	43 41 15
Frascati	<i>Tusculum</i>	30 12 4	41 48 22
Frosinone	<i>Frusino</i>	30 52 25	41 38 31
Gubbio	<i>Eugubium</i>	30 5 27	43 20 35
Jesi	<i>Aesium</i>	30 45 53	43 31 51
Imola	<i>Forum Cornelii</i>	29 13 49	44 21 32
S. Leo	<i>Leopolis</i>	29 51 58	43 54 0
Loreto	<i>Lauretum</i>	31 7 20	43 27 0
Macerata	<i>Macerata</i>	30 58 18	43 18 36
Magliano	<i>Maffi Malliana</i>	30 0 14	42 21 45
Matelica	<i>Matelica</i>	30 31 8	43 15 8
Montalto	<i>Mons altus</i>	31 7 44	42 59 44
Montefiascone	<i>Mons Faliscus</i>	29 32 59	42 32 15
Narni	<i>Narnia</i>	30 1 50	42 31 17
Nepi	<i>Nepete</i>	29 51 25	42 14 39
Nocera	<i>Nuceria</i>	30 18 32	43 6 40
Norcia	<i>Nurcia</i>	30 37 18	42 47 55
Oste	<i>Ortanum</i>	29 54 55	42 27 30
Orvieto	<i>Oropitū , Urbs vetus</i>	29 38 19	42 43 24

N O M I N A		Longitudo G. M. S.	Latitudo G. M. S.
Italica ,	& Latina		
Ostino	Auximum	30 59 38	43 29 36
Ostia	Ostia	29 48 50	41 45 35
Palestrina	Præneste	30 24 55	41 50 3
Penna di Billi	Penna	29 47 10	43 29 23
Pergola	Pertia	30 20 24	43 33 54
Perugia	Perusia	29 54 28	43 6 46
Pesaro	Pisaurum	30 25 51	43 55 1
Piperno	Privernum	30 41 57	41 28 38
Ponte Corvo	Fregelle	31 11 48	41 28 5
Porto	Portus	29 46 40	41 46 44
Ravenna	Ravenna	29 23 6	44 25 5
Recanati	Recinetum	31 3 38	43 25 44
Rieti	Reate	30 22 40	42 24 25
Rimini	Ariminum	30 5 6	44 3 43
Ripatransone	Cupramontana	31 17 0	43 0 24
ROMA	ROMA	30 0 0	41 53 54
Sarsina	Sarsina	29 42 20	43 55 21
Segni	Signia	30 32 45	41 41 53
S. Severino	Septempeda	30 42 5	43 14 17
Sezze	Setia	30 34 29	41 30 5
Sinigaglia	Senogallia	30 44 0	43 43 16
Spoleto	Spoletrium	30 15 31	42 44 50
Sutri	Sutrium	29 44 26	41 13 34
Terni	Interamna	30 10 26	42 34 25
Terracina	Anxur , Tarracina	30 45 37	41 18 14

OPUSCULUM III.

N O M I N A		Longitudo	Latitudo
Italica ,	& Latina	G. M. S.	G. M. S.
Tivoli	Tibur	30 19 3	41 57 49
Todi	Tudertum	29 55 26	42 46 45
Tolentino	Tolentinum	30 48 28	45 12 30
Toscanella	Tuscania	29 23 27	42 24 50
Velletri	Velitre	30 17 45	41 41 16
Veroli	Verulum	30 56 16	41 41 41
Viterbo	Viterbum	29 37 49	42 24 54
Urbania	Urbanea	30 3 27	43 39 56
Urbino	Urbinum	30 9 20	43 43 36





OPUSCULUM QUARTUM

DE INSTRUMENTORUM APPARATU, ET USU.



NSTRUMENTORUM, quæ in no-
stra expeditione adhibuimus, ^{Opusculi argu-}
aliquanto accuratiorem descrip-
tionem proponam hoc opusculo,
schematis etiam adjectis, ad rem
illustrandam magis; sunt enim
nonnulla, quæ ad usus astrono-
micos satis opportuna fore cen-
seο, quæ conabor, ut, quoad
eius fieri possit, exponam dilucide, licet illud sane videam
latini sermonis inopiam in hoc instrumentorum genere
Veteribus prorsus incognito, ingens esse ad perspicui-
tatem obstaculum.

mentum.

2. Ad tria autem capita omne instrumentorum adhi-
bitorum genus reducam. Primo capite complectar ea, ^{Ejusdem divi-}
quæ pertinent ad observationes Astronomicas, omnium
maxime delicatas, in quibus nimirum unius etiam mi-
nuti secundi error, quantum fieri potest, est evitandus:
secundo ea, quæ pertinent ad mensuram angulorum in
terrestribus triangulis: tertio ea, quæ pertinent ad men-
suram basis. Quoniam autem observationes astronomi-
cae instituuntur ope sectoris, anguli autem in terrestribus
triangulis ope quadrantis; idcirco agam capite primo de
sectori, capite secundo de quadrante, ac diligenter ex-
ponam,

so tripartita.

ponam, quid in constructione, in rectificatione, in usu utriusque sit præstitum, quod nimurum commemoratione dignum videbitur.

C A P U T I.

De Sectore.

Sectorem appellare solent Geometræ partem circularis areæ clausam arcu aliquo circuli, & binis radiis a centro ipsius circuli tendentibus ad extrema arcus puncta. At Astronomi, sectoris nomine appellant instrumentum, in quo adsit limbus circularis formæ aliquot graduum, quem etiam unica regula a centro circuli ad ejus medium ducta sustineat. Mihi autem libuit potius regulæ longiori transversum rectilineum limbum adnectere, ut adeo crucem referat potius, quam sectorem. Adhuc tamen, quoniam idem præstat in dimensione arcus cœlestis intercepti inter Zenith, & Fixam aliquam, quod verus sector; sectoris nomine hoc etiam instrumentum meum appellabo.

4. Exhibit eum collocatum in situ debito, & ad observationes ineundas dispositum in tabula 2. figura 1. Ejus autem partes variae sequentibus ejusdem tabulæ figuris exhibentur.

5. In ipsa figura 1. $Aa'A'B$ exprimit sustentaculum ferreum ipsius sectoris, ex quo nimurum is suspenditur.

Tab. 2. F. 1. Ipsum exibetur multo clarius in fig. 2, quam deinde exponam seorsum, quod quidem, & in sequentibus intelligo volo, ubi partem aliquam in fig. 1. adumbratam, aliqua e reliquis clarius exprimi dicam, quas omnes deinde seorsum exhibeo.

6. Ex B pendet crassior regula ferrea BDQ , quæ cum transversa cum adjectis præterea quibusdam tabellis exhibetur in fig. 3. Ipsa regula in ima sui parte EQE' definit in crucem quandam, five hinc, & inde ad angulos rectos excurrit, ubi & lim-

Regula in imo
transversa cum
limbo.

limbum habet ex aurichalcho fibi adnexum cum lamella mobili, quæ divisiones continet, & ope cochlea appositæ in *E* cum micrometro potest aliquantulum procurare versus *E'*. Limbum ipsum exhibet figura 3 in *EE'*, & multo clarius ejus partem anteriorem cum divisionibus figura 4 in *EE'*, posteriorem autem transversæ regulæ faciem exhibet figura 5 in *E'E*, cum micrometri cochlea, cuius partem illam, quæ secum desert lamellam mobilem, exhibet fig. 6, circulum autem cum indice fig. 7.

Tab. 2. F. 1.
3
4
5
6
7

7. Eadem ferreæ regulæ in *C* adnexa est ex aurichalcho machinula acum continens, ex qua pendulum *CM* de- mittitur. Ipsa machinula motu circa axem aperiri potest ita, ut acu etiam dimota centrum sectoris, ex quo filum suspenditur, liberum relinquatur. Eam machinulam clausam, & oblique spectatam exhibit fig. 8, clausam & transversim inspectam fig. 9, semiapertam, & transversim inspectam fig. 10 penitus apertam, & projectam in ipsum regulæ planum fig. 3 in *C*.

Centrum sectoris.
+

8. Ipsi ferreæ regulæ ex eadem parte limbi, & centri ferruminatae sunt lamellæ crassiores ex aurichalcho *D'*, *D*, *d*, *d* ad certas distantias, quarum usum inferius indicabo. Earum unam in fig. 4 videre est in *D*.

Tab. 2. F. 8
9
10
11

9. E posteriori regulæ parte habetur telescopium *HH'*, cuius objectiva lens, ipsi immediate adnectitur in *H* ratione quadam peculiaris, quæ in fig. 11, & 12 exponetur. Ab *H* ad *H'* habetur tubus ex tenui ferrea lamina stamno obducta, quam Itali dicunt *la latta*, Galli ferrum album. Is tubus adnectitur regulæ ferreæ pluribus brachiolis ex aurichalcho amplioribus, & tenacissime ferruminatis tam cum regula ferrea, quam cum tubo, quæ quidem multo breviora sunt, quam figura exhibeat, in qua, ut distinctius videri posset, aliquanto remotius a regula delineatum est telescopium, quod ipsi regulæ est quamproximum. Circa *H'* vero ipsi regulæ arctissime 3 cochleis adnexa est machinula ex aurichalcho, quæ habet fila argentea se ad angulos rectos decussantia aptanda ipsi foco lentis objecti-

Lamellæ regulæ ferreæ.
+

Tab. 2. F. 1
+

Telescopium regulae adnexus.
11
12

Tab. 2. E. 13.

14

15

væ. Eam machinulam exhibit fig. 13. Tum, quæ pertinent ad ocularem lentem adjungendam, & fila illuminanda, habentur in fig. 14, & 15.

Regula ferrea
transversa super-
rior.

Tab. 2. E. 12.

10. Ipsi ferreæ regulæ longiori BDQ alia transversa regula ferrea FF' aliquanto supra EE' additur e posteriori parte ita, ut transeat inter ipsam, & tubum, ac adstringitur ope binarum cochlearum per regulam itidem ferream inflexam, & ex anteriori parte adscriptam ita, ut inter utramque ipsa longior regula BDQ transeat. Eam in fig. 4 refert itidem FF' , & earundem sectionem perpendicularem exhibit figura 16.

Regula Posterior
cum cochleis, &
e regione ipsius FF' ,
ponderebus.

Tab. 2. E. 1.

16

11. Ali quanto post ipsam regulam BDQ , & tubum HH' , meridianæ multo crassior, ac longior ferrea regula GG' , vel muro infixa, vel tignis ita, ut omnino commoveri non possit. In ipsa habentur plurima foramina cochlearia, per quorum bina transeunt longiores ferreæ cochleæ IF , $I'F$ pertingentes ad laminam FF' . Præterea e binis punctis ipsius laminæ FF' prodeunt bina fila FK , FK' , quæ advoluta regulæ GG' sustinent binos plumbeos cylindros, L , L' ponderis non ita exigui. Projectionem autem regulæ GG' , FF' , BDQ , tubi cochlearum, & filorum in piano horizontali exhibit figura 16.

brachiolum cum
cochlea.

Tab. 2. E. 1.

18

12. Demum regulæ ipsi GG' arcte adstringitur in R ope binarum cochlearum brachium NOV ita inflexum in O , ut NO jaceat in situ verticali, OV in situ horizontali, paullo nimirum altior, quam sit regula EE' , ut alterum brachiolum ST ipsi adnexum inferne circa P foramen habere possit respondens superiori parti laterum E, E' regulæ transversæ EE' , per quod trajecta cochlea possit ipsum latus urgere. Hujusmodi brachium, cum brachiolo, & cochlea exhibit fig. 18.

Positione sectoris
facile obtinenda

Tab. 2. E. 1.

13. Hisce utcumque indicatis, jam singula multo diligentius exponenda sunt. Sed interea illud vel hinc monendum duco, commo dissimilam hanc evidenter esse sectoris suspensionem, qui nimirum in B libere pendeat sine

sine curvaturæ periculo, tum vero ope cochlearum IF, IF' , alterâ ex iis promotâ possit in latus converti ita, ut acquirat positionem meridianæ lineæ parallelam: deinde vero utrâque promotâ, vel retractâ, possit promoveri, vel retrahi, donec acquirat positionem verticalis plani, teste filo penduli CM , quod ita adjaceat limbo EE' , ut ipsum tantum non contingat; quo quidem facto, jacebit ipsius planum in plano meridiani. Porro pondera L, L' ipsum ad cochleas appriment ita, ut cochlea quidem accessum ad regulam GG' impedian, pondera ipsa recessum; unde fiat, ut e verticali Meridiani ipsius plano, in quo semel constitutus fuerit, dimoveri omnino non possit.

14. Quod si prius toti regulæ BQ in plano Meridiani utcumque constituta detur utcumque inclinatio illa, quam requirit distantia a zenith Fixæ observandæ, ac pro cochleis IF, IF' selecta fuerint e tot faraminibus regulæ GG' illa, quæ ejusmodi positioni respondeant, tum itidem brachium NOV affixum fuerit ipsi regulæ GG' ex ea plaga, in quam tota sectoris moles inclinata fertur suo ipsius pondere, ac brachiolum ST adnexum fuerit ipsi brachio OV in ea sui parte, in qua cochlea PE' pertingere debeat ad ipsam superiorem partem lateris E' regulæ EE' ; patet, ab ipsa cochlea ita determinari sectoris positionem, ut nullum per se motum habere possit, & solum ope ipsius cochlearum augeri, vel minui posse inclinationem sectoris, ut libuerit, ut nimirum deinde ubi Fixa observanda campum telescopii subierit, possit adduci ad eam illud e filis ipsius telescopii positum in foco lentis objectivæ, quod est plano Meridiani perpendicularare, & quod ubi præstitum fuerit, Fixa per ipsam filorum intersectionem transibit; ac distantia fili CM a media regula EE' , quam indicabit mobilis lamella promota ope cochlearum E , donec una ex divisionibus ipsius congruat cum filo penduli ejusdem CQ , exhibebit distantiam Fixæ a zenith. Sed de his iterum infra.

Sectoris firmatas, collectio
ad observandam certam Fixam.

Sustentaculum
sectoris.
Tab. 2. F. 1.

15. Ut jam eodem ordine, quo cursim perlustravimus figuram 1, singulas, ejus partes consideremus, ordinendum est ab ejus suspensione $aA'A'B$, quæ in fig. 2. habetur aliquanto clarius. Refert AA' ferream regulam, vel potius trabeculam collocandam in situ horizontali, cuius videmus latus verticale AA' . Eam fulcit similis regula aa' , quarum utraque vel muro, vel tignis laqueari, aut tecti est firmissime adstringenda. In ejus faciebus horizontalibus EE' , ee' adest foramen verticale, cui imminent annulus ferreus EE' , qui si e superiori parte nonnihil convexus sit, & admodum levis, erit aptior ad conversionem sectoris præstandam facilis. Foramini, & regulæ AA' , & anuli EE' , inseritur massa ferrea eBe' definens in cylindrum per ea foramina traductum usque ad F , in quo habetur in G foramen horizontale, per quod ferrea virga horizontalis traducitur, quæ anulo EE' innititur, & totum sustinet pondus massæ ferreæ BF , ac sectoris BD ipsi appensi, quæ virga si cylindrica sit, & levis, ut in binis punctis convexam, & levem anuli superficiem contingat, tota massa BF cum adjecto sectore BD admodum facile circa axem BF gyrate poterit.

Modus secorum
inde suspenden-
di.

Tab. 2. F. 2.

16. Habet autem massa eBe' aperturam infra B , cui sectoris regula BD inferi poslit. In ipsa regula est foramen circulare, quod cernitur in figura 3 prope B , & ipsi respondent bina foramina massæ eBe' hinc, & inde ab apertura, per quæ, & per foramen regule BD traducitur axis ferreus cylindricus ii , cuius caput alterum i crassius ipso foramine ulterius progredi non possit, alterum autem caput in cochleam conformatum cochleam cavam excipiatur, ut ipse cylindrus ii e suis foraminibus egredi nequamquam possit. Hujus machinamenti dimensiones, sive longitudine spectetur, sive latitudo, sive crassitudo, arbitriæ sunt omnes, ut patet, dummodo satis firmum sit sustentaculum.

Situs sustenta-

17. His ita dispositis tota machina ita infigenda erit in Aa muro, vel laqueari, ut AA' jaceat quamproxime in

me in plano horizontali, & proxime in directione meridiani, tum apertura *B* motu circulari totius massæ ferreæ circa suum axem ita collocanda erit, ut sit ad sensum parallela ipsi *AA'* ut fere exhibet figura 1, non perpendicularis, ut exhibet figura 2. Tum enim immisæ in eam aperturam regulâ *BQ*, patet regulam *EE'*, & planum sectoris fore proxime in plano Meridiani. Ita directio telescopi *HH'* non incurret in regulam *AA'*, sive id jaceat ad ortum, limbo *EE'* jacente ad occasum, sive contra; sed radios telescopium ipsum libere excipiet, utcumque satis proximum sit ipsi regulæ ferreæ *BDQ*. Poterit autem admodum facile circa cylindrum illum *Ii* figuræ 2 possum in *B* figuræ 1, ut axem, moveri in latus ope cochlearum *PE'* totus sector.

18. Porro ad habendam illam, quam dicimus sectoris verificationem, de qua paullo infra, oportet convertere sectorem ita, ut aliquando Fixa eadem observeatur limbo sectoris obverso in orientem, aliquando in occidentem. Id admodum facile præstabitur ob facilem in fig. 2. motum circa axem *BF*. Sed interea in fig. 1. oportebit liberare regulam *FF'* a ponderibus *LKF*, *L'K'F'*. Ne cogamur elevare pondera *L*, *L'* supra regulam *G*, *G'*, *K*, *K'*, ipsi filo *KL* alligavi in *L* uncum, & ponderi *L* adjeci anulum. Ita facile pondera demebantur, ac restituebantur, & filo utroque *LK*, cum suo uncinulo retracto ad *F*, fiebat conversio brevissimo tempore.

19. Conversione facta illud erat incommodum, quod cum media crassitudo regulæ *FF'* non responderet mediae crassitudini regulæ *BDQ*, si ante conversionem planum sectoris congruebat cum plano meridiani, post conversionem, jam debebat esse nonnihil inclinatum. Cito admodum ei etiam malo remedium adhibebatur promovendo, vel retrahendo æque utramque cochleam *IF* certo spirarum numero, qui semper erat idem, nimirum respondens duplæ distantiae mediae crassitudinis alterius ex illis regulis a media crassitudine alterius, quo pacto iterum

Facilis con-
versionis.

Incommodum
conversionis ..
vitatum.

rum teste penduli filo restituebatur admodum cito positio verticalis . Sed si regula FF' non fiat plana , & post regulam BQ posita , sed incavata , vel inflexa ita , ut rite illa media crassitudinum respondeant fibi invicem ; conversione facta haberi potest illico accuratissima sectoris positio ita , ut eodem die liceat eandem Fixam observare cum utraque sectoris positione . Sed ea de re iterum inferius .

Regula longior
Tab. 2. F. 1.

20. Dicendum nunc de regula ferrea BQ fig. 1. Ea in longitudinem excurrit aliquanto ultra pedes parisienses 9 (utar autem mensura ejus pedis , qui , ut constat , dividitur in pollices 12 , & singuli pollices in 12 lineas ; continet autem fere sesquipalmum Romanum) . Sunt nimirum a medio lamellæ mobilis EE' ad centrum Sectoris C pedes 9 accurate . Porro ipsa regula est lata pollices duos , crassa lineas 5 , regula autem transversa EE' est per 2 pollices longior uno pede , lata pollices fere tres crassa itidem lineas 5 .

Foramen regulae ferreae .
Tab. 2. F. 2.

21. In summa ipsa regula habetur in primis foramen in B , quod debet esse levigatum , & amplius cylindro li figuræ 2 ipsi inferendo , ut nimirum ope cochlearum PE' figura 1 possit admodum facile inclinari sector in latus .

Lamina Limbi .
Tab. 2. F. 1.

22. In ima regula est in fig. 1 limbus EE' , qui aliquanto diligentius est describendus . Eum exhibet fig. 4. Regulae ferreae $AA'C'C$ latae in AC pollices fere tres ferruminata inest similiter lamina aurichalchica $GG'C'C$ lata lineas 21 crassa lineas 2 , supra quam sunt tres laminae itidem aurichalchicae $GG'TI$, $II'O'O$, $OO'C'C$ æque latæ , nimium septenum linearum singulæ , & crassæ lineas ternas . Binæ extremæ ferruminatae itidem sunt cum inferiori illa lamina , & cum ipsa immobiles . Media ex iis tribus , nimium $II'O'O$ ipsis inclusa , promoveri potest ope cochlearum E ita , ut ex parte E procurrat fere per unum pollicem . Quo autem pacto id fiat , jam videbimus . Interea notandum illud , hac lamina contineri divisiones . Ea ope trium rectarum parallelarum ipsis II' , OO' divisa est in quinque intervalla . Linea media est ea , quæ æquivallet

let arcui sectoris, est autem tangens arcus, qui in secto-
ribus describi solet. Eam appellabimus lineam medium la-
mellæ mobilis. Divisa est in pollices, ac singuli polli-
ces bifariam divisi, tum semifollices singuli in terna
spatia æqualia continentia binas lineas singula. Divisio-
nes hujusmodi perficiuntur rectis perpendicularibus ipsi
lineæ mediæ lamellæ mobilis, quarum quæ pollices ter-
minant, pertingunt ad ipsas H' , O' ; quæ pollices ipsos
bifariam secant, pertinent ad binas rectas interjectas ip-
sis H' , & mediæ lineæ lamellæ mobilis; quæ dimidios
pollices in binas lineas secant, vix tantillum hinc, & in-
de excurrunt a media linea.

23. Ut autem appareat, quo pacto ope cochleæ E ha-
beatur mobilitas laminæ mediæ, inspiciatur fig. 5. In ea
habetur lamella AB aurichalchica adstricta plano regulae
ferreæ binis cochleis. Ipsa perpendiculariter inflexa assur-
git in D , & excipit cochleam $E\,E$. Ea cochlea traduci-
tur per cochleam cavam perforatam in cursore aurichal-
chico P . Porro ipsa regula ferrea, & lamina prima au-
richalchica illa, super qua excurrit lamina mobilis, cre-
nam habent, illa ampliorem hinc, & inde a cochlea EF ,
quam figura exhibet, hæc arctiore, quam ipsa cochlea
tegit. Per eam crenam ope binarum cochlearum, quas iti-
dem figura utcumque indicat hinc, & inde a cylindro P ,
versus E , & versus F adstringitur laminæ mobili lamella
conuncta ipsi cursori. Conversione autem cochleæ E
promovetur cursor P versus F , & laminam mobilem se-
cum defert. Ne autem lamina mobilis dum promovetur
huc illuc, possit removeri a regula ferrea, & a lamella
aurichalchica ipsi adjuncta, super quam debet excurrere,
binis aliis crenis amplioribus $HIKL$, $H'I'K'L'$ excavatis ex
ipsa lamina ferrea inseritur frustum M , lamellæ auric-
halchicæ connexum cum regula mobili ope cochleæ, quæ
transit per crenam arctiore n_0, n'_0 excavatam in priore il-
la lamella aurichalchica adhærente regulæ ferreæ. Excur-
runt enim frusta lamellarum M , M' intra crenas $HIKL$,
 $H'I'K'L'$ su-

Lamellæ mobi-
lis nexus cum
reliquis.
Tab. 2. F. 5.

H'I'K'L' super priore lamina aurichalchica , & impedimento sunt , ne lamina mobilis limbi , cui adherent , posfit a lamina immobili , super quam perlabitur , quidquam recedere .

*Cursoris expli-
catio clarior.
Tab. 2. F. 6.*

24. Cursorem *P*, cum crenis suis , & cochleis multo clarius exprimit fig. 6, in qua *QQ'R'R* exp imit superficiem laminæ aurichalchicæ connexæ cum regula ferrea , patentem e parte posteriore per crenam excavatam in ipsa regula ferrea : *S'S'T'T* est crena arctior excavata in ipsa lamina aurichalchica fixa : *V'V'X'X* est lamina deserens cursorem *P* ope binarum cochlearum in *VX* , *V'X'* connexa cum lamina mobili , cuius planum per crenam in lamina fixa excavatam conspicuum refert *SS'T'T* .

*Micrometrum
adjectum lami-
ne mobili.
Tab. 2. F. 4*

25. Patet igitur , conversione cochlea *E* (fig. 4.) debere promoveri in fig. 5 tres cursores *P* , *M* , *M'* ultro . citroque supra laminam interiorum fixam (in fig. 4) *GG'C'C* adhaerentem regulæ ferreæ , inter laminas *GG'I'I* , *CC'O'O* itidem immobiles , & ipsi laminæ interiori fixæ connexas . Cochlea autem *E* indicem habet sibi adnexum , quem in fig. 7 exprimit *EI* . Dum cochlea *E* figuræ 4 convertitur circa proprium axem , in fig. 7 cuspis *I* indicis *EI* percurrit circumferentiam circuli *ICAG* , cuius diameter in fig. 4 exhibet *GC* . Ipsa vero peripheria *GlCA* figuræ 7 , divisa est in partes 180 , sive in binos gradus , ac denis quibusque partibus adscripti sunt numeri , quas nimurum partes singularium conversionum cochlea , & indicis exhibet indiculus *Bb* , qui ope cochlea adnectitur lamina fixæ *GG'I'I* figuræ 4 , & revolutionum integrarum intervalla notata sunt prope lineam *li* in margine lamellæ mobilis *a b* ad *D* . Ei enim numero conversionum integrarum respondet procursus lamellæ mobilis æqualis crastitudini unius cuiusvis spiræ , per quam cursor *P* figuræ 5 , & 6 promovetur in singulis conversionibus . In nostro seætore erant earum quina divisionum intervalla fere æqualia singulis intervallis binarum linearum , sive sextantibus singulorum pollicum , ac singulæ conversiones cochlea fe-rebant

rebant secum cursores, & lamellam mobilem fere per quintam partem intervallorum eorundem ita, ut ad promovendam lamellam per dimidium pollicem requirerentur satis proxime 15 conversiones cochlearum ipsius.

26. Ad habendam vero accuratam divisionem in intervalla respondentia integris conversionibus, satis est notare in fig. 4 punctum *b*, quod cuspis indicis *Bb* indicat in lamina mobili collocata ita, ut circulum *GC* contingat, nec ad partes *E'* quidquam excurrat; tum conversionibus cochlearum *E* continuis lamellam ipsam promovere versus *E'*, quantum licet, & interea notare ejus puncta appellantia ad *b* post conversiones singulas; quo patet ipsa machinula per se exhibebit divisiones necessarias in *bD* ad numerationem integrarum conversionum.

Ratio divisionis
pro conversionibus integris.

Tab. 2. F. 4.

27. Jam vero ea ratione cochlea *E* cum indiculo *Bb* figuræ 4, & divisione peripheriae *AGIC* figuræ 7 præstat munus micrometri cuiusdam. Nam, ut paullo infra videbimus, indice *EI* figuræ 7 promoto per 3 particulas, lamina ita promovetur, ut fig. 1 angulum ex centro *G* subtendat quamproxime æqualem uni secundo. Præstiterat autem Artifex omnia diligentissime. Nam & lamina mobilis a fixa nunquam recedebat, & cochlea *EF* figuræ 5 admodum æquabiles habebat spiras, admodum æquabilibus insertas spiris intra cursum *P*, ut æquali conversioni cochlearum responderet æqualis pro cursu laminæ mobilis, in quo potissimum omnis hujuscem instrumeni perfectio est sita.

Micrometrū ac.
curatissimum.

Tab. 2. F. 4.

1

2

3

4

5

6

7

28. Videndum superest demum, quid sint binæ illæ veluti fenestræ *io*, *i'o* figuræ 4. Sunt quidem eæ omnino fenestræ, quas, ut merum quendam non mihi, sed aliis eximerem scrupulum astronomicum, seu mechanicum, adjeci. Sunt nimis binæ lamellæ ex aurichalco perforatae, & in ipso foramine munitæ vitro. Excurrunt lamellæ hujusmodi, ut figura exhibet, non nihil ultra laminam mobilem, & ope cochlearum adstringuntur earum capita in *i*, *o*, ut & in *i'*, *o'*. Vitri

Duplex fenestra
cum vitris.

Tab. 2. F. 4.

C c

super-

superficies inferior habet tenuissimam rectam lineam ; lineæ mediae EE' perpendiculararem , & ipsam contingit laminam mobilem ita , ut sine ullo periculo parallæeos indicare possit , in quo situ cochleæ E , & indicis EI figuræ 7 respondeat illi tenui lineolæ aliqua e divisionibus lamellæ mobilis , sub ipso vitro liberè excurrentis ope cochleæ E .

Distantia inter
lineas in vitro
veram , ut binæ tenues illæ lineæ responderent divisionibus a medio hinc , & inde distantibus per senos pollices quam proxime , & quantum differret intervallum inter binas ejusmodi vitreas lineas ab intervallo unius pedis , sive pollicum 12 (admodum enim difficile est ita accurate eas collocare , ut omnino respondeant extremis limitibus unius pedis) facile tam Romæ , quam Arimini cognoscetur . Satis enim erat ita ope cochleæ movere laminam mobilem , ut primus pedis limes deveniret ad lineam in vitro priore ductam , & nosse indicis statum in ipsa coniunctione divisionis laminae mobilis , cum ea linea in vitro designata , tum ubi id repetitis observationibus probe constitisset in priore chrystallo , idem præstare in posteriore . Si enim utробique eadem esset positio indicis in utroque appulsa , patebat intervalla accurate æqualia esse ; si minus , differentia binorum numerorum a cuspide indicis notatorum in iis binis casibus prodebat differentiam intervalli inter binas lineas vitrorum , & pedem integrum binis lamellæ mobilis divisionibus terminatum .

Barum usus ad
explorandum ef-
fectum caloris .

30. Id autem idcirco curandum duxi , ut immediate per observationem constaret , nihil timendum esse e majore dilatatione aurichalchi , quam ferri per calorem facta . Quoniam sectoris regulæ sunt ferreæ , & lamina mobilis est ex aurichalco , constat autem observationibus certissimis dilatari minus ferrum , quam aurichalchum caloris vi ; eadem partes laminae mobilis respectu radii sectoris , sive distantiae centri , ex quo pendulum pen-

pendet , dilatabuntur magis , & proinde subtendent plura minuta secunda , ubi calor est major , quam ubi est minor . Constat illud , in adeo exiguo tractu respectu radii differentiam dilationis adeo exiguum esse debere , ut in observationes nullus inde error , qui sensu percipi possit , promanet . Adhuc tamen censui , id ipsum immediata observatione potius definiendum esse , si possit , quam ex ratiocinationibus , quae adhiberi solent ad eam rem , derivandam . Constitut autem , ut inferius iterum commemorabo , translato sectore ex Urbe Ariminum , & inde Romanam , utcumque mutato nonnihil caloris gradu , intervallum inter bina vitra suissem idem respectu laminæ mobilis ; adeoque laminam ipsam mobilim aurichalchicam nihil ad sensum magis , quam ferream regulam , & laminam aurichalchicam ipsi affixam , dilatam esse , adeoque æque utrobique easdem lamellæ mobilis particulas eundem secundorum numerum exhibere debuisse .

31. Expositis iis , quæ pertinent ad limbum , ad laminas in eo fixas , ad laminam mobilem , ejus divisiones , ejus motum , & micrometrum , ac indicem , & vitra illa , exponenda nunc est machinula quædam constituta in fig. 1 in C , & ipsi regulæ ferreæ adnexa , quæ centrum sectoris continet , & acum sustinentem pondus . Id hic , quam brevissime fieri poterit , exponam .

32. Habetur ibi centrum notatum foramine tenuissimo instar puncti in lamella aurichalchica leyi , cui acus chalybeæ tenuissima cuspis admovetur , & prima sui parte perquam exigua inseritur . Clauditur tamen acus machinula ita , ut removeri possit ; ac exponam primo machinulam ipsam , tum quo pacto ea collocanda sit , ut debitam positionem acquirat . Exprimit ipsam fig. 8 aliquanto majorem , sed in eadem positione , in qua eam exhibit fig. 1 . Ibi à A'ABba est lamina aurichalchica quadrata applicanda piano regulæ ferreæ , & arcte adstringenda opercolearum . Ipsi ad perpendicularum insistunt bina ful-

Transitus ad ma-
chinulæ pro cen-
tro sectoris .

Tab. 2. F. 1.

Capsula conti-
nens centrum , &
acū pro filo pen-
duli .

Tab. 2. F. 8

cra ogae KEDH , d'e'K'E'D'H'. Horum utrumque habet suum foramen rotundum , quorum alterum videri potest in I. Iis foraminibus insertus est axis cylindri KEE'K' , cui cylindro adnexa est lamina EDFGMCM'G'F'D'E' , quæ , ubi machinula est clausa , remanet parallela laminæ A'AB . Ejus partem GMM'G' excipit altera lamina ipsi A'AB perpendicularis , nimirum MGFBBNM M'G'F'N' . Ipsa laminæ A'AB perpendicularis a pede æ fulcri K'H'D'E' ad laminam F'G'M'N' excurrit lamina interius haud ita crassa , cujus superficies extima superficie A'AB parallela elevatur supra ipsam tantundem , quantum superficies aurichalchica limbi fig. 1 , de qua egimus supra , elevatur supra superficiem regulæ ferreæ . In ea superficie hujus transversæ laminæ est punctum , quod determinat centrum sectoris . Id respondet in fig. 8 puncto R' , quod notavimus hic in superficie D'DFF' laminæ D'DFGCG'F'D' , cui laminæ ex interiori parte e regione R' respondet acus chalybea ad perpendicularum infixa .

*Varia positiones
machinulae ipsius*

F. 3
8
9
10

33. Acum ipsam exhibet figura 9 , quæ refert sectionem machinulæ perpendiculari plane A'AB figuræ 8 . Cætera ibi per se patent ; P , Q sunt cochleæ , quibus machinula tota adstringitur regulæ ferreæ , MG est superficies extima lamellæ transversæ , & in ea S centrum sectoris , cui admovetur acus Rr infixa laminæ DFFd adnexæ cylindro revolubili circa axem I . Et quidem figura 9 exhibet machinulam clausam ; figura autem 10 eandem exhibet semiapertam remoto stylo Rr a foraminulo , sive punto S . Porro , ubi machinula est aperta , ut in fig. 10 , inseritur acus Rr in nodum ampliorem fili penduli , tum adducitur lamina DC ad FN , & occluditur machinula , quæ abit in positionem figuræ 9 ; tum vero filum ipsum penduli adducitur ad aciem r , ut pene contingat laminam , & pendeat ex ipso centro . Hæc autem omnia summa cum diligentia curaverat Artifex , ut & foramen tenuissimum esset , & acus chalybea circa cuspidem pertenuis , ac perquam accurate rotunda , ut itidem ipsi forami-

raminulo accuratissime responderet ipsum occupans. De-
mum fig. 3 exhibet in C machinulam ipsam penitus aper-
tam , ubi acus emergit ex R , & foraminulum , cui infes-
ritur , vel applicatur cuspis ipsius acus , est S penitus li-
berum ab eadem acu .

34. Hæc ad machinulam , jam ad ejus collocationem . A media linea lamellæ mobilis EE' figuræ I versus R post unum proxime pedem applicata fuit ipsi regulæ ferree & ferruminata lamina aurichalchica in d , tum alia post alium pedem in d' , & alia post alium in D , deinde post intervallum trium pedum in D' , quæ omnes tantillo mi-
nus crassæ erant , quam limbus aurichalchicus supra regu-
lam ferream eminens ita , ut vix quidquam jacerent earum extiæ superficies versus regulam ferream respectu lim-
bi , jacerent tamen nonnihil , ne forte libero fili penduli motui posset deinde officere : tum filo tenui per me-
diæ ferream regulam bene tenso , & circino , quem
dicimus fidelem , aperto accurate ad intervallum unius pe-
dis illud idem , quo unus pes definitus est in linea media
laminæ mobilis , & applicata altera cuspide ad ipsam li-
neam medianam , altera in loco indicato a silo illo tenso ,
notabatur in lamella d punctum , ac levi mallei percussio-
ne tenuissimum ibidem foramen siebat . Eodem pacto ma-
nente secunda cuspide in d , & circini virga per semicir-
culum conversa notabatur in d' alterum punctum , tum in D tertium , ut jam haberentur a linea media laminæ
mobilis ad D pedes tres . Aperto jam ad intervallum
trium pedum ampliore circino a linea media ad D , trans-
strebantur tres pedes in DD' , tum cùdem circini apertu-
ra determinabatur ejusmodi positio machinule C adne-
stendæ regulæ ferreæ , ut foraminulum illud S figuræ 9,
& 10 responderet accuratissime secundæ cuspidi ejusdem
circini . Eo pacto obtineri debebat . ut accurate distan-
tia centri a linea media laminæ mobilis , qui est radius
sectoris nostri , noncupla esset intervalli in limbo as-
sumpti pro pede .

Collocatio ma-
chinulae , & cen-
tri Sectoris .

Tab. 3. F. 1.

9

Ratio, qua &
limbus accurate
dividi poterat.
Quid in eo pre-
cedat.

Tab. 2. F. 4.

35. Id intervallum eodem pacto habitum fuisset in fig. 4 accurate, & facile divisum in partes illas 72, si e contrario per compositionem translatum fuisset prius intervallum binarum linearum ter uno circino, tum alio intervallum semipollicis bis, tum alio intervallum pollicis ter, tum alio intervallum trium pollicum quater, nam & habitus fuisset pes accurate continens prima illa intervalla linearum binarum accurate 72, & reliqua ternorum pollicum intervalla in pollices, pollices in semipollicies, semipollicies in binarum linearum intervalla accurate, & facile divisa fuissent, aperturis prioribus manentibus, & præstisit set lineam medium EE' ducere perquam tenuem, tum in ea fidelis circini subtili cuspipe accurate rotunda foraminula levi malleoli percussione imprimere, quam transversis rectis lineis lineam EE' intersecare. Quod quidem si fuisset præstitum, & divisionem accuratissimam extituram fuisse, nullus dubito, & in rectificatione divisionum, de qua agemus paullo infra ope microscopii, ne de una quidem decima minuti secundi parte dubitandum fuisse. Verum nobis absentibus divisio est facta, in qua deinde inequalitates nonnullas deprehendimus, utut exiguae quidem, & quæ, ubi probe sint cogitæ, nihil proorsus officiant observationi. Præterea & media illa linea aliquanto crassior, quam vellem evasit, & transversæ illæ non satis accurate æqualis ubique crassitudinis, nec satis accurate perpendiculares mediae lineæ, nec vere alicubi penitus rectæ, quod reddebat aliquanto difficultiorem determinationem satis accuratam interfectionis divisionem denotantis. In qua tamen ne unius quidem secundi errorem commissum inde a nobis esse in observationibus nostris singulis omnino crediderim. Verum hæc noto, ut pateat, quam facile multo etiam accuratior, & rectificationi aptior divisio haberi posset. Sed ea de re iterum paullo inferius, ubi de rectificatione sectoris.

36. Expositis iis, quæ pertinent ad limbum, & cen-
trum sectoris, exponenda diligenter sunt ea, quæ perti-
nent

Telescopii nexus
cum regula.

nent ad telescopium ipsi adjectum . Tria in ipso telescopio adjungendo regulæ ferreæ sunt distinguenda . Objectiva lens collocata in fig. 1 in *H* , micrometrum eidem adnexum in *H'* , & tubus . Porro habebam ego quidem telescopium pedum 9 ita sane egregium , ut cum multo longioribus facile posset contendere , & ipsa etiam longe superare . Curandum autem duxi , ut ita applicaretur ipsi regulæ ferreæ , ut unicum cum ea instrumentum constitueret . Grahamus id in Maupertuisii sectore alia quadam ratione præstiterat . Quamobrem illud volui , ut capsula aurichalchica crassior , quæ objectivam lentem haberet inclusam immediate adhæreret regulæ ferreæ ; ipsi itidem immediate adhæreret capsula continens bina fila in foco lentis objectivæ se decussantia ad angulos rectos ; tubus autem cum iis nequaquam connecteretur , sed & ipse adnecteretur regulæ ferreæ per se , ne si forte percussione aliqua quidquam commoveretur , commoveret lineam fiduciae , quæ à filorum intesectione ob objectum tendit , quam infra axem telescopii appellabimus .

37. Ideam capsulæ continentis lentem objectivam ex-
hibet figura 11 , in qua habetur capsulæ ipsius sectio per theca includens
axem . Ea constat omnis ex aurichalcho , ac ferreæ la- lentem objecti-
minæ immediate adhæret . Vitri objectivi sectio est $O_0O'0$.
Includitur id vitrum binis anulis , quorum alter supe- vam .
rior $S_0P_0ZXVTT'VX'Z'0P'Q'S'$, alter inferior NO_0ZX-
 $YDEFMM'E'D'YX'Z'0'N'$. Hic duo anuli thecam effor- Tab. 2. F. 1.
mant , quæ continent lentem objectivam , cujus axis
transit per *b* , & quoniam ipsum vitrum objectivum est
admodum perfectum , congruit punctum ipsum *b* cum
medio diametri O_0 ipsius vitri . $TSS'T'$ determinat aper-
turam vitri objectivi in lamina anuli superioris : est $NM-$
 $M'N'$ aptura in lamina anuli inferioris .

38. Tota horum duorum anulorum theca $NMFYV$
 $TSQPP'Q'S'$ &c. concluditur ope cochlear $E_0E'c'$ inter
aliros duos anulos , quorum alter superior $DEcABCC'B'-$
 A' &c. alter inferior $LFEcAHGIKK'TG'$ &c. Hic inferior
om-

omnes alios tres , & lentem objectivam in se continet : excipit in civitate sua interna $LKK'L'$ tubum telescopii $LdeL'd'e'$: adnectitur in $A'H'$ regulae ferreæ , cujus sectionem exprimit fgh , sectionem autem lamellæ excipientis acum rR exprimit pq .

Eccentricitas
thecæ respectu
capsulae.

39. Porro totius longitudinis EE' medium non est in b , sed in a , in quo situs est præcipuus totius hujuscæ capsulae usus . Si enim laxetur cochlea $Ecc'E$ affurgente tertio anulo $DECABCC'B'A'&c.$, theca composita e prioribus binis anulis continentibus lentem objectivam , nimirum $PQSTVXYEFMNN'M'F'&c.$ poterit converti circa centrum a , qua conversione punctum b , per quod transit axis lentis objectivæ , gyrbabit circa a , & per dimidiam conversionem accedet ad planum regulae ferreæ , & planum sectoris transiens per r , per alteram dimidiam recedet . Id autem proderit plurimum ad dandum accuratissime , quantum libuerit , parallelismum axis telescopii cum plane sectoris . Nam axis ipse transibit per b , & per intersectionem filorum micrometri , qua manente , si a distiterit a plane sectoris ad sensum tantundem , quantum intersectio filorum , & eccentricitas ab exigua fuerit , conversione thecæ illius capsulâ inclusæ , & accessu , vel recessu puncti b revoluti circa a respectu plani sectoris , potest inclinari tantillo magis , vel minus is axis , donec parallelismum acquirat , & ubi ipsum acquisierit , adstricta cochlea $Ecc'E$, & compresso in $EDD'E'$ piano $EYY'E'$ thecæ inclusæ , ipsa theca commoveri ultra non poterit , nec amitti parallelismus . Quo autem pacto videri posit , an habeatur parallelismus ipse , & quantum ab eo distet axis , videbimus paullo infra .

qui sit verus ter-
lescopicii axis , qui
dicatur hic . 40. Porro dico hic axem telescopii rectam illam , per quam devenit ad intersectionem filorum in foco objectivi vitri se decussantium is radius , qui post egressum e secunda superficie ipsius vitri habet eandem directionem , quam habebat ante ingressum in primam . Axis alicujus lentis dicitur proprie illa recta , quæ transit per centrum utrum-

utrumque utriusque curvaturae superficie utriusque. Si lens est satis accurate elaborata, is axis debet transire per medium ipsius lentis magnitudinem, quod Optici practici appellare solent vitrum accurate centratum, cum nimurum centra binarum curvaturarum, & centrum magnitudinis, sive segmenti sphærici in lente contenti in directum jacent. Radius, qui per hunc axem transit, abit penitus irrefractus. Cæteri omnes radii homogenei digressi ab eodem objecti satis remoti puncto, vel paralleli ei radio, in lentem incidentes, inclinantur ad hunc, & coeunt ad sensum in aliquo ejus puncto, ita tamen, ut rubei aliquanto remotius, violacei proprius coeant, & habeatur series quædam focorum ad diversa colorata fila pertinentium. Si radii non discendant ab aliquo axis puncto, sed ab alio aliquantulum distante hinc, vel inde; nullus quidem ex iis abit irrefractus; adhuc tamen est semper aliquis, qui binas habet refractiones contrarias, & æquales, adeoque prodit cum eadem directione, cum qua advenerat. Ubi ejus inclinatio ad axem est exigua, demonstravi in nuperimam dissertatione de lentibus, & telescopiis, esse eum, qui, dum advenit, dirigitur in lente utrinque æque convexa ad punctum axis depresso infra superficiem, in quam incurrit, per trientem crassitudinis vitri, cundem autem dum prodit, divergere a puncto axis distante a superficie, e qua prodit, per trientem ejusdem superficii. Facile autem datis binarum curvaturarum semidiagrammis definitur generaliter id punctum axis, ad quod is radius convergit, dum advenit, & id, a quo divergit, dum abit.

41. Quoniam vero & crassitudo lentis exigua est, adeoque multo magis exiguus is ejus triens, per quem obliquè distant binæ rectæ radii advenientis, & recedentes, & eorum radiorum distantia perpendicularis est multo minor, quam ea obliqua, tuto hic accipi possunt eæ binæ rectæ pro unica, & radius, qui ab objecto devenit

Radii directionem priorem re-
tinentis usus axi
vero vitri ob-
jecti equivalentis.

ad medianam crassitudinem lentis, haberi potest pro irrefracto. Reliqui autem radii ad idem objecti punctum pertinentes, vel illi paralleli convergunt ad ejus puncta eodem modo, quem in vero axe servari diximus. Hinc si lentis ocularis axis situs sit in ea recta, quæ transit per intersectionem filorum, & per medium punctum crassitudinis lentis objectivæ, vel accuratius in lente utrinque æquè convexa per punctum situm infra ipsum medium per sextam crassitudinis partem, eodem ad sensum pacto omnia succedent, quo succederent, si verus axis lentis objectiva per filorum intersectionem transiret; unde etiam illud consequitur, si lens objectiva non insitata plano penitus accurate perpendiculari axi tubi, adhuc tamen aberrationem radiorum, quæ oritur a diversa radiorum refrangibilitate, fore eandem, cum eadem idcirco ad sensum distinctione, & eodem imaginis loco respectu filorum, & oculi. Sed ea ad dioptricam pertinentia hīc innuisse sit satis ex occasione axis telescopii, de quo loquimur.

scilicet exhibens 42. Interea in fig. 12 habetur sectio perpendicularis eccentricam len-axi telescopii facta per a figuræ 11. Ibi puncta EDYON tis ocularis positi baN' O' Y' D' E' sunt eadem, ac in fig. 11. Ex est distantia punctionem.

Tab. 2. Fig. 11 cūt E illius a recta AH fig. 11: mn est crassitudo regulæ fer-

reæ, cujus latido uu' , & cui tota capsæ adhæret ferruminata in yy' : nr crassitudo lamellæ, habentis centrum sectoris, cujus latitudo ss' : r centrum sectoris: rR acus: circulus EE'F' margo thecæ inclusæ continentis vitrum objectivum, OO' O vitrum ipsum. Conversione thecæ ipsius abit E in E'' , b in b' , & ducta $b'd$ perpendiculari ad EE' , est bd accessus axis transeuntis per b ad planum sectoris transiens per ss' abeunte autem E'' in e , abibit b' in t , & d in z , eritque novus accessus dz .

Tubus nexus cum
regula & dia-
phragmata.

Tab. 2. Fig. 1.

43. Tubus HH' fig. 1 admodum frequentibus brachiolis S aurichalchicis adnexus, & ferruminatus adhæret regulæ ferreæ: ab ipsa distat per 10 lineas; habet autem diametrum linearum 28. Is & persese nihil ad sensum flectitur, & ita arcte

arcte connexus cum regula satis itidem per se firma potissimum in latus, omnem ipsius regulæ flexionem prorsus impedit. Intra ipsum autem frequentia diaphragmata omne lumen, quod a tubi ipsius lateribus reflexum devenire ad oculum posset, penitus prohibent, quod admodum necessarium invenimus, ut interdiu Fixæ videri possent. Quin immo ipsi vertici *H* addendus fuit superne tubus binorum pedum, qui aliquanto magis obiectivum vitrum obumbraret, quod ubi præstitum fuit, multo sane evidenter Fixæ interdiu cernebantur.

44. Ipse tubus circa *H* abruptus, cum micrometro, in quo adsunt fila fixa, nequaquam connectitur. Exponendum est igitur, qua ratione connectatur micrometrum cum regula ferrea, & lens deinde ocularis cum tubo superiore abrupto, ut monui. Exhibit fig. 13 unionem micrometri cum regula ferrea. Est *ABCD* lamina aurichalchica admodum crassæ, quæ regulæ ferreæ *YXS-TV* adhæret firmissime ope trium cochlearum *P*. Ipsa perpendiculariter imminent binæ laminae aurichalchicas multo adhuc crassiores, quarum alteram *BEGFC* schema exhibit totam, in *EGF* cavam circularis formæ, alterius partem videre est in *AHID*. Huic firmissimè ferruminatus adhæret tubus aurichalchicus *QIHOR* affabre tornatus ex interiore parte, aliquanto arctior tubo illo ferreo figuræ 1, longus pollices circiter 4. Intra ipsum habetur alias tubus *IONKLM* itidem ex aurichalcho admodum affabre tornatus, & ita convexa sui parte æquallis concavæ illius aperturæ, ut nonnisi majore adhibita vi possit protrudi intra illum priorem, vel extrahi, & circa suum axem converti; ac vi adhibita acquirere possit positionem, quam libeat, & eam semel adeptus, per se mutare omnino non possit.

45. Is tubus ex parte sui convexa *KNML* crenam habet circumquaque perpetuam cavam, cum 4 foraminulis per circuli quadrantes a se invicem distantibus, per quæ traducitur illum argenteum tenuissimum. Id inci-

pit in *K*, ubi acu aurichalchica rotunda per vim adacta in foramen itidem rotundum adstringitur ita arcte lateri foraminis ipsius, ut nulla vi dimoveri possit. Tum transmittitur per foramen oppositum *M*. Inde per crenæ illius quadrantem *ML* deducitur ad foramen *L*, & per ipsum traducitur ad *N*. Verum in ipsa crena inter *M*, & *L* habetur lamella oblonga satis elastica, & incurvata in circulum minus amplum, quam sit ipsius crenæ circulus, quæ, dum filum traducitur, ea per vim apprimitur, ut crenæ fundum contingat, ac in ejusmodi violenta positione retinetur, donec filum traductum per foramen *N* distendatur, & ibidem ope alterius aciculae ipsi formini infixæ adstringatur ita, ut deinceps commoveri non possit. Tum vero sibi relicta lamella illa elastica in quadrantе crenæ *ML* filum adhuc magis tendit, ac semper admodum tensum tenet; ut post annos jam quatuor, idem illud filum primo appositum perseveret adhuc æque tensum per vim. Nam filum quidem ipsum haud coctum, & penitus crudum, elasticitatem servat suam, nec illa continua vi se quidquam relaxat.

Tubus pro excipienda lente oculari, & illuminandis viribus.

Tab. 2. F. 14.

46. Ut autem constet, quo pacto ocularis lens tubo ferreo oblongo illi *HH'* figuræ i conjugatur, consideretur fig. 14. Ea exhibet tubum *Ccbf* ex lamina ferrea statno obducta. Is quidem ex parte *bf* procurrit in *f*, ex parte *C* resectus per *CD*, resecatur deinde magis per *Dgf*. Est itidem apertus in *iGQRikh*, quæ apertura usum, habet sumnum ad illuminanda fila micrometri per noctem; ad maiorem autem firmitatem connectitur apertura binis filis aurichalchicis crassioribus *iK, IG*. Adebat infra eos tubulus amplior *MLbRaONM* resectus nonnihil in *ONM*, ac postremus tubi margo est *ceb*.

conjunctione eorum tuborum.

Tab. 2. F. 13.

47. Jam vero in fig. 15 *ABEHP* sunt eadem ac, in fig. 13, & eadem est regula ferrea *YTSX*, sed ad partes *SX* productior. Est *qrp* unum ex brachiolis aurichalchicis illis *S* figuræ i. Est *sxuylp* *H* tubi ferrei oblongi continuatio, qui quidem abrumptur in ipso appulsi ad *H*.

Ipsi

Ipsi & in *In*, & in parte aversa, quam figura non exprimit, ferruminata adhæret lamina itidem ferrea sinuata, sed aliquanto amplior *lym*, habens idcirco hiatum in *m*. Inter hanc laminam, & tubum ferreum, quem ipsa tegit, immittitur pars tubi resecti figuræ 14 *DgffF*, ut adeo *CiGQFD* sint communes in utraque figura 14, & 15, cum omnibus reliquis, usque ad orificium *cebd*, utrobius commune. Tubus autem *Ci* appellit ad brachiolum *H*, & reliquus inferior subit intra cavitatem brachioli *E*; tubulus autem amplior *LbIRaONM* potest ita propelli, ut *LbIRK*, congruat cum *CiGQt*, & interdu aper turam *iGQRiR* obtegat, ac lumen excludat; noctu vero retrahi, aperturâ *MNO* evitante brachiolum *E*, & permittere illuminationem filorum, quæ inter brachiolum *H*, & circulum *iGQt* latent sub ferreo tubo *DnFQiC*. His autem ita constitutis orificio *cebd* inseritur tubus cum lente oculari, qui liberrime protrudi potest interius pro myope, vel protracti pro presbita, ut libet, quin ullus in objectivo vitro, aut in micrometro motus haberi possit.

48. Supereft jam, ut agamus de regula *FF'*, & *GG'* figuræ primæ, cochleis *IF*, *I'F*, ponderibus *LL'*, & brachio *NOV*, cum brachiolo *ST*, ac cochlea *PE'*. Primo quidem sectionem horizontalem factam per cochleas *IF*, vel fila *FK*, refert figura 16. In hac est *GG'* regula longior, quæ itidem in fig. 1 est *GG'*, in hac *FF'ff'* regula, quæ in illa *FF'*: in hac *FK*, *F'K'* fila, *FI*, *F'I'* cochleæ, *H* tubus, ut in illa: in hac *BB'i'i* longior illius regula *BQ*, quæ regulæ *ff'* adstringitur ope regule inflexæ *BACrEE'r'C-A'B* per cochleas *D,D'*. Porro, ut num. 19 innui, multo melius suisset longiorem inflectere e binis regulis conjunctis per cochleas *D,D'*, ita, ut in fig. 17 *rEE'r'* esset brevissima, longior autem *BifFACC'A'F'f'i'B'*, ac *ff'* cum *ii'*, & *FF'* cum *AA'* in directum jaceret. Tum enim facta conversione locum faciei *FF'* accurate occuparet facies *ff'* si ne nova reductione. Sed id, quod admodum facile poterat in mentem cadere, tum demum animadverti, cum jam

Regula transversa superioris incommodum, & facile remedium
Tab. 1. F. 1.
16
17

jam observari cæptum erat , ac tempus arctum observations urgebat .

Cur eadem superior, & amovibilis.
Tab. 2. F. I.

49. Poterat regula FF' figuræ 1, ejusdem crassitudinis esse , & unita ipli regulæ BQ , ut est EE' . Et quidem initio destinaveram huic usui ipsam regulam EE' . Sed quoniam tum quidem regula GG' debebat esse inferior , & respondere regulæ EE' ; ubi fiebat conversio sectoris , limbo EE' obverlo ipsi regulæ GG' , non poterat admodum oculus , ut locum limbi designatum a filo penduli M liceret definire . Idcirco alterani paravi superiorem transversam regulam . Eam autem curavi adjungendam ita , ut pro libito auferri posset , ne nimirum forma caplæ , qua includendus , & transvehendus erat sector , evaderet magis incommoda . Adhuc autem conversione facta restitutio in debitum locum ope cochlearum IF , $I'F$ non ita erat incommoda ; & accedebat illud , quod cum plures Fixæ observarentur , quæ diversam sectoris inclinationem exposcerent , loco movendæ erant pro singulis Fixis cochleæ ipse , ut idcirco positio præcedentis diei positioni sequentis usui esse non posset .

*Regule multa
habentis foramen
na situs.*

50. Accurata positio regulæ GG' in plano meridiani non erat necessaria , cum nimirum ope cochlearum IF , $I'F$ alterâ aliquanto magis promotâ , alterâ minus , meridianæ lineæ positio in limbo sectoris facile obtineretur . Bini ordines foraminum in ipsa regula GG' necessarii erant , quia , ubi inclinatio sectoris est aliquanto major , limbis sectoris elevatur magis ; unde fit , ut altiora tum requirantur foramina , quam alias . Multa vero paranda erant ipsa foramina , ut in utraque inclinatione hinc , & inde a verticali positione collocari posset sector .

*Brachium cum
brachiolo, & co-
chlea scilicet
urgente in tates*
Tab. 2. F. I.

13

51. Jam demum quod attinet ad brachium $RNOV$, ipsum exprimit figura 18 , in qua habetur in R apertura ad excipiendam regulam GG' figuræ 1 , & in N habentur binæ cochleæ , quæ brachium HOV adstringunt arctissime ipsi laminæ GG' figuræ 1 . Brachiolum ST certe nitur separatum paullo inferius cum cochlea PE' . Forro pater,

patet, admodum facile collocari posse in fig. 1 brachium *NOV* ubilibet in regula *GG'* ope cochlearum *N*, & brachiolum *ST* ubilibet in regula *OV*, ut nimirum cochlea *PE'* urgere possit ipsam regulam *EE'*, in qua idcirco in fig. 4 supra laminas ex aurichalcho *GG'* assumpta sunt spatia ampliora *G'A'*, *GA* utrinque, ut nimirum supra laminam mobilem *EE'*, & micrometrum *E* haberetur locus, in quo regula *EE'* impelli posset a cochlea *PE'*. Porro hanc impellendam selegi, non illam *FF'*, ut Observator assidens ad instrumentum, & collocans oculum ad telescopium versus *H* posset facile manu applicata ad manubrium i4 *PE'* simul observare Fixam, & simul movere sectorem, donec ipsa Fixa ad filum perpendiculari plane sectoris deveniret.

52. Et hec quidem pertinent ad constructionem sectoris, in qua illud monendum demum, tubi *HH'* finem *H* laris, & micrometri fine peti-
cule erroris ex set in schemate; ceterum pervenit ad imum regulæ *BQ*, cui quamproximum est micrometrum, ut idcirco & admodum commode oculus admoveri possit ad tubum, & fere nihil a flexione instrumenti, si qua exigua haberetur (quam quidem haberi non posse diximus ejusmodi, ut sensum percellat) timeri posset incommodi.

situs lenti acu-
metri fine peti-
cule erroris ex
flexione regulæ.

Tab. 2. F. 1.

53. Jam ut ad Sectoris usum faciamus gradum dicendum in primis, quod pertinet ad rectam ipsius constitutionem, tum ad modum, quo ipsius ope observationes institui debent, ac demum ad observationes ipsas institutas. Ut autem ab ipsa sectoris recta constitutione ordinamus; primo quidem diligenter notandum illud, quod ad centrum pertinet, ut in fig: 9 extrema cuspis *r* acus *Rr* omnino accurate congruat cum foraminulo *S* in lamella insculpto, & ut accurate rotunda sit. Id quidem noster Artifex, ut monui, admodum exacte curaverat. Sed, ubi acus laminæ *DFd* infigitur ipsi adnexa, admodum difficulter præstari potest, & communium Artificum industria omnino eludet. Multo facilius præstabatur,

sectoris usus;
amen positionis
acus in centro.

Tab. 2. F. 9.

tur , si perforata in $R'R$ ipsa lamina foraminulo nonnihil ampliore , quam sit acus , acus ipsa longior , ut excurrat ultra R' extra machinulam , cā conclusā , inferatur foraminis ipsi , & ejus apex immittatur in foraminulum S . Tum vero admodum facile videri poterit illud etiam , an acus accurate rotunda sit . Nam ipsa acu circa proprium axem rotata , dum ex ea pendet filum penduli CM figurae 1 , observandum erit , an ipsum filum equè respondeat eidem divisioni , an nonnihil positionem mutet , quam quidem si mutet quidquam , facile erit promota lamina mobilis EE' ope cochleæ E , & exhibito microscopio , minimas etiam mutationes crassitudinis , & discrimina axis acus , ac centri foraminis accuratissime definire .

*Instrumenta pro
examine divisiono-
rum .*

Tab. 2. Fr. 1.

54. Deinde explorandus est status divisionum tam raddii sectoris a centro C ad medianam rectam laminæ mobilis , quam mediæ ipsius lineæ . Id quidem admodum facile , & accurate præstari potest ope circini illius , quem dicimus fidelem , & jam toties nominavimus , si is habeat cuspides satis tenues , & rotundas , ac ope cochleæ E ; sed multo adhuc facilius obtineri posset , ope alterius circini , qui pro binis cuspidibus haberet bina vitra alterum fixum , alterum mobile . Exponam primo loco , quo pacto ope vitri simplicis harum laminæ mobilis divisionum examen a nobis institutum sit , tum & ejus circini vitro mobilis muniti , qui quidem haud difficulter parari potest , ideam aliquam exhibebo .

*Examen cochleæ
micrometrii .*

Tab. 2. Fr. 4.

55. In primis autem admodum accurate in fig. 4 instituti potest examen cochleæ E , ope circuli $ACIG$ fig. 7 , & indicis EI . In vitro admodum puro , & bene complanato , ac levigato ducantur binæ rectæ parallelæ , quæ ad sensum a se invicem distent tantum , quanta est crassitudo unius spiræ ejus cochleæ , sive quantum est intervallum , per quod lamina mobilis promovetur in fig. 4 , facta integra conversione indicis EI figuræ 7 . Tum alia recta itidem parallela , quæ distet ad sensum quintuplo magis a prima , tum alia , quæ ad sensum duplo magis , quam

quam hæc. Hæ omnes parallelæ per transversam ipsis ad sensum perpendiculararem secari possunt , ac ope hujus transversæ evitatur necessitas accurati reliquarum parallelismi, ut mox patebit . Porro ipsæ ejusmodi lineæ debent esse admodum tenues , & politæ . Eæ duci possunt adhibito fructo silicis , in quo , ubi diffringitur , remanent cuspides quædam acutissimæ , quæ in superficie vitri lineas designant , nec eam , ut adamas , dissecant .

56 Si jam hujusmodi lamina vitrea collocetur in fig. 4. Examen singula-
rum spirarum
cochlearum.
Tab. 2. F. 4
18
7

supra laminas $CC'G'G'$, & iis adnectatur ope tenacioris ceræ , vel etiam ad omnem scrupulum removendum ope instrumenti similis ei , quod haberetur in fig. 18 , detracta parte aP brachioli TSP , & relicitis $TraA$ cum cochlea S (immissa nimirum & regula ferrea , & laminis aurichalchicis , & vitro intra hiatum ejus instrumenti , & ope cochlearum urgentis posteriore partem ferreæ regulæ appressa superficie interiore laminæ Aa superficie exteriori vitri , quo quidem pacto ita potest lamina vitrea applicari laminis fixis $GG'TI$, $CC'O'O$, ut , promota laminâ mobili $I'O'O$, ea commoveri omnino non possit); si igitur ita collocetur ea lamina vitrea , ut illa ipsa facies , in qua rectæ lineæ parallelæ descriptæ sunt , laminis aurichalchicis obvertatur , & recta illa transversa congruat cum media linea laminæ mobilis , prima autem parallela congruat cum aliqua ejus divisione in eo statu micrometri , & laminæ mobilis , in quo cuspis b fig. 4 , & index EI figuræ 7 initium divisionum attingat , nec in fig. 4 lamina mobilis excurrat quidquam versus E' ; motu indicis EI , promotebitur lamina mobilis , & illa ejus divisio post unam circiter conversionem appellat ad secundam parallelam , ac notari poterit , quot particulis unius conversionis indicatis a cuspide I indicis EI fig. 7 differat id intervallum ab unica spiræ latitudine , quæ toti circumferentiaæ $ACIG$ respondet , qui particularum numerus vel erit nullus , vel perquam exiguis . Tum constituto indice in fine pri næ integræ conversionis ad

numerum 180, & laxata cera, vel cochlea, quæ vitrum laminis adstringebat, promoveri poterit vitrum ita, ut prima linea parallela congruat cum eadem illa divisione laminæ mobilis promota per unam micrometri conversionem, ac iterum adstringi, & nova conversione facta, donec illa divisio ad secundam parallelam appellat, apparabit iterum differentia integræ secundæ conversionis micrometri, seu crassitudinis spiræ, & illius ejusdem intervalli inter primam lineam, & secundam, atque eodem pacto sequentes omnes micrometri conversiones, sive spirarum crassitudines, conferri poterunt cum eadem illa distantia earundem illarum parallelarum in eodem situ assumpta; unde constabit, an ipsæ conversiones, & spirarum latitudines inter se æquales sint, & si inæquales fuerint, quantum a se invicem discrepent.

*Examen plurim
final, vel partis
earundem.*

57. Eodem pacto, ne excrescat summa errorum, qui in singulis spiris inter se collatis admitti possunt, licebit conferre cum intervallo inter primam, & tertiam parallelam quinas conversiones, tum denas, & ita porro, si longiorem cochleam adhibere liberet. Porro ductis parallelis, quæ distent per medianam conversionem micrometri, vel ejus trientem, vel per unam conversionem, aut plures jam cognitas cum dimidio, vel cum triente, & ita porro, inquiri potest in partes etiam conversionis, & totius cochlearum status accuratissime cognosci. Quanquam, ubi exiguis spirarum numerus adhibetur, & cochlea fatis accurate elaborata sit, nullum discrimen, quod sensu percipi possit, inveniri ommino debeat.

*Congruentia de-
linienda motu
continuo.*

58. In hujusmodi perquisitione notandum illud, quod & pro insequentibus omnibus usui erit tam in sectoris, quam in quadrantis rectificatione, quæ omnes per meam hujusmodi theoream sunt præstite; congruentiam aliquuj divisionis cum linea in vitro designata multo melius cognosci in ipso continuo motu micrometri, & laminæ. Sæpe enim nobis contigit, ut ope lentis etiam inspecta divisio, & linea apparuerint penitus congruentes, & tamen

tamen retracta lamina, ac iterum promota, ut altera ad alteram appelleret; in ipso appulsu tum notato non idem ille haberetur in micrometro numerus, qui antea habebatur, qua quidem observatione iterum, atque iterum repetita, sæpiissime contigit, ut appulsus per motum continuum definiretur sine discriminâne unius quidem, aut ad summum alterius particulæ; licet is, qui observabat appulsum, non ipse cochleam moveret, nec numeros indicatos nosset, sed socium lente admodum, & æqualiter circumagenter ipsam cochleam de appulsu commoneret, ut indicem sisteret, & numerum indicatum vel aspiceret, vel proderet jam aspectum.

59. Notandum & illud, quod ego quidem expertus sum, si foramen pro divisione adsit, rotundum, & nihil asperum, adhibetur autem microscopium supra laminam vitream constitutum, & locus ipse microscopio subjectus satis illuminetur, quod facile præstari potest ope lentis, vel Solares, vel lucernæ radios colligentis, & ubi microscopia adhibentur, in usu est positum, posse evidenter notari appulsum limbi utriusque ejus circelli ad lineam in vitro designatam, immo etiam ad filum tenuem tensum supra laminam mobilem, & affixum binis laminis fixis hinc, & inde. Quanquam, ubi de rectificatio agitur, multo melius sit vitra adhibere, quam fila, quæ ne secum transferat lamina mobilis, debent ab ea tantillum distare, cum aliquo parallaceos periculo; dum e contrario superficies vitri adhærere potest admodum tuto laminæ ipsi mobili, sine ullo erroris periculo.

60. Cavendum demum illud, ut semper appulsus determinentur motu laminæ facto in eandem plagam. Si enim tantillo ampliores sint spiræ cavæ, quam conve xæ, appulsus motu in unam plagam facto habebitur in numero diverso ab eo, in quo is habebitur motu facto in plagam oppositam. Nos semper retrahebamus laminam mobilem, tum promovebamus versus E' , & in hoc motu appulsum definiebamus.

*Foramen rotundum transversum
lineis utilius, via
tra filis utiliora
in rectificatione.*

*Motus laminæ
mobiles semper
in eandem plaga
pro appul-
sibus.*

Comparatio partium singulorum laminæ mobilis.

61. Definito statu cochleæ, ejus ope admodum facile, & admodum tuto inquiritur in divisiones ipsius laminæ mobilis hoc pacto. Primo quidem micrometro ad initium divisionis addučto constituantur vitri linea tenuis quæpiam, ut congruat ad sensum cum divisione, quæ sit in fine primi intervalli, quod intervallum conferendum est cum reliquis posterioribus, & convertatur cochlea, donec ad eandem lineam appellat divisio, quæ exhibet initium ejusdem intervalli. Constatibit eo pacto, quot conversiones integras, & conversionis particulæ id intervallum contineat. Tum retracta lamina mobili per cochleam in priorem statum, promoveatur vitrum ita, ut eadem illa linea congruat cum fine secundi intervalli, & promota lamina mobili, ut prius, donec ad eam lineam appellat intervalli ipsius finis, habebitur valor secundi intervalli in partibus cochleæ; ac eodem pacto sequentium intervallorum habebuntur valores in partibus ipsis, & si qua est eorum inæqualitas, depræhendetur, ac e valorum summa totius pedis nonnullus habebitur in micrometri particulis.

Comparatio plurium simularum ac durationem correctionem per longiorēm co-

62. Eodem pacto, quo singula intervalla comparata sunt inter se, possunt terrena simul, vel etiam quaterna comparari inter se ope nostræ cochleæ, quæ ad $\frac{2}{7}$ pollicis potest excurrere. Quod si ea longior sit, ut lamina mobilis possit procurrere per dimidium pedem, poterunt etiam comparari ejus ope prius bini semipedes, tum quaterni quadrantes pedis ternorum pollicum, tum pollices singuli, tum semipollices, tum demum semipollicium trientes, & ex adeo multipli collatione, correcitis errorculis singularium observationum multo accuratius, satis certo cognosci status intervallorum ipsius laminæ mobilis, & singularum ejus partium valor in particulis micrometri, ut inferius patebit.

Eadem per binas in eodem vitro lineas.

63. Sed quoniam ea longitudine cochleæ impediret in fig. 5 binos illos alios nexus *M*, *M'* laminæ mobilis cum fixis, & cum regula ferrea, & brevioris cochleæ difficultior

lior est flexus; idcirco libuit cochleam ipsam breviorem adhibere, quæ nimis per $\frac{1}{2}$ pedis ad summum excusat. Nec id illam collationem partium majorum pedis impedit, quæ hac alia ratione admodum facile præstari potest. Ducatur in longiore vitro recta pluribus parallelis traversa, quarum secunda distet a prima per dimidium digitum ad sensum, tum tertia a prima per digitum, quarta a prima per 3 digitos, quinta per 6. Applicato ejusmodi vitro ita, ut prima parallela congruat ad sensum cum initio primi semidigitii, adeoque secunda cum fine, notetur diligenter appulus initii ejus semidigitii ad primam parallelam, tum finis ad secundam. Si in eodem numero habeatur uterque appulus; distantia binarum parallelarum æquabitur accurate ei semidigitio, si minus, innotescet discrimen, quod erit paucarum particularum micrometri. Restituto micrometro in eundem statum, promoveatur idem vitrum ita, ut jam congruat ad sensum cum secundo semidigitio idem illud intervallum inter easdem illas parallelas: observetur eodem pacto ejus discrimen a secundo semidigitio, atque ita porro. Constat sane, quantum omnes semidigitii inter se differant, & apparebit, an differentia, eruta ex trientum binas continentium lineas comparatione inter se, congruat cum differentia eo pacto immediate definita. Eodem autem pacto ope intervalli inter primam, & tertiam parallelam conferuntur inter se pollices, tum ope intervalli inter primam, & quartam terni pollices, ac demum ope intervalli inter primam, & quintam seni pollices, vel dimidi pedes.

64. Et quidem, quod maxime commodum accidit, hæc comparatio non pendet a statu cochleæ, & eo etiam non explorato adhiberi potest cum eodem fructu. Nam ubi singula binarum linearum intervalla explorantur methodo hic tradita, per unicam vitri rectam; adhibentur quidem quinque conversiones integræ ipsius cochleæ, sed adhibentur semper eadem, & discrimen pendet ab illo exceſ-

Ea tunc etiam
ignoto cochleæ
statu.

excessu unius intervalli supra alium, qui perquam exiguis est, ac error, qui in aliquo spirarum numero fortasse sensibilis est, in exiguo numero particularum effugit omnem sensum. Deinde in reliquis omnibus comparationibus per binas vitri rectas parallelas adhibetur per quam exiguis particularum numerus, qui nimurum indicet differentiam intervalli rectangularium earundem a parte pedis explorata, in quo itidem nullus sensibilis error timeri potest. Et quidem hac ipsa methodo singuli etiam pollicum sextantes inter se conferri possunt, quod laborem contrahit, cum cochlea non debeat quinque circummagi. & quinque aliis conversionibus in priorem statum restituiri.

Ufus recta transversa summus.

65. In omnibus hisce comparationibus illa transversa recta, quæ parallelas omnes fecat, maximum habet usum, si congruat semper cum media laminæ mobilis linea; quia determinat intervallum inter parallelas, quod debet esse idem collationis terminus; non esset autem, si rectæ illæ non essent accurate parallelæ, & in diversis sui partibus adhiberentur, vel si jam oblique magis adhiberentur, jam minus.

Nova forma circini habentis vitrum alterum fixum, alterum mobile.

66. Maximum itidem usum haberet hic circinus ille, quem supra innui, qui alterum haberet vitrum fixum, alterum mobile, quorum utrumque suam haberet tenuem lineam margini proximam, ut adeo altera ad alteram accedere posset quamproxime; nam lineæ tenues, & politæ, ac parallelæ ad datam distantiam non ita facile ducuntur in vitro, & mihi quidem, antequam ei ductui assuererem, plurimorum vitrorum superficies deformandæ fuerunt, nec vero etiam nunc satis tuto ducuntur, ac plures, confracta interea cuspidi silicis, mota regula, manu in transversum acta, crassiores obveniunt, asperioresque, inflexæ, & contortæ, vel sinuatæ.

Circini forma similis limbo ferut in fig. 4 GGT'I, OO'C'C, satis a se invicem distantes, quoris.

67. Is circinus deberet habere binas laminas e metallo, & ad capita GC, G'C' inter se connexas. Inter eas deberet inter-

interjacere lamina mobilis amplior , sed per totam fere longitudinem perforata ampliore crena , capitibus tantummodo cohærentibus , & in utroque ejus in margine secundum longitudinem deberent haberi plura foramina casas cochleas continentia , ad exiguae a se invicem distancias . In fine ut in O'l deberet haberi vitrum firmissime , adhærens laminis fixis , in cuius superficie exteriore versus marginem interiore respicientem GC esset recta linea perpendicularis alteri per medium vitrum traductæ in eadem superficie in directione laminarum ipsarum . Deberet autem intra lamellam ipsum amplectentem ad tres tantum margines , ut o , i , & OI , nec excurrentem in longum ultra latitudinem laminæ mobilis , includi vitrum alterum , quod prope marginem quartum respicientem OI haberet rectam lineam tenuem perpendicularem rectæ parallelæ GG: in ipsa autem lamella id vitrum amplectente in i , & o , deberent haberi foraminula , per quæ traduci posset cochlea , quæ id vitrum aduechteret laminæ mobili in ea proxime distantia ab o'i , quæ opus est ad comparationem intervallorum quæsitam . Id quidem facile præstari posset ope foraminum illorum frequentium in laminis fixis ; magis autem accurata distantia binarum rectarum designatarum in binis superficiebus exterioribus binorum vitrorum obtineretur ope cochlearum E , quæ laminam mobilem promoveret .

68. Posset autem etiam sine tot foraminibus laminarum fixarum ita inseri caput i lamellæ deferentis secundum vitrum inflexæ introrsum in crenam excavatam secundum longitudinem laminæ mobilis , & caput o in crenam ex altera parte excavaram , ut vi tautum adhibita posset id vitrum excurrere per laminam mobilem ac accedere ad aliud vitrum sine ullo spontanei motus periculo : posset & aliter ope cochlearum adstringi , ubi liberet : sed hæc innuisse sit satis .

69. Posset huic circino & micrometrum addi , sive in E circulus , ut ille figuræ 7 cum indice . Sed tum qui- Micrometrum
circino adde-
dem

Facilius exca-
sus vitri mobilis

O P U S C U L U M

224

T. b. 2. F. ,

dem cursor *P* figuræ 5 , & cochlea *EF* collocari deberent
in majore distantia ab anteriore superficie , ne circuli *GC*
peripheria excurreret supra superficiem anteriorem ultra
vitrorum facies , & eorum applicationem impeditret ad
planam quamvis superficiem . Ut etiam cum lamina mobili-
lis per totam suam longitudinem & perforata esse debeat ,
& libera , non per unicam lamellam *M* , vel *M'* in medio
sitam adstringi deberet , sed per binas hinc , & inde a me-
dio connectentes binos margines oblongos laminæ ipsius
mobilis cum laminis fixis .

Eius usus ad comparandas divisiones laminae mobilis . 70. Ope hujus circini possent vitrorum lineæ adduci ad distantiam semipollicis , & comparari inter se semipol-
lices ; tum ad distantiam pollicum , & comparari pollices , deinde ad reliquias distantias , & reliqua intervalla referri . Nec vero necessarium esset ad nostros usus mi-
crometrum in ipso circino , cum habeamus micrometrum in limbo sectoris . Adhuc tamen micrometrum ipsum ad
ad plures alias usus esset utilissimum .

Præclarus circinus recenti instruendo binis microscopis . 71. Inventus est recens circinus , qui constat virga longiore , & ad caput alterum habet microscopium fixum , ad alterum vero caput microscopium alterum mobile , quod illi fixo potest admoveri , quantum libet , & ea bina microscopia habent sua micrometra . Eo instrumento ad rectificandas quadrantis divisiones utitur P. Pezenas e Soc. Nostra celeberrimus Massiliae Regius Hydrographiae Professor , & Astronomus , ut ex ejus litteris cognovi ; in quo tamen illud est maxime incommodum , quod valor partium micrometri mutatur plurimum , si vel tantillo jam magis , jam minus distet limbis a micrometro ipso . Meus hic circinus , qui sponte fluit e mei limbi constitu-
tione , quam perficiendam curavi multo ante , quam de eo circino quidquam exaudissem , habet omnem commo-
dum microscopii augmentis distantias , & motum in im-
mensum , sine ullo ejusmodi parallaxeos incommodo , cum linea in vitri superficie designata contingat ipsum
limbum , in quo sint divisiones ad examen revocandæ .

Pate-

Patebit autem in secundo capite, quo pacto per bina vi-
tra connexa cum ipsa quadrantis regula, in ipsius qua-
drantis divisiones inquisierim, methodo ubique iisdem
prorsus principiis innixa.

72. Porro ut ad examen redeamus nostri limbi, ubi jam
constiterit, de accurate conditione cochleæ, & tam de
integrarum conversionum micrometri, quam partium
quarumcumque statu, facilius aliquanto per unicam uni-
ci vitri lineam comparantur inter se quivis semipol-
licum trientes efficiendo per 15 conversiones cochleæ,
ut transeant omnes 4. divisiones ad singulos ex iis perti-
nentes, & notando singularum appulsum, qua methodo
usi sumus, ubi constitit nostram cochleam satis accura-
tam esse, & conversiones integras ad sensum omnino
æquales.

73. Explorato statu lineæ per medianam traductæ lami-
nam mobilem, videndum, quot micrometri partibus re-
spondeat sectoris radius, sive distantia centri a linea ipsa
media laminæ mobilis ejusdem. Id in fig. 4. fit comparan-
do distantiam puncti *d* a media linea laminæ mobilis cum
uno pede, sive pollicibus 12 insculptis eidem mediae lineæ,
tum *dd'*, tum *d'D* cum eadem. Deinde intervallum *DD'*,
& *D'C* cum distantia puncti *D* ab eadem media linea.
Hæc comparatio fieret admodum facile ope circini vitris
instructi, quem descripsi superius a num. 67. Nam ap-
plicando ad alterum caput intervalli comparandi lineam
vitri immobilis, & ad alterum lineam vitri mobilis ad-
ducendo ope cochleæ, si in ipso circino aedeset index, &
circellus, qui micrometri vices expleret, admodum ac-
curate ope microscopii videri posset, in quo micrometri
numero haberetur accurata congruentia.

74. Quod si in ejusmodi circino non aedeset microme-
trum, adhuc comparatio ejus ope admodum facile insti-
tui posset, adhibendo lamellam mobilem *EE'*. Ubi enim
intervallum non majus ipsa lamina, ut *dd'*, comparandum
esset cum pede insculpto in lamina mobili, collocatis

Determinatio
tricentum semi-
pollicum in par-
tibus microme-
tri.

Determinatio
longitudinis se-
ctoris, qui habe-
ri posset ope no-
vi circini in-
strudi microme-
tro.

Eadem ope e-
jusdem carentis
micrometro per
micrometri la-
mina mobilis.

binis vitris ita , ut accurate eorum lineæ congruerent cum d , & d' , applicari posset ad laminam mobilem ipse circinus ita , ut ad sensum congruerent lineæ ipsæ vitrorum binis extremis ejus pedis , tum ope cochlear E promota lamina mobili donec alterum pedis extremum congrueret cum linea vitri alterius , & notato indicis statu , ac deinde ita promota eadem , ut alterum pedis caput congrueret cum alterius vitri linea , si numerus ab indice notatus idem esset , haberetur æqualitas intervalli illius cum pede , secus vero innotesceret accurate discrimen .

Eadem in intervallis longioribus regulâ mobili .

75. Si vero conferenda essent inter se bina intervalla ampliora , ut ea , quæ ternos continent pedes ; adhuc res hoc pacto confici posset . In directione EE' in eodem ad sensum plano in distantia majore , quam pedum duorum notari posset tenue punctum , seu acu rotunda foraminulum excavari in lamella metallica , vel etiam in ligno , vel charta . Tum priore e binis intervallis comparandis capto ope circini armati vitris , applicari posset alterius vitri linea foraminulo illi , alterum vero vitrum limbo sectoris , & promoveri lamina mobilis , donec aliquod ejus punctum congrueret cum linea vitri alterius , ac notari status indicis . Deinde eadem ratione capto ope ejusdem circini altero intervallo , & prioris vitri linea collocata supra illud idem foraminulum , ac promota lamina mobili , donec idem illud ejus punctum congrueret accurate cum linea secundi vitri , & notato statu indicis , pateret illico , quot particulis promoveri debuisset eadem lamina pro altero intervallo magis , quam pro altero ; unde statim innotesceret eorum intervallorum discrimen .

Quo passo ea determinatio sit facta : primus ejus circini suplementum .

76. Hanc ipsam perquisitionem paullo aliter instituimus sine ejusmodi circino , sed admodum diligenter . Nimirum illa etiam intervalla DD' , D'C divisiimus singula in partes tres tabellis interpositis , & notatis ad æquales ad sensum distantias punctis , ut adeo haberentur jam 9 intervalla in ipso radio singula ad sensum unius pedis . Ea ab uno pede laminæ

laminæ mobilis discrepabant nonnihil. Hoc discrimen dupli via investigavimus, cum illo circino vitris instructo careremus. Primo quidem ut ejus circini usum supplerem, paravi binas lamellas aurichalchicas longiores, quas binis brevioribus transversis ita connectendas curaveram, ut tamen a se invicem satis distarent. His affigebam ope ceræ tenacis bina vitra cum illis lineis, & quod ope cochlearum multo certius, & facilius fieri potuisset, vi ceræ illata præstabam, ut alterum vitrum alteri admovereatur, & linearum in vitris descriptarum intervalla cum intervallo conferendo congruerent, quo instrumento in limbum sectoris translato, conferebatur quovis ex illis pedibus cum pede laminæ mobilis, ut supra.

77. Deinde hac etiam alia ratione idem præstabatur Circino fideli binis instructo tenuissimis cuspidibus assuebatur intervallum illud, ex: gr: dd', & transferebatur in laminam mobilem ita, ut culpis altera accurate caderet in initium pedis, altera lineolam tenuissimam designaret prope finem ejusdem pedis. Tum vero quot particulis hæc lineola distaret a fine pedis facile definiebatur affigendo laminis limbi fixis vitrum transversum cum lineola tenui, & laminam mobilem promovendo, ut appelleret ad eam lineam & finis pedis, & lineola circini cuspide notata prope ipsam, quo pacto distantia illa in partibus micrometri accuratissime definiebatur.

78. Atque jam vel hinc satis patet, quantæ utilitatis illa sit lamina mobilis ad hunc etiam usum intervalla quæcumque accuratissime inter se comparandi, & determinandæ vel minimæ eorum differentiæ in particulis per quam exiguis magnitudinis note. Sive enim intervallorum differentia notetur in ipsa lamina, iis intervallis in eam translatis ab aliquo puncto intra eam assumpto, ubi minora sunt, quam ea, extra eam vero, ubi majora, & tum promovendo laminam mobilem, ut utriusque intervalli extremum transeat sub eadem recta incisa in eodem vitro interea immoto, obtinetur differentia. Sive inter-

Supplementum.
alterum circinai
ipius.

vallorum differentia habetur in vitro eodem simul per binas rectas in eo incisas , vel successive per binas distantias unicæ ejus rectæ , a recta in altero vitro incisa , cui prius illud admoveatur jam magis , jam minus ; & tum promovendo laminam mobilem , ut eadem aliqua ejus linea transeat sub utraque linea ejusdem vitri , vel sub utraque positione ejusdem linea ejusdem vitri , idem obtinetur accuratissime , ut patet .

Idem supplementum utile istud in alia rectificatione methodo: vitrum faciliter aptius.

79. Porro & in alia methodo rectificandi divisiones sectoris in observatione adhibitas comparando earum intervallum cum parte aliquota radii , ad quam mox faciemus gradum , idem prorsus accidit , ut nimis res admodum facile obtineri possit per circinum vitris munitum , quem proposui , ejus autem vices supplere possint vel vitra binis laminis conjunctis agglutinata ope ceræ , vel circinus fidelis habens binascuspides acutas virgæ oblongæ perpendiculares , quarum altera alteri admoveari possit , & adstringi , cuiusmodi supplementum utrumque nos quidem adhibuimus . In omnibus autem hisce methodis , potissimum , ubi præscribitur , ut lamina mobilis transeat sub vitro lineam habente tenuem , adhiberi quidem posset & capillus tenuis , vel filum fericum , vel argenteum transversim ductum supra laminam mobilem , & affixum cera laminis fixis , & inde , quam ipsam methodum initio adhibui , & saepe cum successu . Sed in eo id incommodi inveni , quod si filum sit satis proximum laminæ mobili , admodum facile a pulviseculo in eam illapso possit in transversum agi nonnihil ; si autem remotius sit , admodum difficulter oculo immoto , vel eidem prorsus positioni restituto evitetur effectus parallaxeos . Vitrum autem si satis firmiter laminis fixis adhaereat , immotum manet , cum lineola sibi insculpta , dum lamina mobilis ipsum contingens sub eodem sublabitur , sine ullo palallaxeos periculo .

Lens adhibita , & aliquando microscopium .

80. Sed nec illud omissendum , in hisce observationibus , ut & in sequentibus , ope vitreæ lentis admodum acutæ ,

acutæ , & objecta plurimum augmentis inspectas semper fuisse hasce lineas , & divisiones , aut puncta , quæ quidem lens filis , & lamellis elasticis ita alligata erat , ut applicari posset ad limbum , & per se se maneret in ea distantia a loco observando , quæ ad distinctionem maxime necessaria censebatur . Aliquando autem & microscopio sum usus .

81 Porro in hoc examine inventum est senos pollices a medio ad levam aspicientis sectorem , sive versus micrometrum , habere particulas micrometri 32716 , quarum una conversio habebat 180 , ad dexteram vero 32734 , adeoque illum pedem 65450 . Singuli autem e 9 pedibus radii sectoris superabant hunc ita , ut differentia omnium media esset particularum 35 , adeoque continebant particulas 65485 , & radius integer particulas 589365 .

Examinis exitus:
longitudo radii
in partibus mi-
croscopici .

82. Inde autem facile deducitur , singula minuta requirere particulas 171. 446 quam proxime . Nam tangens unius minuti ad radium 10000000 est 2909 , & est 10000000 ad 2909 , ut 589365 ad 171. 446 , quod quidem vix mutatur in tota sectoris nostri amplitudine , in quo nimirum dimidiis pes hinc , & inde a medio ad radium pedum 9 subtendit angulum paullo majorem gradibus tribus , & incrementum tangentis pro uno minuto adjecto est adhuc in fine arcus unius gradus 2909 , in fine arcus duorum graduum 2913 , in fine trium 2917 . Quare error trium fere particularum requiritur in tangentie ortus , vel ubi observatur stella , vel ubi in divisiones sectoris inquiritur , ad committendum errorem unius minuti secundi .

Errorum trium
particularum in
tangente requiri-
tur ad errorem unius
secundi in angu-
lo .

83. At in radii totius longitudine requiritur error multo major . Facile enim demonstratur , ut in angulo committatur datus exiguus error , debere esse errorem radii ad radium , ut est error tangentis ad tangentem . Quare si fiat , ut tangens graduum trium 524078 ad errorem pro uno minuto 2917 (quæ sumuntur ad communem radium 10000000 ex tabulis) , ita noster radius 589365 ad quartum prodeunt pro uno minuto particulae 3284 , adeoque

In radii longi-
tudine requiri-
tur errorem multo
majorem .

pro

pro uno secundo particulæ 55. Imminuto autem angulo, cum error tangentis perseveret ad sensum idem, tangens autem minuatur fere in eadem ratione anguli, augetur error requisitus in radio fere in eadem ratione anguli reciproca, ut idcirco ad hoc, ut committatur error unius secundi in angulo gradus unius, requiratur in determinatione totius radii error particularum 165, qui tantus est, ut nullo sane pacto timeri possit.

*Qui error ex
errorum summa
provenire possit:
quo pedo minu-
endus.*

84. Ubi investigatur valor singularium partium nostrarum divisionis, quarum habentur 36 hinc, & 36 inde, si in singulis partibus committatur error unius particulæ micrometri, in summa committi posset error partium 36, qui quidem errorem 12 secundorum secum ferret, quod quidem accideret, si omnes errores simul conspirarent. Sed is casus nunquam sane accidit, cum errores hinc, & inde fortuito evagari soleant, & se mutuo vel penitus, vel magna ex parte corrigere. Verum præter hanc ipsam correctionem, quæ habetur semper, error idem minuitur quamplurimum, si methodo exposita conferantur inter se bini semipedes, tum in eorum singulis bina intervalla ternorum pollicum, in horum singulis terna singulorum pollicum, in horum autem singulis bina singulorum semipollicum, tum in horum singulis terna binarum linearum. Demonstrari enim facile potest, rite facta correctione per hujusmodi comparationem, nusquam committi posse errorem majorem quintuplo ejus, qui in singulis intervallis supponitur commissus, licet omnes errores conspirent, qui error ipse maximus possibilis imminuto angulo, minuitur in ejus ratione ita, ut posito in singulis intervallis, quæ comparantur, errore unius particulæ, non possit in angulo unius gradus committi error, nisi dimidi secundi, erroribns etiam conspirantibus, quod ad rem præsentem plurimum conducit.

*Demonstratio
methodi traditi.*

85. Nam si in toto pede assumatur quisvis numerus particularum ad libitum, ut is, qui e singulis intervallis observatis utcumque provenit, tum is dividatur in binos semi-

semipedes in ea ratione, quam exhibet eorum comparatio, & idem præstetur in sequentibus subdivisionibus, error in singulis committi poterit æqualis ei, qui in altero semipede deprehenditur, sive subdivisio fiat in partes duas, sive in partes tres, dummodo in hoc secundo casu non assumatur valor duarum partium immedia te, sed valor tertiae, in quo admittitur unicus error, dematur ex valore intervalli subdividendi. Ac generali ter demonstrari potest, si divisio fiat in partes 4, vel 5, quæ inter se comparentur, errorem evitari posse major em duplo errore singularium partium, si in 6 vel 7 triplo, & ita porro.

86. Et quidem hoc pacto, ubi divisiones satis sint nitidae, potissimum si rotundis, politisque foraminulis consistent, repetita pluribus vicibus observatione, & microscopio adhibito, omnino mihi persuasum est, errores evitari posse omnes ita, ut ubique certi simus infra unum minutum secundum errorem maximum possibilem cohereri. Adhuc tamen est & alia methodus multo adhuc tutior, & quæ eodem fere recidit cum methodo adhibita a Bouguerio, & Condaminio, qua vel divisiones omnes sectoris, vel ex tantummodo, quæ in observatione adhibitæ sunt, ad examen revocentur, & corrigantur accuratissime. Hanc methodum, cuius mentionem fecit Mai ri us in opusculo secundo, hic paullo diligentius expnam, ac fufius.

87. Ii quidem notata utcumque proximè distantia a zenith Fixæ, quæ observanda erat, notabant, quæ pars aliquota radii assumpta pro circuli chorda subtenderet arcum proximum ei, qui duplam ejusmodi distantiam metiretur. Eam partem tot vicibus tranferabant a sectoris centro ad limbum minore fideli circino, tum majore circino ad intervallum radii sic definiti aperto, & altero ejus crure applicato ad ipsum sectoris centrum ducebant in limbo arcum circuli, & in eo abscindebant arcum respondentem illi ipsi parti aliquotæ ita, ut axis te lesco-

Quousque pro-
moveri possit cor-
ratio. Methodus
rectificatio-
nis alia.

Methodus divi-
sionis limbi per
partes aliquotas.

lēscopii ad sensum effet in medio ejus arcus, notabantque bina puncta eum arcum terminantia, & ante observationem ita instrumentum aptabant, ut filum penduli per alterum punctum transiret quadrantis limbo occidenti obverso, per alterum vero eodem obverso orienti, ac ope micrometri investigabant differentiam duplæ distantiaæ a Zenith ab ejus arcus amplitudine.

*Cur ea non sit
hic adhibita.
Eadem ad recti-
ficationem tra-
ducta.*

88. Idem & in casu nostro fieri poterat, ducendo non arcum, sed rectam tangentem, & assumendo in ea partem aliquotam. Verum eo pacto sectoris limbus semel præparatus pro unica stella in unico loco observanda usui esse potest, & pro aliis delendi sunt circuli, vel tangentes, & puncta, & novi pro singulis observationibus parandi. Libuit autem potius sectorem nostrum omnibus aptare stellis, quæ non multum a zenith recederent, ut ex, quæ pro varia anni tempestate aptiores essent, ne nimirum a nimia Solis vicinia obruerentur, feligi possent, ac ut, ubi ad præsentem usum esset adhibitus, & semel rectificatus, posset etiam imposterum, ubicunque, & quandocumque adhiberi. Id autem eo potiore jure præstare licuit, quod in ipsa divisionum rectificatione methodus omnino similis tuto admodum, & multo facilis poterat adhiberi, quam & adhibuimus; multo autem adhuc & accuratius, & facilius adhibuissimus, si adsuisset circinus ille vitris armatus altero fixo, altero mobili, & micrometro, quem quidem circinum descripsi superius, cuius tamen usum supplevimus.

*Eemplum ejus
methodi.*

89. Quærendum sit ex. gr., quem angulum in nostro sectore subtendat intervallum laminæ mobilis, quod ad levam intercipiat 17 e nostris illis 72 partibus, & ad dexteram 13, cum quarum altera contulimus Arimini positionem μ Urse limbo Occidenti obverso, cum altera vero limbo obverso Oriente, & distantiam penduli ab iis divisionibus determinavimus ope nostri micrometri, promotâ, quantum opus esset, nostrâ laminâ mobili ita, ut filum cum ea divisione accurate congrueret, ut inferius iterum expo-

exponam. Earum partium simul habetur in toto intervallo numerus 30. Cum autem earundem contineat pes partes 72, & pedes 9, five radius partes 648, dividatur numerus 648 per 30, obveniunt proxime 21. Quamobrem conferendum erat id intervallum cum una e partibus 31 æqualibus radii.

90. Quoniam diviso 648 per 21 obveniunt $30.\frac{6}{7}$, assumptum est hoc intervallum proxime in ipsa lamina mobili, & ad eam distantiam in longiore polita vitrea lamina ductæ binæ lineæ parallelæ, & certa earum loca notata sunt transversis lineolis. Tum sector horizontaliter constitutus super binis fulcris ita, ut ejus quadrantes fere utrinque ultra fulcra procurrerent; nec vero ob tubum ferreum & ampliorem, & ita arcte adnexum regulæ ferreæ, ullum erat flexionis periculum; & ea ipsa superficie ejus laminæ vitreæ, in qua lineæ designatae fuerant, applicata limbo ita, ut altera linea ad sensum congrueret cum termino partis decimæ septimæ ad levam sitæ, adeoque altera non longe distaret a parte decima tertia ad dexteram sita, motu cochleæ facile determinabatur metodo supra exposita, quot micrometri particulis differret intervallum linearum in vitro designatarum ab intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis.

91. Paratae autem erant etiam tabellæ quædam ligneæ tantundem crassæ, quantum laminæ aurichalchicæ limbi supra regulam ferream elevantur, ac levi, & nitida papyro agglutinata obductæ. Tum prima tabella D ceramoli adnectebatur regulæ ferreæ in ea distantia ad sensum a centro sectoris S, quam exposcebat illa pars assumpta pro una e 21 æqualibus. Inde vero applicato vitro ita, ut altera e lineis parallelis transiret accurate per centrum sectoris S teste lente satis convexa, ita promovebatur tabella D versus S sub ipsa vitrea lamina, ut ejus foraminulum notatum accurate responderet & mediæ crassitudini regulæ, & alteri lineæ in vitro designatae. Cera mollis permittebat hunc motum vi adhibita, qua cessante, positi

tio semel accepta prorsus accurate servabatur. Eodem pacto collocabatur secunda tabella sub tertia, & ita porro, donec superesset unicum intervallum postremum a puncto *E*' ad medium lineam *ED*'.

Comparatio
partis postremæ
& inde vera ali-
quotæ determi-
natio.

92. Id autem postremum intervallum non poterat cum reliquis conferri ope ejusdem laminæ vitreæ; conferebatur autem facile ope circini fidelis cuspidibus tenuissimis armati, quem habebamus. Translato enim & eo postremo intervallo, & uno ex æqualibus *DD* ex eodem quæpiam puncto lamellæ mobilis in ipsam laminam mobilem, ac binis lineolis eo centro descriptis, facile erat promota eadem laminæ mobili utiusque lineolæ, sub eadem transiuntis immota vitri applicati linea intervallum cognoscere, quo intervallo per omnes distributo partes 21, cognoscetur, quot micrometri particulis una ex iis partibus differret ab illo intervalllo partium illarum 30 laminæ mobilis, cum quibus Fixæ positio inter observandum collata fuerat. Patebat igitur quantum is numerus differret a partibus 30 earum, quarum radius sectoris continet 648, & quæ proinde correctio divisioni laminæ adhibenda esset; vel si liberet immediatus, patebat facile, quem angulum subtenderet ad centrum sectoris id intervallum, cum pateat, quem angulum requirat tangens, quæ ad radium est, ut 1 ad 42, cuius duplum subtenditur a parte vigesima prima, a qua deinde quantum differat intervallum illarum 30 partium laminæ mobilis, constat ex noto particularum numero, quibus id intervallum differt ab ea parte aliqua.

Ex ultima parte
inæquali cæteris
nullus error.

93. Patet itidem nullum fuisse opus accurate assumendi partem ipsam aliquotam, cum postremi intervalli haud æqualis reliquis differentia dividenda sit in partes 21, adeoque erroris admissi vigesima prima pars habeatur tantummodo, quæ penitus insensibilis esse debet, cum trium particularum error uni secundo æquivaleat, ac diligentia adhibita duarum etiam particularum error evitari possit, qui secum trahet trigesimam unius minuti secundi

di partem pro errore. At illud accidebat maxime incommodum , quod nimis tabellæ aliae post alias collocandæ erant , & ad locum sibi debitum deducendæ , quod & diuturnum tempus , & laborem sane molestum requirerbat.

94. Ei quoque malo remedium hoc pacto allatum est . Circino fideli assumpta est pars proxime vigesima prima , & tabellæ dispositæ ad eam ad sensum distantiam a se invicem , quam ejusmodi intervallum requirebat , & filum tenue traductum a centro *S* ad medium laminæ mobilis *EE'*. Tum applicata circini cuspide altera in *S* , alterius ope excavatum est tenuissimum foraminulum in prima tabella in *D* sub ipso filo ; deinde , prima cuspide immissa in idem foraminulum , excavatum est foraminulum ejusmodi in secunda tabella , & ita porro usque ad postremam tabellam . Iis præstitis , prius una e partibus æqualibus comparata est cum intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis , ac postrema pars inæqualis cum ea ; atque id ipsum dupli methodo .

95. Primo quidem ipsius circini cuspis altera infixa est alteri extremo ejus intervalli , & altera cuspide notata tenuissima lineola in lamina mobili , ac distantia hujus lineolæ ab extremo altero intervalli ejusdem capta more solito , promovendo laminam mobilem : ultima vero pars inæqualis diligenter capta eodem circino , & translatâ itidem in lamellam mobilem ex eodem loco , ac inventa distantia binarum lineolarum notatarum , ut prius . Deinde pro unico vitro adhibita sunt bina agglutinata ope ceræ longiori perforatæ aurichalchicæ laminæ , de qua mentio superius injecta est , & quæ circini muniti vitro mobili , & micrometro vices supplet utcumque . Tum ejusmodi instrumento binis proximis tabellis applicato , lamina altera vi adhibitâ , ad alteram adducebatur , donec distantia binarum linearum iis insculptarum accurate æquaretur uni e partibus æqualibus , ac translato in laminam mobilem instrumento conferebatur cum intervallo

*Alia methodus
minus molesta
per circinæ ha-
beatæ cuspides.*

*Comparatio al-
time partis co-
dem circino: to-
ta hec investi-
gatio ope dupli-
cis vitri .*

explorando distantia ipsa , & notabatur , quot particulis ab eo differret , ac eodem instrumento capiebatur postrema illa inæqualis pars , & conferebatur cum eodem intervallo ; quo quidem pacto obtinebatur eadem comparatio , quæ prius ope circini , sed sine ulla lineola ducta in lamina mobili , quæ deinde delenda esset .

*Hujus methodi
comparatio cum
parte aliqua
inculpta in Lim-
bo.*

96. Supervacaneum autem hic est omnino monere illud , ope circini superius propositi , qui vitro constaret mobili , & suo micrometro , multo facilius comparationes hæc omnes fieri posse ; ut & illud in omnibus hisce tentaminibus lentem a nobis adhibitam esse admodum acutam , quæ objecti augeret imaginem . Illud omittendum non est , hic quidem duas comparationes institui , positionis Fixæ cum intervallo illo 30 partium , & ejus intervalli cum parte aliqua , dum ipsa parte aliqua translata in laminationem mobilem immediate confertur positio Fixæ cum parte ipsa aliqua . Sed id quidem periculum inducit erroris unius , aut ad summum alterius particulæ micrometri , qui error ipse microscopio adhibito evitari potest , & infra minutum secundum descendit . Compensatur autem tum ex eo , quod tam multis methodis liceat examen instituere , & quoties libeat repetere , tum ex eo , quod eadem ratione comparando numerum partium quemcumque a medio cum aliqua parte aliqua , vel numerum ejus duplum acceptum hinc , & inde a medio , possit haberi constans accuratissima divisionum omnium rectificatio , sine periculo erroris , qui trientem minuti secundi excedat , sectore ubique deinceps , & pro Fixis omnibus vertici proximis æque futuro usui .

*Quid ubi pars
aliquota nimis
distant ab in-
tervallo neces-
saria .*

97. Eodem pacto & in aliis examen divisionum institutum est , verum aliquando , ubi pars aliqua fatis distant ab intervallo comparando , idem æquè accurate obtinere licuit assumpto dimidio . Ejus exemplum proferre licet in intervallo adhibito pro a Cymi . Ad ejus positionem adhibitæ sunt Romæ partes 30 ad levam , & 26 ad dexteram , summa est 56 . Per hanc divisio numero partium totius

totius radii = 648 , proveniunt partes $11\frac{1}{2}$ quam proximè . Liceret igitur partem unam e 23 bis transferre in id intervallum hinc , & inde a medio , sed una observatio cum novo erroris periculo adderetur . Liceret adhibere partes 11 , per quem numerum diviso illo 648 , habetur ferè 59 quod ab intervallo comparando differt per partes 3 , adeoque per conversiones 15 cochleæ , in quibus majorē aliquem errorem suspicari licet . Potest igitur ope trium vitrorum res ita perfici . Distet medium ab extremis ad sensum per unam e 23 partibus æqualibus , sive per 28 . Distabunt extremae partes per 56 . Circino transfrantur partes ejusmodi 11 in tabellas , & relinquetur proximè pars dimidia ejus . Aptentur extrema vitra , ut accurate congruant cum una e prioribus , tum vitrum medium aptetur ita , ut cum altero extremo congruat accurate dimidiae illi parti reliquæ . Illa pars major comparetur cum illo intervallo adhibito in observanda Fixa illarum 56 partium , tum & distantia primi vitri a secundo comparetur cum aliquo laminæ mobilis intervallo , & distantia secundi a tertio comparetur cum eodem , ut innoteſcat , quot particulis ex binæ partes a se invicem differant . Ejus differentiæ dimidium exhibebit , quot particulis differat postremum intervallum a dimidio unius ex illis 12 . Quare hæc semidifferentia divisa per 23 exhibebit , quid addendum , vel demendum sit singulis reliquarum dimidiis ad habendam accuratam æqualitatem . Hinc innoteſcat , quantum debeat augeri , vel minui una ex 11 partibus æqualibus , ut accurate contineat $\frac{2}{3}$ radii , & proinde innoteſcat quantum differat ab hac ipsa mensura nempe a $\frac{2}{3}$ radii intervallum illud adhibitum partium 56 .

98. Hæc omnia exemplis illustrare infinitum esset .
 Illud unum hic monuisse fit satis , plurima nos & Arimi-
 ni , & Romæ tentamina instituisse , donec usu ipso paul-
 latim exercitatores evasimus , & plurimarum observatio-
 num consensu evidentissime nobis constituit de nostri
 instrumenti statu ; ut proinde mirum esse non debeat , si
summa cura ad-
dibita in redi-
ficatione ; inde
observationum
consensus .
 tan-

tantus inter ipsas Astronomicas observationes nostras confensus habeatur. Patet autem, quanto præsidio sit illa mobilis regula ad correctionem divisionum; sed paullo inferius patebit itidem, quanto usui eadem sit in observationibus ipsis instituendis. Eadem autem theoria & sequenti capite iterum obveniet in rectificatione quadrantis.

*Collocatio filo-
rum microme-
tri.*

99. Expositis iis, quæ pertinent ad rectificationem divisionum, dicemus nunc de recta collocatione filorum micrometri. Ea in primis collocanda sunt ita, ut angulum contineant accurate rectum. Id pendet plurimum a diligentia Artificis, qui in fig. 13 ita debet & exilia parare foramina *MLNK*, & rite disposita, ut filum sericum, vel potius argenteum traductum contineat angulum rectum. Id quidem noster Artifex accuratissime præstitit, & facile ad examen revocari potest applicata ad orificium ejus tubuli papiro cum binis rectis ex multo majore distantia ductis ad angulos rectos, & ut fila videri possint, charta oleo affuso pellucida adhiberi potest, si oculus applicetur ex parte ipsa filiorum. Ut autem semel acceptam positionem servent, id vero præstat lamina illa elastica, sine qua facile admodum laxari possent, & positionem suam mutare.

*Eorundem situs
in foco lētis ob-
jectivis: error in
hoc se dicitur ge-
nere facile evi-
tandus.*

100. Deinde ita collocandus est tubulus ille, qui fila habet, ut sit in ipso foco lentis objectivæ, ubi nimirum pingitur imago objecti. Radii quidem ab eodem objecti puncto devenientes non habent omnes unicum focium, ut supra innui, sed disponitur series quædam focorum, quæ occupat partem $\frac{1}{7}$ distantiae foci propioris a lente objectiva, quod intervallum in casu nostro, in quo ea distantia est pedum 9, effet quatuor pollicum, & violaceorum quidem focus est omnium proximus ipsi lenti objectivæ, rubeorum remotissimus. De erroribus, qui inde oriuntur possunt satis multa Bouguerius. Ego notabo pauca quædam tantuminodo. In primis id spatium contrahitur plusquam duplo, si consideremus radios vividiiores, ut est flavus cum

cum aurei parte, & viridis. Deinde si vitrum accurate centratum sit, & oculus collocetur in recta transeunte per intersectionem filorum, & medium aperturæ lentis objectivæ, per quod transeat ejus axis verus, nullus error in nostro instrumento timeri potest, licet etiam fila non sint in ipso foco lentis objectivæ. In hoc enim nostro instrumento nullum habemus filorum motum, qui angulos metiatur, quod itidem hoc nostri instrumenti genus reddit multo præstantius, sed solum requiritur ille unicus, quem supra diximus telescopii axem, & appellatur etiam linea fiducia, qui rectam exhibeat ab intersectione filorum tendentem ad objectum. Potest autem, ut mox dicemus in instruimento, quod huic nostro simile sit, cognosci, & admodum accurate, punctum illud, per quod transit verus axis lentis objectivæ, & oculus collocari in recta, quæ transit per id punctum, & intersectionem filorum, cum post constitutum situm, & lentis objectivæ, & filorum, possit lens ocularis, & ultimum ejus foramen oculo applicandum collocari, ubi-
cumque libeat, immotis illis.

101. Præterea monendum mihi est & illud, Mairium, Mairius, & Au-
& me æque prorsus myopes esse, & æquali prorsus oculo-
tor æque myo-
rum constitutione, ut idcirco focus lentis ocularis utri-
pes : parallax's
que idem fuerit semper; ac proinde illo nos incommodo
caruisse, quo Condaminius, & Bouguerius laborarunt
ob oppositum oculorum vitium, ut idcirco eodem die an-
bo aliis post alium eandem stellam observare possemus.
Porro si fila posita sint citra, vel ultra eum focus objec-
tivæ lentis, a quo pendet maxima densitas radiorum in
macula effecta in oculi fundo a diversa refrangibilitate
radiorum, & figuræ sphæricæ vitio non omnes in unico
puncto radios colligentis, habetur parallaxis objecti, &
oculo moto, movetur imago ejusdem respectu filorum
in primo casu in eandem plagam cum oculo, in secundo
in plagam oppositam; ac illud est optimum filorum in
sua sede collocatorum indicium, quod parallaxis ejus-
modi

modi non habeatur. Jam vero nobis facile fuit ita collare fila, ut nulla haberetur ejusmodi parallaxis, educendo tubulum *OIKN*, vel protrudendo introrsum, quod quidem majore vi adhibita fieri poterat motu continuato, & sine ullo subsultu ita, ut positione ejusmodi semel inventa, sine ingenti itidem vi eadem commutari deinceps non posset. Et quidem semel collocatis filis ejusmodi in sua sede, nunquam mihi contigit, ut illam aliam mutationem foci, & parallaxim viderem, quam *Condaminius* & *Bouguerius* observarunt pendente a Cæli diversa temperie, adeo ut sine ulla parallaxi Fixam, quam sub ipso filo collocaveramus medium, mutato per totam ocularis tubi aperturam oculo, eodem semper loco observaverimus.

Filorum directio
ejusmodi, ut al-
terum plano fe-
ctoris perpendi-
culariter sit.

102. Collocatis filis in debita distantia a lente objec-
tiva danda erat iisdem directio debita, cum alterum de-
beret esse parallelum plano sectoris, sive plano transeunti
per limbum, & centrum, alterum ipsi plano perpendiculari-
lare. Id quidem facile obtinuimus, collocato, ut fieri af-
folet, sectore in plano horizontali, teste libella, que ae-
ris bullulam tubo liquore pleno innatantem habebat,
tum acto in gyrum circa proprium axem tubulo *OIKN* in
eodem situ, donec filum alterum acquireret positionem
parallelam filo penduli ante ipsum libere demissi. Quo-
niam autem & axis tubi *QAOR* erat ad sensum parallelus
regulæ ferreæ oblongæ sustinentis tubos omnes, facile in-
de consequitur, fuisse illud filum plano sectoris ad sen-
sum perpendicularare. Inde autem & illud sponte fuit,
fuisse filum alterum parallelum plano ipsi, & quidem
mediae lineaë laminæ mobilis. Atque hæc quidem perti-
nent ad fila.

Illuminatio fil-
orum.

103. Illuminatio filorum fiebat facile ope lucernæ
collocatae post ipsum Observatorem, ne lumen in oculos
incurreret, per illam aperturam *iQRh* figuræ 14, quod
ne ipsi Observatori officeret, curatum fuerat, ut & tu-
bus ex interna parte e regione ejus aperturæ circum-
qua-

quaque, quantum maxime fieri posset, nigresceret, & ipsa lucerna obducetur ex anteriori potissimum parte impedimento quadam conicæ formæ, in quo fenestra exigua lumen nonnisi ad exiguum tractum circa aperturam illam *iQRh* emitteret. Sed & illud nobis commodum accidit, quod plerque e nostris observationibus tam Romæ, quam Arimini institutæ sunt in ipsa diei, vel crepusculi luce, quod & illuminandorum filorum summovebat necessitatem, & imaginem Fixæ reddebat magis distinctam.

104. Ex iis, quæ ad sectoris ipsius constitutionem pertinent, supereft, ut agamus de parallelismo axis telescopii cum plano instrumenti, de quo tam multa Bouguerius. Illud ego quidem omnino affirmare possum, ubi primum de hujusmodi expeditione, & instrumento ad eam necessario cogitare coepi, antequam Bouguerii liber ad nos perlatus esset, quem advehendum curavit e Gallia aliquanto post ipse Eminentissimus Cardinalis Valentius, qui quidem quidquid præsidii ad operis nostri perfectionem comparare posset, curavit semper, statim me cogitasse & de hoc parallelismo, cuius omnes Astronomos in longioribus hisce instrumentis ad astrorum vertici proximorum observations adhibitis curam habuisse arbitror, ut de minoribus etiam quadrantibus Condaminius videtur omnino evincere, & potissimum de plano sectoris collocando in directione lineæ meridianæ, quod si diligenter præstetur, nec multum sane de illo ipso parallelismo est laborandum, & admodum facile ex ipsis observationibus colligi posse, jam tum deprehendi, quanta sit deviatio a parallelismo, siqua est, ut si quis error inde timeri debeat, possit facile innotescere, & corrigi.

105. Porro ubi telescopium post regulam ferream apponitur, aliquanto difficultior est prima objectivi vitri collocatio ejusmodi, qua axis accurate parallelus evadat

Eccentricitas
vitri objectivi
cum capsula, qua
includitur, pa-
rata hic in eum
finem.

altera parte punctum illud vitri objectivi , per quod axis transire debet , posset ad planum sectoris accedere , vel ab eo recedere ita , ut ingenti motu facto is accessus effet perquam exiguus , & ex altera parte motu ipso facto firmillime immotum deinde perstaret vitrum ipsum . In eum usum omnem illam disposui eccentricitatem thecæ continentis vitrum objectivum in fig. 11 , respectu capsæ ipsam thecam continentis , de qua superius egimus . Quoniam enim eccentricitas *ab* respectu semidiametri *aE* in fig. 11 , & 12 est satis exigua , ingenti motu puncti *E* exiguus adinodus fit motus puncti *b* , nec is omnino totus , ut *bb'* , vel *bt* ad accessum pertinet , vel recessum , sed ejus pars *bd* , vel *bz* .

Methodus inve-
rigandi punctum
axis in lente ob-
jectiva .

106. Et quidem ope ejusmodi conversionis illud etiam inveniri potest , ubi sit potissimum in ea objectiva lente punctum illud , per quod transit ejus axis , quod accurate nosse plurimi interest potissimum , ut innoteat , an ejusmodi lens sit satis bene centrata , & ut possit id punctum collocari in centro aperturæ , ac centrum aperturæ tubi ocularis , & ipsius ocularis lentis axis in ea recta , quæ inde transit per intersectionem filorum . Id quidem pluribus aliis methodis inveniri potest . Si ex. gr. collocetur lens ejusmodi e regione puncti lucidi satis remoti , ut per noctem foraminis rotundi ante majorem flaminam constituti prope ipsam , cuius imago excipiatur in charta tenui rotundo foramine perforata ita , ut imago ipsa ei forami concentrica sit ; ipsi autem lenti objectivæ applicetur proxima tabella , vel crassior charta perforata foramine satis amplio , ut satis magnam radiorum copiam transmitat lentis ejusdem , noteturque positio lentis ad ipsam tabellam , vel chartam ternis in ejus margine punctis notatis , quæ congruant cum totidem punctis tabellæ , vel chartæ , punctum illud axis jacebit in recta , quæ jungit foramen lucidum cum foramine , in quo ejus imago excipitur . Quare si summoveatur lens , & per aperturam reliquam oculo collocato post foramen illud , quod imaginem antea exci-

excipiebat, aspiciatur nudo oculo foramen lucidum, mota interea per tabulam illam, vel chartam, quæ lenti ad- jacebat, regula aliqua, donec foramen lucidum dimidium tegat, noteturque a socio eam regulam interea mo- vente is regulæ situs in eadem tabula, vel charta; binis huiusmodi positionibus regulæ notatis, & redditâ lente objectiva loco suo, designari in ea poterunt bini ductus regulæ suo itidem loco restitutæ, in quorum intersectio- ne erit omnino quæsumum punctum.

107. Idem etiam obtineri potest ope telescopii haben- tis in foco lentis objectivæ micrometrum filo mobili in- structum. Si enim theca, quæ objectivum vitrum con- tinet, & solet esse concentrica in communibus tele- scopiis vitro ipsi, circumagatur circa proprium axem ab altero socio, dum alter objectum remotum intuetur per intersectionem filorum; ubi lens objectiva punctum axis habeat accurate in centro thecæ ipsius, ad idem semper objecti punctum filorum intersectio dirigetur; ubi id ab eo distet, ea intersectio evagabitur per objectum, & notatis objecti punctis per quæ illa intersectio excurrit, facile deinde ope fili mobilis determinabitur & quantitas totius excursus, & plaga respondens cuivis positioni thecæ, ac ejus ope & magnitudo excursus puncti axis circa centrum thecæ invenietur, quæ erit æqualis excursui intersectionis filorum per objectum, & plaga, quæ erit opposita plagæ, in quam fertur intersectio filorum re- spectu objecti, ac proinde punctum ipsum, cui respondeat is axis.

108. Verum quoniam in hoc meo instrumento non utor filo mobili in foco lentis ocularis, ut id ipsum ejus ope præstari accurate possit, & simul, si libeat, obtineri accu- ratus parallelismus axis cum plano sectoris, illam adhi- bui lentis objectivæ eccentricitatem, cujus ope, si in tribus thecæ positionibus innotescat, qui habentur ex binis ejusmodi mutationibus accessus ad centrum, vel recessus (quo autem pacto id ipsum inde deduci possit

*Alla methodus
ejusdem rei ope
micrometri cum
fili mobili.*

dicam paullo inferius), innotescet etiam accuratè, ubi sit ipsum axis punctum in lente objectiva. Sunt enim in fig. 12 tres positiones b' , t , t' habitæ per tres positiones thecæ E' , e , e' & bini accessus dz , zz' inde orti ponantur cogniti, queraturque ipse locus b' , t , t' puncti axis in iis tribus positionibus.

Ejus solutio.

109. Quoniam datur motus $E''e$, & ee' , innotescunt ii arcus facilis observatione ope circini, adeoque & angulus $E''ee'$, quem metitur dimidius arcus residuus $E''EE'e'$, cui æqualis cum sit angulus $bt'tz'$ ob chordas circulorum concentricorum in iisdem a centro angulis parallelas, si chorda $t'z$ occurrat rectæ db' in c , angulum $b'tc$ metietur dimidium complementi arcus $E''ee'$ ad totum circulum. Dabitur etiam ratio chordæ $b't$ ad tt' , quæ erit eadem, ac $E'e$ ad ee' , ratio itidem $t't$ ad tc dabatur, quæ erit eadem $z'z$ ad zd . Quare dabitur & ratio $b't$ ad tc . Cum igitur detur & angulus $b'tc$, dabitur specie id triangulum, adeoque dabitur angulus $c'b't$, & proinde angulus $b'tz$, qui est ipsius alternus. Ducta igitur $b'i$ parallela dz , cui & æqualis erit, dabitur $b't$, quæ nimirum ad datam $b'i$ erit, ut radius ad sinum anguli inventi $b'ti$, sive $b'tz$. Quare si fiat ut data $E''e$ ad $E''a$ datum, ita $b't$ inventa ad quartum, prodibit ab' distantia puncti b' quæsiti ab a , sive eccentricitas, & ea data, ob data puncta $E''ee'$, dabuntur positiones ipsæ punctorum b' , t , t' , & solutum erit problema.

Methodus crassior Bouguerii explorandi parallelum axis.

110. Quo autem pacto id ipsum innotescere possit, quantus sit ex mutata positione thecæ ab E' in e accessus dz puncti b' abeuntis in t , id vero hic exponam, ac simul docebo illud, quo pacto & sciri possit, quanta sit in quavis positione inclinatio axis ad planum sectoris, & qui inde error timeri possit, quo pacto vel ipsa inclinatio tolli, si libeat, vel error inde profluens cognosci, & corrigi. Varias Astronomi methodos tradunt ad cognoscendum, an axis sit parallelus plano sectoris, & quanta sit inclinatio, si forte sit aliqua. Admodum sane crassa est

est illa , quam Bougerius proponit , ut collocato sectore horizontaliter aspiciatur per limbum , & centrum objectum aliquod satis remotum nudo oculo , pinnulis utro- bique etiam ad majorem determinationem appositis , & æque extantibus supra idem planum , ut determinatus collineare liceat , tum per telescopium transpiciatur ob- jectum idem . Si enim id punctum , quod in filorum in- tersectione jaceat , deprehendatur in plano limbi , & centri , habebitur quæsus parallelismus ; secus , si id ob- jecti punctum jaceat supra id planum , vel infra . Ea qui- dem methodus est satis crassa , ut bene omnino id ipsum notavit Condaminius . cum illa æstimatio loci objecti facta nudo oculo per planum sectoris crassior sit , & plu- rium etiam minutorum errorem permitat . Adhuc ta- men ad dandam utcumque inclinationem veræ proximam opportuna omnino est .

111. Ut alias omittam methodos , ea , qua & Bougue- Alia methodus
rius , ac Condaminius sunt usi , ad investigandam ma- ejusdem tutior,
gnitudinem deviationis , est quidem accurata , sed admo- sed operosior .
dum molesta , & sape etiam ob loci , in quo obsevatio habetur , importunam positionem , impossibilis . Colloca- tur nimirum limbis sectoris accurate in plano meridia- ni , tum ex pluribus binariis altitudinum æqualium ejus- dem stellæ observatis ante , & post ejus culminationem , vel si ipsius stellæ ascensio recta sit cognita , & horologii constitutio ad Solem itidem cognita , ex differentia tem- poris , quod debeat intercedere inter Meridiem , & ap- pulsum Fixæ ad meridianum , determinatur momentum ipsum culminationis , quod si congruat cum momento , quo Fixa appellit ad filum micrometri parallelum limbo sectoris , habetur quæsus parallelismus ; sin minus , ha- betur differentia horaria inter appulsu ad id filum , & ad planum meridiani , quo in partes æquatoris ritè con- verso , habetur in partibus paralleli Fixæ distantia pun- cti , ad quod tendit linea fiduciae , quam supra diximus axem , a plano meridiani , quæ ad partes circuli maxi- mi

mi reducitur more Astronomis usitato , minuendo numerum minutorum , & secundorum in ratione radii ad cosinum declinationis Fixæ ipsius , nimirum semidiametri circuli maximi ad semidiametrum parallelī ejusdem Fixæ .

Ejus methodi
difficultas .

112. At præter quam quod ubique illa altitudinum observatio aliquanto operosior est , sæpe contingit , ut ex loco observationis nullus in orientalem , & occidentalem plagam prospectus pateat , quod nobis quidem & Romæ contigit , & fere etiam Arimini , ubi ad Orientem quidem patebat prospectus , sed admodum difficilis , ad Occidentem autem ex ipso loco patebat nullus , & ad ejusmodi altitudines observandas oportebat temporis reductione uti , altitudinibus in remotore loco observatis . Accedit , quod ejusdem stellæ binæ altitudines æquales sæpe numero haberi non possint , cum interdiu minoribus quadrantibus ipsa stella inconspicua sit , ut idcirco ad aliunde cognitam ejus ascensionem rectam sit configendum .

Aliam habere
methodum Au-
gorem , quam
hic proponat .

113. Mihi quidem , ubi primum in ejusmodi observationibus me exercere cœpi , posita accurata limbi positione in plano meridiani , quam & illa alia methodus omnino supponit , & quæ , qua ratione haberi possit , videbimus paullo infra , se sponte obtulit methodus admodum expedita , quam innui in primo opusculo , determinandi accuratissimè ejusmodi deviationem axis a parallelismo , atque id ipsum ignota penitus ascensione recta ipsius Fixæ , ignota horologii constitutione ad Solem , ignota hora culminationis , quam in methodum hic aliquanto diligentius exponam .

Methodus ipsa
per horas ap-
palius ad filium
meridiani no-
tatum ter cum
binis convergen-
tibus sectoris .

114. Sit in fig. 19 G centrum sectoris *AB* , limbus constitutus cum ipso centro in plano meridiani , *GD* pendulum demissum e centro sectoris , & radens limbū in *E* . Sit autem *GF* linea fiduciae , sive axis telescopii , qui hic concipitur motu parallelo translatus ita , ut ejus vertex congruat cum centro *G* . Si is fuerit inclinatus ad planum secto-

sectoris , distabit ejus imum punctum F a limbo AB per intervallum aliquod ipsi perpendicularare FR , aberratio-
nis angulo existente FGR . Concipiatur jam centro G
sphæra cœlestis , in qua polus P , meridianus PQ transi-
ens per zenith Z , ad quod tendet pendulum DG produ-
ctum . Axis FG tendet ad punctum L horarii cuiusdam
 PL inclinatus ad meridianum PQ , & producta RG usque
ad meridianum in M , erit angulus LGM æqualis incli-
nationi FGR axis ipsius , & Fixa ad intersectionem filo-
rum deveniet non in appulso ad meridianum in M , sed in
appulso ad horarium illum in L . Quod si sequenti die ob-
servetur eadem stella limbo sectoris in contrariam pla-
gam obverso , axis GF abibit in contrariam positionem
 GF' , & horarius PL abibit ad partem oppositam PL' res-
pectu meridiani : conversione autem iterum facta tertio
die redibit axis ad pristinum locum in GF , & horarius il-
le ad PL .

115. Jaceat PL ad Orientem respectu Meridiani PQ ,
& Fixa appellat ad L ante , quam ad M . Sequenti die in-
tegra conversione peracta redibit ad L (motus enim pro-
prios Fixæ debitum uni , vel alteri diei tuto negligimus ,
quorum etiam si rationem liberet habere , liceret id qui-
dem admnodum facile) , sed ut deveniat ad telescopium
directum ad L' debet præterea percurrere arcum LOL'
sui parallelī habentis polum in P a Meridiano PQ se-
ctum bifariam ad angulos rectos in O . Tertio autem die
ante quam integrum conversionem perficiat , devenient
Fixa ad L , & intervallum temporis erit brevius integræ
conversionis tempore per tempus debitum itidem illi
eidem arcui LOL' duplo arcus LO . Quare intervalla tem-
poris a prima observatione ad secundam , & a secunda
ad tertiam differentia inter se per duplum tempus debitum
arcui LOL' , vel quadruplum arcui LO , quorum nimi-
rum primum erit longius , secundum brevius tempore
uniuersi conversionis per tempus debitum arcui LOL' . Ea-
dem autem differentia haberetur si PL esset occiden-
tior ,

*Inclinationis
axis mensura pe-
tenda a quarta
parte differen-
tia binorum in-
cavallorum te-
potis .*

lior , & PL' orientalior , quo casu primum intervallum effet e contrario longius , secundum brevius eadem quantitate , nimirum quadruplo tempore debito arcui LO .

Ejus determina-
tio in minutis
& secundis pa-
ralleli Fixa .

116. Jam vero tempus horologii , ut cumque non congruentis cum Solis , aut Fixarum motu , sed tamen accurate æquabilis , debitum binis conversionibus , habetur ex prima , & tertia observatione ; adeoque si fiat , ut id intervallum ad quartam illius differentiæ partem , ita duo circuli , sive gradus 720 ad quartum , prodibit arcus LO . Verum si horologium non multum abludat a Fixarum motu ita , ut paucis tantummodo minutis differat una conversio Fixarum ab ejus horis 24 , licebit multo facilius arcum LO ex illa temporum differentia invenire , reductendo more solito id tempus in minuta , & secunda , attributis 15 secundis circuli paralleli cuivis secundo horario , & singulis minutis circuli quibusvis quatuor secundis horariis .

Reductio ad
partes circuli
maximi , & re-
ductionis demis-
stratio .

117. Porro quoniam tam arcus LOL' , quam LML' habet communes terminos L , L' , habebit communem chordam , adeoque communis est & sinus arcuum LO , LM , sed radii eorum circulorum diversi erunt . Circuli LOL' radius est recta perpendicularis axi PG , nimirum sinus PO distantiae Fixæ a polo , radius autem arcus LML' est ipse radius sphæræ . Cum igitur in quovis arcu sit radius sui circuli ad sinum ei perpendiculararem , ut sinus totus in tabulis ad sinum anguli , quem is arcus subtendit in suo centro , adeoque sinus anguli subtensi in centro , sive numeri arcu minutorum , & secundorum debiti ipsi arcui est directe ut ille suus sinus in suo circulo , & reciprocè ut radius , hic ubi ille suus sinus communis est , erit sinus partium sui circuli in arcu LO ad sinum partium sui in LM , ut est e contrario radius circuli LML' ad radium circuli LOL' , nimirum , ut radius ad sinum distantiae PO a polo . Quoniam autem exigui anguli sunt ut sinus , erit proxime ut radius ad sinum distantiae a polo , ita numerus partium arcus LO ad numerum partium

LM ,

LM, qui exhibebit angulum *LGM*, sive inclinationem quæsitam *FGR*.

118. Idem facilius hoc pacto obtineri poterat: Tam Reductionis demonstratio alia: methodus inventi inclina-
tionem axis *

arcus *LML'*, quam *LOL'* sunt proxime æquales communis chordæ. Igitur & ipsi, & eorum dimidia *LO*, *LM* æquantur proximè inter se, adeoque continent numerum partium reciproce proportionalem totis circumferentiis, divisis nimirum in eundem numerum graduum 360. Et ea est notissima illa Astronomis reductio partium paralleli cujusvis in partes circuli maximi, quæ in usu micrometrorum constitutorum per fila ad angulos semirectos se decussantia, & alibi frequentissime occurrit. Quælibet hic jam habetur demonstrata illa methodus, quam opusculo primo tradidi, & methodus ipsa huc reducitur. Observetur Fixa eadem tribus consequentibus diebus conversione bis facta. Si intervallum temporis inter primam, & secundam observationem æquatur intervallo inter secundam, & tertiam, axis telescopii est accurate parallelus instrumento. Si illa intervalla inæqualia sunt, capiatur quarta differentia pars, & reducatur in partes parallelis fixæ tribuendo quartus quibusque secundis horariis singula minuta prima paralleli ipsius: tum fiat, ut sinus totus ad sinus distantia Fixa a polo, sive ad cosinum declinationis ejusdem, ita numerus inventus ad alium, qui exhibebit ipsam inclinationem quæsitam axis telescopii ad planum sectoris.

119. Exemplum in casu nostro facile desumemus ab observationibus μ Ursæ habitis in posterioribus Romanis observationibus. Eam contigit tribus consequentibus diebus observare Romæ 8, 9, 10 Decembri cum binis conversionibus sectoris. In primo appulsi horologium notabat horas 5.9'.25" in secundo 5.5'.55", in tertio 5.1'.25". Quare primum intervallum temporis præter horas 24 habet 3'.30", secundum 4'.35". Differentia est 1'.5' $\frac{1}{2}$ ", quarta ejus pars 16". Ea redacta ad partes parallelis exhibet 4'.4", sive 244". Ea tum distabat a vertice Romano versus polum minutis fere 50. Zenith Romanum a Po-

Exemplum in
observationibus
Romanis pos-
terioribus.

lo $48^{\circ}. 6'$. Quare ejus distantia a Polo erat $47^{\circ}. 16'$. Factis, ut sinus totus 100 ad sinum $47. 16' = 735$ ita numerus 244 secundorum paralleli ad quartum, prodit 179 numerus secundorum circuli maximi, sive inclinatio que sita axis $2'. 59''$.

*Aliud ex obser-
vationibus Ari-
minenisibus alia
methodo.*

120. Nec vero illud est necessarium, ut habeantur tres observationes ejusmodi ejusdem Fixæ tribus diebus continuis. Satis est etiam si habeantur binæ, conversione facta, & tertia sine conversione. Postiores exhibent tempus unius conversionis, priores tempus multatum, vel auctum duplo, non quadruplo tempore debito arcui LM ; vel binæ sine conversione, ac binæ aliæ cum conversione a prioribus disiunctæ, dummodo interea ingens caloris mutatio horologii æquabilitatem nequaquam turbet. Exemplum licet desumere in observationibus Ariminenisbus ex ipso μ Ursæ. Ea observata est Aprilis 29, & 30 limbo Orienti obverso, & die 1 Maii obverso occidenti. Hora appulsus fuit in prima observ. $7. 43'. 26''$, in secunda $7. 39'. 27''$, in tertia $7. 35'. 3''$. Primum intervallum præter horas 24 fuit $3'. 59''$, secundum $4'. 24''$. Differentia est $25''$, cuius dimidium $12'. \frac{1}{2}''$ ductum in 15 exhibet $187. \frac{1}{2}$ paralleli Fixæ, quæ eadem ratione redacta ad partes circuli maximi relinquunt inclinationem $138''$ sive $2'. 18''$.

*Aliud e priori-
bus Romanis a-
lia.*

121. Quod si etiam habeantur binæ observationes post dies quotcunque, limbo obverso eidem plagæ, & aliæ binæ vel ejusdem Fixæ, vel alterius cujuscumque, limbo obverso plagi oppositis, pariter erui potest inclinatio, cum ex prioribus binis observationibus habeatur tempus horologii pro dato conversionum numero, adeoque & pro unica, inde vero eruatur tempus pro numero conversionum inter posteriores binas observations, cuius differentia a tempore observato duplum itidem exhibet deviationis. Cavendum tamen, ne nimium remotæ observationes assumentur, ne nimis remota observatione aliqua in horologio accidat, ubi id non omnino perfectum fit

sit. Habuimus in observationibus Romanis prioribus ejusdem Fixæ observationes 4 Martii limbo obverso Occidenti 7°, & 9 Martii limbo Orienti obverso. In prima observatione tempus erat 11. 3'. 0", in secunda 10. 50'. 39", in tertia 10. 42'. 27". Ex posterioribus habetur probinis conversionibus 8'. 12", adeoque pro singulis conversionibus 4'. 4". Hinc pro ternis inter primam, & secundam haberi debuit 8'. 12". Habitum est autem 8'. 21". Differentia est 9", cuius dimidium $4\frac{1}{2}$ ", exhibet secundam ejus parallelī 67. $\frac{1}{4}$, quæ redacta ad partes circuli maximi præbent inclinationem 50" tantummodo.

122. Plurimæ aliæ determinationes conspirant intra admodum pauca secunda, ac differimen debetur mutationi exiguae in horologio, & exiguo errori alicui in collocatione plani sectoris in plano meridiani, sive limbis inclinetur nonnihil ad meridianæ lineæ directionem, sive planum a verticali plano nonnihil deflectat, de quibus omnibus agemus paullo inferius. Sed allata exempla satis sunt ad methodum illustrandam; atque id eo magis, quod errorem trium etiam minutorum in deviatione axis telescopii a parallelismo errorum inducit in loco Fixæ non excedentem exiguum adinodum fractionem minutū secundi. Interea notetur, illud in prioribus Romanis observationibus maximè fuisse propinquam parallelismo positionem axis, tum maxime mutatam Arimini, inde vero nonnihil, usque ad Romanas posteriores mutatam itidem. Prima illa major mutatio accidit, quia loco dimovimus objectivum vitrum in priore illa translatione, & restituimus Arimini in alia positione, quæ ob eccentricitatem illam thecæ ipsum includentis satis discessit a prima positione. In secunda translatione ipsum loco suo reliquimus, nec alia mutatio contigit nisi secundorum temporis 3. $\frac{1}{2}$, quam itineris jactatio induxit.

123. Si eæ tres diversæ positiones habite suissent eodem in loco, licuisset methodo exposita n. 109. definire locum ipsum puncti axis b" figuræ 12. Nam accessus ejus

*Unde differimen
trium earum in-
clinationum.*

*Methodus de-
niendi per eas
locum axis len-
tis objectivæ.*

ad planum sectoris est ipsa inclinationis imminutio , quæ cum fuerit in prima positione $2'. 59''$, in secunda $2'. 18''$, in tertia $0'. 50''$, haberetur excessus in prima mutatione $41''$, in secunda $1'. 28''$, qui excessus exhibent lineolas dz , zz' ; esset enim, ut radius ad sinum eorum angulorum, ita distantia vitri objectivi a filis micrometri , quæ hicerat pedum 9 , ad eam lineolam . Inventa autem positione punctorum b' , t , t'' , admodum facile fuissest definire motum thecæ necessarium ad conciliandum parallelismum accuratum . Sed is ipse labor supervacaneus fuissest , ut paullo inferius patebit , cum exigua illa inclinatio nullum errorem sensibilem pariat in distantia Fixæ a zenith , quæ per eas observationes investigatur .

Correccio inclinationis in plano ipso meridiani cognoscenda per conversionem.

124. Præter parallelismum axis cum plano sectoris illud etiam est omnino cognoscendum , cui puncto R limbi AB in fig. 19 respondeat ipse axis . Optima ejus positio esset, si accurate responderet medio limbo . Sed si inde non mini deflectat , nihil omnino turbantur observations , dummodo innotescat , quantum inde discedat . Id autem admodum facile definitur conversione factoris , ut est Astronomis notissimum . Nam differentia distantiarum , quas in binis ejusmodi positionibus habet filum penduli a medio illo , exhibet duplam distantiam puncti R ab ipso medio . Sit enim AB positio sectoris , ubi limbus occidenti obvertitur radius terminetur ad C punctum limbi medium inter A , & B . Sit autem axis telescopii seu linea fiduciae GR , vel etiam GF respondens puncto R , & distantia puncti medii ipsius limbi a filo penduli GED erit CE . Convertatur sector , ut jam limbus Orientem speget . Linea fiduciae si fuerit RG manebit in eodem situ , si FG abibit in $F'G$ ita , ut adhuc idem respiciat punctum R . Punctum autem A abibit in a , B in b , C in c , E in e jam nova distantia fili penduli a medio erit ce . Erit autem ce eadem illa prior distantia CE . Quare dempta communis cC erit & ce aequalis ce , adeoque binarum distantiarum differentia erit Ce , semidifferentia vero RC , nimirum

rum distantia puncti , cui axis telescopii respondet a medio limbo , & proinde etiam angulorum ad G definitorum per tangentes cE , ce semidifferentia erit correctio ipsius adhibenda , nimirum addenda majoribus demenda minoribus , ut habeatur angulus RGE , sive MGZ , nimirum in casu parallelismi axis accurata distantia Fixæ ad Meridianum appellentis a polo , & in casu inclinatio-
nis exiguæ eadem proxime , ut infra videbimus .

125. Interea notandum illud , in ea dispositione vitri objectivi , qua ego sum usus , hanc correctionem , quam exhibet conversio instrumenti , mutari , dum conversione thecæ figuræ 12 punctum b' axis admovetur plano secto-
ris , vel ab eo removetur . Recedit enim punctum b' a recta EE' respondentे centro sectoris , vel ad eam accedit , cum distet inde per spatum db' ; unde fit , ut si axem telescopii concipiamus motu parallelo translatum ita , ut b' abeat in centrum sectoris r , quod in fig. 19 præstimum , ubi G est idem punctum , ac r in fig. 12 , imum ejus punctum R in eadem figura distabit tantundem a medio puncto C , ad quod accedit , vel ab eo recedet . Hinc autem fit , ut mutari nequeat directio ipsius axis respectu plani sectoris , quin simul mutetur distantia ab R motu continuo . Atque idcirco in observationibus Ariminensibus correctio a conversione sectoris orta evasit major , quam in prioribus Romanis , ut videre est in opusculo 2. num. 43.

126. Potest autem facile ita objectivum vitrum appli- Methodus , qua-
cari regulæ ferreæ ut alter e binis motibus axis ipsius ab omnes aberra-
altero non pendeat . Si nimirum includatur vitrum objec- tiones auferri
tivum thecæ quadratæ , quæ intra aliam quadratam in- possunt .
cludatur , & hæc intra aliam itidem quadratam , & hæc quidem tertia adhæreat regulæ ferreæ , illa secunda ope cochleæ moveri possit motu perpendiculari ipsi plano sectoris secundum rectam EE' figuræ 12 , prima vero intra secundam alterius cochleæ ope motu perpendiculari huic priori , sive plano sectoris ; utique poterit motu secundæ thecæ intra tertiam promoveri ita objectivum vi-

vitrum , ut acquirat positionem parallelam plano sectoris , tum motu primæ intra secundam promoveri ita , ut idem axis respondeat accurate radio sectoris tendenti ad medianam laminam mobilem , ac proinde evitetur inclinatio axis , & evitetur conversionis correctio , quæ omnium optima est telescopii constitutio . In ea constructione non potest ita facile ope ipsius instrumenti definiri punctum axis ipsius lenti objectivæ . Sed tamen potest idem aliis methodis prius cognosci , ut illis quas tradidi supra num. 106 ; quo cognito , potest & ejus circularis apertura parari ita , ut apertura ipsius centrum cum vitri axe congruat , & axis lenti ocularis dirigatur per rectam jungentem id axis punctum cum intersectione filorum , quod ubi fiat , nullum in nostro hoc instrumento incommodum timeri potest a parallaxi imaginis Fixæ respectu filorum , a diversa constitutione oculorum , aut aeris , a diversa refrangibilitate radiorum . Quam quidem ob causam hanc aliam vitri objectivi constitutionem ego quidem non improbarim , immo etiam fortasse probarim magis , ad evitandum utut leve incommodum correctionis per conversionem sectoris determinandæ .

127. Hactenus diximus de iis , quæ pertinent ad rectam dispositionem partium sectoris ipsius . Nunc agendum supereit de iis , quæ ad ejus collocationem pertinent , sive suspensionem . Ea ita fieri debet , ut planum sectoris in plano meridiani accurate constituatur , ut in eo plano inclinari possit ad libitum , & inclinationem , quamcumque libuerit accuratissimè acquirere , ac acquisitam firmissime retinere . Collocatio autem in plano meridiani duo requirit . Primo quidem , ut planum sectoris sit in aliquo verticali plano , secundo vero , ut limbus meridianæ lineæ ductum sequatur accurate . Iis binis habitis habetur collocatio in plano meridiani . Ante autem quam haec ipsa accurate definiremus , disponebamus sectorem in debita positione proxima utcumque , ipsum inclinando ita , ut filum penduli distaret a medio limbo , quantum

tum requirebat distantia Fixæ a zenith utcumque cognita , adeoque brachium NOV ex ea parte affigebatur in quam pondere suo deberet deferri sector , ac cochleæ IF, IF' positionem ei inclinationi respondentem haberent , ita autem promotæ essent , ut & positio in plano verticali , & directio limbi meridianæ lineæ parallela utcumque obtineretur proximè , si minus accurate .

128. Tum vero , ut ab hoc postremo ordiamur , id ut , quam accuratissime obtineretur , nos quidem facile præstitimus , ducta in pavimento sub ipso puncto , ex quo sector pendebat meridiana linea accurata . Oculo enim applicato supra limbum EE' figuræ primæ circiter versus FF' , ipsum ita movebamus ultro , citroque , ut oculus collocaretur in plano transeunte per ipsum limbum , & per aliquod inferioris meridianæ lineæ punctum . Si limbus accurate constitutus esset in directione ejusdem meridianæ , motu oculi limbus ipse in unicam lineam definens appellebat simul totus ad meridianam eandem ; si quidquam ab ea positione defleceret , eam opticè intesecabat . Tum vero altera e binis cochleis IF promota , vel retracta , ut res ferebat , inclinabatur limbus ipse , donec cum eadem meridiana accurate congrueret . Et quidem cum limbus ipse ingentem in pavimento meridianæ lineæ tractum occuparet , minima deviatio fiebat admodum sensibilis , & cochleæ illius ope admodum facile eadem momento temporis tollebatur . Solebamus autem alter post alterum de ipso parallelismo judicare , in sellam evecti , ut ex alto commodius limbum , & eam lineam despiceremus .

129. Porro meridiana linea aderat constrata marmore in cubiculo Musei Collegii Romani , cui admodum facile fuit alteram parallelam sub ipso sectoris loco ducere , supra quam , quo evidentior esset , filum nigricans interdiu , albicans per noctem distendebamus , faculis etiam per noctem adnotis . Arimini in ea ædium Garampianarum parte , in qua sub tecto observationes astronomicas instituimus , filarem Meridianam lineam accurate duximus ,

Comparatio
limbi cum linea
meridianæ .

Meridiana Ro-
mana , quæ ade-
rat : altera Ari-
mini ducta , qua-
ratione .

Solis

Solis radio excepto per foramen exiguum , ut moris est , in metallica lamina excavatum , & horizontaliter applicatum in fenestra exigua ad id ipsum in summa parte muri forte fortuna supra reliquum tectum assurgentis ad meridiem . Porro meridianam lineam ipsam horologii etiam constitutione utcumque ignorata , dummodo ejus horæ non ita enormiter ab horis veris discreparent , ut in paucorum secundorum numero error inde timeri posset , per observationes unica etiam die factas sic ibi duximus , ut ego quidem ducere soleo .

Ratio meridianam lineam du-
cendi.

130. Antemeridianis horis altitudines Solis aliquot coepimus in loco , haud ita inde remoto , ut vox numerantis minuta secunda alte ad horologium exaudiri non posset . Circa tempus Meridiei utcumque proxime cognitum ita collocavimus in pavimento chartam amplioram , in qua designatae fuerant plures rectæ inter se ad sensum parallelæ , & æque a se invicem distantes , ut earum media respiceret filum penduli ex centro foraminis demissi . Sublato penduli sustentaculo , & ipso pendulo , observavimus appulsum Solaris imaginis ad omnes ejusmodi lineas notato tempore horologii in singulis appulsi bus . Post meridiem notavimus tempora , quibus Sol ad easdem altitudines descendit . Medium inter tempora altitudinum æqualium , quod miro observationum consensu idem ex pluribus binariis non ita a se invicem remotis profluxit , nam majore quadrante ad eam observationem usi sumus , correctum de more , ob declinationem interea mutatam , exhibuit tempus horologii , quo meridies contigit . Quoniam autem ex utriusque limbi appulsi bus ad eas lineas innotuerat circa meridiem horologii hora , qua centrum ad singulas appellebat , habita jam hora meridiei , facile constitit , inter quas e lineis parallelis meridies contigerat , quarum intervallo ibi , ubi fuerat via centri imaginis proxime definita , diviso in ea ratione , quam exposcebant bina intervalla temporum ab appulso ad priorem ad meridiem , & à meridie

ad

ad appulsum ad posteriorem ; habebatur punctum, in quo meridies contigerat ; quod punctum etiam cæteri appulsus ad cæteras rectas confirmabant . Eo puncto invento , & pendulo iterum demisso ex centro foraminis , extendebar filum , quod pendulum ipsum perraderet , & per id punctum transiret , & alligabatur binis ferreis uncis infixis in oppositis parietibus , in quibus tenui incisura ducebantur lineolæ , quæ debitam fili positionem definirent , ad quod filum per easdem lineolas tensum inse-quentibus diebus jam habebatur meridiana linea ad accu-ratam meridiei determinationem aptissima . Ejusmo-
di igitur lineam filarem definivimus in ipso Garampia-narum ædium loco , & ipsi parallelam duximus sub sectore .

131. Disposito limbo ea ratione ita , ut meridianæ lineæ positum obtineret , tum vero præstabatur illud , ut etiam in plano verticali jaceret sectoris planum , quod quidem siebat facile . Nam filum penduli *CM* figuræ i tenuissimum , ut capilli etiam tenuitatem superaret , sericu-m crudum libere demittebamus , & fulchro supposito , cum cyato aqua pleno , in quod pondusculum plumbeum immitteretur , sustinebat autem filum ipsum in aqua pondus non ita leve , quo id quidem maxime tendebatur . Scala lignea sectori proxima aderat , per quam liceret ascendere , & explorare an id penderet ex ipsa extrema acus cuspidé prope ipsum lamellæ aurichalchicas planum , an quidpiam , ut aranæ tela aliqua , vel aliud ejusmodi , ductum ejus impediret , an aliquod ejus filum transver-sum tenue in regulam ferream , vel aurichalchicas lami-nas incurreret ; ac impedimentis omnibus sublatis obser-vabamus an filum ipsum pene limbum perraderet , promotis cochleis si forte distaret , retractis si ipsi adhære-ret , utrâque nimirum equaliter , quo pacto siebat , ut directione limbi nihil mutata , positus verticalis habere-tur accuratissime . Eo autem demum præstito , adhuc iterum oculo supra limbum collocato ejus congruentiam

Dispositio limbi
parallelæ duæ
meridianæ lineæ

cum meridiana linea subiecta explorabamus , ne quid inter movendas cochleas peccatum esset .

Inclinatio Tele-
scopii , quam re-
quirit distantia
Fixæ a zenith .
Tab. 2. F. 1.

132. Reliquum est , ut ea inclinatio detur telescopio intra ipsum meridiani planum , quam requirit distantia Fixæ a zenith . Id jam supra diximus obtineri ope cochleæ PE figuræ 1. Firmitas autem positionis semel aquisita habetur ab ipsa cochlea PE' , quæ impedit descensum in plano meridiani versus P , quo pondus suum sectorem trahit , ubi is inclinetur , accessum ad GG' impediunt cochleæ FI , FI' , recessum ab eadem pondera L , L' . Illud autem experiundo comperi , ipsa pondera plurimum prodeſſe iminobilitati sectoris ipsius , si fila FK , F'K' non ponantur in directione perpendiculari regulæ GG' , sed obliqua versus eam partem , in qua est cochlea PE' . Sectorem enim oblique trahent etiam versus eam cochleam , & recessum ab ipsa adhuc magis impident ,

Uſus in obſer-
vando .

133. Atque ita descriptis accuratissimè omnibus sectoris partibus , expositis iis , quæ ad rectam ejus constitutionem , & collocationem requiruntur , delapsi sumus ad ipsius uſum , de quo satis itidem multa dicenda jam fuerunt identidem . Uſus ipsius in eo situs est , ut accurate determinetur distantia a zenith Fixæ cuiuspiam in gradibus , minutis , & secundis . Ubi instrumentum collocatum est accurate in plano meridiani , Observator affidet ad caput H' telescopii , quod ut commode fieri posset , curaveramus , ut sector penderet in ea altitudine a pavimento , quæ sedentem Observatorem exciperet , & vultu in Cælum directo applicantem oculum ad telescopium , supra quod in ipso tecto fenestra aperiebatur , per quam in Cælum suspectus pateret . Idem expectabat ingressum Fixæ in telescopium , quem post unam , vel alteram obſervationem jam habitam intra pauca secunda prodebat horologium , si positio non multum abluderet a debita ; curabatur autem , ut nonnihil abluderet , ne in ipso ingressu filum meridiano perpendicularē interdiu occultaret Fixam . Ingressu cognito applicabat manum ad caput

caput cochleæ $E'P$, cuius ope ita movebat sectorem totum, ut filum illud ipsum ad Fixam appelleret.

134. Porro cum Fixarum omnium diameter apparetur non solum multo minor uno minuto secundo, ut in cosmotheoro Hugenius prodidit, sed ut in recenti dissertatione de lentibus, & telescopiis evincere conatus sum, multo minor uno tertio, deberent ipsæ apparere instar puncti, quod quidem satis incommodum esset, tegarentur enim a filo ita, ut non liceret nosse, an in medio essent ejus tractus, quem filum ipsum intercipit, quod est aliquot secundorum. Verum aberratio luminis, de qua etiam superius injecta est mentio, illud præstat, ut imago Fixæ cujuslibet circellum quendam occupet, qui eo majore tractu est sensibilis, quo majus est lumen Fixæ, & quo minor est Cæli lux. Inde fiebat, ut per noctem imago utriusque nostræ stellæ non ita parum hinc, & inde a filo excurreret, cuius nigricantem tenuissimum tractum licebat intueri in ea ipsa luce, in crepusculis parum admodum eadem imago superaret fili crassitudinem, interdiu ea quidem a Cycni æquaretur ad sensum, tenuissimo fulgore hinc, & inde vix aliquid aliquando Fixæ latens vestigium relinquente, aliquando vero nullum, altera vero nimirum μ Ursæ lateret penitus semper interdiu, sed ita, ut minimo motu cochleæ in partes oppositas jam hinc, jam inde a filo appareret. Quare tuto illud semper præstari poterat, ut medium imaginis Fixæ cum media fili crassitudine apprimè congrueret.

135. Hinc autem, ut liceret observare momentum temporis, quo Fixa appellebat ad filum plano sectoris parallelum, aliquando opus erat ipsam ad filum perpendicularē adducere tantummodo post eum appulsum. Id autem fiebat tuto, nam filorum ejusmodi accuratissimam positionem prodebat illud, quod Fixa, quæ semel per medium filum ferri cæperat, semper usque ad finem cum ipso medio congruebat, & si forte penitus ab eo tegere tur initio, nunquam deinde prodiret in conspectum.

Incommodum
ex diametro ap-
parente exigua
corredum a ra-
diis aberranti-
bus.

qua ratione ob-
servatus sit ap-
pulus ad filum
parallelum tim-
bo.

*Observatio di-
stantiae fili pen-
duli a medio
limbo.*

136. Hac observatione peracta notabatur positio fili penduli *CM* respectu laminæ mobilis *EE'*, determinando ejus distantiam a medio limbo, sive a sectoris radio.

Statim autem patebat, quot partibus integris ex illis 72, in quas divisus fuerat pes ipsius lineæ, distaret. Sed quoniam nunquam accidit, ut distantia aliquem earum partium numerum accurate contineret, promovebatur ipsa lamina mobilis, donec proxima divisio accurate cum filo penduli congrueret, notando diligenter, quot conversiones integræ, & quot ex illis 180 partibus conversionis, quas exhibet figura, requirentur ad ejusmodi congruentiam. Is conversionum, & particularum numerus addendus erat numero partium integralium, ubi filum caderet versus plagam *F'*, in quam medium lamellæ mobilis procurrit ultra medium limbi, & demandus ubi ipsum filum caderet versus *E*, cum in primo casu eo numero conversionum, & particularum unius conversionis distet filum penduli magis a medio limbi, quam a medio laminæ mobilis, in secundo minus.

*Precautiones ad
securitatem ejus
determinationē.*

137. Quo certius cognosceretur de hac congruentia, in primis adhibebatur lens admodum convexa, & limbo adnexa ita, ut in eo situ, in quo opus esset, maneret immota: apponebatur autem ad perpendicularum supra filum penduli. Deinde quoniam filum erat quidem limbo quamproximum, sed ita, ut ipsum non contingeret, ut libere nimirum penderet, ut omne parallaxeos periculum evitaretur, oculo prius in latus retracto notabatur & filum, & imago fili ex reflexione in levi aurichalchica limbi lamina, quæ filum ipsum duplicabat, tum oculus versus medium movebatur, donec ipsum filum imaginem suam penitus tegeret; tum enim certo constabat rectam ab oculo per filum ductam esse ipsi limbo perpendiculari, nec ullum parallaxeos haberi effectum. Demum aliquando alter e nobis per lentem transpiciebat filum, & divisionem laminæ, alter lento, sed continuo motu promovebat laminam mobilem, donec ab altero congruentiam

tiam notante juberetur motum filtere , aliquando vero movebat ipse cochleam , & fistebat , ubi congruentiam observasset . Semper tamen alter observabat post alterum , & observatio pluribus vicibus iterabatur , assumebaturque medium ex omnibus observationibus , quarum pleraque intra duas , vel tres particulas congruebant inter se , nimis discriminare vel non majore uno minuto secundo , vel etiam minore . Sæpe autem & alias adhibimus determinationis testes , qui forte adessent , nobiscum itidem consentientes . Observationem hujusmodi multo etiam tutiorem reddebat occlusum cubiculum , & a ventorum vi immune , quod maxime cavendum fuit , cum compertum nobis fuerit vehementiorem etiam respirationem nonnihil commovere penduli filum . Sæpe vero nobis contigit relicto instrumento regredi post plures horas , & lamina promota , donec divisio cum filo congrueret , eundem prorsus invenire numerum , usque adeo firmis innixum fulcris instrumentum diu perstatabat immobile .

138. Cognito numero conversionum , & particula-
rum , quibus promovenda erat lamina mobilis , ut filum Deductio distan-
tia a zenith &
ejus correccio.

penduli cum data divisione congrueret , & correcta methodis , quas fuse exposuimus , cujusvis divisionis distan-
tia a medio , jam habebatur tangens , quæ exhibebat di-
stantiam a zenith non correctam per deviationem axis te-
lescopii a radio sectoris cognoscendam conversione se-
ctoris , ut supra itidem est expositum , & ejusmodi corre-
ctione adhibita habebatur distantia Fixæ a zenith corre-
cta , & respondens tempori observationis , cujusmodi sunt
ex , quæ habentur in tabellis opusculi secundi . Ea ta-
men adhuc indigent correctione refractionis , quæ cæle-
stia obiecta elevat , ut in exiguis distantiis a zenith ha-
beantur pro singulis gradibus singula secunda , quibus au-
genda est distantia a zenith observata , ut habeatur vera .
Sed id augmentum fieri potest post omnes reductiones .

139. Hanc distantiam a zenith poterat reddere erro-
neam

Tria que potest reddere errorneam ejusmodi determinatio-
neam inclinatio illa axis telescopii ad planum sectoris ,
quam invenimus a num. 120, ut etiam nonnihil erroneam
reddidissent bina vitia , quæ in sectoris collocatione po-
terant subreperere , si nimisrum vel non esset collocatum
planum sectoris accurate in plano verticali , vel etiam
limbi directio a meridianæ lineæ ductu aberraret . Inqui-
rendum est in hujusmodi errores diligentius , ut constet ,
nec ab illa inclinatione axis ullum sensibilem errorem ti-
nieri posse (quam ipsam ob causam de ea corrigenda ne-
quaquam solliciti fuimus) , & industriam , quam adhibui-
mus ad obtinendam positionem in plano verticali , ac di-
rigendum limbum in directione meridianæ lineæ , nostras
observations ab omni erroris periculo immunes præser-
vasse . In eos autem inquiremus seorsum singulos .

Initium investi-
gationis effectus
quem pars de-
viatio axis a pa-
rallelismo .
Tab. 2. F. 19.
 140. Si inclinatio axis in fig. 19 est *RGF*, sive *LGM*,
*sector exhibet distantiam a zenith *ZM* definitam ab arcu*
**LML'* circuli maximi pro distantia *ZO* definita ab arcu*
**LOL'* paralleli Fixæ habentis polum in *P*. Quare error*
*est *MO* , qui minuit distantiam , ubi Fixa , ut figura exhi-*
bit , distat a polo magis , quam zenith , & eam auget ,
ubi eadem sit polo propior . Ut eam inveniamus , patet
**PO* æqualem esse *PL* basi trianguli sphærici rectanguli*
**PML* , adeoque erit *MO* differentia basis *PL* , & lateris*
**PM* . Porro ex Trigonometria sphærica est , ut radius ad*
*cosinum lateris *ML* , ita cosinus lateris *PM* ad cosinum*
*basis *PL* . Quare ut radius ad suum excessum supra cosi-*
*nūm lateris *ML* , nimisrum ad sinum versum ipsius lateris ,*
*ita est cosinus lateris *PL* ad differentiam cosinuum .*

Eius effectus de-
terminatio gene-
ralis .
 141. Est autem theorema notissimum , quod in infinito
etiam Geometria frequentissimi est usus , ubi bini
arcus parum admodum inter se differunt , esse sinum ma-
joris ad radium , ut est differentia cosinuum ad differen-
*tiam ipsorum . Sic in fig. 12. si arcus *bb'* , *bt* parum ad-*
*modum inter se differant , angulus *b'ta* parum admodum*
*differet a recto , & *b'ti* parum admodum a complemento*
*anguli *zta* , adeoque ab angulo *taz* ; quamobrem erunt*
ad

ad sensum similia triangula $b'it$, zta , eritque $b'i$, sive Δz differentia cosinuum ad , az arcuum bb' , $b't$ ad bt differentiam arcuum ipsorum, ut est Δz sinus majoris bt ad radium at ; adeoque erit in fig. 19 sinus PL ad radium, ut est differentia cosinuum PM , PL , ad differentiam MO arcuum ipsorum. Collatis hisce inventis, altera hinc altera in fine numeri praecedentis binis rationibus, erit ex æqualitate perturbata sinus PL ad cosinum PM sive proxime ipsius PL , ut est sinus versus lateris ML ad differentiam MO . Cum igitur in quovis arcu sit sinus ad cosinum, ut radius ad cotangentem; sit autem PL distantia Fixæ a polo, cuius complementum est declinatio ejusdem Fixæ habens pro tangente cotangentem ipsius PL , & ML metiatur inclinationem axis ad planum sectoris, assumpto itidem sinu arcus exigui pro arcu, habebitur hujusmodi theorema.
Ut radius ad tangentem declinationis Fixæ, ita est sinus versus anguli, quo axis telescopii inclinatur ad planum sectoris, ad finum erroris inde orti in determinanda distantia a zenith.

142. Porro ex hoc theoremate patet, fore errorem directe conjunctim ut est tangens declinationis Fixæ, & sinus versus inclinationis axis, qui sinus versus, cum sit ut quadratum chordæ (est enim tertius post diametrum, & chordam) chorda autem in arcu exiguo sumi possit pro sinu, habebitur itidem, esse errorem in ratione composita ex simplici tangentis declinationis, & duplicata sinus inclinationis axis; unde constat in stellis proximis zenith, quarum declinatio prope æquatore evanescit, accedendo vero ad polum, accedit ad quadrantem, tangente, ipsius in primo casu evanescente, in secundo crescente in infinitum, in regionibus æquatori proximiis eum errorem evanescere, in regionibus polo propioribus augeri plurimum; quod quidem alia methodo deduxit Bouguerius.

143. Ut videamus, quantus error in casu nostro oriens potuissest ab inclinatione axis minutorum etiam trium, quæ nostra inclinatio semper extitit minor in Fixa, quæ tribus etiam gradibus nostro zenith distisset polum versus,

Ratio in qua is
error crescat, vel
decrecat.

Calculus pro eo
errore in casu
nostro, qui eva-
dit nullus.

& de-

& declinationem habuisset gradum 45, qua minorem habuit ipsa & Cycni, & multo adhuc minorem μ Ursæ, res admodum facile definitur, cum tangens gradum 45 sit æqualis radio. Nimirum sinus erroris æquabitur sinu verso inclinationis axis, sive in casu nostro minutorum trium. Sinus versus minutorum trium ad radium 10000000 est 4, & sinus unius secundi est 48. Quare error, qui committi potuit, fuit in omnibus observationibus minor, quam $\frac{1}{4}$, sive $\frac{1}{2}$ unius minuti secundi.

Error ejusmodi ad sensum nullus etiam sub polari circulo.

144. Quod si sub polari circulo observetur stella, quæ adhuc uno gradu, & dimidio accedat ad polum magis, ut idcirco ejus declinatio sit graduum 68, deviatio autem axis a parallelismo sit minutorum etiam 6, adhuc tamen error infra minutum secundum continebitur. Est enim radius 1000000 ad tangentem graduum 68 = 24750869, ut sinus versus minutorum 6 = 16 ad 39. 6, quod est minus sinu 48 unius secundi. Porro deviatio minutorum 6 in sectore pedum 9 removisset alterum caput axis telescopii a plano sectoris magis, quam alterum, per lineas 22. $\frac{1}{2}$, sive fere per duos pollices, qui quidem error in instrumento cum mediocri etiam diligentia constructo timeri omnino non potest, ut adeo constet, in hujusmodi observationibus, quæ fieri solent per instrumenta longiora, ibi etiam, ubi maximus error deberet esse. Nam ultra polarem circulum nullæ huc usque observationes ejusmodi sunt institutæ, ipsum omnino timeri non posse. Quanquam in quadrantibus minoribus negligentius constructis, in quibus inclinatio axis multo major esse potest, error itidem possit hic etiam apud nos multo major evadere, ut & alii errores ex pravo usu sectoris evitio laborantis oriri possunt.

Error ex declinatione plani sectoris a plane verticali.

145. Et hæc quidem de axis inclinatione constituto sectore in plano meridiani; quod si axis quidem inclinatus non sit, sed planum sectoris inclinetur non nihil, limbo retinente directionem lineæ meridianæ, limbus quidem habebit in eadem fig. 19 positionem $A'B'$ parallelam AB , sed

sed pendulum GD distabit ab ipso limbo $A'B'$ per rectam EI æqualem RF' , & collineando per FG in L' , referendo autem filum perpendiculariter ad I , metiemur angulum a tangentē FI , sive a tangentē RE , adeoque habebimus distantiam a zenith ZM pro distantia ZO . Quare cum in hoc casu angulus $F'GR$ metiatur inclinationem plani sectoris ad planum meridiani, pro hac inclinatione habebitur eadem prorsus proportio, quæ prius habebatur pro inclinatione axis. Nimirum si planum illud tribus etiam minutis hic apud nos inclinatum fuisset, quo casu filum penduli debuisset distare a limbo fere per unum pollicem, adhuc error inde committi potuisset minor duodecima parte minuti secundi. Tam immanis error in inclinatione plani sectoris, immo ne is quidem, qui filum penduli removeat a limbo per unam lineam, timeri omnino non potest, ne ab oscitante quidem Observatore, qui tamen adhuc nullum in distantia Fixæ inde definita errorem parere potuisset. Illud tantummodo in eo casu timendum fuisset, ne nimia distantia parallaxim effugere, & filum penduli satis accurate perpendiculariter referre ad planum limbi, impediret. Adhuc tamen in nostris observationibus nulla unquam distantia filii a limbo fuit major ea, quæ necessaria erat ad id tantummodo, ut limbis a filo nequaquam contingeretur, sed libere penderet.

146. Reliquum est, ut videamus, quid secum ferat declinatio limbi a ductu lineæ meridianæ. Sit igitur $a'b'$ limbis sectoris jacens quidem in plano verticali ita, ut filum penduli GD transeat per ipsum in E , sed is declinet a ductu lineæ meridianæ AB angulo AEF' . Pro distantia $Z'O$ a zenith habebitur distantia ZL' , sive, si polo Z concipiatur arcus LQL' occurrens meridianō in Q , habebitur ZQ , & OQ erit error, qui erit differentia ipsarum MO , MQ , si Fixa jacet ad partes oppositas polo P , ut figura exhibet; esset autem earum summa, si jaceret versus polum, & in utroque casu augeret distantiam a zenithi.

Error, quem
parte deviri-
limbi a direc-
tione linea meri-
diana.

Eius determina-
tio generalis.

147. Porro, utcumque magna sit differentia arcuum PL' , PZ , & angulus AEF' , sive $L'ZQ$, quo declinat se-
ctor a plano meridiani, definiri potest error OQ . Nam
in triangulo PZL' datus PZ , PL' , & angulo ad Z , qui
est complementum deviationis $L'ZQ$ ad duos rectos in-
primo casu, quem exhibet figura, & esset ipsa deviatio
in secundo casu, habetur ZL' , nimirum ZQ , & ejus dif-
ferentia a ZQ excessu ipsius PL' supra PZ in primo casu,
defectu in secundo, relinquit errorem quæsumum OQ .

In casu distan-
tia a zenithexi-
guus, & devia-
tionis exigua
principium in-
vestigationis.

148. In casu autem, in quo exigua sit ZL' , & angulus $L'ZQ$ exiguus, id inveniri poterit facilius hoc pacto.
Habatur superficies $L'ZQ$ pro plana, & erit ZL' di-
stantia a zenith observata per sectorem ad MQ , ut est ra-
dius ad sinum versum anguli $L'ZQ$, sive deviationis lim-
bi. Præterea est ZL' ad $L'M$, ut radius ad sinum anguli
ipsius $L'ZQ$, & per num. 141 est radius ad tangentem de-
clinationis, ut sinus versus arcus $L'M$ ad sinum MO , cujus
differentia ab MQ , vel summa exhibet errorem quæsumum.

Eius determina-
tio pro hoc ca-
su.

149. Patet inde ipsam MQ esse directe, ut est ZL' di-
stantia a zenith, & ut est sinus versus deviationis limbi,
qui est, ut quadratum sinus recti ejusdem, nimirum, do-
nec is est exiguus, ut quadratum ipsius anguli. Adeoque
 MQ est in ratione composita ex directa simplici distantia
a zenith, & directa duplicata deviationis penduli. Ipsius
quoque MQ ratio ad MO facile eruitur hoc pacto. Sit
distantia a zenith $ZL'' = d$, sinus rectus deviationis lim-
bi = s , radius tabularum = r , cui ponatur æqualis radius
sphaerae GM , tangens declinationis dicatur t , erit $L'M =$
 $\frac{ds}{r}$, & sinus versus anguli $L'ZQ$ exigi proxime $\frac{s}{r}$, adeoque
ut r ad $\frac{s}{r}$, ita $ZL' = d$ ad $MQ = \frac{ssd}{rr}$. Sinus autem versus
 $L'M$ tertius post $2r$, & chordam $L'M$, erit $\frac{ddss}{2r^2}$. Quare si-
nus MO erit $\frac{ddst}{2r^2}$, quæ erit expressio ipsius MO æqualis
proxime suo sinui. Hinc MQ ad MO , ut $\frac{ssd}{rr}$ ad $\frac{ddst}{2r^2}$, ni-
mirum

mirum ut r' ad dt , vel ut $\frac{r}{t}$ ad d . Cumque sit $\frac{r}{t}$ cotangens declinationis, cuius t tangens, nimirum tangens distantiae Fixæ a polo, sumpta quoque pro ZL' sua tangente, erit MQ ad MO , ut tangens distantiae Fixæ a polo, ad tangentem distantiae ejusdem a zenith, quod quidem theorema haud difficulter demonstraretur habita lineola MOQ pro recta, & producta donec occurrat rectis GZ , GP , & determinet tangentes arcuum ZQ , PO , sive ZL' , & PL' ; demonstrari enim posset esse MQ proxime tertiam post duplum prioris, & ML' , at MO tertiam post duplum posterioris, & eandem ML' , adeoque esse illam ad hanc, ut est tangens PL' ad tangentem ZL' ; unde patet & illud, esse MO admodum exiguum respectu MQ .

150. Hinc jam facile est pro data quavis distantia Fixæ a zenith, & deviatione limbi definire aberrationem OQ . Sed videndum prius, qui error in deviatione limbi a positione linea meridianæ timeri possit. Si alterum extre-
mum A congruat cum linea meridiana, & alterum B ab ea distet per unam lineam, ea distantia in linea meridiana pavimenti est maxime notabilis. Sæpe enim experti sumus etiam dimidiad conversionem unius e cochleis IF figuræ i accessum, vel recessum gignere admodum sensibilem; erant autem singulæ spiræ ejus cochlearæ minus crassæ, quam per unam lineam. Porro cum digitii 14, quæ est longitudo AB , contineant lineas 168; figuræ 19, si fiat ut 168 ad 1, ita radius 100000 ad quartum 595, prodit sinus deviationis, quæ remanet minutorum 20. Igitur error 20 minutorum in ejusmodi deviatione ab Observatore non penitus oscitante timeri non potest.

151. Sit iam distantia Fixæ graduum trium, sive secundorum 10800, angulus autem deviationis sit 20'. Erit $\frac{\text{calculus pro er-} \atop \text{ore, qui inde}}{\text{ut radij posset, qui}} \text{arcus } ZL \text{ graduum trium, vel secundorum 10800, ad exiguus.}$

MQ , quæ prodit o. 18. Factis autem ut tangens distantiae a polo nobis minimæ graduum 45 ad tangentem gr. 3,

sive ut 1000 ad 5, ita o. 18 ad quartum, prodiit pro MO fractio insensibilis, adeoque error $\frac{1}{2} O$ utralibet ex parte assurget ad 18 centesimas unius secundi, sive ad sextantem ejusdem circiter. Sed imminuta distantia a zenith, & angulo deviationis adhuc magis, omnem hic itidem error sensum effugiet.

*Possit tamen ex-
cavendum multo magis, quam a reliquis binis prioribus; si enim
meridiana ducta a vero situ deflectat aliquanto magis, &
aliquanto magis distet limbi positio ab ejus ductu, potest
error excrescere ita, ut contemni non possit; cum nimirum
sit in ratione duplicita anguli deviationis, adeoque in*

*152. Patet tamen vel hinc illud, ab hoc errore caven-
dum multo magis, quam a reliquis binis prioribus; si enim
meridiana ducta a vero situ deflectat aliquanto magis, &
aliquanto magis distet limbi positio ab ejus ductu, potest
error excrescere ita, ut contemni non possit; cum nimirum
sit in ratione duplicita anguli deviationis, adeoque in
deviatione triplo majore, quam eam supposuimus, quæ
nimirum assurgat ad unum gradum, & quæ ob brevitatem
transversæ regulæ, unius nimirum pedis, minus est sensibi-
lis, quam sit deviatio axis telescopii longi pedes 9 a plano
sectoris, error potest unum minutum secundum excedere,
& is error semper auget distantiam a zenith. Deinde pa-
tet & illud, in stellis remotioribus a zenith hunc erro-
rem multo magis augeri; augetur enim, donec sphærae
superficies sumi potest pro plana, in ratione distantiae ip-
sius, & in majoribus etiam distantias non quidem in ea
ratione, sed tamen augetur plurimum, dum contra in
distantias exiguis minuitur plurimum.*

*Quid maxime
cavendum in Fi-
xis propriis
zenith, quid in
remotioribus.*

*153. Ex utroque capite colligitur facile illud, ubi ob-
servandæ sint Fixæ polo proximæ, curandum, ut limbus
instrumenti habeat ad sensum positionem meridianæ lineæ
prius ductæ, non expectandum, ut Fixa ad filum appellat
momento suæ culminationis; contra vero, ubi ob-
servantur Fixæ remotiores a zenith, curandum hoc secun-
dum magis, quam illud primum. Nam exiguis error in
momento culminationis, sive determinando per calculum,
sive observando in Fixis proximis zenith, quæ celeriter
azimuthum mutant plurimum, potest in deviatione lim-
bi parere aberrationem admodum ingentem, quæ ingentem
errorem secum trahit, & contra exiguis error in angu-
lo,*

lo , quō limbus inclinatur, ingentem in remotioribus Fixis errorem secum trahit, ut vidimus, sed si ingens etiam inducit discrīmen inter appulsum ad filum telecopii , ac appulsum ad meridianum , adeoque , cognito culminatio- nis momento , etiam deviatio limbi multo minor evita- tur , ac una cum ipsa evitatur error , quem ea inducit .

154. Et hoc quidem pacto videor mihi aliquanto dili- gentius hoc argumentum pertractasse , quam alii , qui Usus observationum contemporanearum ad magnitudinem arcus caelestis definendam. huc usque in eodem versati sunt , præstiterint , & nostras observationes astronomicas ab omni errorum periculo vindicasse . Illud nunc superest , ut innuam , quo pacto ob- servationibus ipsis institutis ope sectoris utendum sit , ubi eæ adhibentur ad determinandam mensuram gradus , quod nos præstimus . Si eodem momento bini Observatores ad bina extrema puncta arcus caelestis definiendi in gradibus , minutis , & secundis definitant ejusdem Fixæ distantiam a suo zenith , summa distantiarum , si ea in loco australiore jaceat ad Boream , in borealiore ad Au- strum , differentia vero , si utrobique ad eandem jaceat cœli plagam , exhibebit arcum ipsum cœlestem , ut patet . Id quidem Condaminius demum , atque Bouguerius præstiterunt una cum ipso , quanquam oportuisset sane plures adhuc ejusmodi simultaneas observationes pluri- bus noctibus peregisse , si ex iis solis , ut inter eos conve- nit , arcus caelestis magnitudo definiri debuerit , ut alia- rum errorculos aliæ corrigerent .

155. Et id quidem , quod nemo ex aliis Observatoribus Ignoratis Fixa- ante ipsos præstiterat , omnino necessarium erat , ante quā omnes Fixarum motus cogniti essent , ut tum qui- rā motibus con- temporaneas ob- servationes esse dem eorum aliqui erant ipsis incogniti . Cum enim inte- rea , dum instrumentum ex altero in alterum transfertur locum , Fixæ , quæ suos itidem motus habent , locum mu- tent nonnihil , patet in errorem induci eum , qui distan- tiam unius zenith ab alio deducat per eorum distantiam a binis cœli punctis , in quibus Fixa eadem fuit , incognita eorundem punctorum distantia a se invicem . Fieri enim debet ,

debet , quod ipsis contigit , ut reductione rite facta per ejusmodi motus , & observationibus ad idem commune tempus reductis eæ maxime inter se discrepent , quæ prorsus congruere videbantur , & quæ congruunt , eæ sint , quæ maximè inter se discrepantes videbantur .

Iis cognitis id 156. Verum cum ex una parte jam notissimos habeamus omnes Fixarum motus , & ex altera ad simultaneas observationes bini requirantur sectores , & vero etiam major Observatorum numerus , singulas enim observationes bini multo facilius , & accuratius perficiunt , quam singuli ; supervacanea prorsus evasit ejusmodi cura , quam ob causam eodem nos sectore observations pergeimus & Romæ , & Arimini , ac observations ipsas ad commune tempus redegimus , quod & Academicci Parisienses omnes in postremis hisce perquisitionibus demum præstiterunt . Id vero etiam ex eo capite satis est opportunum , quod redactis ad idem tempus observationibus omnibus ejusdem loci , videre licet , an eæ ipsæ inter se consentiant , nec ne , quod in simultaneis , & non redactis ad idem tempus observationibus videre non licet .

Tres Fixarum motus hic considerandi : Primo quidem aquinoctiorum pteſſio . 157. Tres autem sunt , ut & ego in primo opusculo inui , & Mairius in secundo , Fixarum motus , qui hic considerari debent , nam diurnus communis , qui fit circa axem æquatoris , nihil turbat locum appulsus ad meridianum , a quo pendet in appulſu ipſo distantia a zenith adhibenda ad arcum cælestem determinandum . Primus , & omnibus Astronomis dudum cognitus , est is , qui dicitur Praecessionis æquinoctiorum , quo puncta æquinoctialia regrediuntur singulis annis per zodiacum per 50 secunda . Eo motu Fixæ omnes progrediuntur motu annuo secundorum 50 in Orientem per circulos parallelos Eclipticæ ; quo quidem motu latitudinem non mutant , mutant tamen longitudinem , ascensionem rectam , & declinationem . Cæteræ mutationes nihil faciunt ad rem nostram , postrema sola mutat locum appulsus ad meridianum . Norunt autem Astronomi , quo pacto dato loco Fixæ , five

five data ejus longitudine , & latitudine , vel ascensione recta , & declinatione , ex progressu annuo in longitudinem per $50''$, derivari debeat mutatio annua declinationis , nimirum accessus ad polum , vel recessus . Quare , si observatio dato quodam tempore peracta reducenda sit ad aliud datum tempus , patet , quantum distantiae a zenith pro primo illo tempore per observationem definitae addendum sit , vel demendum , prout vel accedendo ad polum , vel recedendo ab ipso , recesserit etiam a zenith , vel acceperit .

158. Reliqui duo motus debentur incredibilis & patientiae , & solertiæ Astronomo Bradleyo , cuius ob ea præclarissima sane nostræ ævi comperta debebit plurimum omnis posteritas , & cum Astronomicis elementis personam etiam nominis celebritatem servabit . Alter dicitur aberratio luminis , alter nutatio axis . Et quidem prior ille , qui multo est major , multo itidem accuratius . tum per observationes , tum per theoriam definitus ita jam constat , ut nullus in definienda aberrationis magnitudine dato tempori debitor error timeri possit . Eum motum præter ipsum inventorem suum Bradleyum plures jam , & Astronomi , & Physici ita illustrarunt , ut notissimus sit . Eo nimirum Fixa quævis appareat nobis delata motu annuo per circellum parallelum plano eclipticæ , cuius diameter est secundorum 20 , & in quo circulo ipsa Fixa occupat punctum , quod per quadrantem est orientalius eo , in quo in Eccliptica est Sol respectu Terræ , vel occidentalius eo , in quo est Terra respectu Solis . Is autem circellus e Tellure oblique visus , & ad superficiem relatus sphæræ Telluri concentricæ abit in ellipsem , cuius axis major perpendicularis circulo latitudinis , & parallelus plano eclipticæ est secundorum 40 , axis autem minor congruens cum ipsa perimetro circuli latitudinis , est ad axem majorem , seu ad $40''$, ut est sinus latitudinis centri ad radium .

159. Norunt jam itidem Astronomi , quo pacto vel per con-

Aberratio lumi-
nis , & nutatio
axis debita Brad-
leyo . Prioris i-
dea .

Notum Astrono-
mis quos prior
effectus parat.

constructionem, vel per calculum erui possint ex motu in eo circulo, vel in ea ellipsi mutationes omnes tam longitudinis, quam ascensionis rectæ, & declinationis, quem in usum & formulas exhibuit admodum opportunas in Parisiensis Academiæ Commentariis ad annum 1735 summus nostri ævi Geometra Clerautius. Idem autem argumentum, & ego persecutus sum dissertatione edita anno 1742, ubi & parallaxeos annuæ seorsum consideratae, & aberrationis consideratae seorsum, & utriusque conjunctæ simul determinavi effectus, in quibus omnibus tribus casibus ejusdem prorsus formæ, & positionis ellipsis describitur, cum eo solo discrimine, quod ad idem ellipsoeos punctum in primo, & secundo catu appellitur intervallo trium mensium, in tertio vero casu tempore intermedio magis accedente ad alterum ex iis temporibus, prout parallaxis, vel aberratio luminis prævallet magis. Sed jam ex observationum consensa cum sola luminis theoria constat, parallaxim nullam haberi ad sensum, & solam hanc aberrationem luminis annuam deprehendi posse. Definita autem mutatione declinationis dato tempori debita per hujusmodi theoriam, patet definiri correctionem débitam altitudini dato tempore observatae, ut reducatur ad aliud itidem datum tempus.

Nutatio axis
minus accurate
cognita per the-
oriam unde or-
tum ducatur.

160. Bradleyanam hypothesim nutationis axis videre est in diario Trevulsiensi ad an. 1748. mense Octobri. Is motus haud ita facile satis accurate definitur ex theoria, quæ admodum sublimis est, ac principiis nondum satis notis innititur; pendet enim, ut & annua æquinoctiorum præcessio, ab actione Solis, & Lunæ in eam terrestris inolis partem, quæ affurgit a polis ad æquatoriem supra sphæricam formam. Adhuc tamen, cum admodum exiguis sit, abunde, quod ad rem præsentem attinet, per observationes innotuit.

^{Ex} ex observa- 161. Is motus ut eum Bradleyus deduxit xe observationi-
tionibus satis ad nibus, est hujusmodi. Ponit, locum verum poli æ-
rem præsentem quatoris describere circa punctum quoddam, quod sit ejus

ejus locus medius circulum, cuius diameter sit secundorum 9, quem quidem eodem tempore percurrat locus verus poli, quo absolvitur periodus nodi lunaris, nimirum proxime annis 18, sit autem in eo ejus circuli puncto, quod per tria signa sit promutius loco nodi ascendentis Lunæ, ut nimirum, id respondeat principio cancri, dum nodus Lunaris est in initio Arietis, ac proinde nodum Lunæ regredientem consequatur semper, & ab ipso dirigatur quodammodo & rapiatur post se. D'Alambertus, qui Praecessionis æquinoctiorum theoriā sublimi calculo investigavit, & ibidem de ipsa nutatione axis, quæ ad eam nimirum pertinet, egit calculi ejusdem ope, circulo ellipsem substituit non ita parum compressam, sed observationes Bradleyanæ motum exhibent vel circularem, vel parum admodum a circulari recendentem.

162. Quidquid de eo fit, si observationes non ita longo tempore a se invicem distent, nullus sensibilis error ex diversa circularis, vel elliptici motus hypothesi poterit in eas unquam irreperi, cum tota per annos 9 mutatio loci sit tantummodo secundorum 18, ac variatio diversarum hypothesium admodum pauca secunda pro annis 9 secum ferat. Eo autem motu fit, ut polus æquatoris quovis tempore accedat ad alias e Fixis, recedat ab aliis magis, vel minus pro diversa earum positione ad directionem arcus, qui tum describitur, plurimum nimirum ad eas, quæ sunt in circulo maximo tangentे arcum, qui tum a poli loco vero describitur, ac minus, quo magis recedunt ab ipso cæteris paribus, ut si potius sint in circulo maximo transeunte per arcum descriptum, & perpendiculari ipsi arcui, ad eos tum nihil accedat, nec ab iis recedat ad sensum. Iis autem accessibus, vel recessibus fit, ut eæ Fixæ declinationem mutant, adeoque distantiam ab ejusdem loci zenith.

163. Hinc patet in nostro casu, nihil ab ejusmodi Fixarum motibus timeri posse. Nam priores bini accuratestissime cogniti sunt, tertius ejusmodi est, ut si quod du-

Nihil timendum
inde ob motum
nimis exiguum.
Quid co motu
fir.

bium de accurate ejus valore supersit , nullum errorem in casu nostro secum trahat vel ex eo capite , quod Romanæ nostræ Observationes priores ab Ariminensibus minus dilitterint , quam duorum mensium intervallo , quo quidem motus poli æquatoris , ubi etiam maximum parit accessum ad Fixam , vel recessum ab ea , non nisi exiguum minuti secundi fractionem secum ferret . Sed in nostro casu illud etiam accidit perquam opportune , quod utraque e Fixis a nobis adhibitis fuit hinc , & inde a loco poli medio proxima circulo perpendiculari arcui ab eo descripto , ut dittantia ejusdem ab iis Fixis per id tempus fuerit fere stationaria , ac proinde non tantum inter priores Observationes Romanas , & Observationes Ariminenses nulla distantia mutatio , cuius ratio duci debeat , sit facta , sed ne inter priores quidem , & posteriores Romanas mutatio ipsa exiguum minuti secundi fractionem excesserit . Ac eam ipsam ob causam in reductione observationum omnium ad diem 4 Martii Mairius correctionem ex nutatione axis jure omisit , ut ipse monet opusculo 2. num. 43 , ubi dum affirmat se in ejusmodi reductione habuisse rationem solius aberrationis luminis , loquitur tantummodo de binis Bradleyanis motibus , non etiam de æquinoctiorum præcessione , cuius nimirum rationem utique habuit , & observationes reductas ad quartam Martii ab utroque hoc motu præcessionis æquinoctiorum , & aberrationis luminis correctas exhibuit .

Fixarum hic ad-
huc habitarum op-
portunitas.

164. Porro quod ad Fixarum , quas delegimus opportunitatem pertinet , accedit & illud , quod cum jaceant ad plagas fere oppositas respectu poli æquatoris , & eclipticæ , tam præcessio æquinoctiorum , quam aberratio luminis alteram nimirum & Cygni , eodem tempore admovebat polo , alteram nimirum & Ursæ removebat , ut & illud , quod hæc posterior Fixa interjacet inter bina zenith , illa prior respectu utriusque ad Boream jacet , & idcirco summa distantiarum a zenith in posteriore , differentia in priore distantiam exhibet binorum zenith .

Nam

Nam inde fit, ut consensus in eadem distantia, sive in arcu cœlesti definiendo, duorum testium inter se adeo in omnibus suis affectionibus discordium, majorem fidem promereri videatur.

165. Porro quantus sit is consensus, patet omnino ex ^{Observationum} iis, quæ dixi sub finem opusculi primi, ubi plures exhibui combinationes observationum, quæ arcum cœlestem nostrum definiunt. Eas hic iterum unico intuitu conspiciendas, & in tabellam digestas proponam, eruuntur autem ex iis, quæ in secundo opusculo habentur a num. 43 ad 46, si observationum, quæ Romæ secundo sunt habitæ sumatur medium, & refractionis correctio adhibetur eadem, ac prioribus est adhibita.

Distantia a Zenith			
Ex Observationibus	α Cygni	μ Ursæ	
Romanis prioribus	2° 30' 20". 7	0° 50' 0". 8	
Ariminensibus	20 34. 6	1 19 46. 6	
Romanis posterioribus	2 30 23. 4	9 49 59. 4	
1, & 2	2 9 46. 1	2 9 47. 4	
Arcus ex {			
2, & 3	2 9 48. 8	2 9 46. 0	

166. Hinc autem si sumatur media quatuor arcuum, ^{plura media, &} quorum priores duo pertinent ad α Cygni, posteriores ad ^{medium omnia} μ Ursæ apparer observationum consensus. Habetur enim.

Ex 1 & 2	2° 9' 47". 4
Ex 1 & 3	2 9 46. 7
Ex 1 & 4	2 9 46. 0
Ex 2 & 3	2 9 48. 2
Ex 2 & 4	2 9 47. 4
Ex 3 & 4	2 9 46. 7
Ex omnibus simul	2 9 47. 0
M m 2	Ab

Quam parum di-
stent reliqua ab
omnium medio. 167. Ab hac nimirum determinatione omnium media,
reliquarum sex binæ tantum distant per unum minutum
secundum (quarum quidem etiam sine hoc diffensu ratio
minima habenda esset, cum eæ nimirum & diversas stel-
las, & diversa observationum tempora contineant, re-
liquis vel stellam habentibus communem, vel tempus,) re-
liquæ omnes per minuti secundi fractionem, quod
quidem, & nostras observations omnes, & sectorem
nostrum, quibus habitæ sunt, & Bradleyanam theo-
riam, cui consensus innititur, mirum in modum con-
firmat.

*Quid & observa-
tiones, & secto-
rem commendet.* 168. Verum quod observations per nostrum secto-
rem habitas commendat plurimum, est & illud, quod in
singulis seriebus observationum sive Arimini, sive Romæ
habitarum semel tantum habetur unius secundi diffensus
a medio. Quod autem sectorem ipsum & a reliquis di-
stinguit, & plurimum commendat, est illa mobilis re-
gula in limbo, qua fit, ut & observatio, & rectificatio
multo accuratius, quam in ullo alio sectorum genere,
æque accommodatorum ad omnes Fixas vertici proximas
observandas, & quidem facile præstari possint. Acce-
dit illud, quod in aliis sectoribus, in quibus telesco-
pio adjungitur micrometrum, duplex habetur scala re-
ctificanda, altera divisionum in limbo designatarum,
vel arcus assumpti per partem aliquotam, dum compa-
rantur cum radio sectoris, altera partium micrometri,
dum comparantur cum axe telescopii; dum hic per uni-
cam partium laminæ mobilis scalam omnia perficiuntur.
Accedit autem & suspensionis, ac dispositionis simplici-
tas, & firmitas, qua fit, ut per cochleas illas figuræ pri-
mæ admodum facile positionem debitam acquirat sector,
& brevissimo tempore converti possit, ac debitam posi-
tionem recuperare, quam semel acquisitam ope binorum
illorum ponderum tenacissime servet. Sed de ipso secto-
re, & observationibus per ipsum habitis jam fatis.

C A P U T S E C U N D U M.

De Quadrante.

169. **I**n iis, quæ ad quadrantem pertinent aliquanto Capitis argu-
mentum. minus immorabor, quam in sectore describen-
do fecerim, tum quod in ipso quadrante minus multa
sunt, quæ a communi quadrantum usu discedunt, tum
quod observations, quæ ipsius ope instituuntur, minus
delicatae sunt, ut nimirum errores etiam aliquanto ma-
iores adinissi ibidem, multo minorem secum trahant er-
rorem in determinando meridiani gradu. Eadem tamen
methodo utar, ut primo loco describam ea, quæ in ipso
quadrante notatu digna esse censeo, tum agam de ipsius
rectificatione, ac demum de observationibus habitis ejus
ope, quæ quidem omnia nec adeo brevi evolvi possunt.

170. Quadrantem exhibeo in tabula 3. Nimirum ip-
sum quadrantem cum pede suo habet figura 1 in positio-
Quid referane
priores quinque
figuras.
ne obliqua. Ibi autem deest & machinula, quæ in cen-
tro excipit filum penduli pro positione ejus verticali, &
regula, quæ mobile telescopium circumfert in positione
horizontali, vel obliqua. Figura 2. continet machinu-
lam ipsam, quæ centro apponitur, & filum penduli sus-
tinet, ac impedimentum etiam, quod apponitur ante
ipsum pendulum, ut id a vento protegatur. Figura 3. re-
fert primum limbi gradum divisum in minuta. Figura 4
machinamentum, quod ad omnes quadrantis motus con-
ducit habendos expeditissimè, & accuratissimè. Figura 5
quadrantem refert cum sua regula mobili, & machina-
mento quodam ipsi adjecto tum ad ipsum rectificandum,
& divisiones limbi inter se conferendas, tum ad observa-
tiones ejus ope accuratius instituendas.

171. Quoniam autem figura ipsa quinta ita exigua quid tres inscr.
exhibit ejus machinamenti partes quasdam, quas ego quinque.
quidem & novas arbitror, & admodum utiles, ut
fatis

satis discerni non possint, idcirco eas feorsum delineas propono in fig. 6, 7, & 8. Sexta quidem continet tubulum lentis ocularis, quem converto circa axem quendam ita, ut eo sumimoto apparere possit vitrum in media regula ita positum, ut limbum contingat, & per rectam lineam in inferiore sui superficie designatam denotet minuta, ac secunda: septima continet machinulam, quæ ope cochlearē promovet regulam mobilem, & easdem hic vices gerit, quas in sectore cochlea laminam mobilem promovens. Utrobique autem habetur circulus cum indice micrometri munus habens. Octava clarius exprimit, qua ratione hæc ipsa machinula quadrantis limbo adnectatur.

Quadrantis de-
scriptio
Tab. 3. F. 1.

172. Exprimit igitur figura i quadrantem, in quo limbis *ADIKFEB* est ex aurichalcho superinducto ferreæ regulæ, cui ferruminatus adhæret, divisus in gradus, & dena minuta, ac ope transversalium rectarum, & circumlorum concentricorum in singula minuta de more. *AC*, *IC* sunt binæ ferreæ regulæ, quarum posterior & longior est aliquanto, & telescopium habet affixum cum micrometro mobili in *M*. In *C* habetur foramen rotundum, ut monui excipiendæ regulæ ferreæ, vel machinulæ sustinenti filum penduli. *EGHF* est regula, qua totus quadrans connectitur, & innitur fulcro *TVX*. Ea ad majorem firmitatem habet tam ad latus *EG*, quam ad latus *FH*, regulam transversam, quarum posteriorem figura exhibet in *FHbf*. Est autem *TiQ* cylindrus, qui ope verticuli cujusdam in *t*, quem fig. 4. exhibet, connectitur cum regula *GFFH*, & ope trium elasticarum laminarum quibus inseritur, & quibus adstringitur per tres cochleas in *t*, *u*, *s*, & connectitur cum recipiente *TVS* connexo cum mole aurichalchica *TV*, quam excipit caput fulcri lignei *TVX*. Tres autem habet ipsum fulcrum pedes cum cochleis *YZ* de more, quibus nonnihil elevatur, aut deprimitur, vel inclinatur.

173. Radius *AC* est pedum parisiensium proxime trium: plurimum partium regularum ferrearum crassitudo linearum *s*, latitudo regulæ *menfura*. *AC*, & *IC* linearum 30, regule *EH* 36, limbi *ADK* 33, transversalium *HhfF* 20. Porro limbus quidem accurate comprehendens est, nec ipse, nec tota machina, quidquam inflectitur. Inflectebatur nonnihil in *t*, antequam transversas regulas *HhfF* adjecisset. Iis idcirco additis, firmissimus evadit quadrans, & omnis flexionis penitus expers.

174. Fulcrum *TVX* edurissimo, & compacto ligno crassitudine semipedali firmissimum fieri curavi, ut per montes impune posset vagari. Pedes tres *Zz* itidem crassi cum media columna *TXV* arcte connectuntur ope plurium cochlearum, ita tamen, ut ad faciliorem transportationem avelli possint, laxatis cochleis, ut & cochleæ *YZ* e crassiore ferro itidem extrahi possunt, & seorsum deportari. Nexus singulorum pedum cum columna media est duplex, alter ope clavi ferrei longioris rotundi quadratum habens caput in *z*, cujusmodi unum figura exhibit, & ex parte opposita procurrentis, ut in *x*, ubi convexam habet cochleam, quæ ope alterius cavæ adstringitur, alter in *z'* ex inferiori parte. Ex anulo ferreo, quo infra *x* adstringitur columna lignea, excurrunt ferrea brachiola cum foraminibus rotundis, quæ respondent spiræ cavæ ferreæ immisæ in ipsum pedem supra *z'*: in eam per id foramen immittitur cochlea convexa, & pedem columnæ adstringit ita, ut totum fulcrum evadat firmissimum. Totum-machinamentum *TlQ* & *PQR* exponam in fig. 4.

175. Telescopium *LO* cum regula *IN* curavi longius *Telescopium cur-*
radio quadrantis excursu fere pedali, quia ex una parte *radio longius*.
in exiguo illo excursu, & regulis ferreis crassioribus flexionem, quæ angulos erroneos redderet timere non poteram; ex altera vero parte erat animus ingentibus triangulis uti, quod & contigit, latere inter Sorianum, & Perusinum in montem accedente ad millaria 60. Aliquanto longius telescopium volui, quo certius dignosci possent signa in summis montibus ad collineandum disposita.

Objectivum vitrum in *O* adnexum est firmissime summæ regulæ *N*, ut & micrometrum in *M*. Tubus omnis ex aurichalchi lamina tenui constat, sed in *O*, ubi est objectiva lens, & in *M*, ubi micrometrum excipitur, massa aurichalchica regulæ ferreæ adnexa est admodum crassa ad firmitatem.

Micrometrum in M alteri ex iis massis ope 4 telescopii fixi. 176. Micrometrum in *M* alteri ex iis massis ope 4 chlearum arcte adstringitur, ejusmodi autem est ibi, ut habeantur 4 fila tenuissima argentea se ad angulos semirectos decussantia, intra tubulum immissa, respectu cuius moveri non possunt, quæ filo lamella elastica immissa crenæ circa tubulum excavata distenta tenet, prorsus ut in figur. 13 tab. 2 in sectoris micrometro factum esse exposui num. 45. Habetur autem & filum uni ex iis 4 filis parallelum, quod ope cochlea *M* promoveri potest motu parallelo, notante interea indice conversionis partes ope circelli, de more, quæ quidem figura exhibet. Ab omni eo machinamento describendo supersedendum censeo, quia Artifex, qui cætera omnia summa & simplicitate, & dexteritate præstít, id unum, quod tamen plurimi intererat, executus est methodo admodum composita, & partes ita disposuit, & ejusmodi cochlea est usus, ut prima itineris jactatione motus filii evaserit maxime inæqualis ita, ut per dimidiā conversionem cochleæ vix quidquam promoveretur, nec extra Urbem nancisci potuimus satis idoneum Artificem, qui machinamentum, quod nobis maximo usui futurum fuisset, restitueret. Adhuc tamen usui nobis fuit summo in quadrantis rectificatione pro altitudinibus, ut docebo inferius.

Micrometri motus circularis a xem telescopii fixi. 177. Illud autem admodum accurate presliterat Artifex, ut tota machinula habens fila fixa, & filum mobile converti posset circa telescopii axem ita, ut axis cochleæ *M* vel parallelus esse posset plano limbii, vel perpendicularis, vel utcumque obliquus, ut liberet, quod restituto micrometro utilissimum reddit quadrantem pro ob-

observationibus astronomicis pluribus, ut ex. gr. pro capienda differentia declinationis Planetæ cujuspiam & Fixæ, cum possit micrometrum disponi ita, ut filum mobile sit perpendicularē directioni motus diurni, adeoque ejus distantia a filo fixo uno ex illis 4 immobilibus differentiam declinationis exhibere, quem quidem in usum illud præceperam, ut machinula tubo inserta facile converti posset circa axem telescopii.

178. Porro in *M* prope ipsa micrometri fila adest alterum objectivum vitrum, & illud alterum in *O*, non est infixum summo vertici, sed immisum intra ipsum, & alteri tubulo insertum, quem licet nonnihil admoveare micrometro *M*, vel inde removere. Ipsi autem proximum adest micrometrum constans anulo aurichalchico cum binis filis se ad angulos rectos decussantibus, & eodem pacto distentis ope lamellæ elasticæ immisæ increnam exteriorem ipsius anuli. Is anulus est interpositus binis laminis aurichalchicis, inter quas aptari potest, ut libet, ac elevari, deprimi, & in gyrum agi, ut debita positione semel accepta, cochleis adstrictis, firmissime in eadem retineatur. Ut autem ipsam positionem ante adstrictas cochleas accuratius acquirat, ope lateralium quarundam cochlearum impellitur, ut libet. Sed hæc innuisse sit satis.

179. Eo pacto duplex habetur telescopium, ut nimirum lente oculari ad *L* objecta videantur per objectivum vitrum immisum infra *O*, ac ipsa lente apposita ad *O* videatur per objectivum vitrum positum prope *M*. Nec vero alterius telescopii objectivum vitrum quidquam ad sensum officit alterius distinctioni, ut ex principiis opticis satis constat. Porro, ut, quæ ad micrometra pertinent, conjungamus hic omnia, regula mobilis, quam in fig. 5 exprimit *DCEF*, & quæ telescopium adnexum habet, ea itidem in *Ff* in foco lentis objectivæ habet micrometrum ejusdem generis, constans anulo habente bina fila

se decussantia ad angulos semirectos ope similis lamellæ elasticæ bene tensa.

Machinula in centro pro pendulo sustinendo.
Tab. 3. Fig. 2.

180. Figura secunda exhibet machinulam collocandam in *C* ad suspendendum inde filum penduli. Tota ex aurichalcho constat. *LM* est cochlea adnexa cylindro *IKON*, qui immittitur in foramen *C* figuræ 1, & si libeat e posteriore parte adstringitur ope ejus cochlear. *GH* est crassa amplior circularis lamina crenam habens in *GH*, ex qua ope fili suspenditur machinula filum penduli a vento protegens. Eminet superficies *AF* minus ampla nonnihil elevata, & convexa, in qua est foramen tenuissimum in *C*, quod excipit acum *BC*, trajectam per foramen in brachiolo *ADE* excavatum e regione ipsius *C*. Poteat acus extrahi de more in *B*, & inserta ejus cuspipe in nodum fili sustinentis pendulum iterum immitti in foraminulum *C*.

Eius constructio Artifex, ut nihil ulterius desiderari possit. Nam cylindrus *INOK* ita accurate tornatus est, ita accurate aequalis foramini *C* figuræ 1, ut licet expeditissime moveri possit circa proprium axem, nihil prorsus intra ipsum trepidare possit, & nihil omnino in latus moveri. Ipsum autem foraminulum *C*, circa quod ille ipse cylindrus *INOK* tornatus est ante affixum brachiolum *ADE*, ita accurate respondet axi ejus cylindri, ut tota machinula gyrantere circa eum axem post adjectum pendulum, quadrante in positione verticali constituto, accuratissime ipsum filum eidem semper limbi puncto respondeat, quod quidem est maxime necessarium, cum & circulorum in limbo ductorum centrum sit in ipso itidem axe foraminis *C* figuræ 1.

Alia ei similis pro circulis in limbo describendis, alia pro regulari mobili.

182. Machinulam alteram huic simillimam sine brachiolo *ADE* figuræ 2 perfecit Artifex, in qua foramen in *C* aliquanto amplius erat, & profundius in acutissimum tamen apicem desinens, itidem accuratissime respondente

tem axi sui cylindri INOK, in quod altera cuspis circini ferrei fidelis immittebatur, altera designante circulos concentricos in limbo figuræ 1, & hac etiam machinula circa proprium axem conversa cuspis circini eidem descripto circulo accuratissime respondebat. Regula quoque mobilis figuræ 4 cylindrum habet, quem ipsa figura non exprimit, similem prorsus huic INOK cylindro figuræ 2, eodem pacto accuratissime elaboratum ad tornum, quo immisso in idem foramen C figuræ 1 regula nullum alium habet motum, nisi circularem circa axem eundem, & iis suis punctis ubique tangit limbi circulos, ut adeo punctum, ex quo suspenditur filum penduli, & punctum, circa quod regula mobilis convertitur, congruat accuratissime cum centro circulorum concentricorum. Acum quoque esse rotundam accurate prope cuspidem constat, ut in sectore num. 53. ex eo, quod ejus conversione circa proprium axem nihil prorsus mutetur fili positio.

183. Figura 3 exhibet primum gradum divisum in minutu ope transversalium linearum, & circulorum concentricorum de more. AB est circuli intimi gradus primus, C primus gradus extimi. Extimum circulum Artifex summa cura in gradus divisit, & ejus divisionis peractæ ope etiam intimum. Primo quidem eodem intervallo, quo extimum circulum descriperat, centro facto in ejus punto, quod responderet mediae crassitudini regulæ ACGB figuræ 1. absedit arcum graduum 60 versus I, quo bifariam secto adjecit ejus dimidium, & habuit tres arcus tricenorum graduum quadrantem compleentes. Hos primum trisecuit de more, tum bissecuit, ac denum inquinas secuit partes, & omnes 90 gradus habuit, quibus binos adjecit hinc citra initium, inde ultra finem, cum aliquot minutis, qui ad regulæ limbum supererant.

184. Gradus singulos divisit deinde in partes senas, ut hunc primum in fig. 3 in : Ca, ae, ef &c. Applicata regula ad centrum, & ad puncta C, a, e, f &c. obtinuit puncta A, E, F, G &c. Quare recta CA ad centrum tendit, ut iti-

Divisio in gra-
dus : schelma
gradus primi .

Tab. 3. Fig. 3.

Divisio graduum
in minuta per
circulos con-
centricos, & linea-
traversales cir-
culorum deter-
minatio .

dem ad centrum tenderent, si ducerentur aE , eF , fG &c. Ducendas autem curavimus rectas Aa , Ee , Ff , transversas de more, & rectâ AC divisâ in partes decem certa quadam lege circulos etiam $1r1'$, $2s2'$, $3s3'$ &c. ducendos præscriptissimus. Punctorum 1, 2, 3, &c. determinatio ope Trigonometriæ est admodum facilis. Si e punctis A & a concipientur ductæ ad centrum quadrantis binæ rectæ, ex constituent triangulum, cuius omnia latera possunt haberi accurate ex scala aliqua, angulus autem in centro subtendit minuta 10, quæ respondent arcui AE , vel Ca , & eo triangulo resoluto innotescet etiam ejus angulus in A . Ut habeatur punctum 1, concipiatur arcus circuli $1r1'$, qui occurrat rectæ Aa alicubi in r ; & si concipiatur recta ex r ad circuli centrum, habebitur triangulum, cuius latus ab A ad centrum datur, angulus in A inventus est in priore triangulo, angulus in centro erit unius minimi. Eo triangulo resoluto innotescet latus ab r ad centrum, sive ab 1 ad centrum, a quo si dematur radius intimi circuli ab A ad centrum, habebitur residuum ab A ad 1, & punctum 1. Pro puncto 2, vel 3 determinando per punctum s , vel t , satis est retento latere ab A ad centrum, & angulo ad A assumere angulum in centro minutorum duorum, vel trium, & habebitur distantia a centro punctorum s , vel t , nimirum $2'$, & $3'$ ita porro, donec deveniatur ad punctum 9. Hunc calculum trigonometricum diligenter instituit Mairius, & assumpta in levi charta, ac rite divisa recta AC æquali illi, quæ in quadrante interjacebat inter intimum circulum, & extimum, eam Artifici tradidit, qui ejus ope inventis punctis 1, 2, 3 &c. circulos duxit reliquos prioribus binis concentricos, quorum intervalla accurata esse deinde diligenti iterum instituto examine comprehendimus.

Methodus duendi transversales lineas facilius duceret, regulæ mobili alias sales rectæ. 185. Et hæc quidem ad circulos pertinent; ut autem transversales lineas facilius duceret, regulæ mobili alias regulam nonnihil inclinatam in directione primæ transversalis Aa , & firmissime adjunctam adstrinxit. Tum regulam

Iam mobilem circumduxit ita, ut transversalis illa adjuncta regula transfiret per e , tum per f &c., ac duxit acu ipsi innixa transversales omnes, in quibus ducendis, ut & in reliqua divisione omni peccavit nonnihil, nullus enim ferre Artifex ita divisionem perficit, ut nulla correctioncula sit opus, sed parum admodum, ut inferius patebit, ubi agam de methodo mihi saltem nova, qua in ejusmodi divisiones inquisivimus instrumento, quod ad ipsum excoxitavi, & perficiendum curavi, & in figura 5 pluribus exponam.

186. Figura 4 exhibet machinamentum pertinens ad faciem quadrantis totius motum, & nexus cum fulcro. *COVP* est massa aurichalchica satis crassa, quæ ex inferiore parte *COV* habet anulum infra circularem patinam demissum, patina autem ipsa longiore habet crassum, cylindrum. Is immittitur in foramen fulcri lignei *PX*, & proinde hic latet, caput vero fulcri inseritur in eum, anulum per vim, qui ope trium cochlearum, quarum binas figura exhibet hinc, & inde ab *O*, ipsi adstringitur firmissime. Supra inferiorem eam patinam, & anulum, adest alia satis itidem crassa *P*, quæ versus *T*, & versus *VS* habet segmentum cujusdam canalis excipientis cylindrum *TD*. Tam ejus pars illa interior in *T*, quam exterior in *V*, & *S* habet adnexas chalybeas laminas elasticas, quæ immisso in eas cylindro *TD* adstringuntur cochleis *t*, *u*, *s* ita, ut cylindri motum circa proprium axem vi tantum aliquanto validiore adhibita permittant. Cylindrus ex interiore parte in *T* adhæret massæ aurichalchicæ satis crassæ, & ea denticulos habet ternos cum æqualibus intervallis, quibus inferuntur totidem denticuli massæ *B* itidem amplioris, crassiorisque ex aurichalcho, quæ per 8 cochleas, quarum quaternas videre est hinc, & inde a *B*, quaternæ post *T* latent, adstringitur regulæ ferreae *EGHF*, quæ eadem est, ac regula *EGHF* figura 1. Denticulos autem omnes axis trajicit, cuius ope cylindrus *TD* firmissime adhæret toti quadranti, & facile admodum circa eum axem convertitur.

*Machina pro
inclinando qua-
drante utcumque.
Tab. 3. Fig. 4.*

Arcus circularis
cum cochleis pro-
quadrantis posi-
tione stabili.

187. *GgeE, HffF* sunt transversæ illæ regulæ ferreæ, quæ regulam medium *GHFE* figuræ i inflexilem reddunt. Ex ipso uniuntur hinc per cochleas plures *A, A*, quæ ipsi mediæ regulæ adstringunt ferreos vectes ipsis transversis regulis adhærentes: Demum *KLM* est arcus quidam ferreus. Is adhæret regulæ ferreæ *K* per binas cochleas adstrictæ ad regulam *GEFH*, sed cohæsio ejusmodi fit per axem, circa quem libere convertitur ipse arcus: immittitur autem in aperturam inter bina ferrea parallelepipedæ præcurrentia e cylindro versus *D*, quorum alterum habet in *I* cochleam, quæ ipsum arcum *LM* premendo adstringat ad alterum, & omnem ejus ulteriorem procursum impedit, alterum vero in *i* habet cochleam versus extrellum suum marginem, quæ ultra ipsum arcum jacet, eumque interius relictum impedit, ne laxata cochlea *I*, dum quadrans elevatur magis, vel minus, procurrat versus *D*, & elabatur.

Tres liberrimi
motus quadran-
tis.

188. Hic patet ope hujus machinamenti quadrantem habere tres liberrimos motus, primum circa axem verticalem infra *P*, secundum circa axem horizontalem *TD*, tertium circa axem in *B* collocatum, quorum motuum ope positionem quamcumque admodum facile acquirit, & acquisitam servat.

Machinamen-
tum pro redi-
stinatione.

Tab. 3. Fig. 5.

189. Figura 5 exhibet quadrantem ipsum cum telescopio fixo *LCN*, & regula mobili cum telescopio *DEFF*. Porro in hac figura telescopium abrumptur in *Ff*, initio divisionis limbi, ubi habetur micrometrum, ei regulæ adiecta sunt bina machinamenta. Primum est *GMA-BHEbbamG*, e ferreis regulis ita compactum, ut magna perimetri sui parte sequatur ductum quadrantis ab *A* ad *M*, a *B* ad *H*, & ultra, ac itidem ab *a* ad *m*, & *a b* ad *b*, & ultra, relinquit autem conspicuas limbi divisiones, & ab *A* ad *a* procurrit ultra 45 gradus. Totum id machinamentum quatuor cochleis adstringitur regulæ ferreæ binis inter *E, F*, & binis inter *e, f*, ita tamen, ut iis cochleis laxatis totum una demi possit, relicta libera regula

gula, & telescopio. Secundum machinamentum est inter *Ii* versus *G*, quod itidem ope 4 cochlearum ipsi ferreæ regulæ aditringitur, & in fig. 7, ac 8 evidentius patet majore scala expressum.

190. Id etiam auferri potest, quo ablato relinquitur regula ferrea prorsus libera inter *Ff*, *Ii* usque ad extre-
mum limbi, quæ quidem habet ibidem fenestram cum vi-
tro politissimo, in quo vitro medio est lineola recta, _____
quæ ad centrum quadrantis dirigitur. Hanc fenestram te-
git tubulus ocularem lentem ferens, qui quidem hic con-
fusionis vitandæ gratia non exprimitur, sed jacet in di-
rectum cum reliquo tubo *DF*, cum quo ita connectitur
in vertice inter *Ff* ope axis, circa quem converti potest,
ut possit elevari, & converti supra reliquum tubum inter
Ff, & *Ee* ea ratione, quam exhibet fig. 6. Ibi *FFfe* est
idem tubus, ac in fig. 5, *IK*, *HL* sunt bina fila sc ad an-
gulos rectos decussantia: ea continentur atculo latente
poit laminam, quæ cochleis *D*, *D*, *D* adstringitur
cylindro extanti in *BGMF* supra tubum *Ee*, & anulum
concludit. *G* est una e cochleis, quæ ante adstrictas co-
chleas Deum interiorem anulum fila continentem urgent,
& in debita positione locant. *AB* est axis, circa quem con-
vertitur tubus *F'M'f'O*, qui circa *Nn* habet interius ocu-
larem lentem, & in *O* aperturam, ad quam oculus app-
licatur. Porro ubi observandum est per telescopium
regulæ mobilis, convertitur tubus *F'f'O* circa axem *AB*,
ut partes *F'M'f'* congruant cum *FMf*, & is ipse tubus ja-
ceat in directum cum tubo *FfEe*. Observatione peracta,
ubi per regulæ fenestram videndum est, quos gradus mi-
nuta, & secunda indicet linea illa recta designata in su-
perficie inferiori vitri additi regulæ ferreæ figuræ 5 inter
Ff, & *Ii*, tum hic tubulus lentem ocularem ferens con-
vertitur ita, ut positionem acquirat figuræ 6, & libe-
ram relinquat fenestram ipsam.

191. Exponendum est nunc machinamentum illud in-
ter *Ii*, & *G*, quod in fig. 5 ægre conspicitur, in 7, & 8
multo

Fenestra regulæ
mobilis cum vi-
tro motu tubi
ocularis inde re-
muvendi.
Tab. 3, Fig. 5.

Machina pro
regula mobilis
promovenda cū
micromette.

Tab. 3. Fig. 5

7

multo est evidens magis, sed ob partium plurium varios
situs admodum difficulter verbis exprimitur. In fig. 7 est
AabB facies superior limbi, quam videmus oculo supra
ipsam collocato, *BC*, *bc*, ab ejus crassitudo; in fig. 8 *BC*,
bc, *ab* est crassitudo eadem, & *Cch'H'* facies limbi inferior,
quam videmus oculo collocato infra ipsum: utrobique
autem ita designata sunt schemata, ut viderentur oculo
in infinita distantia constituto oblique nonnihil, proje-
ctione instrumenti facta per lineas parallelas, quod & in
superioribus est præstitum, alterata aliquando projectio-
ne ipsa nonnihil, ubi id ad clariorem partis cuiuslibet
descriptionem necessarium esse censuimus.

Plures ejus ma-
chinae partes.

192. *TY*, *ty* sunt utrobique bini, ut eos in Italia vo-
cant, morsus, quos inter se necit lamina crassior fer-
rea, quam in fig. 8 videre est in *IL* *ñ*, qui morsus ope
binarum cochlearum *M'm'* urgentium inferiorem limbi
faciem ipsi limbo, ubicumque libet, tenacissime adstrin-
guntur. Ne autem superiores eorundem morsuum par-
tes *T* superiorem ledant limbi faciem politam, dum
adstringuntur, easdem pelle obduximus circumquaque.
Morsui *ty* utriusque figuræ adhæret circulus, per quem
trajicitur cochlea *uV*, cuius manubrium *Zu*, index *ux*,
qui quidem index in ejus circuli peripheria singularum
conversionum partes designat. Trajicitur ea cochlea per
parallelepipedum longius aurichalchicum habens spiras
cavas exacte æquales convexis ejus cochleæ, ac deinde
per foramen *V* brachioli adnexi alteri morsui *T*, ubi anulo
D excipitur, & cochlea *E* cogitur eadem semper sui
parte fulcris *u*, *V* interjacere. Illud parallelepipedum ha-
bet binos cylindros in fig. 8 *P*, *p*, qui in fig. 7 inferuntur
binis laminis. Superiorem *MNOponm* figura ex-
prit, inferioris exhibet initium in *L*, & *l*, tum solum dexterum
limbum in *lqrs*, quæ quidem in *lq* supponitur re-
gula ferrea. *QFfq* deferentis telescopium mobile, & fe-
nestrâ *EDde* armatam vitro cum linea recta media *GH*:
inflectitur autem in *q* ad angulos rectos, & crassitudinem
limbi

limbi comitatur , tum iterum in r ad angulos rectos inflectitur , ut planum rs parallelum sit piano $mnoP$ regulæ , & limbo , ac inter ea plana parallela concludatur parallelepipedum ipsum insertum alteri per cylindrum P , alteri per p figuræ 8.

193. Lamina superior cum inferiore connectitur per Relique ejus cochleas M, m , inferior cum regula ferrea per cochleas L, l , utraque cum eadem per cochleas N, n . Inde fit , ut adstrictis cochleis $M'm'$ figuræ 8 , movendo cochleam uV ope manubrii Z moveri debeat in fig.7 regula $FQgf$ per limbum cum fenestra $DEed$, & linea recta GH , quæ quidem per divisiones excurret , ac index ux indicabit partes singularium conversionum , a cuius appulsibus ad initium numerationis ejus circuli numerari possunt integre conversiones . Porro ut cochlea uV converti possit , debet esse accurate recta , punctum autem P debet ferri motu circulari circa centrum quadrantis . Id in causa est , ut instrumentum ejusmodi adhiberi non possit nisi pro eo exiguo arcu , qui haberi possit pro rectilineo ; cuiusmodi fere est etiam arcus unius gradus , curvaturâ gradus dimidii hinc , & inde a medio nihil ad sensum removente punctum C a centro quadrantis , vel limbo ; removetur enim per sinum versus gradus dimidii , qui continet e partibus radii 10000 minus , quam 4.

194. Verum quoniam interea præter distantiam a limbo prorsus insensibilem mutatur directio rectæ tendentis a P ad centrum quadrantis , ut parallelepipedum $A'a'$ possit habere positionem quamcumque ad eam rectam , idcirco non est adnexus immediate ipsi regule ferreæ , sed ope cylindrorum P , p figuræ 8 inseritur ita laminis illis binis figuræ 7 , ut intra earum foramina converti possit . Ut autem æquali motui indicis respondeat æqualis motus parallelepipedii cum suo cylindro P , & regula , ac vitri linea , illud in primis curandum fuit , ut præter accuratam spirarum æqualitatem , axis cochleæ uV esset accuratissime perpendicularis plano circu-

li, planum ipsum accurate levigatum esset, & accurate congruens plano manubrii in u , ut itidem in V cochlea cohibeatur per similem congruentiam planorum perpendicularium axi cochleæ. Demum distantia inter u , & V nihilo major esse debet inter foramina cochleam excipientia, & cochleam ipsa, quæ excipitur, ne nimirum promoveri cochlea, & parallelepipedum, ac regula possit quidquam alia ratione, quam ipsius cochleæ conversione. Ea omnia tum demum obtinuit Artifex, cum post brachii TV foramen V apposuit anulum D' bene complanatum, & levigatum ad partes V , quem ipsi appressit ope cochleæ convexæ $F'E'$ inferta cochlea cava E' , qua ubi validissime appressit ipsum anulum D' brachio V , & ipsum brachium, quantum per metalli elasticitatem liceret, coegit accedere ad u , conversione continua cochleæ id effecit, ut illæ ipsæ facies, quæ se contingunt in D' , & u , se attererent, & attritu ipso acquirerent accuratissime positionem perpendiculararem axi cochleæ circumactæ, cuius motui deinde idcirco motus regulæ accuratissime obsecundavit.

Qua ratione regula ferrea ab iis machinis liberari possit.

195. Laxatis autem cochleis $M'm'$ figuræ 8, tota machina una cum regula ferrea, & telescopio circumducuntur per quadrantem liberrime, & ibi demum adstringi ipsarum cochlearum ope, & affigi limbo quadrantis, ubi libuerit; sine qua affixione, motu cochleæ uV , non movetur regula, sed hæc ipsa machina, accedente ad regulam altero e morsibus T , t , altero recedente. Laxatis vero præterea cochleis L , l , N , n , tota hæc machina avellitur a limbo, & a regula, quæ cum suo telescopio circumducitur, ut in quadrantibus communibus.

*Machinarum ea- runderum construc-
tio extraUrbem
fructu tentata.*

196. Hæc ad constructionem pertinent quadrantis, cui quidem binas machinas postremo descriptas loco, hanc nimirum expressam in figura 7, & 8, & illa ferrea septa AB ba figuræ 5 adieci Romam demum regressus, nullo Arimini, nec uspiam alibi satis idoneo Artifice reper-

reperio, qui primam illam machinam perficeret, quâ regula ope cochlearum promoveretur, indice partes singularum conversionum denotante. Pluribus enim methodis id ipsum Arimini conatus Artifex ceteroquin ingenirosus, nunquam obtinere potuit, ut promoveretur regula æquabiliter motu cochlearum æquabili, cum nec satis æquabiles spiras perfecerit, nec cochlearum axem satis accurate collocarit unquam. Id ipsum autem Rufus Romanus noster machinamentorum Artifex admodum feliciter, & ingeniosissime præstítit.

197. Jam de recta partium omnium dispositione dicendum est, ubi de omni rectificationum genere agendum una, & in eo de usu postremæ utriusque machinae, tum ad usum quadrantis, & observationes eo habitas faciendus gradus. Primo quidem, quod pertinet ad telescopia, curandum, ut eorum axes sint quamaccuratissime fieri possit, paralleli plano quadrantis, de quo parallelismo pluribus egimus primo capite, ubi de sectoris telescopio, & innotescunt Astronomis methodi id ipsum præstandi. Id quidem Artifex noster satis diligenter curaverat; constabit autem inferius, nisi deviatio ejusmodi sit satis magna, in iis observationibus, ad quam adhibitus est quadrans, & quæ majoris momenti sunt, errorem haberi inde insensibilem. Porro ad id obtinendum facilius plurimum conduxit illa filorum micrometri mobilitas, quæ fila anulo inserta, mobili primum, deinde cochlearum ope affixo, ultro utroque ante affixionem moveri sinebat, donec recta transiens per filorum intersectionem, & punctum pertinens ad axem objectivi vitri debitam positionem acquireret.

198. Quod attinet ad ipsa fila, an ea se ad angulos rectos interfecarint in omnibus tribus micrometris, binis nimirum telescopii fixi, & unico telescopii mobilis, ac in illorum altera reliqua fila ad angulos semirectos, id vero, ut pariter in sectoris micrometro diximus, facile definiri potest, an rite perfectum sit, conferendo fila

*Recta partium
omnium disposi-
tio: qui obtine-
ri posset paralle-
lismus axium
telescopiorum.*

*Examen rectæ
dispositionis fi-
lorum microme-
trorum.*

eadem cum rectis in charta ductis ad eosdem angulos, oleo etiam affusa, si opus fuerit. Debet autem alterum ex illis filis ad angulos capiendos, & altitudines observandas esse plano quadrantis parallelum, alterum perpendicularare. Id quidem an ita se habeat, facile definire licet pro telescopio fixo, constituendo quadrantem in situ verticali teste filo penduli, quod limbum perradat, tum videndo, an alteri pendulo libere demilo, respondeat unum e filis micrometri. Idem pro eodem telescopio fixo facile saepe definitivimus ad maris littus, constituto eodem pacto plano quadrantis in plano verticali, & notando, an adducto ad horizontem a mari definitum telescopio, filum, quod piano ipsius quadrantis perpendicularare esse debet, cum eodem horizonte congrueret accurate. Pro regulæ mobilis micrometro, cum qua in nostro quadrante pendulum e centro demissum conjungi non poterat, collocandus erat quadrantis limbus in piano horizontali, teste libella, tum videndum, an cum altero e filis ejus micrometri congrueret filum penduli ante ipsum micrometrum libere demissi.

Quæ sit optima dispositio filorum micrometri telescopii fixi ea est, in qua utraque recta per intersectionem filorum ducta, & punctum pertinens in utraque lente obiectiva ad ejus axem, quam hic itidem, ut in fectoris telescopio, dicemus axem telescopii, sit parallela extremitate quadrantis radio, sive illi rectæ, quæ a centro quadrantis ad nonagesimum tendit gradum, & in telescopio regulæ mobilis est ea, in qua axis ipsius sit eidem primo radio parallelus, ubi linea in vitro regulæ ipsius designata congruit cum fine nonagesimi gradus quadrantis, nimirum, ut ejus axis sit parallelus rectæ in vitri superficie designatae; ea autem ipsa recta debet accurate dirigiri ad centrum quadrantis.

Accurata positione rectæ in vitro Jamine mobilis qui obtineri possit. Tab. 5, Fig. 2 200. Porro hæc accurata ejus rectæ directio an habeatur, facile videri poterit, & facile obtineri poterit, ut habeatur. Satis erit adducere regulam mobilem ad quadrantem

drantis initium ita , ut linea vitri appellat ad rectam AC figuræ 3 designatam a centro in quadrantis limbo in ipso quadrantis initio . An autem hec ipsa recta tendat ad centrum , videre licebit apposita machinula figuræ 2 pro regula mobili , & filo acui inserto , quod si tensum ab acus cuspidे ad C transeat per A , ostendet rectam CA dirigi ad centrum , quod Noſter quidem Artifex accurate præſtiterat . Apposita autem regula , ita vitrum in ejus fenestra aptandum erit , ut illa ejus linea accurate congruat cum ea recta CA , quam ipsam ob causam fenestra vitro ad margines oblique ſecto , ut in eam immissum poſſis limbum contingere , aliquanto amplior eſſe debet , quod quidem ubi obtentum fuerit , tum vero cera , vel gummi agglutinandum eſt ipsi regulae vitrum .

201. Haberi poſſunt plures methodi , tum ad explora-
randum , utrum axes telescopiorum habeant illam direc-
tionem , quam optimam diximus , tum ad id præstan-
dum , ut eam obtineant . Sed & moleſtiores aliquanto
funt eæ methodi , & facile admodum ſuppleri potheſt uſus
ejus directionis , ac effectus deviationis corrigi , habendo
ejus rationem in observationibus . Quomodo autem id
factum a nobis fit , dicemus infra , ubi de uſu quadrantis
tum ad determinandos angulos rectorum ad bina obiecta
tendentium , tum ad capiendas altitudines ſupra horizon-
tem , vel depreſſiones infra .

202. Quo pacto videri poſſit , an centrum axis regulæ
mobilis , cum puncto , ex quo pendet filum penduli ſu-
ſpensum ex cuspidे acus , & cum centro circulorum in
limbo designatorum congruat , vidimus aliquanto ſupe-
rius , quæ in noſtro quadrante omnia accurate præſtitā-
tuſſe diximus , ex quo pendet & illud , ut circuli in limbo
nimirum AEB , $171'$ &c. ſint accurate deſcripti . Vidimus
itidem , qua ratione circuli ipſi ducendi ſint ita , ut debi-
ta a ſe invicem habeant intervalla , & explorandum , an
eadem habeant re ipſa . Ceterarum divisionum explo-
randarum cura eſt operosior multo , quæ omnes ut admo-
dum

Optimæ poſti-
onis filorum mi-
crometrii deſe-
runt ſuppleri
poſſe .

Examen plu-
riū , qui ſit ,
expofitum jam
eſſe ; examen di-
visionum diſci-
pliua .

dum accurate se habeant, vix ullus unquam persiciet Artifex, saltem citra aliquot secundorum errorem. Porro non est satis nosse tantummodo haberri aliquem errorem, sed pro singulis divisionibus, saltem iis, quæ adhibitæ sunt, oportet determinare accuratissime erroris ipsius magnitudinem. Ea dicitur rectificatio divisioum limbi, pro qua plures methodi inventæ sunt. Ea mihi res negotium ingens facessit, donec illud inveni demum instrumentum, quod habetur in fig. 5, cujus ope res ea præstari potest quam libuerit accurate.

*Ulius quadrantis
ad angulorum
mensuram.*

Tab. 3. Fig. 5.

203. Quæ ad ejusmodi rectificationem pertinent, facilius intelligentur, si proponatur ob oculos methodus, qua ope regulæ mobilis anguli determinentur. Dirigatur in fig. 5 telescopium *LN* ad punctum quocumque, telescopium autem *GCD* liberum ab omni machinamento *ABba* ad aliud obiectum, & sit *C* intersectio axium eorum telescopiorum. Si axes telescopiorum essent rite dispositi, arcus inter finem quadrantis ad *KI*, & lineam vitri inter *FI*, si exhiberet angulum *NCD*, exhiberet enim angulum *GCL* ipsi ad verticem oppositum. In eo casu satis esset notare, quem angulum delignet linea ipsa mobilis ab initio numerationis, quod esse solet versus *AB* ad ipsam ejusmodi lineam, & cum numerum demere a gradibus 90; residuum enim exhibet angulum quæsitum.

*Quomodo corri-
gendas defectus
axis telescopii axis
parallelii axis
telescopii fixi &
radii postremi
quadrantis.*

204. Quod si axes illi non sint rite dispositi, sed vel axis telescopii fixi, vel axis telescopii mobilis in ea positione, in qua linea vitri transit per finem gradus 90, habet deviationem aliquam a radio transeunte per ipsum finem gradus 90, satis est semel adducere telescopium mobile ita, ut ejus filorum intersectio ad idem obiecti punctum dirigatur, ad quod dirigitur intersectio filorum telescopii fixi, & notare quot gradibus, minutis, & secundis procurrat linea vitri ultra gradum 90, vel continetur intra ipsum, & angulo prius definito satis erit addere semper in primo casu eum arcum, demere in secundo.

205. Quod si etiam axis telescopii fixi LN non esset parallelus piano quadrantis, esset tamen axis telescopii mobilis, quo casu non posset ad idem obiectum dirigi intersectio filorum utriusque, satis esset plano quadrantis disposito, ut per bina illa objecta transiret, dirigere regulam mobilem prius ad alterum, tum ad alterum ex iis obiectis, quadrante interea immoto, & assumere differentiam arcuum a vitri linea denotatorum in ejusmodi binis positionibus telescopii mobilis. Immobilitatem vero quadrantis potest interea denotare etiam telescopium fixum LN , notando, an idem semper cujuscumque alterius obiecti punctum sit in intersectione filorum ejusdem; licet enim ita moveri posset interea quadrans, ut axis ejus telescopii immotus manret, is tamen casus esset in immensum improbabilior casu, in quo ipse etiam moveretur. Sed nos illum parallelismum axium eorum cum quadrantis plano curaveramus, quo siebat, ut intersectio filorum utriusque telescopii ad idem obiecti punctum adduci posset.

206. In omnibus igitur hisce casibus videndum est semper, quem illa vitri linea designet numerum graduum, minutorum, & secundorum. Id quidem hoc pacto obtinetur. Exprimat in fig. 3 A initium gradus cuiusvis, B finem. Si illa linea transeat per A , vel B , patet indicari numerum graduum accuratum. Si transeat, ut KL , vel $K'L'$ per F , vel G ; numero graduum pertinenti ad A addenda erunt 20, vel 30 minuta, quo quidem casu transibit itidem per e , vel f , si transversales lineæ accurate sunt ductæ, & divisiones primi, ac postremi circuli accurate præstitæ. Si transeat ut $K'L'$ inter F , & G per xx' , addendus erit præterea arcus Fx minutorum decadibus, qui quidem quot minutis primis valeat, ac secundis, ostendent transversales lineæ. Nimis si transeat per intersectionem ipsius transversalis cum aliquo e circulis intermediis accurate, habebitur aliquis minutorum numerus accurate, ut si transeat per intersectionem Q cum

Per solum mo-
bile telescopium
rem perfici, fi-
xo aberrante,
quantum libue-
rit.

Quo paio vi-
deatur, quem
numerum desi-
gnet regula mo-
bilis graduum,
& minutorum.
Tab. 3. Fig. 3.

quarto , vel R cum quinto , addenda erunt 4 , vel 5 minuta binis decadibus .

Quo pado se- 207. Quod si transeat inter binas ejusmodi intersectio-
eundorum nu- nes , ut Q , & R per punctum quoddam S , facile patet nu-
merus ælma- merum secundorum , qui integris minutis addi debent ,
tionis determi- haberi quamproxime , si fiat , ut QR ad QS , ita 60 ad nume-
nandus. rum quæstum . Ea ratio immediate admodum difficulter
 solo oculorum judicio definitur , sed si ipsa recta $K'L'$ oc-
 currat circulo superiori in T inferiori in V , & ope lentis
 satis convexæ aspiciantur QT , & VR , & numerus 60 in
 eorum ratione dividatur , admodum accurate definiri pot-
 erit numerus secundorum debitus QT . Nam si QT vi-
 deatur æqualis VR , erit ipsi tribuendus numerus 30 se-
 condorum ; si vero videatur dupla ipsius , habebitur nu-
 merus 40 . Porro inter æqualitatem , & rationem duplam
 tantum intercedit discriumen , ut plurimas intermedias
 rationes liceat solo oculorum judicio discernere , adeo-
 que cum illud ipsum discrimen secum trahat minuta se-
 cunda 10 , patet intra admodum pauca secunda judicari
 posse de numero ipso secundorum .

*Ejusmodi deter-
 minatio accura-
 tor per micro-
 metrum commu-
 ne , vel novum .* 208. Hujusmodi determinationem supplere potest mi-
 crometrum commune , ut inferius exponam , eandem
 autem accuratissime præstare potest meum micrometrum
 machinæ , quam exhibet figura 7 . Nam si ejus ope pro-
 moveatur regula , donec primo linea vitri transeat per Q ,
 tum per R , & notentur numeri , quos index micrometri
 notabat in tribus positionibus Q , S , R , fieri poterit , ut
 intervallum inter primam , & tertiam ad intervallum
 inter primam , & secundam , ita 60 ad numerum quæsi-
 tum , vel facilius , si semel cognoscatur , quot particu-
 lis micrometri respondeat unum minutum , & fiat tabel-
 la , quæ partes ejus micrometri reducat ad minuta secun-
 da de more , habebitur ex sola prima , & secunda posi-
 tione numerus , qui exhibeat secunda debita QT . Nobis
 quidem & commune micrometrum labefactatum fuerat ,
 ut supra monui , & qui ipsum restitueret , ac hoc novum ,
 quod

quod tum excogitavi , satis accurate perficeret , nusquam ante quadrantem post observationes fere omnes peractas reportatum in Urbem idoneus Artifex est inventus .

209. Hinc superioris numeri methodo usi sumus , & semper observatione quavis peracta , seorsum ex ratione inter *QT* , *VR* , vel ubi punctum *S* ad alterum e punctis

Methodus adhibita ad secundorum estimacionem .
Tab. 3, Pl. 3.

Q , *R* proxime accederet , e ratione inter arcum circuli superioris , & inferioris eodem punto aestimabamus secundorum numerum , tum aestimationes nostras conferebamus , in quibus plerumque consentiebamus intra duo , vel tria secunda , vel aliquando ad summum *s* , ac ubi satis consentiremus , assuebamus determinationem intermedium ; ubi dissensus erat aliquanto major , iterum , atque iterum lente adhibita judicium nostrum revocabamus ad examen , qua diligentia effectum est , ut exigui admodum ex eo capite errorculi in nostras observationes potuerint irrepare .

210. Hoc quidem judicium in singulis angulorum determinationibus semel tantum instituendum nobis fuit , methodo adhibita , quæ rectificationis quoque laborem , & erroris metum in rectificatione ipsa imminuit mirum in modum . Nam ubi directo telescopio fixo in alterum objectum , & mobili in alterum , videbamus , qui angulus proxime obventurus esset , collocabamus regulam mobilem ita , ut linea vitri transiret accurate per initium gradus proximum , quo præstito movebamus totum quadrantem ita , ut intersectio filorum telescopii mobilis transiret per alterum objectum , ac telescopii fixi filum mobile (quod ut plano quadrantis perpendicularare esset , rite convertebamus totum micrometrum in ipso observandi initio , ac aderat perenne signum , quo ea positio dignosceretur) donec in ejus intersectione cum filo fixo sibi perpendiculari alterum objectum esset . Tum vero regulæ mobilis telescopium ita movebamus , ut ejus filorum intersectio ad idem objectum appelleret adhuc in eadem priore intersectione persistens , & notabamus

Aestimatio semel tantum in singulis observationibus necessaria .

in arcu postremi gradus, vel penultimi, locum quem linea vitri indicaret; ac notabamus numerum graduum integrum pro primo objecto, & numerum graduum, minutorum, ac secundorum pro secundo,

Rectificatio qua-
drantis inde longe
facilius.

211. Id autem, satis patet, debuisse rectificationis necessitatem minuere mirum in modum. Satis enim erat ad ejusmodi angulos accurate habendos rectificare totum nonagesimum, & nonagesimum primum gradum, ac sola initia, & fines reliquorum, quanquam ad altitudines, & depressiones habendas bini etiam hinc, & inde ab initio divisionis gradus rectificandi fuerint toti. Porro pro initiis gradum, quæ ad faciliorem rei explicationem adhibui, nos & in observatione, & in rectificatione usi sumus potius initii cum uno minuto, punctis nimirum r pro punctis A , quia usū deprehendimus, ubi divisio facta sit per lineas transversales, multo evidenter cognosci transitum rectæ lineæ, ut filii penduli, vel illius incisæ in vitro, per intersectionem duarum linearum, ut Ara , irr' , quæ habetur in r , quam per concursum binarum Aa , AB , qui habetur in A , præter quam quod in nostro quadrante transversales lineæ sunt admodum nitidæ in omni suo tractu, & multo magis, quam in initio, vel fine, in primo nempe, & postremo circulo. Idcirco pro altero objecto semper notabamus certum graduum numerum cum uno minuto.

Quæ ad primum pertinente fusius hic exposui, ut quæ a nobis industria inter observandum adhibita sit, innotescat, nec hic exposta, ut omnino fieri par sit.

212. Hæc ita fusius hic exposui, ut quæ a nobis industria inter observandum adhibita sit, innotescat, nec studiosiores quidam credituri sunt, nec ingrata fore, nec inutilia, & illud maxime optandum censeo, ut quæ usū, atque exercitatione sibi quisque ad facilius accurate observandum præsidia parat, edat in publicum in aliorum utilitatem, qui eandem exercent artem. Sed hisce præmissis, multo jam prior ad rectifications exponendas se pandit via.

213. Et quidem hisce expositis maxime omnium & certa,
 & accurata methodus revocandi ad examen divisiones
 quadrantis effet hujusmodi. In aperta, & accurata
 planicie ope tigillorum, cuiusmodi ea sunt, quæ adhi-
 beri solent in basis dimensione, ut in primo opusculo
 exposui, & exponam iterum in hujus opusculi quarti
 capite tertio, capiatur mensura rectæ lineaæ aliquanto
 longioris, ut 1000 hexapedarum. Tum in altero ejus ex-
 tremo constituantur centrum quadrantis, ex altero deter-
 minetur directio ipsi perpendicularis, in qua collocen-
 tur tigilla ipsa situ horizontali, quæ quidem tigilla op-
 tum effet, si aliquem continerent hexapedarum nume-
 rum accuratè, ut ternas singulæ, ipsarum autem latera
 verticalia ita divisa effent, ut singulæ hexapedæ in par-
 tes denas, harum singulæ in alias denas lineis, &
 numeris adscriptis divisæ effent. Collocatis primis tribus
 tigillis, quæ jam continerent partes centesimalis millesi-
 mas 900, & ita dispositis telescopiis, ut filum verti-
 cale telescopii mobilis respiciat initium primi tigilli,
 linea vitri regulæ mobilis congruente cum initio divi-
 sionis, filum autem verticale telescopii fixi idem ini-
 tium respiciat, retinendo semper telescopium fixum in
 hac positione, & movendo regulam ita, ut successivè li-
 nea in vitro designata denotet unum minutum, tum duo,
 tum tria, & ita porro, liceret determinare tangentes
 respondentes omnibus arcibus quadrantis usque ad dimidi-
 um gradum, translato autem primo tigillo post ter-
 tium, ubi ejus usus desit (quod ipsum indicari posset
 manu, vel linteolo, ab eo, qui ad quadrantem obser-
 vat, iis qui tigillorum curam habent) & ita porro,
 liceret progredi labore continuato usque ad 1000 he-
 xapedas, nimirum usque ad 45 gradus, ultra quem-
 limitem tangentibus excrescentibus, posset secundus se-
 miqdadrans eodem modo explorari simul & ipse; at-
 que ita singuli arcus minores gradibus 45 haberentur im-
 mediate, maiores autem per binorum immediate habi-

torum sumimam , quin possent errores excrescere ex pluribus erroribus conspirantibus collecti .

*Quam sit accu-
rata.*

214. Porro in hac methodo unius secundi error facile evitaretur . Nam in distantia mille hexapedarum telescopio pedum trium , vel 4 facile admodum discerni posset centesima hexapedæ pars , quæ uno pollice est paullo minor , quin & ejus dimidium , & unius ejusmodi partis error initio secum ferret errorem in angulo duorum circiter secundorum , in fine unius tantum , ut facile ex tabulis sinuum colligitur .

*Ejus difficultas.
Methodus altera*

215. Hæc methodus & operosior est , & campum requirit ad rem perficiendam idoneum , cuiusmodi nos nusquam invenimus . Aderat altera methodus , qua diversæ quadrantis partes inter se conferrentur , totus autem quadrans quater circumductus in gyrum cum toto circum horizonte . Si enim comparentur primum bini semiquadrantes inter se , vel potius terni trientes , nimirum triceni gradus , tum trientes horum , five gradus deni , tum horum dimidia , nimirum gradus quini , tum gradus singuli , dividendo prius gradus 90 in ratione inventa in tribus trientibus , tum singulos trientes in ratione inventa in denis gradibus , & ita porro ea methodo , quam pro sectore exposui supra n.85 , post 4 ejusmodi operationes habentur omnes arcus integris constantes gradibus , & in prioribus tribus singuli singularum determinationum errores committi possunt , in postrema duplex error . Eodem pacto & dena minuta , & singula inter se conferri possunt , sed singulorum collatio , si transversæ lineæ deprehensæ fuerint rectæ , supervacanea erit , nam collatis inter se denis minutis circuli intimi , & extimi , inde facile eruitur correctio pro mediis . Hoc pacto pro singulis arcubus obtinetur correctio ex hypothesi , quod totus quadrans exactè quartam circuli partem contineat , a qua si quidquam discrepans inventus fuerit , & fiat , ut gradus 90 ad arcum quenvis , ita ea differetia ad quartum , invenietur id , quod in singulis

arcu-

arcibus ex eo capite præterea corrigendum erit, & habebitur totius quadrantis accurata correctio.

216. Comparatio autem partium quadrantis inter se fieri solet, observando bina objecta, ad quorum alterum terminetur intersectio filorum telescopii mobilis, linea vitri monstrante initium numerationis, ad alterum eadem linea monstrante finem arcus conferendi, ut finem graduum 45, tum iterum disponendo telescopium ita, ut centro ibidem manente primum objectum respondeat positioni secundæ priori, sive fini graduum 45, & vidento quantum secundi objecti positio discrepet a fine arcus posterioris comparandi, ut a fine graduum 90, obtinetur discrimen inter eos binos arcus, & eadem est methodus pro reliquo.

Qui solent comparari inter se partes quadrantis.

217. Nos quidem hac methodo usi sumus & statim quadrante recepto Romæ, & deinde Arimini; sed multæ difficultates ab ea nos absterruerunt. Nam & objecta, quæ satis distincta essent, & ad arcum comparandum sat is accederent, admodum difficulter inveniebantur, & in singulis observationibus ob fili, utut tenuis in utroque telescopio crassitudinem aliquam, ac ceteras difficultates observandi per telescopia, semper in singulis observationibus error aliquot secundorum committebatur, & differentia illa, micrometro mobili potissimum jam labefactato, ut diximus num.r76, debebat aestimatione incerta definiri, ex quibus omnibus siebat, ut errores plus æquo-multiplicati excrescerent.

Qualibus erroribus periculis observationis.

218. Hinc relicta methodo comparandi inter se arcus diversos ope telescopii mobilis collinendo per ipsum, illud tentandum duxi, ut divisiones quadrantis explorarentur ope divisionum laminæ mobilis sectoris, quam superiore capite fuse descripsimus. Collocabatur sector in plano horizontali, & in eodem plano quadrans ita, ut punctum medium arcus comparandi accurate responderet rectæ linea a centro sectoris ductæ per medianam laminam mobilem nihil excurrentem ultra fixas, distaret autem

*Atia methodus
ope sectoris.*

tem id punctum in circulo quadrantis extimo a linea media laminæ mobilis dato quodam intervallo , quod semel capiebatur ope circini communis . Erat aliquis labor in rebus ita disponendis , sed non ita magnus , & res feliciter succedebat , teste filo tenuissimo ducto ab acu quadrantis ad centrum sectoris .

219. His autem ita dispositis , filum ab acu quadrantis tendebatur ita , ut transiret per initium arcus cujusvis graduum 15 , & procurreret ultra laminam mobilem sectoris , quæ movebatur ope sui micrometri , donec aliqua ejus divisio esset accuratè sub filo , unde constabat ejus distantia a medio limbo sectoris . Idem fiebat filo traducto per finem primi gradus , tum per finem secundi , & ita porro , ac tanta est ejus laminæ mobilis amplitudo , ut eo pacto possent cum ea conferri omnes 15 gradus . Tum vero alii gradus 15 collocato in eadem prorsus distantia quadrante eodem pacto explorabantur , tum alii 15 , & ita porro .

Cur ejusmodi labor conferri posset.

220. Hanc quidem methodum Ariminî per aliquot dies adhibuimus , & ea futura erat satis accurata , adhibitâ potissimum lente vitrâ , si satis cognitus fuisset laminæ mobilis status , & locum aptum ad rem perficiendam nancisci potuisseus . At in toto Ariminensi Collegio nusquam deprehendimus locum satis aptum . Nam vel ædibus , quæ paullo ante extructâ fuerant satis amplæ , adhuc impeditis , vel qua liberæ erant , non satis ad rem illuminatis , vel ubi abunde erat luminis , quod fere ubique abunde est , pavimento trabibus innixo non fornici , totus labor impeditetur . Hæc postrema laboris nostri conditio fuit , ac minimus corporis motus , & ipsa etiam membrorum inflexio ad divisiones accuratius inspicendas movebat pavimentum , & positionem quadrantis respectu sectoris mutabat aliquantis per , ac totam operis rationem perturbabat . Iis autem difficultatibus accessit nondum satis tuto perspectus laminæ mobilis status , & justissimus sane metus conjugandi novarum observatio-

tionum errores, cum erroribus qui in cognoscendo statu laminæ mobilis admissi essent, quæ omnia eam methodum omittere demum coegerunt.

221. Mitto alia nonnulla tentamina, & ante quam devenio ad id, quod demum nobis successit, illud monendum duco, summo hic nobis futurum fuisse usui circum illum instrumentum binis vitris altero fixo, altero mobili, quem descripsi num. 66. Ejus ope licuisset arcus observatos conferre inter se satis accuratè, sed eo nos quidem caruimus, nec ejus constructio, & usus mihi, nisi aliquanto post, in mentem venit. Venit autem tum quidem instrumentum aliud, quod ipsi æquivalet, immo etiam ad rem presentem plurimum præstat. Id quidem, qui Arimini, vel uspiam Ariminum inter, & Romanum accuratè perficeret, inveni neminem: Romæ demum, aliquanto etiam perpolitum magis perficiendum curavi. Perfecit autem noster instrumentorum Artifex Rufus, ac est illud, quod exhibent fig. 5, 7, & 8. Id quidem supra exposui a nu. 189; en autem ipsius usum ad hanc rem, qui satis congruit cum usu laminæ mobilis in sectore.

222. In primis sola etiam machinula figuræ 7, satis esse potest ad cognoscendum statum cochleæ ZnV , si nimurum vel unica linea vitri GH , traducatur ope diversarum spirarum ejus cochleæ per idem intervallum inter duo puncta notata in limbo quadrantis ad distantiam crastitudinis unius spiræ, vel intervallum inter binas lineas ad eandem distantiam *duetas* in vitro per unicum punctum notatum in limbo quadrantis. Id autem fieret adstringendo cochleas M' , m' fig. 8 ita, ut primo quidem initium ejus intervalli limbi congrueret cum linea vitri, vel initium intervalli vitri cum puncto limbi, constituto indice in initio spiræ, & ubi post indicis conversionem deuentum esset ad finem spiræ, laxando eas cochleas, ac machinulam cum regula ita collocando, ut ejusdem intervalli initium eodem modo se haberet, quo prius, tum per

Missis aliis, me-
thodus per novā
machinam pro-
ponitur.

Ratio cognoscen-
di statu cochleæ
ejusdem machi-
nez.

Tab. 3. F. 7.
8.

per secundam spiram indicem convertendo. Eo sane pacto, & singulæ spiræ, & plures simul, & singulærum partes ad examen revocari possunt accuratissimè eodem prorsus pacto, quo diximus num. 56 ad examen revocari spiras cochlearæ sectoris pertinentes ad laminam mobilem: & hic itidem hanc cochleam se bene habere comprehensum est.

*Graduum singu-
lorum compara-
tio mutua.*

223. Cognita hujuscemodi cochlearæ constitutione jam singuli gradus inter se comparari possunt prorsus, ut n. 61 singulæ partes laminæ mobilis, atque id quidem vel promovendo lineam vitri GH per totum gradum quemlibet, ac restituendo in locum pristinum, vel potius ducendo in vitro regulæ mobilis, si ejus apertura sit satis magna, binas lineas ad intervallum fere æquale uni gradui, & faciendo, ut prius altera ad initium gradus appellat, tum altera ad finem. Et id quidem etiam ignorato statu cochlearæ; eo autem cognito possunt etiam singula minuta ejus ope explorari, vel faltem decadum initia, & fines, vel, quod nos præstimum, in singulis decadibus fines primorum, & initia postremorum minutorum, ubi transversæ lineæ secant in fig. 3 secundum, & decimum ex 11 circulis concentricis. Notando nimirum, quot particulæ micrometri fig. 7 debeat gradui medio, & quot habeant partes illius gradus quæcumque, tam illius gradus error, quam error singularum ejus partium sponte fluit. Id quidem congruit penitus cum iis, quæ de lamina mobili sectoris, & ejus micrometro diximus ibidem.

*Tale correlio
arcuum quorum-
cumque.*

224. Hoc pacto gradibus omnibus inter se comparatis haberi posset rectificatio totius quadrantis prorsus, ut cognitis partibus singulis laminæ mobilis, totus ipsius status cognosci potest. Innotesceret nimirum numerus particularum micrometri debitus toti quadranti, & numerus debitus cuivis numero graduum, colligenda summam, tum factis, ut numerus particularum toti debitus, ad numerum debitum parti cuivis constanti ex quocumque gradibus, ita gradus 90 ad quartum, inventire-

niretur , quid ille arcus contineret , & proinde quantum differret a debito . Verum hoc pacto error in singulis observationibus commissus augeretur ita , ut posset multiplicari etiam per 45 juxta num. 84.

225. Hinc eadem methodo , quæ pro sectoris radio usus novi instru adhibita est num 76 , hic errorum summa minui potest menti ad minuē quamplurimum ope instrumenti , quod exhibet figura 5 Tab. 3. E. 5. ab AB ad ab . In eo agglutinari possunt ope tenacioris ceræ bina vitra Pp , Qq , in quorum inferiori superficie sint rectæ lineæ directæ ad centrum quadrantis , quæ primo quidem ita constitutæ sint , ut altera congruat ad sensum cum initio divisionis , altera cum fine graduum 45 , & ope cochleæ infra i promota tota machina cum regula mobili eam sustinente , donec primum altera ex iis vitrorum lineis congruat cum initio divisionis , tum altera cum fine , haberi discrimen eorum 45 graduum ab intervallo inter bina vitra . Translata deinde tota machina , donec prima linea primi vitri congruat proxime cum fine graduum 45 , adeoque secunda proxime cum fine graduum 90 , jam habebitur discrimen posteriorum 45 graduum ab eodem intervallo , adeoque & priorum a posterioribus ; ac eodem pacto licet inter se conferre gradus tricenos , denos , quinos , singulos admotis nimirum vitris ad ea intervalla , errorum summa in graduum numero accurato ultra quintuplum erroris admissi in singulis determinationibus non assurgente .

226. Porro nobis satis fuit , ut num. 211 supra monuimus , ad examen revocare pro angulis poligoni solum gradus integros , & præterea nonagesimi primi minuta singula , ac pro altitudinibus supra horizontem , & depressionibus infra etiam binos gradus hinc , & inde ab initio totius quadrantis , & binos hinc , & inde a fine , quod & diligenter præstimus Roman regressi longo sane , & molesto labore , sed admodum necessario . Ac ubi singula minuta ejusdem gradus explorantur per cochleam sat exacte elaboratam , & motu continuo promotam ,

notan-

Unde labor hic
contradictus , & er-
ror adhuc magis
imminutus .

notandum diligenter illud , errorum summam non crescere , sed pro arcu quovis unicum postremæ observationis errorem cum primo collatum turbare magnitudinem arcus totius , unde fit , ut illi quintuplo erroris , hic unicus novus error accedere possit; verum is casus , in quo errores omnes in unicam summam coalescunt , nunquam in praxi accidit , aliis alias fere ex parte eidentibus .

*Posse adhuc minuti reduplicatio-
nis errorem , sed
errorem obser-
vationis manere.
Cur hoc instru-
mentum certius
apius .*

227. Quoniam quadrantis nostri radius subtriplus ad sensum est radij sectoris , motus indicis , qui in sectore secundum minutum exhibet , hic exhibet tria secunda . Hinc , ut ibi ope micrometri secundorum trientes ope lentis facile dignoscuntur , ita hic secunda itidem . Verum si foraminulis constet divisio , & microscopium adhibeat , nullus dubito , quin & decimæ secundorum partes , & vero etiam tertia ipsa minuta deprehendi possint , ut adeo hac methodo rite adhibita , & perfecta deveniri possit ad evitandum errorem in summa etiam errorum omnium possibilium majorem exigua fractione minutus secundi ; sed id in re nostra supervacaneum est , ubi in angulis deinde determinandis per fila telescopiis inserta error duorum , vel trium , vel etiam 5 secundorum aliquando committitur . Aptiorem autem hanc methodum jure superius appellavi methodo circini instructi microscopiis , vel vitris , altero mobili , altero fixo , quod hic motus machiœ , & intervalli inter vitrum lineas fit circa centrum quadrantis per ipsam regulam mobilem , per quam observationes instituuntur angularum , quod quidem plurimi interest , ad accuratiorum eorum ipsorum angularum determinationem per divisiones ita correctas .

*Prima metho-
dos explorandi
totius quadran-
tis menūram eo
per totum hori-
zontem circum-
acto .*

228. Explorato statu partium quadrantis , & habita pro iis correctione , superest correctio quadrantis totius . Ea , ut monui pluribus in locis , habetur collocando quadrantem in situ horizontali , & notando in horizonte bina objecta , quæ a se invicem ita distent , ut alterum

terum sit in axe telescopii mobilis , regula notante gradum 90 . Tum quadrante horizontaliter converso , ut secundum objectum sit in axe telescopii mobilis , regula indicante gradum 0 , inveniri debet tertium , quod sit in ipso axe regula notante gradus 90 , atque ita porro , donec deveniatur ad quartam positionem quadrantis , in qua si primum objectum sit accurate in axe telescopii mobilis , regula notante gradus 90 , nulla toti quadranti adhibenda erit correctio . Si autem , ut telescopium mobile pertingat ad primum objectum in quarta positio ne quadrantis , requiretur in quadrante ipso plus , vel minus quam 90 gradus ; quarta pars differentiae erit error totius quadrantis , quo is a gradibus 90 deficiet in primo casu , eos excedet in secundo ; cum is ex quatuor positionum erroribus colligatur .

229. Porro , ut id accurate innotescat , oportet cognitus jam sit status illius arcus , qui in quarta positione quadrantis accedit , vel deficit , qui si erroneus esset , & error ipsius ignoraretur , erronea etiam correctio evadet . Quoniam autem admodum difficile est invenire objecta , quae discerni possint , & accurate distent per arcus horizontis respondentes quadranti , ubi cognitus fuerit status graduum proximorum fini quadrantis ipsius , satis erit assumere quatuor objecta , quae distent proxime per quadrantem a se invicem , & metiri ope quadrantis angulos inter primum , & secundum , secundum , & tertium , & ita porro , ac omnibus quatuor angulis definitis per quadrantem , si angulorum summa sit major 4 rectis , vel minor , quarta differentiae pars erit defectus quadrantis a vero quadrante in primo casu , excessus in secundo . Patet autem in omnibus hisce casibus debere feligi objecta admodum remota , vel ubi quadrans convertitur , ita ejus pedem moveri , ut centrum redeat ad idem punctum , nam aliter parallaxis orta ex eo , quod pes , circa quem fit conversio , non respondeat centro quadrantis , observationem turbaret .

Altera methodus, observatis per ipsum omnibus angulis plurimum triangulo-

230. Quod si ope quadrantis debent definiri omnes anguli cujuspiam trianguli, quod quidem accidit in casu nostro, ubi is adhibetur ad dimetendos angulos omnes poligoni, si eorum summa inveniatur accurate gr. 180, quadrans erit accuratus; si minus, error erit dimidius totius differentiae. Is quidem, si unius trianguli ope definitur, incertus erit ob singulorum angulorum errores, dum ope ipsius quadrantis definiuntur, qui aliquot secundorum erunt semper, cum ope sectoris tanto longioris error unius, vel alterius secundi evitari non possit. Verum si multa ejusmodi triangula habeantur, ut in casu poligoni longioris, & sumantur differentiae ternorum angulorum trianguli cujusvis in unicam collectorum summam a gradibus 180 positivae, ubi eos excedunt, negativae, ubi ab iis deficiunt; omnibus differentiis in unicam collectis summam, & per numerum triangulorum divisum de more, ut habeatur differentia media, hujus dimidium erit error quæstus quadrantis totius, multo jam certior ex plurimum determinationum conjunctione.

Tertia methodus per objecta et diametro opposita, dimidio horizonte dimenso.

231. Potest idem investigari etiam ope duplicitis telescopii, ubi id est duplex, ut erat nostrum telescopium fixum, juxta num. 179. Primum enim ejusmodi telescopii ope invenienda sunt bina objecta et diametro opposita, quod ad ipsorum telescopiorum axes disponendos situ parallelo contrario requiritur, tum assumpto objecto intermedio, & dimensis binis angulis ope quadrantis ipsis, si eorum summa æquetur gradus 180, quadrans est accuratus; secus, dimidium differentiae est error quæstus. Et haec quidem methodus omnino substitui debet priori e præcedentibus, paullo supra propositis, ubi ex altera parte objecta sint nulla, quæ discerni possint, ut nobis contigit Arimini, habentibus apertum mare ad Aquilonem; vel ubi proximum ædificium magnam horizontis partem surripiat.

232. Porro bina objecta contraria hoc pacto ope ipsius duplicitis telescopii inveniri poterunt, & binorum axium parallelismus obtineri. Collocetur quadrans in situ horizontali, & oculari apposita ex parte centri quadrantis, ut in fig. 5 ad N, dirigatur id telescopium ad aliquid objectum: tum immoto quadrante, apponatur lens ipsa ocularis ex parte limbi ad L, & notetur objectum aliquod, ad quod adducatur filum mobile micrometri, quod ibi haberit diximus num. 176. Convertatur jam quadrans, ut directio NL abeat in directionem LN; & dirigatur telescopium idem ita, ut collineando ex parte centri per N, appareat in filorum intersectione secundum illud objectum; tum translata oculari ad partes limbi ad L, videatur, an in intersectione fili mobilis cum fixo sibi perpendiculari jaceat primum objectum, in quod prius collineatum fuerat ex N. Si id accuratè accidat, illa duo objecta sunt, ut patet, accuratè contraria; si minus, filum mobile adducatur ad id objectum, & notetur motus ipsius fili, per cuius dimidium retracto ipso filo mobili, habebitur in ejus intersectione objectum, quod e diametro contrarium sit objecto illi secundo, & bini axes binorum telescopiorum eo dupli contentorum, seu potius binæ lineaæ fiduciæ, quarum altera transeat per punctum axis lenti objectivæ collocatae in L, & intersectionem filorum collocatorum in N, altera per punctum axis lenti objectivæ collocatae in N, & intersectionem fili mobilis in L cum fixo sibi perpendiculari, erunt inter se parallelae, ac deinde inservient ad definienda in quavis positione quadrantis bina objecta sibi e diametro opposita.

233. Sit enim in fig. 9 in prima positione directio primi telescopii NL collineantis ad A, secundi autem $L'n$ collineantis non ad punctum oppositum a, sed ad B. Conversione horizontali facta, abeat NL in $N'L$, & collineet ad secundum objectum B, abibit $L'n$ in $L'n'$, & collineabit ad A', non ad A. Erit angulus ALN' æqualis

Eius demonstratio.
Tab. 3, F. 9.

lis NL_n ad verticem opposito , qui idem est , ac $A'LN'$. Est igitur angulus ALA' , qui metitur apparentem distan-
tiam objecti A ab A' , duplus anguli $n'LN$, quo bini axes
a se invicem deflectunt , & si telescopii Ln' axis movea-
tur per dimidium angulum $A'LA$, abibit in LN' , & bini
axes jam paralleli , & contrarii dirigentur per $N'L$, LN'
ad objecta e diametro opposita .

Alia ejusdem in-
vestigationis ra-
tio per conver-
sionem vertica-
lem . Periculum
errandi.

Tab. 3, F. 5.
9.
10.

234. Idem obtineri potest quadrante verticaliter col-
locato , dummodo fiat conversio verticalis ita , ut
quadrantis limbus A in fig. 5 in altera positione sit in-
fra LN , in altera supra ; redit enim eadem demonstratio
in fig. 9. Nec vero in positione verticali satis est quadran-
tem convertere circa fulcrum suum , seu pedem motu ho-
rizontali , remanente utrobique A infra NL , quo quidem
casu etiam si bini axes non congruant , adhuc eadem ob-
jecta post conversionem factam respondebunt utriusque .
Si enim in priore positione in fig. 10 sint axes LN , nL , &
conversio horizontalis fiat circa axem verticalem , rema-
nebit LN' superior , Ln' inferior , ut prius , ut figura exhi-
bet , vel viceversa , & directo $N'L$, quo prius dirigeba-
tur Ln , dirigetur Ln' , quo prius dirigebatur $N'L$.

Quid , ad evi-
tandum pericula-
rum , ut felicitur puncta horizontis maxime remota ,
vel ut ita moveatur quadrans totus , ut in secunda pos-
itione redeat ejus centrum ad positionem priorem , vel
saltem ad rectam , quæ interlacebat binis objectis , ne
parallaxis rem perturbet , qui quidem motus quadrantis
multo facilior erit , ubi is in situ horizontali ad rem per-
ficiendam collocetur , quam ubi collocetur in situ ver-
ticali ; multo enim est facilius totam machinam hori-
zontaliter movere nonnihil , quam elevare ita , ut tele-
scopium fixum post conversionem in eadem altitudine sit .

Error totius qua-
drantis deprehé-
sus ejus applica-
tio ad arcus fin-

235. Dispositis hoc pacto binis axibus telescopii du-
plicis , jam facile est bina in horizonte opposita puncta
designare , & eorum angulos cum intermedio aliquo ca-
pere ope quadrantis , ac explorare , quantum is a 90 gra-
dibus

dibus differat. Ejus investigationis hic exhibui methodos tres, quas omnes adhibuimus pluribus vicibus, & plurium observationum omnium generum consensu intra admodum pauca secunda, invenimus errorem 25 secundorum, quibus noster quadrans a 90 gradibus deficit. Is error singulis arcibus tribui debet in ratione totius quadrantis ad eos arcus, atque eo demum pacto habetur correctio errorum omnium, qui irrepserint in divisionem quadrantis.

237. Inventis binis axibus telescopii duplicis sibi invicem prorsus oppositis, facile invenitur etiam deviatio utriuslibet a radio postremo quadrantis, qui tendit a centro ad finem graduum 90. Concipiatur in fig. 5 sublata regula *CG* cum toto instrumento ipsi adjecto, ac in centro *C* collocata machinula figuræ 2 cum pendulo, & si iij axes sunt accuratè paralleli ei radio, sit autem objectum aliquod in horizonte constitutum, & in ipsum collinetur sive ex *L* per *LN*, sive ex *N* per *NL*, patet filum penduli debere transire per initium primi gradus. At si manente illo parallelismo objectum sit supra horizontem, depresso *L* infra *N*, filum penduli discedet ab eo initio versus finem quadrantis *I* per arcum æqualem elevationi objecti supra horizontem, sin vero per *NL* collineetur in ipsum, elevato contra *L* supra *N*, filum debebit cadere ab eo initio versus partes oppositas *AB* in eos gradus, qui in hunc ipsum finem citra initium numerationis adjecti sunt, & ibi designabit arcum priori æqualem, & æqualem elevationi objecti supra horizontem.

238. Quod si axes illi ei postremo radio paralleli non sint, ubi objectum prospiciatur prius per *LN*, tum per *NL*, filum non æque discedet ab initio primi gradus. Notandæ erunt binæ ejus distantiae ab eodem initio, & punctum medium inter easdem erit id, quod per 90 gradus distabit a puncto limbii, cui ad partes *KI* respondent iij axes, ac ejus puncti medii distantia ab illo initio ipsorum axium aberrationem indicabit. Porro si distantia

Investigatio deviationis axis telescopii fixi a postremo quadrantis radio. Quid, ubi ea sit nulla.
Tab. 3. F. 5.

Quid, ubi sit alterius. Ejus determinatio, & correctione inde derivata.

fili ab eo initio fuerit major versus *KI*, ubi prospectamus per *LN*, quam versus *AB*, ubi per *NL*, punctum medium cadet versus *KI*, secus versus *AB*, & ubi deinde altitudines aliorum objectorum supra horizontem determinabuntur prospicioendo per *LN* a limbo, ea distantia demenda erit semper ab arcu, quem indicabit filum penduli in primo casu, ipsi addenda in secundo, ut habeatur altitudo quæ sita, cum eo casu filum penduli jacere debat ad eandem partem ab initio numerationis, ad quam id ipsum punctum medium, nimirum versus *KI* in primo casu, ad oppositam in secundo. Contra vero eadem addenda in primo casu, demenda in secundo, ubi habetur depressio infra horizontem, filo penduli in eo casu cadente ad partes oppositas versus *AB*. Patet autem & illud, hujusmodi correctionis magnitudinem inveniri, si e binis illis distantiis fili penduli ab initio primi gradus, quarum medium assumendum esse diximus, minor dematur a majori, & residui sumatur dimidium.

239. Hæc quidem omnia sat nota sunt, idcirco nullum eorum exemplum profero. Illud tamen, utut itidem notissimum, preterea addo, ubi unicum, & simplicius complexum. Proponitur priplex habeatur telescopium, ibi ejusmodi correctionem pluribus aliis methodis perfici posse, in primis hisce tribus. Primo obseruetur aliquod objectum parum elevatum supra horizontem prospicioendo per *LN*, & notetur arcus a filo indicatus ab initio numerationis versus *KI*. Tum in vase ampliore aqua pleno aspiciatur objectum idem, quod ibi debebit esse æquè infra horizontem depresso, & notetur itidem distantia fili ab eodem initio, ac assumatur punctum medium, inter binas fili positiones, cuius distantia media ab initio numerationis erit quæ sita correctio.

240. Secundò obseruetur id objectum per *LN*, limbo *A* jacente infra *NI*, & notetur positio fili, ut prius; tum convertatur quadrans ita, ut limbus *A* abeat supra *LN*, dum in utraque ac sublata acu, ex qua filum pendebat, suspendatur manu

Triplex methodus idem præstans. lum eorum exemplum profero. Illud tamen, utut itidem notissimum, preterea addo, ubi unicum, & simplicius complexum.
Proponitur priplex habeatur telescopium, ibi ejusmodi correctionem pluribus aliis methodis perfici posse, in primis hisce tribus. Primo obseruetur aliquod objectum parum elevatum supra horizontem prospicioendo per LN, & notetur arcus a filo indicatus ab initio numerationis versus KI. Tum in vase ampliore aqua pleno aspiciatur objectum idem, quod ibi debebit esse æquè infra horizontem depresso, & notetur itidem distantia fili ab eodem initio, ac assumatur punctum medium, inter binas fili positiones, cuius distantia media ab initio numerationis erit quæ sita correctio.

Secunda per conversionem quadrantis verticalem. Quid caveatur quadrans ita, ut limbus A abeat supra LN, dum in utraque ac sublata acu, ex qua filum pendebat, suspendatur manu

manu filum circa limbum *A* ita , ut transeat per centrum *C* jam inferius ipso limbo , noteturque distantia fili in limbo ab initio numerationis , & hic itidem punctum inter ejusmodi binas positiones medium reū perficiet . Porro in utraque ejusmodi methodo cavendum itidem illud , ut objectum sit maxime remotum , vel secus , ut centrum quadrantis in secunda positione eodem redeat , ubi erat in prima , ad evitandam scilicet parallaxim , & utraque methodus immediate rectificat divisionis initium . Tertia rectificationem exhibet immediate pro fine quadrantis , per quem , cognito totius quadrantis errore , habetur itidem rectificatio initii .

241. Tertia nimirum methodus est hujusmodi . Plano quadrantis diligenter collocato in plano meridiani obser-vetur una die appulsus Fixæ cujuspiam proximæ zenith ad meridianum per *LC* limbo ipsius quadrantis obverso Occidenti , tum postridie idem fiat eodem limbo ob-verso Orienti , & notetur positio fili in utroque situ ; nam punctum intermedium erit id , cui respondebit axis telescopii in ipso limbo , & cujus distantia a fine gra-duum 90 exhibebit correctionem quælitam .

Tertia per scel-
las verticales ,
& conveisionem .

242. Quod si non innotescat methodis supra expositis error totius quadrantis , & hac methodo inveniatur punctum , cui deberet respondere finis gradus nonage-simi , quavis autem e superioribus punctum , cui debet respondere initium gradus primi , patet inde deduci er-rorem quadrantis ipsius , si nimirum ea duo puncta non æquè , & in eadem plagam distiterint alterum ab initio primi gradus alterum a fine nonagesimi inscripti ipsi qua-dranti .

Ils methodis
conjunctis de-
prehendi erra-
rem totius qua-
drantis .

243. Illud unum hic notandum supereft , punctum Quid pado aereis
limbi a filo penduli designari eodem prorsus pacto , quo a filo designau-
a linea designata in vitro regulæ mobilis definitur , nimi-
rum methodo , quam exposui accurate a num. 206. Ut
enim ea recta ibi ad centrum dirigitur , ita hic hoc fi-
lum a centro devenit , vel per centrum transit .

Quo pado aereis
tur .

Duplex quadrantis usus pro duplici angulorum classe.

244. Omnibus jam fuse expositis, quæ ad constructionem quadrantis pertinent, ad rectam partium dispositionem, ad correctionem multiplicem errorum omnium, dicendum superest de ejus usu, & de observationibus ejus ope institutis. Verum quod ad usum pertinet, jam occasione agendi de correctionibus fere omnia sunt exposita. Duplex enim quadrantis ipsius est usus. Primus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quem continent binæ lineæ, quæ a dato puncto tendunt ad bina data objecta inde conspicua. Secundus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quo objectum quodvis ex dato puncto spectatum elevatur supra horizontem, vel dep̄imitur infra ipsum. Quo pacto obtineatur primum illud, fuse exposui a n. 203; quo autem pacto obtineatur hoc secundum, patet ex iis, quæ diximus a n. 237.

Duplex methodus pro observatis angulis obtusis.

245. Illud unum hic monendum præterea, angulos obtusos, si qui occurrant, dupli methodo posse definiri. Ubi telescopium habetur duplex, & axes bini contrarii paralleli sunt, possunt facile haberi anguli obtusi immediate observando alterum objectum per *GD*, alterum per *NL*, & a duobus rectis demendo angulum *GCL*, quem definiret eadem regulæ positio, si per *LN* collinearetur in objectum juxta num. 205. Quod si non adsit telescopium duplex, assumi debet objectum intermedium positum in eodem ad sensum plano, & bini anguli acuti dimetriendi, quorum summa eum obtusum exhibeat.

Duplex genus angulorum primæ classis obser- vatum.

246. Porro duplex genus angulorum primæ classis dimensi sumus. Alterum est angulorum poligoni, quorum catalogum exhibit Mairius opusculo 2 num. 21; alterum est angulorum, quos data hora continebat recta ducta ad signum in monte quopiam erectum cum recta tendente ad centrum Solis parum admodum elevati supra horizontem, cuiusmodi observationes idem exhibit n. 31. Horum ope determinatur positio totius poligoni respectu meridiani; illorum vero ope determinantur latera omnia poligoni ipsius, nimirum distantiae unius stationis

ab alia utcumque inclinatae ad planum horizontale , & ad meridianam lineam , ac altera basis eruitur ex altera . Haec distantiae ad planum horizontale , vel potius ad superficiem sp̄äricam reducuntur ope angulorum secundi generis , nimirum elevationum supra horizontem , vel depressionum infra ipsum , quod quidem admodum facile præstatur methodo , quam Mairius exposuit opusculo 2 a num. 24. , ac deinde ope inclinationis singulorum laterum ad meridianum reducuntur distantiae eadem ad ipsum meridianum,

247. Nos quidem omnes ejusmodi angulos definivimus ope transversalium rectarum , ut expolui num. 206 , luxato communi micrometro , & novo meo , quem exhibet fig. 7 , & 8 , nondum constructo . Monuerat jam olim Louvilleus , satius esse , si quadrans dividatur tantummodo in gradus integros per rotunda foraminula , tum minuta , & secunda definitur ope communis micrometri constantis filo mobili constituto in foco lentis objectivæ telescopii vel fixi , vel mobilis . Id ego quidem , invento hoc meo micrometro extra telescopium sìto , libentissime nunc sane præstiterim in angulis potissimum primi generis ; at communi illi micrometro nequaquam fidendum puto , ubi ejus filum debeat per gradum integrum excurrere . Notavimus jam supra capite primo , ubi de sectore agebamus , nisi fila constituta sint in ipso foco lentis objectivæ haberi , parallaxim quandam , ut est notissimum . Constat itidem focum objectivæ lentis constare e focus plurimis pertinentibus ad diversa colorum genera , quorum fociorum alii remotiores sunt , alii propiores . Observarunt autem Bouguerius , & Condaminius , ut ibidem diximus , focium ipsum mutari respectu diversorum Observatorum , ut & mutata aeris constitutione , & mutata distantia lentis ocularis ab objectiva , & a filis ipsiis , ac notarunt parallaxim in his diversis circumstantiis ferri in partes oppositas , & illud etiam recenserent , valorem partium micrometri plurium secundorum

Quo podo a nobis observati li anguli cur lineæ transversales Louvilleus methodo anteposita.

dorum numero iis diversum idcirco obvenisse brevi inter-
vallo temporis licet idem objectum observantibus. Si
quid ejusmodi accidat in micrometro telescopii, cuius
filum tam longe debeat excurrere, necesse est errores
committi non contemnendos. Nihil eorum timendum est
in meo micrometro fig. 7, quo regula tota cum tele-
scopio movetur per quadrantis limbus.

*Earundem trans-
versalium usus
commodior in
altitudinibus
obervandis.*

248. Hinc ego quidem satius duxi, non singulos gra-
dus notare tantummodo in quadrantis limbo, sed om-
nem divisionem perficere, & transversales ducere de-
more, quod & Grahamus in suis quadrantibus præstit. Id
autem & ubi altitudines obervandæ sunt, multo
commodius est potissimum si astrorum altitudines capien-
dæ sint. Nam ubi soli gradus designati sunt, oportet
quadrantem prius ita disponere, ut filum transeat per
unam e divisionibus accurate, tum observationem inire,
quod & maxime incommodum est, & requirit, ut prius
innotescat altitudo saltem proximè. Sed hæc innuisse
sit satis.

*Qui error ori-
tur ex axe tele-
scopii mobilis nō
parallello piano
quadrantis.
Tab. 5, F. 11.*

249. Videndum autem est primum, quod quidem ad
usum quadrantis pertinet, quid erroris committi possit
in ejusmodi angulis definiendis ex eo, quod axis telesco-
pii regula mobilis non sit accuratè parallelus piano qua-
drantis. Sit in fig. 11 *ACB* planum quadrantis, & axis
telescopii mobilis declinet ab ipso piano per angulum
ACD, vel *BCE*. Exhibebit quadrans angulum *ACB* pro
DCE, eruntque anguli *ACD*, *BCE* æquales, adeoque
æquales eorum sinus, qui cum perpendiculares sint piano
quadrantis, adeoque paralleli inter se, erunt & rectæ
DE, *FG* parallelae, & æquales, ac ob *CF*, *CG* itidem
æquales, erunt pariter parallelae *FG*, *AB*. Erit autem
DE chorda anguli *DCE*, & *AB* chorda anguli *ACB*,
nimirum illa dupla sinus dimidii anguli observati, hæc
dupla sinus dimidii anguli a quadrante exhibiti. Cum igitur
sit ut *CA* radius, ad *CF* cosinus declinationis axis,
ita *AB* duplus sinus dimidii anguli per quadrantem de-
finiti

finiti ad FG , sive DE duplum sinus dimidii anguli definiendi; habebitur hujusmodi theorema. *Est radius ad cosinum declinationis axis telescopii, ut est sinus sinus dimidii anguli per quadrantem definiti ad sinum dimidi definiendi.*

250. Si deviatio sit exigua habebitur facilior determinatio erroris. Nam, dividendo, erit radius CA ad AF sinum versum declinationis, ut est sinus dimidii anguli ACB per quadrantem definiti, ad differentiam ipsius a sinu definiendi. Est autem theorema hujusmodi pertinens ad exiguae angulorum differentias illi simile, quo usi sumus num. 141, esse cosinum anguli ad radium, ut est differentia sinus ad sinum differentiae angulorum (nam in fig. 12 tab. 2 est ti differentia sinuum tz , $b'd$, ad $b't$ chordam $b't$ differentiae arcuum bb' , bt , quæ æquipolleat ejus sinui, ut est cosinus az ad radium at). Quare ex æqualitate perturbata erit cosinus dimidii anguli observati ad sinum versum declinationis axis, ut est sinus dimidii ejusdem anguli ad sinum erroris ejusdem dimidii, qui error est dimidium totius erroris. Inde vero alternando habetur hujusmodi theorema. *Est cosinus dimidii anguli observati ad sinum, vel, quod eodem reddit, radius ad ejus tangentem, ut est duplus sinus versus declinationis axis ad sinum erroris, & angulus definitus per quadrantem semper est vero major.*

251. Porro inde facile deducitur, nisi declinatio axis sit admodum ingens, nullum haberi errorem sensibilem in angulo observato, qui, ut in re prælenti esse solet, non multum excedat rectum. Et quidem fere semper a recto multum deficiunt anguli, qui observantur, ac si rectum satis excedant, per quadrantem definiri omnino non possunt hac methodo, nimirum ope telescopii mobilis excurrentis per quadrantem, per quem ultra 90 gradus vix excurrit. Quare fere semper radius dimidii anguli, qui in semirecto æquatur tangenti, in hujusmodi angulis est ipsa tangente major, & proinde sinus erroris minor duplo si-
nu verso declinationis. Sinus unius secundi ad radium 10000000 est 48, sinus versus minutorum 7 est 21, & ejus

Errorum deviationis non ita magne esse infibilem.

ejus duplum 42 adhuc minus , quam 48 . Quare si devia-
tio sit minutorum 7 , error in quovis angulo acuto , &
in recto est adhuc minor uno secundo . Is autem error ,
aucta declinatione , augetur in ejus ratione duplicata , cum
in ea augeatur sinus versus quamproxime : idem autem
error in angulis minoribus minuitur plurimum in ratione
tangentis imminutae .

Error multo ma-
jor in angulis e-
xiguis alterius
telescopii axe pa-
rallelo alterius
declinatione .

Tab. 3, F. 5.

11.

252. Effet e contrario is error multo major in angu-
lis exiguis , si in fig. 5 non utriusque objecti observatio
instituatur eodem mobili telescopio *GD* , sed alterius eo ,
alterius telescopio fixo *LN* , ac alterius axis plano qua-
drantis parallelus effet , alterius vero declinaret . Eo
enim casu in fig. 11 abiret punctum *D* in *A* , & haberetur
triangulum sphæricum rectangulum *ABE* . Abeunte au-
tem *A* in *B* , evanescit *AB* , & tamen *AE* evadit æqualis
toti *BE* , adeoque error toti inclinationi axis fit æqualis .
Contra vero ubi *AB* fiat quadrans , error penitus evane-
scit , evadit enim *A* polus circuli maximi *BEP* , & arcus
AE quadrans , ut *AB* . Generaliter mensura erroris in-
venitur , cuiuscumque magnitudinis fit *AB* per hoc theo-
rema , quod constat ex Trigonometria sphærica . Est ra-
dius ad cosinum declinationis *BE* , ut cosinus lateris , sive
distantia visæ *AB* ad cosinum basis , sive distantia vera *AE* .

Theorema faci-
lius pro eodem
errore in exiguis
declinationibus .
Quid in reliquis
casibus .

253. Inde autem deduci potest aliud , quod pro exi-
guis declinationibus *BE* exhibeat immediate erroris men-
suram . Nam ex superiori theoremare dividendo erit , ut
radius ad sinum versum declinationis *BE* , ita cosinus *AB*
ad differentiam cosinuum *AB* , *AE* . Sed juxta num. 141
est sinus ad radium , ut differentia cosinuum ad differen-
tiā arcuum , sive ad sinum ejusdem differentiæ arcuum .
Igitur ex æqualitate perturbata est sinus distantia visæ *AB*
ad sinum versum declinationis *BE* , ut cosinus ipsius *AB*
ad sinum erroris , vel alternando est , sinus distantia visæ
ad cosinum , vel - quod eodem reddit , tangens ipsius ad ra-
diū , ut est sinus versus declinationis ad sinum erroris . Quod
si etiam *AD* declinet in eandem plagam , vel in opposi-
tas ,

tas, facile definiri posset, quid in singulis casibus consequi debeat. Verum & in angulis paullo majoribus errores ab exiguis declinationibus orti perquam exiguū sunt, & nos eodem semper telescopio mobili utrumque objectum obseruavimus, ac axium parallelismum curavimus cum piano sectoris.

254. Ubi altitudines supra horizontem capiuntur, vel depressiones infra, si axis telescopii declinet a piano quadrantis, error, qui committitur, est idem prorsus, ac is, quem posteriore loco persecuti sumus. Si enim AB sit planum quadrantis, CE axis telescopii respondens puncto B , CA filum penduli; quadrans quidem exhibebit distantiam ACB a zenith, vera autem distantia erit ACE , & cum ejus complementum sit elevatio supra horizontem, vel depresso infra, error elevationis, vel depressionis erit idem, ac differentia arcuum AE , AB , quæ, ubi declinatio BE sit exigua, & arcus AB parum ab ludat a quadrante, perquam exiguā est, & in ipso quadrantis fine penitus evanescit: ubique autem definitur per superioris numeri theorema. In eo autem theoremate si prior ratio assumatur, sinus AB ad cosinum, ubi altitudo supra horizontem, vel depresso infra, nimirum, uno vocabulo, distantia ab horizonte fuerit exigua, adeoque AB proxime quadrans, erit ejus sinus proxime æqualis radio, cosinus autem erit idem, ac sinus distantiae ab horizonte, & theorema hoc redibit. *Est radius ad finum distantiae ab horizonte, ut sinus versus ipsius declinationis ad finum erroris.* Et is quidem evadit perquam exiguus tertii ordinis, cum distantia ab horizonte ponatur exiguā, & exiguus ejus sinus, ac declinatio ponatur itidem exiguā, adeoque exiguus ejus sinus rectus, & proinde sinus versus exiguus respectu ipsius sinus recti, nimirum exiguus secundi ordinis.

255. Et hæc quidem de erroribus, qui oriuntur ex ipsa telescopiorum dispositione, quos in casu nostro non esse pertimescendos patet ex iis, quæ diximus. Quod autem

Quid in altitudi-
nibus observan-
dis telescopii fi-
xi axe declinan-
te. Theorema
pro ejusmodi er-
tore.

Nullos ex iis
erroribus nobis
pertimescendos.
Facilius obser-
varis, que accu-
ratius determi-
nanda sint.

autem pertinet ad observationes angulorum pertinentium ad triangula poligoni , & altitudinum supra horizontem, vel depressionum infra , admodum commode illud hic accidit, quod anguli priores, quorum multo accuratior determinatio requiritur, multo itidem accuratius determinantur, contra vero altitudines illæ , & depressiones.

*Collocatio qua-
drantis, ut ejus
planum transeat
per binæ objectæ.
Tab. 3, Pl. 4.*

256. Ad illorum angulorum observationem collocandus est in primis quadrans ita, ut ejus planum transeat per utrumque objectum observandum, ut nimirum telescopio mobili congruente cum fixo , & prioris axe directo ad primum objectum accuratè, ipso quadrante interea immoto , & regula mobili per ejus limbum circumducta , axis ipse telescopii mobilis appellat accuratè ad secundum objectum . Id ut proximè fieret, mihi quidem facile semper contigit, cum per machinam figuræ 4 admodum facile esset, pede utcumque constituto, quam libereret positionem quadranti præbere altero, Observatore dirigente semper telescopium fixum ad alterum objectum , altero telescopium mobile ad alterum , dum quis etiam Rusticus arcum *KLMI*, & cochleam fig. 4 manu tenens, jam elevaret, jam deprimeret quadrantis mollem excursu arcus ipsius per crenam *D*, donec haberetur proxime quæsita positio , cuius accuratior determinatio obtinebatur ope cochlearum *YZ* fulcri figuræ 1, quarum una in unam partem conversa, ut constaret, an is motus positioni accuratæ faveret, an opponeretur, continuabatur conversio in eandem plagam, vel in oppositam, donec primo Observatore telescopii fixi axem diligente semper ad primum objectum , secundus videret secundum in axe sui telescopii . Brevi tentamine per unam vel alteram cochleam res felicissimè perficiebatur, nec nos in eo illam unquam difficultatem experti sumus, quam alii alia fulcri forma saepe experti sunt, nec ulla aderat necessitas disponendi pedes fulcri certa quadam lege , quod ab aliis præscribitur, & in locis montanis , saxosisque , ac præruptis non raro erat futurum satis incommodum .

257. Qua-

257. Quadrantis plano ita constituto facile adducitur regula mobilis ad initium gradus proximi , tum regula eandem respectu quadrantis positionem servante exiguo quadrantis ipsius motu dirigitur telescopium mobile ad secundum objectum a secundo Observatore , quam directionem dum is retinet , primus interea Observator filum mobile micrometri telecopii fixi ita movet , ut ejus intersectio cum fixo sibi perpendiculari adducatur ad primum objectum , quo præstito ita , ut simul bini Observatores sua objecta in suis intersectionibus habeant , regula mobilis ad telescopium fixum adducitur ita , ut primum objectum sit simul in utroque telescopio in intersectione filorum , ac observatur positio lineæ in vitro designatæ respectu transversalium . Hæc omnia facile præstantur , & parum admodum officit hujusmodi observationi tremor quadrantis , qui sæpe habebatur ob ingentem in summis montibus ventorum vim . Nam ii impetu facto in amplam quadrantis molem unico in loco connexam cum fulcro , & æquilibratam , eam semper concutiebant alquantulum , quod quidem aliquando & observationem perturbabat nonnihil , ac reddebat minus accuratam : sed id ipsum in ea quadrantis positione horizontali , & regula respectu limbi immota , multo minus accidebat , quam ubi altitudines , & depressiones capiebantur .

258. Ejusmodi enim altitudines , & depressiones observantur ope solius telescopii fixi directi ad objectum , & alterius telescopii usum supplet filum penduli e centro suspensum , cuius positio respectu limbi notatur methodo expposita num. 243. Id filum , ubi aer est admodum quietus , demissio in aquam pondere , quiescit . Ubi validior est ventus , agitatur ita , ut nulla arte nos quidem ipsum penitus immotum continere aliquando potuerimus . Aderat quidem instrumentum quoddam , quod innuimus num. 182 , & suspendebatur e crena GH fig. 2 , quod filum includebat , sed quoniam filum ipsum debet

Facilis directio
telescopiorum in
objecta , & pra-
xis reliqua , cum
exiguo tremore
incommodo .

Incommodum
tremoris multi-
plicatur in altius
dibus obser-
vanda .

limbo proximum esse , ut ipsum pene contingat , debet id repagulum e posteriore parte in limbi loco apertum esse : hinc venti vis eo se insinuat . Præterea ventus ipse in quadrantis verticaliter collocati ampliorem faciem incurrens tremorem ipsi communicabat aliquem , quo pendulum etiam commovebatur . Hinc aliquando dum altero Observatore dirigente telescopium fixum ad objectum , alter filum penduli cum divisionibus limbi conferret , oscillabat filum hinc , & inde per plura minuta . Curabamus autem semper , ut ejus positum definiremus , dum ventus intermittebat nonnihil , ac oscillatio vel nulla esset , vel exigua , & in hoc casu assumeretur medium oscillationis punctum . Adhuc tamen altitudinem , vel depressionem ultra etiam minutum primum sepe incertam fuisse , arbitror , dum primum angulorum genus intra paucorum secundorum limites censeo accuratum extitisse .

Plures errorum fontes recentissimi pro angulis poligoni. 259. Plura erroris secunda colligi in primo etiam angularium genere potuerunt ex pluribus capitibus . Telescopio pedum trium , vel quatuor , duo vel tria secunda vix , aut ne vix quidem discernuntur . Ubi dirigitur telescopium mobile ad objectum , filo utut tenui sena , vel etiam dena secunda intercipiente , in utraque directione ternis secundis errari facile potest , potissimum ubi observatur objectum prope horizontem situm , ac remotum , vaporibus interjectis radios detorquentibus , & inducentibus objecti tremorem . Idem error in directione telescopii fixi committi potest ita , ut ejus positio nonnihil diversa sit in binis telescopii mobilis positionibus . Is autem error augeri potest validiore venti vi quadrantem agitante . Quanquam quod ad hunc tremorem pertinet , & conservationem positionis telescopii fixi , dum mutatur positio telescopii mobilis , evitari sane posset alii fulcris quadranti suppositis , quæ ipsum constitutum in plano transeunte per bina objecta redde rent prorsus immobilem . Sed ea fulcra , quæ ut præruptis

ruptis montium locis aptari possent, admodum varia
deberent esse, vel composita, & diversis motibus præ-
dicta, nos quidem nunquam adhibuimus, cum per quam
exigui errores, qui eo pacto evitari possent, per quam
exiguum errorem inducant in unius gradus mensuram, ut
infra patebit.

260. Deinde error aliquis committitur in collocanda regula fixa ita, ut congruat accuratè cum aliqua divisione, ubi licet semper adhibuerimus lentem: tamen unius, aut alterius secundi error etiam ibi timeri potest, & major fortasse, nimirum triplo major, quam ex eodem capite in sectore triplo longiore. Dum aestimatur secundorum numerus in secunda positione quadrantis, aliquis iterum error, & saepe trium, vel 4 secundorum, vel etiam 5 timeri potest. Horum uterque minui plurimum posset ope mei micrometri figuræ regulam deferentis, cuius ope motu continuo juxta num. 58, & adhibito microscopio, potissimum si foraminula rotunda sint, etiam unius secundi error evitari potest, ut & error in dirigendo telescopio mobili ad objectum ope cochlearum moventis regulam, & telescopium. Repetita observatione quoties liberet, & in singulis appulsibus notato numero micrometri, nullus dubito, quin & unius secundi error evitari posset. Sed nos tum quidem eo caruimus.

261. Alius error, & is plurium secundorum irrepere potest in anguli definitione, ex errore divisionum, si rectificatio earundem, de qua tam fuse egimus, intra aliquot secunda incerta sit. Duplex autem est ibi error in duplice positione regulæ mobilis. Alium pariunt refractiones. Nam in primis dum refractio objectum elevat, licet in plano verticali id fiat, & idcirco parum officiat angulo fere horizontali; adhuc tamen est & ibi aliquis error, nec is penitus accurate corrigi potest, cum refractio ipsa prope horizontem admodum varia sit, ut notavimus etiam opusculo 1. Deinde illud etiam fortasse

Alii errorum
fontes ibidem.

aliquando fieri potest ob inæqualem positionem vaporum intermediorum, ut habeatur aliqua aberratio radii in latus, qua fiat, ut angulus ipse horizontalis turbetur nonnihil. Ubi de minutis secundis agitur, nihil non timendum a rationibus physicis, dum eæ se geometricis præcisionibus immiscent.

Eos se ex parte corrigerem invicem. Que omnium fuerit summa in singulis triangulis.

262. Si ii errores omnes in unicam summam coalescent, possent quidem excrescere plurimum; sed id nunquam accidit. Nobis quidem aliquando ad 10, vel etiam 12 fortasse secunda minuta devenerunt, quod in majori ventorum agitatione, vel in fortuito errorum rectificationis cumulo quoipam accidere potuit; plerumque tamen est, cur nobis persuadeamus quinque, vel sex minuta secunda non excessisse. Hinc nimirum in opusculi secundi num. 21 tabula angulorum pro singulis triangulis non exhibet gradus 180 accuratè, sed correctio adhibenda est. Habentur autem cum ipsis basibus triangula 11, ubi summa trium errorum semel in secundo triangulo assurgit ad secunda —28, in septimo ad $\frac{1}{2} 22$, in quarto ad $\frac{1}{2} 20$, in tertio jam est $\frac{1}{2} 17$, in nono, &c decimo $\frac{1}{2} 16$, in primo $\frac{1}{2} 8$ in quinto, &c undecimo $\frac{1}{2} 6$ in octavo $\frac{1}{2} 3$ in sexto demum —2, qui ipsi errores cum in partes ferantur oppositas sine ulla certa lege, se itidem corrigunt magna ex parte, & eorum effectus in intervallo meridiani interjecto inter extrema poligoni puncta inde multo minor esse debet, quam esset ex omnium conspiratione. Porro ibidem negativi errores positivis æquales non sunt idcirco, quod nos totius quadrantis correctionem secundorum 25 erimus non ex hisce triangulis tantum juxta num. 236, sed ex iis, & aliis triangulis, ac aliis itidem observationibus medium desumendo.

Fonctes errorum in altitudinibus.

263. Refractio magis turbat altitudinem supra horizontem, vel depressionem infra, cuius quidem magnitudo prope horizontem minime constans id efficit, ut is ipse error satis tuto corrigi nequaquam possit. Is autem junctus errori orto ex difficultate observandi augetur multo

multo magis , fed jam videbimus eum , ut supra innui , utut multo major sit , multo minorem effectum secum trahere in mensuram intervalli , licet errorem majorem inducat in absolutam montium altitudinem .

264. Et quidem ut in ipsis errores inquiri possit , satis est considerare , quo pacto ex ejusmodi angulis observatis , ac basibus eruantur , quæ pertinent ad rem nostram . In primis in fig. 2 tab. 1 juxta articulum 5 opusculi 2 , & tabellam in eo propositam num. 21 habetur polygonum , in quo basis Ariminensis *aL* , Romana *cb* , stationes *A* , *B* , *C* , *D* , *E* , *F* , *G* , *H* , *I* sunt tholus *D* . *Petri* , mons *Januarius* , *Sorianus* , *Fionchus* , *Tefsius* , *Penninus* , *Catrica* , *Carpegna* , *Lurus* . In iis omnibus triangulis innotescunt omnes anguli per quadrantem determinati . Et quidem ii immediate per observationem innotescerent accuratè , si observatio institueretur in ipso centro signi erecti in statione , in qua fit observatio . Sed quoniam plerumque commodius est multo , & aliquando pro signi ipsius natura necessarium omnino observationem instituere extra signum ipsum , anguli observati indigent correcciuncula exigua , quæ facile invenitur , si inter observandum definiatur distantia centri quadrantis a loco observationis , & positio , cuius ope innotescat recta perpendicularis , e centro quadrantis ducta in rectam a centro signi stationis , in qua observatio fit , tendentem ad centrum signi stationis cuiusvis observatæ .

265. Nam in primis ope angulorum non correctorum , quo pacto reducuntur ad id certum . prius basis *aL* haberi possunt , si minus accurata , saltē veris proxima , latera omnia prius trianguli *LH_a* , tum *LH_i* , ope lateris *LH* , tum *HGI* ope lateris *HI* , & ita porro usque ad basim alteram *bc* , factis , ut sinus anguli oppositi lateri dato , ad sinum anguli oppositi lateri quæsito , ita latus datum ad quæsitorum . Habitatis autem iis lateribus utcumque proxime , habetur angulus , quem in statione observata subtendit distantia centri quadrantis a centro signi ipsi proximi . Sit enim in fig. 12 tab. 3 *A* centrum signi ,

signi, C centrum quadrantis, quo observantur stationes D , & E , & dato per observationem angulo DCE , quæatur angulus DAE . Habita distantia AC , & ejus positio ne respectu rectarum AE , AD , inveniuntur facile perpendicularia CI , CH , quæ sæpe etiam immediate admodum facile metiri licet designatis utcumque rectis AI , AH . Porro habitis etiam proximè CE , CD , erit, ut CE , vel CD ad CI , vel CH , ita radius ad sinum anguli CEI , vel CDH .

Quid corrigi de-
deat per addi-
tionem, quid
per subtrac-
tionem.

266. Porro si utraque recta EC , DC jaceat intra angulum EAD , jacente C intra ipsum, uterque ex iis angulis demandus est ab angulo DCE , ut habeatur DAE : si jacente C' extra ipsum ad latus alterum, ut EA , altera quidem DC' subeat angulum DAE , altera EC' cadat extra ipsum, demandus erit prioris angulus ADC' , & addendus posterioris AEC' : quod si & DC' caderet extra ultra DA , punto A jacente intra angulum $DC'E$, uterque addendus esset. Si enim EC occurrat DA in B , & EC' in B' , angulus externus DCE æquabitur angulo CBD , & CDB internis, & oppositis, angulus autem CBD pariter binis BAE , BEA ; adeoque sublato CDB a DCE , habetur DBC , & sublato BEA , vel CEA ab ipso DBC , habetur DAE ; unde constat primum. Pariter sublato $CD'B'$ a $DC'E$ externo, habetur $DB'C'$ internus, sed ipsi $DB'C'$, sive $AB'E$ addito AEB' , vel AEC' , habetur externus DAE ; unde patet secundum. Tertium autem sponte fluit e primo. Si enim demendi sunt bini anguli CDA , CEA ab angulo DCE , ut habeatur DAE , contra addendi iidem essent, si foret C in A , & A in C .

Facilior deter-
minatio redu-
ctionis.

267. Sed nec est opus tam proxima mensura rectarum EC , DC , nec illis sinibus ad inveniendos angulos ad E , vel D demandos ab angulo observato. vel ipsi addendos; cum illæ distantiae CI , CH semper utique fatis exiguæ respectu ipsarum CE , CD exiguum secundorum numerum requirant. Ut angulus CEI sit unius secundi, debet CE continere ipsam CI vicibus 200000 quamproxime, nimirum, exilente CI pedis unius, & CE 40 milliariorum, habetur unum

unum minutum secundum in angulo illo *CEI*, & eo minus habebitur, vel plus, quo distantia *CE* fuerit e contrario major, vel minor. Quare si numerus pedum inventus in distantia illa perpendiculari *CI* augeatur, vel minuatur in ea ratione, in qua distantia *CE* a statione observata est e contrario minor, vel major milliariis 40, habebitur numerus secundorum demandus ab angulo observato, vel illi addendus, prout centrum *C* jacuerit respectu rectæ *AE* versus alteram stationem *D*, vel ad partes oppositas. Patet igitur, satis esse intra crassiores limites nosse, quot milliariis distet statio observata, & nosse tantummodo numerum pedum, quibus centrum quadrantis distat a recta jungente centrum signi, prope quod fit observatio, cum signo stationis observatae, ut innoteat, quid auferri debeat, vel addi.

268. Anguli, qui habentur in ea tabula opusculi secundi, sunt anguli ita correcti. Eorum ope patet jam haberí posse omnia latera rectilinea poligoni incipiendo a basi altera usque ad alteram, ope illius notissimi theorematis trigonometrici, *latera sunt, ut sinus angulorum oppositorum*, sed ut a basi altera deveniatur ad alteram, satis est singulorum triangulorum ope definire singula latera, usui futura iu sequenti triangulo, quod quidem ibi præstítit Mairius, qui singulis triangulis singula latera definivit, & a prima basi *Læ* fig. 2 tab. I devenit ad secundam *bc* per latera *LH*, *HI*, *HG*, *GF*, *FE*, *FD*, *DC*, *CB*, *BA*; ac eodem pacto retrogrado a secunda *bc* poterat devenire ad primam *Læ*.

269. Porro ea rectilinea poligoni latera nec jacent in superficie regulari Telluris, nec in directione Meridiani. Hinc duplice reductione est opus, alterâ, quæ lateribus rectilineis, & ad horizontem inclinationes varias habentibus pro varia distantia stationum a superficie illa regulari, substituat arcus superficie ejusdem ipsis subjectos, si ve interjectos punctis, quæ perpendiculariter subjacent ipsis stationibus, alterâ, quæ inventa directione meridiani

Ex basi, & angularis reductis determinatio laterum rectilineorum reductio.
Tab. II. F. 2.

Duplicis stationum reductionis necessitas, ad superficiem Telluris regularem, & ad meridiani reducendum.

diani A_n transeuntis per alterum poligoni extremum A , & ope arcuum, B_d , C_e , D_f , E_g , F_h , G_i , H_l , I_m , L_n , ipsi meridiano perpendicularium reducat puncta $A, B, C, D, E, F, G, H, I, L$, ad meridianum in $d, e, f, g, h, i, l, m, n$, unde demum obtineatur intervallum A_n meridiani ipsius interceptum binis extremis punctis totius poligoni.

Prima reducio-
nis fundamen-
tum precipuum.

270. Prima illa reductio commodissime perficitur methodo, quam ibidem Mairius exponit a num. 24. Nimirum omnes anguli reducuntur ad horizontales, sive iis, quos latera rectilinea continent terminata ad stationes, sicut in summis montibus substituuntur ii, quos continent in superficie Telluris regulari arcus interjecti punctis subjectis ad perpendicularum stationibus singulis. In hac reductione assumitur superficies illa regularis Terræ, ut sphærica, atque id quidem sine ullo periculo erroris sensibilis. Cum enim discrimen figuræ Telluris a sphærica sit admodum exiguum, discrimen partis usque adeo exiguum, quæ toti poligono, immo quæ singulis respondet triangulis, omnem omnino senum debet effugere.

Eiusdem metho-
dus per Trigo-
metriam sphæ-
ricam.

271. En autem ejusdem reductionis methodum eidem satis analogam. Referant in fig. 11 tab. 3 rectæ CD, CE rectas, quæ a statione C tendant ad binas stationes, quibus rectis sphæra centro C occurrat in D , & E . In ipsa sphæra sit CP recta verticalis tendens ad zenith respondens puncto P , sicut autem CA, CB intersectiones planorum verticalium PCD, PCE , cum piano horizontali transcidente per C , ut proinde ACD, BCE sint binæ elevationes observatae supra horizontem, quarum altera, vel utraque si esset nulla, abiret alterum, vel utrumque e punctis D, E in alterum, vel utrumque e punctis A, B ; si altera, vel utraque esset depressione infra horizontem, abiret alterum, vel utrumque ex iis infra alterum, vel utrumque ex his, contra id, quod schema exhibet. Sed in omnibus ejusmodi casibus habita altitudine supra horizontem, vel depressione infra ipsum, habetur PD, PE .

PE differentia ejus a quadrante, vel summa cum quadrante.

272. Porro intersectiones planorum *PCA*, *PCB* cum superficie regulari Telluris essent bini arcus illi, quos memoravimus, nimirum bina latera poligoni ad ipsam superficiem reducti, & *CA*, *CB* sunt rectæ perpendiculares intersectioni planorum ipsorum arcuum, quarum angulus proinde æquatur angulo sphærico, quem ii arcus continerent; cum ipse angulus *ACB* sit angulus, quem eorum arcuum plana continent juxta num. 57 in meis solidorum Elementis, Elementorum tomo 1, & ille angulus sphæricus sit idem, ac eorum planorum angulus juxta mea Trigonometriæ sphæricæ elementa num. 153 ibidem. Quare invento angulo *ACB*, is angulus inventitur, & ipse angulus *ACB*, quem tangentes in plano horizontali continent, dicitur angulus *DCE* ad horizontem reductus. Porro is habetur resolutione trianguli sphærici *DPE*, in quo ex datis altitudinibus *AD*, *BE*, vel depressionibus, dantur latera *PD*, *PE*, juxta numerum præcedentem, latus autem *DE* est mensura anguli *DCE* observati. Anguli autem sphærici *DPE* mensura est arcus *AB*, qui metitur angulum rectilineum *ACB*, nimirum angulum ad horizontem reductum, sive angulum poligoni ad Telluris superficiem reducti. Quare datis binis altitudinibus, vel depressionibus, & angulo observato *DCE*, adeoque tribus lateribus trianguli sphærici *DPE*, datur angulus *DPE*, sive quæsusit ille angulus reductus.

273. Is quidem **angulus communis**; & nota Trigonometriæ sphæricæ methodo haud difficulter invenitur, verum ejus inventionem adhuc expeditam magis docet Maiorius a num. 26 opusculi secundi. Quod si altera altitudo vel depressione nulla esset, puncto *D* abeunte in *A*, resolvi deberet triangulum *APE*, sed multo facilius triangulum *ABE* resolvi posset, in quo data altitudine, vel depressione *BE*, & data basi observata *AE*, inveniretur latus *AB*, sive angulus ille ad horizontem reductus, nimirum

Facilius ejus solutione indicata est
casus simplicior,
& expeditior in
eo casu solutione.

Facta ejusmodi reductione, inventio laterum poligoni reducti per angulos redidit is.
Tab. 2, F. 2.

274. Jam vero inventis hoc pacto in fig. 2 tab. 1 omnibus angulis poligoni reducti ad arcus circulorum maximum descriptorum in superficie sphærica, inveniuntur latera omnia poligoni ejusdem incipiendo a primo triangulo, si fiat in ipso, ut sinus anguli LH_4 oppositi basi La ad sinum anguli HL_4 , vel HaL , ita basis aL priori opposita ad latus H_4 , vel HL oppositum posteriori, & eodem pacto per omnia triangula progrediendo inveniuntur latera omnia poligoni reducti in mensuris iisdem, in quibus habetur basis. Nam in triangulo quovis sphærico sunt sinus laterum, ut sinus angularum oppositorum. Porro ubi latera exigua sunt, ipsa sunt proxime, ut sui sinus, quod satis constat ex ipsis sinuum tabulis; ac primum latus rectilineum aL , nimirum basis inventa per actualem mensuram, sumi potest impune pro arcu, cum ea vix ad 6 minuta assurgat. Quonobrem facta illa angularum reductione eodem prorius modo definiuntur latera poligoni ad sphæricam superficiem reducti, ac latera poligoni immediate observati, & constantis lateribus rectilineis. Hi quidem anguli, & latera inveniuntur in eodem opusculo 2 apud Mairium num. 28, sed quoniam non omnes altitudines, & depressiones immediate nobis satis accuratè observare licuit, quo pacto aliquot ejusmodi observationum defectum supplere licuerit, paulo infra videbimus.

Quæ observationis solaris requiriuntur ad reductionem secundā laterum obliquorum linea meridianæ ad ipsam lineam, poligoni reducti, & lateribus; reliquum est, ut habeantur segmenta illa meridiani definita per arcus Bd , Ce &c. perpendicularares ipsi meridiano; quæ quidem, ut & arcus ipsi, inveniuntur per observationem solarem, quam innumeris etiam supra. Id Mairius persequitur in ipso opusculo 2 articulo 6, nimirum a num. 30; ego autem id ipsum hic paullo uberior exponam. In primis vero ad datam quampiam horam ope quadrantis investigari debet angulus,

angulus, quem continet recta tendens e dato loco ad stationem aliquam, cum recta tendente ad Solis centrum. Invenietur is angulus dirigendo alterum telescopium ad stationem ita, ut statio ipsa sit in intersectione filorum, alterum ad Solem, & notando momentum, quo Solis limbus praecedens appellit ad filum perpendicularē planō quadrantis, & momentum, quo appellit limbus sequens, unde innoteſcit momentum, quo appellit centrum, & ex numero, quem tum designat regula mobilis, ac ex eo, quem designat, ubi telescopium fixum, & mobile dirigitur ad idem aliquid objectum, obtinetur angulus quæſitus, quem recta ad stationem tendens continet cum recta tendente ad centrum Solis.

276. Quod si Sol incedat itinere non ita satis inclinato ad horizontem, ut utriusque limbi appulsus videri possit, sed dum aſurgit, elabatur e campo telescopii, vel non libeat utrumque appulſum expectare; satis erit notare alterius momentum, & angulo ita definito addere femidiametrum Solis, vel demere, prout centrum respectu ejus limbi jacuerit ad partes illi stationi oppositas, vel versus illam. Diameter enim apprens Solis vel observari tum facile potest, vel satis tuto ex astronomicis tabulis erui. Et id quidem prope æquatorem est maxime necessarium, ubi nimirum Sol maxime ad horizontem erectus aſurgit.

277. Porto data hora observationis, datur ex astronomicis tabulis declinatio Solis, & per eam distantia Solis a polo. Cumque in triangulo sphærico habente angulos in polo, in zenith, in Sole, innoteſcat præterea distantia poli a zenith complementum polaris altitudinis, & angulus in polo ob horam datam; dabitur etiam distantia Solis a zenith, & angulus in ipso zenith, nimirum azimuthus Solis. Habitâ distantia Solis a zenith, eaque imminutâ per refractionem e tabulis erutam, cum præterea haberi possit elevatio supra horizontem stationis observata, vel deſpreſſio infra ipsam, habetur quid-

Necessaria poti-
fimè prope equa-
torem cognitio
femidiametri Se-
lis.

Reſolutio trian-
guli sphærici ad
rem necessaria.
Angulus poticio-
ni inde deduc-
tus.

Tab. 3, F. 11.

quid requiritur ad reducendum ad horizontem methodo superius tradita angulum observatum. Si enim in fig. 11 tab. 3 *CE* tendat ad Solem, *CD* ad stationem, dabuntur *PE*, *PD*, & angulus *DCE* observatus, adeoque & angulus *APB*, sive *ACB*. Quoniam autem innotuit Solis azimuthus, sive angulus, quem circulus verticalis *PEB* transiens per Solem continet cum meridiano; innotescet etiam angulus, quem cum eodem meridiano continet verticalis *PDA* transiens per stationem *D*, nimirum innotescet, quantum in horizonte distet punctum *B* a cardine boreali, procedendo inde ortum versus, donec deveniatur ad ipsum, quem in eo articulo Mairius angulum positionis appellavit.

Exemplum ejus perquisitionis in positione montis Sorianensis vix e Collegio Romano.

278. Exemplum totius perquisitionis hujusmodi habetur in eodem articulo. Nos e boreali parte solarii Collegii Romani observavimus Solem die 14 Septembris anni 1753, paullo ante occasum, & Solem contulimus cum arbore in monte Soriani extante. Tres habentur observationes num. 31 ipsius, pro quibus singulis notatur prius angulus observatus, tum idem ad horizontem reductus. Tum numero 32 habentur 3 declinationes Solis a meridiano, nimirum tres distantiae puncti *B* exdem figuræ 11 a cardine australi, quæ sunt complementa ad angulos rectos anguli sphærici, quem habet in zenith triangulum terminatum ad ipsum zenith, ad Solem, & polum. Quoniam exæ declinationes a cardine australi in Occidentem tendunt, & Sorianensis montis arbor in eadem directione jacebat nobis ab Occidente Boream versus, addendæ fuerunt tres illæ declinationes tribus distantias Solis ab arbore inventis numero illo ejus 31, & prodierunt tres declinationes arboris Sorianensis a cardine australi, quarum media est ibidem $158^{\circ}, 2', 35''$. Quoniam autem hæc a meridie jacet Occidentem versus eadem directione, quæ a Borea tendit Orientem versus ad dexteram, si ipsi addantur gradus 180, qui in ea directione sunt a boreali cardine ad australē; erit ille, quem ibi angulum

lum positionis appellari diximus graduum 338, 2', 35".

279. Si hæc observatio non in Collegio Romano habitâ fuisset, sed in ipso initio poligoni, nimirum in medio D. Petri tholo; nulla alia reductione opus esset. Verum ea quidem est opus, ut habeatur angulus positionis, quem cum meridiano tholi D. Petri continet eadem arbor ex eodem tholo observata; nimirum in fig. 2 tab. I, arcus AC cum arcu Az numerando ab Az ad dexteram, five complementum anguli eAC ad 4 rectos; ut inde reliquorum laterum habeantur inclinationes respectu meridiani ejusdem, & earum ope illa omnia perpendicularia in ipsum demissa, & illa ipsius segmenta, quæ num. 269. proposuimus.

Necessaria reduc.
tio ab ea posi-
tione ad positi-
onem ejusdem mo-
ris visi e tholo
D. Petri.
Tab. 2, F. 2.

280. Ea reductio fit ibidem num. 34 opusculi 2, & ad eam habendam requiruntur duo. Primo quidem parallaxis loci, in quo observatio instituitur respectu loci, ad quem reductio facienda est, secundo verò convergentia meridianorum pertinentium ad ea bina loca. Exprimat in fig. 13 A tholum D. Petri, C arborem Sorianensem, M solarium Collegii Romani, MP meridianum ipsius collegii, AP ineridianum ejus tholi: & concipiatur AN perpendicularis ad MP, ac An ad MC, & arcus exiguis AD ad partes P parallelus EN. Angulus ACn , siue ACE dicitur ibi a Mairio parallaxis montis Soriani, DAP convergentia meridianorum, & ille quidem inventitur facile ope perpendiculari An , hic ope perpendiculari AN , quorum utrumque ex cognita distantia AM , & observatis angulis AMC , AMP cognoscitur, factis, ut radius ad sinum ejus anguli, ita AM ad An , vel AN .

Plura ad eam re-
ductionem nec-
essaria.
Tab. 2, F. 3.

281. Primum igitur si fiat, ut AC ad An , ita radius ad sinum anguli ACn , is obtinebitur; deberet enim fieri, ut sinus AC ad sinum An , & sunt arcus exigui, ut sui sinus. Innotescit igitur parallaxis illa, quæ Mairio ibi obvenit 1°, 53", 28". Convergentia autem meridianorum pluribus methodis facile itidem inveniri potest. En unam admodum expeditam. In primis dato arcu quovis, ut AN

Determinatio
parallaxes, &
convergentia me-
ridianorum.

in mensuris cuiuscumque magnitudinis', facile est invenire , quis arcus minutis , & secundis circuli maxi-
mi respondeat , si minus accuratè , faltem ita proximè ,
ut nullus inde error timeri possit . Nam & ex aliorum
mensuris innotescit magnitudo gradus circuli Terræ maxi-
mi , satis ad rem præsentem proxima vera , & derivari
potest ex ipso poligono reducto crassius sine considera-
tione ulla ejus convergentiæ . Hinc fieri poterit , ut nu-
merus passuum , vel hexapedarum in uno gradu ad eundem
in *AN* , ita minuta $60'$ ad quartum . Jam in triangulo
sphærico *PNA* rectangulo ad *N*, data basi *PA* complemen-
to altitudinis poli , & latere *AN* , invenitur angulus *PAN* ,
qui ob parallelismum *DA* , *MN* , & proinde angulum *DAN*
æqualem recto *ANM* , est complementum quæsitæ con-
vergentiæ *DAP* . Hanc ibi Mairius invenit $1^{\circ} . 7''$.

Bina theorema-
ta pertinencia ad
convergentiam
ejusmodi .

282. Circa hujusmodi convergentiam plurima haberi
possunt theorematia sane elegancia . Ex Trigonometria
sphærica , ubi detur basis cum latere adjacente , & qua-
ratur angulus , habetur hujusmodi canon : Radius ad
cofinum anguli , ut tangens basis ad tangentem lateris
adjacentis . Cum igitur sit sinus quæsitæ convergentiæ
PAD idem , ac cosinus anguli *PAN* , tangens autem *AP* sit
cotangens altitudinis poli , seu latitudinis loci , subtilli-
tutis iis nominibus , & alternando primum , tum invertendo ,
habebitur sequens theorema . Cotangens latitudinis
loci ad radium , ut tangens *AN* ad finum quæsita convergentiæ
PAD . Vel quoniam in quovis arcu est radius ad tangen-
tem , ut cotangens ad radium , reducta *AN* in partes cir-
culi maximi , habebitur hoc theorema . Est radius ad tan-
gentem latitudinis loci *A* , ut est tangens *AN* ad finum con-
vergentiæ quæsita *PAD* . Quod si libeat uti differentia lon-
gitudinum *APM* , erit ex can . 6 meæ Trigonometriæ
sphæricæ alternando , radius ad cofinum basis *AP* , five
finum latitudinis loci *A* , ut est tangens anguli *P* ad co-
tangentem anguli *PAN* , five tangentem anguli *PAD* .
Quare habetur hujusmodi theorema . Radius ad finum la-
titudinis loci *A* , ut est tangens *AN* ad finum convergentiæ
quæsita *PAD* .

titudinis, ut tangens differentie longitudinum, ad tangentem convergentie meridianorum. Hoc quidem theorema pro angulis exiguis fieri potest simplicius, ponendo pro tangentibus angulorum angulos ipsos; cum nimis arcus exigui, qui eorum angulorum mensuræ sunt, sint ad sensum æquales suis sinibus, & tangentibus. Erit nimis, ut radius ad sinum latitudinis loci, ita differentia longitudinum exigua, ad convergentiam meridianorum.

283. Hoc postremum theorema facile etiam immideat demonstratur pro exigua longitudinum differentia: est autem generaliter verum hoc aliud pro binis directionibus arcum meridianorum pertinentium ad bina puncta habentia eandem latitudinem, & longitudinem utcumque diversam, esse, ut radium ad sinum latitudinis, ita sinum dimidia differentie longitudinum ad sinum dimidii anguli, quo illæ directiones a se invicem divergunt. Sed de hujusmodi theoremati jam fatis. Illud notandum tantummodo pro hisce methodis, quæ adhibent longitudinum differentiam, ut numerus hexapedarum, vel passuum reducatur ad partes paralleli, faciendum esse primo, ut radius ad cosinum latitudinis ita numerus earum mensurarum in gradu circuli maximi ad eum in gradu paralleli, tum ut hic ad numerum propositum, ita minuta 60 ad numerum partium quæsitum. Nec in hoc numero, ubi exiguus sit, committetur error sensibilis, licet gradus circuli maximi fatis crasso modo fuerit definitus, vel assumpitus.

284. Ut autem eo, unde digressi sumus, redeamus; inventis hisce duobus angulis *parallaxeos*, & convergentiæ, jam facile est invenire positionem *AC* respectu meridiani *AP*. Si enim ducatur *AE* parallela *MC*, erit angulus *EAD* am definita pro uno moote. *æqualis AMP*. Prius ad inveniendam positionem *MA* respectu *MP* demebatur *AMP*, sive hic *EAD* a 4 rectis, nunc demi debet *CAP* ab iisdem, adeoque ei, quod demitur, accedit convergentia *DAP*, & deest parallaxis *CAE*. Hinc ipsi angulo positionis accedit ea paralaxis, & deest convergentia. Idcirco ibidem a paralaxi $1^{\circ}, 53', 28'$ demitur a Mairio convergentia $1', 7''$, & residuum

Aliud theorema
generalius: re-
ducio distancie
data ad partes
paralleli circue-
li.

$1^\circ, 52', 21''$ additur angulo positionis prioris $338^\circ, 2', 35''$, & evadit novus positionis angulus montis Soriani visi e tholo D. Petri $339^\circ, 54', 56''$.

Data positione
unius loci visi ex
alio, inventio
positionis illius
visi ex hoc.
Tab. 28. N. 2.

285. Eo angulo invento, facile jam invenietur angulus quem in fig. 2, tab. 1 continebit cum arcu eodem *An* recta *AB* tendens ad montem Januarium, cum in tabula num. 28, opusc. 2 innotescat angulus $CAB 78^\circ, 59', 11''$, a quo si dematur *CA* complementum ad 4 rectos anguli positionis puncti *C*, nimirum $20^\circ, 5', 4''$, remanet *nAB* angulus positionis puncti *B* visi ab *A*, $58^\circ, 54', 7''$. Si jam concipiatur in *C* arcus *Cp* parallelus ipsi arcui *An*; angulos, quos rectæ *CF*, *CD*, *CB*, *CA* continent cum *Cp* tendendo a Borea Orientem versus ad dexteram, appellat Mairius angulos positionis punctorum *F*, *D*, *B*, *A* visorum a *C*, nulla habita ratione convergentiae meridianorum. Et quidem facile patet, quo pacto ex angulo positionis puncti *C* visi ab *A* erui possit viceversa angulus positionis puncti *A* visi, e *C*. Nam ubi, ut hic, punctum posterius jacet ad Occidentem, quo casu angulus positionis ipsius a precedenti est major duobus rectis; habito, quod hic licet, arcu circuli pro recta, satis est ab eo demere gradus 180° : contra ubi id ad Orientem jacet, ut hic *B*, quo casu angulus positionis est minor duobus rectis, satis est ipsi addere gradus 180° , quod quidem admodum facile demonstratur ex natura parallelismi.

Positionis ejus-
modi invenienda
exempli, & pro-
gressus ad alias.

286. In casu praesenti cum angulus positionis *C* ab *A* sit $339^\circ, 54', 56''$, erit *A* a *C* $159^\circ, 54', 56''$, cum vero sit *B* ab *A*, $58^\circ, 54', 7''$, esset *A* a *B* $238^\circ, 54', 7''$. Porro invento in *C* angulo positionis unius puncti *A* inde visi, & datis angulis, quos cum *CA* continent reliquæ rectæ *CB*, *CD*, *CF*, dabuntur & earum anguli positionis ablatis inde iis angulis, si tendunt sinistrorum respectu *C*, additis, si dextrorum. Quoniam ex tabula Mairij num. 28 est angulus *ACB* $32^\circ, 12', 14''$, ac tendit sinistrorum, eo ablatu a $159^\circ, 54', 56''$, habetur positio *B* visi a *C* $127^\circ, 42', 42''$. Dempto autem itidem inde angulo *BCD*, qui in eadem tabula est $70^\circ, 10', 19''$, relinquitur positio *D* a *C* 57° ,

$57^\circ, 32', 23''$, ac demum ablato angulo DCF , qui ibidem est $49^\circ, 27', 33''$, relinquitur angulus positionis F visi a C $8^\circ, 4', 50''$.

287. Eodem pacto licet etiam pro puncto B eruere omnes angulos positionum punctorum omnium inde visorum, ac ex utrolibet eorum facto gradu ad D , ut ab A factus est ad C , & B , eruere omnes punctorum inde visorum, donec deveniatur ad postremam poligoni stationem L , & eo pacto computati sunt omnes anguli positionum, qui in secundo opusculo habentur num. 34. Sed ibi omissa est positio tholi D . Petri a monte Soriano, cum eadem habeatur e superiore Soriani ab eodem tholo abjectis ut diximus 180° . Pariter in iis, quæ habentur ibi pro monte Fioncho, omittitur positio montis Soriani, a quo habita fuerat illius positio, & in sequentibus omnibus hæ præcedentium, ut ita dicam, reciprocae omittuntur, cum ex illis haberri possint demptis, vel additis: 180° , prout habebatur plus, vel minus eo numero, & eadem de causa omittuntur omnes pro monte Januario B , cuius positio habetur ibi a tholo A , a monte Soriano C , & a Fioncho D , omnes pro Pennino E , cuius positio habetur ibi a Fioncho D , a Tesio F , & a Catria G , omnes demum pro monte Luro I , cuius positio habetur ibi a Catria G , a Carpegna H , & ab Aprusa L . Accedit autem, quod ad ea, quæ occurrit imposterum, abunde sunt ea sola, quæ ibi expressa sunt.

288. Ex hisce positionis angulis duo consequuntur. positionis consecutaria. Reductio Primo quidem, ut liceat inde, & ex omnium triangulorum lateribus jam supra cognitis derivare illa perpendicularia, & com-dicula Ce , Fh &c. Bd , Df &c., & segmenta meridiani paratio observa-tionis Romanæ Ac , Ab &c. Ad , Af &c. Deinde vero, ut liceat conferre Romanas observationes positionis poligoni cum Ari-minensi. Prioris determinatio in uno cœ-nominensibus. Quo id pacto obtineri possit, pergam ex-sa. ponere.

289. In primis in triangulo rectangulo AeC , in quo quis omnibus. Unde is prior angulus CAe est complementum ad quatuor rectos anguli fructus collectæ positi.

Progressus ad
reliquias omnes.
Cur aliquæ in
tabula omissæ.

positionis montis Soriani a Tholo D. Petri , adeoque datur , dato præterea latere AC ex tabula numer. 38 , per regulas Trigonometriæ sphæricæ , quæ hic in arcubus exiguis , qui suis sinibus proportionales sunt , congruunt cum regulis planæ , inveniuntur Ae , & eC . Et quidem ex ipso schemate constat , quo eæ vergant , sed & hic , & in sequentibus omnibus triangulorum rectangulorum resolutionibus , angulus , quem linea ducta ex quavis statione ad aliam quamvis continet cum arcu An , vel ipsi parallelo , obtinetur ex positione posterioris stationis visæ a priori , sumendo ipsam positionem , si sit minor quadrante ; ejus complementum ad duos rectos , si euin excedat , sed sit semicirculo minor ; excessum supra semicirculum , si eum excedat , & sit minor tribus quadrantibus ; complementum ad 4 rectos , si excedat etiam tres quadrantes . Eo autem triangulo resoluto latus parallelum meridiano An tendet respectu stationis prioris in Boream in casu primo , & quarto , in Austrum in secundo , & tertio ; latus autem perpendicularē tendet respectu ejusdem in Ortum in prioribus binis casibus , in Occasum in posterioribus .

Ejusdem in reli-
quis omnibus .

290. Eodem pacto in triangulo rectangulo AdB ex data positione montis Januarii B a tholo A , dabuntur Ad , dB . Occurrant Df , bF arcui ex C parallelo An in p , q , qui haberi poterit pro arcu circuli maximi , cui tam proximus magnitudine est , & positione , vel uterque pro recta linea ; & in triangulis CpD , CqF dabitur angulus in C ex positione montis Fionchi D , & Tefsi F a Soriano C . Quare dabuntur Cp , Cq parallelæ , & æquales ef , eh , quæ additæ Ae exhibent Af , Ah , & itidem dabuntur pD , qF , a quarum priore dempta pf æquali Ce , relinquuntur Df , & posterior dempta a qb , sive a Ce relinquit Fb . Pariter si perpendiculara Eg , Gi , Hl occurrant arcui ducto per montem Tefsum F parallelo An in r , s , t , in triangulis FrE , FsG , FtH , habentur anguli in F ex tribus positionibus Pennini E , Catriæ G , & Carpegnæ H , adeoque latus

latus *Fr*, sive *hg*, quod ablatum ab *Ah*, relinquit *Ag*; latus *Fs*, sive *hi*, quod additum *Ab* exhibet *Ai*; latus *Ft*, sive *hl*, quod additum *Ab* exhibet *Al*, latera *ER*, *Gr*, *Ht*, a quorum prioribus demendo *rg*, *si*, sive *Fh*, & postremo addendo *tl*, sive itidem *Fh*, habentur *Eg*, *Gi*, *Hl*. Demum si *Im*, & *Ln* occurant arcui parallelo *An* ducto per monten Carpegnam *H* in *u*, & *x*; ex positione montis Luri *I*, & ostii Aprusæ *L*, habebuntur *Hu*, *Hx*, sive *lm*, *ln*, & inde *Am*, *An*, ac *uI*, *xL*, & inde ob *um*, *xn* æquales *Hl*, invenientur *Im*, *Ln*.

291. Patet inde, ex iis solis positionibus, quæ expri- Unde priore fru-
muntur in eo numero 34, haberi omnia, quæ necessaria-
dibus collectus
sunt, ad primum illum percipiendum fructum, immo &
eæ, quæ a Fioncho sunt, & positio montis Januarii a
monte Soriano omitti possunt in hac investigandi metho-
do, licet eadem, operatione aliter instituta, usui esse
possint. Is quidem fructus in ipso secundo opusculo ha-
betur num. 39 sub finem ejus articuli. Inde autem, & ad
secundum fructum percipiendum progrediemur.

292. In primis angulus positionis montis Luri *I* ab ostio Aprusæ *L* inventus methodo num. 287 hujus opusculi, juxta finem num. 34 opusculi 2, est $137^{\circ} 53' 58''$. Is qui-
dem est non respectu meridiani transeuntis per *L*, sed re-
spectu circuli paralleli meridiano *An*. Porro ex resolu-
tione omnium illorum triangulorum eruitur *nL* 7139. 8,
juxta tabulam num. 39 opusculi 2, sive, ut ibidem habetur,
proxime milliarium $7.\frac{1}{3}$. Huic distantiae methodo nume-
ri 281 hujus opusc. 4, convenit convergentia meridiano-
rum $5'$, $34''$, qua meridianus loci *L* inclinatur versus mer-
idianum *An* productum. Quare linea *LI* adhuc magis ab
eo meridiano distat ad dexteram per eum angulum, quo
addito priori positioni habetur positio montis Luri *I* visi
ab ostio Aprusæ respectu meridiani ipsius ostii Aprusæ
 $137^{\circ} 59' 32''$.

293. Jam vero eundem angulum ex Ariminensibus ob- Is ipse deducatur.
servationibus habemus expositis opusculo 2 num. 36, ubi

eadem methodo , quam hic exposui superius num. 284 eadem eruitur . Nam per 3 observationes Solis orientis e mari factas in ædibus Garampianis eruitur ibidem angulus positionis montis Luri 1 ab ipsis ædibus $135^{\circ}, 21', 51''$. Ex illarum ædium distantia ab ostio Aprusæ , & positione respectu ipsius ibi exposita eruitur methodo num. 280 hujus opusculi cum parallaxis montis Luri $2^{\circ}, 35', 34''$ ab ipso monte observata , qua recta eo tendens ab ædibus Garampianis inclinatur ad rectam eodem tendentem ab ostio Aprusæ , addenda positioni montis Luri visi ab iis ædibus , tum convergentia meridianorum , qua meridianus ostii Aprusæ occidentalioris inclinatur ad levam ad meridianum ædium Garampianarum $39''$ quod respondet passibus 835 occidentalioris positionis , itidem addenda . Quare utriusque summâ additâ positioni visæ ex ædibus Garampianis habetur $137^{\circ}, 58', 4''$. Is quidem ab eo , qui ex Romana observatione erutus fuerat $137^{\circ}, 59', 32''$ differt fere per sesquiminutum ; sed , unde id discri men proveniat , dicam paullo inferius , ubi & illud patebit , nihil ad sensum inde turbari longitudinem unius meridiani gradus , in cuius gratiam hæc omnis investigatio instituitur . Interca hujus ipsius investigationis ductum absolvam , quod pertinet ad usum observationum quadrante institutarum , de quibus hic agimus .

Corredito ex distantiæ areæ circuli maximæ perpendiculari , & circuli paralleli.

294. Ex tabula num. 39 opusculi 2 est $An 161127. 9$, & punctum n definitur per lineam Ln æquivalentem perpendiculari ductæ ex L in An : circulus autem parallelus transiens per L , qui polum habet in ipso meridiano An producto ultra n per gradus 46 quamproxime , occurrit ipsi meridiano citra n , & investigandum est id intervallum inter eum arcum , & perpendicularum Ln demendum ab intervallo An , ut habeatur intervallum inter parallelos tholi A , & ostii Aprusæ L . Ea investigatio fieri potest prorsus eadem methodo , qua usi sumus hujus opusculi 4 num. 140 pro investigando in fig. 19 tab. 2 errore sectoris ex inclinatione axis telescopii . Si enim

enim ibi P sit polus, & L' referat punctum itidem L fig. 2 tab. 2, nempe ostium Aprusæ, referet hujus $L'M$ perpendicularum $L'n$ illius, & $L'O$ arcum parallelum, ac quantitas demenda erit OM . Est autem ex num. 141 sinus PL' ad cosinum, sive ejus tangens ad radium, vel radius ad ejus cotangentem, nempe ut radius ad tangentem latitudinis loci L' , ita sinus versus arcus $L'M$ ad MO . Porro est PL' complementum declinationis loci L' , & sinus versus arcus $L'M$ est tertius post diametrum, & ejus chordam. Quare cum innoteat $L'M$, nimurum 7139. 8, & diameter Terræ, quam satis est nosse intra limites admodum crassos, sit passuum circiter 8544000, habebitur sinus versus arcus $L'M$ 5. 9, atque inde ex theoremate proposito arcus MO , qui evadit passuum 5. 7.

295. Demptis jam hisce passibus 5. 7 ex intervallo *An* Intervallum parallelorum datum.
fig. 2 tab. 1, nempe ex 161127. 9, & additis passibus 269, quibus cubiculum musæ Collegii Romani est australius Tab. 2. Fig. 2.
Tholo D. Petri, ac ablatis passibus 139. 1, quibus Garampianæ ædes sunt itidem australiores ostio Aprusæ, habebitur demum intervallum parallelorum transeuntium per loca, in quibus observationes astronomicæ institutæ sunt, passuum 161252. 1. Hic numerus corrigi debet per observationem Ariminensem, positionis poligoni, quæ tamen, ut infra videbimus, vix ipsum tribus passibus auget, & reduci ad numerum hexapedarum, contentarum eodem illo intervallo, quem videbimus sequenti capite, inventa ratione passus ad hexapedam. Ex eo numero, & ex arcu cælesti determinato juxta caput præcedens eruitur demum magnitudo gradus meridiani quæsita.

296. Et hæc quidem est tota series operationis, qua ^{car. hac fuisse} observationes per quadrantem institutæ reducuntur ad ^{pertransata.} usum pro invenienda magnitudine gradus, quas ego quidem aliquanto diligentius persecutus sum idcirco etiam, ut si alii hæc ipsa tentare voluerint alibi, sint autem in hujusmodi operationibus minus exercitati, hic ea inveniant omnia,

omnia , quæ iis usui futura sunt . Id ipsum autem necessarium itidem erat , ut in errores , qui committi possint , inquirere liceat aliquanto subtilius , & ipsas nostras observationes , ac earum conjectaria ad trutinam revocare , quod jam præstabimus .

*Unde discrimen
inter Romanas
& Ariminenses
observationes fo-
lares.*

297. Ut autem ordiamur a positione poligoni respectu meridiani , quæ nobis juxta num. 293 Arimini , & Romæ per sesquiminutum diversa obvenit , id discrimen a pluribus capitibus ortum duxit . In primis dum ex observatione Romana eruitur positio lateris postremi poligoni , progressus fit juxta num. 287 per omnes intermedios poligoni angulos , in quibus singulis error etiam secundorum committi potest . Hisce erroribus accedit aberratio aliqua in reductione lateris jungentis primum montem cum museo Collegii Romani , ad latus jungens ipsum cum tholo D. Petri , & similis aliqua aberratio in ædibus Garampianis reducendis ad ostium Aprusæ . Accedit error aliquis in æstimatione anguli in ipsis observationibus Astronomicis , & quod caput est , error aliquis in horologio notante momentum observationis , a quo pendet azimathus Solis . Et quidem hic postremus error , nisi horologium sit accuratissimum , vel etiam si ingens caloris mutatio interea fiat , facile potest admodum ingentem effectum secum trahere . Nam singulis secundis horariis Sol percurrit 15 secunda sui paralleli , quæ error rem secundorum in azimutho facile secum trahunt . Et quidem est mihi ratio suspicandi in Ariminensi horologio aliquot secundorum inæqualitatem in tot horis a meridie ad illam matutinam Solis observationem . Omnes ii errores in unam summam collecti facile pariunt sesquiminutum , cum singuli aquari possint secundis , postremus multo pluribus , licet etiam se magna ex parte corrigit .

*Prima methodus
inveniendi er-
rorum inde ortu*

298. Verum illud coquidum accidit , quod non tantum , sed & multo major error in positione poligoni perquam exiguum errorum secum trahit in illo meridiani segmento intercepto inter parallelos pertinente ad extrema

trema puncta A , & L fig. 2 tab. 1. Quem errorem secum trahat id sesquiminutum, facile patet, inveniri posse, assumendo primam positionem montis Soriani a tholo D. Petri minorem sesquiminutum, & instaurando totum calculum, ut innotescat ibidem methodo exposita a num. 288 nova An multata per intervallum inter Ln , & circulum parallelum transeuntem per L . Sed multo facilior habetur methodus facta priore determinatione inveniendi eam correctionem, ubi discrimen exiguum est, ut hic. Eam hic exponam.

299. Sint in fig. 14 tab. 3 puncta AnL eadem, ac in Secunda multo expeditior.
fig. 2 tab. 1, & concipiatur alia directio meridiani An' Tab. 1 F. 2
propior punto L , in quam demittatur perpendicularum Ln' . Cum habeatur ex prima determinatione An , & nL in passibus, nota utcumque in iisdem magnitudine unius gradus, innotescit in partibus circuli maximi ambæ eæ lineæ. Quare innotescit in triangulo sphærico AnL rectangulo ad n basis AL , & angulus nAL , a quo si determinatur angulus nAn' , relinquitur nAL , quo dato, & data basi AL , dabitur latus An' , ut & distantia Ln' in partibus circuli maximi, quæ facile reducentur ad passus.

300. Ea methodus generalis est pro quavis magnitudine eorum laterum, sed ubi exiguis est tractus unius, vel alterius gradus, res multo facilius perficitur per Trigonometriam planam. Nam ex lateribus An , nL datis in passibus, habebitur angulus nAL faciendo, ut An ad nL , ita radius ad tangentem ejus anguli. Eo invento, habebitur & angulus $LnAn'$, demendo inde angulum nAn' . Tum factis, ut cosinus anguli nAL ad cosinum anguli $n'AL$ communis radio AL , ita An ad An' , habebitur ipsa An' .

301. Quod si & angulus nAn' exiguis fuerit, res multo adhuc facilius perficietur hoc pacto. Occurrat recta An' rectæ Ln in I , & An , AI haberi poterunt pro æquilibus, habita nI pro arcu circuli descripti centro A . Erit autem angulus $n'LI$ æqualis ipsi nAI , & Ln' , Ln proximè æquales. Quare erit, ut radius ad sinum anguli $n'LI$, sive nAI ,

Aliæ expeditior
ubi discrimen
latitudinem exi-
guum sit.

Aliæ adhuc ex-
peditione, ubi &
error positionis
meridiani exi-
guus sit.

nAl , ita Ln' , sive Ln ad In' . Erit autem In differentia inter An , An' , & quoniam lineola inter arcum circuli paralleli, & perpendicularum Ln , vel Ln' intercepta, de qua egimus num. 294 erit ad sensum eadem respectu puncti n , & n' , ut facile deducitur ex ipso theoremate ibi exposito, erit illa eadem lineola In' differentia inter binos meridiani arcus interceptos binis extremis punctis poligoni in binis diversis illis inclinationibus meridiani ad rectam AL .

Theorema gene-
rale, & erroris
determinatio.

302. Habebitur autem ex praecedenti determinatione hoc theorema. Ut radius ad finum differentiae inclinationum meridiani observatarum, ita distantia postremi puncti poligoni a meridiano per primam positionem definito ad differentiam arcuum meridiani in iis diversis suppositionibus interceptorum inter parallelos transeuntes per puncta extrema, addendam illi, quæ respondet angulo majori ipsius meridiani cum recta jungente bina poligoni extrema. In casu nostro differentia inclinationum meridiani ex observationibus Romana, & Ariminensi est $1^\circ 28''$, cuius sinus ad radium 10000000 est 4266, & distantia illa Ln per num. 292 est passuum 7139.8. Quare factis, ut 100000 ad 4266, ita 7139.8 ad quartum, prodit 3. o, cuius si ratio habenda sit, ut id addatur illi arcui Ln fig. 2 tab. I definitæ ex Romanis observationibus num. 294 passuum 161127.9, fiet is arcus ex Ariminensibus observationibus 161130.9, prorsus ut habetur opusc. 2 num. 37, quorum medium erit 161129.4; unde numeri 295 methodo arcus meridiani interceptus inter bina loca observationum astronomicarum fiet passuum 161253.6, major priore per sesquipassum, quæ differentia gradus mensuram auget minus, quam per diuidiam hexapedam, nimis nihil ad sensum, ut supra affirmavi.

Transitus ad er-
ratores ex angulis
poligoni.

303. Videamus jam, quid erroris in hoc ipsum interratores ex angulis vallum possit irrepere ex angulis poligoni, quorum ope & latera rectilinea ad horizontem inclinata, & latera ipsa reducta ad superficiem Telluris regularem, sed adhuc incli-

inclinata ad meridiani directionem, & ipsa ad eandem reducta, nempe totus ille meridiani arcus interceptus parallelis per loca observationum astronomicarum trans-euntibus definiuntur. Ac primo quidem videamus, quid timeri possit in reductione poligoni ad superficiem regularem Telluris ab errore in altitudinibus, vel depressionibus observatis.

304. Sint in fig. 15 tab. 3 puncta *ADPEB* eadem, ac in fig. 11 juxta num. 271, nimirum *PD*, *PE* complementaria distantiarum ab horizonte binarum stationum *D*, & *E*, arcus *DE* mensura anguli observati, *AB* mensura anguli reducti ad superficiem regularem Telluris. Erit angulus *DPE* mensura lateris *DE* reducti ad superficiem regularem Telluris, ut vidimus ibidem. Sit jam aliquis error admissus in observanda distantia ab horizonte, ut pro triangulo *DPE* habeatur triangulum *DPE'*, in quo maneat *PD*, sit *DE'* æqualis *DE*, & *PE'* differat a *PE* per *IE*, arcu *E'I* habente pro polo punctum *P*, qui arcus hic haberi poterit pro perpendiculari ipsi *EI* ob nimis exiguum ejus tractum. Quoniam autem arcus *DE*, *DE'* sunt æquales, habebit & arcus *EE'* pro polo punctum *D*, & proinde assumi poterit pro perpendiculari arcui *DE*. Quare angulus *IEE'* erit complementum anguli *DEP*. Erit autem *EI* error commissus in observanda altitudine, vel depressione, & *BB'* error inde profluens in angulum reductum. Porro in triangulo rectangulo *EIE'* est, ut radius ad tangentem anguli *IEE'*, sive ad cotangentem anguli *DEP*, ita *EI* ad *IE'*. Rursus ut sinus *PE'* ad sinum *PB'*, sive ad radium, ita *IE'* ad *BB'*. Quare ex æquo perturbate erit, ut sinus *PE'*, vel proxime *PE* ad cotangentem anguli *DEP*, ita *EI* ad *BB'*, quæ quidem determinatio est Cotesii in opusculo, quod inscripsit *Aestimatio errorum in mixta matheſi*.

305. Datis igitur lateribus trianguli *DPE*, facile dabitur ratio inter *EI* errorem commissum in latere *PE*, si-
ve in elevatione supra horizontem, vel depressione in-
fra,

Theorema Co-
tēsi pro co-cr-
tore.

Tab. 3. Fig. 15.

fra , & BB' errorem anguli reducti inde derivatum . Invento enim eo angulo , invenitur facile & angulus DEP , cum sit , ut sinus DE ad sinus DP , ita sinus anguli DPE jam inventi ad sinus ipsius DEP , quo angulo invento habebitur ejus cotangens , & ratio sinus PE ad ipsam cotangentem .

Bum errorum
exiguū esse de-
bet. 306. Ubi angulus DEP sit rectus , patet , errorem evanescere , cum ejus anguli cotangens evanescat . Quoniam autem , ob AD , BE exiguas , angulus DEP parum potest differre a recto ABP , patet itidem , perquam exiguum esse posse errorum anguli reducti . Nimirum quoniam sinus PE erit semper radio quamproximus , si angulus DEP differat a recto per unum gradum , erit cotangens ipsius tangens unius gradus , & cum radius ad tangentem unius gradus sit proxime , ut 57 ad 1 , pro quovis minuto erroris in altitudine observata vix habebitur error unius secundi in angulo reducto .

Exiguū esse
aliunde etiam
deduci . 307. Sed quam exiguus fit is error , patebit etiam hoc pacto . Conferendo tabulam expositam opusculo 2 , n. 28 , in qua sunt anguli reducti , cum tabula proposita ibidem num. 21 , in qua sunt anguli observati , constat , eos quidem in ea reductione parum admodum mutari ita , ut in primis tribus triangulis vix unum minutum reductio supereret , semel ad duo misuta perveniat ; in reliquis autem fere omnibus minuto primo sit minor , & vero etiant saepissime paucorum admodum secundorum . Porro consulendo tabulam appositam in fine ejusdem opusculi patebit , altitudines , vel depressiones saepè gradum excedere , saepissime dimidium gradum , & plerumque esse multorum minutorum , ubi autem paucorum sint , ibi etiam reductione mutari angulum paucis admodum secundis . Constat igitur , duorum etiam , vel trium minutorum errorum in altitudine observanda , saepè ne unius quidem secundi errorem parere in angulo reducto , fere semper duorum , vel trium secundorum errorem nequaquam inducere ; ut adeo , licet hæ distantiæ ab horizonte aliquanto minus

minus accuratæ sint , quam anguli poligoni , adhuc tamen nullus notabilis error inde timeri possit in iis , quæ ad gradum inde deducendum pertinent .

308. Porro in ea tabula habentur pleræque ex altitudinum , ac depressionum observationibus , non omnes . Defunct tamen admodum paucæ ex iis , quarum in reductione est usus . Nimirum a monte Soriano distantia ab Horizonte montis Tesii , & tholi D. Petri : A fioncho itidem Tesii ; a monte Tesio Soriani , & Fionchi : a monte Catria mentis Luri . Cur hæ observari non potuerint , in causa fuit vel nebula superveniens , quæ montis verticem obduxerat , vel nox . Quoniam enim altitudinum observations facile suppleri poterant , & minus intererat , ut per quam exactissimæ essent ; ubi montes conscenderamus , primum angulos poligoni definiebamus , tum altitudines . Sæpe autem accidit , ut montes reliqui inde prospectandi nubibus jacerent obruti , quam ob causam , ut in primo narravi opusculo , aliquando etiam decies frustra summos montium apices conscenderamus . Inde fiebat , ut ubi demum se opportuna præberet rei bene gerendæ occasio , aliquando per intervalla tantummodo stationem aliquam e nubibus emergentem ægre conspicaremur , aliquando non nubes , sed crassior nebula prospectum surriperet , vel reliquæ observations in noctem productæ has impedirent . Quoniam autem , ut monui , harum defectus facile admodum suppleri poterat ex observationibus vel jam habitis , vel habendi impostrerum ita proxime , ut nullus inde error , qui sensu percipi posset in gradus determinatione temeri inde posset , supervacaneum censuimus eo regredi iterum cum incerto exitu , & tempus terere , ac inanes labores subire .

309. Posse autem suppleri , est admodum manifestum . Nam in primis , ubi ex una statione alterius distantia ab horizonte definita est , hujus prioris visæ ab illa posteriore distantia ipsa facile invenitur . Sint enim in fig. 16

Quo pecto super
pleri possint , ubi
e binis mutuis
habentur altera .
Tab. 3. Fig. 16.

binæ stationes *A*, & *B*, & binæ lineæ verticale coeant in centro *C* superficie regularis illius tractus Telluris, cuius arcus rectis *CA*, *CB* occurrat in *D*, & *E*. Si in poligono non reducto habeatur distantia *AB*, quæ erit proximè æqualis arcui *DE*, & cognoscatur mensura alicujus gradus; proximè innotescet numerus minutorum debitus arcui *DE*, sive angulo *ACB*. Si vero obseruetur ex *A* elevatio supra horizontem stationis *B*, vel depresso; ea addita, vel ablata gradibus 90, habebitur angulus *CAB*, qui quidem a refractione liberabitur satis proximè, si anguli *ACB* pars decima octava dematur. Nam ut Mairius notavit opusculo 2 num. 56, effectus conjunctus refractionis utriusque solet esse circiter pars nona anguli ipsius *ACB*, ut ex aliorum pluribus, & nostris observationibus constat. Demuntur anguli *CAB*, & *ACB* a gradibus 180, & habebitur angulus *CBA* correctus, cui si addatur illa pars decima octava anguli *ACB*, habebitur angulus *CBA* ejusmodi, cujusmodi ab observatione prodiisset, cujus differentia a gradibus 90 illam ipsam elevationem, vel depressionem exhibebit stationis *A*, quam immediata observatio in *B* præbuisset. Atque hac methodo suppleri potest defectus distantiae ab horizonte tholi D. Petri a monte Soriano, & montis Luri a Catria, cum habeatur observatio montis Soriani a tholo D. Petri, & montis Soriani a monte Luro.

Per binæ problemata suppleri etiam, ubi neutra sit cognita. Solutio primi.

310. Remanent mutuæ observationes montis Soriani, & Tesii, ac Tesii, & Fionchi, quarum neutra ibi habetur. Hæ facile supplentur ope duorum problematum, quorum alterum est alterius inversum. Primum autem est hujusmodi. Data binarum stationum *A*, & *B* distantia, & angulo *CAB*, invenire differentiam altitudinum *DA*, *EB*. Solvitur facile, si cognoscatur proxime, si minus accurate unus gradus meridiani, ex quo, ut supra n. 294 deducitur semidiometer *CD*, sive *CA*, quam satis est nosse utcumque proximam veræ. Tum in triangulo *CAB* datis lateribus *CA*, *AB*, & angulo *A*, invenietur latus *CB*, cuius

cujus differentia a latere CA exhibebit, quæsitam altitudinum differentiam, & facile demonstratur errorem, etiam satis magnum in semidiametro CD , vel CA , nullum sensibilem errorem secum trahere in illa altitudine.

311. Facilior esset solutio, si ex noto gradu utcumque, & nota distantia AB dederetur angulus C , ex quo, & ex angulo A deducto angulo B , fieret, ut sinus anguli B ad ejus differentiam a sinu A ita semidiameter Terræ proximè cognita, nimirum CD , vel CA ad differentiam laterum CA , CB quæsitam.

312. Alterum problema est hujusmodi. Data differentia altitudinum earundem A , & B præter distantiam AB , invenire angulos A , & B . Capiatur CA veræ proxima, & illi addatur, vel dematur differentia illa, ut habeatur CB . In triangulo CAB datis jam tribus lateribus, invenientur anguli ad A , & B quæfisi; vel definito angulo ACB ex distantia AB , & datis jam binis lateribus CA , CB cum angulo intercepto C invenientur anguli A , & B .

313. Ope horum problematum res admodum expeditè perficitur. Nam incipiendo ab ostio Aprusæ, ex observationibus ibi habitis in superficie maris, habetur ope primi problematis altitudo Carpegnæ, & montis Luri, quæ itidem habentur ex Aprusa inde observata, & differentia altitudinum montis Luri, & Carpegnæ ex eorum mutuis observationibus. E monte Luro, & Carpegnæ differentia altitudinis Catriæ, ut & e Carpegnæ observato a Catria, adeoque ejus absoluta altitudo ter. E Carpegnæ, & Catria differentia altitudinis montis Tesii, & eadem e Catria observato a Carpegnæ. Quare & ejus altitudo ter. E Catria, & Tesio Penninus codem modo bis, ac itidem bis a Catria, & Tesio inde observatis. E Pennino Fionchus, & idem a Pennino ipso inde observato. E Fioncho Sorianus, & Januarius, ac iidem itidem a Fioncho ex iis observato. E Soriano iterum Januarius, & ex hoc tholus D. Petri, cuius itidem altitudo eruitur

Altitudines omnium montium regalium ope primi problematis.

ex Januario, & Soriano inde observatis, ac postrema hæc altitudo loci, in quo a nobis observatio est habita, satis congruit, cum ejus altitudine supra pavimentum D. Petri, quod quantum supra Tiberim, & Tiberis supra mare assurgat, proxime novimus. Progressu hujusmodi, ex hisce observationibus pluribus inter se collatis præferendo eas, quæ maximè certæ visæ nobis fuerant, eruta est tabula, quæ habetur opusculo 2 num. 57.

*Inde altitudines,
& depressiones
optica supplete.*

314. Cognitis altitudinibus, jam ope secundi problematis suppleri facile possunt illæ altitudines, & depressiones etiam mutuae non observatae, nimur illæ Tesii, ac Fionchi, ut & illæ Tesii, ac Soriani, quæ quidem posteriores ob ingentem 60 milliariorum distantiam, adeoque ingentem, & maxime irregularem refractionem, multo minus certo determinatae fuissent immediata observatione. Cognitis enim altitudinibus rectilineis *A*, & *B*, cognoscitur earum differentia, qua data, & dato latere *AB* poligoni non reducti, cognoscitur uterque angulus *A*, & *B*, cuius refractione aucti differentia a recto exhibet illam ipsam altitudinem, vel depressionem immedia- te observandum.

Ex ejusmodi sup-
plemento con-
flare, non neces-
sariam fuisse im-
mediata omnis obser-
vationem.

315. Atque hoc quidem pacto & inventa sunt hæc ipsa elementa reductionis, quæ deerant, & correcta etiam cætera, quæ habebantur, ut plures determinationes conspirarent, quod quidem abunde omnino est pro angulis, qui ubi etiam per erroneous altitudines reducti fuissent, vix uno, aut altero secundo aberrassent; ut evidenter constet, non fuisse, cur & tempus tereremus, & labore nos improbo torqueremus, donec nobis hæc omnia observationes immediatae exhiberent.

Investigatio er-
rorum, qui ori-
untur ex errori-
bis angularium
poligonij. Quid errore,
parat error la-
teris in latere.

316. Expositis aliquanto fusi hisce, quæ pertinent ad reductionem angularum poligoni, & poligoni ipsius ad regularem Telluris superficiem, dicendum supereft de poligonij. Quid errore, quem secum trahunt ipsis errores angularum reducendorum, quos num. 262 vidimus decem etiam secundis aliquando erroneos extitisse. In primis in quovis trian-

triangulo, in quo datur unum latus cum omnibus angulis, definitur aliud latus quodvis, factis ut sinus anguli oppositi lateri dato ad sinum anguli oppositi lateri quæsito, ita latus datum ad quæsิตum. Quare in latus quæsิตum potest induci error e tribus capitibus, ex errore lateris dati, ex errore anguli oppositi lateri quæsito, & ex errore anguli oppositi lateri dato. Et quoniam manentibus cæteris, & mutato solo latere dato, vel solo angulo priore, mutatur latus quæsิตum in eorum ratione directa, & mutato angulo posteriore in ejus ratione inversa; erit latus, quæsิตum ad suam mutationem in prioribus binis semper accurate, in postremo, mutatione existente exigua, proximè, ut quodvis ex iis ad suam mutationem.

317. Porro si angulus mutetur secundis 10, & sit proximus recto, in sinu ipsius nulla sensibilis mutatio fiet, ut ex ipsis sinuum tabulis patet. Quo autem fuerit minor, eo majorem habebit rationem mutatio sinus ad sinum ipsum. Si fuerit graduum 60, mutatio erit minor quam $\frac{1}{1600}$ ipsius, si vero fuerit graduum 30, mutatio erit $\frac{1}{1200}$; si graduum 19, mutatio erit $\frac{1}{7000}$. Generaliter autem facile demonstratur solo schemate delineato, in exiguis arcuum mutationibus esse mutationem sinus ad sinum, ut est chorda mutationis arcus, pro qua sumi potest vel arcus ipse, vel ejus sinus, ad ejus tangentem; unde fit, ut inventa semel ea ratione pro uno casu, habeatur pro reliquis omnibus, & error in quovis latere inde ortus habeatur factis, ut tangens anguli ad sinum ejus erroris ita latus illud ad errorem ipsius, qui error proinde erit directe, ut error anguli, & ut ipsum latus, ac reciproce, ut anguli ipsius tangens, ac posito eodem anguli errore, in eodem latere error tantum reciproce, ut eas tangens, vel directe, ut ejus anguli cotangens.

318. Hinc jam patet, minores angulos evitandoles esse in triangulis poligoni quantum licet, ne ejus tangens nimis decrescat, & error ipsi reciproce proportionalis crescat.

Error ex quovis
angulo adhibito
ad erendum la-
tus aliquod in
ipso latere.

Angulos m'iores
evitari debere,
& quidem posse,
atque hic evi-
tatos esse.

crescat. Licet autem id plerumque, præter angulos oppositos basibus, qui, ne basis nimis excrescat, minores esse debent. Porro iu tabulis numeri 21, & 28 opusculi 2, ii quidem anguli continentur inter gradus 19, & 20, reliqui omnes assurgunt ultra 30, & plerique superant 60, quod errores plurimum minuit. Illos autem minores, basibus oppositos, cum multo majore cura definivimus, pluribus nimirum vicibus tum nos, tum in illo, qui opponitur basi Ariuninensi, accuratius definitæ, Garampius etiam præfens testis, & telescopia direximus in bina objecta, & angulum denotatum aestimavimus, conspirantibus observationibus. Quare in iis duplo etiam minorem possumus errorem supponere.

*Quæ sit errorum
summa in quovis
farere.*

319. Adhuc tamen si ejusmodi errorem in reliquis omnibus angulis supponamus, posset error in lateribus augeri magis, cum errores etiam laterum præcedentium in latera sequentia eorum ope definita errorum novum inducant. Facile autem pro exiguis mutationibus eruitur hoc theorema. Habito pro nullo errore prima basis, cuius error sensibilis esse non potest, mutatio lateris cuiusvis invenietur, si fiat, ut tangens cuiusvis ex angulis adhibitis in præcedentibus omnibus triangulis pro eo eruendo ad finum sui erroris, ita id latus ad suum, & omnium ejusmodi errorum capiatur summa. Si enim unicus præcedens concipiatur anguli error, is in primum latus inducet errorem, qui ad ipsum latus erit, ut is ad finum, tum ejus lateris error in secundum latus, qui erit ad ipsum, ut est primi lateris error ad primum latus, nempe ut est error illius sinus ad illum finum. Cum igitur in sequentibus omnibus triangulis idem accidat, patet, in postremo latere fore ipsius errorem ad ipsum latus, ut est error sinus illius anguli ad finum, nimis ut est chorda, vel sinus erroris anguli ad ipsius anguli tangentem. Cumque idem accidat si concipiamus alios post alios mutari angulos; patet, in eo latere haberi debere mutationum ejusmodi omnium summam.

320. Quoniam postrema basis $b c$ eruitur e prima basi $L a$ in tabula num. 21 opusculi 2 per seriem triangulorum 11, in quorum singulis adhibentur bini anguli, si omnes errores coalescerent ibi, haberentur errores 22. Si ex eorum angulorum aliquo eruatur error pro ea basi, ex theoremate num. 317., ac pro reliquis posito ceterorum angulorum errore æquali sumatur error, qui ab ipsum sit, ut posterioris anguli tangens ad tangentem prioris, vel ut cotangens prioris ad cotangentem posterioris, habebitur error ortus ex illo posteriore, ac eo pacto si errores omnes conspirarent, eorum summa errorem totum exhiberet. Porro maxime commodum est semel invenire errorem ex angulo grad. 45, cuius cotangens æquatur radio. Is multiplicatus per summam cotangentium reliquorum angulorum ad radius 1 assumptarum exhibet errorum reliquorum summam. Est autem is in basi 8 milliariorum pro errore 10 secundorum proxime o. 388.

321. Initio calculo pro reliquis angulis, & assumpto errore pro angulis, qui basi opponuntur, secundorum 5 pro reliquis 10, conspirantibus omnibus erroribus, error in basi postrema $b c$ esset passuum $6. \frac{1}{3}$. Is tamen unum passum vix excessit, ut constat ex num. 22 opusculi 2. Id quidem idcirco accidit, quia errores omnes non conspirant, sed alii aliter agunt, & se maxima ex parte corrigunt, ut etiam supra innuimus.

322. Poffet eodem pacto inquire in errores laterum $L H$, $H F$, $F C$, $C A$, & in $L H$ haberetur duplex: in $H F$ invento per 4 triangula $L H a$, $L H i$, $I H G$, $H G F$ octuplex: in $F C$ invento per triangula septem errores 14: in $C A$ invento per triangula novem ejusmodi error committeretur, qui ex 20 erroribus constaret. In eorundem laterum reductione ad meridianum committerentur præterea etiam errores alii, sed ii ob angulum alterum rectum, alterum recto proximum tam exigui essent, ut sensum fere omnem omnino effugerent. Prioris illi errores satis magni essent, sed minui possent, deveniendo ad latus $H F$ a basi Ariminensi

Contrario me-
thodus pro erro-
rum summa.

errores pro quo-
vis latere: quo
pacto minuantur
Tab. 1, F. 2

O P U S C U L U M

354

aL , & ad CF a basi Romana. Verum multo magis minui debet ex eo, quod ii errores conspirare non possint, sed se invicem debeat corrigere maxima ex parte. Nimirum error ejusmodi jure timeri potest in toto meridiani tractu, qui sit ad veram ejus magnitudinem, ut est error bases ad totam basim, nempe cum, ut habetur itidem eodem opusculo, sit basis pars totius tractus vigesima, is error in toto intervallo circiter 20 passus requireret, sive minus quam 7 hexapedarum evaderet, & inedio assumpto minus quam $3\frac{1}{2}$, quod ad totum discrimen inventum inter varios gradus est fere ut nihil.

Progressus per
angulos poligoni
n. Reducio im-
media .
Tab. 1. E. 2
33 16

323. Per angulos poligoni non reductos pergimus ab altera basi ad alteram in tabula numeri 21 opusculi 2, per reductos omnia latera invenimus poligoni ad superficiem Telluris regularem reducti in tabula num. 28. Poscent ea latera etiam immediate reduci dato quovis latere & alterius extremi ex altero visi altitudine, vel depresso. Sit exemplum in latere AB figuræ 2 tab. 1, ubi A tholus D. Petri, B mons Januarius. Depressio infra horizontem puncti A visi ex B est $2^\circ, 1', 40''$ ex tabula numeri 60 opusc. 2, & altitudo B visi ex A est $1^\circ, 45', 15''$. Eorum differentia est $16', 25''$, cuius pars duodevigesima, nempe $49''$, erit juxta num. 56 ejusdem opusculi 2, refractio addenda priori, quæ remanet $2^\circ, 2', 29''$, & demanda posteriori, quæ remanet $1^\circ, 44', 26''$. Hinc in fig. 16, tab. 3 est ang. $CBA 87^\circ, 57', 31''$, $CAB 91^\circ, 44', 26''$. Eorum summâ ablatâ a 180° relinquitur $17', 53''$, qui erit angulus ACB . Sit CF æqualis CA , & utervis angularum CAF , CFA differet a recto per dimidium anguli C , sive per $8', 55''$. Erit igitur $CFA 89^\circ, 51'$ quamproxime.

Exemplū in po-
strem latere,
Discrimen relu-
ctonis immedia-
te a media.

324. Cum igitur ex tabula num. 21 opusculi 2 sit AB passuum 22954, habebitur ejus reductio, si fiat, ut sinus F , sive $89^\circ, 51'$, nempe 9999966 ad ejus differentiam a sinu B nempe $87^\circ, 57', 31''$, sive a 9993653, nimirum ad 6313, ita AB 22954 ad ejus differentiam ab AF , quæ prodit

prodit 14.49. Rursus cum DA sit circiter passuum 80 per n. 58. opusc. 2. & ex diametro Terræ assumpta n. 294 prodeat CD circiter 4270000, erit & CA circiter 4270000, ad DA 80, ut AF 22840 ad differentiam inter AF , & DE , quæ remanet o. 43, ac addita priori 14. 49, efficit differentiam inter AB , DE passuum 14. 92, sive quamproxime 15, quæ ablata ab AB 22954. 3 relinqueret DE 22939. 2. Porro eadem in tabulâ num. 28 ex angulis reductis inventa est 22935.6, minor nimirum debita per passus 3.6. Atque id ipsum Mairius opusc. 2. n. 29 expressit per illud fere, cujus discriminis causam rejecit in errores ortos ex reductione angulorum poligoni ad horizontem, & in refractionum inæqualitatem, & ejusdem discriminis rationem habuit num. 4 in determinanda magnitudine gradus, atque est illud ipsum, quod & ego innui opus. i n. 204. per illud hexapedis circiter tribus.

325. Et hoc quidem pacto fusi, quam initio mihi proposueram, non quadrantem tantummodo descripsi, & ejus usum exposui, sed in ipsas observationes ejus ope habitas inquisivi, & in earum consectaria. Illud unum hic inibi monendum supereft, positionem nostri poligoni multo accuratius definiri methodo, qua usi sumus, quam si per observationes Eclipsum investigavissimus differentiam longitudinis inter bina extrema ejusdem puncta. Poterat nimirum, omissis observationibus azimuthi Solaris Romæ, & Arimini, investigari in fig. 2, tab. i ope poligoni distantia AL , quod quidem obtineretur ductis, AD , AE , AG , AI , AL , & definita AD , per triangulum ABD , tum AE per triangulum ADE , quod remaneret datum, & ita porro. Quod si præterea ope cuiuspiam eclipseos observaretur differentia longitudinum inter A , & L , innotesceret in triangulo sphærico terminato ad n , & L , & polum angulus ad n rectus, angulus in polo; & arcus inter L , & polum complementum latitudinis loci L , adeoque, & arcus Ln , per quem, & per distantiam LA innotesceret facile etiam An .

Eclipsum usus
ad longitudinum
differentiam pro
reductione poli-
goni.
Tab. i. Fig. 2

Ex his inutilis.

326. Sed ea methodus est maxime fallax. Nam error secundorum in tempore ecclipteos, secum trahit errorum unius minuti circuli paralleli, qui distantiam L° in parallelo montis Luri L uno circiter millari mutat, dum error secundorum in determinatione momenti, quo Sol ad datum azimuthum devenit, angulum LA° mutat multo minus, quam uno minuto, & distantiam L° minus, quam passibus 41, quod facile colligitur ex num. 302 hujus opusculi, ut adeo evidentissimum sit, observationes ecclipticum ad hoc negotium prorsus irritas, & supervacaneas omnino esse.

Quadrans pro
mappæ correctione,
& obser-
vandi ratio. Qui
propositus fuerit
ea in te scopus.

327. Expositis iis, quæ pertinent ad majoris quadrantis constructionem, & usum, ac observationes per eum habitas pro mensura gradus meridiani, supereffet dicendum aliquid de minori quadrante, & observationibus habitis per ipsum ad correctionem mappæ geographicæ. Sed in primis nihil in eo erat peculiare, quod aliqua explicatione indigeat. Habebat & is bina telescopia, alterum fixum duplex, alterum mobile cum regula, & per transversales lineas facile in eo singula minuta prima diagnoscabantur, quod ad mapparum correctionem abunde est. Ejus ope anguli eodem modo definiebantur, quo anguli poligoni ope quadrantis majoris, & eodem modo, quo ibi a tholo D. Petri Ariminum usque progressi sumus continua triangulorum serie, ita hic per universam Pontificiam ditionem perrexiimus, & urbes fere omnes, ac præcipua oppida, & multa etiam minora oppidula, ac vicos, pagosque cum poligono nostro coniunximus. De iis autem, quæ nobis proposuimus, atque præstimus, nonnulla jam in primo opusculo exposui, plura Mairius in tertio, ubi quæ a nobis præstata sunt, innuit tantummodo, quæ omissa, diligenter persequitur. Sed qui animo reputaverit, quid nobis commissum fuerit, correctio nimirum Geographicæ mappæ, non efformatio topographicæ, quæ ad communes pertinet Agrimensores; si ea omnia

nia diligenter perpenderit ; videbit sane , nostro nos munere non infeliciter functos esse .

328. De methodis quibusdam subsidariis , quæ in ea re adhibitæ a nobis sunt , vel quæ adhiberi possunt in ejusmodi provincia , adessent dicenda aliqua , quæ tam omnia prætermitto , cum hoc caput , quod contractius speraveram futurum esse , & mihi animo proposueram , jam plus æquo excreverit . Innuam hoc in genere tantummodo unum , atque alterum .

329. In primis Mairius opusculo 3 a num. 17 docet , quo pacto definiri possit positio loci , ex quo videantur tria loca jam cognita , licet ille locus prior ex nullo eorum conspectus sit . Præter calculum multo facilius per constructionem id problema solvit , cuius constructionis usus in costructione mapparum summus esse potest ; possunt enim ejus etiam ope evitari facile errores omnes , qui sub sensum cadant . Quoniam innotescunt illa tria loca , quæ inde conspecta sunt , si medium connectatur cum extremis , & super eas binas rectas describantur bina segmenta circuli , quæ contineant angulos sub quibus e loco observationis visæ sunt illæ rectæ eadem ; in ipso concursu eorum segmentorum peripheria erit locus observationis , qui idcirco innotescet in ipsa constructione , ex qua facile transferri potest in mappam .

330. Ea methodus summo est usui , ubi observatio initituitur e monte aliquo , in quo nullus sit certus lines , nulla certa arbor reliquis multo insignior , in quam aliis e locis collineare liceat . Tum enim hac methodo definiri potest locus ipse , in quo observatio instituitur , ac ex eo ductæ rectæ lineæ ad loca inde visa , unam ipsorum locorum directionem exhibebunt , qua conjuncta cum alia aliqua ex alio loco quopiam cognito ducta ad eundem locum determinabitur locus ipse .

331. Communis locorum determinatio conformis progressui poligoni est , cum locus adhuc ignotus cernitur e binis locis cognitis , ex quibus determinantur rectæ

Omissa hic multi
ta , que eo per-
tinent .

Determinatio
loci incogniti
per tria cogniti
ta ex eo obser-
vata .

Determinatio
positus loci visi
e binis cognitis .

recte per ipsa illa loca transeuntes. Ibi etiam construc-
ctio est expeditior, calculus autem numericus accuratior
multo: nec difficile est positionem ad meridianam linea-
am definire ex binis ejusmodi observationibus, sive quæ-
ratur distantia a data quapiam meridiana linea accurata,
quod longitudinis differentiam exhibet, sive quæratur
punctum meridianæ ipsius linea, e regione cuius ea lo-
ca sita sunt, & cui respondent, quod determinat dif-
ferentiam latitudinis ejus loci ab aliis cognitis. Id qui-
dem præstari potest eadē methodo, qua in poligono sin-
gula puncta referuntur ex angulis cognitis ad lineam me-
ridianam, & reductio angulorum ad planum horizonta-
le, si satis exigua sit vel altitudo objectorum, vel saltem
altitudinis inæqualitas, omitti potest, quæ nimirum an-
gulos, ut in poligono, secundis aliquot mutat, raro ad-
modum aliquot minutis, aut gradibus.

Supplementum
directionis ejus-
modi per acum
magneticam fal-
lax.

332. Hujusmodi directionis defectum supplere licet
variis methodis. Supplere solent communiter ope acus
magneticæ, quæ gradus indicet, & minuta, quibus di-
rectio unius loci ab alterius directione quantum decli-
net, definiatur. Verum communibus Agrimensoribus ea
quidem methodus sæpe imponit plurimum. Nam acus
magneticæ declinatio mutatur non annis tantummodo
procedentibus, & mensibus, sed & in dies singulos quan-
doque, & in horas. Sæpe enim intra eundem diem di-
rectio mutatur acus magneticæ per plura minuta, quod
quidem observationem turbat, & erroneam determina-
tionem reddit potissimum, ubi nonnisi post longum in-
tervallum temporis aliud latus definitur post aliud. Id
circo autem nos ab acus magneticæ usu abstinimus, &
semper illud curavimus, ut rectas lineas quadrantis ope
dirigeremus e binis locis ad eundem locum determinan-
dum.

Aliud tutius per
Solis occasum,
vel umbram ho-
ra data.

333. Sed aliud sæpe habuimus supplementum bino-
rum locorum, ex quibus observatio instituta sit, ut ni-
mirum, ubi vel in Solis occasu; vel data quapiam hora,
qua

qua azimuthus Solis est cognitus, ex loco, cuius determinatio requiritur, definitur angulus, quem cum recta ad Solem tendente, vel ad partem Soli oppositam denotatam ab umbra, continet recta tendens ad locum aliquem jam cognitum. Statim enim inde eruitur etiam angulus positionis objecti jam cogniti visi ab incognito, quæ exhibet methodo exposita num. 277. angulum positionis loci quæsiti spectati e cognito, adeoque lineam rectam a loco cognito eo tendentem, cuiusmodi binæ rectæ, ubi se intersecant, ibi ipsius loci positionem determinant.

334. Sæpe alterius loci, ex quo locus determinandus videri deberet, vices supplet locus jam cognitus visus a loco incognito. Si enim concipiatur triangulum, quod efformant bina loca cognita, & unus locus positionis non-dum cognitæ, & obseruetur angulus habens verticem in altero e locis cognitis, tum alter angulus ipsum habens in loco incognito, jam habebitur, & tertius in altero loco jam cognito, & ejus ope secunda directio, cuius intersectio cum priore loci situm determinat. Hoc sane pacto vertex montis utcumque asperi, & inaccessi summo usui esse potest, tanquam si ex ipso inaccesso illo monte observatio institueretur, gyrando nimirum circa ipsum, & conjungendo alia loca post alia cum ipso, & cum aliquo præcedentium aliquo conjungendo.

Aliud pro alterius directionis defectu, per loca cognita observata e loco quæsumto.

335. Sæpe autem, ubi ingens montium jugum binas regiones ampliores etiam a se invicem dirimit, ut Mari-timam oram Latii a Campania editissimum, & asperum dirimit jugum; licet binas feligere cuspides ex utroque loco conspicuas, tum bina loca ex altera ejus parte cum binis illis verticibus conjungere per observationes in ipsis locis institutas, ac itidem alia bina jacentia ex parte altera, quibus præstis, etiam priora bina respectu posteriorum binorum facile connectuntur; ac multa alia ejusmodi compendia usus ipse suppeditat. Sed hæc innuisse sit satis.

Aliud per a loca inaccessis visa hic a binis locis jam determinatis inde a binis determinandis.

C A P U T III.

De instrumentis, quæ pertinent ad mensuram basis.

Argumentū hu-
ius capitū. **A** Gam hoc capite de apparatu, & usū institu-
torum, quæ pertinent ad mensuram ba-
sis. Ea plura quidem sunt, sed multo breviorē tracta-
tionē requirunt. Multa, quæ ad hæc ipsa instrumenta
pertinent, & ad eorum usum, ac observationes eorum
ope habitas fusius aliquanto exposui opusculo 1 a n. 110.
Hic eorum, quæ schematis indigent, schemata ipsa pro-
ponam, & quæ notatu digna erunt diligenter, ut in su-
perioribus etiam binis capitibus præstiti, explicabo.

Tripodum de-
scriptio.
Tab. 3, F. 17 337. Primo quidem figura 17 tab. 3 (quem ipsum
numerum bis apposui in initio, & fine longissimi sche-
matis) exhibet tripodes, & tigilla in basi dimetienda
adhibita. Tripodum, quæ opusculo 1 memoravimus,
num. III, constructio per se patet. Regula in primo
tripode crassior quadrata *CD* transit per bina quadrata,
& sibi fere æqualia foramina *A*, & *B* in binis mensis ho-
rizontalibus excavata per quæ liberè possit excurrere, &
elevari, vel deprimi, ut libet. Ea sustinet in *E* men-
sam horizontalem *Ee*. Adebet in *A* ad latus ferrea co-
chlea, qua regula quadrata illa *CD* apprimi possit ad la-
tus oppositum foraminis *A*, & concludi inter id la-
tus, ac cochleam, quæ, ut appressa maneret immo-
ta, præstabatur a foraminis *B* lateribus, quam nimirum
ob causam binæ illæ tabulæ horizontales paratæ sunt in
basi ipsa, ut nimirum major firmitas haberetur in regu-
lâ, & impositâ mensâ, debitam semel positionem ade-
ptis.

Mensæ partiū
corundem. 338. Mensæ *Ee*, quam regula sustinet latus alte-
rum est circiter pedis unius, alterum aliquanto bre-
vius, mensæ ipsius crassitudo unius circiter pollicis. Al-
titudo regulæ *CD* eadem, ac tripodis totius pedum cir-
citer

citer trium ; distantia *AB* dimidii pedis , ut nimirum mensa *Ee* supra planum *B* elevari possit plus , quam per pedes duos , & adhuc adstringi in *A* , ea autem elevata , posset nostrum uterque , vel alter altior tigilli impositi superiorem superficiem videre ; crassitudo aliquanto binis pollicibus major ; sed eae mensuræ arbitrariæ sunt . Imi pedes cuspidem habent ferream longiorem , quod in maris littore potissimum est opportunum , ut facilius premendo pedem quempiam , ea cuspide in arenam immissa magis , mensa *Ee* ad planum horizontale redigatur . Id vero extra littus facile præstabatur in basi Romana , ubi saxosum occurreret solum , cuneo cuspidi supposito magis , vel minus procul ab acie sua , ut ad rem eset opportunum .

339. *FG* est unum e tigillis , de quibus opusculo 1 n. 110. Tigilli altitudo pollicum fere 3, crassitudo duuum , longitudo palmorum 27. Quatuor lamellæ ex aurichalcho , quas ibidem innui , sunt *F*, *H*, *I*, *G*. In mediis *I*, & *H* aderant foraminula tenuissima , quæ a se invicem , & a lamellarum *F*, *G* extremitis punctis distabant intervallo palmarum 9. Constitueramus initio ita tigilla admovere ad se invicem , ut se capita *G* , & *F* contingerent ad *C*. Verum illud constituit in primo tentamine domi habitu , plurimum temporis insumi in admovendis tigillis ita levi manu usque ad contactum , ut nullus in altero tigillo motus timeri posset . Hinc in ipsis lamellis *G* , & *F* puncta notavimus , & ab iis in lamellas *H*, *I* transtulimus intervalla eadem palmorum 9. Intervallum autem binorum ejusmodi punctorum pluribus vicibus diligentissime dimensi sumus , lente etiam adhibita , ut de eorum magnitudine nullum superefesse dubium posset , ne tenuissimæ quidem particulæ , quæ sub sensu caderet .

340. Collocatis tigillis cum ea diligentia , quam fuse exposui opusculo 1 num. 112 , ut nimirum jacerent in directione basis , & in plano horizontali (quod quidem posterius cuneis capiti anteriori *F* suppositis , si opus es-

set, facilius præstabatur, ut ibi innui) circino habente cuspides tenuissimas capiebamus intervallum inter puncta lamellarum *G*, & *F*, quod in minutissimam transferebamus scalam, ac ex eo detrahebamus intervalla binorum punctorum lamellæ *I*, & binorum lamellæ *H*', quæ in eadem scala definita fuerant, quæ nimirum intervalla erant complementa intervallorum inter punctum exterius lamellæ *I*, & punctum lamellæ *G*, & inter punctum itidem exterius lamellæ *H*', & punctum lamellæ *F*', quo quidem pacto tres erant summae eorum intervallorum detrahendæ ab intervallo *GF*, pro tribus combinationibus terrorum tigillorum, quorum alterius idem anterius caput semper cum eodem alterius posteriore capite combinabatur. Residuum autem referebamus in eam tabellam, cuius mentionem feci ibi n. 116. Hujusmodi residua omnia erant excessus intervalli *IH* supra binas mensuras palmarum 9, & eorum omnium excessuum summa toti mensuræ basis collectæ ex omni mensurarum numero addenda fuit in fine dimensionis.

Nota pro tigillorum intervallis.

341. Qui adducat tigilla ad se invicem, evitabit laborem conscribendi tot numeros, & subducendi summas, & id quidem omnino præstare debet, qui soleat in numeris conscribendis errare, sed is ne se ad hujusmodi observations accingat, quæ plurimos sane requirunt numeros. Nos autem id maxime cavimus, ne quis eo error vel in conscribendo, vel in summando subreperet. Qui autem hæc intervalla notare velit, & se citius a molestissimo baseos dimetiendæ labore expedire, is potius tigilla nonnihil longiora paret, ut punctis in *G*, & *H* non geminatis, nec adhibita correctione illa, habeat in singulis lamellis singula puncta notata ad eandem distantiam. Nam distantia quidem inter puncta tenuia in superficie lamellæ superiori notata multo evidentius, & expeditius per tenues circini cuspides desumuntur, quam intervalla inter extrema lamellarum desinentium puncta. Id quidem experti sumus sepe, & idcirco illa puncta notavimus

mus in lamellis *G*, & *F*, ac eorum intervalla defumpli-
mus, non vero hiatum inter postremas lamellas. Nec
vero lamellis jam infixis ita, ut extremum lamellæ *G* a
puncto medio lamellæ *I* distaret per 9 palmorum inter-
vallum accuratum, licuit jam nobis hujusmodi puncta
notare in lamellis *G*, & *F* in ea distantia a punctis la-
mellarum *I*, & *H*.

342. Ubi solum inæquale esset, adhuc mensæ *Ee*, ^{Quid, ubi solum}
E'e, *E''e''* erant in eodem plano horizontali, intervallis
nimirum *CB* inæqualibus ita, ut mensa ipsa eo ibi magis
elevaretur respectu tripodis, quo solum humilius esset,
ut in ipso schemate, ubi solum ad dexteram descendit,
magis elevatur in tertio tripode, quam in secundo, &
in hoc magis, quam in primo. Ubi autem solum humilius
esset, quam regula illa mensam sustinens ferre posset,
ibi caput tigilli, ut *I*, non mediæ mensæ imponebatur,
sed ultra eam procuriebat, ut exhibet ipsum schema.
Tum vero alterius tripodis mensa *N* multo minus eleva-
batur, & sequentis tigilli caput *L* collocabatur inferius.
Suspendebatur autem pondusculum *K* filo tenuissi-
mo *IL*, quod in *I* perraderet lamellam in capite poste-
riore tigilli prioris, & adducebatur tigillum recens ad
filum *I*, ut ipsum contingeret, quo casu in tabella scribe-
batur o, vel potius ad molestiam evitandam adducendi
ita, ut tantummodo contingeret, capiebatur distantia
puncti prope *L* notati in lamella a filii *L* latere priori tri-
podi propiore, ut etiam filii crassitudo illa tenuissima in-
cludcretur, & excessus intervalli ita inventi supra distantiam
punctorum in lamella *Z* notatorum consignabatur
in tabella. Ubi autem solum e contrario assurget, no-
vi tripodis mensa elevabatur, tanquam si in eodem sche-
mate pergeretur a leva ad dexteram.

343. Quo pacto & directionem, & horizontalem
positionem obtinuerimus, id quidem accurate expositum
est opusculo primo, agendum hic superest de erroribus,
qui ex iis neglectis oriri possent. Sed prius dicam, quod

Tigillorum con-
tradiciones, &
producciones mu-
tata celo.

pertinet ad rectificationem tigillorum , & primo quidem longitudinis mensurarum terminatarum inter lamellas , quarum singulæ 9 palmos æquabant , & quarum ternæ singulis continebantur . Initio quidem curavimus , ut singula intervalla æquarentur novem palmis Romanis , quos e Capitolino lapideo modulo palmorum decem defumpsimus , ut monui opusculo primo , & in ferrea virga crastiore ad eam distantiam notavimus bina tenuissima puncta , quam virgam nobiscum habebamus semper cum sibi proximo thermometro Reaumuriano . Interea calor , vel frigus , & humor intervalla illa mutabant , cum tigilla e ligno essent , utut vetustissimo , quod quidem etiam diu navigaverat adhibitum pro malo , & ego quidem ægrè admodum adducor , ut credam , esse ligna , quæ nec calore , nec humore mutationem ullam acquirant . Quamobrem singulis diebus ter , vel etiam quater explorabamus tigillorum statum .

*Quo modo defini-
nisi possent a-
llii instrumentis*

344. Circinum habebamus eum , quem fidelem hic dicunt , qui nimirum virga constat , & binis cuspidibus , altera mobili . Si habuisset hic circinus cochleam , qua mobilis cuspis promoveretur , cum indice , qui motum definiret , hæc observatio fuisset admodum facilis . Dispositis cuspidibus ita , ut earum distantia æquaretur distantia punctorum notatorum in virga illa ferrea , & cuspede immota applicata ad alterum e punctis extremis intervalli *FH* , vel *HI* , vel *IG* , motu cochleari adducenda erat cuspis altera ad alterum eorundem punctorum , & motus indicis differentiam prodidisset . Quod si in virga ipsa ferrea adfuisset hinc , & inde ab altero eorundem punctorum scala cum transversalibus rectis , potuisset quodvis ex intervallis tigilli cuiusvis assumi eo circino , & in regulam transferri , ac ope ejus scalæ notari discri- men . At quoniam nec circinum habuimus cum ejusmodi cochlea , & indice , nec ejusmodi scalam in virga , ego eam rectificationem alio quodam modo disposui , quo & nihilo minus expedita , & itidem nihilo minus accurata evaderet .

345. Referat in fig. 18. TV lamellam, & sint HI puncta eadem, ac in fig. 17. Centro I intervallo IH descripsi in lamella arcum RQ . Tum circini cuspide in medio eo arcu stante in H , assumpsi punctum i altera cuspide, quod dato intervallo distabat ab I , & centro i descripsi eadem apertura arcum rHq . Id autem praestiti circa aliarum etiam lamellarum puncta. Jam vero capiebamus circino eodem intervallum 9 palmorum e virga illa ferrea, quod quidem semel assumptum diu perstebat, cum & virga mensuram continens, & circinus essent ex eodem metallo, ut æque a calore immutaretur utrumque: tum altera ejus cuspide applicata ad alterum extremum intervalli explorandi, ut ad I , si intervallum illud nihil fuerat immutatum, cuspis altera debebat terminari ad quodvis punctum arcus RHQ . Sin id fuisset contractum, vel productum debebat ea cuspis procurrere nonnihil ultra eum arcum, vel contineri citra ita, ut ea cuspis circumducta circa centrum I appelleret ad aliquod punctum s , vel s' arcus rHq ad partes easdem, ad quas est i , vel ad opitas. Definiebatur autem intervallum hs ope circini, & scalæ tenuis, ac ex eo facile deducebatur decrementum, vel incrementum intervalli IH sequenti methodo.

346. In primis si recta Is , vel Is' occurrat arcui RHQ in S , vel S' , decrementum, vel incrementum ejus intervalli erit Ss , vel $S's'$. Porro tangentes arcuum RHQ , rHq perpendiculares radiis HI , Hi debent ad se invicem inclinari æquè, ac ii radii. Quoniam autem chordæ arcuum HS , Hs , vel HS' , Hs' parum admodum inter se differunt, ex cum tangentibus eosdem continebunt angulos, & proinde & ipsæ ad se invicem æque inclinabuntur, ac ipsæ tangentes, sive æque, ac radii. Quare anguli SHs , $S'Hs'$ poterunt haberi pro æqualibus angulo IHi , ac triangula SHs , $S'Hs'$ pro similibus triangulo isoscelio IHi . Erit igitur IH ad Is , ut Hs vel Hs' ad Ss , vel $S's'$. Inde autem fit primo, ut datis prioribus tribus terminis, detur & quartus ille quæsusitus: secundo, ut assum-

Mensura ipsarum
accurata, unde
habita.

pta *Ii* admodum exigua respectu *HI*, etiam quæsita *Ss*, vel *S's*' fit admodum exigua respectu *Hs*, vel *H's*', adeoque minimarum mutationum maxima habeatur scala: tertio ut constantibus *HI*, & *Ii*, remaneat *Ss*, vel *S's* in ratione simplici *Hs*, vel *H's*'; adeoque inventa *Ss*, vel *S's*' pro data quadam distantia ab *H*, facile inveniatur pro alia quavis, & construi possit tabella, quæ pro ea distantia id intervallum determinet. Id ipsum nos quidem præstimus, & eo pacto admodum facile, & cito omnium 9 intervallorum statum cognoscemus, ut quid addi deberet ex eo capite, quid toti mensuræ dem, constaret.

Contractio alia-
rum partium e-
jusdem tigilli da-
lia dilataban-
tur.

347. Hic autem accidit illud, quod opusculo i exposui num. 156, ut quandoque ejusdem tigilli pars aliqua eodem tempore produceretur, dum alia contraheretur. Sit exemplum in nostris observationibus ejusmodi productionum, & contractionum diei Dec: 15 in basi Ariminensi. Eas hic indicabo numeris experimentibus distantias *Hs* vel *H's* proportionales contractionibus ipsis, vel productionibus ita, ut numeri quidem positivi has, negativi exprimant illas: Ipsæ autem distantiae ex tenui quadam scala desumptæ sunt. In prima primi tigilli rectificatione inventa sunt tria ejus intervalla $\frac{1}{4}$, 0, $\frac{1}{4}$; in secunda 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$. Huc usque omnia decreverant, quanquam tertium prioribus minus; at in tertia habetur $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$. En primum intervallum contra crescit, secundum decrescit adhuc magis, tertium manet. In secundo autem tigillo in prima habetur $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, in secunda $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 0 in tertia $\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{4}$. Prius quidem omnia intervalla decreverunt, sed admodum inæqualiter, deinde vero priora duo decreverunt, sed itidem admodum inæqualiter, tertium autem eodem tempore crevit plurimum, & id quidem in tertio quoque tigillo eo die accidit, ut & aliis diebus sæpe in pluribus tigillorum intervallis.

348. Agendum jam de rectificatione curvaturæ tigillorum ipsorum. Ad eam cognoscendam tendebamus filum ab F ad G in fig. 17, & notabamus punctorum *H*, *I*, *J* & *K* distantias horizontales a plano verticali transeunte per tigillum, & distantias verticales fili a plano tigilli. Sint in fig. 19 puncta *F*, *H*, *I*, *G* eadem ac in fig. 17, & referat *FG* filum tensum, cui in incurvata superficie tigilli ad perpendicularum subsint puncta *T*, *V*, & inde horizontaliter distent puncta *HI*. Imposita horizontaliter scala quadam superficie superiori tigilli, & oculo elevato alte supra filum in *O*, notabamus intervallum horizontale *HT*, tum eâdem scala ad perpendicularum erectâ notabamus distantiam fili *Th* a superficie ipsa. Eodem autem pacto definiebamus & *IV*, *iV*. Inde autem deducemus excessum rectarum *FT*, *TV*, *VG* supra *Fh*, *hi*, *iG*, & rectarum *FH*, *HI*, *IG*, supra *FT*, *TV*, *VG* hoc pacto.

349. In primis habetur hujusmodi theorema, quod pertinet ad elementa Geometriae infinitesimorum, & in exiguis etiam finitis quantitatibus tuto adhibetur, nimurum: *In quovis triangulo rectangulo, in quo unus angulus est infinitesimus, differentia basis a latere illi angulo adjacentem habetur, dividendo quadratum lateris illi oppositi per duplam basim.* Demonstratur id facile in fig. 20. Si enim in triangulo *FTh* angulus ad *T* sit rectus infinitesimus, vel per quam exiguus, & circulus centro *F*, radio *Fh* occurrat lateri *FT* in *X*, & α ; erit *TX* differentia basis *Fh*, seu *FX* a latere *FT*, & erit αT ad *Th*, ut hæc ad *TX*. Quare *TX* habebitur dividendo quadratum *Th* per αT , sive æquipollenter, vel proximè per αX duplam *TX*, sive *Th*.

350. Posito hoc theoremate ad habendam differentiam inter *FT*, & *Fh* satis est quadratum *Th* dividere per duplam *FT* sive proximè per duplam *FH*, nimurum in casu nostro per palmos 18. Eodem pacto ad habendam differentiam *FH* ab *FT*, satis est quadratum *HT* per αT .

Rectificatio curvaturæ tigillorum.
Tab. 3, Fig. 17
19

Theorema generale solutionis
instructivens.

Eius usus pro
correctione ad
hibenda.

eandem quantitatem dividere , & eodem pacto quadrata VI , Vi divisa per palmos 18 exhibent differentiam GV a Gi , & GI a GV , ac si rectæ ipfis HI , bi parallelæ ductæ ex T occurrant rectis Vi , VI in b , a , ut sit va differentia ipsarum vi , Th , & Vb differentia , ut figura exhibet , vel summa VI , TH , prout jacuerint ad eandem partem , vel ad oppositas ; ipsarum Va , Vb quadrata eodem pacto divisa exhibent differentiam TVa Ta , sive hi , & Tb , sive HI a TV .

Correlationum summa , methodus alia facilior , cur minus a- gta.

351. Satis est igitur summam quadratorum omnium TH , Tb , VI , Vi , Vb , Va ad omnia tigilla pertinencium dividere per palmos 18 , ut habeatur omnium simul tigillorum contractio orta ex curvatura . Satius autem est tabellam construere pro contractione respondentे diversis magnitudinibus lineolarum TH , Th &c , quæ facile construitur , inveniendo tertiam proportionalem post palmos 18 , & determinatam mensuram quamvis maiorem maxima , quæ timeri possit , tum pro reliquis id minuendo in duplicata ratione ipsarum linearum . Et id quidem nos præstitimus . Duplo autem facilior evasisset res pro intervallis FH , GI si immediate determinata fuisse distantia punctorum H , L a filo FG , & utriusque distantie quadratum per palmos 18 fuisse divisum Si enim ea perpendiculara terminarentur ad quædam puncta b , i , triangula FbH , Gil essent ipsa quoque rectangula . Verum pro intervallo HI ea methodus rem non perfecisset , quia non jacentibus Hb , Ii in eodem plano , sed potissimum ubi H , I jaceant ad partes oppositas , earum directionibus plurimum a se invicem discrepantibus , recta ex H parallela bi non occurisset ipsi li .

Quanti exite- rint hi omnes ef- fectus simul.

352. Porro prioris rectificationis effectus medijs trihuebatur mensuris inter utramque habitis , & prior quidem admodum varius singulis etiam diebus fuit , ac aliquanto major , posterior magis constans , & minor . In Aribinenfis basis priore mensurâ summa omnium contractionum

ctionum addenda vix palmum excescit ; summa productionum demenda superavit non nihil palmum cum triente . In mensura posteriori summa contractionum fuit tantillo etiam major binis palmis , sine productione . Effectus secundæ rectificationis in Ariminensis basis mensurâ utrâque dimidium palmum excessit non nihil , in priore quidem partium ejusdem centesimalium fuit 51 , in posteriore 57 , quæ correctio demenda est e numero invento , cum modulus brevior justo exhibeat justo majorem numerum mensurarum in dato intervallo .

353. Prioris rectificationis habita est ratio etiam in Romana basi , sed posteriori negleximus , quam nimis exiguum fore censemus , ut est revera , cum dimidius palmus , qui Arimini prodiit , gradum minus , quam decuplo longiorem basi , minus mutet , quam palmis 5 , five minus , quam $\frac{2}{7}$ unius hexapedæ . Fuit autem aliqua curvatura etiam ibi , sed sane perquam exigua .

354. Adeo & alia correctio ob caloris gradum diversum diversis anni diebus , quæ multo majorem effectum præstat , quam curvatura , vel productio , & contractio tigillorum . Calore enim dilatatur , frigore contrahitur virga illa , cum qua comparantur tigillorum intervalla . Inde autem fit , ut numerus mensurarum ad eandem ferram virgam : exactarum minor , vel major inveniri debet in eadem basi , prout calor fuerit major , vel minor . Optimum autem factu est assumere certum caloris gradum , ut in Reaumuriano thermometro gradum 14 qui & ad temperiem quandam pertinet , & is est , quem Cassinus de Thury invenit fere semper , cum ad eruendos Galliæ gradus eandem præcipuam basim quinques dimensu est , summo mensurarum consensu , & cui fere æqualis esse solet circa Quitensem urbem , ubi alteram e suis basibus Bouguerius , & Condaminius dimensi sunt . Porro correctio quædam respondens differentiæ graduum a numero 14 addenda erit , vel subtrahenda , prout gradus fuerit major , vel minor , quam 14 .

Rectificationis
alterius ratio
habita in utra-
que basi , alter-
ius neglecta in
basi Romana .

De erroribus ex
virga contrac-
tione & dilata-
tione orbis .

Quoniam sit ca-
loris & frigoris
effectus in virga
prædicta.

355. Jam vero Condaminius ipse ingeniosissima fa-
ne , & accuratissima methodo determininavit effectum ca-
loris in ferrea virga , quæ unius hexapedæ longitudinem
habeat , eandem suspendendo , & observando numerum
oscillationum intervallo unius diei respondentem diver-
sis gradibus Reaumuriani thermometri , unde facile de-
ducitur descensus centri oscillationis , & productio to-
tius hexapedæ . Invenit autem respondere singulis gra-
dibus thermometri $\frac{1}{7}$ lineæ , sive cum hexapeda conti-
neat lineas 6×144 , sive 864 , respondere $\frac{1}{7 \times 864}$, sive
 $\frac{1}{5184}$ totius . Hinc si sumatur numerus graduū me-
dius inter binos observatos eodem die , & fiat , ut 75168
ad eum graduum numerum , ita numerus mensurarum cu-
juscumque generis adhibitarum inventus eo temporis in-
tervallo ad quartum , habebitur correctio : toti mensura-
rum numero addenda , vel demenda , prout fuerint gra-
dus pauciores , vel plures quam 14 . Nos in nostra basi
Romana habuimus verno tempore fere semper gradus
plures , quam 14 , & medius gradus fuit 17 in Arimi-
nensi in ipsa hyeme semper pauciores multo , & gradus
medius fuit 5 , atque hic quidem ita constans , ut vix un-
quam binis hinc , & inde ab eo gradibus discessum sit .
Summa correctionum basi Romanae debitaram additiva
vix quidquam excessit palmos 2 , debita autem Arimi-
nensi negativa vix quidquam palmos 6 .

Examen erro-
rum , qui com-
mitti posse in hujsmodi basium dimensione , per hæc instru-
menta . In primis autem notandum illud , in prima basi
Romana nos invenisse post correctiones omnes pass. 8034.
67 , in secunda Ariminensi passus 7901. 14 , adhibitis in
priore mensuris constantibus e ternis tigillis , sive e 9 in-
tervallis 9 palmorum 656. $\frac{2}{7}$, in secunda 646. $\frac{5}{7}$, nimi-
rum utrobique minus , quam bis mille tigillis . Porro
error aliquis timeri potest in primis ex illa rectificatione
longitudinis , & directionis . Sed is est perquam exiguis ,
cum definiatur ea rectificatio non immediate , sed per
par-

partes multo , ac multo majores , in quibus error exiguus , qui observationem effugiat , tanto minorem errorem secum trahit , ut facile sit demonstrare totam eorum collectionem in toto intervallo fere omnino insensibilem esse . Minimus itidem error timeri potest in correctione calori debita , cum tota correctio exigua sit , & facile observetur caloris gradus . Accedit , quod errores ii in partes oppositas agentes se mutuo debent corrigere , adeoque in immensum adhuc magis decrescit eorum summa .

357. Ex notatione intervallorum inter puncta notata in laminis extremis tigillorum timeri possit error , qui colligeretur e summa errorum in singulis admissorum . Porro in singulis per circini cuspides satis acutas , & scalam satis tenuem , ac distinctam , facile evitatur error unius ducentesimæ partis unciae , & multo magis bis millesimæ palmi . Sunt autem in eo tigillorum numero ejusmodi intervalla minus , quam bis mille , tot scilicet , quot tigilla , uno dempto . Quare licet etiam omnes errores conspirarent , evitari facile possit error unius palmi . Cum vero , & hi errores æque in utramque partem committi possint , debent omnino se maxima ex parte corrigere , ut idcirco nullus inde satis sensibilis error timeri possit .

358. Ubi pendulum adhibetur vel ad elevanda , & deprimenda tigilla , vel ad abrumpendum , & resumendum opus , vento flante , errores aliqui timeri possunt . Sed & eorum singuli , diligentia adhibita , & patientia , plurimum minuantur , & pauci admodum numero sunt , ac se invicem corrigunt maxima ex parte . Ego quidem ei errorum fonti ne unum quidem digitum in tota basi tribuerim .

359. Error , qui magis timendus videtur esse , est is , qui oritur ex prava collocatione tigillorum , sive ea non collocentur in plano horizontali , sive non in directum . Nam errores inde orti , omnes in candem partem agunt , augentes mensurarum numerum , cum nimirum tigillum inclinatum ad basim rectilineam longius sit semper illo segmento ipsius basis , quod ei respondet . Videamus igitur ,

tur, quantus is error in singulis observationibus esse possit. Sit in fig. 20 tigillum oblique collocatum *Fh*, & distantia a recta positione *bT*. Erit *TX* etiam hic, ut supra num. 349 tercia post *xT* duplam ad sensum ipsius *Tb*, & hanc distantiam *Tb*. Porro in quovis tigillo cum sint palmi 27, erunt unciae 324. Jam vero tercia unciae pars ejusmodi est, ut in positione tigilli debeat omnino sensibilis esse, adeoque si fiat, ut 648 duplus earum unciarum numerus ad $\frac{1}{2}$, ita $\frac{1}{2}$, ad errorem, prodit $\frac{1}{2}$ unciae. Positiones tigillorum sunt minus, quam 2000, & cum in singulis positionibus duplex committi error possit, errores comittuntur minus, quam 4000. Quare eorum summa minor erit uno palmo, que igitur balum erroneam reddere poterit minus, quam per unum palmum, & mensuram gradus minus, quam decuplam basis ipsius, minus, quam 10 palmis, & vero etiam minus, quam una hexapeda.

*Is error gradum
cō-racheret. Cur
tentus in men-
suris confensus.* 360. Constat igitur & hunc errorem esse admodum exiguum. Accedit, quod hic error mensuram producit intervalli ad gradum determinandum adhibiti, quo cor-recto adhuc noster gradus minueretur nonnihil, qui quidem jam minor est per se Cassiniano in Australi Gallia definito in eadem latitudine. Et quidem illud in primis congruit cum iis, quæ diximus opusculo 1 num. 157 conensem binarum ejusdem baseos dimensionum extitisse, admirabilem sanè iis omnibus, qui ea non perpendiculariter, quæ diximus. Nam postremus hic quidem error utramque producit basim, reliqui, quorum mentionem fecimus, iis omisis, qui ex oscitantia nimia orientur, possunt alterius basis mensuram augere, alterius minuere, sed ita parum, ut vix ullum discrimen inveniri debeat ab Observatore satis diligenti.

*Quid in inter-
vallo interjecti
fluvii in basi A-
rimicensi.* 361. Est alius duplex erroris fons in nostra basi Arimicensi, qui cum æque utramque mensuram afficiat, eam diffensu deprehendi non posset, licet esset utcumque magnus. Primus repeti potest a flumine interjecto, cuius ego mentionem feci opusculo 1 num. 155, & Mai-rius

rius opusculo 2 num. 18. Id quidem intervallum immediate metiri non potuimus, sed determinavimus operis trianguli fere æquialteri, cuius angulos dimensi sumus, & latus unum, quæsito intervallo fere æquale. In latere dimetiendo idem error committi potuit, qui potuisset, si ipsum intervallum immediate observavissimus. In angulis trianguli error omnino committi non potuit, qui dimidium pollicem, immo nec qui multo minorem pollicis partem secum trahat in intervallo definiendo. Nam in tanta vicinia exiguo ipso minoris quadrantis telescopio magnitudo dimidii pollicis apparebat immanis fane, & summam in eo adhibuimus curam, ut centrum, circa quod regula mobilis convertitur, accurate collocaretur supra initium, & finem lateris, quod assumpseramus, & mensi fueramus ad ipsum intervallum deducendum.

362. Porro mensuram ejusmodi diligenter instituimus in ipso itu, angulis sèpius captis cum summo confessu, & signa reliquimus defossa altius, quæ in reditu illæsa invenimus; prioribus tum etiam illis determinationibus usi utrobique.

363. Alter erroris fons videri posset flexus illæ nostræ baseos, de quo & ego in opusculo 1 egi num. 155, & Mairius in opusculo 2 num. 18, quem quidem flexum exprimit tabulæ 1 figura 1. At ne is quidem ejusmodi esse potuit, ut ejus ratio habenda sit. Nam in primis angulum *A*, & *C* majori quadrante diligentissime definitivimus. Exixeramus autem tres trabes in punctis *A*, *B*, *C* prorsus ad perpendicularum, & iis imposueramus latiores transversas verticales tabellas calce illitas, in quarum medium collineabatur, notabaturque diligenter distantia, & positio centri quadrantis respectu punctorum *A*, & *C*, ad correctiunculam adhibendam. Invenimus autem eos angulos aperte respondentes lateribus *BC*, *AB* mensura actuali definitis, quibus nimurum eorum sinus proportionales sunt, & factis, ut radius ad cosinum anguli *B*, vel *C*, ita *AB*, vel *BC* ad *AD*, vel *CD*.

Cura in eo intervallu determinando.

*Quid ex flexus.
sive angulo basi Ariminiensis.
Tab. 1, Fo. 8*

Is error ad sensum nullus posito etiam non ex quo errore anguli .

364. Concipiamus jam in angulis *BAD* commissum fuisse errorem maximum quendam 20 etiam secundorum, cuiusmodi omnino esse non potuit. Segmentum *AD* inventur factis, ut radius ad sinum anguli *ABD* ita *AB* ad *AD*. Quare stante radio, ac latere *AB*, & mutato *ABD* iisdem 20 secundis, quibus mutatur *A*, erit ex n. 317, ut tangens ipsius *ABD*, sive cotangens *A*, ad sinum secundorum 20, ita *AD* ad errorem, qui in eo segmento committi potuerit. Porro angulus *ABD* erat complementum *A*, sive 4°, 10', 45" juxta n. 18 opusc. 2, cuius cotangens minor, quam 1378206 ad eundem radium 100000, ad quem sinus 20° est 10. Quare error in eo segmento est minor quam $\frac{10}{1378206}$ totius. Id autem calculo inito inventum est eodem numero palmorum 28569. 6; Error igitur minor, quam $\frac{137696}{1378206}$, sive multo minor, quam $\frac{1}{4}$ palmi unius, & idem tere in segmento *BD* error committi potuit, qui idcirco in totam basim inducit errorem multo minorem dimidio palmo, adeoque in gradu multo minus, quam 5 palmorum, minus, quam dimidiæ hexapedæ error committi inde potest, qui quidem, errore anguli adhuc imminuto magis, adhuc magis decrescit in ratione ad sensum eadem; ac proinde fere penitus evanescit. Hinc autem omnino evidentissimum est, nihil quod sensu percipi possit ex ejusmodi flexu timeri posse, qui quidem nobis utilissimus extitit, & labore nostrum contraxit mirum in modum.

Quid ex diversa elevatione partium bases Romanæ supra horizontem.

365. In Romana basi est alias quidam errorculus, sed admodum exiguis & penitus contemnendus. Is provenit ex eo, quod non omnis ea basis in directum jacet, nec in plano horizontali, sed alibi assurgit nonnihil, alibi sublidit. Nos quidem mensi sumus basim ipsam semper in directione horizontali, quod ut fieri posset, tigillum identidem ope fili penduli collocavimus inferius, aliquando superius, & nec intervallum inter bina pendulorum fila in majore altitudine supra superficiem maris est idem, ac in minore. Is quidem error in multo etiam

etiam majore soli inæqualitate insensibilis omnino esset, in nostro casu, in quo inæqualitas ejusmodi erat per quam exigua tam exiguus esse potest, ut pro nullo penitus haberi debeat.

366. Nullus etiam censeri debet error, qui forte committi potuit in reductione basis definitæ mensura semper horizontali ad mensuram rectilineam obliquam, quæ ab uno extremo tendit in alterum. Arimini quidem ejusmodi reductio fuit omnino nulla, ubi nimirum utrumque basis extremum fuit in eodem maris litore, adeoque in eadem horizontali superficie. Romæ fuit aliqua, erat enim alterum extremum altius medio gradu. Hinc ut basis horizontaliter definita reducatur ad illam obliquam, fieri debet, ut sinus complementi anguli dimidii gradus ad radium, sive ut radius ad secantem anguli dimidii gradus, ita basis horizontalis ad obliquam; adeoque ut radius ad excessum ejus secantis supra radium, nimirum ut 1000000 ad 38, ita basis horizontalis, quæ juxta n. 19 opusc. 2 est passuum 8034.37, ad quantitatem, qua ea augenda est, ut reducatur ad obliquam, nimirum ad 0. 30, quo numero aucta illa basis evadit 8034.67 juxta eundem numerum opusculi ejusdem. Porro si in eo angulo etiam trium minutorum error committeretur, ne una quidam decima passus parte aberraret basis inventa a vera. Nam si is angulus fuisset minutorum 27, excessus secantis esset 31, & ejus reducito 0. 25 discrepans a priore per 0. 05. Unde patet, omnino nihil ab ejus generis erroribus timeri posse.

367. Et hoc quidem pacto habetur quidquid pentinet ad determinationem utriusque baseos in iis mensuris, quas nos adhibuimus, nimirum in palmis Romanis, quæ mensura adhibita dū adveniret hexape-
dua, & cur. quorū 9 e Capitolino modulo desumpsimus, & qui admodum facile reducuntur ad passus. Nam singuli quidem passus quinos pedes continent, singuli autem pedes ii, quibus nunc utimur ad milliaria Romana definienda, & disponendos in viis publicis lapides ea denotantes,

tes, continent 16 uncias ejusdem palmi duodecimas ita, ut unum milliare contineat palmos 6666 $\frac{2}{3}$. Porro cum nondum Parisiis accepissimus hexapedam, ejusmodi mensuram 9 palmorum defumplimus, ut certam aliquam, atque hic saltem usitatam, haberemus mensuram, quæ ab hexapeda Parisiensi parum abeget; ut hæc quidem parum abeget, cum singuli Parisienses pedes fere contineant palmum cum diuidio.

**Comparatio he-
xapeda cum no-
stra mensura, bu-
jus excessus.**

368. Recepta hexapeda illa a Mairanio ad nos transmissa, ut exposui opusculo i num. 75, conferenda fuit mensura hæc nostra cum hexapeda illa, quod quidem pluribus vicibus admodum diligenter præstitimus. In primis fideli circino, qui virga, & binis cuspidibus sibi perpendicularibus constat, assumptimus hexapedam integrum, & in nostram ferream virgam translutimus, in qua binis tenuissimis punctis notata erat mensura illa nostra palmorum 9; alteram nimirum cuspidem alteri ex iis punctis inferuimus, alterâ punctum notavimus tenue in papyro levi, qua ferreæ nostræ virgæ superficiem inter illa duo puncta obduxeramus, in directum cum altero puncto intervalli palmorum novem extremo, directionis teste filo tenui per totam virgam extenso. Hexapeda novem hisce palmis brevior evasit. A ratione ejus differentia ad hexapedam res tota pendet. Hanc pluribus modis investigavimus.

**Determinatio
duplex ejusdem
excessus, & ra-
tio hexapeda ad
mensuram no-
stram.**

369. In primis hunc excessum translutimus in scalam a Langletio incisam hexapedæ Parisiis transmissæ, & initio hexapedæ ad venimus repetita observatione pluribus vicibus summo consensu pollices 2 lin. 3. 31. Deinde eundem excessum translutimus in directum in nostram mensuram, & invenimus eam contineri vicibus 32, ac superesse segmentum, quod in eandem scalam translatum, inventum est pollicis 1 lin. 6. 06. Hanc itidem observationem sæpe iteravimus eodem successu. Ex prima determinatione cum hexapeda contineat pollices 72, adeoque lineas 864, nostra autem mensura hexapedam, & præterea lineas 27.31, con-

continebit lineas tota nostra mensura 891. 31. Ex secunda determinatione calculum sic instituo. Ex tota hexapeda linearum 864 ablata postrema parte linearum 18. 06 , relinquitur 845. 94 pro 31 partibus aequalibus , quarum trigesima secunda erat ipse excessus . Diviso igitur residuo illo 845. 94 per 31 habetur 27. 29 , Quare excessus ille , qui immediatè obvenerat 27. 31 , jam evasit 27. 29 , ob errorem scilicet aliquem perquam exiguum observationis cum exiguò aliquo errore divisionis Langletianæ . Sumpto medio de more , nostra mensura palmorum 9 erit linearum 891. 30 , eritque hexapeda ad nostram mensuram , ut 86400 ad 89130 , sive ut 8640 ad 8913 .

370. Ea ratione usi sumus in primo , & secundo opusculo , quam censemus non posse aberrare a vera magis , quam per $\frac{1}{86400}$ totius , tum quia illæ binæ determinaciones a media nihilo plus distabant , tum quia & aliæ methodi ad eam comparationem adhibitæ idem ad sensum exhibebant . Eiusmodi autem error , ne unius quidem hexapedæ errorem in toto gradu secum trahit , qui nimurum hæxapedis 5700 brevior est . Inde autem eruuntur facile rationes , quæ usui sunt .

371. In primis palmus Romanus continebit lineas pedis Parisiensis $\frac{89110}{99}$, sive $99. \frac{1}{30}$. Quoniam autem pes antiqui eum per Romanus recens continet uncias palmi 16 , factis , ut 3 ad 4 , ita $99. \frac{1}{30}$ ad quartum , prodit $132. \frac{2}{7}$. Ea mensura excedit per unam lineam circiter mensuram pedis Romani antiqui . Ejus 4 modulos habemus nunc in Capitolio , Statalianum , Colotianum , Ebuzianum , Capponianum . Eos ad pedem Parisiensem accuratissime exegit P. Ab. Revillas , ut videre est in Dissertationibus Cortonensis tom. 3 , dissert. 4 . Eos ipse diligentissime dimensus invenit decimarum lineæ partum $1310. \frac{1}{7}$, $1307. \frac{1}{2}$, $1314. \frac{1}{7}$, $1309. \frac{1}{12}$. Medius est $1310. \frac{1}{7}$. Itidem in epistola Stuartii adjecta ad calcem operis Bandiniani de Obelisco Campi Martii recens eruto , quam quidem epistolam

Itolam ex ipsius Stuartii adversariis quibusdam, dum in Graeciam navigaret, hic relictis, ego digessi, & italicè, ac latine conscripti, adjectis pluribus, quæ præclarissima sagacissimi viri inventa vel comprobarent, vel illustrarent, habetur mensura Romani pedis eruta ex ejus obelisci dimensione, & ex Pliniano loco, qui ejus nobis altitudinem litteris consignavit, quæ nimurum cum iis congruit fere accuratissime, & est itidem linearum 131 quam proxime.

Comparatio nostri pedis, & palmi cum iis Patri Revillas. Cur pes recens veteres longior.

372. Hinc pes hic noster ad veterem illum quamproxime accedit, eo tantillo longior. Longior vetere obvenit hic recens etiam Patri Revillas, qui tamen recens milliare constituit palmis 6680, adeoque 3. $\frac{5}{7}$ longius quam nos. Consentit tamen mirum in modum apud ipsum relatio palmi ad Parisiensem pedem desumpta ex integro Capitolino modulo palmarum 10, cum ipsi sit palmus decimarum linea partium 990. $\frac{7}{10}$, nobis 990. $\frac{7}{9}$, five illi linearum 99. $\frac{1}{100}$ nobis 99. $\frac{7}{10}$, quod in illis moduli crassioribus aliquanto limitibus, & divisionibus mirum videri possit; discriminem enim est $\frac{7}{100}$ linea vix observabile. Porro quod pes antiquus sit recenti longior nihil mirum. Jamdiu notatum est mensurarum modulos paullatim crescere, dum alii ex aliis deducuntur, tum quod rubigo cutem quandam metallis, ex quibus plerumque constant, superaddat, tum quod opifices modulos ipsos potius longiores efficiunt, quam breviores, qui ubi longiores evaserint, contrahi possunt limando, ubi breviores justo, produci omnino non possunt.

Nostra mensura ad Parisiensem hexapedam relatione definita certo, & accurate. Plus mensurarum plurima ratio.

373. Sed quidquid de eo sit, id quidem nostram perquisitionem nihil turbat. Nos enim, ut mensuram nostri gradus conferre possimus cum reliquis, debemus nostram illam mensuram reducere ad hexapedam Parisiensem, qua reliqui gradus definiti sunt, five ea cum vera Romani palmi, Romani pedis magnitudine congruat, si ve minus. Id autem accuratissime, & tutissime est praestitum, habitu hexapedæ modulo, quem tanta cum dili-

gentia Mairanius contulit cum suo , ex quo idem Artifex reliquos defumpserat , quos Academicci in reliquo-
rum graduum dimensione adhibuerunt , & eo ita collato
cum mensura nostra , ut error committi non potuerit ,
qui in toto gradu unius hexapedæ errorem induceret .
Porro hoc nostro palmo assumpto , qui , ut vidimus , con-
tinet lineas $99 \frac{1}{3}$, & pede , qui continet $132 \frac{2}{3}$ calculo inito , erit .

Noster	ad pedem Parisiensem	ad hexapedam
Palmus	ut 2971 ad 4320.	ut 2971 ad 25920
Pes	ut 2971 ad 3240.	ut 2971 ad 19440
Passus	ut 2971 ad 648.	ut 2971 ad 3888

374. Hinc jam , vel per numeros , vel per logari-
thmos facile est mensuras omnes opusculi 2 vel passuum ,
vel palmarum reducere ad hexapedas . Atque in primis
binæ bases h̄c facile reduci possunt . Est basis Ariminensis
juxta num. 19 opusculi 2 , palmarum 52674. 3. Eo nume-
ro ducto in $\frac{1}{4}$ habetur numerus pedum , ducto autem
in $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$, sive in $\frac{1}{16}$, vel in 0. 15 , habetur numerus pas-
suum 7901. 14 , factis autem ut 3888 ad 2971 , ita 7901.
14 ad quartum , habetur numerus hexapedarum in ea basi
6037. 62 . Basis autem Romana inventa est passuum
8034. 67 , adeoque est hexapedarum 6139. 66

Mensura plures
e passibus ad he-
xapedas redueq;
basum in primis

375. Ex basibus hoc modo definitis definiuntur omnia
poligoni latera , & per ea , ac per ipsius poligoni posi-
tionem intervallum inter parallelum transeuntem per bi-
na loca , in quibus astronomicæ observationes institutæ
sunt , nimirum inter conclave musei Collegii Romani ,
& ædes Garampianas Ariminenses . Id quidem præstiti-
mus capite 2 , & numero quidem 268 ostendimus , quo
pacto inde rectilinea poligoni latera determinentur . Por-
ro Mairius opusculo 2 hæc ipsa latera exposuit in tabula
numeri 21 , prout ab Ariminensi basi proveniunt , ubi Ro-

latera ex basi-
bus deducuntur , &
basis Romana de-
ducta ex Arimi-
nensi minor , quæ
ex dimensione .
Quæ inde corre-
ctio.

mana basi in fine tabulae provenit passuum 8033. 4 , pro 8034. 67 , uno circiter passu minor justo . Si ab hac te cunda basi calculus initus fuisset , omnia latera , & qui vis tractus Meridiani , ille in primis , qui post omnes re ductiones obvenit interceptus tholo D. Petri , & ostio Aprusae , obvenissent majora , quam ex priore basi in ratione 8034. 67 ad 8033. 4 . Quamobrem ut innescat , quid ex hac basi Romana provenisset , satis est interval lum illud post omnes reductiones augere in ea ratione .

*Intervalum
inter parallelos
ductos per bina
extrema poligo-
ni.*

376. Porro intervallum illud post bina reductionum genera ibidem facta , ex num. 294 , adhibitis Romanis observationibus positionis poligoni est , excessus numeri passuum 161127. 9 supra 5. 7 , adeoque est 161122. 2 . Idem intervallum ex observationibus Ariminensibus ejusdem positionis poligoni est longius passibus 3. 0 juxta num. 302 , adeoque passuum 161125. 2 ; quorum si libeat assumere medium habebitur 161123. 7 . Atque hoc quidem intervallum prodiiisset majus a basi Romana in ratione 803467 ad 803340.

*Intervalum
inter parallelos
per bina loca
observantiorum
Astronomicarum
transcurtes.*

377. Id intervallum num. 295 reducitur ad intervallum inter parallelos Musæi Collegii Romani , & ædium Garampianarum additis passibus 269 , ac ablatis 139. 1 , sive addita eorum differentia 129. 9 , ac illud quidem quod Ariminensis basis prodidit 161123. 7 , evadit 161253. 6 . Is passuum numerus ex hac ipsa proportione reducitur ad hexapedas 123221. 3 , ut etiam opusculo 1 posuimus num. 204 . Ex Romana basi prodiiisset major in eadem ratione basi , non quidem accuratè , ob illas 130 he xepedas adjectas , quæ ab iis basibus non pendent , sed tamen quamproxime , cum ipsi passus 130 ex illa differentia basis deductæ , & immediata observatione definitæ ne decima quidem fui parte mutentur . Quam ipsam ob causam multo magis invento demum gradu ex basi Ariminensi , ut is innescat , qui ex Romana prodiiisset , satis est ipsum in eadem ratione augere .

378 Jam vero ex hujus opusculi num. 166 , habetur inter

inter sex medias determinationes arcus cælestis intercepti inter bina zenith musæi Collegii Romani , & ædium Garanpianarum apprime consentientes media determinatio vix per 1^o a reliquarum singulis discrepans 2°, 9', 47'', five 7787''. Quare factis ut 7787'' ad 3600'', quæ continentur uno gradu , ita hexapedæ illæ 123221. 3 ad quartum , prodit gradus ejus intervalli medius 56966. 3, ut eum inde derivavimus ipso num. 204 opusculi 1.

379. Porro hic ipse gradus est aliquanto potius justo major , cum erutus sit ex positione poligoni definita per obseruationes Solis tam Ariminenses, quam Romanas, sumendo medium . Romanis autem , quæ minus intervallum præbuerant , magis fidendum nobis fuisse diximus in opusculo 2 n. 30 , & opusculo 4 n. 297. Sed quoniam num. 302 correctio adhibita Romanæ determinationi ex Ariminensi adjecit toti intervallo majori gradibus duobus passus 1. $\frac{1}{2}$, minus inde in unum gradum derivatur , quam dimidium unius hexapedæ, quod pro nihilo habendum est. Sed eum adhuc aliquanto magis produximus , Mairius opusculo 2 a num. 48 , & ego , opusculo 1 num. 204 tripli ex capite ibidem enunciato .

380. Primum est Basis Romana , quæ juxta num. 375 ^{Prima ex basi Romana longior re.} est aliquanto major , quam ea , quæ ex Ariminensi per calculum eruitur . Ex ipsa Romana basi erueretur gradus major , quam ex Ariminensi in ratione 8034. 67 ad 8033. 4. Nimirum factis, ut 8033. 4 ad eorum numerorum differentiam 1.27, ita gradus inventus 56966. 3 ad quartum, prodit excessus hexapedarum 9.0

381. Secundum est latus poligoni , quod pertinet a tholo D. Petri ad montem Januarium , quod cum juxta num. 324 ex angulorum reductione prodierit passuum 22935. 6 , prodiit ex immediata reductione minus passibus 3. 6 ; in qua eadem ratione si aberrarent a veris reliqua omnia latera , gradus evaderet major in ratione 22935. 6 ad 6. 3 qui cum obvenerit hexapedarum 56966. 3 , inito calculo quartus proportionalis , qui exhibet ^{Secunda ex reducione immediata lateris postremi quo ipso exhibet majorum.} addi-

additamentum faciendum in ea hypothesi , erit 8. 9

*Tertia ex ob-
servationibus &
Cycni tuncori-
bus.*

382. Tertium est , quod in arcu cælesti definiendo vi-
deatur maximè fidendum esse observationibus & Cycni
Romanis prioribus collatis cum Ariminensibus . Inde ju-
xta num. 165 hujus opusculi erueretur arcus cæle-
stis $2^{\circ}. 9'. 46''$. 1 , sive $7786^{\circ}. 1$, qui ex omnibus simul
erat $2^{\circ}. 9'. 47''$, adeoque gradus augeretur in ratione
 7787 ad $7786. 1$, & factis ut $7786. 1$ ad differentiam
o. 9 , ita gradus hexapedarum $56966. 3$ ad quartum , pro-
dirent hexapedæ 6. 6.

*Correctionum
summa , & inde
gradus corre-
ctus .*

383. Si jam fidere velimus soli huic Fixæ , & retinere
totum incrementum 6. 6 , ac retinere trientem discrimi-
nis a basibus induc̄ti , cum Romana basis definita fue-
rit semel , Ariminensis bis per actualem mensuram , &
trentem discriminis induc̄ti a reductione laterum , nam
id latus est postremum , & in prioribus error ex pau-
cioribus erroribus collectus esse debet minor , ut adeo
non debeat dimidium sumi , habebimus ex primo capi-
te 3 o , ex secundo 3. o , ex tertio 6. 6. nimirum 12. 6.
Addatur id gradui hexapedarum $56966. 3$ superius in-
vento , & jam erit gradus 56979 fere accurate , ut eum
Mairius posuit opusculo 2' , num. 49 , & ego opusculo 1 ,
num. 204.

*Creditus potius
justo major .*

384. Hunc ego gradum aliquot hexapedis omnino cen-
se majorem justo . Nam & Ariminensi basi multo æquio-
re solo bis definitæ cum tanto consensu multo magis fido ,
quam Romanæ , idque magis , quam in ratione 2 ad 1 . Est
cur nonnihil suspicer de illa ipsa altitudine montis Janua-
rii visi e tholo D.Petri , in quo puto haberí maximam par-
tem causæ ejus discriminis , & quod caput est multo ma-
gis fido determinationi arcus cælestis mediæ inter omnes
determinationes tam multas , quam unicæ per unicam Fi-
xam , quod si fiat de more , fere 7 hexapedæ correctionis
adhibitæ statim concidunt .

*Qui errores in
eo timeri possint*

385. Errorem autem in eo suspicari omnino non pos-
sumus ex observationibus Astronomicis majorem eo ,
quem

quem secum ferat error unius secundi in iis commissus, qui est hexapedarum 7, nec ex basi majorem uno, aut altero pede, cum vix digitis duobus secunda Ariminensis basis a prima distiterit, & ea basis sit major, quam decima pars totius gradus, ut idcirco in eo consequatur error minor, quam decuplus. Ex angulis autem poligoni, errorem itidem timere non possum majorem eo, quem secum trahit discriminē illud basis Romanæ computatæ, & observatæ, quod vidimus secum trahere hexapedas ad summum 8. 5. Demum e poligoni reductione ad planum horizontale majorem timere non licet eo, quem exhibuit immediata illa reductio lateris nimirum 8. 9. Ex positio-
ne poligoni non majorem hexapeda una. Mitto autem minora alia, quæ sensum effugiunt, de quibus supra ab-
unde egimus, ut illam Romanæ baseos curvaturam
omissam, quæ juxta num. 353 gradum contraheret mi-
nus quam $\frac{1}{7}$ unius hexapedæ, atque alias ejusmodi. Quin
immo cum e singulis expositis capitibus partes tantum-
modo quædam erroris timeri debeant, & eorum fere
omnium ratio habita sit in correctione supra adhibita,
atque ita sit habita, ut gradus potius productior assump-
tus fuerit, quam par erat, omnino mihi persuasum est, no-
strum hunc gradum non excedere hexapedas illas 56979,
& huic quidem numero esse satis proximum.

386. Ex proportione exposita supra num. 374 facile Gradus in passi-
hic gradus reducitur ad passus multiplicando ipsum per bus : Inde dia-
3888, & dividendo per 2971, ac habetur 74565 ; ni- meter Terra ve-
stræ proxima.
mirum gradus hic paullo major milliariis 74. $\frac{1}{7}$; unde
constat milliaria geographicæ, quorum 60 concipiuntur
in circulo maximo, esse multo majora Romanis hisce no-
stris ita, ut illorum 4 fere contineant horum 5; leucas
autem Gallicas, quarum numerantur 25 in gradu, conti-
nere quamproxime terna milliaria Romana. Potest au-
tem inde etiam diameter Terræ veræ proxima inveniri
ad eos usus, quos habuimus supra num. 295. Erit enim
semiperipheria, ducendo gradum in 180, passuum-

13421700. Unde factis, ut 355. ad 113, ita hic numerus ad quartum, prodit semidiameter 4272260. & diameter 8544520 vere proxima, sive media quædam ex medio hoc nostro gradu deducta.

Instrumenta & Artifici suo debere multum & fore Astronomis utilia.

387. Atque hæc quidem de mensura gradus dicta sint satis ex occasione agendi de apparatu, & usu instrumentorum a nobis adhibitorum, quorum usus ad hanc ipsam mensuram tendebat totus. Illud addam tantummodo, quod ad instrumenta pertinet, plurima me quidem Artifici Rufo suggestisse, & ideam quandam semper eorum, quæ vellem, multa tamen ipsum in iis potissimum, quæ ad quadrantis fulcrum, & varios motus pertinent pro ingenio suo excogitasse per se. Spero autem eadem eodem modulo multum etiam perficienda ab aliis impo-sterum, & summo futura usui Astronomis.

Aliæ bases ad locorum proprietates investigabamus, sœpe nos alibi multo crassius, sed & aliud instrumentum crassius.

488. Addo & illud, ubi locorum pro mappa positiones investigabamus, sœpe nos alibi multo crassius, sed ad rem, quæ tum ageretur abunde accurate dimensos esse bases methodo multo expeditiore, incedendo nimis passu quodam nec nimis concitato, nec nimis lento, cum citra paucorum admodum passuum errorem conserret nobis bis mille ejusmodi passus uni milliari æquivalere, ac brevi ligneo instrumento captis angulis in utroque extremo baseos ita definitæ, definiebamus satis accurate positus locorum, quæ parum aberant; quod ex occasione basium sit dictum. Sed jam me quintum opusculum ad se se vocat.



OPUSCULUM V.

DE FIGURA TELLURIS DETERMINANDA EX AEQUALIERIO
ET EX MENSURA GRADUUM.



UONIAM universi labores nostri Argumentum o-
ad mensuram gradus meridiani pufculi, & argu-
mentum gradus meridiani menti occasio.
in primis definientiam suscep-
tunt, quæ quidem dimensio, ut
abunde in opusculo primo ex-
posui, dirigitur ad figuram Tel-
luris determinandam, & ex hac
figuræ ipsius investigatione om-
nis hæc ipsa dimensio graduum
ortum duxit, agam hic de hac ipsa figura, ut ea, vel a
fluidorum æquilibrio, vel a graduum dimensione dedu-
citur.

2. Amplam hoc quidem argumentum tractationem, præcipua que-
requireret, & si vel ea tantummodo colligenda mihi es-
sent, quæ ubique prostant a doctissimis viris inventa
pallim, atque vulgata, nec quidquam de meo adderem,
vix uno, & satis illo quidem immanni volumine contine-
rentur. Verum ego quidem omissis pluribus, quæ mi-
noris sunt usus, præcipua quedam tantummodo, quæ
ad hanc rem pertinent, persequar, in quibus Geome-
triae vires experiar, ad quadam, quæ admodum ardua,
& sine calculo integrali intractabilia prorsus videri pos-
sunt, enodanda, ac penitus evolvenda.

*Divisio in duo
capita. Proferri
hic quadam etiā
olim alibi pro-
ducta.*

3.. In duo autem capita totum opusculum partiar. Primo quidem, quae pertinent ad æquilibrium, expediam, deinde vero, quæ ex graduum dimensionibus consequantur, exponam. Erunt in iis constructiones nonnullæ, atque animadversiones, quas multis ab hinc annis inferui dissertationibus meis aliis, quarum tamen cum admodum pauca exemplaria impressa tum fuerint, atque ex iis ipsis, quæ nimirum occasione publice exercitationis sub anni finem distributa fuerant, pars multo maxima perierit, non inutile futurum erit, si eas hic iterum repeatam.

*Ordo tractan-
dorum capite 1.*

4. Porro primo quidem determinabo figuram, quam in Tellure sive immota, sive motu diurno agitata requirit æquilibrium, ubi vires diriguntur ad idem centrum, utcumque variatis distantiis varientur lege quavis data, quo problemate multo generaliori continetur etiam Hugeniana investigatio figuræ in hypothesi Galileana gravitatis seu decrescentis, sive crescentis in quavis ratione sive directa, sive reciproca distantiarum a centro utcumque multiplicata. Innuam hic aliquid de figura, quæ oritur ex gravitate quadam directa ad bina centra, tum ex gravitate directa per certas quasdam lineas ad datum quendam locum terminatas, quibus indicatis potius, quam expositis agam demum de figura, quam requirit gravitas non quidem tendens ad idem centrum, sed coalescens ex mutua gravitate particularum omnium agentium in ratione reciproca duplicita distantiarum a se invicem, quam gravitatem ex tot inter se usque adeo consentientibus cælestibus phænomenis tam feliciter Newtonus deduxit, & ex qua tam multa alia novis phænomenis apprime consentientia derivavit. Expediam autem, quod ad eam gravitatis legem pertinet, sive Tellus homogenea sit, in quo argumento felicissime sane Mac Laurinus se gessit, sive diversam in diversis distantiis densitatem habeat, de quo casu multo aliter ego quidem sentio, quam summi etiam nostræ ætatis viri fenserint, quorum calculos laborare omnino censeo, cum Geometria duce ad conclusiones dela-

delabar prorsus contrarias eorum conclusionibus. Atque ibidem attingam etiam nonnulla, quæ ad irregularem pertinent partium textum.

5. Hæc, quæ ad æquilibrium pertinent, capite pri-
mo, tum quod ex graduum mensura deducitur exponam
capite secundo. Et primo quidem quid in hypothesi El-
lipticæ spheroidis, ex binis gradibus sive Meridiani, si-
ve paralleli cujuspiam, tum quid si Tellus ita compressa
sit, ut & Meridiani, & paralleli a figura circulari rece-
dant, consequi debeat, innuam, ac demum quid sine ulla
suppositione, si omnes ejusdem meridiani gradus habean-
tur, de ipsius figura, & magnitudine definire liceat ostendam.
Eorum autem occasione alia nonnulla iis analoga,
ubi se occasio commoda præbuerit, evolvam. Sed ag-
grediamur rem ipsam.

C A P U T I.

De figura Telluris, que oritur ex aequilibrio.

6. **S**i Tellus tota esset solida, vel ex superficie ipsius partes, quæ fluidæ sunt, nullam inter se coniunctionem haberent, nulla esset ratio inquirendi in figuram ipsius ex æquilibrio, ex eo nimis, quod ex solidis gra-
vitatis consideratione oritur; nam si omnes consideren-
tur vires generis cujuscumque, quibus particulæ in se in-
vicien tagunt, & cohærent, ubique in solidis etiam cor-
poribus æquilibrium habetur semper. At quoniam ma-
gna superficie Terrestris pars fluido tegitur, quod gra-
vitati suæ libere obsecundare potest, & in quamcum-
que plagam ea determinaverit, libere excurrere, ex au-
tem fluidæ partes quaquaversum in intima Terrarum se
insinuant, & inter se conjunguntur, hujus æquilibrium
certam figuram requirit, quam tota Tellus proximè ha-
bere debet, cum solidæ partes, quæ extant, ut montes,
parum admodum se supra ipsam attollant.

Ob Mariæ com-
municationem
posse inquit in
æquilibrio in
Terre figuram.

Duplex ejus investigationis methodus.
7. Porro duplex est methodus investigandi figuram ab æquilibrio requisitam. Prima est ea, quæ oritur ex directione gravium in superficie fluidi, quæ debet esse perpendicularis ad superficiem ipsam; nam aliter, qua ea directio infra superficiem continuata angulum cum eadem superficie acutum efficeret, in eam partem, ut per declive quoddam planum, defluoret fluidum ipsum: secunda est ea, quæ considerat binos canales intra Tellurem continuatos, fluido plenos, & in æquilibrio positos ita, ut punctum imum aequali utriusque pondere urgeatur.

Quando binæ
methodi conspi-
rent, quando se-
cūs.

8. Demonstratum jam est illud, esse qualiter gravitatis hypotheses, in quibus licet hac secunda methodo inveniatur æquilibrium, adhuc tamen illud primum æquilibrii genus non habeatur, quo casu fluidum, in quo canales omnes æque in imum punctum ponderent, in æquilibrio non erit, nec consilere poterit. sed perpetuo motu agitabitur, quod quidem accidit in iis hypothesis tantummodo, in quibus gravitatis vis non a sola distantia pendeat, sed etiam a positione: ubi vero gravia vel ad unicum centrum tendant, vel ad numerum centrorum quemcumque, binæ methodi semper conspirant.

Qæz methodus,
& quomo lo hic
adhibenda sit,
ubi gravitasen-
dit ad datum ce-
trum, vel da-
tam curvam.

9. Id ego quidem theorema hic nequaquam demonstrabo, nec tamen utramque in methodum per geometriam simplicem adhibeo, sed unicam illam canalium terminatorum ad centrum pro iis gravitatis hypothesis, quæ ad unicum centrum dirigunt gravia, vel ad duo, & unicam directionis perpendicularis superficie, pro hypothesi gravitatis tendentis secundum tangentes datæ cujusdam curvæ. Nam nec in gravitatum genere, quod in Natura nequaquam existit, pluribus hic immorandum esse arbitror, & si forte etiam, quæpiam ex iis hypothesis in Natura existaret, cum agatur de figura Telluris, quam videmus in æquilibrio perficere (exigui enim quidam motus, ut maris aestus, ut certi in certis locis marium procursus, quos dicimus *le correnti*, parvam admodum æquilibrii perturbationem indicant, cuius etiam ipsius externæ causæ in prom-

in promptu sunt) satis est alteram methodum adhibere solam; si enim aequilibrium habetur, debet & in canaliū pondere, & in directione perpendiculari superficie id aequilibrium haberi, adeoque definito, quid requiratur ad habendum eorum alterum, si id obvenerit determinatum quidpiam, id ipsum in Telluris figura haberi omnino debet. Solum cum pro gravitate tendente ad datum punctum habeatur analytica solutio simplicissima, & quæ cum geometrica ex canalibus deducta conspirat, illam etiam proponam.

10. At ubi de gravitate mutua agendum erit, qua particulae in se invicem gravitent in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum vero generaliter demonstrabo pro casu saltem homogeneitatis, haberi aequilibrium in quovis sensu, & quidem ostendam ad id satis esse, ut generaliter demonstretur, pondus canalium rectilineorum terminatorum ad punctum quocumque intra omnem massam cum directione quavis exercere in illud punctum vim ponderis aequalē, ut id ipsum accidat in canalibus etiam curvilineis, & ut in superficie sit directio gravitatis ipsi superficie perpendicularis.

Utramque per
solam geometriā
in gravitate Ne-
wtoniana.

11. Distinguendi jam sunt bini Telluris status, alter quo sensu hic
quiescentis, alter circa proprium axem circumactæ, & accipiatur Tel-
vero etiam, si libet, motu annuo translate, ut quam in-
luris motus, Au-
utroque casu figuram aequilibrium requirit, definiamus. Porro cum dico Tellurem immotam, vel motam, in-
telligo motum, vel quietem respectivum respectu cu-
jusdam spatii, in quo nos homines includimur cum om-
nibus corporibus, quæ sub nostros sensus cadunt, res-
pectu cuius spatii concipio in corporibus vim inertiae,
five determinationem quiescendi, vel movendi unifor-
miter in directum, five id ipsum spatium quiescat, five
moveatur motibus quibuscumque, quod quidem spa-
tium si quiescat, movebitur Tellus, & corpora omnia
eo inclusa movebuntur; si moveatur motu contrario &
æquali motui vel Telluris, vel Jovis, vel cujuscumque
puncti materiæ, stabit Tellus, Juppiter, vel id mate-
riæ

riæ punctum , cætera movebuntur motu composito ex eo , quem habent intra id spatium . & ejus spatii motu ; si autem moveatur motu diverso a motibus punctorum omnium eo inclusorum , puncta omnia habebunt motum compositum ex suo intra id spatium , & motu illo ejus spatii , ac in omnibus iis casibus motus respectivi omnes intra id ipsum spatium erunt iidem , nec quisquam intra id spatium constitutus ex ullo aut phænomeno , aut naturali argumento undecunque petito , nosse poterit , quid accidat illi spatio .

Theoria ejus-
modi fundamen-
tum innatur.

12. Hujusmodi theoriam protuli primum anno 1748 in dissertatione de Maris Æstu , tum eandem in pluribus aliis locis vel exposui , vel confirmavi , sed nuper luculentissime in supplementis ad librum 1. Philosophiae veribus tradita a Benedicto Stay , operis sane immortalis , ubi de vi inertiae agens theoriam ejusmodi explicavi pluribus , ac illud , ut mihi sane persuadeo , demonstravi , vim inertiae absolutam , sive quæ omnia materiæ puncta determinet ad quiescendum , vel movendum uniformiter in directum respectu spatii absoluti , infiniti , immobiliis , nec a priori , ut ajunt , & ex metaphysicis principiis , nec a posteriori , & ex phænomenis demonstrari posse , & solum posse assumi respectivam respectu spatii , quo includimur , atque id ipsum idcirco , quod ita omnia phænomena , quæ ad nostram notitiam perverterunt , optime explicitur , & alia plurima prædicantur in posterum cum successu , quod quidem omnium optimum est pro vera quavis sententia argumentum . Sed haec innuisse sit satis , & quæcumque dixerit impoterum , quin immo etiam ipsæ voces , quas adhibeo , cum communī hujus temporis philosophorum iaventis , ac vocibus ad ea exprimenda adhibitis apprime consentient .

Figura Tellu-
ris homogenea
quiescentis sphe-
rica.

13. Perro si Tellus quiescat , sive gravitas dirigatur ad centrum , in quavis ratione mutetur ipsa gravitas mutatis distantias , sive ad se invicem tendant omnia mate-

riæ

riæ puncta in ratione quacumque directa vel reciproca distantiarum sit autem homogenea; erit omnino in æquilibrio. Nam ob bina quævis hemisphæria prorsus æqualia, & similia, punctum quodvis materiæ, ubicumque positum sit, dirigetur ad centrum etiam in Newtonianæ gravitatis hypothesi, & in distantiis a centro æquilibus æqualiter gravitatibus. Quare quodvis punctum in superficie collocatum dirigetur per rectam perpendicularē superficie; in sphæra enim rectæ omnes, quæ a superficie ad centrum tendunt, ipsi superficie perpendicularē sunt; acceptis autem æquilibus canalium cruribus in centro coeuntibus cum quacumque directione adveniant, pondus totius cruris erit semper idem, & centrum æqualiter urgetur, ac binæ fluidi columnæ suo se pondere invicem sustinebunt.

14. Nam ex vi quidem inertiae pergent quiescere, si idem ex æquilibrio canarium. semel quieverint, nisi quidpiam eas particulas ad motum sollicitet; nihil autem erit, quod id quidem præstet, cum concipiamus nihil aliud agere præter gravitatis vim, ac ipsa vis gravitatis nifus ibi exerceat contrarios, & æquales, qui proinde se mutuo elident. Porro si in eo æquilibrio constituta sit Tellus, dum tota concipiatur fluida, tum repente quævis ejus pars concrescat; manebit figura, cum nihil sit, quod soliditate illa adjecta reliquas particulas fluidas ad motum sollicitet. Et quidem in casu, in quo gravitas a mutua particularum actione non pendeat, sed dirigatur ad certum centrum, manebit figura etiam, ubi id, quod concrescit, addensetur ubilibet eque hinc, & inde a centro, cum ea addensatio reliquas partes fluidas nihil afficiat, nec ad motum sollicitet.

15. Et hæc quidem est notissima demonstratio sphæri- determinatio & citatis Telluris immotæ ex æquilibrio usurpata jam olim demonstratio eas- ab Archimede, tum ab aliis passim, sed hic a negativo dem, & Tellus argumento ad positivum traducta, & vero etiam conmoveatur moxa confirmata magis, atque extensa. Porro ea vim habet etiam, uniformi parallelo, ubi Tellus feratur motu uniformi, & parallelo, in quo qui-

quidem motu particulae omnes pergent moveri uniformiter in directum æqualiter , cum nihil sit , quod novum motum cum priore conjungendum producat , adeoque distantiam a se invicem respectivam nequaquam mutabunt , sine qua mutatione mutatio figuræ nulla fit . Ejusmodi autem fere est annuus Telluris motus , qui motu fere parallelo fit , quanquam exiguum discrimen a parallelismo in motu annuo exiguum quandam aberrationem patiat , de qua fortasse aliquid alibi infra .

Investigatio finitima
gurae gravitatis
utrumque tendente ad datum
centrum , &
Tellure mota
circa proprium
axem .

16. Interea dicendum , quid debeat consequi , ubi diurna vertigine Tellus circa proprium axem convertatur , gravitas autem tendat ad datum centrum in ratione $\frac{1}{r^2}$, & distantiarum quacumque , vel lege quavis constante , quæ a solis distantiis pendeat . Primum autem præmitti debet illud , quod est notissimum , in quovis circulari motu corpus vi inertiae conari abire per tangentem , in quo conatus exercetur simul nisus quidam recedendi a centro , qui dicitur vis centrifuga . Bina de eadem vi centrifuga proponam lemmata , tum ad figuræ terrestris determinacionem gradum faciam .

Lemma virium
centrallium ele-
mentarum elemen-
tarum .

17. Lemma 1. Ejusmodi vis in circulis eodem tempore descriptis est proportionalis eorundem circulorum radiis . Est theorema notissimum ab Hugenio olim propositum , & demonstratum paßim in elementis Mechanicæ .

Alterum inde
deductum .
Tab. 4 , F. 1.

18. Lemma 2. Si quadrans circuli IMD in fig. 1. tab. 4. convertatur circa radium CD , & vim centrifugam in I exprimat IH , vim centrifugam in M , qua recedit a centro motus P secundum directionem PM , exprimat recta MO , quæ vis resolvatur in ON normalem ipsi CM producťa , & in MN secundum directionem ejusdem CM ; erit vis centrifuga in I secundum directionem CI ad vim centrifugam in M secundum directionem CM , ut CM^2 ad MP^2 . Est enim per lemma 1. ut IC , sive CM ad MP , ita HI ad MO , & ob triangula CMP , ONM rectangula similia , iterum ut CM ad MP , ita MO ad MN ; adeoque compositis rationibus CM^2 ad MP^2 , ut IH ad MN .

19. Hisce præmissis deveniemus jam ad generalem determinationem curvæ ope canalium. Sit in eadem fig. 1 *FCE* quadrans sectionis Telluris factæ per axem, cuius axis dimidium *CE*, & circa quem axem convertatur ipsa Tellus, quæ tota fluida concipiatur. Sint autem ibidem bini canales, *CF* perpendicularis axi in plano æquatoris, & *CL* utcumque inclinatus. Ut habeatur æquilibrium debet centrum *C* æque urgeri ab utroque ita, ut pondera eorumdem canalium æqualia sint.

20. Exprimant ordinatæ *KQ* ad curvam *VQG*, quamcumque, vim gravitatis pro quavis distantia *CK* assumpta in semidiametro æquatoris *CF*. Assumpta autem *RF*, quæ sit ad *VF*, qua exprimitur gravitas in æquatore in *F*, ut est vis centrifuga ibidem ad gravitatem ipsam, & facto semicirculo *RBF*, ducatur in eo chorda *RB* parallela *CL*, tum *Br* perpendicularis ad *RF*, ac *rC*, & assumpta *CK* æquali *CL*, rectæ ex *K*, & *I* parallelæ *FV* occurrant lineæ *VG* in *Q*, & *A*, rectæ *CR* in *S*, ac *T*, rectæ *Cr* in *s*, ac *t*.

21. In primis debet *It* exprimere vim centrifugam in *M* redactam ad directionem *CM*. Est enim per num. 17 vis centrifuga absoluta in *F* ad ejusmodi vim in *I*, ut *FC* ad *CI*, sive ut *FR* ad *IT*. Est autem per num. 18 ea vis absoluta in *I* ad vim relativam in *M*, ut *CM*² ad *MP*², nimirum ob similia triangula *CPM*, *FBR*, quæ angulos habent æquales in *C*, & *R* ad *CL*, *RB* parallelas, ut *FR*² ad *FB*², sive, ob *FR*, *FB*, *Fr* in semicirculo continue proportionales, ut *FR* ad *Fr*, vel demum ut *IT* ad *It*. Quare cum *FR* exprimat vim centrifugam absolutam in *F*, exprimet *IT* vim eandem absolutam in *I*, ac *It* vim relativam in *M*.

22. Hinc autem vis residua in *M*, sive excessus gravitatis supra vim centrifugam ibidem, exprimetur per *At*, vis autem residua in *I* per *AT*; ac proinde totum pondus canalis *CL* exprimetur per totam aream *QsCG*, totum autem pondus canalis *CF* exprimetur per aream *VRCG*, &

D d d ob

conditio pro-
blematis.

curva exprim-
ens legem gra-
vitatis cum re-
atu definiendi
bus vires cen-
trifugas.

Demonstratio
corum, qui per-
tinent ad virium
centrifugarum ex-
pressionem per
cas rectas.

Area experimen-
tes pondera ca-
nalium, & cas-
run æqualitas ex-
æquilibrio.

ob æqualitatem eorum ponderum, areæ quoque illæ æquales erunt.

Curva curva vi-
rium quadratric
ad solutionem
necessaria

Tab. 4. F. 1.

23. Ea æqualitas per curvarum quadraturas sic obtinebitur. Maneant in fig. 2 reliqua omnia, quæ in prima, a CF versus V , & curva C_{qu} , jacens ad partes oppositas vitanæ confusioneis gratia, sit quadratrix curvæ GQV relatæ ad CF , ut nimirum Fu æquetur areæ $VFCG$, applicatæ ad CF , & itidem Kq , Ia areæ $QKCG$, $AICG$ similiiter applicatæ ad eandem CF .

Inventio gene-
ralis puncti ad
curvam in qua-
vis recta e cen-
tro duxa.

24. Hujusmodi curvâ semel præparatâ, ducatur in fig. 1 in quovis angulo recta indefinita Cl , & in fig. 2 fiat angulus FRB æqualis angulo ECl fig. 1, ac demissa Br perpendiculari ad FR , sumantur uV , uX versus F dimidiæ FR , Fr , & in quavis qK , qI sumantur qZ , qY versus KI , quæ ad uX sint, ut quadratum CK , CI ad quadratum CF , & curvæ CYX ea lege constructæ occurrat in Z recta $V'Z$ parallela FC , ducaturque ZK parallela FV . Si jam in fig. 1 in recta Cl sumatur CL æqualis huic CK figuræ 2, dico punctum illud L fore ad curvam quæsitam.

Demonstratio c-
iustæ.

25. Cum enim in fig. 2 triangula RCF , rCF æquentur dimidiis rectangularis sub CF , & RF , ac CF , & rF , eadem applicata ad CF æquabuntur dimidiæ RF , rF , sive rectæ $V'u$, Xu . Cumque & triangula rFC , sKC , ob similitudinem, & rectæ Xu , Zq , per constructionem sint, ut quadrata CF , CK , etiam triangulum sKC ad eandem CF applicatū æquabitur rectæ Zq . Hinc residuae areæ $VRCG$, $QsCG$ applicatæ ad ipsam CF æquabuntur rectis residuis FV , KZ , quæ cum æquales sint, erunt æquales & areæ $VRCG$, $QsCG$, adeoque in fig. 1 pondera CF , CL æquabuntur, & habebitur æquilibrium, ut oportebat.

Determinatio
semidiametri α
æquatoris, semi-
axis, & corum
differentiarum.

26. Si directio Cl fig. 1 abeat in CF evanescente angulo FCl , adeoque & RFB fig. 2; abibit B , & r in R , adeo que X , & Z in V' , & K in F , nimirum L in F in fig. 1, ut oportebat. Sed abeunte in fig. 1 Cl in CE , abit in fig. 2 B , & r in F , ac proinde X in u , & curva $CYZX$ in C_{qu} , ac sine nova constructione curvæ CYZ recta $V'Z$ parallela FC

occurrens primæ curvæ Cau in Z' determinabit VZ' , vel FK' differentiam semiaxis a semidiametro æquatoris.

27. Hanc ego quidem hujus problematis constructio-
nem exhibui in dissertatione de figura Telluris ann. 1739.
Sed ea plurimum contrahitur, si promoveatur analysis
geometrica, & investigetur relatio rectæ CL fig. 1 non
ad angulum ECl , sed ad ordinatam LY perpendiculararem
axi CE . Constructa nimur in fig. 2 sola quadratrix Cqu ,
& assumpta quavis CK , quæ debeat esse æqualis cùdam
 CL figuræ primæ ductæ in quodam angulo ECl ibidem
adhuc ignoto, ducatur sua QKq in fig. 2, & concipiatur
in utraque figura angulus FRB , qui debeat esse æqua-
lis illi ECl fig. 1, utcumque adhuc ignoto. Ducta Br , &
sua Csr , debebit area $QsCG$ æqualis esse areæ $VRCG$ ob
æquilibrium. Capta jam uV' versus F æquali dimidiæ FR ,
ductaque illa $V'Z$, quæ occurrat Kq in Z , facile depre-
henditur fore Zq æqualem areæ trianguli sKC applicatæ
ad CF . Nam Fu per constructionem, & $V'u$ (dimidia RF)
ex natura trianguli æquantur areis $VFCG$, RFC applicatis
ad eandem CF , adeoque FV' , areæ $VRCG$ similiter appli-
catæ. Cumque & KZ æquetur FV' , & area $QsCG$ areæ
 $VRCG$, erit KZ æqualis areæ $QsCG$, adeoque Zq æqualis
areæ sKC applicatæ ad CF .

28. Jam vero in figura 1 erit CF^2 ad CK^2 , ut area RFC ad aream SKC , & CK^2 , sive CL^2 ad LY^2 , ut RF^2 ad FB^2 ob triangula rectangula LYC , FBR similia, adeoque ut RF ad Fr , sive ut SK ad Ks , vel ut triangulum SKC ad sKC . Quare erit ex æqualitate ordinata CF^2 ad LY^2 , ut area trianguli RFC ad aream sKC , sive ob applicatio-
nem in fig. 2 ad eandem CF , ut in ea $V'u$ ad Zq , & CF
in fig. 1 ad LY in ratione subduplicata $V'u$ ad Zq fig. 2.

29. Inde igitur multo facilior constructio. Data cur-
va VQG , construatur ejus quadratrix uqC sola, & as-
sumpta uV' versus F dimidia FR , ducatur recta $V'Z$ paral-
lela FC , donec occurrat recta Qq in Z . Capiatur jam in
fig. 1 recta Cl' versus F , quæ sit ad CF in ratione subdu-
plicata rectæ Zq ad $V'u$ fig. 2, ac ducta indefinita $l'L'i'$

Constructionis
simplicioris pri-
ma feminæ pec-
cans analysis geom-
etrica.

Finis analyseos
geometricæ.

Constructio ex
ea analysi.

normali ad CF , centro C , intervallo illius CK assumptæ in fig. 2 inveniatur in ipsa $I'i'$ punctum L , quod erit ad curvam quæsitam. Nam erit CI' æqualis LY , & habebunt CL , LY inventam relationem ad se invicem.

Determinatio
semidiametri æ-
quatoris, & se-
miazis.

30. Patet autem curvam ejusmodi ducere originem ex F . Nam abeunte in fig. 2 K in F , abit Zq in $V'u$, & ratio ea evadit æqualitatis, adeoque in fig. 1 evadit CL æqualis CI' , & punctum L una cum I' abit in F . Si autem $V'Z$ fig. 2 occurrat quadratrici Cqu in Z' , ducaturque ZK' perpendicularis ad CF , erit huic CK' æqualis semiaxis CE fig. 1. Nam abeunte in fig. 2 K in K' evanescit Zq , abeuntibus punctis Z , q in Z' . Quare ibi in fig. 1 evanescit CI' , sive LY , ac angulus LCY , facto FCL recto, & abeunte CL in CE .

Determinatio
casuum omnium
pertinentium ad
distantias majo-
res, minores,
& intermediae.

31. In locis K intermediis inter F , & K' fig. 2 habebitur semper in fig. 1 duplex punctum L hinc, & inde a rectæ CF in distantia æquali, cum circulus radio C intervallo CK debeat occurrere bis rectæ $I'i'$ hinc, & inde ab I' ad eandem distantiam, nisi forte alicubi in fig. 2 ratio subduplicata Zq ad $V'u$ fuerit eadem, ac CK ad CF , vel ipsâ major. Primo enim casu evaderet in fig. 1 CI' æqualis CK , & puncto utroque L abeunte in I' , curva ibi ad rectam CF appelleret; in secundo vero casu esset CI' major, quam CK , & recta centro C , intervallo illo CK non pertingeret ad $I'i'$, quæ recta idcirco in infinitum produccta curvæ nusquam occurreret. Quare tota ea curva hinc, & inde a CF erit sibi similis, & æqualis. Abeunte K in figura 2 infra K' , jam KQ abjens in Ia erit minor ob aream decrementem versus C , quam $K'Z'$, sive Iy , in quam abibit ibi KZ . Quare Zq mutabit directionem in ya , & proinde negativa fiet, ac idcirco quadratum rectæ LY fig. 1, quod ob $V'u$, & CF fig. 2 constantes est ibi, ut Zq , evadet negativum, & ipsa ordinata fig. 1 imaginaria, adeoque curva non descendet ad distantiam minorem ipsâ CE fig. 1. Supra F vero pro varia indole curvæ GQV , & ejus quadratricis Cqu fig. 2, varias habere poterit vices, sed semper continuata quadratrica Cqu , & recta yZV' supra $V'u$ habebuntur pro quovis punto rectæ CF productæ bina

bina puncta curvæ æquilibrii hinc, & inde æquè remota ab ipsa CE , vel unicum, curvâ utrinque ad eam appellente, vel nullum, prout in fig. 2 ratio subduplicata rectæ Zq ad datam Vu fuerit minor, æqualis, vel major respectu rationis CK ad CF .

32. In omnibus autem hisce casibus patet, pro omni Generalis compres-
arcu curve positæ infra C fore figuram semper com- pressam in polo E , & polo ipsi opposito, & differentiam polos & compres-
femiaxis CE a semidiametro æquatoris CF fore æqualem pressionis quanti-
tatis definita. illi $V'Z'$ figuræ 2, quæ ab ipsa quadratrice definitur, &
cujus expressionem generalem videbimus paullo infra.

33. Ubi gravitas primitiva sit in aliqua ratione directa distantiarum, curva VQA figuræ 1, & 2 terminatur in C , & quadratrix $aqua$ prodit ex C , quæ quidem prodit Casus, in qui-
bus quadratrix potest ortum du-
itidem ex C , quotiescumque curva gravitatis VQA ter-
minatur ad rectam CG , alicubi in G . Si gravitas sit in
aliqua ratione distantiarum reciproca, curva VQA abit in
infinitum, & rectam CG habet pro asymptoto. Tum
vero si gravitas, dum ad centrum acceditur in infinitum,
crescat, infinites minus quam in ratione reciproca simpli-
ci distantiarum, area alymptotica erit finita, & adhuc
quadratrix $aqua$ prodibit e C .

34. Quod si gravitas crescat in ratione eadem distan- Casus, in qui-
tiarum simplici reciproca, vel adhuc magis, areæ ejus- bus ea alympto-
modi erunt infinitæ, nec poterit quadratrix prodire e C . tica est: et tamen
In eo casu oportet in fig. 2 quadratricem inchoare e quo- aptari posse con-
vis puncto I rectæ CF ita, ut ordinatae superiores Kq ja- structionem eau-
centes ad partes u exprimant areas $QKIA$ jacentes supra dem.
ordinatam IA , & ordinatae inferiores jacentes ad par-
tem oppositam exprimant areas positas infra ipsam IA .
Ipsa autem quadratrix uqa , & vero etiam XZY ex ea parte abibit itidem in infinitum, & habebit CG pro asymptoto. Constructio tamen eadem ope quadratricis ejusdem, unius juxta posteriorem solutionem, vel duplicitis juxta priorem, exhibebit constructionem problematis, quæ invenietur semper, habita ratione transformationis locorum Geometricorum, cujus leges sūlius aliquanto, & dili-

diligentius persecutus sum superiore anno in dissertatione adjecta sectionum Conicarum elementis Elementorum meorum tomo tertio.

De curvis experimen-
tibus legem
gravitatis, ubi
ex sit accuratè,
ut aliqua poten-
tia distantiarum
directæ, vel re-
ciproca.

35. Quod si gravitas VQA sit accurate in aliqua ratione directa vel reciproca distantiarum, sive, ut quævis potestas m distantiae; erit curva VQA semper ex familia parabolæ, si m fuerit numerus positivus, & gravitas in ratione directa distantiarum; ex familia vero hyperbolæ, si fuerit m numerus negativus, & gravitas in ratione distantiarum reciproca, præter casum in quo $m=0$, & $m=1$, qui sunt bini casus gravitatis constantis, & gravitatis crescentis in ratione distantiarum directa, de quibus paullo infra, in quorum altero curva VQA abit in rectam parallelam FC , in altero in rectam tendentem ab V ad C .

Barum quadra-
trices.

36. In eo casu, in quo ordinata IA est, ut CI^m , area terminata per eandem ordinatam generaliter est ad rectangulum sub CI , & IA , ut 1 ad $m+1$, quod quidem etiam per simplicem Geometriam demonstrari potest, & pertinet ad elementa Geometriæ infinitesimalis, & curvarum, quæ brevi in quarto clementorum meorum tomo, ut spero, prodibunt. Hinc erit ea area, $\frac{1}{m+1} \times CI \times IA$, & proinde IA , quæ ipsi proportionalis est, erit ut $CI \times IA$, sive ut CI^{m+1} , & semper in iis casibus quadratrix uqa erit itidem ex familia parabolæ, vel hyperbolæ, præter casum, quo sit $m=0$, nimurum gravitas constans, quo casu $m+1=1$, ac uqa evadit recta tendens ad F , & casum, quo $m=-1$, quo nimurum gravitas est in ratione reciproca distantiarum, quo quidem casu curva VQA evadit Hyperbola Apolloniana, & ejus area quadrari non potest, nisi per logarithmos.

Ratio diametri
æquatoris ad se-
mixem in iis
casibus genera-
liter expressa.

37. Hinc facile determinatur pro hoc casu generaliter quantitas compressionis. Erit enim $K'C^{m+1}$ ad FC^{m+1} , ut $K'Z'$, sive FV' ad Fu , adeoque si inter FV' , & Fu capiatur numerus m medianarum geometricè proportionarium, quarum postrema sit FX , erit $K'C$ ad FC , ut FX ad Fu , cum debeat itidem esse FV' ad Fu , ut FX^{m+1} ad Fu

Fu^{m+1} . Quod si præterea Vu fuerit exigua respectu Fu , differentiae illarum continuè proportionalium erunt quamproximè æquales inter se, adeoque $Xu = \frac{1}{m+1} Vu$, nimirum ob $Vu = \frac{1}{2} FR$ erit $Xu = \frac{1}{m+1} FR$. Quoniam autem erit area tota $\frac{1}{m+1} \times FC \times FV$, adeoque ipsa applicata ad FC , sive $Fu = \frac{1}{m+1} FC$, erit Fu ad uX , sive FC ad FK' ut $\frac{1}{m+1} FV$ ad $\frac{1}{m+1} \times FR$, sive ut FV ad $\frac{1}{2} FR$. Nimirum erit semidiameter æquatoris ad ejus differentiam a semiaaxe, ut est gravitas primitiva sub æquatore ad dimidiad vim centrifugam ibidem.

38. Id autem theorema est generale pro compressione exigua in quavis hypothesi gravitatis tendentis ad datum centrum, & præterea habetur hoc aliud: decrementum distantiae ab æquatore ad polum est proximè, ut quadratum sinus recti latitudinis, sive ut sinus versus latitudinis duplicatae. Utrumque demonstratur facile in fig. 2. Cum enim area $VRCG$ debeat esse æqualis areæ $QsCG$, dempta $QsCG$, & addita $RSsr$, erit $VrsQ = RrC$. Si autem sit FR exigua respectu FV , erit area $VrsQ$ proximè æqualis areæ $VFKQ$, & ipsi accuratè æqualis erit, ubi abeunte K in K' , abit r in F . Poterit autem area $VFKQ$ considerari, ut rectangulum sub KF , & FV , & triangula RCF , KCr sunt æqualia $\frac{1}{2} RF \times FC$, $\frac{1}{2} Rr \times FC$. Quare abeunte K in K' erit $\frac{1}{2} RF \times FC = FK' \times FV$, & FC ad FK' , ut FV ad $\frac{1}{2} FR$, quod erat primum. Erit autem generaliter $FK \times FV = \frac{1}{2} Rr \times FC$, adeoque FK decrementum distantiae, ut Rr , qui est sinus versus arcus RB , cuius dimidium metitur angulum RFB , sive angulum FCL figuræ primæ, qui est proximè distantia loci ab æquatore, seu latitudo, & constat ex Trigonometria, esse sinum versum arcus cujusvis, ut quadratum chordæ, cuius dimidium est sinus rectus arcus dimidii; unde patet, & secundum.

39. Hæc quidem hic generalissime e sublimioribus principiis derivantur. Verum in ea dissertatione de Figura Telluris, cuius memini supra num. 27, conformes priori constructioni generali hic propositæ a n. 19 jam tum præmisseram binas constructiones pro binis casibus gravitatis

Eadem genera-
lius, & ratio de-
crementi distan-
tiae ab æquatore
ad polum.

binæ leges gra-
vitatis jam olim
forsum petra-
gatae, & hie
secundum petra-
ganda.

tatis constantis , & gravitatis crescentis in ratione simplici distantiarum , quarum priorem Galileus consideravit , & vero in hac investigatione Hugenius ; posteriorem vero consideravit Hermannus , & pro utroque deduxeram æquationes ad curvam , quarum prior cum Hugeniana congruit , posterior Ellipsem Apollonianam exhibit , quam Hermannus ipse in eo casu invenerat . Eas concinnatas aliquanto elegantius , ut nimirum ex generali illa deducantur , hic proponam prius , tum elegantiores , simplicioresque alias deducam ex hac nova . Proderit ad Geometriæ contemplationem quandam jucundissimam alia ex aliis deducere ordine illo , quem ipsa Geometria ex rerum natura derivatum sponte objicit , & ostentat .

Construatio facit. 40. Si gravitas fuerit constans , qualem Galileus assumit pro *caso* psit in omni sua Mechanica , & Hugenius in hac perquisitione , constructio illa prima generalis , qnam hic proposui a num. 19 evadit multo expeditior . In eo casu evadit in fig. 2 *Fu* æqualis *FV* , & *Ca* recta linea , *CYX* parabola Apolloniana , cujus *CG* diameter , *Cu* tangens ; & latus rectum ejus diametri tertium post *uX* , *Cu* . Nam *VQAG* effet recta parallela *FC* , & rectangulum *VFCG* applicatum ad *CF* effet ipsa *FV* , arcæ autem pertinentes ad abscissas *CK* , *CI* , ut ipsæ , adeoque & *Kq* , *Ia* , ut *CK* , *CI* ; & *qZ* , *aY* ad *uX* , quæ sunt ut quadrata *CK* , *CI* , effent ut quadrata abscissarum *Cq* , *Ca* , quorum primum est proprium rectæ , secundum ejus parabolæ .

In primis autem differentia semiaxis a semidiametro æquatoris nimirum *V'Z'* perquam facile inveniretur . Effet enim *CF* ad *V'Z'* , ut *Fu* ad *uV'* , sive assumptis æqualibus , ut *FV* ad $\frac{1}{2} FR$, nimirum ut gravitas ad dimidiam vim centrifugam sub æquatore . Deinde & cætera omnia curve puncta determinari possent per Geometriam etiam planam , cum per planam Geometriam habeatur concursus rectæ cuiusvis cum data quavis sectione conica .

Alia facilitior p-

eculiaris pro ipsa

41. Sed sine ulla consideratione parabolæ sic multo facilius rem in ea simplicissima hypothesi expedire licet . Assumptis in fig. 3 rectis *FV* , *FR* , ut prius , facto semi-circu-

circulo FBR , & ducta RB parallela cuicunque Cl , ut prius, ac demisso perpendicularo Br , compleatur rectangularum $VFCG$, ducaturque Gr , cui recta RX parallela FC occurrat in X . Occurrat autem recta GV rectæ ductæ per C , & r in T , & rectæ per X parallelæ FV in Y' , ac assumpta TQ media geometricè proportionali inter TV , TY' , capiatur CL æqualis GQ , eritque L ad curvam quæsitam.

42. Nam erit Rr ad rV , ut RX sive VY' , ad VG , sive FC . Quare in triangulis RCr , $VY'r$ bases Rr , rV , & altitudines FC , VY' reciprocantur, ac proinde areae æquales sunt. Est autem triangulum $TY'r$, ad TVr , ut TY' ad TV ob altitudinem r communem, sive in ratione duplicata TQ ad TV ob TY' , TQ , TV continue proportionales, vel recta QK parallela VF occurrente rectis CR , Cr in S , s) ut triangulum TQs ad idem illud triangulum TVr ob eorundem triangulorum similitudinem. Quare triangula $TY'r$, TQs , quæ ad idem triangulum TVr eandem rationem habent, sunt inter se æqualia, & dempto communi TVr , remanebit trapezium $VrsQ$ æquale triangulo VrY' , adeoque triangulo RCr , ac dempto communi trapezio $RSsr$, & addito communi $QSCG$, erit area $VRCG$, qua exprimitur pondus CF , æqualis areae $QsCG$, qua exprimitur pondus CL , ut oportebat.

43. Abeunte CL in CE , abit punctum B , & r in F , & T in infinitum, ac ratio VQ ad QY' , quæ est eadem, ac TV ad TQ , evadit ratio æqualitatis. Cum vero sit semper VG ad VY' , sive ad RX , ut Vr ad rR , abeunte eo calu r in F , ea ratio fiet VF ad RF , sive ratio gravitatis ad vim centrifugam. Quare GV ad VQ , sive CF ad FK dimidiam RX , nimirum semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe erit, ut gravitas VF ad dimidiam vim centrifugam RF , ut etiam supra num. 27.

44. Quoniam ea vis centrifuga respectu gravitatis est per quam exigua, ut paullo interior videbimus, semper erit FR admodum exigua respectu FV , & punctum T re-

tatis ab aqua motissimum, ac VQ proxime dimidia Y' , sive RX . Ipotore ad polum sa autem RX , quæ ad Rr habebit rationem VG , ad Vr fere eandem, ac est VG ad VR , erit ad sensum, ut Rr , qui est sinus versus arcus RB , cuius arcus dimidium metitur angulum RFB æqualem angulo FCL , sive proxime latitudini loci, ac est, ut quadratum RB , qui, habita RF pro radio, est sinus anguli RFB , sive proxime latitudinis. In eadem vero hypothesi cum ob RF exiguam haberi possint RS , VG pro parallelis, erit Qs proxime æqualis Vr , & Rr excessus gravitatis residuae Qs debita loco L , supra gravitatem residuam debitam æquatori F . Hinc etiam in hac gravitatis hypothesi habetur hujusmodi theorema. *Distantiarum a centro, & gravitatis, quam experimur, differentia sunt proxime, ut sinus versi latitudinis duplicate, vel in ratione duplicata sinus latitudinis.*

Casus gravitatis 45. Quod si gravitas sit, directè ut distantia a centro, directè proportionaliter linea VQG figuræ 1, abibit in rectam tendentem ab V ad C . Evanescet enim recta CG , & erit IA , ut CI . Eo casu, & quadratrix Ca figuræ 2, & CYX evadunt parabolæ

^{Tab. 4, F. 1.} Apollonianæ, quarum axis communis recta GC produccta, tangens vero CF . Erit enim in ratione duplicata CI tam la , quam aY , adeoque & IY , quo casu itidem punctum Z potest definiri per Geometriam planam. Sed eo itidem casu constructio evadit simplicior sine ulla sectiōnum conicarum consideratione, & fit hoc pacto.

Construunt pro eo casu, & de- 46. In fig. 4 manentibus reliquis, ut prius, ducatur ex V recta VC , & ex R recta ipsi parallella, quæ occurrat monit ratio.

Tab. 4, F. 4. Cr in P , tum PO parallela RF , ac assumpta CK media geometricè proportionali inter CO , CF , capiatur CL æqualis CK , & punctum L erit ad curvam æquilibrii quæsitam. Erit enim triangulum VrC ad VRC , ut Vr ad VR , ut Cr ad CP , ut CF ad CO , in ratione duplicata CF ad CK , sive Cr ad Cs , vel ejusdem trianguli VrC ad QsC . Quare triangulum VRC , quod exprimit pondus CF , erit æquale triangulo QsC , quod exprimit pondus CL .

47. Quoniam autem etiam hic est CF ad FO , ut Cr ad rP , sive ut Vr ad Rr , nimur abeunte CL in CE , & r, B in F , ut VF ad RF , nimur ut gravitas sub æquatore ad vim centrifugam ibidem, & ob FR exiguum respectu FV , est FK ad sensum æqualis KO ; habebitur hic proximè, quod in Hugeniana curva habetur accurate, ut nimur sit gravitas sub æquatore ad dimidiā vim centrifugam ibidem, ut est diameter æquatoris ad ejus differentiam a semiaaxe, & proinde utraque ad sensum æque comprimitur.

48. Cum vero sit Vr ad Rr , ut Cr ad rP , ut CF ad FO , ac alternando Vr (proxime constans) ad CF (constanter), ut Rr ad FO , erit ipsa FO , & FK ejus dimidia proxime, ut Rr ; ac si RP occurrat QS in i , erit is differentia gravitatis VR a gravitate QS proxime dimidia Rr . Quare etiam hic tam decrementa distantiarum a centro, quam incrementa gravitatis ab æquatore ad polum erunt proximè, ut sinus versus latitudinis duplicatae, vel in ratione duplicata sinus recti ejusdem latitudinis.

49. Præterea cum æqualia sint triangula VCR , QCs , eorum bases VR , QS debent esse reciprocæ, ut altitudines CF , CK . Quare cum illæ exprimant gravitates residuas, hæ distantias CF , CL , in quibus eæ residuae gravitates habentur, gravitates residuae erunt accuratæ in superficie ejus solidi in ratione reciproca distantiarum a centro, quod sane mirum videri possit, cum gravitates primitivæ ibidem sint in ratione directa distantiarum earendem.

50. Curva in hoc posteriore casu est ipsa Ellipsis Apolloniana, & in priore est illa ipsa, quam Hugenius defivit. Hoc posterius sine calculo demonstrari non potest, cum per æquationem analyticam Hugenius ejus curvæ naturam nobis prodiderit. Illud primuna posset quidem etiam per synthesim, & puram Geometriam, etiam ex hac prima veteri constructione, sed ambitu multo majore, & complicatiore. Quamobrem primo

Determinatio
cōp̄ressionis ea-
dem, ac in gra-
vitate conflanti.

Eadem parites
decrements di-
stantiarum, & in-
clementa gravitatis.

Gravitates resi-
duæ in ratione
reciproca distan-
tiarum, cum pri-
mitivæ sint in
directa.

Quid per geo-
metriam, quid
per calculū tra-
fundandū infra.

quidem hic per analyticas formulas utrumque præstabilis, tum ex secunda constructione simpliciore constructiones eruemus pro utraque hac lege, pro prima quidem itidem admodum simpliciorem, pro secunda vero multo aptiorem ad demonstrandum per simplicem Geometriam, haberi ibi accurate ellipsem Apollonianam.

Aequatio pro gravitate constante. 51. Ponatur pro primo casu in fig. 3 $CF = a$, ductaque LY perpendiculari ad axem CE , sit $CY = x$, $LY = y$, gravitas FV constans $= m$, vis centrifuga in F , five $FR = n$. Erit $CL^2 = x^2 + y^2$, $LY^2 = y^2 : FR^2$, $FB^2 : FR = n$, $Fr = \frac{ny^2}{x^2 + y^2}$. Rursus $FC^2 = a^2$, $CK^2 = CL^2 = x^2 + y^2$, $CFr = \frac{1}{2} \times \frac{na^2}{x^2 + y^2}$, $CKs = \frac{ny^2}{2a}$. Cumque sit $CKQG = CK \times FV = m (xx - yy)$, erit $QsCG = m (xx - yy) - \frac{ny^2}{2a}$. Est autem $GVFC = ma$, $RCF = \frac{1}{2}na$, adeoque $GVRC = ma - \frac{1}{2}na$. Quare, ob areas $VRCG$, $QsCG$ æquales, erit $m (xx - yy) - \frac{ny^2}{2a} = ma - \frac{1}{2}na$. Ea æquatio

reducta, posito $\frac{ma}{n} = f$, exhibet eam æquationem, quam Hugenius invenit $y^4 - (4af - 4ff - 2aa) yy - 4ffxx + 4aaff - 4\bar{a}f\bar{a} = 0$.

Aequatio pro gravitate diffusa directe proportionali. 52. Pro secundo casu ponantur reliqua in fig. 4, ut prius, ac sit m gravitas non quidem constans, sed quæ debetur distantia CF , eritque, ut prius $CKS = \frac{ny^2}{2a}$. Erit autem $CFV = \frac{1}{2}ma$, $CF^2 = a^2$, $CK^2 = x^2 + y^2$, $CFV = \frac{1}{2}ma$, $CKQ = \frac{mx^2 + my^2}{2a}$. Quare $CsQ = \frac{mx^2 + my^2}{2a} - \frac{ny^2}{2a}$, five posito excessu gravitatis sub æquatore supra vim centrifugam, nimirum $m - n = p$, erit $CsQ = \frac{mx^2 + py^2}{2a}$. Est autem $VR = m - n = p$, & $FC = a$. Quare $VCR = \frac{1}{2}ap$, adeo-

Tab. 4, F. 4

adeoque habetur æquatio simplicissima $\frac{mx^2 + p^2}{2a} = \frac{1}{2}ap$,
 sive $\frac{p}{a}x^2 + y^2 = a^2$, quæ est ad Ellipsem, cuius semiaxis
 transversus $CF = a$, conjugatus autem ad transversum
 in ratione subduplicata p ad m , cum nimis facta $y = 0$,
 abeat x in ipsum, & sit $\frac{mx^2}{p} = a^2$, adeoque $p.m :: x^2.a^2$.

53. Data quavis alia lege gravitatis, æquatio ad curvam facile itidem invenitur in figura 1, dummodo deatur quadratura curvæ VQG , experimentis legem ipsam. Nam demendo ab area $QKCG$, quæ dabitur per ejusmodi quadraturam, triangulum KsC , cuius valor est idem, ac is, quem in superioribus numeris invenimus, habebitur area $QsCG$, & ablato itidem ab area $VFCG$ triangulo RFC , habebitur area $VRCG$, quæ posita æqualis priori exhibet æquationem ad curvam. Porro, ubi gravitas sit in ratione distantiarum utcumque multiplicata per numerum rationalem quemcumque positivum, vel negativum, semper habetur algebraica quadratura curvæ experimentis eam legem, præter unicum casum vis decreasingis in ratione reciproca simplici, in quo casu curva ipsa, quæ generaliter pertinet ad familiam paraboliarum, vel hyperboliarum sublimiorum, ut supra vidimus, abit in hyperbolam Apollonianam, & quadraturam tantummodo per logarithmos, adeoque in omnibus ejusmodi casibus algebraica erit curva æquilibrii, & in hoc postremo pertinebit ad logarithmos.

*Methodus enim
inveniendi pro
alii lege quavis
Tab. 4, F. 3*

54. Hæc quidem ex prima illa veteri constructione deducuntur exposita a num. 19. Nunc ex illa multo simpliori posita a num. 27, hoc pacto pro iis binis casibus constructio multo elegantior derivatur. Sit in fig. 5 gravitas constans exposita per rectas KQ perpendicularares FC terminatas ad rectam VG eidem parallelam. Assumpta VV' versus F in ratione dimidiæ vis centrifugæ in æquatore in F ad gravitatem illam constantem, ducatur $V'Z$ parallela FC , quæ occurrat KQ in Z , recta vero VC occurrat rectis VZ ,

*Construatio pro
gravitate con-
stanti facilior.
Tab. 4, F. 3*

VZ, QK in Z' , q , & fiat $Z'i$ media geometrice proportionalis inter $Z'Z$, $Z'V$ versus V' : tum ducatur recta Vi , quæ rectæ FC occurrat in I' , & per I' duxta $I'i'$ parallela CE , centro C intervallo CK , inveniatur in ea punctum L ex utravis parte puncti I , quod erit ad curvam quæsitam.

Demonstratio
ipsius.
Tab. 4, F. 1

55. Erunt enim FV , & VV' eadem, ac in fig. 2 Fu , uV' , recta vero CV erit quadratrix rectæ VG , cum area $VFCG$ applicata ad CF reddat FV , & area $QKCG$ ad $VFCG$ sit ut KC ad FC , sive ut qK ad VF , ac proinde & qK æquetur areæ $QKCG$ applicatae ad CF . Erunt igitur puncta ZZ' eadem, ac in fig. 2, & sumenda erit Cl' ad CF in ratione subduplicata, ut in fig. 1 rectæ qZ ad uV' figuræ 2 juxta num. 29, ita hic ad VV' hujus ipsius, sive rectæ $Z'Z$ ad $Z'V'$. Id autem est præstatum, sumpta $Z'i$ media inter $Z'Z$, & $Z'V'$, & duxta ViI' . Est enim $Z'i$ ad $Z'V$ in ratione illa subduplicata $Z'Z$ ad $Z'V'$, & Cl' ad CF , ut $Z'i$ ad $Z'V'$.

Construatio pro
gravitate distan-
tia proportiona-
lis.
Tab. 4, F. 6

56. Pro casu secundo vis crescentis in ratione distan-
tiarum simplici constructio est aliquanto magis compo-
nita, sed non ita multum. Sumatur in fig. 6 FV ad arbitrium, tum Fu ejus dimidia, & uV' versus F ad uF in ratione vis centrifugæ ad gravitatem in F , ac duxta qua-
vis KQ , parallela FV , quæ occurrat rectis CV , Cu in Q, Q' , capiatur in ea Kq tertia post Fu , KQ' , ver-
sus Q , & capiatur Cl' versus F ac CF in ratione sub-
duplicata qZ ad uV' , & duxta $I'i'$ perpendiculari ad CF ,
punctum L inventum in ea centro C intervallo CK erit
ad curvam quæsitam.

Eius demonstra-
tio.

57. Nam exidente FV gravitatem in F , exprimet KQ gravitatem in K , cum sit KQ ad FV , ut CK ad CF in simplici distantiarum ratione, adeoque recta VC locus virium. Cum autem sit Fu dimidia FV , æquabitur areæ VFC applicatae ad FC . Igitur cum sit Fu ad Kq , ut uF ad QK^2 , ut VF^2 ad QK^2 , ut area VCF ad aream QCK , erit & Kq æqualis areæ QKC applicatae ad CF , adeoque q ad quadratricem. Quare debuit fieri Cl' ad CF , in ratio-
ne subduplicata Zq ad $V'u$, uti factum est.

58. Porro quadratrix uqC erit Parabola Apolloniana , Determinatio cuius axis recta EC producta, tangens autem CF , cum ni- mirum quævis ejus ordinata KQ' debeat esse, ut area $\mathcal{Q}KC$, sive ut quadratum CK . Invenietur autem $V'Z'$ ab V' ad concursum rectæ $V'Z'$ cum ipsa sine ulla ejus consideratio ne. Ibi enim debebit esse $K'Z'$ æqualis FV' , & KC^2 ad CF^2 , ut $K'Z'$ ad Fu . Quare si capta Ft media geometricè proportionali inter FV' , Fu , capiatur CK' ad CF , ut Ft ad Fu , habebitur punctum K' . Erit enim $K'C^2$ ad CF^2 , ut FV' ad Fu , ut oportebat.

59. Quoniam autem si $V'u$ sit satis exigua , debent $V't$, tu ad sensum aequales esse, habebitur etiam hinc hoc theo- rema : *Differentia semiaxis , & semidiametri æquatoris ad se- midiametrum ipsam erit proximè , ut dimidia vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem ibi*. Id autem theorema in casu gravitatis Galileanæ constantis erit verum accuratè . Cum enim sit hic CK' ad CF , ut Ft ad Fu , erit dividendo FK' ad CF , ut ut ad Fu , est autem uV' ad Fu , ut ea vis cen trifuga ad eam gravitatem , & ut proximè dimidia $V'u$. In figura autem 5 , est $V'Z'$ ad FC , ut VV' ad EV , quæ ratio ibi ex constructione est eadem , ac dimidiæ vis cen trifuge ad gravitatem . Quæ quidem omnia congruant cum iis , quæ a num. 33 generaliter sunt dicta .

60. Porro jam hinc sine ullo calculi subsidio inveni- tur , curvam FLE in posteriore casu gravitatis crescentis in ratione directa distantiarum esse ellipsem Apollonia- nam . Sumatur enim Ce æqualis , & contraria CE , & de- mittatur ordinata LY ipsi CE normalis . Quoniam FK' est differentia CE , CF , erit CK' æqualis CE ; sunt autem ipsarum CK' , CK , vel CL , & CF quadratis proportionales rectæ $K'Z'$, sive KZ , vel FV' , Kq , & Fu . Est igitur differ entia quadratorum CF , CE ad differentiam CF , CL , ut $V'u$ ad Zq , sive per constructionem ut FC^2 ad $I'C^2$. Et alternando CF^2 CE^2 ad FC^2 , ut CL^2 CE^2 . $I'C^2$, vel invertendo FC^2 . CF^2 CE^2 :: $I'C^2$. CL^2 CE^2 , ac per conver- sionem rationis FC^2 . CE^2 :: $I'C^2$. $I'C^2$ — CL^2 + CE^2 . Erit autem

Curvam in casu posteriori esse accu- rata ellip- sis .

Tab. 4 , F. 6

autem — $CL^2 = IC^2$ idem, ac — $I'L^2$. Quare demum erit quadratum CF ad quadratum CE , uti quadratum CI' , sive YL ad differentiam quadratorum CE , CY , sive ad rectanglem eYE , quæ est natura Ellipsoes Apollonianæ habentis pro semiaaxe transverso CF , pro conjugato CE .

*Plura, quæ pos.
sent demonstrari
per Geometriam.
quid per calculum
hic præstan-
dum.*

61. Ex eadem generali constructione posset itidem per puram Geometriam demonstrari & illud, in superficie hujus figuræ gravitatem compositam ex vi centrifugâ, & gravitate primitiva dirigi per normalem, immo etiam posset per solam Geometriam ex hypothesi ejus directionis deveniri ad constructionem curvæ, sed res aliquanto effet longior, & minus necessaria, juxta ea, quæ diximus num. 8. Quoniam tamen id ipsum admodum facile præstari potest ope calculi infinitesimalis admodum elementaris, & methodo, qua in illa ipsa mea dissertatione usus fueram, ac inde profuit illa ipsa secunda constructio numeri 29; idcirco hic eam subjiciam.

*Ratio solvendi
problema per di-
rectionem gravi-
tatis perpendi-
cularum superfi-
cier.*

Tab. 4. Fig. 7.

62. Exprimat in fig. 7 LN gravitatem primitivam directam ad centrum C , LO vim centrifugam, & completo parallelogrammo $MOLN$, dirigentur gravia per LM ad punctum P semidiametri CF , non ad centrum C , & ipsa LP erit normalis ad curvam FLE . Problema igitur expedietur per formulam subnormalium. Ducta nimirum $L'P$ perpendiculari ad CF , erit $P'P$ subnormalis, quæ ex formulis elementaribus calculi infinitesimalis, posita, ut prius,

$$CY = IL = x : LY = CI' = y, \text{ debet esse } \frac{-xdx}{dy}.$$

*Aequatio ex in-
tegratione cum
confianti addi-
ta.*

63. Ponatur, ut prius, $CF = a$, ac vis centrifuga in E $= n$, ponatur itidem CL , sive $\sqrt{(xx+yy)} = z$, & gravitas LN in distantia CL fiat $= u$, quæ dabitur per distantiam z . Erit per num. 17 $CF = a$, $LY = y :: n$.

$$LO = NM = \frac{n}{a}. \text{ Rursus } LN = u. MN = \frac{n}{a} :: LC = z.$$

$$CP = \frac{ny}{az}. \text{ Quare } PI' = y - \frac{nz}{au} = \frac{-xdx}{ay}, \text{ sive } ydy = \frac{nzydy}{ay}$$

$\frac{nx dy}{au} = -xdx$, sive $ydy + xdx = \frac{nx dy}{au}$. Porro cum sit $xz = xx + yy$, est $zdz = xdx + ydy$. Erit igitur $zdz = \frac{nx dy}{au}$, & $audz = nydy$, sive demum integrando $aS.udz = \frac{1}{2}nyy + B$ addita constanti, quam natura ipsa problematis determinabit.

64. Nam in fig. 2 CK est ipsa hæc distantia z , & vis u ipsi respondens est KQ . Quare area $GCKQ = S.udz$. Quoniam Kq posita est æqualis huic areæ applicatae ad $CF = a$, si ipsa KQ dicatur r , erit area illa $= ar$, & æquatio $aar = \frac{1}{2}nyy + B$. Ponatur $Fu = c$, & cum abeunte in fig. 1 puncto L in F , abeat, & CL , & YL in F , fiet ibi tam z , quam $y = a$, ac in fig. 2 abibit K in F , & Kq in Fu . sive r in c . Fiet igitur ibi æquatio $aac = \frac{1}{2}naa + B$, & $B = aac - \frac{1}{2}naa$, ac æquatio ad curvam $aar = \frac{1}{2}nyy + aac - \frac{1}{2}naa$, sive $yy = aaX \frac{r-c+\frac{1}{2}n}{\frac{1}{2}n}$.

Determinatio
constantis, & æ-
quationis integra-
Tab. 4, F. 1

65. Inde autem eruitur hæc expeditissima constructio curve quæsitæ. Construatur in figura 2 sola quadratrix Cqu , & sine illis rectis CR , Cr , & semicirculo RBF absindatur uV' versus F dimidia FR . Tum ex quovis puncto K ducta Kq ordinata quadratricis ducatur $V'y$ parallela FC , donec ipsi Kq occurrat alicubi in Z . In fig. 1 capiatur Cl' , quæ sit ad CF in ratione subduplicata rectæ Zq ad Vu fig. 2, tum ducta ex I' recta $I'Z$ indefinita, centro C intervallo rectæ CK assumptæ in fig. 2 inveniatur in recta $I'Z$ fig. 1 punctum L , quod erit ad curvam quæsitam. Erit enim in fig. 2 $KZ = FV' = c - \frac{1}{2}n$. Quare $qZ = qK - KZ = r - c + \frac{1}{2}n$, adeoque $V'u = \frac{1}{2}n$. $Zq = r - c + \frac{1}{2}n$ $\therefore CF = aa$. $IC^2 = yy = aaX \frac{r-c+\frac{1}{2}n}{\frac{1}{2}n}$, cui valori cum in fig. 1 sit accepta æqualis Cl' , patet constructionem ritte procedere.

Construatio de-
ducta ex ea ana-
lyticâ.

66. Atque hæc quidem est illa ipsa constructio, quam ex æquilibrio canalium per puram geometriam obtinuitur.

Eius confessus
cum posteriore
geometrica, Qua-
mus

ratione compu-
tari possit com-
presso.

mus num. 29, quæ conspirat cum priore numero 32, ex quibus, & Hugeniana æquatio, & Hermanniana Ellipsis derivantur, quæ idcirco etiam huc derivarentur. Supereft, ut videamus, quanta effet in hisce gravitatis hypothesibus elevatio ad æquatorem, quod quidem obtinebitur ex num 37., si innotescat ratio vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, & tota semidiameter æquatoris saltus vere proxima. Licet enim ea non penitus accurate cognoscatur, adhuc tamen in exigua differentia axium curvæ error inde ortus erit & ipse perquam exiguis.

Quo pâdo inve-
stigâda ratio vis ibidem magis immediate determinatur nunc, posteaquam
centrifugæ ad
gravitatem.

67. Ratio vis centrifugæ sub æquatore ad gravitatem pendulorum definitus est effectus gravitatis ibidem. Hugenius, ac Newtonus pluribus reductionibus indiguerunt ad rem perficiendam, adhibitis pendulorum oscillationibus definitis in Europa, procul ab æquatore. Adhuc tamen cum reductio ipsa exigua sit, nihil ad sensum errarunt in ejusmodi determinatione. Porro primo quidem videndum est, quantum spatium percurreret dato tempusculo grave, quod sine ulla aeris resistentia libere caderet vi suæ gravitatis sub æquatore, tum vero, qui sit ibidem effectus vis centrifugæ. Alterum exhibit longitudi penduli oscillantis ad singula secunda horaria temporis medii, alterum magnitudi Telluris utcumque cognita, & celeritas motus diurni.

Determinatio
gravitatis sub æ-
quatore e pen-
dulis ibi oculi
limites cohærent cum observationibus Condaminii, &
Goudinii.

68. Quod ad primum attinet, Bouguerius e suis observationibus habitis sub æquatore, quæ intra arctissimos limites ibi oculi, cum observationibus Condaminii, & Goudinii, adhibita correctione e calore, & ex aeris gravitate, deduxit longitudinem penduli oscillantis in superficie maris, in vacuo, sub æquatore ita, ut singulis secundis horariis singulas accurate oscillationes perficiat, pedum 3, lin. 7. $\frac{21}{100}$, sive linearum 439. 21. Est autem ex primis Mechanicæ elementis, quadratum dia-

metri ad quadratum semicircumferentia, sive 226×226 , ad 355×355 , ut dupla penduli longitudo ad spatium, quod libero descensu percurreretur tempore unius oscillationis. Id spatium inito calculo invenitur linearum 2167.41 , sive pedum 15 lin. 7.41 .

69. Spatium, quod exprimit effectum vis centrifugae, est quamproxime sinus versus arcus descripti uno minuto secundo temporis, sive arcus $15''$. Dolendum sane, quod non habeamus æquatoris gradum certo, & immediate definitum, quem ob irregularē textū Telluris fortasse nunquam satis certo habebimus nec ex observatione, nec ex theoria. At quoniam eo ex quavis theoria assumpto error, qui in ipso committi potest, in sinu verso per quam exiguo, per quam exiguum errorem secum trahit, utar gradu æquatoris, quem ex sua Bouguerius theoria deduxit hexapedarum 57264 .

70. Assumpto eo gradu æquatoris, arcus secundorum 15 continebit lineas 206150 . Factis igitur, ut diameter 200000000 ad sinum $15''$, nimirum 72722 , ita is arcus $15''$, nimirum 206150 ad sinum versum, is remanet 7.49 . Is quidem esset sinus versus, si Terra converteretur circa propriam axem 24 horis Solaribus, Sed cum ejus diurna conversio absolvatur citius fere 4 minutis, quibus dies sidereus Solari die est brevior, arcus descriptus in æquatore motu diurno erit major proxime in ratione inversa horarum 24 , sive minutorum 1440 ad 1436 . vel 360 ad 359 . Sunt autem sinus versi in ratione duplicata chordarum, adeoque & exiguum arcum. Quare factis, ut quadratum numeri 359 ad quadratum 360 , sive proxime ut 358 ad 360 , ita 7.49 ad quartum, prodit sinus versus quæstus linearum 7.53 .

71. Erit igitur vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem residuam ibidem, ut est numerus 7.53 ad 2167 , Ratio illa definita utrumque.

Ratio illa definita utrumque.

41, sive proximè ut 1 ad 288 , ac eadem ad gravitatem integrum, ut 1 ad 289 , quod consentit cum Hugenii, & Newtoni determinatione. Si gradus æquatoris fuerit

major, vel minor, in eadem ratione duplicata major, vel minor erit sinus versus arcus similis, adeoque & vis centrifuga, & proinde in eadem ratione duplicata minuendus erit posterior proportionis numerus.

Absoluta magnitudo elevationis
æquatoris mil-
liariorum septem-

72. Hinc autem in quavis hypothesi gravitatis, directo ad unicum centrum, si vis centrifuga sit satis exigua erit semidiameter æquatoris ad semiaxem, ut 289 ad 288, sive differentia ipsorum $\frac{1}{7}$ totius. Id autem calculo initio pro invenienda semidiametro æquatoris proxime ex gradu assumto, quæ est circiter milliariorum 4300, exhibet differentiam exiguum fane milliariorum proxime 7.

In aliis hypo-
thesibus posse es-
se utcumque di-
versam.

Tab. 4, F. 3

73. In omnibus hisce hypothesibus gravitatis figura Telluris quiescentis debet esse sphærica, figura Telluris circumactæ circa proprium axem debet esse compressa ad polos, & si vis centrifuga sit satis exigua respectu gravitatis sub æquatore compressio debet esse, quam definivimus, ut elevatio sub æquatore sit ad ejus semidiametrum in ea ratione, in qua est diuidium vis centrifugæ sub ipso æquatore ad gravitatem ibidem. Et decrementum distantiarum ab æquatore ad polos erit, ut quadratum sinus latitudinis. Esse autem vim centrifugam satis exiguum requirit illud, ut FK' , quæ per ipsam ita definitur, sit satis exigua, ut area $VFKQ$ in fig. 2 ubique, etiam abeunte K in K' possit assumi pro rectangulo, sive ut demissa VD perpendiculari in KQ , sit trilineum VQD admodum exiguum respectu areae $VFKD$. Id quidem pendet a natura curvæ virium VQG . Posset enim ea esse ejusmodi, ut existente FR perquam exigua respectu FV , & FK' respectu FC , adhuc id trilineum esset non ita exiguum respectu $VFKD$.

Problematis ad-
modum genera-
lis solutio.

74. Et quidem posset solvi hujusmodi problema. Invenire legem virium directarum ad centrum unicum, ita ut compressio sub æquatore sit magnitudinis datæ cujuscunque, & decrementum distantiae ab æquatore sit in ratione quacunque, licet vis centrifuga ad gravitatem sub æquatore

tore sit in ratione quacumque. Assumpta enim Fu , & uV' utcunque in ratione dimidiae vis centrifugæ ad gravitatem sub æquatore, tum FK' magnitudinis cujuscumque, & ducta $K'Z'$ parallela Fu , donec occurat rectè $V'y$, parallelæ FC in Z' , si ducatur per puncta $CZ'u$ curva, quæcumque, in qua ordinatæ eo majores sint, quo magis recedunt a C , tum fiat curva VdG cujus quadratrix sit $uZ'C$, quod qua ratione fieri generaliter possit per puram Geometriam infinitesimalem ostendam in quarto elementorum meorum tomo, habebitur lex virium expressa per ejusmodi curvam VQG , quæ exhibeat compressionem datam FK' . Assumpta autem FR ad FV , ut zuV' ad uF , facto quovis angulo FRB , & ductis Br , Cr , assumatur quodvis decrementum FK distantia CK applicandæ in eo angulo FRB , ac fiat $uX = \frac{1}{2} Fr$, tum ducta KZ parallela Fu assumatur Zq ad Xu in ratione duplicata CK ad CF , habebitur determinatio totius arcus $Z'qu$ quadratricis, ac per eam arcus curvæ virium, quæ ea decrementa distantiarum præstet pro iis angulis, ut satis patet regressu facto per primam constructionem expositam a num. 32.

75. Et hæc quidem satis jam sint de iis, quæ pertinent ad legem virium tendentium ad unicum centrum ita, ut in eadem circumquaque distantia a centro vires ipsæ æquales sint, mutatis vero distantiis mutantur utcumque. Videlicet debimus de eodem virium genere alia quædam etiam inferiori, ut illud, posse inveniri ejusmodi legem virium directarum ad idem centrum, ut non decrementa distantiarum, sed incrementa gravitatis residua ab æquatore ad polos sint in quacumque ratione data. Sed hic faciemus gradum ad alias gravitatis leges, & primo loco proponam hypothesim notissimam illam quidem, & admundum simplicem, ac elegantem, in qua Telluris vel quiescentis, vel motæ haberi potest etiam productio ad polos ipsos. Dirigatur nimis virum gravitas in fig. 8 ad bina puncta E , & F ita, ut ex binis æqualibus gravitatibus componatur, quarum utraque sit constans, & ad idem semper pun-

transitus ad 4.
Hæc hypotheses.
Si gravitas constans feratur ad
duo centra, &
Terra quiescat,
equilibrium in
figura elliptica.
Tab. 4, F. 8

punctum dirigatur. Si fluidum componatur in figuram ellipsoes ABD habentis ea puncta pro foci, & axem transversum AD , semiaxem conjugatum CB , ac quiescat; erit in æquilibrio. Nam in quovis punto G , gravitas composita ex binis GH , GI dirigetur per GK diametrum rhombi $GHKI$, quæ diameter fecat bisfariam angulum HGI , sive EGF , adeoque perpendicularis est ad superficiem, quod requiritur ad æquilibrium. Porro in D , & A gravitas composita æquabitur summæ illarum duarum gravitatum; in quovis punto G , diameter GK erit minor binis lateribus GI , GH , cum sit minor binis GI , JK . Et quidem eo minor erit iis, ut patet, & admodum facile demonstratur, quo angulus HGI est major, qui quidem in ellipsi eo est major, quo punctum G magis accedit ad B . Habetur igitur in hac gravitatis hypothesi Telluris etiam quiescentis productio ad polos, & tamèn gravitas in polis maxima, in æquatore minima, ac a polis ad æquatorem perpetuo decrescens.

Quomodo ibi habeatur æquilibrium scientiam etiam canalem.

76. Id quidem mirum videri posset, cum videatur debere major vis gravitatis, & pondus in D , quam in B compensari per minorem altitudinem canalis CD . Sed ratio discriminis est manifesta. Nam in canali BC omnia puncta aliquam gravitatis vim habent versus C compositam ex illis binis, ut illæ obliquæ sint, quæ quidem, crescente in accessu ad C obliquitate, & oppositione virium, ut demum in C sint prorsus contrariae, decrescit in insipitum; sed semper est aliqua. Contra vero in FD quidem gravitas tendens directione DC composita ex illis binis est utique semper constans usque ad F , sed in FC actionibus contrariis elisa nulla jam est, & haud difficulter demonstrari potest summam illam totâ summâ DF esse majorem.

Quid ibi fluidum gyret circa axem AD , patet, ob vim centrifugam in CB , debere ibi pondus minui cum axem.

77. Si jam id solidum gyret circa axem AD , patet, per totum canalem, & proinde amitti æquilibrium; quod

quod quidem recuperari non poterit, nisi assurgente; vel affuso liquore ad *B*, donec compensetur detrimentum acceptum a vi centrifuga. Quod si rotationis celeritas fuerit exigua; figura remanebit adhuc producta parum assurgente *B*, sed crescente rotatione, quantum est opus, adeoque & vi centrifuga poterit ad aequilibrium requiri vel aequalitas *CB* cum *CD*, vel etiam excessus.

78. Ingeniosa est itidem methodus Mairanii, & multo magis generalis, qua docet, quo pacto haberi possit, vel quiescentis Telluris, vel motæ figura utcumque vel compressa ad polos, vel producta. Sit curva *FGHI* in fig. 9. constans 4 arcibus similibus, & similiter positis circa centrum *C*, cui convexitatem obvertant, ac ejus evolutione generetur curva *ABDE* ita, ut filum ad volutum arcui *GKF*, & procurrens secundum ejus tangentem ex *F* in *A*; dum evolvitur, generet arcum *ALB*, tum adyolutum arcui *GH* generet arcum *DB*; ac eodem pacto evolutione arcus *HI* generetur *DE*, & advolutione arcus *IF* generetur *EA*. Si jam fluidum quoddam conformetur in figuram *ABDE*, ac ejusmodi gravitate polleat, ut ea in quavis positione *LK* sibi advoluti, vel evoluti dirigatur secundum ejus directionem ad punctum illud *K*, in quo ea evolutam contingit; habebitur directionis ubique in *L* perpendicularis superficie. Est enim proprietas generalis curvarum, quæ generantur evolutione aliarum, ut filum, quod evolvitur, evolutam semper contingat. & genita perpendiculare sit.

79. Habebitur igitur in eo fluido hoc aequilibrii genus; & si præterea intensitas gravitatis ejusmodi fuerit in partibus internis, ut aequalitas ponderum non turbetur in canalibus communicantibus; habebitur omne aequilibrii genus in ejusmodi fluido.

80. Porro facile demonstratur, fore *AD* longiorens Quid si fluidum gyret, quam *EB*. Quod si jam gyret id fluidum circa *BE* habetur compressio ad polos, quæ crescat magis ob vim cen-

Mairanii lex gravitatis tendentis per tangentes evolute.

Tab. 4, F. 9

Equilibrium directionis perpendicularis superficie in eo caso.

trifugam. Si vero gyret circa *DA* habebitur in polis *AD* vel productio, utut minor, quam prius, vel æqualis elevatio, vel etiam compressio, pro diverso gradu velocitatis, qua rotatur, & vis centrifugæ inde ortæ.

Non eas gravitatis leges in natura existere, sed Newtonianæ.

81. Hæc quidem de hisce hypothesibus dicta sufficiant selecta ex aliis plurimis, quæ proferri poterant. Et quidem gravitatem non dirigi ad certum centrum, nec vero ad duo puncta, satis jam constat ex gravitate illa generali, qua omnia cœlestia corpora in se invicem gravitant in ratione reciproca duplicata distantiarum vel accurate, vel saltem proximè, qua Newtonus Cœlum ipsum Phœnix patefecit, & ex qua una tam multa phænomena pendent, ac per eam ita explicantur, ut iis etiam, quæ in futurum prædicuntur phænomenis satis fiat. Porro ex ea colligitur per analogiam, omnes materiae particulas in se invicem gravitare vi quadam mutua, quam ego quidem nusquam esse arbitror accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut etiam exposui nuper in dissertatione de lege virium in natura existentium, sed quæ in majoribus distantiis ita ad eam rationem accedit, ut nullum sensibile discrimen deprehendi possit, ac sensu percipi.

82. Accedit, quod in prioribus illis hypothesibus prioribus compreßio, & diffren-
tia gravita-
tis nimis exigua
gravitatis proportionalis cuiuspiam distantiarum potestati & compressio figuræ est nimis exigua, qua nimurum multo majorem præ se ferunt dimensiones graduum, ut 2. capite hujus opusculi videbimus; ut etiam in gravitate constanti haberetur nimis exiguum discrimen gravitatis sub æquatore a gravitate in regionibus borealioribus, quod multo majus pendulorum oscillationes indicant.

*Nec illam Mai-
ranii ad figuram
determinandam
habere usum.*

83. Postrema etiam illa Mairanii theoria satis quidem explicat directionem gravitatis primitivæ, nimirum a vi centrifuga non multatæ, quæ non dirigitur ad centrum, sed ad curvam quandam; verum directio ipsa non ab illa curva pendet, nec certam quandam curvam respicit.

respicit, sed mutata partium dispositione, quæ accelerato, vel retardato diurno motu mutaretur omnino, mutaret curvam ipsam, per cuius tangentes dirigetur, ut adeo ex ejusmodi curva, utique non data ante figuræ determinationem, sed pendente a determinacione ipsa, non liceat ad ipsam ejusmodi determinationem devenire.

84. Quamobrem investigabo jam figuram Telluris investigatio figura in hypothesi gravitatis Newtonianæ . Solutionem a Mac-Laurino propositam in dissertatione de causa physica fluxus, & refluxus Maris, quæ anno 1740 præmio donata est cum aliis tribus a Parisiensi Academia, conabor hinc primum illustrare, & per Geometriam solam, quæ maxime scitu digna sunt evolvam, adjectis nonnullis, mutatis aliis, ut res feret. Ac primo quidem præmittam nonnulla, quæ ad ipsam solutionem sunt necessaria.

85. Sint in fig. 10, & 11 PB_1b binæ Ellipses similes, & habentes centrum C commune, ac communem positionem axium homologorum. Si NVn sit ordinata interioris Ellipsoes ad axem Dd , & IDP perpendicularis Axi Dd occurrit Ellipsi exteriori in IP , jungantur DN , Dn , hisque parallelae PM , Pm occurrant Ellipsi exteriori in M , & m , ducatur PH parallela axi Dd , in quam sint perpendiculares MQ , & mq ; summa rectarum PQ , Pq in fig. 1, in qua puncta M , m jacent ad easdem partes rectæ PI , vel differentia in fig. 2., in qua jacent ad partes oppositas, æquabitur duplae DV .

86. Sit enim chorda HE parallela Pm , & concipiatur recta Gg diameter communis ordinatarum mP , HE Ellipsoes exterioris, quæ erit etiam diameter chordæ Dn interioris; ac proinde eas chordas bifariam secat in T , F , L . Secet eadem alicubi in O rectam PH ; & triangula TPO , FHO , LDC erunt similia ob latera singula singulis lateribus parallela. Quare erit PT ad PO , & HF ad HO , ut DL ad DC , & capiendo in fig. 10

summas, in fig. 11 differentias antecedentium, & consequentium, erit ibi quidem summa, hic autem differentia rectorum PT , HF ad PH , ut LD ad DC , sive ut nD ad dD .

Eius demonstratio continua.

87. Quoniam autem semiordinata Ellipsi exteriori ex ducta debet esse & parallela DP , & ipsi æqualis; ac proinde incidere in ipsum concursum H rectæ PH cum Ellipsi exteriori, erit PH æqualis Dl . Quare erit & summa TP , HF in primo casu, ac differentia in secundo æqualis rectæ Dn .

Eiusdem continuatio.

88. Jam vero ob nN sectam bifariam, & ad angulos rectos in V , angulus NDV æquatur angulo VDn , ac proinde & MPH angulo mPH , sive alterno PHE ; unde fit, ut si concipiatur Ellipsis revoluta circa axem axi Bb perpendiculararem abeunte puncto H in locum P , & viceversa, debeat abire PM in locum HE ; ac proinde sit ipsi æqualis, & dupla HF . Cum igitur etiam Pm sit dupla PT , erit in primo casu summa PM , Pm , in secundo differentia æqualis dupla Dn .

Eiusdem conclusio.

89. Cum demum ob similia triangula mqP , MQP , nVD , habentia angulos ad P , & D æquales, ad q , Q , V rectos, sint mP , MP ad qP , QP , ut Dn ad DV ; erit etiam summa ipsarum Pq , PQ in primo casu, & differentia in secundo æqualis dupla DV . Q. E. D.

Ubi hoc apud Mac - Laurinum aliter demonstratum.

90. Hoc est corol. 4. lem. 1. dissertationis Mac-Laurini, in cuius gratiam lemma ipsum cum prioribus corollariis videtur præmissum; saltem hoc solum requiritur ad ea, quæ deinde profert. Hoc ipsum demonstravit analyticè Galandrinus in notis appositis ipsi dissertationi ad calcem partis primæ tomij 3. Commentariorum PP. Jacquier, & Le Seur in Newtoni Principia. Videtur autem hæc mea demonstratio utilissimæ propositionis & simplicior, & eleganter.

Aliud lemma a Mac - Laurino ejus demonstratum.

91. Ibidem in lem. 4. Mac-Laurinus demonstrat gravitatem corpusculi siti in vertice pyramidum, vel conorum similium, & homogeneorum compositam ex gravitate

vitate in singulas particulas proportionali massis directe, & quadratis distantiarum reciproce esse, ut sunt longitudines ipsarum pyramidum, vel conorum, vel ut quævis latera homologa. Facilis est demonstratio. Si enim dividantur binæ ejusmodi pyramides, vel coni in æqualem numerum particularum similium, & similiter positarum, erunt singularum particularum massæ, ut massæ totarum, sive ut cubi laterum homologorum, & distantiae a vertice, ut quadrata eorundem. Quare gravitas puncti in singulas ejusmodi particularas erit in ratione composita ex directa triplicata, & reciproca duplicata laterum homologorum, nimurum ex simplici directa eorundem.

92. Hinc corol. 1, eruit, gravitatem in punctis ^{confederatum} sitis omnium solidorum homogeneorum, & similiūm esse, ut latera homologa. Cum nimurum possint ea solida dividi in æqualem numerum ejusmodi pyramidum.

93. At corol. 2. eruit corpusculum situm intra orbem ellipticum, clausum binis sphæroidibus similibus, & similiter collocatis in centro, & axe utrolibet, esse in æquilibrio. Id quidem & Newtonus demonstravit, ac facile deducitur ex præcedenti, cum facile demonstretur partes pyramidum oppositarum similium per punctum ipsum transeuntium, & utrinque immersarum orbibus ipsis æquales esse inter se.

94. Præterea si fuerint binæ sphæroides similes Ellipticæ genitæ in fig. 12 a binis ellipsibus *ADBE*, *adbe* & *DE*, de homologorum positione, quas fecet planum quodcumque *IOL* axi revolutionis *AB* non perpendicularare; binæ sectiones erunt binæ ellipses similes habentes centrum commune, & communes axium homologorum positiones.

95. Ducatur enim per axem *AB* planum *AEBD* perpendicularare piano sectionis, quod ipsi occurrat in re-

*Aliud itidem a
Newtono etiam
demonstratum.*

Tab. 4. Fig. 12.

cta IL , & patet, hanc sectionem $AEBD$ cum ipsa sphæroide fore ipsam Ellipſi in genitricem. Referat, IOL , partem sectionis plani IOL jacentem, vel hinc, vel inde a recta IL , ac ducti diametro MN parallela rectæ IL , & per quodvis punctum H recte IL recti PQ perpendiculari ad AB , concipiatur planum ipsi $AEBD$ perpendicularare ductum per ipsum PQ , cuius intersectio- nem cum sphæroide patet, fore circulum diametro PQ , & ejus intersectionem HO cum plano IOL pariter perpendiculari eidem $IEBD$, patet, fore perpendiculararem ipsi piano, ac proinde tam rectæ PQ , quam IL .

Continuatio. 96. Ex natura circuli erit rectangulum PHQ æquale quadrato HO . Ex natura Ellipſeos juxta tomum tertium meorum Elementorum num. 299, erit rectangulum IHL ad rectangulum PHQ , ut rectangulum MCN ad rectangulum DCE , sive ut quadratum MC ad quadratum DC . Quare erit rectangulum IHL ad quadratum rectæ HO sibi perpendicularis, & terminatae ad sectionem IOL in constanti ratione quadrati MC ad quadratum CD , ac proinde sectio IOL erit Ellipſis, cuius alter axium IL . Eadem ratione substitutis ubique litteris minusculis demonstratur, etiam iol esse ellipſin, cuius axis il , & rectangulum ihl ad ho^2 , ut mc^2 ad cd^2 .

Conclusio ipsius. 97. Jam vero ob similem similiūm Ellipſium $AEBD$, $aebd$ positionem patet, diametros diametrorum MN , mn conjugatas habere eandem positionem, ac proinde suas ordinatas IL , il in eodem punto G bifariam secare, quod iecirco erit commune centrum Ellipſium IOL , iol , in quibus si educantur semiaxes Gf , Gf perpendicularares IL , il , erunt etiam rectangula IGL , igl , sive quadrata IG , ig ad quadrata GF , Gf , ut quadrata MC , mc ad quadrata CD , Cd , quæ rationes ob similitudinem Ellipſium IOL , iol sunt æquales. Quare erunt semiaxes etiam Gl , GF , & Gi , Gf in eadem ratione ad se invicem; ac proinde axes IL , il erunt vel simul transversi, vel simul coniugati, nimirum homologi, & ho-

mologorum axium directiones congruent *Q. E. D.*

98. Hinc primo, omnes sectiones utriuslibet solidi planis parallelis factæ sunt similes, & habent centra in eadem recta *CG*, & axes homologos parallelos. Patet, quia omnes *IL* intersectiones eorum planorum erunt parallelae inter se, ac proinde parallelæ eidem *MCN*.

99. Secundo erunt *IL*, si axes transversi, vel conjugati, prout axis conversionis *AB* fuerit transversus, vel conjugatus, nimirum prout sphæroides fuerint oblongæ, vel oblatæ. Nam in primo casu erunt *CD*, *Cd* semiaxes conjugati minores quibusvis semidiametris *CM*, *Cm*, in secundo transversi, & majores, ac proinde in primo casu semper *GF*, *Gf* minores, in secundo majores quam *GI*, *Gi*.

100. Tertio si *AEBL* referat potius planum æquatoris solidi, cuius axis sit ipsi plano perpendicularis, & fiat quæcunque sectio *IL* eidem perpendicularis; eadem in utrolibet solido erit ellipsis similis genitrici solidi ipsius, habens *IL* pro axe transverso, vel conjugato, prout e contrario axis conversionis fuerit axis conjugatus, vel transversus ellipsoes genitricis. Nam eo casu sectio solidi facta per *MN* plano transeunte per axem, ac proinde perpendiculari piano æquatoris *AEBD*; erit ipsa ellipsis generans; sectio autem facta per *IL* ipsi parallela debet esse eidem similis per num. 98.

101. Quarto si *AEBD* sit quævis vel sectio per axeum conversionis, vel æquator ipsi axi perpendicularis, & per verticem *a* axis solidi interioris, vel cuiusvis ejus diametri ducatur planum priori perpendicularare, & non transiens per tangentem sectionis *aebd* ductam per *a*; se habet utraque sphæroidem ita, ut idem illud punctum *a*, sit vertex alterius axis sectionis interioris.

102. Patet primum, quia plana, quæ sphæroidem interiorem tangunt in *a* transeunt per tangentes ductis per *a*, reliquis per ea puncta ductis eandem secantibus; & plana quævis ducta per puncta *a*, jacentia intra sphæroidem *AEBD* ipsam necessario secant. Patet & secundum, quia in eo casu abit punctum *i* in *a*.

similitudo sectionum planarum parallelis factarum.

Positioes axium carumdem.

Theorema pro sectione parallela axi, & ejus demonstratio.

Sectiones per verticem axis solidi interioris obliquæ ad ipsum.

Eius demonstratio.

Theorema pro 103. Jam vero sit in fig. 10, & 11 punctum P ubicun-
summa virium, quibus urgetur punctum in su-
perficie solidi elliptici ubicumque positum re-
garding directionem.
Tab. 4, F. 10

11 proca duplicita distantiarum; & secta ipsa sphæroide per punctum P , & per axem conversionis, sit ejusmodi daturum ad certas directiones. sectio $PBgb$, ac uterlibet ipsius sectionis axis, nimirum five axis solidi, five diameter æquatoris solidi ipsius, sit Bb ; ducta autem PDI ipsi perpendiculari, concipiatur sphærois interior priori similis, & similiter posita ut supra. transiens per D , cuius sectio facta ab eodem illo plano sit $DNdn$. Si gravitet eodem pacto punctum D , in particulas sphæroidis internæ, & gravitates omnes in particulas singulas resolvantur in duas, quarum altera sit secundum directionem Bb , altera secundum directionem ipsi perpendiculararem, summa omnium quas habet punctum P secundum directionem Bb , æquatur summæ omnium, quas habet punctum D secundum directionem eandem.

Initium demon-
strationis.

104. Concipiatur enim sphærois secta per D piano perpendiculari ipsi PI : cuius intersectio cum piano illo $BlbP$ erit ipsa Bb eidem PI perpendicularis. Tum stante PDI , & rectis PQ , DV , concipiatur planum $PBlb$ circa rectam PI converti motu continuo utralibet ex parte, donec deveniat ad positionem piano $QPDV$ perpendiculari. Secabit id planum perpetuo utrumque solidum, per num. 101, & sectiones $BlbP$ erunt semper ellipses similes habentes centrum commune, & communes axium homologorum positiones, per num. 94; ac erit D vertex alterius axis Dd sectionis interioris per num. 101.

Ejusdem conti-
nuacionis.

105. Sit jam frustum quodcumque solidi utriusque clausum binis ejusmodi planis, & frustum interioris sectetur quotcumque binis planis DN , Dn infinite proximis, & perpendicularibus eidem piano $QPDN$, ac transversibus per chordas DN , Dn æquè hinc, & inde inclinatas ad axem Dd , frustum vero exterioris sphæroidis totidem planis prioribus parallelis.

106.

106. Patet ipsas DN , Dn fore & æquales inter se ob æqualem inclinationem ad axem sectionis Dd , & æquè etiam inclinatas ad rectam imnotam Dd . Recta enim Nn erit perpendicularis Dd parallela PI , adeoque perpendicularis plano dv ; ac proinde per eam poterit duci planum ipsis DV perpendicularare eam secans alicubi in V , quo ductis NV , nV sint anguli NVD , nVD recti, adeoque triangula, & anguli NDV , nDV æquabuntur.

107. Rectæ autem PM , Pm erunt ipsis DN , Dn parallelæ, & æquè inclinatae ad PQ , ac illæ inclinantur ad DV ; ac proinde per num. 85 erit summa, vel differentia MP , mP æqualis duplæ nD , seu ductis perpendicularis MQ , mq erit summa, vel differentia PQ , Pq æqualis duplæ DV .

108. Patet præterea frusta illa ipsa fore divisa eo pacto in æqualem numerum binarum pyramidum terminatarum planis parallelis, ac proinde similium, quarum longitudines DN , Dn , PM , Pm ; & quarum vires secundum directiones PM , Pm , DN , Dn , composite ex viribus singularium particularum in puncto D , & P erunt per num. 91, ut longitudines ipsæ, quarum vires singulæ si resolvantur in binas habentes directionem DV , PQ , & ipsis perpendiculararem MQ , mq , nV , NV , erunt illæ gravitates absolutæ ad eas, quæ agunt secundum directiones PQ , DV , ut ille longitudines ad has DQ , Dq , DV , DV , & proinde gravitates sic reductæ ortæ ex pyramidibus MP , mP ad ortas ex pyramidibus DN , Dn , ut PQ , Pq ad DV , DV , sive ut summa ipsarum PQ , Pq , ubi conspirant in fig. 10, & differentia, ubi opponuntur in fig. 11, ad duplam DV ; nimurum per num. 107 in ratione æqualitatis.

109. Cum igitur idem contingat & binariis omnibus pyramidum cuiusvis frusti, & frustis omnibus ortis ex motu plani circa rectam PI ; summa omnium gravitatum, quas habet punctum P secundum directionem Bb æquatur summæ omnium, quas habet D secundum eandem. $\mathcal{Q} E D.$

Theorema duplex pro summa utriuslibet Bb ellipsoes genitricis, quam habent punctum omniū æqualiter distantium ab axe ipsi perpendiculari, sive, que distantiam a dato axe.

110. Hinc vero gravitas secundum directi onem axis utriuslibet Bb ellipsoes genitricis, quam habent punctum omniū æqualiter distantium ab axe ipsi perpendiculari, sive, quod idem est, quæ ita sunt in recta PDI ipsi perpendiculari ubicunque in p , est æqualis, & est ad gravitatem puncti siti in B , ut CD ad CB .

Demonstratio prime partis.

111. Si enim concipiatur tertia sphærois similis transiens per p ; gravitas omnis orbis exterioris elisa sit nulla per num. 94, at pro reliqua in eam sphæroidem redit demonstratio prior, quæ ipsam ostendit semper æqualem gravitati in D ; adeoque ubique eandem. Patet igitur primum.

Demonstratio secunde partis.

112. Quoniam autem $PBlb$, & $DNdn$ sunt corpora similia, & puncta B , D similiter posita; erunt per n. 91 eorum gravitates, ut CB , CD . Patet igitur, & secundum.

Theorema generale pro aequilibrio ex binis canalibus rectiliinis quibuscumque que excentribus puncto quovis intra massam affinato.

113. His præmissis, quæ ad naturum ellipsoes pertinent, præmittam theorema aliud, quod pertinet generaliter ad aequilibrium in curvis quibuscumque: est autem quibuscumque hujusmodi. Si in massa quadam fluida particulae omnes ejusmodi viribus animatae sint, ut assumpto intra eam puncto quocumque, bini quicunque canales rectilinei ducti inde ad superficiem extimam in aequilibrio sint, ea massa erit in aequilibrio.

Tria, quæ ad id requiruntur.

114. Ut hoc theorema demonstretur oportet, demonstrare hæc tria: primo quidem canales quoscumque etiam curvilineos, vel utcumque compositos e rectilineis, & curvilineis in aequilibrio fore: secundo canalem quemvis per totam massam traductum a superficie ad superficiem, vim nullam exercere in ipsum extremum punctum: tertio vim in superficie esse perpendicularē superficie ipsi. Primum requiritur, ne particula ulla intra massam fluidam constituta commoveri possit, summā virium ex aliquo latere prævalente: secundum, ne particula in superficie collocata profiliat pressionis interna vi: tertium, ne particula in ipsa superficie pariter collocata sponte defluat, tanquam in plano inclinato.

115. Pri-

115. Primum quidem demonstratur hoc pacto. Sit in fig. 13 ex *C* canalis rectilineus *CA*, tum ex quadam ejus punto *E* exeat quicunque alias rectilineus *EM*, deinde ex hujus puncto quocumque *F* alias itidem rectilineus *FL*, ex hujus punto *G* alias *GK*, ex hujus punto *H* alias *HI*. Concipiatur demum ex *C* alias rectilineus *CS*.

Construatio pro
canalibus curvi-
linicis, & mixtis,
puncto assumpto
intra massam.
Tab. 4, Fig. 13.

116. Quoniam ex hypothesi omnes canales ad idem quodvis punctum terminati sunt in æquilibrio, erunt in æquilibrio *HI*, & *HK*, sive uterque eandem pressionem exercebit in *H*. Quoniam vero fluidorum pressio quaeversum æquè diffunditur, tam pressio exercita ab *IH*, quam a *KH* æquè urgebit canalem *HG* sine ullo detimento orta ex ea flexione. Quare addita, vel ablata actione ipsius *HG*, prout tendit ad *G*, vel ad *H*, pressio totius canalis simplicis *KG* in *G* erit æqualis pressioni canalis compositi *IHG*. Eodem argumento pressio canalis simplicis *LF* erit æqualis pressioni compositi *KGF*, adeoque, & magis compositi *IHGF*, ac demum pressio canalis rectilinei *AC*, quæ æquari debet pressioni canalis *SC*, æquabitur pressioni canalis compositi *MEC*, vel *LFEC*, vel *KGEC*, vel *IHGEC*. Demonstratio autem est generalis, quicumque fuerit numerus flexionum in *E*, *F*, *G*, *H*, & quæcumque flexiones fuerint, sive in eodem plano, sive in diversis, ac est etiam si is numerus augeatur in infinitum, & flexionum anguli minuantur in infinitum, atque id vel per totum tractum usque ad superficiem, vel per quotvis, & quovis tractus. Porro in primo casu canalis definit in curvilineum simplicis, vel duplicitis curvaturæ in secundo in compositum ex quotcumque, & quibuscumque curvilineis, ac rectilineis. Quare quivis canalis vel curvilineus, vel compositus ex rectilineis, & curvilineis, erit in æquilibrio cum canali rectilineo *CS*, adeoque si bini quicunque canales rectilinei terminati ad idem quodvis punctum in æquilibrio sunt, omnes & rectilinei, & curvilinei ad idem quodvis punctum *C* terminati itidem in æquilibrio erunt, quod erat primum.

Demonstratio æ-
quilibrii coram
omniem.

*Reductio ad pun-
cum in superficie
collocatum.*

117. Quod si jam concipiatur *CS* minui in infinitum, donec penitus evanescat, ejus pressio contra punctum *C* perpetuo decrescat in infinitum, ac demum evanescat. Quare & pressio canalis *AC*, vel *IHGFE* contra punctum *C* paulatim decrescat, ac demum evanescat, unde fiet, ut abeunte puncto *C* in *S*, evanescat pressio canalis cū juscumque, vel rectilinei, vel curvilinei, adeoque punctum collocatum ubicumque in superficie in *S* nullam pressionem sentiet a quovis canali vel rectilineo, vel utcumque curvilineo, aut mixto, qua inde exeat: quod erat secundum. Patet autem id habere locum in canali etiam, qui jaceat in ipsa superficie extima, ut in canali *SRD*, ad quem nimirum ita potest accedere canalis *CEFGHI*, ut tandem in ipsum desinat.

*Reductio ad di-
rectionē vis per-
pendicularē su-
perficiē.*

118. Sit jam, si fieri potest, in puncto superficie *S* directio vis non *SN* perpendicularis ipsi superficie, sed *SO*, quæ ad *SN* inclinetur in quovis angulo *NSO*. Per aliquem arcum continum *SD* positum ad partes oppositas respectu normalis *SN* debet ob geometricæ continuatatis legem vis dirigi per rectam inclinatam ad normalem in aliquo angulo ad easdem partes jacente, qui nimirum in distantia infinitè parva a puncto *S* infinitè parum differet ab illo *NSO*. Sit pro quovis puncto *R* ejus arcus ejusmodi directio *RP*, & vim ipsam exprimat ejus segmentum *RQ*. Ductâ *QT* perpendiculari in tangentem *RT*, vis *QT* urgebit canalis latera, vis *RT* premet fluidum includitum canali *DRS* versus *S*. Habebitur igitur in *S* summa pressionum omnium provenientium ab ejusmodi viribus contra id, quod præcedenti numero est demonstratum. Igitur si generaliter bini canales rectilinei quicunque ducti e quovis massæ fluidæ puncto ad superficiem extimam sunt in æquilibrio, vis in quovis superficie puncto debet dirigi perpendiculariter ad superficiem ipsam: quod erat tertium.

*Quid hoc theo-
rema præfer-
sua Hugenium,*

119. Atque hoc pacto accuratissime demonstratum est theorema propositum, quod in hujusmodi perquisitionibus

vibus multum laboris demit, & prodest accuratæ determinationi. Hugenius, ac Newtonus contenti fuerunt canalibus ad unicum punctum terminatis, nimirum ad centrum. Mac-Laurinus canales adhibuit rectilineos generaliter terminatos ad punctum quodvis ubicumque assumptum intra massam, & hoc æquilibrii genus conjunxit cum directione vis perpendicularis superficie, quæ duo seorsum demonstravit haberi in ellipſi a ſe definita. Clerautius canalibus rectilineis adjecit curvilineos quoſcumque. Posito hoc theoremate, fatis erit, ad omne genus æquilibrii ſimul habendum demonstrare, canales quoſvis terminatos ad punctum quodvis ubicumque assumptum intra massam in æquilibrio eſſe. Inde ea tria, quæ proposuimus, ſponte fluunt; inde autem & illud facile deduci potest, quod Clerautius adhuc ad æquilibrium requirit, ut quivis canalis curvilineus intra massam in ſe rediens nullam uſquam exerceat preſſionem.

120. His præmissis proponam jam theor'ma præcipuum, quod ipsam determinat figuram Telluris in hypothesi gravitatis Newtoniana, quin immo b' nas etiam alias cum ipſo Mac-Laurino determinationes addam, quæ theorema multo generalius reddunt, & uſui ſunt, ubi agitur de maris æſtu. Possem juxta numerum præcedentem, ad evincendum omne æquilibrii genus, uti ſolo æquilibrio canalium rectilineorum terminotorum ad idem punctum quodcumque assumptum intra massam. Verum quoniam immediata demonstratio vis in superficie perpendicularis ipſi superficie eſt admodum elegans etiam ipſa, eam itidem adhibebō, ut eo magis pateant vires Geometriae, cujus unius ope hæc omnia perfici poſſunt accura- tissimè, & fatis etiam expeditè.

121. Conſtet jam sphærois elliptica *ABab* in fig. 14, cuius axis *Bb*, fluido homogeneo, cuius particulae aquales gravitent in ſe invicem viribus in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & præterea ſollicitentur aliis tribus viribus, quarum prima dirigatur ad centrum sphæ-

Newtonum, Mae-
Laurinum, Cic-
tautium.

*Transitus ad theo-
remata precipua,
quo Figura Tel-
luris determina-
tur.*

roidis C , & sit proportionalis distantiis CP ab ipso centro , altera sit perpendicularis axi sphæroidis Bb , & proportionalis distantiis PK ab ipso axe , tertia sit parallela axi ipsi , & proportionalis distantiis a plano æquatoris perpendiculari ipsi axi , & ducto per centrum : & si semiaxes CB , CA ellipſeos genitricis sint inverse proportionales viribus totis, quæ agant in particulas æquales sitas in extremis punctis axium A , & A' , fluidum erit in æquilibrio .

Demonstratio-
nis
binæ partes ex
directione vis
per normalem,
& æquilibrio ca-
naliū .

122. Ostendam autem primo juxta num. 120 , vim compositam ex viribus omnibus agentibus in particulam positam in superficie solidi agere per rectam ipsi superficiei perpendicularem ; tum particulam quamcunque positam intra solidum ipsum premi quaquaversum eadem vi per canales quoſcumque rectilineos cum quacunque direktionē egreſſos ex eodem punc̄to.

Reductio trium
virium ad duas
communis utili-
tate pars .

123. Sit igitur quævis particula P ubicunque posita vel in superficie , ut figura exhibet , vel intra sphæroidem . Si vires , quibus ea urgetur in reliquias omnes particulas resolvantur in tres vires , quarum prima agat secundum directionem PD parallelam axi Bb , secunda secundum directionem PK perpendicularē ipsi axi , tertia secundum directionē perpendicularē piano KPD ; haec omnes tertiae mutuo elidentur , cum planum KPD fecet sphæroidem in binas partes prorsus æquales , & similes ; secunda erit ad vim in a ut CD ad CA , & tertia ad vim in B , ut CK ad CB per num. 110 . Pariter prima ex reliquis tribus viribus , quæ dirigebatur ad centrum per PC , & erat ipsi PC proportionalis , resolvi potest in binas agentes secundum PD , PK ipsi proportionales . Quare vires omnes , quibus agitatur particula P , resolvuntur ita , ut evadant binæ ex omnibus compositæ agentes secundum directiones PD , PK , quarum prior est ad vim in B , ut PD ab CB , secunda ad vim in a , ut PK ad Ca .

124. Hinc erit prima ad secundam, in ratione com- Ratio alterius
earum virium ad.
alteram.
posita ex ratione distantiarum PD , PK ab axibus Aa ,
 Bb simplici, & duplicita eorundem axium, vel semia-
xiūm. Nam est vis agens per PD in P ad vim in B , ut
 PD ad BC , hæc ad vim in a , ut Ca ad CB per hypoth-
ēsim, & vis in a ad vim agentem in P per PK , ut Ca ad KP ;
ac proinde compositis rationibus omnibus, est prima
vis ad ultimam, ut PD ad PK , & ut quadratum Ca ad
quadratum CB .

125. Sit jam primò punctum P in superficie, ut ex- Demonstratio
vis se dirigentis
per normalem.
hibet figura, & sit PL , perpendicularis superficie,
quæ normalis erit ellipſi $BabA$, & ita occurret ejus axi
 Bb in L , ut ex notissima ellipſeos proprietate elemento-
rum meorum tomo 3 num. 462 KL ad KC , ut quadratum
 Ca ad quadratum CB . Erit igitur vis, qua particula P
urgetur per PD ad vim, qua urgetur per PK , ut PD ,
seu CK ad PK , & ut KL ad CK conjunctim, nimirum
ut KL ad PK . Quare ipsæ KL , PK poterunt exprimere
vires agentes secundum earum directionem, & vis com-
posita ex utraque dirigitur per rectam normalem PL .
Q. E. D. primò.

126. Sit secundò punctum P in fig. 15, & 16 intra Quid demonstra-
dum pro punto
intra massamca-
sus bini.
sphæroidem ubicunque, & ducto per ipsum, & per axem
sphæroidis plano $BAbA$, exeat ex eodem P usque ad su-
perficiem recta quævis PQ vel jacens in eodem illo pla-
no, ut in fig. 15, vel extra ipsum, ut in fig. 16. Olten-
dendum est, eandem semper pressionem exerceri in pun-
ctum P a summa omnium virium particularum omnium
fluidi existentium in quovis canali rectilineo QP .

127. Ductis in fig. 15 per P chordis Gg , Rr , sectio- Construatio pro
primo casu.
nis $BAbA$, quæ erit ellipſis genitrici æqualis, parallelis
ejusdem axibus Bb , Aa ; concipiatur PQ divisa in par-
ticulas infinitimas, quarum una Ee , ducanturque per
 E , & e chordæ DT , dt parallelæ axi Bb occurrentes axi
 Aa in N , n , & per E , ac D rectæ parallelæ axi Aa oc-
currentes chordæ dt in V , I , axi Bb in L , F , superficie
in S , H ,

O P U S C U L U M

430 in *S*, *H*. & ex concurso *M* rectarum *Gg*, *ES* ducatur *Mm*
perpendicularis ipsi *PQ*.

*Demonstratio*nis initium.

128. Particulae fluidi in *Ee* urgentur binis viribus quarum altera agit secundum directionem *Bb*, sive *MP*, altera secundam directionem *Aa*, sive *EM*, & priori aequalis est per num. 110 vis, qua singulæ particulae in *Ve* urgentur secundum primam directionem, posteriori vis, qua particulae *EV*, vel *DI* urgentur secundum posteriorem, ob aequalem nimirum distantiam ab axibus. Resolvantur singulæ in alias binas, alteram perpendicularrem rectæ *QP*, quæ punctum *P* non premit, sed latus canalis urget perpendiculariter alteram secundum directionem ejusdem *QP* agentem in *P*: & erit prior tota ad hanc ejus partem, ut *PM* ad *Pm*, sive ob similitudinem triangulorum rectangularium *MmP*, *EVe* habentium angulos ad *Q* & e extēnum, ac internum, & oppositum aequales, ut *Ee* ad *eV*, sive ut numerus particularum in *Ee* habentium hanc partem primæ vis, ad numerum particularum in *eV* habentium vim primam totam. Igitur summa omnium partium primæ vis, quibus particulae *Ee* urgent *P*, aequatur summæ virium in *Ve* tendentium secundum directionem *Ve*, vel *GP*. Et eodem prorsus argumento ob similitudinem triangulorum *EVe*, *EmM* summa omnium partium secundæ vis, quibus particulae in *Ee* urgent *P*, aequatur summæ virium in *EV* tendentium secundum directionem *EL*, adeoque & summæ virium in *DI* tendentium per *DF*.

*Eiusdem conclusio*nem.

129. Porro summa virium, quibus particulae in *DI* tendunt per *DF*, aequatur summæ virium, quibus particulae in *DI* tendunt per *de*. Cum enim ex notissima itidem Conicarum Sectionum proprietate, Elementorum meorum tomo 3 num. 299 rectangularum *DIH* ad rectangularum *dI* sit, ut rectangularum *ACa*, sive quadratum *AC*, ad rectangularum *BCb*, sive quadratum *BC*; erit *DI* ad *DI*, adeoque & numerus particularum in *DI* ad numerum particularum in *dI*, ut quadratum *AC* applicatum ad *IH*, ad

ad quadratum BC applicatum ad It , nimirum ut It ad IH , & quadratum AC ad quadratum BC , vel sumptis æquipollenter dimidiis terminis primæ rationis, ut dn ad DF , & quadratum AC ad quadratum BC , nimirum juxta demonstrata num. 124, ut vis particularum in dI tendens per dn , ad vim particularum in DI tendentem per DF . Ac proinde summa omnium priorum summæ omnium posteriorum æqualis. Quamobrem summa omnium virium in Ee urgentium punctum P æquatur summæ omnium virium, quibus particulæ in Ve , & dI agunt directione de perpendiculari axi Aa .

130. Cum autem etiam vires particularum in DE , & Eiusdem conclusio.
fig. in IV agentes secundum directionem perpendiculari axi Aa æquentur ob æqualem distantiam ab eodem: pressio puncti e facta a particulis ed æquè excedet pressionem puncti E factam a particulis ED , ac pressio illius facta a particulis eQ pressionem hujus factam a particulis EQ . Cumque id ubique contingat, & in Q utraque pressio sit nulla: oportet semper totam pressionem puncti e factam a particulis ed æquari pressioni ejusdem factæ a particulis eQ , adeoque & abeunte e in P pressio puncti P facta a particulis PG æquabitur pressioni factæ a particulis PQ . Quamobrem cum eadem sit demonstratio, ubi cunque punctum Q capiatur, dummodo rectæ, & vires, quæ forte oppositas directiones habeant, habentur pro negativis; punctum P ab omnibus canalibus rectilineis cum quacumque directione exeuntibus ex ipso in plano transeuntes per æquæ, ut in figura 15, æquè urgebitur.

131. Si verò PQ jacuerit extra ejusmodi planum, ut in figura 16; ducta, ut prius, recta GPg parallelæ axi sphæroidis Bb , quæ æquatori ejusdem $ANan$ occurrat in D , secetur ipsa sphæroidis plano QPG ; secante æquatorem $ANan$ in recta Nn , quod erit perpendicularē ipsi æquatori, & sectio erit Ellipsis genertrici similis per num. 94, ac Nn erit alter ipsius axis, alterum vero Ff determina-

Constructionis
pars pro secundo
casu.

terminabit planum per Bb ductum ipsi sectioni perpendicularare, ipsi occurrens in recta Ff parallela Bb , & transennte per punctum H in quo CH hujus plani intersectio cum Aequatore ipso perpendicularis toti sectioni ipsam æquatoris chordam Nn secat ad angulis rectos, ac proinde bifariam.

Eiusdem pars altera, & demonstratio.

132. Concipiatur jam in plano sectionis punctum P ubicunque, & captis in CB , & HF segmentis CK , HE æqualibus DP , ductisque PK , KE , EP , eadem erunt parallelæ rectis DC , CH , HD ; ac proinde erit KE perpendicularis toti plano sectionis, & angulus KEP rectus erit. E binis autem viribus quibus particula P urgetur per PD , & PK hic, ut in fig. 14, PD quidem parallela axi Bb Ellipseos genitricis aget hic etiam intra planum sectionis, & remanebit magnitudinis ejusdem, eritque parallela axi Ff sectionis ipsius. At PK resolvetur in duas PE , EK , quarum posterior plano sectionis perpendicularis ipsum urgetur, prior PE agens intra ipsum planum erit semper parallela alteri axi sectionis Nn , eritque ad vim PK , ut PE ad PK ; ac proinde cum haec posterior in diversis distantiis puncti P ab axe Bb sit, ut distantia ab ipso, erit & illa prior in diversis distantiis puncti P ab axe Ff , ut distantia ab eo. Cum vero præterea vis per PK ad vim per PD sit coniunctim ut PK ad PD , & ut quadratum CB , ad quadratum Ca , sive ob similitudinem Ellipseos $FnfN$ cum Ellipsi genitrice $BabA$, ut quadratum HF ad quadratum Hn ; erit vis per PE ad vim per PD , ut PE ad PD , & ut quadratum HC ad quadratum HN conjunctim. Quare cum ex hisce elementis demonstrata sit in fig. 15 æqualis pressio puncti P in recta quavis PQ jacente intra planum Ellipseos $BabA$ æqualis pressioni in recta PG ; etiam in fig. 16 habebitur pressio in quavis recta QP , jacente intra planum Ellipseos $GnfN$ æqualis pressioni in eadem recta PG .

Conclusio pro n-
troque casu simul libus viribus; a particulis omnibus existentibus in quibusvis

busvis canalibus rectilineis ex ipso exeuntibus in quavis directione, & proinde per num. 113 totum fluidam in æquilibrio erit Q. E. D.

134. Hinc consequitur hujusmodi theorema. Vis tota, qua urgetur corpusculum situm in superficie ejusmodi sphæroidis, erit directè, ut normalis ad axem terminata, sive reciprocè, ut perpendicularum e centro demissum in rectam, quæ Ellipsem genitricem tangit in eodem puncto.

135. Erit enim ex prima demonstrationis parte in fig. 14. vis tota corporis P , ut PL normalis. Rectangulum autem sub PL & perpendiculari ex C ducto in tangentem transiuntem per P aequatur quadrato semiaxis CA , per num. 459 tom. 3. meorum elementorum, ac proinde est PL reciprocè, ut ipsum perpendicularum.

136. Præterea inde & hujusmodi theorema consequitur. Vis tota, qua premitur, quodcunque punctum P intra sphæroidem situm in fig. 16 secundum quancunque directionem ad vim, qua premitur centrum est, ut rectangulum GPg ad quadratum CB , & vis, qua premitur centrum est dimidia ejus vis, quam haberet pondus columnæ CB , cuius particulae æquè ubique gravitarent, ac gravitant in B .

137. Nam si concipientur rectæ CB, DG, DP divisæ in sequarem numerum particularum, essent & particulæ ipsæ proportionales totis, & distantiæ particularum similiiter sitarum a punctis C, D iisdem totis proportionales. Quare & numerus particularum fluidi contentarum iisdem particulis earum linearum, & singularem vires secundum easdem rectas erunt, ut eadem rectæ totæ. Ac proinde summæ virium, quibus urgenter puncta C, D a particulis omnibus sitis in CB, DG, DP , erunt, ut earum quadrata. Quamobrem cum, prematur D a GD vi omni, qua premitur P a GP , & qua premitur præterea D a PD , erit vis sola, qua premitur P a GP ad vim, qua premitur C a BC , ut differentia qua-

Vis in superficie
in qua ratione sit

Demonstratio
ipsius.
Tab. 4, F. 14

Quanta sit pressio
in quovis puncto,
quanta in centro
Tab. 4, F. 16

Demonstratio
princeps.

tratorum DG , DP æqualis rectangulo GPg ad quadratum CB ; unde, cum quodvis punctum æquè quaquaversus prematur, patet prima theorematis pars.

Demonstratio se-
cunda.

138. Si autem e quovis puncto K recte CB concipiatur exentes binæ rectæ parallelæ Ca altera æqualis CB altera CK ; etæ referent semper altera vim in B , altera vim in K . Erit igitur vis tota, qua premitur centrum C ab omnibus particulis fluidi K , ad vim, qua premeretur a tota columnna habente ubique gravitatem æqualem gravitati in B , ut area, quam generat secunda linea ad aream, quam generat prima. Gereraret autem secunda triangulum, & prima quadratum ejus duplum, ut constat. Igitur patet etiam secunda theorematis pars.

Applicatio ad casum, in quo ali-
qua vis desit, vel
directionem mu-
teret.

139. Patet autem, omnia quæcumque dicta sunt, manere prorsus eodem pacto, etiam si aliqua, vel aliquæ vel haberent directionem oppositam, & fierent negatiæ; dummodo tam summa earum, quæ in singulis particulis sunt perpendiculares axi sphæroidis, quam summa earum, quæ sunt ipsi parallelæ, sit positiva.

Demonstratio
ipsius applica-
tionis.

140. Nam omnia, quæ demonstrata sunt, pendent tantummodo ex eo, quod in singulis particulis summa vi rum agentium secundum directiones perpendicularares axibus Ellipsois genitricis sint, ut distantie ab ipsis, & vires totæ in axium verticibus sint reciprocæ, ut ipsi axes. Id autem adhuc ita se haberet.

Casus Hermanni
eratus ex gene-
rali.

141. Er hinc quidem facile patet primo illud, ellipsum illam Hermanni esse casum peculiarem hujus generalis solutionis Mac-Laurini. Si enim evanescat mutua actio particularum, & vis parallela axi, ac remaneat vis in centrum directè proportionalis distantie, & vis perpendicularis axi ipsi evadat negativa, habebitur gravitas Hermanni cum vi centrifuga motus diurni, quæ Ellipsum requiret, quam facile demonstratur, fore illam ipsam Hermannianam.

142. Deinde & illud facile deducitur, massam fluidam, quæ circa axem Bb convertatur, & Newtoniana gravitate polleat, fore in æquilibrio, ubi disponatur in sphæroïdem ellipticam certæ cujusdam compressionis ad polos B , b . Nam singulæ ejus particulæ haberent cum aliis singulis gravitatem mutuam in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea vim centrifugam agentem directione KP , & proportionalem ipsi KP , ut infra etiam videbimus. Compressio autem esset ejusmodi, ut esset CB ad Ca in ea ratione, in qua est gravitas in a multiplicata a vi centrifuga ad gravitatem integrum in B . Si gravitates in A , & in B essent æquales, ea ratio facile innotesceret ex num. 71, ubi determinavimus rationem gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem: & esset duplo major compressio, quam in hypothesi gravitatis tendentis ad datum centrum ita, ut $VFK.Q$ fig. 1 haberi possit pro rectangulo, in qua hypothesi invenimus semidiametrum æquatoris ad ejus excessum supra semiaxem esse, ut est gravitas ibidem non ad totam vim centrifugam, sed ad ejus dimidium.

143. Verum ipsa gravitas primitiva in æquatore non æquatur gravitati in polo; nam & distantie a particulis reliquis, & positiones diversæ sunt in iis binis locis. Quamobrem oportet determinare rationem earum gravitatum per ipsam speciem ellipsoës genitricis, ut deinde per eam determinetur ipsa species. Data specie curvæ genitricis docuit Newtonus, quo pacto per curvarum quadraturas computari possit gravitas in puncto axis quocumque solidi geniti conversione ejus curvæ circa proprium axem, atque id ipsum in ellipsoïde per circuli, & hyperbolæ quadraturam; sed pro puncto posito in æquatore rem nequaquam perfecit, verum crassa quadam æstimatione invenit utcumque pro ellipsoïde data, & parum abludente a sphæra. Mac-Lavrinus multo fane elegantius accuratisime, & felicissime rem perfecit tam pro puncto posito in polo, quam pro puncto posito in æquatore; cuius determina-

Cafus Newtonianæ theoriz. Quid in ea ad compressionem definendam.

Ratio gravitatis primitiva in æquatore, & polo a Newtono tentata, a Mac-Laurin definita.

tionis subsidio elegantissimam itidem ellipseos genitricis determinationem exhibuit.

Methodus sim-
plior, & geo-
metrica.
144. At ea quidem determinatio operosior est aliquan-
to, & culculum fere poscit. Mihi vero adest methodus
multo expeditior, quæ cum Bernoulliana ex parte con-
gruit, sed quæ solius Geometriæ ope rem facile admo-
dum perficit pro sphæroide parum abludente a sphæra.
Eam adhibeo, derminando prius gravitatem primitivam
puncti positi in polo ejus sphæroidis, tum puncti
positi in æquatore, & brevitatis gratia utar identidem
algebraico signo æqualitatis, ut & multiplicationis pro
ratione composita ex pluribus directis, ac divisionis pro
composita ex directis, & reciprocis de more, ac ope Geo-
metriæ, & ejusmodi signorum delabar ad computandam
gravitatem primitivam in iis binis locis.

Problematis ex-
positio pro pun-
cto posito in po-
lo.
Tab. 4, F. 17
145. Generet igitur in fig. 17. conversione facti circa
axem comunem Bb semiellipsis BAb ellipsoideum, & se-
micirculus BEb sphæram, & queratur differentia vis,
qua punctum B attrahitur in sphæroideum, a vi, qua at-
trahitur in sphæram, posito, quod attrahatur in singulas
utriusque particulas in ratione directa ipsarum, & reci-
proca duplicata distantiæ ab ipsis.

Preparatio ad
analysim geome-
tricam.
146. sit semidiameter æquatoris sphæroidis CA , sphæ-
ræ EC , & ordinata quedam perpendicularis axi occurrat
ipsi in K , ellipsi in P , circulo in D . Oportet invenire at-
tractionem puncti B in omnes anulos, quos motu suo ge-
nerant omnes DP . Exponat autem vim, qua punctum B
attrahitur in particulam quamcumque, ipsa particula
divisa per quadratum distantiæ, & concipiatur PD ita
exigua, ut BD assumi possit pro distantiâ omnium par-
ticularum, quæ in ea continentur.

Ratio vis anuli
cujsdam.
147. Vis igitur absoluta, qua B attrahitur ab anulo DP ,
erit, ut is ipse anulus directè, & quadratum RD recipi-
procè. Quoniam autem in Ellipsi ex notissima ejus pro-
prietate, meorum elementorum tomo 3 num. 365, est
 KP ad KD , in constanti ratione CA ad CE ; erit KP , ut
 KD ,

KD , adeoque & circulus genitus a KD , & circulus genitus a KP , & residuus anulus genitus a DP , ut KD^2 , cum nimis circuli sint, ut quadrata radiorum. Vis igitur absoluta erit, ut $\frac{KD^2}{BD^4}$. Porro hæc vis absoluta agens per DB resolvi potest in duas DK , BK , quarum prior eliditur actionibus contrariis, posterior trahit punctum B versus centrum C ; ac est ut BD ad BK , ita vis ea absoluta ad vim relativam, cuius habenda est ratio. Hæc igitur vis erit, ut $\frac{KD^2 \times BK}{BD^3}$, sive ut $\frac{KD^2 \times BK \times BD}{BD^4}$; adeoque cum ex circuli natura sit BD^2 , ut BK , & $KD^2 = bK \times BK$, erit ea vis relativa, ut $\frac{bK \times bK^2 \times BD}{BK^3}$, sive ut $bK \times BD$.

148. Ut inveniatur recta, quæ ejusmodi vim exprimat, sit BMN parabola Apolloniana axe, & parmetro Bb , & cum ex natura ejus curvæ sit $KM^2 = BK \times Bb$, erit KM æqualis BD ; unde etiam patet, fore $bN = bB$. Sit jam alia curva BLN , in qua sit ut Bb ad BK , ita KM ad KL , quæ itidem erit ex familia parabolæ. Erit enim KM , ut $BK^{\frac{1}{2}}$, & KL , ut $KM \times BK$, adeoque ut $BK^{\frac{1}{2}}$. Erit autem per conversionem rationis Bb ad bB , ut KM , vel BD ad ML , quæ ob Bb constantem, erit ut $bK \times BD$, adeoque, ut illa vis relativa. Refert igitur ipsa ejusmodi vim, & area tota $BLNMB$ vim totam, qua omnes anuli AP attrahunt punctum B .

Vis ipsa expressa
per lineam, &
omnium summa
per superficem
datam.

149. Jam vero ut possit computari ejusmodi vis, consipiatur, puncta $PDKLM$ abire in $AECFG$. Erit tum GF dimidia CG , cum sit ad eam, ut bC ad bB ; ipsa autem $CG = BE$, & $BE^2 = 2BC^2$. Anulus EA æquabitur producto ex EA , & circumferentia circuli descripta a puncto E , quæ, si ratio radii ad circumferentiam dicatur 1 ad c , erit $= c \times CE = c \times BC$, adeoque anulus erit $c \times BC \times EA$. Vis igitur absoluta ipsius anuli EA erit $\frac{c \times BC \times EA}{BE^2} = \frac{c \times BC \times EA}{2BC^2} = \frac{c \times EA}{2BC}$, vis autem relativa habe-

bitur dueendo ipsam in BC , & dividendo per BE , adeo-
que erit $\frac{c \times EA}{2BE} = \frac{c \times EA \times BE}{2BE^2}$, vel posito $2BC^2$ pro BE^2 ,
 CG , vel $2FG$ pro BE , erit ea vis $\frac{2c \times EA \times FG}{4BC^2} = \frac{c \times EA \times FG}{2BC^2}$.
Quare cum vis anuli EA ad vim anuli DP sit, ut FG ad
 LM , erit vis anuli $DP = \frac{c \times EA \times LM}{2BC^2}$, adeoque vis om-
nium anulorum simul erit tota area $BFNGB$, quam-
texunt omnes LM , ducta in quantitatem datam $\frac{c \times EA}{2BC^2}$.

Valor areae ad-
hibita ad exprimendam eā vi-
sum summam.

150. Remanet, ut computetur area $BFNGB$. Ea ge-
neraliter in parabola quavis, cujus ordinata sit, ut po-
testas m abscissæ, est ad rectangulum sub abscissa, & ordi-
nata, ut 1 ad $m+1$, quemadmodum etiam supra di-
ximus num. 36. Nimirum si KL sit, ut BK^2 , erit area

$$BKL = \frac{1}{m+1} \times BK \times KL. \text{ Hinc cum } KM \text{ sit, ut } BK^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{erit area tota } BbNGB = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} \times Bb \times bN = \frac{2}{3} Bb^2 = \frac{1}{3} BC^2.$$

$$\text{Cum vero sit } KL, \text{ ut } BK^{\frac{1}{2}}, \text{ erit area } BbNFB = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} \times Bb \\ \times bN = \frac{2}{3} \times Bb^2 = \frac{1}{3} BC^2. \text{ Quare tota area } BFNGB \text{ erit} \\ \frac{1}{3} BC^2 - \frac{1}{3} BC^2 = \frac{16}{33} BC^2.$$

Eius ope simili-
cissima expressio
ejusdem summe.

151. Si igitur hic valor demum ducatur in $\frac{c \times EA}{2BC^2}$, ha-
bebitur gravitas tota primitiva in polo B , quam expri-
met $\frac{16}{33} c \times EA$. Nimirum exprimetur ejusmodi vis per
 $\frac{16}{33}$ peripheriaæ circelli descripti radio EA , cum $c \times EA$ sit
peripheria ejus circelli. Et ea quidem est elegantissima,
& simplicissima expressio ejus vis.

Problema pro
puncto posito in
aequatore, & pra-
paratio.

Tab. 4, F. 18

152. Sit jam in fig. 18 corpusculum in A in æqua-
tore sphæroidis genitæ revolutione circa axem Bb . Con-
cipiantur bina alia solida nimirum sphærois, quæ habe-
retur ex revolutione circa axem Aa , & sphæra $AEae$ eâ-
dem diametro Aa , quæ solida si secentur plano eodem

GPPg

GPpg perpendiculari ad rectam *Aa*, sectio sphæroidis descriptæ axe *Aa* erit circulus diametro *Gg*, sectio sphæræ erit circulus diametro *Pp*, sectio sphæroidis descriptæ axe *Bb* erit Ellipsis genitrici similis habens pro altero axe *Gg*, pro altero rectam æqualem *Pp*. Cætera quidem patent vel per se, vel ex iis, quæ præmisimus; hoc autem postremum inde deducitur facile, cum debeat esse axis *Gg* ellipsoes sectionis ad axem alterum, ut *Bb* ad *Aa*, sive ad *Ee*, nimur ut idem *Gg* ad *Pp*. Referat eas sectiones figura 19, & erit, ellipsis *GRgr*, cui alter circulorum *PrpR*, *GigI* erit circumscriptus, alter inscriptus. Anulus vero circularis *GP* erit differentia sphæroidis in fig. 18 descriptæ axe *Aa* a sphæra; duplex autem figuræ 19 meniscus *RPrG*, & *Rprg* erit differentia sphæroidis descriptæ in fig. 18 axe *Bb* ab eadem sphæra.

153. Jam vero ex nota Ellipsoes proprietate elementorum meorum tomo 3, num. 385 est circulus circumscriptus ad Ellipsim, ut ea ad circulum inscriptum; ac proinde cum Ellipsis, & circulus inscriptus sint proximè æquales inter se, erunt itidem proximè æquales priores bini menisci posterioribus. Quare duplex meniscus *RPrG*, *Rprg* est dimidium anuli, ac proinde cum in fig. 18 omnes particulae tam anuli, quam menisci eandem proximè habeant & distantiam a puncto *A*, & positionem respectu ipsius, ejus attractio orta ex duplice illo menisco erit dimidia attractionis, quæ oriretur ex anulo. Cum vero id ubique contingat, vis puncti ejusdem siti in *A* orta ex differentia sphæroidis axe *Bb* erit dimidia ejus, quæ oritur ex differentia sphæroidis axe *Aa*, & ejusdem sphærae. Est autem hæc posterior ex præcedentis problematis solutione $\frac{1}{2} \times c \times EB$: Quare erit illa prior $\frac{1}{2} \times c \times EB$; Quod erat inveniendum.

154. Solutis hisce problematis, facile jam invenitur ratio gravitatis primitivæ in polo ad gravitatem in æquatore expressa per eandem *EB*, sive sphærois sit oblonga,

Problematis solutio, & demonstratio.

Ratio gravitatis primitivæ in æquatore ad gravitatem in polo quo puto invenienda.

& pro-

& producta, sive oblata, & compressa. Sed ad id inventandum requiritur theorema notissimum, profluens ex demonstratis a Newtono, quod sphæra quævis punctum situm extra ipsam, vel in ejus superficie attrahat, tanquam si tota ejus massa compenetraretur in centro. Sit r radius sphæræ cujusdam, & erit $2r$ diameter, $\frac{4}{3}\pi r^3$ circulus maximus, $2\pi r^2$ superficies, $\frac{4}{3}\pi r^3$ tota moles, adeoque vis puncti constituti in ejus superficie expressa per ipsam sphæram, sive numerum particularum directè, & quadratum distantiae reciprocè erit $\frac{4}{3}\pi r$.

Eius determina-
tio in sphæroide
compressa.

Tab. 4, F. 17

155. Sit in fig. 17 sphærois compressa ad polos Bb , cuiusmodi esse debet ob vim centrifugam in æquatore, qua sit, ut ibi assurgat massa fluida, & erit gravitas puncti B in sphæram diametro $Bb = \frac{2}{3}c \times CB = \frac{2}{3}c \times CA - \frac{2}{3}c \times EA$. Huic si addatur $\frac{1}{3}c \times EA$, erit vis ibidem in sphæroidem compressam $\frac{2}{3}c \times CA - \frac{10}{15}c \times EA + \frac{2}{3}c \times EA = \frac{2}{3}c \times CA - \frac{2}{15}c \times EA$. Gravitas puncti A in sphæram radio CA erit $\frac{2}{3}c \times CA$, a qua si dematur $\frac{2}{3}c \times EA$, habebitur gravitas puncti A in sphæroidem $\frac{2}{3}c \times CA - \frac{2}{15}c \times EA$. Quamobrem gravitas in sphæroidem in polo B ad gravitatem in eandem in æquatore B erit, ut $\frac{2}{3}c \times CA - \frac{2}{15}c \times EA$ ad $\frac{2}{3}c \times CA - \frac{2}{3}c \times EA$, sive ob EA admodum exiguum respectu CA , proxime, ut $\frac{2}{3}c \times CA$ ad $\frac{2}{3}c \times CA - \frac{2}{15}c \times EA$, nimirum, ut CA ad $CA - \frac{2}{3}c \times EA$.

Eadem in sphæ-
roide oblonga.

156. Quod si sphærois esset oblonga, ipsa EA migraret e positiva in negativam, & haberetur ratio ejusmodi gravitatum CA ad $CA - \frac{2}{3}c \times EA$.

Compressio de-
terminanda: que
vites omittendæ,
que consideran-
dæ.

157. Inventa hujusmodi ratione, definitur jam facile etiam compressio orta ex motu diurno juxta n. 142. In hoc casu ex illis tribus virium generibus, quæ n. 121 assumptæ sunt in conditionibus theorematis præter vim mutuam in ratione reciproca duplicata distantiarum, unica habetur in casu nostro, ea nimirum, quæ oritur ex vi centrifuga, & agit secundum directionem CA perpendiculararem axi Bb . Reliquæ binæ pertinent ad casum marini

marini æstus, in quo inæqualis magnitudo, & diversa directio virium, quibus particulae Telluris in Solem, vel in Lunam gravitant, addit binas vires alteram tendentem ad centrum Terræ, alteram secundum directiōnēm ad sensum perpendicularēm piano transeunti per centrum ipsum, & perpendiculari rectæ, quæ Terram jungit cum Sole, vel Luna, ac proportionalem distantiaē ab eodem piano.

158. His igitur viribus omissis, quæ ad nostrum casum non pertinent, sit jam gravitas primitiva sub æquatore $= m$, vis centrifuga $= n$. Erit ibidem gravitas residua $= m - n$. Quod si ponatur semidiameter æquatoris $= r$, ejus differentia a semiaxe $= x$, erit ut $r - \frac{x}{r} x$ ad r , sive proximè ob x admodum exiguum respectu r , ut r ad $r + \frac{x}{r}$, ita gravitas primitiva in æquatore $= m$ ad gravitatem primitivam in polo, quæ erit $m - \frac{mx}{sr}$. Quare vis in æquatore ad vim in polo erit, ut $m - n$ ad $m - \frac{mx}{sr}$, sive proxime, ut m ad $m - \frac{mx}{sr} + n$. Debent autem hæ vires esse in ratione reciproca distantiarum a centro per num. 121, adeoque erunt, ut r ad $r + x$; unde assumptis differentiis, fit m ad $\frac{mx}{sr} + n$, sive 1 ad $\frac{x}{sr} + \frac{n}{m}$, ut r ad x , sive ut 1 ad $\frac{x}{r}$. Quare erit $\frac{x}{sr} + \frac{n}{m} = \frac{x}{r}$, sive $\frac{n}{m} = \frac{4x}{sr}$, vel $\frac{x}{r} = \frac{sr}{4m}$ nimirum $m. \frac{2}{\pi} n :: r. x$. Habetur igitur hujusmodi theorema. Ut gravitas sub æquatore ad $\frac{2}{\pi}$ vis centrifuga ibidem, ita semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe.

159. Quod si adhibetur ratio gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem veræ proxima in numeris juxta num. 71, ut 289 ad 1; erit ea ratio semidiametri æquatoris ad differentiam 289 ad $\frac{2}{\pi}$, vel 1156 ad 5, sive proxime 231 ad 1, proxima illi 230 ad 1, quam invenit

Absolute compresio plusquam duplo major, quæ Hermanno.

Newtonus Principiorum lib. 3. prop. 19 , existente ratione semidiametri æquatoris ad semiaxem 231 ad 230 . Et hæc quidem compressio est plusquam duplo major illa, quam Hermannus in sua Ellipſi invenerat, quam num. 72 vidimus esse debere respondentem dimidie vi centrifugæ sub æquatore, non quinque ejus quadrantibus , adeoque non $\frac{1}{4}$ totius, sed $\frac{1}{5}$ tantummodo .

Hermannii cen-
ſura erronea in
Newtonum, &
Gregorium.

160. Et quidem Hermannus censuit , hanc ipsam suam Ellipſi n̄ esse illam , quæ in Newtoniana gravitatis theoria debeat obvenire , ac Gregorium , & Newtonum ipsum culpados existimavit , quod ii id ipsum non viderint , & plusquam duplo majorem julto compressione in Telluri tribuerint , quam ipfa illoruī principia postularent . At Hermannus ipſe in eo erravit sane quamplurimum , & ejus hypothesis illa gravitatis se dirigentis ad unicum punctum , & directè proportionalis distantie ab eodem puncto plurimum distat a Newtoni theoria gravitatis compositæ ex tendentia in particulas singulas in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro .

In Newtoni the-
oria vim utique
in quovis cana-
li ad centrum du-
bo esse, ut di-
stantiam a cen-
tro,

161. In Newtoni theoria in quovis canali ad centrum terminato nifus cuiuscumque particulae in centrum ipsum est utique in ratione distantie ab ipso centro , & gravitas residua in superficie in ratione reciproca distantie ab eodem centro , quod & Newtonus ipſe deprehendit debere consequi ex sua theoria, si ea ellipticam figuram requireret ad æquilibrium habendum , quod postremum ille quidem demonstrare non potuit , felicissime tamen divinavit .

Ejus demonstra-
tio ex Newto-
nio, quod per-
tinet ad gravi-
tatem primitivam

162. Demonstravit nimirum Newtonus , punctum ubicumque situm intra orbem ellipticum clausum binis Ellipsibus similibus , & similiter in centro collocatis esse prorsus in æquilibrio , & punctum collocatum in homologis punctis solidorum similium attrahi in sua theoria in ratione simplici laterum homologorum , quæ duo supra posuimus num. 93, & 92 . Inde ipsi pronum fuit deducere , in accessu ad centrum intra sphærām , vel sphæroidem

roidem ellipticam vim decrescere in ratione directa simplici distantiarum ab ipso centro. Si enim concipiatur superficies sphærica, vel elliptica externæ similis transiens per punctum ipsum, totus ille orbis externus conclusus hac nova, & illa priore externa superficie nihil ageret, & relinquetur sola actio sphæræ, vel sphæroidis nova ipsa superficie inclusæ, cuius actio debet esse proportionalis distantiaæ a centro, quæ quidem est unum ex homologis lateribus.

163. Et hoc quidem pacto evasit ipsi gravitas primitiva intra sphæram, vel ellipticam sphæroidem directe proportionalis distantiaæ a centro. Vis autem centrifuga proportionalis est distantiaæ ab axe juxta num. 17, unde admodum facile deducitur illud, sive consideretur ea tota, sive ea ejus resolutæ pars, quæ gravitati ad centrum directæ opponitur, eam esse itidem proportionalis distantiaæ a centro. Inde vero consequitur, etiam residuam gravitatem ubique intra sphæram, vel sphæroidem, si ea, quæ ad centrum tendit in canali quopiam ad ipsum centrum terminato consideretur, fore directe, ut distantiam a centro.

164. Esse autem reciprocè, ut distantiam a centro in diversis punctis superficie extimæ, hac ratione admodum facile Newtonus ipse demonstravit. Concipiantur bini canales quicunque egressi e centro, & ad quævis superficie puncta terminati, qui quidem debent esse in æquilibrio. Secentur in æqualem numerum partium proportionalium, & quoniam singulæ particulæ singulorum in singulis partibus inclusæ gravitabunt in centrum in ratione distantiaæ a centro, ratio autem distantiaæ in partibus homologis est eadem, ac totorum canalium; erunt vires singularum particularum alterius canalis ad singulas alterius inclusas partibus homologis in constanti ratione totorum canalium, adeoque & summæ in ratione eadem, nimirum pondera partium homologarum, ut pondera totorum canalium, videlicet æqualia. Cum autem pondus

Eadem quod pertinet ad vim esse trifugam.

In superficie esse vim in ratione reciprocæ distan-

partis unius canalis, sit æquale ponderi partis homologæ alterius, erit singularum particularum vis in parte canalis alterius ad vim particularum in parte alterius reciprocè, ut earum particularum numerus, nimirum reciprocè, ut illæ partes, adeoque reciprocè, ut toti canales, & ut partium ipsarum homologarum distantia a centro. Quare particularum omnium, quæ sitæ sint vel in superficie extima, vel intra sphæroidem in rectis quibuscumque ductis a centro ad superficiem, & distantias habeant a centro proportionales illis rectis, sunt ad se invicem reciprocè, ut ipse distantiae.

Determinatio
ellipsois Hermann-
ni e similibus
datis.

165. Hæc cum videret Hermannus inquisivit in figuram, quam habere debeat fluidum, quod habeat vires directas ad centrum in ratione directa distantiarum, gyret autem circa proprium axem; & investigata figura ex hac conditione, invenit Ellipsim, in qua semidiameter æquatoris ad semiaxem sit in ratione subduplicata gravitatis primitivæ sub æquatore ad gravitatem residuam ibidem, adeoque semidiameter ipsa ad excessum supra semiaxem proxime, ut ea gravitas primitiva ad dimidiad vim centrifugam, vel ut 578 ad 1, vis autem residua in diversis superficie punctis sit in ratione reciproca distantiarum, quæ quidem supra hic etiam demonstravimus numeris 47, & 49. Quæsivit e converso figuram ex hypothesi, quod vis residua in superficie sit reciprocè, ut distantia a centro, & invenit ellipsem illam eandem, ac invenit, gravitatem primitivam directam ad centrum debere esse in ratione distantiarum directa, quod is quidem methodo synthetica demonstravit admodum operosa, ego vero facili calculo in mea de figura Telluris dissertatione.

Conclusio Her-
manni inde de-
ducta.

166. Hisce compertis illud intulit, hæc tria esse omnino inter se connexa, gravitatem primitivam esse direc-
tè proportionalem distantiae, gravitatem residuam in
superficie esse reciprocè proportionalem distantiae, & fi-
guram esse ellipsem, in qua sit semidiameter æquatoris ad
diffe-

differentiam ipsius a semiaxe , ut est gravitas sub æquatore ad dimidiā vim centrifugam ibidem , ac quodlibet ex hisce tribus reliqua secum trahere ; quod quidem cum ipsi obtigisset tam methodo canarium , quam methodo directionis perpendicularis superficie , multo magis in sententia confirmatus Gregorium carpendum sibi esse duxit , ac Newtonum .

167. Et quidem hæc Hermanni ratiocinatio mihi etiam , cum primum dissertationem meam edidi anno 1739 , fucum fecit , non tamen ut ipsi assentirer , & compressionem in Newtoni sententia censerem esse debere $\frac{1}{77}$ partem totius . Videbam enim , ut ibidem proposui , illud a Newtono accurate admodum esse demonstratum , si ellipticam figuram habeat fluidum , cuius particulae in se invicem tendant in ratione reciproca duplicata distanciarum , & quod circa suum axem gyret , debere compressionem esse $\frac{1}{10}$ totius , quod Newtonus definiverat methodo quidem indirecta falsæ positionis usus , sed pro ejusmodi re satis , accurata , & tuta , & gravitatem intra canalem quemvis debere esse directè , in diversis vero superficie punctis reciprocè proportionalem distantiæ a centro . Sed cum ex hisce positionibus obveniret quidem ellipsis , at compressio evaderet $\frac{1}{77}$ pars totius , suspicatus sum illud , falsum esse , quod Newtonus sine ulla demonstratione assumpserat , in ejus theoria debere fluidum componi in Ellipsem , quo sublato neutrum ex illis reliquis duobus consequbatur .

168. At quoniam in sequenti anno elegantissima Mac- Laurini demonstratio innotuit mihi figuræ ellipticæ a Newtoni theoria ad æquilibrium requisitæ cum compres- sione illa ipsa , quam ex ejus figuræ hypothesi Newtonus deduxerat ; in Hermanni errorem diligentius inquisivi , cuius & originem alteram e binis , quas mox proponam , exposui in eadem dissertatione haud ita multo post edita Lucae in opusculorum collectione quadam , in qua ta- men schemata potissimum tam multis , & enoribus omni-

Ejus error in quo
olim impauserit
Autori bujus e-
pusculi,

Solutione Mac-
Laurini error
deprehensus .

omnino ubique scatent erroribus, ut vix ulli quidem usui opusculum illud esse possit.

Erroris fons primus. 169. Est autem primus erroris fons, quod ubi in figuram inquiritur per directionem perpendiculari suam in hypothesi Hermanni vis componitur ex binis, quarum prior, nimurum gravitas primitiva, dirigitur ad centrum, ut in fig. 7 LN per LC , secunda vero est vis centrifuga LO , quæ tendit ad partes axi oppositas; at in theoria Newtoniana, ipsa illa gravitas primitiva non tendit ad centrum, sed per rectam in fig. 14 inclinatam ad PC ita, ut accidente præterea vi centrifuga, vis ex iis composita directionem habeat remotiorem a recta tendente ad centrum in Newtoni, quam in Hermanni hypothesi, & majorem compressionem requirat.

Alter ejusdem erroris fons. 170. Secundus erroris fons est, quod in hypothesi Hermanni gravitas primitiva in æquatore debet esse major, quam in polo in ratione distantiæ majoris, dum in Newtoni sententia debet esse minor. In Hermanni quidem hypothesi facta, ut supra fecimus semidiametro æquatoris $=r$, differentia $=x$, debet esse gravitas primitiva in æquatore ad gravitatem in polo, ut $r + x$ ad r , in Newtoni sententia, ut $r - \frac{1}{2}x$ ad r . Hinc gravitatis residuae in æquatore ratio ad gravitatem in polo in Newtoni sententia minor, quam in hypothesi Hermanni, & proinde major, in methodo æquilibrii canalium, inæqualitas altitudinis canalium ipsorum necessaria ad compensandam gravitatum earundem inæqualitatem.

Quantum theoria Newtoni differat a theoria Hermanni. 171. Atque hoc demum pacto jam in aperto est positus Hermanni error, & abunde patet, quid in Newtoniana theoria haberi debeat, ubi fluidum homogeneum sit, & gyret circa proprium axem. Patet itidem multo difficiliorem esse determinationem figuræ in ipsa ejus theoria, quam si assumatur vis ad centrum tendens in ratione distantiæ ab ipso, & vis residua in superficie in ratione ipsius reciproca: falli autem omnino eum, qui, ubi ex ea hypothesi definit, quid consequi debeat, cum agitur

agitur vel de figura orta ex diurna vertigine , vel de maris æstu orto ab inæquali actione vel Solis , vel Lunæ in diversas Terræ particulas , putet , se tam facile definisse id , quod Newtoniana requirat theoria .

172. Nec illud autem omittendum , a Newtono non esse adhibitas binas hypotheses alteram pro particulis infra superficiem sitis , alteram pro particulis sitis in superficie , sed ex ipsa generali mutua actione particularum in se invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum utramque consequi ; multo autem minus licere binas ejusmodi hypotheses ad peculiare aliquod phænomenum explicandum ad arbitrium effingere , quæ non tantum inter se plerunque non connectentur , sed pugnabunt etiam , & penitus adversabuntur ; nec vero ad singula phænomena singulas hypotheses configendas esse , utcumque nihil in iis habeatur , quod repugnet , & absurdum sit , nec id Newtonum præstitisse , qui generalem gravitatem ex tam multis phænomenis derivavit , & ad alia tam multa traductam tam belle consentire deprehendit , nullo huc usque invento phænomeno , quod cum ea conciliari non possit , plurimis inventis , quæ , postea quam ab ea deducuntur , successu , & conspiratione principium illud commendant plurimum , ex quo deducta sunt . Sed de his jam satis .

173. Illud unum supereft , ut definiamus , in qua ratione in hac Newtoniana ellipſi decrēſcant distantiæ ab æquatore ad polum , c̄refcat autem **gravitas** . Id autem admodum facile **definitur methodo** , quam adhibui jam tum in illa dissertatione de figura Telluris . Sit in fig. 20 *ECe* diameter æquatoris , *BCb* axis ellipſeos parum abſudentis a circulo , & per quodvis ejus puctum *P* ducta recta *CP* , quæ circulo circumscripto occurrat in *D* , *d* , ac chorda ipsi *Ee* perpendiculari , quæ occurrat ellipſi iterum in *p* , circulo in *F* , *f* ; erit *DP* decrementum distantiæ , cui proximè proportionale erit etiam incrementum gravitatis residuae cum sit , ut *CE* , sive *CD* ad

In quaque ratione
in Ellipſi Newtoni
decreſcant
distantiæ a ce-
ntrō in progressu
ab æquatore ad
polum . Initium
analyſeos .

Tab. 4 , Fig. 20

CP

CP ita gravitas in *P* ad gravitatem in *E*, adeoque *DP* ad *CP* proxime constantem, ut est incrementum gravitatis ad constantem gravitatem *CE*.

Determinatio
rationis ejus de-
cimenti,

174. Jam vero ex circuli natura est $DP \times Pd = FP \times Pf$; adeoque ob *Pd* proxime constantem est *DP* proxime, ut *FP*, & *Pf* conjunctim. Porro quoniam ex ellipsoes natura Elementorum meorum tomo 3 num. 365 est *GF* ad *GP*, vel *Gp* in constanti ratione *CE* ad *CB*, crit & *GP*, & *Gf*, adeoque & earum differentia *PF*, & earum summa *Pf*, ut *GF*. Hinc illa ratio composita erit eadem ac duplicita rectæ *GF*, sive sinus arus *EF*, qui proxime metitur distantiam loci ab æquatore, sive latitudinem. Quare habebitur & hic hoc theorema, ut supra num. 44, ac 48: *Est decrementum distantiae, & incrementum gravitatis ab æquatore ad polum in ratione duplicita sinus recti latitudinis, vel in ratione simplici sinus versi latitudinis duplicate.*

Eadem ac ratio
incrementi gra-
duum. Plublema
figurae inquiren-
tibus mutatis den-
sitatibus.

175. Porro videbimus sequenti capite, hanc eandem esse rationem incrementi graduum meridiani in ellipsi ab equatore ad polum. Sed interea videndum, cuius figurae debeat esse Tellus, si densitas sit alibi alia, & primo quidem, quid si certa lege crescat, vel decrescat a centro ad superficiem, deinde quid irregularis textus seeum ferat.

Assumptum tu-
tilissimum, sed Ber-
noullio oli per-
nicisum, nuclei
et sphericis or-
bibus homoge-
neis circumqua-
que.

176. Consideremus igitur primo quidem globum solidum fluido circumbatum, quem ipsum in Tellure habemus casum, quo solido densitas in progressu a centro ad circumferentium mutetur utcumque, illud autem fluidum sit densitatis constantis. Considerabimus autem densitatem ipsam in iisdem a centro distantias circumquaque æqualem. Id in fluida massa præstítit Daniel Bernoullius, in dissertatione de maris æstu, sed id, ut paullo infra videbimus, virum cæteroquin summum, & nulla unquam commendatione satis laudandum in errorem induxit. At id quidem si fiat cum debita præcautione in massa nuclei solidâ, & parum abludente a sphaerica forma, omni-

no licet. Si enim strata densitatis ejusdem formam & ipsa habeant a sphærica abludentem, strata itidem sphærica ita parum ab homogeneitate differe possunt, ut iis ad veram homogeneitatem redactis, nihil ad sensum mutetur gravitas fluidi ambientis, & positi in superficie, a cuius gravitatis positione pendet æquilibrium, quod quidem posset sene accurrantiissime demonstrari; sed per se se fatis manifestum esse censeo. Porro is casus erit idem, ac si totus nucleus ille solidus homogeneus esset, materia omni per ipsum æqualiter distributa. Nam singuli orbes sphærici homogenei ita trahunt tam in primo, quam in secundo casu, ut traherent si in centro omnis eorum materia colligeretur, quod ex demonstratis a Newtono facile admodum deducitur.

177. Consideremus igitur globum solidum, cuius orbes concentrici homogenei sint, densitate in diversis distantiis mutata utcunque; is autem ambiatur a fluido, & singulæ fluidi particulæ tam in se invicem, quam in partículas solidi tendant in ratione reciproca duplicata distantiarum, & convertatur circa proprium axem, ac in æquilibrio sit. Quidquid in singulis orbibus excedit densitatem fluidi ambientis, adducatur ad centrum, & in eo compenetratum intelligatur: æquilibrium fluidi manebit; gravitate ipsius in massam nuclei nihil mutata.

Massa redundans
in fluido abatæ
in centrum.

178. Habebimus hoc pacto globum solidum cum fluido ambiente homogeneo ipsi globo, & præter vires extraneas pro vi, qua particulæ se invicem **trahabant in ratione reciproca duplicata distantiarum**, habebuntur jam binæ vires, una directa ad centrum in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro, & altera, qua partes fluidi jam homogenei se trahant in ratione pariter reciproca duplicata distantiarum a se invicem. Dissolvatur jam hoc fluidum, & liquefacit, ac queratur status æquilibrii totius hujuscce fluidi; eo enim statu invento, si iterum concrescat globus idem, fluidum reliquum non

Saluto nuclo
jam homogeneo
casus priori æ-
quivalens.

mutabit statum, non mutata neque directione, neque magnitudine virium cujuscumque particulae.

Secunda hypothesis, massa e centro attrahentis in ratione distantiarum.

179. Ut autem inveniatur status fluidi in hac prima hypothesis; concipiatur hypothesis secunda, in qua reliquis viribus manentibus, vis etiam, quae tendit in massam in centro coadunatam, maneat eadem, quae esse debet, in ipsa superficie extima fluidi in polo, in reliquis autem distantiis a centro quibuscumque non sit in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, sed in simplici directa. Fluido in hac secunda hypothesis ad æquilibrium redacto, queratur discriminus figurae, in quam se debet fluidum componere in illa hypothesis priore a figura debita huic posteriori hypothesis.

Secunda hypothesis, ad generalem Mac-Laurini solutionem.

180. In hac posteriore hypothesis omnia perinde accident, ac ubi superius inquisitum est in æquilibrium fluidi homogenei, cuius particulae se attrahant invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum, & tribus illis viribus præterea sollicitentur; quarum una dirigatur ad centrum, & sit in ratione distantiarum ab ipso centro, reliqua duæ sint altera perpendicularis axe, altera perpendicularis æquatori, & singulæ suis distantiis ab ipso axe, vel æquatore proportionales. Conditiones enim habebuntur pro rorsus eadem.

Schema pro secunda hypothesis Tab. 4, Fo. 31.

181. Exprimat jam in fig. 21. *BAb*, sphæroidem Ellipticam, in quam se fluidum componeret in secunda hac hypothesis, & sit *BEbe*, globus habens pro dianætro axem *Bb*, qui occurrat diametro æquatoris *Aa* in *Ee*. Erecta *EG* ad arbitrium assumpta, & perpendiculari ad *Aa*, quæ exprimat vim in illam massam positam in *C* debitam distantiam *EC*, sive *CB*, ducatur *CG* occurrentis rectæ *AI* parallele ipsi *EG* in *I*, & per *G* transeat hyperbola cubica *LG* habens pro asymptotis rectas *bC*, *CA*, & occurrentis *AI* in *L*, cuius ordinatae *EG*, *AL* sint in ratione reciproca duplicata abscissarum *EC*, *AC*.

Discrimen secunda a prima,

182. Si secunda Hypothesis mutetur in primam; mutatione

tatio gravitatis in cruribus BC , CE erit prorsus æqualis. & ejus compen-
In intervallo autem AE amittetur pars quædam gravita-
tis ipsius. Nam particula A in secunda hypothesi habet
gravitatem AI , & in prima AL . Quare pondus columnæ
 AE in secunda Hypothesi exprimeretur per aream $AIGE$,
in prima per aream $ALGE$; decremento ponderis expre-
so per LGI . Si igitur affundatur tantudem fluidi homo-
genei in AM ita, ut habeat tantum ponderis, quantum
amittitur in AE , & id fiat in omnibus rectis quaquaver-
sus circa centrum; restituetur æquilibrium, & habebitur
fluidum etiam in prima hypothesi in æquilibrio collo-
catum.

183. Porro ut inveniatur illa altitudo AM , concipiatur in GE productâ recta EF , quæ sit ad FG , uti est den-
sitas fluidi ad densitatem medium nuclei, ut idcirco sit
 EF ad EG , uti est densitas fluidi ad densitatem materiæ
redundantis positæ in centro, quæ utique erit etiam ra-
tio vis puncti positi in E in globum jam homogeneum
fluido, ad vim in materiam coadunatam in centro, cum
vis in globum etiam sit eadem, quæ esset, si is quoque
in centrum abiret totus. Referat autem ED vim in totam
sphæroidem jam totam fluidam, quæ vis erit eadem ac
vis in solam sphæroidem similem sphæroïdi $ABab$ trans-
euntem per E , adeoque erit aliquanto minor vi in glo-
bum $EBeb$, & ducta per C , & D recta, quæ occurrat
rectæ ILA in N , exprimet AN vim in totam sphæroidem
fluidam, & homogeneam BAb secundæ hypotheseos, cum ipsa vis in canali CA sit, ut est distantia a cen-
tro, IN vim in totam massam compositam e sphæroide ho-
mogena, & massa in centro collecta attrahente in ratio-
ne directa distantiarum, NL vim in utrumque massâ centri
in prima hypothesi attrahente in ratione reciproca dupli-
cata distantiarum.

184. Sit NO versus A ad NL , uti est vis centrifuga
in A ad gravitatem ibidem totam, & ducta CO , quæ
occurrat rectæ GE in K , patet, fore DK vim centrifu-

gam in E , cum & ipsa vis centrifuga sit proportionalis distantiae a centro. Quare erit $OKGI$ totum pondus canalis AE in postrema hypothesi massæ attrahentis ex centro in ratione distantiarum, $OKGL$ pondus ejusdem in prima hypothesi massæ illius ex centro attrahentis in ratione distantiarum reciproca duplicita, LGI discrimen ponderum compensandum a particula AM . Satis igitur erit ducere rectam $RMQP$ parallelam $LAON$ ita, ut area $QOLR$, quæ in priore hypothesi exprimit totum pondus particulae AM , æquetur areæ LGI , quæ exprimit pondus amissum in regressu a secunda hypothesi ad primam.

Methodus eam
inveniendi per
quadraturā de-
tam hyperbole
cubicæ.

185. Porro hujus hyperbolæ cubicæ RLG datur area per abscissas, & ordinatas, nam ejus area ab ordinata quavis EG in infinitum producta æquatur rectangulo sub abscissa CE , & ordinata EG , ac proinde area $LAEG$ differentiæ rectangulorum CEG , CAL , & dantur ordinatæ per abscissas, datur autem per abscissas & area terminata rectis CO , CI . Quare facile effet, vel per Geometriam, vel per analysim invenire punctum M ita, ut area $RQOL$ æquaretur trilineo LGI . Verum ob AE exiguum, & AM multo minorem, res multo facilius perficietur, si consideretur arcus GLR , ut rectilineus.

Trilinei hyper-
bolici valor ha-
bito exiguus ejus
nsui pro rectili-
neo.

186. Ducta igitur GH parallela EA , erit triangulum LGI ad rectangulum $AEGH$, ut LI ad duplum AH , sive EG . Est autem in primis EG ad HI , ut CE ad GH , sive AE , & cum sit eadem EG ad AL , ut AC^2 ad CE^2 , adeoque dividendo ipsa EG ad HL , ut CA^2 ad rectangulum AE , sive ob E proxime duplum CE , & CA proximam CE , ut eadem illa CE ad duplum AE ; erit LH proximè dupla HI , & EG ad totam LI , ut CE ad triplam AE .

Determinatio
illius compen-
sationis.

187. Habito autem trapezio $QOLR$ pro parallelogrammo cuius basis OL , vel proximè KG , altitudo AM , & trilineo LGI pro triangulo, cuius basis LI altitudo HG , erit LI ad AM , ut LO , vel KD ad $\frac{1}{2} GH$, sive $\frac{1}{2} AE$. Quare compositis rationibus erit EG ad AM , ut CE
 $\times KG$ ad $\frac{1}{2} AE^2$, adeoque $AM = \frac{3EG \times AE^2}{2KG \times CE}$; unde eruitur

hæc proportio $KG : EG :: \frac{AE}{CE}$. AM , sive ut vis tota
in æquatore ad $\frac{r}{z}$ vis tendentis in illam massam positam in
centro, ita tertia continuè proportionalis post semia-
xem, & differentiam ipsius a semidiametro æquatoris ad
altitudinem illam quæsitam.

188. Porro tres casus haberi possunt. Vel enim den-
sitas nuclei est major densitate fluidi, vel ipsi æqualis,
vel minor. In primo casu debet jacere EG cum toto trili-
neo LGI ad partes oppositas rectæ CE respectu EF , ut vis
tota in particulis EA coalescat e summa virium in sphæ-
roidem, & centrum. Hoc casu LGI est defectus ponde-
ris hypothesis primæ, in qua massa in centro attrahat in ra-
tione reciproca cupicata distantiarum, ab hypothesis po-
strema in qua attrahat in ratione simplici distantiarum di-
recta, adeoque suppleri debet ejus defectus addita AM .
Erit autem semper in eo casu ipsa AM perquam exigua.
Nam semper DG in eo casu erit major, quam GE , & cum
 DK respectu DG debeat esse perquam exigua, nimurum
vis centrifuga respectu gravitatis primitivæ, erit & KG
vel major ipsa GE , vel (si forte densitas fluidi FE sit per-
quam exigua, ut & DE sit exigua, adeoque DK , vel æ-
qualis ipsi, vel ea minor) eidem æqualis, vel ita paullo
minor, ut ad rationem æqualitatis proximè accedant.
Quare & AM vel erit e contratio minor, quam tertia
proportionalis post CE , & FA , vel ipsi æqualis, vel ea
major sed ita paullo, ut proximè ad æqualitatem ac-
cedant.

189. In secundo casu nihil materiae in centro colligi-
tur, evanescit trilineum LGI abeuntibus LG , GI in AE ,
 EA , & casus reducitur ad Mac-Laurini determinationem
pro fluido homogeneo. Nihil in eo addendum supra il-
lam ellipsim.

190. In tertio casu EG cum suo trilineo LGI abit ad
partes oppositas in EG' cum trilineo $L'G'I'$. Tum vero in
centro non colligitur materia nucleus redundans, sed con-
cipitur

Tres casus nu-
clei deforis fluido,
æque densi,
minus densi.
Evolutio primi
casus.

Evolutio secun-
di.

Evolutio tertii:
massa in centro
in eo casu repel-
lens, non attra-
bens.

pitur in nucleo supplementum materiæ , quod minorem ejus densitatem compenset , & ipsum ad homogeneitatem reducat . Sed idcirco in centro concipi debet tantumdem materiæ præditæ vi repulsiva agente in ratione distantiarum reciproca duplicata , quæ materiæ aggredi nisum elidat . Eo casu trilineum $L'G'I'$ pondus $OKG'I'$ non minuit , sed auget , cum dematur plus , quam demi deberet , si vis repulsiva non cresceret in ratione reciproca duplicata distantiarum , sed cresceret in ratione simplici directa . Hinc AM non deberet addi , sed demi , abeunte ipsa AM in AM' negativam , uti abiit EG in EG' .

Methodū in tertio casu rite procedere , si densitas nuclei non sit perquam exigua . Nam vis centrifuga DK semper erit perquam exigua respectu gravitatis DG' , & FD semper est exigua respectu FF . Est enim EF ad ED ex hypothesi , ut gravitas puncti E in globum $BEbe$ ad gravitatem in sphæroidem $BAbA$, nimurum in sphæroidem ei similem transeuntem per E , adeoque per num. 155 , ut $\frac{2}{3} CA$ ad $\frac{2}{3} CA - \frac{4}{15} AE$, sive ut CA ad $CA - \frac{2}{3} AE$. Quare in hoc casu id , quod auferendum est , vel est proximum huic tertiae proportionali , vel ad eam habet rationem non ita magnam , & exiguum manebit ; quod semper habebitur , nbi non nimis exigua evaserit densitas uuclei respectu densitatis fluidi .

Compensatio circum ubique per gyrum similis . 192. Si in quavis recta CVT fiat idem , addendo nimirum , vel auferendo Tt , quæ sit ad tertiam continuè proportionalem post CT , & VT , proximè , ut est densitas nuclei ad summam , vel differentiam densitatum ; totum fluidum erit in æquilibrio . Nam æquilibrium ipsum turbari posset solum ab actione attractionis illius mutuæ agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum , pendentis ab attractione in illum accessum fluidi $AMtT$, quæ prorsus insensibilis est ob exiguitatem , & distantiam . Si autem ejus habenda esset ratio , oporteret alium meniscum adde-

addere, vel auferre, qui differentiam virium compensaret, qui quidem respectu prioris esset prorsus insensibilis. Atque hic quidem illud accidit, quod in maxime convergentibus seriebus, ut bini priores termini ad magnitudinem quæstam inveniendam abunde sufficient.

193. Pro casu, in quo recta EG' esset satis proxima EK , vel etiam eandem transcurreret, facile esset vel ope Geometriæ, vel ope calculi finiti definire quantitatem illam AM' demendam ab AE , verum in eo casu solutio nullius est usus, ut infra patebit.

194. Porro figura $BMtb$ abludit nonnihil ab ellipsi. Nam si ea esset ellipsis, uti est BAb , esset ut facile deducitur ex num. 174 tam Vt , quam VT proxime in ratione duplicata sinus anguli bCT , adeoque Vt , ut VT , & idcirco etiam Tt , ut VT . Eit autem ex constructione Tt , ut VT^2 , cum sit, ut tertia post CV constantem, & ipsam VT ; adeoque decrescit versus polos multo minus, quam decreceret, si etiam r esset ad ellipsim. Sed quoniam tota Tt admodum exigua est ubique non solum respectu totius CV , sed etiam respectu VT ; tota ejusmodi figura parum admodum ad ellipsi discrepabit, & curvaturam habebit ubique ad sensum eandem, ac illa; in casu autem nuclei rarioris ad circulum accedet magis.

195. Multo autem minus esset, ac prorsus insensibile id discrimen, ubi agitur de maris æstu, cui tota haec theoria admodum facile aptari potest. Nam ibi tota elevatio AE , vix ad 10 pedes, sive duos passus assurgit; adeoque tertia post CB passuum 4300, & AE passuum 2, est $\frac{1}{119}$ unius passus, quod est minus trigesima digitum parte, adeoque quæcumque sit densitas fluidi ambientis respectu densitatis nuclei solidi, elevatio in eo casu causa homogeneitatis nihil ad sensum discreparet.

196. Oportet jam definire ellipticitatem AE in hac postrema hypothesi, in qua habetur massa fluida homogenea, attrahens in ratione reciproca duplicata distanciarum, massa in centro coagervata attrahens in ratione directa.

Sidenitas nuclei
sic perquam exiguæ, adhuc rem
definiti posse.

Compensatione
exigua, curva
nova ab iudicata
ab ellipsi, sed
parum.

Multo minus fa-
re discrimen in
maris æstu.

Investigatio ellip-
pticitatis in pa-
strem hypothesi.

directa distantiarum ; & vis centrifuga . Eam determinabimus hoc pacto . Dicatur densitas fluidi t , densitas nuclei solidi , quem primo concepimus p , & sit $p = t = q$, quæ , nuclei globo redacto ad homogeneitatem cum fluido , erit densitas massæ in centrum abactæ . Dicatur autem semiaxis $CB = CE = r$, differentia $AE = x$, ac sit ratio vis centrifugæ ad gravitatem totalem in æquatore n ad m . Per hosce valores determinabimus vim in polo B , ac ejus differentiam a vi in æquatore in A , & cum vis in B ad vim in A debeat per num. 121 esse , ut est CA ad CB , erit CA , vel proximè CE ad EA in eadem ratione vis in B ad differentiam virium , quod ipsam AE determinabit .

Vis tota in superficie sphæroidis.

197. In primis vis tota puncti B in globum $BEbe$ radio $CB = r$, & densitate t , juxta num. 154 est $\frac{2}{7} ctr$, in materiam coadunatam in centro $\frac{2}{7} cqr$, in utrumque simul $\frac{2}{7} cpr$, & hæc postrema erit proxima vi toti puncti E in totam sphæroidem cum nucleo , quæ , ubi de tota gravitate agitur , non de differentiis , afflui poterit pro gravitate ubicunque in sphæroidis superficie .

Differentia tres vis in æquatore, & polo.

198. Porro ea tria habet discrimina a gravitate in A . Primo quidem vis , qua fertur A in totam sphæroidem fluidam homogeneam superat vim , qua fertur B in eandem , & est per num. 156 , ut CA , vel proximè CE ad $\frac{2}{7} AE$, nimirum ut r ad $\frac{2}{7} x$, ita vis puncti B in sphæroidem $= \frac{2}{7} ctr$, ad ejus excessum supra vim in A , qui evadit $\frac{2}{7} ctw$. Deinde est ut $CE = CB = r$ ad $EA = x$, ita vis puncti B in massam in centro positam $= \frac{2}{7} cqr$ ad ejus defectum a vi puncti remotioris A in ipsam , qui evadit $= \frac{2}{7} cqx$. Demum est ut m ad n , ita gravitas illa primitiva $\frac{2}{7} cpr$ communis toti Telluris superficie , ad vim centrifugam in $A = \frac{2cpnr}{3m}$, quæ in B est nulla .

Formula inde erat pro ellipticitate .

199. Tota igitur differentia virium B , & A erit $\frac{2}{7} ctw - \frac{2}{7} cqx + \frac{2cpnr}{3m}$, & ratio vis in B ad ipsam erit $\frac{2}{7} cpr$ ad $\frac{2}{7} ctw - \frac{2}{7} cqx + \frac{2cpnr}{3m}$, sive dividendo per $\frac{2}{7} cp$ erit ,

ut r ad $\frac{tx}{sp} - \frac{x}{p} + \frac{nr}{m}$, quæ cum esse debeat ratio CB ad EA , sive r ad x , erit $x = \frac{tx}{sp} - \frac{x}{p} + \frac{nr}{m}$, sive $x \left(1 - \frac{t}{sp} + \frac{q}{p} \right) = \frac{nr}{m}$. Posito autem $p = t$ pro q , est $\frac{t}{sp} + \frac{q}{p} = \frac{t}{sp} + \frac{p}{p} - \frac{t}{p} = 1 - \frac{6t}{sp}$. Erit igitur $x \left(2 - \frac{6t}{sp} \right) = \frac{nr}{m}$, ac proinde $x = \frac{nr}{2m \left(1 - \frac{6t}{sp} \right)}$.

200. Hæc formula congruit penitus cum ea, quam exhibuit D'Alembertus in opusculo suo de ventorum causa, quod a Berolinensi Academia retulit præmium anno 1747, & cum alia multo generaliore, quam in opusculo de Telluris figura protulit Clerautius; pugnat autem cum iis, quæ Daniel Bernoullius protulit in dissertatione, quæ inter præmio donatas ab Academia Parisiensi habetur ad annum 1640. Continet itidem conjectaria quædam, quæ prima frontevidentur paradoxa, & ipsius calculi, ac Geometriæ indoli contraria, sed si rite res expendatur, verissima sane sunt.

Conclusus fur-
mula cum D'A-
lemberto, & Cle-
rautio, differens
a Bernoullio.

201. Ut a Bernoullio ducamus exordium, is quidem pro hoc ipso casu nuclei solidi, & fluidi ambientis, ac una cum ipso circumacti in gyrum ejusmodi formulam proponebat pro differentia semiaxis a semidiámetro æquatoris, ut ipsa differentia sit reciproce proportionalis densitati fluidi; unde intulit æstum aeris atmosphærā elevare ad duo milliaria, quam elevationem in barometro non sentiri censuit ex eo, quod ob elasticitatem atmosphæra statim acquirat æquilibrium quoddam, quo fiat, ut quodcumque superficie terrestris punctum sentiat medium totius atmosphæræ pondus.

Bernoullii for-
mula, quid secum
trahatur.

202. Porro id nostræ huic formulæ adversatur. Nam in ea si nucleus sit satis densus respectu fluidi ambientis, erit p numerus admodum ingens respectu t , adeoque fra-

Ejus differens a
formula hic tra-
dita.

ctio $\frac{3t}{sp}$ perquam exigua , & tota formula æqualis quam-
proximè $\frac{rr}{2m}$, quæ attenuato in immensum fluido non so-
lum non excrescat in immensum , sed potius decrescat ,
& in infinitum accedet ad valorem $\frac{rr}{2m}$.

Error Bernoulli
decedus etiam a
D^r Alemberto
erroris suis.

203. Porro non nostra , sed Bernoullii formula a veri-
tate aberrat . Id quidem in eodem illo suo opusculo no-
tavit jam tum D'Alembertus ipse . Id ipsum autem & ego
quidem in dissertatione de Maris æstu edita eodem anno
demonstravi , ac originem erroris eundem protuli , quem
eodem tempore D'Alembertus , quod nimurum in metho-
do canalium adhibita a Bernoullio non liceat conside-
rare orbes sphæricos concentricos ut densitatis ejusdem .
Nam si tota massa esset fluida , orbes diversæ densitatis
ipsi etiam elliptici evaderent , cuius rei si habeatur ra-
tio , multo minor elevatio requiritur in æquatore pro
compensatione vis amissæ ob vim centrifugam , quam si
haec omnis jactura compensari deberet solo fluido am-
biente nucleum , quo casu nimurum hujus fluidi altitudo
deberet esse ipsius densitati reciproce proportionalis ad
certam jacturam compensandam . Idcirco ego , ut me-
thodum canalium tuto adhiberem , massam solidam
prius ad homogeneitatem adduxi , amandata in cen-
trum redundantem materia , tum dissolvi . Et quidem evi-
dentissimum est , si tanta in aere altitudinis mutatio ha-
beretur , eam a barometro indicari debere , nec æquili-
brium illud quidquam suffragari , ut ipse D'Alembertus
notavit itidem . Nam æquilibrium requirit illud , ut
quævis particula in omnes plagas æqualibus urgeatur vi-
ribus , non ut una urgeatur viribus iisdem , quibus alia ali-
bi sita , veluti intra ipsam atmosphærām particula in sum-
mo monte posita minus premitur , quam in ima valle ,
licet utraque in æquilibrio sit .

204. D'Alem-

204. D'Alemberti formula habetur prop. 6 artic. 28,
ubi cum sit ρ semidiameter nuclei, r semidiameter fluidi
et ad n ratio diametri ad circumferentiam, δ densitas fluidi,
 Δ densitas nuclei, p gravitas ubicunque in superficie
fluidi, ϕ vis centrifuga in æquatore, tota formula pro
differentia semiaxis a semidiametro æquatoris est $\frac{\phi r}{2p}:$

($1 - \frac{3ndr}{5(n\delta r - n\delta p + n\Delta p)}$), quæ factis ρ , & r æquali-
bus ob altitudinem fluidi ad sensum nullam respectu nu-
clei solidi, evadit $\frac{\phi r}{2p(1 - \frac{3d}{5\Delta})}$. Est autem hic mihi $\frac{n}{m}$,
 $c, \frac{t}{p}$, quod ipsi $\frac{\phi}{p}$, $2n, \frac{\delta}{\Delta}$, quibus valoribus substitutis
migrat illa in ipsam meam $\frac{nr}{2m(1 - \frac{3t}{5p})}$.

205. Considerentur jam diversæ relationes densitatum
 t , & p . Si densitas nuclei est immensa respectu densita-
tis fluidi, evanescit fractio $\frac{3t}{5p}$, & formula evadit $\frac{nr}{2m}$, quæ,

Diversi casus di-
versæ densitatis
nuclei respectu
fluidi. Quid ubi
ca major, & z-
qualis.

imminuto valore p respectu t , perpetuo crescit donec $\frac{3t}{5p}$
unitate est minor, cum totus divisor perpetuo decrescat,
ac ubi demum evadit $p = t$, formula evadit $\frac{nr}{2m(\frac{t}{p})} = \frac{5nr}{4m}$
ut supra vidimus, ac est valor in casu infinitæ densitatis
nuclei ad valorem in casu homogeneitatis, ut $\frac{5}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, sive
ut 2 ad 5. Atque hi casus intermedii omnes pertinent ad
fluidum homogeneum, cuius particulae se attrahant in
ratione reciproca duplicata distantiarum una cum massa
in centro posita, & exerceente vim attractivam in ratio-
ne directa simplici distantiarum, ac reducuntur ad mas-
sam in centro positam, & attrahentem in ratione reci-

proca duplicata distantiarum , adeoque ad nucleus solidum æquè densum paribus a centro distantias , sed mediæ densitatis majoris densitate fluidi , & præditum vi mutua attractiva eadem , qua fluidum , per illud additamentum AM , Tt . In iis autem casibus omnibus solutio ritè procedit , si vis centrifuga respectu gravitatis sit exigua , cum exiguus evadat valor formulæ respectu r , sive elevatio exigua , uti suppositum est in eruenda formula ipsa , computando ex hac hypothesi differentiam attractionis in æquatore , & polo .

Quid ubi minor, 206. Si jam sit nucleus minus densus , quam fluidum , sed in ratione præter sphæroidem fluidi homogenei , concipitur in centro massa repulsiva , æquivalens materiae , quæ fluido ad rationem , vel in editur , ut ad homogenitatem reducatur . Sed adhuc va proxima ipsi , quo ea formulæ va tor formulæ remanet positivus , donec p ad r , sive densitas in immensitas solidi ad densitatem fluidi est in ratione majore , quam excrescit :

3 ad 5 , ac perpetuo crescit , & cum adhuc distantia ab ea ratione est tanta , ut $1 - \frac{3r}{5p}$, sive $\frac{5p - 3r}{p}$, sit fractio

multo minor , quam $\frac{m}{2n}$, ellipticitas exigua est , & formula ritè procedit . At ubi ad eam rationem nimis acceditur , jam formulæ valor in immensum excrescit , qui deinde etiam in negativum transit . Circa hosce limites formula jam accurata esse non potest , cum eruta sit ex hypothesi exiguae excentricitatis tam differentia attractionum in æquatore , & in axe , quam differentia vis repulsivæ pertinentis ad massam in centro positam .

Qua ratione sul vi posset problema ellipticitate nimis auda.

207. Si generaliter assumeretur in ellipsoide utcunque compressa , vel productâ accurata ratio vis in polo ad vim in æquatore per semiaxes ellipsoes genitricis , quod Mac-Laurinus præsttit , & vis illa repulsiva proportionalis distantiae itidem accuratè exprimeretur per easdem , ac ratio vis centrifugæ sub æquatore ad ipsam , quæ constans est ; haberetur accurata expressio vis totius in æquatore , ad vim in polo per functiones semiaxiuum , in qua

in qua ratione reciproca si ponentur ipsi semiaxes, habetur æquatio ad semiaxes ipsos accuratè eruendos, & constructio generalis accurata problematis cum ingenti semiaxiūm inæqualitate. Tum forma inventa corrigenda esset methodo exposita a num. 183 addendo, vel demendo AM , vel AM' respondentem trilineo LGI , vel $L'G'I'$. Sed jam additamentum AM , Tt , non ita exiguum esset, ut nova correctio negligi posset. Verum ii casus ad rem nostram non faciunt, cum Tellurem videamus proxime sphæricam ellipticitate perquam exigua.

208. Ubi ratio p ad t est adhuc minor, quam 3 ad 5, valor negatives tum valor formulæ jam est negativus, & indicat æquilibrium haberi non posse in sphæroide compressa ad polos, ubi ratio minor quam 3 ad 5, & productio ad polos. sed in producta. Et quidem, ubi non ita multum receditur ab illa ratione, jam valor formulæ evadit exiguis, & formula ipsa non erronea. Nam si ratio sit 3 ad 6 erit $\frac{3t}{5p} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$, ac valor formulæ $= \frac{5\pi r}{2m}$ satis exiguis. Is deinde valor perpetuo decrescit, decrecente densitate nuclei, donec ea evanescente, & nucleo prorsus vacuo, evadat $t = \frac{3t}{5p}$ valor infinitus, adeoque totius formulæ valor = 0.

209. Jam vero hīc se statim objiciunt quædam, quæ prima fronte videntur paradoxa, & penitus absurdā. Et primo quidem illud consequitur, minima etiam, & prorsus insensibili vi centrifuga, sive rotatione etiam, quæ mille annis vix absolvatur, posse admodum sensibilem haberi compressionem. Utcumque enim sit exiguis valor n respectu m , si $3t$ fatus proximè accedat ad $5p$, tota formula fatus magnum habebit valorem. Comprimeatur igitur fluidum motu usque adeo insensibili compressione fatus magna, quæ alicubi etiam prope ejusmodi rationem in infinitum excrescat. Utut enim formula eruta ex hypothesi compressionis exiguae erronea esse possit in casu compressionis ingentis, ut adeo transitus per infinitum fieri

fieri possit extra eum locum , quem formula ipsa indicat ; adhuc tamen non potest valor , qui crescendo transit in negativum , non transire alicubi per infinitum . Nullus autem erit limes , ultra quem exiguis esse non possit motus , & vis centrifuga , cum compressione ingenti . Porro videtur evidens per se , vim centrifugam adeo exiguum nihil ad sensum debere deflectere directionem gravitatis , & nihil ad sensum turbare sphærica figuræ æquilibrium . Turbat tamen , & ubi parum admodum coegerit a sphærica figura racedere in casu valoris negativi , crescente inæqualitate gravitatis in polo , & in æquatore semper magis , & crescente in æquatore vi repulsiva materiæ in centro collocatæ , habebitur nova elevationis ulterioris causa , & elevatio initio semper major , serie quadam continuo crescente , donec , ubi formulæ valor est positivus , deveniatur ad æquilibrium , & ubi est negativus , fugiat fluidum in infinitum æquilibrio nusquam invento , & nusquam revocatum .

210. Alterum paradoxum est illud , quod si densitas fluidi sit multo major densitate nuclei , debeat cum sphæroide producta tu circa suum axem id fluidum conjungere productio ad polos , licet nem ad polos , & depressionem ad æquatorem . Videtur habetur in æquatore vis centrifuga , autem quæcumque sit densitatum ratio , in sphæroide producta ad polos nec æquilibrium canarium , nec directionem superficie perpendicularē haberi posse : & tamen id ipsum omnino consequitur . Erit nimurum quædam determinata productio ad polos , quæ æquilibrium admittet . Id autem idcirco accidet , quod in sphæroide producta vis in axe est minor quamvis in æquatore juxta num. 156 . Præterea massa illa in centro posita repellens in ratione directa simplici distantiarum , cum repellat æque canales æquales , repellit præterea magis fluidum in canali tendente ad polum , ut pote longiore , quam in canali tendente ad æquatorem , & id quidem excessu respondente excessui longitudinis . Hinc fieri potest , ut vis centrifuga respondens canali tendenti ad æquatorem com-

compenset accuratè illa bina capita , ex quibus vis in canali tendente ad polum minuitur . Atque id ipsum accidit in casu formulæ abeuntis in negativam , ut facta demonstratione pro eo casu , facile etiam immediate demonstratur .

211. Verum in eo casu notandum maxime illud , quod fluidum sine ulla vi centrifuga collocatum in figura sphærica esset etiam prorsus in æquilibrio . Accidente conversione , pondus in canali tendente ad æquatorem de- crescat , & idcirco fluidum ibi elevabitur , & deprimitur ad polos . At quo magis mutabitur figura , eo magis ab æqualitate recedent binorum canalium pondera , viribus singularium particularium majorem habentibus inæqualitatem vis , quam ut ulla inæqualitate longitudinum compensari possit . Adeoque non abibit in eam figuram , quam requirit æquilibrium , nimirum productam ad polos , sed ab ea in infinitum recedet , & demum dissolvitur fluidum ipsum , ac vi repulsiva e centro , & vi centrifuga e conversione perpetuo præalentibus vi attractionis in sphæroidem , abibit in infinitum .

212. Hinc ad habendum æquilibrium in eo casu , oportet habeat immediate illam figuram productam ad polos quæ cum ipso æquilibrio conjungitur . Eam si accipiat , retinebit . At si eam amittat & utcumque paulo minor em compressionem acquirat , non regredietur , sed perpetuo magis recedet ab ea figura ipsa . In minori enim distantia à sphæra , canalis tendens ad polum minus amittere pondoris , quam canalis tendens ad æquatorem , in quo idcirco fluidi altitudo perpetuo augebitur , & per id ipsum aucta semper magis inæqualitate , semper produc- tio fiet minor , tum fiet transitus ad compressionem in polo , & elevationem in æquatore , quæ itidem in infinitum augebitur . Atque itidem censeo , piget enim diutius in iis immorari , ubi casu aliquo elevetur magis fluidum in polis , quam æquilibrium requirat , inæqualitatem pariter augeri debere magis , & fluidum ab æquilibrio semper magis recedere .

H̄em ibi accidere quod in Autoris theoria in limite non cohaerentia.

213. Nimirum id ipsum ibi accidet, quod in mea theoria physicæ generalis punctorum indivisibilium, quæ certa lege pro certis distantiis se mutuo repellunt, pro aliis attrahunt. In ipso transitu a vi repulsiva ad attractivam, crescentibus distantiis, eum limitem, in quo fit is transitus, appello limitem cohaesionis, cum vero, in quo crescente distantia fit transitus e contrario a vi attractiva ad repulsivam, dico limitem non cohaesionis, & primi quidem generis limites ubi bina puncta habuerint, servant ita, ut inde per vim demota, se restituant; secundi autem generis limites servant quidem, sed vel tantillum inde dimota, recedunt per se magis, & eum limitem fugiunt. Ita & hic fluidum tuetur id æquilibrium, quod habet in casu valoris positivi formulæ, & inde dimotum eo se sponte restituit, at e contrario si agatur de æquilibrio, quem negativa formula exhibet, ipsum a fluido facile admodum amittitur quovis utcumque exiguo motu, & amissum non recuperatur, sed perpetuo magis ab eo receditur. Quamobrem id æquilibrii genus videtur omnino ineptum ad figuram Telluris vel per diurnam rotationem, vel in maris æstu acquirendam.

Aptior Clerautii theoria nuclei elliptici ad explicandam, si ostente productionem.

214. Atque eam ipsam ob causam si Terra cum rotatione diurna conjungeret productionem ad polos, aptior fane esset Clerautii theoria, qui nucleus solidum figuræ productæ concipit, cui affusum fluidum accipiat deinde formam productam itidem, sed minus, quamquam cum videtur innuere D'Alembertus, ubi detecta productione fluidi cum æquilibrio per nucleum sphæricum, sed minus densum, concludit, eo pacto haberí posse productionem ejusmodi, etiam sine solido nucleo producتو. Nam Clerautius ipse ejusmodi generalem formulam proposuerat pro figura fluidi affusi nucleo elliptico, quæ in casu nuclei sphærici, & exiguae altitudinis fluidi reducitur ad illam ipsam D'Alemberti formulam, & meam, quæ nucleo minus denso respectu fluidi quam in ratione 3 ad 5, negativum valorem exhibet, & productionem indicat.

215. Habet ipse in opere de figura Telluris edito anno 1743 generalem formulam §. 31 partis 2 pro ellipticitate sphæronidis, in quam componitur fluidum, quod ambiat nucleus solidum ellipticum densitatis homogeneæ, sed discrepantis a densitate nuclei. Est ipsi semidiameter figuræ fluidi 1, figuræ nuclei α , ellipticitas hujus, sive excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem divisus per ipsam semidiametrum æquatoris α , densitas fluidi 1, densitas nuclei $1 + f$, ratio vis centrifugæ in æquatore ad gravitatem ibidem ϕ . Evadit autem formula generalis pro ellipticitate ipsius fluidi,

$$\frac{6a'fa + 5a^3f\phi + 5\phi}{10a^3f - 4}$$

216. Pro nucleo sphærico fit $\alpha = 0$, & primus numeratoris terminus evanescit. Pro exigua fluidi altitudine

fit $\alpha = 1$, adeoque formula evadit $\frac{5f\phi + 5\phi}{10f - 4}$. In ea ponatur

$\frac{\phi}{p}$ pro ϕ , & $\frac{\Delta}{\delta}$ pro $\frac{1+f}{1}$, sive $\frac{\Delta}{\delta} = 1$ pro f , r pro 1, qui sunt valores correspondentes apud D'Alembertum, ac evadit numerat $\frac{\phi r}{p} \left(\frac{5\Delta}{\delta} - 5 + 5 \right) = \frac{\phi r}{p} \times \frac{5\Delta}{\delta}$, denominator $\frac{10\Delta}{\delta} - 6$, adeoque valor formulæ $\frac{\phi r}{p} \times \frac{5\Delta}{10\Delta - 6\delta}$

$= \frac{\phi r}{p} \times \frac{1}{2 - \frac{6\delta}{5\Delta}} = \frac{\phi r}{2p(1 - \frac{6\delta}{5\Delta})}$, prorsus ut apud D'Alembertum, & apud me.

217. Hypothesis nuclei elliptici non modo utilis est ad conciliandam productionem ad polos cum rotatione, sed etiam ad conciliandam cum eadem quamcumque compressionis magnitudinem, & quamcumque absolutam differentiam gravitatis in diversis latitudinibus. Quamobrem in eam nunc Geometriæ itidem ope juxta instituti mei rationem inquirendum esset. Verum quoniam

Formula cl-
caudi.

Ejus reducio
ad D'Alembert-
ianam, & hic
radican.

Hypothesis nu-
clei elliptici, &
aliarum figura-
rum ejusdem esse
hic omisita. In
hypothesibus hic
expositis, que
ratio incremen-
ti gravitatis.
Tab. 4. F. 2. 1.

ut infra videbimus, longitudini pendulorum satisfacit nucleus etiam sphæricus, graduum autem series ellipsim respuit, & irregularitatem præfert, ab ea hic perquisitione abstinebo, & agam de discriminis gravitatis in hypothesibus hucusque expositis. Si fluidum homogeneum est cum nucleo, erit per num. 174 incrementum gravitatis ab æquatore ad polos, ut quadratum sinus latitudinis, atque id ipsum accidet in casu heterogeneitatis. Habetur enim generaliter illud: si quantitas quævis D parum mutetur, mutatio potentiae D'' erit potentia mD'''^{-1} ducta in ejus mutationem, adeoque ob D ad sensum constantem mutatio ipsius potentiae sequetur rationem eandem, ac mutatio quantitatis simplicis. Porro in secunda hypothesi, quæ ellipsim accuratam requirit, vis tota in superficie est per num. 134, ut normalis, sive reciproce, ut perpendicularum e centro in tangentem, nimirum quamproxime reciprocè; ut distantia. Sola autem vis in massam in centro positam in ea hypothesi est directè, ut distantia, & ei in prima hypothesi succedit vis reciproca quadrato distantiae. Quare omnium earum virium mutatio est, ut mutatio distantiae, nimirum ut quadratum sinus latitudinis. Habetur igitur in secunda hypothesi ea ratio, & in prima itidem addimenta vero illa perquam exigua AM , Tt rem nihil ad sensum turbaunt.

Formula pro excessu gravitatis, & heterogeneitatis erit in absoluta differentia gravitatis in quovis loco super æquatore a gravitate in polis. Gravitas primitiva in prima gravitatem in æquatore in æquatore ad ejus defectum a gravitate in polo sphæroïdi homogenei discompresso in casu homogeneitatis erit juxta num. 155 tatis nuclei, & ut CA , vel proximè CE ad $\frac{1}{2} AE$. Sit igitur $CE = r$, $AE = x$, gravitas absoluta in æquatore m , vis centrifuga n , & erit differentia virium in æquatore, & polo $\frac{mx}{5r} - n$; erit autem juxta num. 158 $x = \frac{5nr}{4m}$. Quare erit ea differentia $\frac{1}{4} n - n = \frac{1}{4} n$. Quod si sinus latitudinis datur

catur s ad radium = 1, erit ipsius quadrato propörtionalis excessus gravitatis in quovis loco supra gravitatem in æquatore, adeoque erit $\frac{2}{5}ns^2$ in hac hypothesi homogeneitatis excessus gravitatis in loco quovis, supra gravitatem in polo.

219. Quod si orbes diversi etherogenei sint, & massa in centro collecta agat in secunda hypothesi in ratione directa distantiarum, sit ad massam reliquam, quemadmodum & supra posuimus, ut q ad t , ac $t : q = p$, erit per

num. 199, ut r ad $\frac{tx}{sp} - \frac{qx}{p} + \frac{rn}{m}$, vel posito $p = t$ pro q ,

ut r ad $\frac{tx}{sp} - x + \frac{tx}{p} + \frac{nr}{m} = \frac{6tx}{sp} - x + \frac{nr}{m}$, ita gravitas m ad differentiam gravitatis $= \frac{6mtx}{spr} - \frac{mx}{r} + n$. Est autem $x =$

$\frac{nr}{2m(1 - \frac{t}{sp})}$ per num. 199. Igitur posito pro x hoc va-

lore, erit differentia gravitatis $\frac{3tn}{sp(1 - \frac{t}{sp})} - \frac{tn}{2(1 - \frac{t}{sp})}$

$- n$, sive $\frac{6tn}{10p - 6t} - \frac{5pn}{10p - 6t} + \frac{10pn - 6tn}{10p - 6t} = \frac{5pn}{10p - 6t}$

$= \frac{n}{2(1 - \frac{t}{sp})}$, ubi ratio t ad p est ratio densitatis nostrorum marium ad medium densitatem Telluris.

220. At in prima hypothesi, in qua massa in centro collecta agit in ratione reciproca duplicata distantiarum, differentia virium erit major. Nam e tribus differentiis virium, quas superiore numero defulpsimus ex num. 199

ad primam illam proportionem, prima $\frac{tx}{sp}$, quæ agit in sphæroidem homogeneam, & tertia, quæ pertinet ad vim centrifugam, manent in regressu, a secunda hypothesi ad

primam : secunda $- \frac{qx}{p}$, quæ pertinet ad massam in cen-

tro collectam , & exprimitur in fig. 21 a lineola *HI* , mutatur in $\frac{2qx}{p}$, quam ibidem exprimit lineola *HL* priori contraria , & ejus dupla . Quamobrem satis erit a superiori formula differentiæ $\frac{5pn}{10p-6t}$ auferre $\frac{mqx}{rp}$, & ipsi addere $\frac{2mqx}{rp}$, sive ipsi addere $\frac{3mqx}{rp}$, ut habeatur formula pro prima hypothesi . Est autem $\frac{5pn}{10p-6t} = \frac{5n}{2}$ $\times \frac{p}{5p-3t}$, & ob $x = \frac{nr}{2m(1-\frac{p}{5p-3t})}$, sive $\frac{5pn}{2m(5p-3t)}$, est $\frac{3mqx}{rp} = \frac{3q}{p} \times \frac{5pn}{2(5p-3t)} = \frac{5n}{2} \times \frac{3q}{5p-3t} = \frac{5n}{2} \times \frac{3p-3t}{5p-3t}$. Quare tota hujusmodi formula jam erit $\frac{5n}{2} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$.

Theorema ele-
gans inde deduc-
tam.

221. At hic oritur elegantissimum theorema , quod longe alia methodo invenit Clerautius , & quod elegantiorem adhuc exhibit nexum quendam inter binas hasce meas hypotheses , quæ , quod pertinet ad figuram , æquipollent , in gravitatis autem absoluta differentia plurimum discrepant . Assumatur nimirum differentiæ inventæ ratio ad gravitatem totam m , sive $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, & illi addatur ellipticitas $\frac{x}{r}$, sive $\frac{5pn}{2m(5p-3t)}$, nimirum $\frac{5n}{2m} \times \frac{p}{5p-3t}$ & habebitur $\frac{5n}{2m} \times \frac{5p-3t}{5p-3t} = \frac{5n}{2m}$. Est autem , ut vidimus , $\frac{5n}{4m}$ ellipticitas in casu homogeneitatis . Quare dupla ellipticitas in casu homogeneitatis æquatur fractioni , quæ exprimit rationem differentiæ gravitatum in æquatore , & polo ad gravitatem totam , ac ellipticitatib , quæ habetur , si Tellus paribus a centro distantiis homogenea sit ; & hæc

& haec habetur si illa ratio auferatur a dupla ellipticitate in casu homogeneitatis, nimis ab $\frac{1}{11}$; nam ea ellipticitas est per num. 159 respectu semiaxis $\frac{1}{11}$, & ejus duplex $\frac{1}{11}$.

222. Porro in prima mea hypothesi ellipticitas debet esse ipsa illa differentia gravitatum divisa per totam gravitatem, cum per num. 121 sint vires in verticibus semiaxiū reciprocè proportionales ipsis semiaxiibus, licet alia esset ipsius differentiae gravitatis expressio per densitates. Quare si hanc ellipticitatem, quam differentia gravitatum per observationes definita vocemus ellipticitudinem secundæ hypothescas, primam autem, quæ nucleo paribus a centro distantiis equè denso respondet, vocemus ellipticitatem hypothescos primæ, habebitur hoc elegans theorema. *Ellipticitas in casu homogeneitatis est media arithmeticè proportionalis inter ellipticitates earum binarum hypothesis.*

223. Patet autem jam & illud, licere per observationes pendulorum factas in diversis Terræ locis inquirere in figuram Telluris, & in ipsam gravitatis primitivæ naturam, datus posito, quod Tellus paribus a centro distantiis sit homogenea. Nam in primis pendulorum isochronorum longitudine est, ut gravitas. Quare si pendulorum ejusmodi incrementa ab æquatore ad polos non sint, ut quadrata sinus latitudinis; vel Newtoniana gravitatis lex non est accurata, vel Tellus non est homogenea, nec orbis concentrici homogeni sunt, nec gravitas dirigitur ad datum centrum ita, ut sit constans, vel in ratione distantiæ a centro, in quibus hypothesis deberent ea incrementa ejusmodi rationem sequi.

224. Si ejusmodi rationem sequantur, & Telluris orbis concentrici homogenei sint, ac gravitate Newtoniana tatis eruenda. Ratio ellipticitatis eruenda.
prædicti, & binae habeantur observationes pendulorum, altera sub æquatore, altera in loco satis remoto, facile inde eruetur ellipticitas methodo exposita num. 220. Fiat ut quadratum sinus latitudinis ejus loci ad quadratum radii, vel ut dimidium sinus versi latitudinis duplicate ad radius,

dium, ita differentia longitudinis penduli in loco dato a longitudine penduli sub æquatore ad quartum, & habebitur differentia longitudinis penduli in polo, cum radius sit sinus latitudinis 90° , & diameter sinus versus ejus dupli. Hæc differentia dividatur per longitudinem penduli totam, & habebitur ellipticitas in secunda hypothesi. Hujusmodi ellipticitas auferatur ab $\frac{1}{15}$, & habebitur quæsita ellipticitas pro casu Telluris paribus a centro distantia homogeneæ, & gravitate Newtoniana præditæ.

Formula pro ratione densitatis. 225. Poterit etiam definiri ratio densitatum per ipsas pendulorum longitudines observatas ope formulæ

$$\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t},$$

quæ exhibet differentiam gravitatis in æquatore, & polo. Si differentia pendulorum inventa pro iis binis locis dicatur b , & longitudo tota l , erit

$$\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t} = \frac{b}{l}.$$

Quare $\frac{4p-3t}{5p-3t} = \frac{2mb}{5nl}$, sive $20mpl - 15nl = 10mph - 6mb$, vel $20mpl - 10mph = 15nl - 6mb$. Quare demum $\frac{t}{p} = \frac{20nl - 10mb}{15nl - 6mb}$, quæ quidem formula evadit 1, nucleo eandem habente densitatem cum solido, si fuerit $20nl - 10mb = 15nl - 6mb$, sive $5nl = 4mb$, sive $\frac{b}{l} = \frac{5n}{4m}$, quæ in eo casu est ellipticitas, & ratio differentiæ gravitatum ad gravitatem.

Crescente densitate versus centrum compressa, si differentia gravitatum sit major, quam totius, quam differentiam requirit homogeneitas, major, ellipticetas minor. 226. Porro facile deducitur & illud, in sphæroide pa-

rum compressa, si differentia gravitatum sit major, quam totius, quam differentiam requirit homogeneitas, major, ellipticetas minor. Crescente p , crescit numerator, & denominator, sed ob idem $3t$ utrique ablatum, ratio illius ad hunc crescat, adeoque crescat etiam ratio differentiæ gravitatis ad totam gravitatem, quam

quam exprimit ea formula , & ea ablata ab $\frac{1}{r^2}$ decrebet ellipticitas.

227. Quod si incrementum longitudinis penduli non sit , ut quadratum sinuum latitudinis , sed in quavis ratione mutetur ab æquatore ad polum , poterit inveniri lex gravitatis directæ ad centrum , quæ satisfaciat ei mutationi ; quod quidem admodum facile præstabitur in fig. 2 , si vis centrifuga in æquatore sit satis exigua respectu gravitatis ibidem in eo sensu , quem exponui numero 73. Facto enim quovis angulo FRB , & assumpta FK ad FC , ut est $\frac{1}{2} Fr$ ad FV , ductâque Ks parallela FV , quæ occurrat in s rectæ Cr , satis erit assumere sQ ad RV , ut est longitudine penduli , seu gravitas sub æquatore , ad longitudinem penduli , seu gravitatem in latitudine proxime æquali angulo FRB . Ductâ enim curvâ per omnia puncta Q , habebitur lex gravitatis , quæ datam ejus mutationem exhibeat . Verum & hic compressio erit ad semidiametrum æquatoris , ut dimidia vis centrifuga in æquatore ad gravitatem ibidem , & decrementum distantiaæ erit proxime , ut quadratum sinus latitudinis .

228. In omnibus autem hisce casib[us] debet & gravitas primitiva , & residua in eadem latitudine , longitudinibus locorum utcumque mutatis , esse eadem , cum possit cum gravitate Newtonianæ . Quid cum ejusmodi vi conciliari non possit .

væ cujusdam circa proprium axem , parallelis omnibus existentibus accurate circulis , & vi gravitatis in iis omnibus accurate æquali . Si autem in diversis longitudinibus , & eadem latitudine inveniatur diversa gravitas , tum vero gravitas primitiva omnino non poterit dirigi ad idem unicum centrum , poterit autem s[ecundu]m ejusmodi etiam inæqualitas conciliari cum æquilibrio in hypothesi attractionis , dummodo densitas in iisdem etiam a centro distantiis sit diversa certâ quadam lege , vel prorsus irregulariter , prout ipsa gravitas certâ quadam lege , vel omnino irregulariter diversa erit in diversis longitudinibus , vel latitudinibus locorum .

229. Et quidem inæqualitas hæc densitatum satis ma-

Incrementa ut-
cumque irregu-
larita posse con-
ciliari cum vi
quadam tendon-
te ad centrum .

Alia , quorum
hic trattatio o-
longe mittitur .

gna in iisdem etiam distantiis , si assumatur certis quibusdam legibus , ut & si nucleus certis quibusdam figuris praeditus sit ; figuræ Telluris , & mutationes gravitatis longe aliæ obvenient , & infinitum esset ea persequi , quorum deinde applicatio ad Naturam esset nulla sine hypothesibus prorsus arbitrariis , & confictis . Quamobrem ego ea etiam omnia omittam , & addam tantummodo nonnulla , quæ pertinent ad inæqualitates quasdam densitatis , & figuræ irregularitates , quas est admodum probabile existere in Natura , & quæ tam hic , quam in sequenti capite nobis usui futura sunt .

Deviatio penduli

quiescentis ,
& incrementum
gravitatis ex
globo unius mil-
liarii impos-
tus superficie Ter-
rae ad latus .

Tab. 4. Fig. 22.

230. Sit in fig. 22 Tellus *BAD* figura sphærica , & paribus centro distantiis homogenea . Sit autem in ipsa ejus superficie globus *E* , cuius semidiameter sit unius milliaris , Geographici , qualium 60 gradum medium circuli ma- ximi compleat . Pondus ex *F* suspensum sine ejusmodi globo imposito dirigeretur per rectam *FG* tendentem ad Terræ centrum *C* . Sed vi globi deflectet per *FI* ita , ut , ducta *IG* perpendiculari ad *FC* sit , ea ad *FG* , ut est vis in globum ad vim in Terram . Est autem ejusmodi ratio eadem ex Newtoni demonstratis , ac ratio semidiametri globi ad semidiametrum Terræ . Quare hinc duo deduci possunt : primo quidem deduci potest angulus *IFG* deviationis penduli , secundo incrementum gravitatis *FI* supra *FG* .

Deviatio penduli
calculo inde-
cerata .

231. Quod ad primum pertinet , erit , ut semidiameter Terræ , quæ quidem est ejusmodi milliariorum proxime 3438 , ad semidiametrum globi *E* unius milliarii , ita *FG* ad *GI* , sive ita radius 100000 ad tangentem anguli quæsiti *GFI* , quæ evadit 29 quamproximè , nimirum tangens unius minutus primi . Quamobrem ejusmodi massa detorquet pendulum angulo minutus unius ; globus autem major , vel minor magis , vel minus densus , sed exiguis respectu totius Telluris , ut nimirum deviatio exigua sit proportionalis suæ tangentis , detorquebit pendulum magis , vel minus in ratione diametri , vel densitatis auctæ , vel imminutæ , ac in majori distantia a globo minore minus in ratione reciproca duplicata distantiae ab ejus centro .

232. Incrementum autem gravitatis ad gravitatem totam erit, ut FG ad ejus differentiam ab FI , quæ differentia juxta ea, quæ demonstrata sunt opusculo 4 n. 349 est proxime tertia post duplam FG , & GI , sive $\frac{29 \times 19}{200000} =$

Incrementum
gravitatis nul-
lum ad sensum •

$\frac{841}{200000}$, minor, quam $\frac{1}{200}$. Quare gravitas ad incrementum erit in ratione majore, quam sit 100000 ad $\frac{1}{200}$, sive 20000000 ad 1; unde patet id incrementum insensibile prorsus esse.

233. At si is globus esset infra G ita, ut jaceret in recta FC , ut nimirum si infra superficiem sit, ubi densitas per id intervallum sit tanto major, tum deviatio penduli esset nulla, & incrementum gravitatis ad gravitatem totam esset, ut 1 ad 3438. Id incrementum in pendulo oscillante ad singula minuta secunda non est prorsus insensibile. Nam juxta num. 68 penduli longitudo, ubi minima est sub æquatore, est minus, quam lincarum 440, adeoque plusquam octava linea parte pendulum ipsum contraheret, ac massa octuplo densior, vel octuplo majorem habens semidiametrum infra superficiem delitescens, & reliqua Telluri immixta pendulum per unam lineam contraheret.

234. Globus a positione A ad positionem E perpetuo delatus per circuli quadrantem primum effectum parit perpetuo majorem, secundum perpetuo minorem, qui tamen eos effectus præstat in pendulis sibi proximis; nam in pendulo etiam solis decem passuum millibus remoto præstare debet effectum decies decuplo, sive centuplo minorem. Illud autem omnino patet, si is globus sit superficie proximus infra ipsam situs, pendulum autem non ipsi immineat, sed ad latus sit, vix quidquam debere augere vim gravitatis, sed debere adhuc multum deflectere pendulum. Præterea idem præstare cavitatem aliquam, quæ sit superficii Telluris proxima, in contrariam partem,

tem , cum ex ea parte desit materia , & vis gravitatis ex ea parte sit minor , quam esset sine ejusmodi cavitate . Quod si globus multo altius demersus sit infra superficiem , pondus in C situm necessario trahet multo obliquius , adeoque magis augebit gravitatem , quam possit detorquere ejus directionem , sed ut eundem effectum præslet debet habere , vel diametrum , vel densitatem majorem in ratione duplicita distantie centri auctæ , cum in ea ratione inversa vis singularum particularum decrescat .

Multo minus
turbari eudem
globi , ubi is
maxime turbat ,
longitudinem
penduli oscillan-
tis , graduum
mensuram .

235. Illud etiam colligitur facile , incrementum gravitatis , quo penduli oscillantibus ad singula secunda augetur longitudo in situ sibi maximè favente , multo minus debere turbare seriem longitudinum eorum pendulorum , quam deviatio penduli quiescentis in situ sibi maximè favente turbet fieri graduum . Nam ea massa , quæ pendulum prius octava linea parte producit , adeoque cum id sit linearum proxime 439 , ipsum mutat minus , quam $\frac{1}{350}$ sui parte , eadem penduli deviationem parit unius minutus , quæ ubi unicum gradum dimetimur , inducit in eum errorem , qui est pars sexagesima totius gradus , nimirum hexapedarum proxime 950 , multo majorem toto discriminé invento inter gradus remotissimos ; ubi autem dimetimur gradus tres simul , adhuc inducit errorē $\frac{1}{10}$ partis , sive hexapedarum plusquam 310 adhuc immanem .

Quid ex majore ,
vel minore den-
sitate versus ce-
ntrum : quid ex
eadem versus ex-
quatore in su-
perficie .

236. Notandum autem & illud , quod per se se patet , omnia hujusmodi incomoda multo minora esse , si Tellus versus centrum sit multo densior , sed etiam esse multo majora , si ea rarer sit , vel etiam vacuo nucleo constet . Si prope superficiem sit multo densior versus polos , quam versus æquatorem , patet ex hisce , quæ hic demonstravimus , gravitatem debere esse minorem ad æquatorem etiam ex eo capite , & densitas duplo major ad polos per altitudinem milliariorum 8 pareret per se sola discrimen unius linea in longitudine penduli oscillantis ad singula secunda .

237. Newtonus censuit prope aequatorem debere densitatem esse potius majorem in partibus nimirum a suis aequatorum Sole quodammodo veluti tostis. Ego contra, cum tam ^{debet potius est} se minorum. multa corpora dilatentur caloris vi, & vi frigoris adstringantur, opinor debere potius rariora ibi esse corpora ob id ipsum. Sed externi caloris, & frigoris vis ad tantam altitudinem infra superficiem non pertingit, ut effectum sensibilem edat in partem utramlibet.

238. Videtur majorem in internis partibus densitatem significare illa Condaminii, ac Bouguerii observatio, ^{Densitatem in internis partibus majorum est rui non posse ex exigua attractione de mortis internitatis.} qua attractionem montis ingentis Americani invenerunt secundorum, ita nimirum exiguum, & quadrante ita exiguo, ut sub sensum vix cadat, quæ in tanta molis monte debuisset esse multo major, si ejus densitas densitati media Telluris par extitisset. Verum montes quidem plerique, ut ego arbitror, effecti sunt intumescentibus interni caloris vi stratis superficie proximis; quod quidem si ita contigit, nihil ibi materia accedit, & vacuus intra viscera hiatus compensat omnem illam apparentem materiam in montem assurgentis congeriem.

239. Crediderim ego sane majorem effectum deviationis penduli haberi posse, ubi perpetuum Telluris solum assurgit per ingentem tractum, ut a mari infero ad superum perpetuo assurgit Italia, quam ubi in coni formam assurgit mons. Et quidem tun multo etiam minor altitudo sufficit ad effectum satis ingentem. In dissertatione de Observationibus Astronomicis edita anno 1742 habeo num. 21 problema, quo queritur attractio corpus collocati in centro sphæræ cujusdam in itratum ejusdem sphæræ clausum plano verticali transeunte per centrum, piano horizontali transeunte per centrum, alio piano huic parallelo ad datam ab eo distantiam, & superficie ipsius sphæræ. Posito, quod particule cujuscumque vim referat ejus massa divisa per quadratum distantiarum, ut exprimente r ad rationem radii ad circumferentiam, attractio corporis sita in superficie sphæræ cu-

juspiam habentis radium r sit $\frac{2}{7}$ er juxta num. 154, & posito radio strati sphærici proposito $= m$, distantia binorum planorum horizontalium $= 1$, quæ respectu m sit satis exigua, contemptis terminis, qui dividuntur per m^2 , m^4 &c, invenio attractionem $= 2 \log. m + 2.96$. Inde vero primum calculo inito pro altitudine pedum 50, sive passuum 10, quorum semidiameter Terræ contineat milia 4000, qui est proximè numerus pedum Parisiensium contentus in semidiametro Terræ, ut ea contineat ejusmodi unitates constantes passibus denis 40000, pro distantia vero m milliariorum 100, ut m sit $= 10000$, invenio vim gravitatis $\frac{2}{7}cr$ ad vim in illud stratum esse, ut est 10000000 ad 128, quæ est ratio radii ad tangentem 2", 38", & ea esset aberratio penduli constituti prope ejusmodi stratum, si id esset ejusdem densitatis cum media densitate Terræ.

Efectum ejusmodi esse ad ipsum proportionalem nullam crassitudinem strati.

240. Deinde noto illud etiam, satis aucto, vel immunito radio sphæræ, cuius stratum assumitur, vix quidquam mutari ejus logarithmum, si numerus m sit magnus, cum logarithmi ingentium numerorum parum mutantur, adeoque parum admodum mutari valorem formulæ, eundem autem, mutata stati crassitudine mutari fere in eadem ratione, mutata autem densitate media Telluris, & manente densitate strati, mutati in ratione reciproca densitatis mutatae.

Solum elevatum ad distantiam 100 passuum deviare pendulum per 4"

241. Hinc autem consequitur, illud solum perpetuo elevatum ad distantiam 100 milliariorum, & assurgens per passus 100, cuiusmodi altitudines passum occurrent, parere deviationem 20", 280" = 24", 40", cuius altitudo si ad mille passus assureret, plus quam 4 minutorum deviationem secum traheret in pendulo.

Inde methodum estimandi medianam densitatem totius Telluris per stratum marini aestus.

242. Atque inde ego tum quidem & methodum determinandi medianam densitatem rationem mediae densitatis totius Telluris per stratum marini aestus ad densitatem aquæ, quam methodum ibidem proposui. Si nimirum in aliquo ex iis locis Angliae, & continentis interjectis, in quibus quandoque maris aestus ad 50 pe-

50 pedes assurgit, ad ipsum maris littus sit turris, & in ea pendulum longius, ubi adveniente æstu succedit strato acris stratum aquæ crassum pedes 50, & ad multa passuum millia protensum, deberet pendulum ipsum moveri nonnihil aquam versus, & microscopio exhibito motus is ingens appareret; qui quidem si duorum circiter secundorum esset, indicaret densitatem marium medium aequalē densitati aquæ, cavitatibus compensantibus marmorū, ac metallorum prevalentem densitatem. Sin autem major, vel minor esset, minoris, vel majoris densitatis mensuram proderet, qua methodo haud scio, an ulla sit aptior, & an ulla alia ad rem ita apta unquam sit proposita ad æstimandam quantitatem materiae in tota Tellure.

243. Sed eo omisso, ut redeamus ad rem nostram, patet illud, inæqualitates plurimas prope superficiem ubique occurrere, sola elevatoria, hiatus vel apertos, & em debere turbare & pendula que alia ejusmodi, quorum actio videatur æquivalere posse actioni etiam globi unius milliarii. Quare non est sperandum, ut progressus longitudinis pendulorum ab æquatore ad polum ita regularis sit, ut aliquot centesimis lineæ partibus non aberret ab incremento proportionali duplæ latitudinis sinui verso, nec ut nullæ occurrant deviationes pendulorum, quæ graduum mensuram turbent, quanquam hanc quidem multo magis turbare debent, quam illam.

244. Atque hoc pacto demonstrata jam hic habentur plurima etiam ex iis, quæ primo opusculo proposita fuerant a num. 46, & patet aditus inquirendi in Telluris figuram, ac densitatem per observationes pendulorum oscillantium ad singula minuta secunda, quorum longitudines gravitati proportionales sunt, ut supra etiam diximus.

245. Pendulorum ejusmodi longitudines observatae passim occurunt apud Auctores, & satis amplum earum seriem

Terrarem
Telluris texum
prope superficiem debere turbare & pendula
isochrona, &
gradus, sed hos
multo magis.

Quid jam hinc
demonstratum.
quid inde ag-
rediendum.

Quæ pendulum
longitudines hic
adhibendæ, &
unde assumendæ.

seriem collegit Bremondius in annotationibus ad *Transactio-*
nones Anglicanas ab eo Gallicè editas. Verum sunt ibi
 plures observationes parum admodum accuratae , & qui-
 dem plerèque ex iis non ea diligentia, nec peracte instru-
 mentis adeo accuratis , ut ea sunt , quæ nunc adhibentur .
 Hinc reliquis ego omissis omnibus , quinque tantummo-
 do feligam , quarum priores quatuor occurrent in Bou-
 guerii opere de *Figura Telluris* pag. 342 , quas ipse ab
 aeris etiam impedimento liberavit , reducens ad eas , quæ
 haberentur in vacuo , & caloris inæqualitate , postre-
 mam inde deduco , & ex differentia 59° , quam Mauper-
 tuisius invenit horis 24 in eodem Grahani pendulo Pelli
 in Lapponia , ac Parisiis , unde deducitur ratio pon-
 derum in iis locis 100137 ad 100000 , ex qua ratione
 factis , ut 100000 ad 137 , ita longitudi penduli Parisi-
 ensis Bougueriana in vauco linearum 440 67 ad quartum ,
 prodit o. 60 , quo addito ipsi longitudini penduli Parisi-
 ensis habetur longitudi ipsius Pelli 441.27.

Observationes 246. Pro ipsius penduli longitudine plures ego supe-
Romæ institutæ
cum nulli aunc
usui. riore mense observationes inii cum Condamino in hoc
 Collegii Romani Musæo usus eo ipso pendulo , quo ipse
 in America est usus , & deinde Caillius ad promontorium
 Bonæ Spei , sed quoniam accuratum numerum oscillatio-
 num eodem illo pendulo inventarum vel in America , vel
 Parisiis nusquam Condaminius ipse adhuc edidit , nec se-
 cum habet , editurus olim cum cæteris observationibus
 suis pluribus , non possum comparationem harum gravi-
 tatum cum æquinoctiali , vel Parisiensi instituere , & in-
 venire accuratam penduli longitudinem pro hisce locis .
 Eas idcirco observationes hic omitto , quas ego alibi ,
 vel potius Condaminius ipse publici juris faciet . Interea
 hasce quinque adhibeo , quas continet sequens tabella .

247. In ea in prima columna adest locus observatio-
 rem pertainens : nis , in secunda latitudo loci , in tertia dimidium sinus
quid ea conti-
near. versi latitudinis duplicatae ad radium = 10000 , in quar-
 ta longitudi penduli expressa lineis pedis Parisiensis , in
 quinta ejus differentia a prima . Lo-

Tabula ad eam

Locus observationis	latitudo ° ,	$\frac{1}{2}$ sin. vers.	longit. penduli	différētia
Sub Äquatore	0, 0	0	439, 21	0
A Portobello	9, 34	271	439, 30	, 09
A Petit-Goave	18, 27	1002	439, 47	, 26
Parisis	48, 50	5667	440, 67	1, 46
Pelli	66, 48	8450	441, 27	2, 06

248. Jam vero in primis videre licet hoc pacto, quantum aberrent a ratione sinus versi latitudinis duplicatae. Fiat ut differentia primi dimidii sinus versi a postremo 8450 ad radium 10000, ita differentia primi, & postremi penduli 2. 06 ad differentiam primi ab eo, quod habere deberet in polo, quod quidem invenitur 244. Tum ut radius ad quodvis aliud dimidium sinus versi, ita hic numerus 2. 44 ad quartum, qui erit differentia debita accuratae rationi sinuum versorum latitudinis duplicatae. Eo pacto continentur ejusmodi differentiae a primo pendulo 0, 7, 24, 138, 206. Haec differentiae congruunt cum iis, quae habentur in tabella intra paucas centesimas lineas partes, secunda intra 2, tertia intra 2, quarta intra 8, discriminine utique perquam exiguo.

249. Deinde possunt assumi dena binaria longitudinum, & factis, uti est differentia dimidiorum sinuum versorum ad radium, ita differentia earum longitudinum ad quartum, qui erit differentia debita pendulo sito in ipso polo. Verum quoniam priores tres longitudines parum admundum a se invicem differunt, iis omisssis reliqua binaria erunt 7. Ea singula non ita multum discrepant in ejusmodi totali differentia exhibenda, & in singulis inventa differentia exhibit juxta num. 125 ellipticitatem pro secunda hypotheli numeri 222, si eadem dividatur per longitudinem penduli sub Äquatore, & pro prima, si ea ellipticitas auferatur a fractione $\frac{1}{15}$.

Differentiae penduli ex calculo,
& ex observatione sati congruentes.

Adhibenda esse binaria omnia observationum non nimis proximatum. Quo pacto adhiberi debent.

Tabella ejusmodi comparationum.

250. Habentur in tabella sequenti ejusmodi producta. Continet prima columna longitudines, quæ comparantur, expressas numeris denotantibus earum ordinem expositum num. 247, secunda continet differentiam illam totalem inventam, tertia ellipticitatem inde provenientem pro secunda illa hypothesi, quarta pro prima.

1, & 5	2. 44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$	1, & 4	2. 58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
2, 5	2. 41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	2, 4	2. 54	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{343}$
3, 5	2. 42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	3, 4	2. 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{353}$
4, 5	2. 46	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{205}$				

251. Patet ex hac tabella non ita multum a se invicem differre determinationes hujusmodi. Dempta enim quarta, quæ petita ab observationibus satis proximis aliquanto magis aberrat, reliquæ satis belle inter se conueniunt potissimum pro prima hypothesi. Dempta illâ, erit differentia omnium media 249, ex qua secundæ hypotheseos ellipticitas $\frac{1}{170}$ primæ autem $\frac{1}{355}$.

252. At quoniam in casu homogeneitatis differentia totalis juxta num. 214 deberet esse $\frac{5}{4}n$, nimirum $\frac{1}{250}$ tonius, patet observationes homogeneitati obsistere. Quoniam vero majorem observationes exhibent gravitatis differentiam, facile deducitur, si Tellus orbes sphæricos habeat homogeneos, eam magis densam esse debere, quam sint nostra maria, juxta num. 226.

253. Ratio autem densitatis mediæ haberi potest ex formula numeri 225 ope longitudinis sub æquatore, & differentiæ cujusvis alterius penduli ab eo. Sed satius erit adhibere differentiam medium inventam linearum 2. 49, vel potius ejus differentiæ rationem ad gravitatem totam

Ratio ejusmodi
densitarum quæ-
sunt.

tam $\frac{1}{15}$. Satis erit hunc valorem substituere in formula numeri 225, in qua $\frac{t}{p} = \frac{20nl - 10mb}{15nl - 6mb}$, sive $\frac{20 - 10X_{nl}^{\text{mb}}}{15 - 6X_{nl}^{\text{mb}}}$. Est enim $\frac{n}{m} = \frac{1}{289}$, $\frac{b}{l} = \frac{1}{176}$. Quare $\frac{mb}{nl} = \frac{289}{176}$. Hoc numero substituto, habetur $\frac{3520 - 2890}{2640 - 1734} = \frac{630}{906} = \frac{105}{151}$, satis proxime $\frac{2}{3}$. Nimirum densitas marium ad densitatem medium Telluris, ut 105 ad 151, vel ut 2 ad 3.

254. Eadem in secunda mea hypothesi e contrario ob-
veniret major. In ea, differentiam gravitatis divisam per gra-
vitatem juxta num. 219, & 222, evadit $\frac{n}{2m(1 - \frac{n}{p})}$, qua
facta $= \frac{b}{l}$, eruitur $\frac{t}{p} = \frac{5}{3} - \frac{5nl}{6mb} = \frac{5}{3} - \frac{880}{1734} = \frac{1005}{867}$,
vel proxime $\frac{2}{3}$. Sed de iis iterum aliquid in fine sequentis
capitis.

C A P U T I I.

De figura Telluris, que oritur ex mensura graduum.

255. **G**radum Telluris dicimus eum tractum, ex cuius extremis finibus ductæ binæ rectæ normales ipsius superficie, ubi convenienter, angulum continent unius gradus. Si Tellus est sphærica, rectæ omnes superficie perpendiculares concurrunt in centro; adeoque si ea secetur plano quovis, rectæ normales sectioni ipsi, quæ inter se parallelæ non sunt, coeunt aliubi, & si sat remota sint sectionis puncta, ex quibus discedunt, angulum continent unius gradus. Quamobrem in sphæra in quavis positione habentur gradus, & omnes gradus sectionum transeuntium per centrum, nimirum gradus circulorum maximorum sunt æquales inter se.

256. In corpore abludente a sphæra non semper binæ rectæ superficie perpendiculares sibi invicem occur-
runt. Si id corpus sit ortum ex conversione curvæ cujus-
quid gradus me-
ritantur in aëris
solidi rotatione
gentis.

dam circa proprium axem , & concipiatur sectio quævis per axem , quæ in casu Telluris appellatur meridianus , ea erit æqualis semper curvæ genitrici , & omnes rectæ perpendiculares spuperficiei , quæ ducuntur per puncta ejusmodi sectionum , jacent in earum planis , adeoque , si parallela non sint inter se , debent sibi invicem occurtere , & ubi occurrunt angulum quendam continent , qui ubi fuerit unius gradus , is arcus sectionis illius dicitur gradus meridiani .

Quid gradus parallelis in istud aequalitas graduum ejusdem paralleli , & graduum meridiani sub eodem parallello .

257. Si fecetur id corpus plano perpendiculari axi , patet , omnes sectiones fore circulos qui dicuntur paralleli , ac circuli paralleli gradus est is ejus arcus , ex cuius extremis punctis ductæ binæ rectæ lineæ ad ejus interseptionem cum axe angulum continent unius gradus . Patet autem in eo casu , cujusvis paralleli gradus omnes æquales esse inter se , gradus autem diverlorum parallelorum esse , ut eorum radios , sive ut ordinatas curvæ genitricis perpendicularares axi , quæ eorum ciculorum sunt radii . Patet itidem , gradus omnium meridianorum in eodem parallello æquales esse inter se , cum eadem curva cum meridianis omnibus conversione sui continua congruat aliis post alios .

Gradus ejusdem meridiani in diversis ejus locis diversæ magnitudinis sunt . Si eorum ratio quereretur quales . Quid sit circulus osculator .

258. Gradus autem ejusdem meridiani in diversis ejus locis diversæ magnitudinis sunt . Si eorum ratio quereretur accurata in curvis etiam maxime cognitis , problema es- sit satis implexum . Sed is Meridiani arcus , qui gradum unum , vel alterum non excedit , haberi solet pro circula- ri , & unus gradus Meridiani habetur pro gradu circuli cu- jusdam , qui eandem habet curvaturam , quam habet is arcus Meridiani alicubi circa medium . Curvatura autem curvæ cuiuscumque in punto ejus quoconque dicitur ea , quam habet circulus , qui ibidem eam osculatur . Porro circulus curvæ osculator dicitur non is , cuius ar- cus cum ejus arcu accurate confundatur , quod nulli ar- cui utcumque exiguo accidit , sed qui ad eam accedit magis , quam ullius alterius circuli arcus ita , ut in angulo ,

lo, quem arcus curvæ tum arcu circuli osculatoris con-
continet in puncto osculi, nullus circulus duci possit,
quemadmodum, ut Euclides demonstravit, inter rectam,
quæ circulum tangit, & arcum ipsius circuli intra angu-
lum, quem continent in contactu, nulla alia recta potest
interseri.

259. Porro illud accuratissime per Geometriam de-
monstrari potest, ut quarto meorum Elementorum to-
mo demonstrabo, nullum esse arcum curvæ cujusvis
continuum, in quo non adsint infinita puncta circulum
osculatorem habentia, & licet in punctis quibusdam
curvarum, quæ ego anomala apello, possit nullus haberis
osculator circulus, curvaturam omnem circularem curva-
turam excedente, vel deficiente a quavis circulari curva-
tura; ea tamen puncta anomala non possunt esse ubique
in arcu continuo utcunque exiguo, sed debent distare
a se invicem ita, ut inter bina quævis, quæ se proximi-
mè excipiunt omnia puncta circulum osculatorem ha-
beant suum; ac dum in eo arcu concipitur punctum
quodvis, quod ad alterum ex anomalis accedat motu con-
tinuo, mutatur etiam continua mutatione radius oscula-
toris circuli, qui & radius osculi dicitur, qui quidem
vel evanescit, vel in infinitum ex crescere, ubi id pun-
ctum recidit in alterum ex illis anomalis.

260. Demonstratur & illud, in quavis curva centrum circuli osculatoris, si quod est, esse in recta normali ad curvam ipsam ducta per punctum osculi, ut & illud, omnia centra circulorum osculatorum curvæ cujusvis esse in curva ejus evoluta, cui nimirum si advolvatur justæ cu-
jusdam longitudinis filum, evolvaturque, prior illa cur-
va generetur; ut e contrario si curvæ cujuspiam evolu-
tione alia curva generetur, rectam tangentem quamcum-
que evolutæ fore normalem genitæ, & ejus segmentum
inter evolutam, & genitam interceptum fore radium
circuli osculantis genitam in ejus concursu cum ipsa, cu-

Generales que-
dam proprietates
arcuum cur-
varum omnium
relata ad ra-
diū osculi.

jus nimirum circuli centrum sit in ipsa evoluta , atque in eo ejus contactu .

Proprietates nū- 261. Porro si binæ rectæ normales cuilibet curvæ transnullæ radii oscula- feant per binæ ejus puncta infinite proxima inter se , & sibi li , & gradus ip- finis relati ad invicem occurrant , demonstratur illud , ultimum earum gradum curvæ . concursum haberi in ipso centro circuli osculatoris . At ubi angulus est major , ut gradus unius , binæ normales per ejus extrema puncta ductæ possunt concurrere utili- buerit procul a centro circuli osculatoris . Fieri itidem potest , ut arcus unius gradus plurimum differat a gradu circuli osculantis curvam ubique intra eum arcum , quod quidem tum accidere potest , cum curvatura pergendo ab altero ejus extremo ad alterum primo quidem perpetuo crescit , tum perpetuo decrescit , vel viceversa . At ubi curvatura ab altero extremitate ad alterum perpetuo cre- scit , vel perpetuo decrescit semper ; tum unus gradus curvæ eo pacto definitus , quo eum supra definivimus , erit semper æqualis uni gradu cuiuspius e circulis ipsum osculantibus in aliquo e punctis interjacentibus , licet possit distare plurimum a gradu circuli curvam osculantis in puncto medio arcus ejusdem .

Quando necat 262. Hæc quidem omnia demonstrari accurate possunt estimere gradū curve pro gra- per simplicem etiam Geometriam ; verum ubi curvaturæ dū circuli ejus mutatio non est ita magna , tum vero gradus curvæ nihil ad sensum differt longitudine a gradu circuli osculantis ipsam curvam circa medium , unde fit , ut datâ mensurâ gradus censeatur data etiam mensura radii circuli curvam osculantis alicubi circa medium ipsum gradum , quæ ni- mitum facile inveniatur ducto ipso gradu in 180 , tum factis ut 355 ad 113 , ita id productum ad radium ipsum .

Dato gradu pa- 263. Hinc jam fit , ut in ejusmodi solidis & dato gradu ralleli , vel me- circuli paralleli , detur ordinata ad curvam generantem , ridiani , dari or- invenienda nimirum eadēm methodo , & dato gradu me- dītū ad axem , ricū oscula- vel radium oscula- li .

natâ, detur gradus circuli paralleli, & dato radio circuli meridianum osculantis in quodam puncto, censeatur datus ejusdem meridiani gradus jacens hinc, & inde ab illo puncto circa ipsum, qui gradus inveniantur factis, ut 113 ad 355 ita ea ordinata, vel is radius ad numerum, qui divisi per gradus 180 exhibeat quæsumum gradum,

264. Præterea si solidum sit figuræ sphæroidalis orte ab ovali quapiam linea habente centrum, ut est ellipsis, circulus parallelus, cuius planum transit per centrum, dicitur æquator ejus solidi, ac si e quovis alio punto, quo ducatur recta perpendicularis superficie, quæ, cum in ipso meridiani plano jacere debeat, debet alicubi occurrere tam axis, quam radio æquatoris; angulus non obtusus, quem ea recta cum radio æquatoris continet, dicitur latitudo illius puncti Meridiani, unde fit, ut angulus, non obtusus, quem eadem continet cum axe, sit latitudinis complementum, & in Tellure per plurima astronomiarum observationum genera latitudines locorum definitimus, a figura meridiani nihil pendentes, & eâ etiam prorsus ignotâ, accurratè cognitas. Gradus itidem meridiani pro data latitudine loci definire licet methodo, quam in primo opusculo innui, in quarto fuse exposui, ac adeo methodus, qua & paralleli gradum definire liceat, quæ ad nostram expeditionem non pertinet.

265. Porro in circulo si cognoscatur unus gradus ubicunque, totus circulus facile innotescit, ac in sphæra cognito unico gradu, ubicunque vel meridiani vel paralleli in data latitudine, innotescit radius sphæræ, & sphæra tota. In ellipsis Appolloniana si dentur pro binis latitudinibus cognitis bini gradus, ac per eos bini radii osculi, definiri potest ellipsis ipsa, & in sphæroide genita conversione ejusmodi ellipios circa alterum e suis axibus, datis binis gradibus binorum parallelorum, vel binis ejusdem meridiani, vel gradu meridiani, & gradu paralleli, pro datis latitudinibus, & quidem in hoc prostremo casu, dato gradu paralleli vel in eadem latitudine communi gradui meridiani, vel in diversa,

versa , inveniri potest ellipsis , quæ sphæroidem generat , & sphærois tota . Pro curvis autem sublimioribus plures requiruntur circuli osculatores dati pro datis latitudinibus ad ipsas determinandas , prorsus , ut bina puncta rectam determinant , tria non in directum incentia circulum , quinque sectionem conicam , & ita porro .

*Quo modo per
radios osculi da-
tos detur curva
quævis .*

266. Generaliter autem , ut dato certo punctorum numero , inveniri possunt infinitæ numero curvæ lineæ diversarum admodum specierum , quæ per ea transeant , series autem punctorum continua curvam determinat , ita & dato certo quovis numero radiorum osculi pro datis latitudinibus , infinitæ numero curvæ inveniri possunt , quæ ipsis satisfaciant ; dato autem generaliter radius osculi per latitudinem datam determinatur curva : ac & illud fieri potest , ut sphærois compressa ad polos radius habeat osculi in ipso polo minorem , quam in æquatore , curvaturam nimiriun minorem ibi , quam hic , si curva generans non sit Ellipsis , sed aliud quoddam ovalis genus .

*Cur de Telluris
irregularitate
dubitari ceptum*

267. Quoniam theoria gravitatis generalis Ellipsis Apollonianam exhibit pro curva genitrice , sive Tellus homogena sit tota , & ejusdem densitatis cum mari , sive ita regulariter heterogena , ut paribus circumquaque a centro distantiis homogena sit , idcirco sub initium creditum est posse ejus figuram determinari definitis binis gradibus fatis a se invicem remotis ubicunque . Sed poteaquam plures , quam duo definiti sunt , determinationibus non consentientibus , de nucleo inæqualis formæ , vel de irregularitate densitatis dubitari est ceptum , de qua nunc quidem post mensuram nostram potissimum , cum Gallica Australi collatam , multo potiore jure debitari potest .

*Argumentum
totius capituli.*

268. Enigitur totum argumentum hoc capite pertractandum , quod plura objicit problemata ad hanc rem pertinentia , quorum ego geometricas solutiones habeo ; & aliquas quidem iam olim in prima illa mea de

Figu-

Figura Telluris dissertatione exhibui, nunc autem omnia
ordine suo plenius pertractabo.

269. Ac primo quidem, quod pertinet ad circulos osculatores in sectionibus conicis, id ego in tertio Elementorum meorum tomo per simplicem Geometriam, & quidem finitam accuratissimè persecutus sum, & plura theorema eo pertinentia demonstravi in corollariis propositionis 9, quibus nunc utar. Inter ea est illud num. 520. Theorema de circulis osculatoribus in ellipti.
Radii circulorum osculatorum inter se sunt in ratione reciproca triplicata perpendiculari e centro in tangentem, ac directa triplicata normalis ad utrumlibet axem terminata; unde illud colligitur num. 523, *radium circuli osculatoris esse quartum continuæ proportionalem post dimidium latus rectum principale, & normalem axi transverso.* Eodem pacto colligi poterat itidem generalius, *esse quartam continue proportionalem post dimidium latus rectum axis utriuslibet, & normalem ipsi terminatam.*

270. Deinde data loci latitudine, datur ratio ordinatae axi ad normalem, & ad subnormalem ipsius, ad quas est, ut cosinus latitudinis ad radium, & ad sinum, vel ut radius ad secantem latitudinis, & tangentem. Sit enim in fig. 23 *CB* semidiameter æquatoris, *Ee* axis, *HI* ordinata ipsi perpendicularis, *IF* normalis, *HF* subnormalis, angulus *HiF* erit mensura latitudinis loci *I* cum *Hi* parallela *CB* producti tendat æquatorem versus, & normalis *FI* ad zenith. Assumpta autem normali *FI* pro radio, est *Hi* cosinus, *HF* sinus anguli *HIf*; assumpta autem pro radio normali *HI*, est *IF* secans, *HF* tangens ejusdem anguli. Data loci latitudine, dari rationem normalis ad ordinatam & subnormalem. Tab. 4, F. 23

271. Sunt autem aliæ binæ Ellipseos proprietates, quæ hic erunt summo usui. Primo quidem si diametro *Ee* fiat circulus occurrens ordinatae *Hi* in *A*, semiaxi *CB* in *D*, erit semper *Hi* ad *HA* in constanti ratione *CB* ad *CD*, vel *CE*, qua proprietate jam sèpius hic usi sumus, & habetur elementorum meorum tomo 3 num. 365. Deinde est subnormalis *HF* ad abscissam a centro *HC*, ut *CB*² ad *CD*², vel *CE*². Id ibidem habetur num. 462. His positis Aliæ hinc ellipseos proprietates.

sitis problemata, quæ hoc pertinent facile solvuntur. Exhibebo autem solutiones diversas ab iis, quas simplissimas sane, & admodum elegantes, ac geometricas itidem exhibui in mea dissertatione illa de Figura Telluris.

Problema præmissum, & ejus analysis.

272. At prius præmitto hujusmodi Problema. Data ordinata in data latitudine, & data specie Ellipsoes, invenire axem, & diametrum æquatoris. Data latitudine, datur ratio datæ HI ad HF , sive radii ad tangentem ipsius latitudinis. Hinc datur HF . Datur autem ratio CB ad CE , in qua ratione simplici cum sit data HI ad HA , & in eadem duplicata data HF ad HC dabitur utraque, adeoque & CA ob angulum rectum CHA . Quare datur & CE , & CB , quæ habet ad ipsam rationem datam.

Construatio ejusdem.

273. Sit ratio semiaxis ad semidiametrum æquatoris m ad n ; Ducatur HI æqualis datæ ordinatæ, & fiat angulus HIF æqualis latitudini datæ, & IHF rectus; tum fiat, ut m ad n , ita HI ad HA , & ut m^2 ad n^2 , ita HF ad HC . Capta $CE = CA$ in directum cum CH , & CB ipsi perpendiculari, quæ sit ad eam, ut m ad n , habebuntur quæsiti semiaxes.

Solutio problematis inde ducta: aliud lemma propositum.

274. Quoniam autem dato gradu paralleli datur ordinata HI , juxta num. 263, patet dato eo gradu, & specie Ellipsoes, dari ipsius Ellipsoes axes. Sed adhuc hoc aliud præmittam lemma. In Ellipsis differentia quadratorum binarum ordinatarum quarumvis axi utriliber ad differentiam subnormalium, quæ ipsis respondent, est, ut quadratum semiaxis ejusdem ad quadratum alterius.

Ejus lemmatis demonstratio.

275. Cum enim sit per num. 271, HI^2 , & hi^2 ad HA^2 , & ha^2 , ut CB^2 ad CE^2 , erit & $hi^2 - HI^2$, $ha^2 - HA^2$:: $CB^2 - CE^2$. Est autem ob $CA = Ca$ differentia quadratorum ha , HA eadem, ac HC , hc , & cum per eundem numerum sit HC^2 , & hC^2 ad HF^2 , & hf^2 , ut EC^4 ad CB^4 , erit etiam $HC^2 - hC^2$, $HF^2 - hf^2$:: $CE^4 - CB^4$. Quare, conjunctis rationibus, erit $hi^2 - HI^2$ ad $HF^2 - hf^2$, ut CB^2 ad CE^2 , & EC^4 ad CB^4 conjunctim, sive ut EC^2 ad CB^2 .

Q. E. D.

276 Posito hoc lemmate sponte fluit solutio hujus problematis. Datis binis gradibus binorum parallelorum data latitudinis in sphæroide elliptica, invenire speciem, & magnitudinem ellipseos genitricis. Datis enim iis binis gradibus, dabuntur per num. 263 binæ ordinatae H_1 , h_1 , & datis binis latitudinibus dabuntur per num. 270 binæ subnormales HF , hf . Dabitur igitur, & ratio differentiæ quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, adeoque ratio quadrati CE ad quadratum CB , & proinde ratio ejus rationis subduplicata, nimirum ratio CE ad CB , quæ speciem ellipseos exhibet, quæ simul cum altera ordinata data exhibet per num. 272, & magnitudinem semiaxium CE , CB .

277. Ubi agitur de sola specie, pro ordinatis H_1 , h_1 apponi possunt ipsi numeri graduum. Constructio autem problematis geometrica potest esse hujusmodi. Capiatur in fig. 24 in latere anguli recti IHF segmentum H_1 ad arbitrium, tum h_1 ad H_1 , ut est gradus major ad minorum. Fiant anguli HIF , Hf æquales latitudinibus, quæ iis respondent, & centris I , f radiis H_1 , HF inveniantur in iis lateribus ejusdem anguli recti productis puncta B , E , eritque semidiameter æquatoris ed semiaxem, ut HB ad HE . Expiiment enim H_1 , h_1 fig. 24 ordinatas, fig. 23; HF , Hf subnormales; HE^2 , HB^2 differentias quadratorum illarum, & harum, adeoque ipse HE , HB rationem semiaxium per num. 274.

278. Quod si dato gradu paralleli, & meridiani in eadem latitudine, queratur species, & magnitudo ellipseos, problematis solutio habetur multo expeditior; sed præmittendum hoc aliud lemma ad conicas sectiones pertinent. Si in fig. 23 ex concursu F normalis cum axe ducatur usque ad ordinatam rectam FL parallela radio circuli CA , ea æquabitur dimidio lateri recto axis Ee , eruntque HL , H_1 , HA continue proportionales. Est enim FL ad CA , sive CE , ut FH ad CH , sive per num. 271 ut quadratum CB ad quadratum CE , vel ut dimidium latus rectum

Inventio ellip-
seos genitricis
ex datis binis
gradibus bino-
rum parallelo-
rum.

Constructio pro
invenienda spe-
cie.
Tab. 4, Fig. 23
24

Investigatio e-
iusdem ex dato
gradu paralleli,
& meridiani co-
dem in loco.
Tab. 4, Fig. 23

axis Ee ad eandem CE , adeoque FL æqualis ipsi dimidio lateri recto axis ejusdem. Cum vero sit $HI^2 \cdot HA^2 :: CB^2 \cdot CE^2 :: HF \cdot HC :: HL \cdot HA$, patet, esse HL, HI, HA in proportione continua.

Solutio ejus pro-
blematis.

279. Dato vero gradu paralleli in I , habetur per n. 263 ordinata IH , & ob datam latitudinem HIF datur IF . Dato autem gradu meridiani in eadem latitudine, datur radius ellipsum osculans in I , adeoque datur & ejus ratio ad normalem datam FI , ea autem per n. 269 est duplicata rationis ipsius FI ad dimidium latus rectum axis Ee , cum sit ille radius tertius post dimidium latus rectum axis ipsius, & normalem. Quare datur & id latus rectum principale, & facto centro in F , intervallo ejus dimidii lateris recti principalis invenietur punctum L , ac assumpta HA tertia post HL, HI , invenietur punctum A ; unde ducta AC parallela LF determinabit centrum C , & semiaxem CE æqualem ipsi AC , ac alter semiaxis CB erit medius inter CE , & id dimidium latus rectum principale. Atque eo pacto patet simul & speciem, & magnitudinem obtineri.

Difficultas ubi
queritur idem
ex dato gradu
paralleli uno in
loco, & meri-
diani in alio In-
stitutum analyticos
algebraicos.

280. Si autem detur gradus paralleli in una latitudine, & gradus meridiani in alia, problema evadit multo sublimius, & ad ejus solutionem requiruntur curvæ multo altiores. Innuam tantummodo, quo pacto id problema solvi possit per calculum finitum ex hisce ipsis prncipiis. Ponatur dimidium latus rectum axis $Ee = x$, $CE = y$. radius osculi in i datus per gradum meridiani in ea latitudine $= a$, ordinata $HI = b$, sinus latitudinis in $i = s$, cosinus $= c$, ad radium $= 1$, tangens latitudinis in $I = t$. Cum sit a quarta continue proportionalis post x , & normalem

if , erit ipsa $if = \sqrt{ax^2}$, adeoque $hi = c\sqrt{ax^2}$, $hf = s\sqrt{ax^2}$.

Bing incognite
cum binis equa-
tionibus ad so-
lutionem. Pro-
blema admodum
situm.

281. Erit autem & $HF = bt$ ob $HI = b$. Jam vero ut x ad y , ita HI^2 ad HA^2 , hi^2 ad ha^2 , HF ad HC , hf ad hc . Quare dantur analyticè quadrata HA, HC, ha, hc , quorum priora duo simul si hant $= y^2$, & posteriora duo $= y^2$,

haben-

habentur binæ æquationes cum binis incognitis, sed æquatio inde orta plurimum assurgit, quæ quidem me absterruit ab investigatione solutionis geometricæ, quæ nimirum, ubi per curvas sit nimis compositas, minus est elegans. Fieri autem potest, ut alicubi extet multo expeditior, & simplicior solutio, quam ego non viderim, sed nec magnæ sane utilitatis est ea solutio, cum gradus circuli paralleli multo minus accurati haberri possint.

282. Multo utilius est problema, quo datis binis meridiani gradibus in diversis latitudinibus, queratur species, & magnitudo ellipsois. Id autem solvitur multo quidem facilius, & eodem fere reducitur, quo primum & superioribus tribus problematis. Est autem hujusmodi. *Determinatio speciei ellipsois ex binis gradibus meridiani.*

Datis binis gradibus meridiani in diversis latitudinibus, invenire speciem, & magnitudinem ellipsois. Quoniam dantur ii gradus, dabitur eorum ratio, & ratio ejusdem subtriplicata, nempe per n. 269 ratio normalium *IF, ifad se invicem.* Cum igitur dentur, & latitudines, adeoque per n. 270 rationes earum normalium ad ordinatas *HI, bi*, & ad subnormales *HF, hf*; dabitur & ratio ipsarum *HI, bi* ad *HF, hf*, & ratio differentiæ quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, quæ exhibet speciem ellipsois, ut supra num. 276.

283. Data specie, magnitudo facile invenietur ope hujus alterius lemmatis pertinentis ad conicas sectiones, nimirum: tangens anguli *HAC* ad tangentem anguli *HIF* est, ut *CE* ad *CB*. Est enim tangens prior ad posteriorem in ratione composita ex directa *CH* ad *FH*, & reciproca *HA* ad *HI*; nimirum ex directa duplicata *CE* ad *CB*, & directa simplici *CB* ad *CE* conjunctim, adeoque tantummodo ex directa simplici *CE* ad *CB*.

284. Posito hoc lemmate, cum detur species ellipsois, & latitudo *HIF* cum sua tangente, dabitur & tangens anguli *AIC*, adeoque is angulus, & proinde dabitur etiam, ratio *CA*, sive *CE* ad *FI*, cum nimirum ea sit composita ex rationibus *CA* ad *AH*, sive radii ad cosinum anguli

*CAH, AH ad HI, sive CE ad CB ratione data ob datam ellipsoes speciem, ac demum HI ad IF, seu cosinus anguli HIF ad radium, quæ rationes omisso radio reducuntur ad has duas semidiametri æquatoris ad semiaxem, & cosinus latitudinis ad cosinum anguli, cuius tangens ad tangentem latitudinis est, ut semiaxis ad semidiametrum æquatoris. Datur autem ratio dimidii lateris recti axis *Ee* ad *CE* duplicata rationis *CB* ad *CE*. Datur igitur & ratio ejusdem dimidii lateris recti ad *IF*, cuius duplicata erit ratio normalis *IF* ad radium circuli osculatoris, quartum nimirum continuè proportionalem post ipsum, & normalem eandem *IF* per num. 269. Data igitur ea ratione, & dato radio osculi, dabitur *IF*, & inde per regressum dabitur *CA*, sive *CE*, ac per ipsam *CB*, & magnitudo ellipsoes.*

*Construatio pro
invenienda pro-
pria.*

Tab. 4, F. 24

285. *Constructio pro specie invenienda potest esse hujusmodi. Fiant in fig. 24 anguli *HIF*, *HIO* ad eandem partem æquales binis latitudinibus datis, prior majori, posterior minori. Producatur *OI* in *o*, ut sit *Oo* ad *IF* in ratione subtriplicata gradus respondentis latitudini *HIO* ad gradum respondentem latitudini *HIF*. Ducatur *oi* parallela *HO*, quæ occurrat *HI* in *i*; tum *if* parallela *oO*, & centris *I*, *f*, radiis *Hi*, *HF* inveniantur puncta *E*, *B*, ut prius, eritque *HE*, ad *HB* ratio semidiametri æquatoris ad semiaxem. Erit enim *IF* ad *if*, sive *oO* hic, ut in fig. 23. Erunt autem hic anguli *HIF*, *Hif*, sive *HIO* æquales angulis *HIF*, *hif* figuræ 23. Hinc ratio rectarum *FI*, *fi* hic tam ad rectas *HI*, *Hi*, quam ad rectas *HF*, *Hf* hic, ut ibi ratio rectarum *FI*, *fi* ad rectas *HI*, *hi*, & *HF*, *hf*. Quare & differentiae quadratorum hic, ut ibi, nimirum hic *HE*² ad *HB*², ut ibi *CE*² ad *CB*².*

*Construatio pro
invenienda ma-
gnitudine.*

Tab. 4, F. 23

286. *Pro invenienda magnitudine fiat in fig. 23 semi-
circulus *EDe*, & angulus *ECA*, cuius tangens ad tangentem latitudinis sit, ut in inventa ellipsoes specie est *CE* ad *CB*, ducatur *AH*, & fiat *HI* ad *AH* in eadem ratione inventa *CB* ad *CE*, tum angulus *HIF* æqualis latitudini,*

tudini , & capiatur tertia post CE assumptam , & CB inventam ex data specie ellipsoes ; tum quarta continuè proportionalis post hanc , & IF . Demum fiat , ut hæc postremo inventa ad CE , ita radius osculi inventus ex gradu ad semiaxem , quo invento invenitur per speciem datam etiam semidiameter æquatoris .

287. Si libeat pro hoc casu , cuius nobis usus major erit , formulam algebraicam eruere , ponatur $CE = 1$, formula algebraica pro specie, $CB = x$, gradus propior æquatori g , remotior G , tum $\frac{g}{\sqrt{1}} = a$, $\frac{G}{\sqrt{1}} = A$, ac normales if , IF poterunt ponи $= \frac{x}{\sqrt{1}}$, $\frac{G}{\sqrt{1}} =$ five a , A . Sit sinus prioris latitudinis ad radium $i = s$, posterioris $= S$, cosinus illius c , hujus C , & erit $hi = ac$, $HI = AC$, $hf = as$, $HF = AS$, eritque $a^2 c^2 - A^2 C^2$. $A^2 S^2 - a^2 s^2$ $= 1$. $xx = \frac{A^2 S^2 - a^2 s^2}{a^2 c^2 - A^2 C^2}$, five cum sit $c^2 = 1 - ss$, $C^2 =$ $1 - SS$, erit $xx = \frac{A^2 S^2 - a^2 s^2}{a^2 - a^2 s^2 - A^2 + A^2 S^2}$, adeoque $\frac{I}{xx} =$ $\frac{A^2 S^2 - a^2 s^2 + s^2 - A^2}{A^2 S^2 - a^2 s^2} = I - \frac{A^2 - a^2}{A^2 S^2 - a^2 s^2}$.

288. Quoniam autem inde deducitur proportio hujusmodi $xx . I : : 1 . I - \frac{A^2 - a^2}{A^2 S^2 - a^2 s^2}$, erit etiam $xx . xx : : 1 . 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2 S^2 - a^2 s^2} : : A^2 S^2 - a^2 s^2 . A^2 - a^2$; & quoniam $a^2 - 1$ est quadratum distantiae foci a centro , five eccentricitas , erit eccentricitas ad semiaxem conjugatum in ratione subduplicata $AA - aa$ ad $AASS - aass$.

289. Si eccentricitas sit exigua facile derivabitur formula multo simplicior pro differentia semidiametri æquatoris a semiaaxe . Nam erit x quamproxime $= 1$, adeoque $xx - 1 = \frac{AA - aa}{AASS - aass}$. Porro $xx - 1 = CB^2 - CD^2$, nempe (facta $CD = CD$) $= DB \times Bd$, five proximè $= 2CD \times BD$, vel , ob $CD = CE = 1$, proximè $= 2BD = \frac{A^2 - a^2}{AASS - aass}$.

Cum vero sit $AA = G^{\frac{2}{3}}$, & $aa = g^{\frac{2}{3}}$, & G parum differat a g , erit proximè $A^2 - a^2 = \frac{2}{3} \times G^{-\frac{1}{3}} \times (G - g)$, vel $\frac{2}{3} \times g^{-\frac{1}{3}} \times (G - g)$, unde consequitur $BD = \frac{1}{3} \times \frac{G-g}{GSS-gs}$, formula eadem, quam longe alia methodo invenit. Maupertuisius in Commentariis Acad. Paris. ad an. 1737, ubi habet $\frac{E-F}{3(Eff-Fss)}$; sunt enim ipsi valores E, F, f, s , qui mihi G, g, S, s .

Ulterior reduc-
tio pro gradibus
in polo, & in
æquatore.

290. Ea vero, abeunte puncto i in æquatorem E , ubi evanescit s , evadit simplicior $\frac{1}{3} \times \frac{G-g}{GSS}$, & puncto quoque i abeunte in polum in B , ubi evadit sinus $S = i$ habetur $\frac{G-g}{3G}$, nimirum hujusmodi theorema: *Semidiameter æquatoris ad ejus differentiam a semiaaxe est proxime, ut gradus meridiani in æquatore ad trientem differentiae graduum ibi, & in polo.*

Generale theo-
rema pro eo ca-
su, quicunque
sit eccentricitas

291. At pro eo simplicissimo casu multo elegantius pro quavis utcunque magna ellipticitate ex num. 269 eruitur hujusmodi theorema. *Est semidiameter æquatoris ad semiaxem in ratione subtriplicata gradus in axe ad gradum in æquatore.* Sunt enim gradus in ratione reciproca triplicata perpendiculari centro in tangentem, & perpendiculari ejusmodi, ubi contactus sunt in axium vertice, sunt ipsi semiaxes ad contactum terminati. Quoniam autem in quantitatibus parum a se invicem discrepantibus est cubus ad cuborum differentiam proxime, ut quantitas simplex ad triplum differentiae quantitatum ipsarum simplicium, ex hoc ipso theoremate, ubi ellipticitas exigua sit, profluit illud superius.

Incrementa gra-
duum ab aqua-
tore ad polum,
ut decrementa
distantiarum
a citur, incremen-
ta graduum ab
centro, & ut qua-
drata sicum la-

292. Ex eo, quod gradus sint reciprocè, ut cubi perpendicularium e centro in tangentem, facile etiam deducuntur, incrementum graduum ab æquatore ad polos fore proxime, ut est quadratum sinus latitudinis, vel ut est sinus

sinus versus latitudinis duplicate, in qua ratione est decrementum distantiae, & incrementum gravitatis ab æquatore ad polos. Ubi enim satis exiguae sunt, differentiae & quadratorum, & cuborum, & potestatum quarumvis, sunt, ut ipsæ laterum differentiae. Quare incrementa graduum erunt, ut decrementa perpendiculari. Porro pro perpendiculari e centro in tangentem assumi potest ipsa distantia centri a contactu in ellipsi parum abludente a circulo, etiam ubi agitur de ratione differentiae unius perpendiculari ab alio; nam perpendicular est latus, distantia vero basis trianguli rectanguli, ac intercepiunt angulum exiguum pendentem ab ellipticitate, unde facile deducitur methodo simili ei, qua usi sumus supra num.²³² differentiam perpendiculari a basi, sive errorem, qui committi posset, esse quantitatem exiguum ordinis secundi, & tuto contemni. Erit igitur decrementum perpendiculari, adeoque & incrementum gradus proxime, ut decrementum distantiae, sive in ea ratione, quam diximus.

293. Hinc autem facile eruitur illud, pro decremen-
to gradus, quod etiam locum habet in incremento di-
stantiae, & decremeto gravitatis a polo ad æquatorem, & cō-
gradus, quod etiam supra adhibuimus num.¹⁹⁴, nimirum ea om-
nia esse proxime, ut quadratum cosinus latitudinis, vel ut
sinus versus dupli complementi latitudinis ipsius. Nam
quadratum sinus, & cosinus æquantur constanti quadrato
radii, ut excessus gradus in quovis loco supra gradum in
æquatore, cum defectu a gradu in polo æquatur toti
constantι differentiæ gravitatis in æquatore, & polo.
Quare cum quadratum sinus sit, ut totalis differentia ad
priorem partem, sive ad illum excessum, erit & illud
idem quadratum radii ad quadratum cosinus, ut est ea-
dem totalis differentia ad posteriorem partem, sive ad
illum defectum, qui proinde erit, ut quadratum cosi-
nus. Id autem est, ut sinus versus arcus dupli, nimirum ut
sinus versus dupli complementi, & eadem est demonstra-
tio pro distantia, & gravitate.

Methodus inquirendi in figuram Telluris per binos gradus. 294. Ope hujus, vel prioris theorematis, ex quo hoc ipsum deductum est, eruitur methodus satis expedita inquirendi in speciem ellipseos ex binis gradibus Meridiani observatis in binis latitudinibus quibuscumque, ut & ex binis longitudinibus penduli observatis in binis itidem locis latitudinis diversæ eandem itidem in primi capititis fine determinavimus. Fiat enim primum, ut semidifferentia sinuum versorum latitudinis utriusque duplicatae ad radium, ita differentia graduum observatorum ad quartum, & habebitur differentia graduum in æquatore, & polo. Tum erit, ut triens hujus differentiæ ad gradum utrumvis assumptum proxime pro gradu medio, ita differentia semidiametri æquatoris a semiaaxe sive compressio ad semidiametrum Terræ mediocrem. Hoc secundum rite fieri patet ex num. 291; illud primum facile demonstratur. Cum enim decrementa graduum sint, ut sunt sinus versi latitudinum duplicatarum; erit differentia decrementorum usque ad binos eos gradus, quæ eadem est, ac differentia eorundem graduum ad decrementum debitum toti quadranti, ut differentia sinuum versorum duplicatarum latitudinum, ad quas ii gradus pertinent, ad differentiam sinuum versorum duplæ latitudinis, & dupli quadrantis, quorum sinuum prior est $\frac{1}{2}$, posterior est diameter, seu duplus radius. Quare est, ut differentia illorum sinuum versorum ad duplum radium, vel semidifferentia ad radium, ita differentia illorum graduum ad differentiam gradus in æquatore a gradu in polo.

Ellipticitas quo pacto inventatur ex binis gradibus. 295. Ellipticitas autem, sive ratio differentiæ binorum semiaxiū ellipseos genitricis ad semiaxem alterum facile invenitur, dividendo trientem differentiæ graduum in æquatore, & polo inventam per gradum integrum. Inventa autem una ellipticitate, quam exhibent bini gradus, facile inde eruitur ea, quam exhibent bini alii; cum nimis ea ellipticitas sit directè, ut differentia graduum, & reciprocè, ut differentia sinuum versorum latitudinum duplicatarum.

297. Atque hinc jam facile est investigare , an cum Newtoniana gravitate , & densitate paribus a centro distantiis pari cohærent gradus observationibus definiti , uti sub finem capitum primi investigavimus , an cum eadem conciliari possent pendula oscillantia ad singula minuta secunda . Gradus , quorum mensurum habemus omnino accuratam sunt hi tantummodo ; is quem , Maupertuisius cum sociis definivit in Laponia ; ii , quos Cassinus cum Caillio definivit in Gallia , gradu Piccarti post mutationes quatuor certo demum definito ; is , quem Bouguerius , ac Condaminius definiverunt in Quiteni Provincia ; is , quem nuperime Caillius ad Promontorium Bonæ Spei dimensus est , quibus & hunc nostrum addo in Pontificia ditione definitum . Hi quidem omnes sunt accuratissime definiti , mensuris ad eundem modulum exactis , habita ratione omnium motuum Fixarum , adhibitis egregiis sectribus , & omnibus præcautionibus necessariis ad rem bene gerendam . Sunt præterea & alii alibi ab aliis definiti , ut ille Norwoodi in Anglia , & Snellii olim in Holandia , quem Muschembroekius prius , tum Cassinus reformavit . Sed iis multo minus fidendum esse , est omnino certum . Norwoodi determinatio intra limites multo laxiores exacta est , & ipse mensuræ modulus non ita certus , & instrumenta non ita exacta , ut ejus gradus cum nostris hisce comparari possit .

298. Snellii gradus , ut a Cassino de Thurry demum reformatus est , multo ille quidem est accuratior . Quæ ad eum pertinent , & plures ejus reformationes videre est in ipsius de Thurry Schediasmate in Commentariis Academiæ Parisiensis ad annum 1747 . Is gradus respondet latitudini $52^{\circ}, 4', 17''$. E Snellii determinatione prodisset hexapedarum 55020 . Eum Meischembroekius rectificatis triangulis , & retentis observationibus astronomicis Snellii , reduxit ad hexapedas 57033 . Jacobus Cassinus repetitis observationibus Astronomicis anno 1701 ipsum invenit .

Inquisicio in
gravitatem New-
tonianam & den-
sitatem Telluris
per gradus .

rat 56496, De Thurry ejus filius novam basim dimensus, sed paternis adhibitis observationibus Astronomicis eum demum reduxit ad hexapedas 57145. Puto, nullius audaciæ esse dubitare ahduc aliquid de iis Altronomicis observationibus intra pauca secunda, cum nec praxis astronomica, nec instrumentorum fabrica eo tempore usque adeo excutie essent, ut deinde est praestitum.

Series graduum
unde demoprom-
pta.

299. Graduum satis accurate definitorum seriem hic apponam, & primo quidem aderit numerus, qui eorum ordinem referet, ut singuli possint & nominari, tum latitudo medio gradui debita, deinde ipse gradus. Primum gradum Lapponicum desumpsi ex notissimo Maupertuisii opusculo; Sed 16 hexapedas detraxi ob neglectam refractionem, quod & alii in eo gradu jam prestant; in sequentes 11 ex opere Cassini De Thurry *Meridienne vérifiée*; duodecimum ex nostris observationibus; decimum tertium ex Bouguerii, & Condaminii operibus assumpto medio; postremum ex pagella Caillii ipsius, qui eum dimensus est, & humanissime sua manu scriptam mensuram communicavit Mairanio, qui eam ad me transmisit.

	latitudo	Gradus hexapedæ
	o.	
1	66. 20	57422
2	49. 56	57084
3	49. 23	57074
4	49. 3	57069
5	47. 58	57071
<hr/>		
6	47. 41	57057
7	46. 51	57055
8	46. 35	57049
9	45. 45	57050
10	45. 43	57040

11	44.	53	57042
12	43.	31	57048
13	43.	1	56979
14	0.	0	56753
15	—33.	18	57037

Accedit hisce meridiani gradibus circuli paralleli, quem Cossinus de Thurry, & Caillius definiverunt hexapedarum 41618, debetur autem latitudini $43^{\circ} 32'$.

300. Jam hic plurimæ comparationes institui possent, cum bini quicunque gradus definiant compressionem Telluris in hypothesi Newtonianæ ellipsoes. Proximi gradus inter se adhiberi quidem non debent, cum error per quam exiguis observationis maximum in conclusione errorem secum trahat ob differentias nimis exiguae. Hinc si ex Gallicis omnibus adhibeatur tertius tantummodo Piccardianus, nimirum debitus latitudini $49^{\circ} 23'$, toties, & cum tanta cura ad trutinam revocatus, habebuntur gradus 5, nimirum primus in Lapponia, tertius in Gallia, & postremi tres, in Italia, in Quitensi Provincia, ad Promontorium Bonæ Spei. Primo quidem investigare licet quod supra in fine primi capitii præstimus pro pendulis, an excessus graduum reliquorum supra gradum meridiani primum æquatori proximum respondeant sinibus versis latitudinum duplicatarum, & quantum inde aberrant, & id quidem præstigi, tum quæsivi differentiam, quam exhibent binaria singula ex illa ipsa hypothesi proportionalitatis cum iis sinibus versis, quam, si eam legem omnes ejusmodi excessus servarent, exhiberent eandem. Trius autem ejus differentiæ per gradum æquatori proximum divisus exhibit ellipticitudinem, quam fractionem reduco ita, ut numerator sit unitas.

301. Proponam igitur binas: in prima singulorum ex iis quinque gradibus primo locum, tum latitudinem, deinde dimidium sinum versum duplæ latitudinis, tum excessum ejus gradus supra primum gradum respondentem

latitudini = o deinde eundem excessum erutum calculo ex hypothesi proportionalitatis , ac demum errorem . Deinde exhibebo secundam ejus ope , in qua in prima columnâ erunt numeri graduum combinatorum , in secunda excessus , qui ab iis infertur pro gradu in polo supra gradum in æquatore , in tertia fractio , quæ habetur ex triente ejus excessus diviso per gradum primum , nimirum ellipticitas . Sunt autem ejusmodi binaria decem . Caillii gradus nostro major productam exhibit figuram , hinc differentiae , & ellipticitati ejus collatae cum nostro gradu præfigam signum negativum in secunda tabella , ut ejus errori in prima itidem negativum . En autem ipsam tabellam primam .

Gradus	Latitudo tudo o	$\frac{1}{2}$ lin. v. ad rad. 10000	Hexa- pedæ	Diff. a primo obser-	Diff. com- putata	Error
Quitenfis	0, 0	0	56751	0	0	0
Prom. B.S.	33, 18	2987	57037	286	240	-46
Romanus	42, 59	4648	56979	228	372	144
Parisiens.	49, 23	5762	57074	323	461	138
Lapponic.	66, 19	8386	57422	671	671	0

302. In hac tabula habetur in postrema columna , quantum aberrent a ratione duplicata sinuum latitudinis , vel a sinibus versis latitudinis duplæ gradus intermedii , posito , quod extremi sint accurati , & dum in tertio , & quarto gradus computatus excedit observatum , in secundo ab eo deficit . Mutatis extremis etiam nonnihil , ipsis cum secundo nihil ad sensum ab ea lege discrepant , at tertius , & quartus cum ea conciliari omnino non possunt . Sed jam videndum in sequenti tabula , qui proveniat e binis quibusque combinationibus excessus gradus postremi supra primum , & quæ inde eruatur ellipticitas .

Binariū	Excessus postremi	Ellipti- citas	Binariū	Excessus postremi	Ellipti- citas
1, 5	800	$\frac{1}{213}$	2, 4	133	$\frac{1}{118}$
2, 5	713	$\frac{1}{119}$	3, 4	853	$\frac{1}{100}$
3, 5	1185	$\frac{1}{144}$	1, 3	491	$\frac{1}{147}$
4, 5	1327	$\frac{1}{113}$	2, 3	350	$\frac{1}{116}$
1, 4	542	$\frac{1}{14}$	1, 2	957	$\frac{1}{78}$

303. Posset combinari & gradus paralleli definitus a Cassino de Thurry, & Caillio, cum quovis ex hisce meridiani gradibus per illud arduum problema num. 280; sed paralleli gradus multo minus accurate determinari potest. Patet autem iam satis ex hac tabula, quam irregulares sint hi gradus, qui tam diversas inter se exhibent combinationes. Si inter omnes 10 combinationes assumatur medium, erit medius excessus 222, atque hinc ellipticitas $\frac{1}{117}$, sed abjectis sexta, & nona combinatione, quæ tam immaniter a reliquis discrepant, & in distantia non ita magna sunt a se invicem, medium erit 286, ex quo ellipticitas $\frac{1}{117}$. Sed adhuc hoc medium a pluribus earum octo determinationum plurimum distat.

304. Porro hinc jam patet hasce graduum determinationes non cohærere cum ellipſi Newtoniana, nec vero cum ulla ellipſi utcumque magis, vel minus compressa; nam bini quique gradus eandem *semper ellipſim* deberent exhibere; ex ipso autem eo diffensu patet, nec differentias ipsas proportionales esse sinibus versis latitudinum duplicatarum, quod si haberetur, eadem, ut monui ellipticitas ex binis quibusque gradibus consequeretur.

305. Nonnulli, ut nuperime Eulerus in schediasmate, cuius summam quandam mihi humanissimè communicavit hic Romæ præfens, dum hæc scribo, Condaminius, oblevationibus vim inferunt, ut omnia concilient. Et is quidem gradum Lapponensem, Africanum, Quitensem, mutatio-

Gradus hisce non
cohærente cū ulla
ellipſi.

Conclitio Eu-
leriana, vi ni-
mia oblevatio-
nibus illata.

ne

ne adhibita hexapedatum 19 in singulis, conciliat cum el-lipsi Newtoniana, sed Gallicus Piccardi gradus corrigendus illi est hexapedis 169, quem idcirco sibi maximè suscep-tum esse profitetur, & novas in Gallia mensuras desiderat. At id quidem errorem exposcit intolerabilem sane in gra-du cum ingenti cura definito a peritissimis viris. Nec, vero cum tam multi gradus in Gallia definiti sint per tot bases toties determinatas, per tot astronomicas observationes, qui omnes a mensura, quam Eulerus exposceret, discidunt discrimine adeo immāni, cum a se invicem, & a Piccar-diano illo tanto minus differant, quam ille pro errore requireret, cumque & hie noster in Italia cum Piccardiano satis congruat, nam pro differentia latitudinis $6^{\circ}.23'$ exhibet differentiam in gradibus hexapedarum 95, nimi-rum 15 hexapedarum cūciter, ut par est, in gradus singulos; nullo pacto tam multis observationibus tantam inferre vim licet; quod eo magis evidenter patebit, si ea con-fiderentur, quæ opusculo quarto exposui de limite, citra quem contineri debent errores, qui in mensuris ejusmodi per hæc nostra tempora admitti possint.

Bouguerianahy-pothesis a Caillii gradu ever-sa. Generale pro-bлема determi-nandi curvam ex datis gradibus.

306. Alii ad alias hypotheses configunt, ut Bougue-
gius ad eam, quod graduum incrementa sint, ut quadrato-
quadrata sinuum latitudinis, non ut quadrata tantum-
modo. Sed & eam hypothesim, quæ quidem cum gra-
du Lapponico, Gallico, Piccardiano reformato, ac Qui-
tensi fatis belle consentit, & quæ cum nostro hoc etiam
consentit itidem fatis belle, gradus Caillii ad Promon-
torium Bonæ Spei deseruit, præterquamquod nulla phy-
sicā causā ejusmodi potissimum proportio fulciebatur.
Is quidem generaliter per cálculum infinitesimalē pro-
ponit generalem solutionem problematis, quo data gra-
duum serie inveniatur curva, ex qua casus quosdam par-
ticulares deducit, illum in primis, quem adhibuit tum
quidem cum successu, sed quem Caillii gradus hic demum,
uti monui, prorsus evertit. Ejusmodi problematis generalis
constructionem hic proponam solius Geometriæ ope, ut
supe-

superiora etiam pertractavi, ac ad meam de re tota sententiam, quam primo opusculo proposui post comparationes nonnullas demum delabar.

307. Ad inveniendam curvam meridiani ex datis gradibus consideretur in fig. 25 quadrans FHG curvæ generantis evolutione sua quadrante meridiani ADB . Sit Meridiani ursus a curva evolutâ evolutione.
Tab. 4, Fig. 25

quævis ejus tangens HD occurrens semidiametro æquatoris CA in M , meridiano in D , quæ debet esse æqualis radio circuli curvam osculantis in D , ac arcui HF unum cum primo radio FA . Consideretur arcus ejus curvæ infinitesimus Hb pro continuatione ipsius tangentis, & sint HL , hl , DE perpendicularares AC , & hI parallela eidem.

308. Angulus EMD exprimit latitudinem loci, cum Analyticæ pro invenienda ea curva
lata.

MA producta tendat ad æquatorem, MD ad Zenith. Quare & angulus HbI , qui æquatur interno, & opposito bMI , adeoque EMD , erit æqualis latitudini loci, & erit Hb , ad HI , ut radius ad sinus latitudinis, & Hb ad BI , sive IL , ut radius ad cosinum latitudinis ipsius. Est autem Hb incrementum arcus FH , adeoque & radii circuli osculatoris, qui datur, dato gradu ad latitudinem quamvis. Quare hinc admodum facile deducitur constructio problematis per curvarum quadraturas. Nam ex analogia exposita rectangulum sub Hb , & sinu latitudinis æquatur rectangulo sub radio, & incremento HI ordinatae LH , ac rectangulum sub Hb , & cosinu ejusdem æquatur rectangulo sub radio, & hl , sive LL incremento abscissa FL , adeoque tota ordinata LH æquatur summæ priorum rectangulorum applicatae ad radium, abscissa FL summæ posteriorum, nimirum utraque areae datae, ubi dentur omnes circulorum osculatorum radii respondentes omnibus latitudinibus, applicatae ad rectam datum.

309. Sit nimirum in fig. 26. ADA' quadrans circuli, cuius radius FA sit æqualis radio FA fig. 25 circuli curvam osculantis in æquatore in A definitus a primo gradu sub ipso æquatore, & assumpto pro quavis latitudine, quam Construatio pro ipsa evolutâ, &
eius ope.
Tab. 4, Fig. 25

exprimat in figura 26 arcus AD , radio osculi AH , $A'H'$ in

in recta AF , $A'F$ producta, ducantur DI , HI parallelae AE , $A'E'$ occurrentes sibi invicem in I , & Dl' , Hl' parallelae AE , FA sibi invicem occurrentes in I' , ac per omnia puncta I , I' ducantur curvae FIL , AIM' , quæ datis radiis osculi per latitudines, dabuntur. Accipiatur jam in figura 25 abscissa FL æqualis areae $AFHI'$ figuræ 26 applicatae ad rectam FA , & in eadem fig. 25 ordinata LH æqualis areae FHI figuræ 26 applicatae ad ipsam FA , ac punctum H in fig. 25 erit ad curvam FHG evolutam curvæ quæsitaæ ADB , cui si advolvatur filum per GHF , & addatur FA æqualis illi FA figuræ 26, ejus evolutione describetur curva ADB quæsita.

Demonstratio constructionis Bini casus a Bouguerio considerati. Confensus prioris et pluribus observationibus.

310. Nam Hb , & $H'b$ in fig. 26 debuit esse eadem, ac in fig. 25. Si autem ibidem rectæ DI , di , Dl' , di' occurrant radiis FA , FA' in E , e , E' , e' , erit DE , DE' , sive HI , $H'l'$ sinus, & colinus latitudinis, adeoque areola $I'H'b'i$, & $Ihb'i$ debuit æquari producto ex radio FA , & linea HI , & hb figuræ 25; & proinde tota area $AFHI'$, & FHI illius, toti FL , & HL hujus ductæ in FA utriuslibet, nimirum sola FL , vel HL hujus æqualis areae $AFHI'$, vel FHI illius applicatae ad FA , uti est præstitum.

Solutionis hujus Generalis a Bouguerio propozitæ binii casus ab eo considerati: prius cum quibus congrueret.

311. Huc redit ipsa solutio generalis a Bouguerio etiam proposita, qui multa, quæ ad ipsam generalem solutionem illustrandam pertinent, acutissime persequitur, & plures peculiares hypotheses considerat. Binas autem potissimum excusat, illam, in qua excessus graduum supra primum ab æquatore gradum, sive illæ rectæ FH in fig. nostra 26 sint, ut quadrata sinuum latitudinis, & illam, in qua sint, ut eorum quadrato-quadrata. Primam secutus hypothesis, quæ est illa ipsa, quam Newtoniana requirit theoria, cum elliptica Telluris forma, invenerat ille omnia conspirare, quæ eo usque innotuerant. Gradum meridiani Lapponicum, gradum æquatori proximum, & vero etiam gradum Gallicum Piccardi reformatum per observationes altronomicas Academicorum, qui e circulo polari redierant, ac ipsum definiyerant hexapedis 57183, qui

qui quidem ita reductus , satis belle congruebat cum eadem hypothesi , in qua ipsum illud maxime confirmaverat , quod definita inde magnitudine totius sphæoridis , gradus ille etiam parallelī observatus congruebat intra solas 11 hexapedas cum eo , quem calculus exhibebat .

312. At paullo post constituit certo illud , Picardum non in Astronomicis tantuminodo observationibus errasse , sed etiam in Geodeticis , quæ ibi pluribus vicibus summa cum diligentia repetitæ sunt , ac innotuit demum ipsos Piccardi errores se , raro admodum , & felici successu , compensasse , ac ipsum gradum esse hexapedarum 57074. , quem ille definiverat hexapedis 57060. Tum vero rejicienda ea hypothesis fuit , & alia inquirenda . Invenit autem , hosce tres gradus ejusmodi esse , ut excessus Gallici , & Lapponiensis supra Quitensem sub æquatore sequantur quamproxime rationem quadrato-quadratorum sinuum latitudinis , & hanc hypothesis arripuit , ac in ea problema solvit .

313. Et quidem hic etiam noster Italicus non multum ab eadem hypothesi dissentit . In secunda enim ejus tabula pag: 305 habetur pro latitudine 43° gradus 56961 , cum noster in eadem latitudine sit 57979 , solis 18 hexapedis major , & ille parallelī gradus dissentit itidem parum admodum , qui e Bouguerii tabula deberet esse hexapedarum 41633 , major solis 15 hexapedis invento 41618. Dissentit quidem multo magis postremus Gassini , & Caillii in Gallia , qui est hexapedarum 57049 in latitudine $43^{\circ} . 31'$, cum pro eadem ex Bouguerii tabula eruatur 56969 , nimirum 79 hexapedis minor ; sed id quidem ipsum non multum absterruit , cum nullam ejus discriminis mentionem fecerit , licet 5 annis ante ejus librum Cassini Meridiana prodierit cum iis mensuris . At multo jam magis Caillii gradus ad Promontorium Bonæ Spei ab hac nova ejus hypothesi abludit . Is enim in latitudine $33^{\circ} . 18'$ ex Bouguerii tabula esset 56841 , quem observatio exhibuit

Secunda Bouguerii hypothesis postcorrectionem postremam gradus Piccardi.

Consensus alterius cum eadem : ex de a Caillii gradu everia .

hibuit 57037, fere 200 hexapedis longiorem, quod hanc hypothesim prorsus evertit.

Cailliani gradus 314. Hic Caillii gradus ab illa paioore hypothesi exces-
conclusus est pri-
ore, aliorum dif-
fensus.
suum proportionalium quadratis solis latitudinum multo
sane minus diffensisset. Eum enim prior Bouguerii tabu-
la requirit 56986, discrepantem ab observato per hexa-
pedas 51, quod discrimen multo minus evaderet, si
Quitensis, & Laponiensis gradus corrigerentur nonnihil,
sed Gallicus, ut vidimus, & hic noster Italicus tam im-
mani inde discrimine distant, ut in observationes id ip-
sum rejici nullo modo possit. Quocumque te vertas, ni-
hil certum, sibi constans, & regulare occurrit.

Aliarum hypo-
thesium gravi-
tis tendentis ad
datum centrum in-
utilis perquisita
315. Iis hypothesibus omisis, possent aliae post alias
assumi, quæ pluribus satisfaciant gradibus; & posset ex
observationibus, quas habemus hucusque deduci evolu-
ta illa figuræ 25, assumendo saltem ea sola ejus puncta,
quæ ex gradibus dimensis deducuntur, quæ non ita pau-
ca essent, si gradus omnes assumerentur, quos num. 299
exposuimus, tum inquiri posset in radios osculi cur-
varum, quæ oriuntur ex gravitate ad datum centrum
directa, in quas superiore capite inquisivimus, ut defi-
niretur gravitatis lex, quæ ejusmodi gradus præberet.
Sed hoc postremum ipsum difficultates haberet plures, &
admodum probabile est, legem illam, quæ ejusmodi gra-
dus exhiberet, non consensuram cum incremento gravita-
tis ab æquatore ad polum, quæ sola jam ejusmodi legem
definit.

Irregularitas re-
quista a gradi-
bus aliquando in
majore latitudi-
ne minoribus.
316. Præterea illud irregularitatem summam secum
traheret, quod alicubi in majore distantia ab æquatore
minores sint gradus, nec id quidem tantummodo in exi-
guo tractu, ut in Gallia, ubi in serie numeri 299 habetur
gradus major in latitudine $45^{\circ}, 45'$, quam in latitudine
 $46^{\circ}, 35'$; sed & in majore, cum nimirum gradus Caillii
ad Promontorium Bonæ Spei in latitudine $33^{\circ}, 18'$ sit ma-
jor nostro in Italia in latitudine $43^{\circ}, 1'$, quod quidem ar-
guit

guit vel hemisphaerium australe a nostro boreali admodum diversum , vel curvam illam evolutam figuræ 25 admodum irregularem , quæ nimurum si perpetuo ductu incurvatur versus centrum C , ut figura exhibet , debent gradus ab æquatore ad polum perpetuo crescere .

317. Sed iis omissis noster hic gradus , si comparetur cum Cassiniano in Gallia australi in eadem fere latitudine definito , excludit omnes ejusmodi gravitatis hypotheses ad unicum centrum directæ . Hic enim noster ab illo differt per 69 hexapedas , cum quo intra 7 , vel 8 convenire deberet , cum in ea hypothesi debeat curva circa axem , ut vidimus , circumquaque sui æqualis esse , & similis , quas quidem hypotheses , ut innui etiam , superiore capite , illud quoque excludit , quod singulæ ad singulos effectus explicandos hypotheses configendæ non sunt , a gravitate autem ad unicum punctum directa omnia cœlestia phænomena , quæ mutuam gravitatem requirunt , plurimum abhorreant .

319. Hinc noster hic ipse gradus suadet legem gravitatis , quæ pendeat a positione diversa partium materiæ , vitate pendente in quam tenditur , cum non appareat , a qua alia causa a positione partium materiæ & repeti possit inæqualitas graduum meridiani sub eodem parallelo , nisi a mutata pro materiæ dispositione directione gravium , & cum ea curvatura ab æquilibrio indicata . Favet igitur hic ipse Noster gradus Newtonianæ gravium theoriæ plurimum , a qua quidem omnino etiam excludit homogeneitatem materiæ , ac regularem quandam progressum densitatis vel a centro ad superficiem , vel potius prope superficiem ipsum ab æquatore ad polos , & irregularitatem aliquam indicat in ejus textu . Id ipsum profecto indicat idem ille progressus graduum seriei expositæ num. 299 per Galliam , qui sanè in differentia latitudinis non ita exigua , satis est irregularis , ut patebit solo intuitu , irregularitate omnino multo majore , quam , quæ videatur in hac Astronomiæ luce timeri posse ex observandi methodis , & diligentia . Ip-

Ejusmodi hypo-
theses excludit a
collatione gradus
Romani , & po-
temi Gallici .

sam indicat , vel etiam evincit nostri hujuscē gradus comparatio cum eo Promontorii Bonæ Spei , quo est minor , utut graduum decem intervallo magis distet ab æquatore . Irregularitatē autem ipsi plurimum adhuc magis faciet illud , quod in fine primi opusculi supra innui , exemplum omnium Naturæ operum , quæ quidem in elementis simplicitatem summam præfert ubique , in elementorum aggregatis inæqualitatem affectat .

Perquisitio figurae Telluris e gradibus non aboluta, sed vix inchoata.

320. En igitur , quid de re tota sentiendum mihi videatur : In primis illud mihi persuasum est , quæstionem de magnitudine , & figura Telluris determinanda ex mensura graduum non solum absolutam adhuc non esse , sed esse vix inchoatam . Maupertuisius ex duobus gradibus Lapponiensi , & Gallico rem conseq̄tam arbitratus , Figuram Telluris determinatam Europæ in summam expectationem erectæ nunciavit : at eam determinationem ipse deinde commutavit . Bouguerius aliquanto post ex iisdem principiis , sed aliis assumptis gradibus suo , & Lapponiensi , rem se itidem perfecisse arbitratus primo , consentientibus mensuris aliis , commutare deinde debuit sententiam suam , & mutata hypothesi post mutatam Gallici gradus magnitudinem omnia explicavit , licet nulla ejus hypothœeos physica , ac mechanica ratio reddi posset . Mox Caillii gradus eam hypothesim ipsam funditus evertit , noster autem omnia , quæ huc usque habita fuerant pro indubitate , ut illud , Meridianos omnes æquales esse , pervertit multo magis . Quo plura per observationem definitivimus huc usque in hoc genere , eo magis incerti reddimur de re tota .

Produs ex ejusmodi perquisitionibus jam collectus.

321. Est tamen adhuc ingens hujusmodi perquisitorum fructus huc usque etiam habitus . Primo quidem , quod excludantur hypotheses omnes gravitatis ad datum tendentis centrum , quas hic nos ter gradus excludit . Deinde , ut gravitas mutua in particulas materiæ multo probabilior fiat irregulari hac mutatione curvaturæ curvæ equilibrii , a qua graduum magnitudo desumitur . Præterea

terea & illud , quod adhuc e solis etiam gradibus per mensuram definitis admodum probabile redditur Tellurem ad polos compressam esse ; cum nimurum gradus omnes intermedii , & noster hic , & ille Caillii Africanus , & Gallici omnes minores sint Lapponiensi , majores Qui- tenſi .

322. At quanta potissimum Telluris compressio sit , Quid adhuc incertum. Irregularitas curva et quilibrii. quæ sit forma meridiani cuiusque , qui densitatis progressus a superficie ad centrum , id ex sola graduum dimensione omnino non novimus , nec vero illud , an ingenſus quæpiam habeatur in intimis Terræ visceribus irregularitas in textu materiæ , an inæqualitates hæ omnes , & irregularitatem sint effectus minorum inæqualitatum , quas in superficie cernimus . Quin immo quoniam graduum mensura determinat curvaturam curvæ æquilibrii , ne illud quidem constat , an ipsa æquilibrii curva in se redeat , an infinitis etiam spiris circummagatur , quod sane fieri posset . Si enim per gravium directionem in loco quovis , & per polum concipiatur planum quoddam , & in eo curva linea , quæ ex illo puncto digressa , perpetuo perpendicularis ubique sit ad gravium directiones in omnibus sui punctis , eam irregulariter contorqueri debere patet in mutuæ gravitatis generalis theoria ex ipso montium , ac vallium irregularitate , ac irregulari textu partium Terræ superficie promixarum , quæ ejus curvæ irregularitas tanta etiam esse posset , ut flexum mutaret circulo osculatore in infinitum abeunte alicubi , vel in nihilum , tum etiam in negativum , licet ea curva a sphærica , vel regulari cujusdam ellipſeos forma parum admodum , & vero etiam nihil ad sensum dilcederet , nisi forte actio in totam internam Telluris massam multo minus irregularē magis prævalens actionem ejusmodi irregularitatum minueret . Eam autem contorqueri patet ex ipso graduum inventorum irregulari progressu , quanquam ex iis colligi videatur & illud , cohiberi omnino , & plurimum minui a prævalente illa totius Telluris

ris actione actionem inæqualitatum ejusmodi , cum graduum irregularitas ipsa respectu totorum graduum per quam exigua inventa sit . Adhuc tamen fieri posset , ut æquilibrii curva , curvaturæ ipsius , non ita magna , sed nec omnino insensibili , mutatione continua , post integrum in eo plano gyrum , in se ipsam non rediret , sed illo puncto vel inferior , vel superior in infinitum contorquere tur , quod quidem an accidat , incertum omnino est .

Ex pendulis , & gradibus simul 323. Hæc omnia prorsus incerta sunt , si solas graduum dimensiones consideremus . At si iis conjungamus pendulo-
conjecti posse ir-
regularitatē esse rum isochronorum longitudines , quas huc usque per ob-
superficiei proximam .
servationes satis accuratas habuimus , licebit in primis ,
satis valida conjectura inferre illud , irregularitates in
Telluris textu in superficie potius esse , & prope ipsam ,
quam in intimis ejus visceribus . Illæ enim , ut vidimus
num. 243 multo magis irregulares reddunt graduum di-
mensiones , quam longitudines pendulorum , contra ve-
ro hi ; ac illud jam vidimus , pendulorum longitudines
satis congruere cum regularitate , & Elliptica Telluris
forma , longitudines graduum esse admodum irregulares .

Observationes posse componi cū densitate paribus a centro distan- tissimis pari . 324. Deinde colligi & illud potest , observationes , quæ huc usque habitæ sunt non pugnare cum nucleo ha-
bente densitatem eandem paribus a centro distantiis , quod
quidem nonnulli arbitrantur . Demonstravit Clerautius ,
quod quidem & ex iis patet , quæ demonstravi a num. 221 ,
si differentia gravitatis in æquatore , & polo divisa per
gravitatem totalem exhibeat fractionem majorem , quam
sit $\frac{1}{10}$ totius , quod haberi deberet in casu homogeneitatis , nucleus autem paribus a centro distantiis , eandem
densitatem habeat , & gravitate mutua Newtoniana præ-
ditus sit , debere densitatem medium nuclei esse majo-
rem densitate marium , sed ellipticitatem minorem
quam $\frac{1}{10}$, quæ ab ipsa homogeneitate requiritur . In-
venit autem ejusmodi fractionem majorem revera esse ,
& affirmavit ellipticitudinem minorem erui e graduin-
mensura ; unde intulit , ea duo conciliari non posse , nisi
assuma-

assumatur certa nuclei ipsius ellipticitas. Majorem illam fractionem nos etiam invenimus supra num. 251, nimirum $\frac{1}{76}$. Verum ellipticitatē e gradibus sumendo inter omnes decem determinationes medium, invenimus non majorem $\frac{1}{70}$, sed minorem, nimirum $\frac{1}{75}$. Illa quidem prior fractio $\frac{1}{76}$ requireret ellipticitatē $\frac{1}{33}$ juxta num. 241, minorem adhuc, quam $\frac{1}{75}$; sed adhuc hæc duo manifesta sunt; primo quidem minorem haberi ex omnibus quinque graduum combinationibus simul compositis, ut oportebat; deinde vero exiguo errore in gravium directione, nec ita magno in gravitatis vi orto ex irregularitate Telluris superficiel proxima facile fieri posse, ut immunitā primā fractionē e pendulorum longitudinibus derivata, adeoque auctā ellipticitate, quæ ex ipsa oritur, imminuta vero itidem ellipticitate media, quam graduum combinationes exhibent, res ad æqualitatem, & concordiam reducatur.

325. Sed adhuc exiguis est quinque pendulorum, & quinque graduum rite observatorum numerus. Optandum illud, ut multo plures habeantur observationes utriusque rei; & quod pertinet ad dimensiones graduum, est, quo ipsos multo accuratius, & tutius liberemus ab effectu irregularitatis superficie proximæ. Id obtinebitur primo, si observationes astronomicæ fiant in summis montibus potius, quam in plano. Tum enim, si quid est densioris materiae, vel vacui prope superficiem, id in pendulorum directione, & proinde in graduum mensura, ob obliquitatem respectu ponderis in ecito siti, multo minus deviare poterit instrumentorum astronomicorum pendula. Quod si in omnibus, vel plurimis saltē e stationibus editioribus poligoni fiant observationes astronomicæ, tum vero fortuita illa irregularitate in contrarias partes temere agente, sumendo inter omnes determinationes medium, multo tutius judicari poterit de singulorum graduum mensura. Id & laborem requirit multo sane majorem, & impensas, extractis in ipsis monti-

plures observa-
tiones requiri-
Quid gradū ac-
curaciō dete-
minationi nile-

montibus observatoriolis ligneis, ac diuturniore in iis
mora; at nihil est, quod Astronomorum patientia, &
munificentia Regum superare non possit.

*Si pendula, & gra-
dus non conve-
niant, non ne-
cessario configi-
endum ad nucleū
ellipticum: posse
gravitatis legem
in exigua distan-
tia differen-
tia Newtoniana.*

326. Quod si post plurimas ejusmodi observationes
inveniatur & media fractio e pendulorum longitudine
eruta, & ellipticitas media derivata a gradibus, major,
quam $\frac{1}{10}$, ne tum quidem ad nuclei ellipticitudinem necessaria-
rio configiendum erit. Illa mea secunda hypothesis mas-
sa & centro agentis in ratione distantiarum directa, ellip-
ticitudinem requirit juxta num. 224 semper aequalem fra-
ctioni e gravitate derivatæ. Et quidem si ex decem gra-
duum binariis, rejectis illis binis, quæ num. 303. rejec-
imus, reducatur ellipticitas graduum ad $\frac{1}{19}$, quam pen-
dula isochrona juxta num. 251 exhibent $\frac{1}{19}$, exiguum sa-
ne discrimen inter binas ejusmodi determinationes in-
venitur. Massæ & centro ita agentis hypothesis arbitria-
ria est, & cum cæteris Natura phænomenis nequaquam
consentiens; at & illa ellipticitas nuclei, quæ omnia
conciliet, est itidem arbitria, cum ex plurimis aliis
figuris id ipsum obtineri possit. Ex alia parte nec illud
fatis constare arbitror, an nimium gravitatis lex in hac
vicinia prope superficiem Terræ fatis proximè sequatur
rationem reciprocam duplicatam distantiarum. Ego, qui
vires mutuas punctorum omnium materiæ censeo ab uni-
ca curva linea exprimi omnes, quam in pluribus meis
dissertationibus exposui, censeo, in maximis distantiis,
in quibus Planetæ a Sole distant, & Luna a Terra, ejus-
modi rationem sequi quamproximè; in minimis ab ea in
immensum recedere. Fieri posset, ut in hisce mediis, in
quibus nos in Telluris superficie siti a reliquis ejus parti-
bus distamus, tantum ab ea aberraret, quantum est fatis
ad hoc, ut summa virium æquivaleat actioni nuclei sphæ-
rici paribus a centro distantis homogenei, una cum mas-
sa quadam in centro agente in ratione distantiarum dire-
cta, quod quidem si omnino ita se haberet; omnia fatis
secum invicem congruerent.

327. Accedit, quod & perpetuus quidam regularis progressus densitatis ab æquatore ad polos in strato Telluris satis crasso superficii proximo pendulorum inæqualitatem augere plurimum posset, inæqualitate graduum parum admodum immutata. Nam, ut num. 233. vidimus, massa æquivalens sphæræ habenti radium 8 miliaiorum per integrum lineam penduli longitudinem mutat, quam mutationem stratum perpetuum multo majorem reddit. Idem autem stratum, si perpetua quadam lege ab æquatore ad polos mutetur, vix ullam deviationem penduli parit, cum ea pendeat a sola differentia densitatis ejus strati ad boream, & ad austrum; mensuram autem graduum mutat adhuc multo, ac multo minus, cum ejus mutatio pendeat a sola differentia deviationum penduli jam exiguarum in initio, & sine arcus assumpti.

328. Utraque autem hæc causa, nimirum & recessus aliquis gravitatis a ratione reciproca duplicata distantiarum, & progressus aliquis densitatis in locis superficie Terræ proximis, prout regularis fuerit, & simplex, vel irregularis, & satis composita, explicare etiam poterit id, quod plures pendulorum isochronorum, & graduum observationes exhibebunt, si forte ea duo vel ejusmodi obvenerint, ut quadratis sinuum latitudinis respondeant quidem eorum excessus, sed inter se non convenienter in exhibenda Telluris ellipticitate, & media densitate, vel nec ipsis sinuum quadratis respondeant.

329. Illud omnino hic iterum monendum censeo, vi-
deri mihi evidentissimum fane, compressionem Telluris
ad polos ex observationibus huc usque institutis esse ad-
modum probabilem; irregularitatem curvaturæ ejus super-
ficiei, quæ directioni gravium sit perpendicularis in hac a
centro distantia, in qua nos homines vivimus, esse omni-
no certam; veram figuram superficie regularis cujuspi-
am, ad quam abrasis montibus, & vallibus oppletis, si-
bi proximam reduceretur aspera hæc, & irregularis Ter-
ræ superficies, atque ipsam ejus compressionis magnitu-
dinem esse adhuc maxime incertam.

Quid prefer-
Perpetuus pro-
gressus densi-
tatis ab æquatore
ad polum.

Observationes
futuras per ejus-
modi causas ex-
plicari posse.

Quid certam;
quid adhuc in-
certum sit.

Alia, que cum ellipticitate Telluris connectantur. Exigua species rem perficiendi per Lunæ parallaxes.

330. Diurni laboris, plurimarum observationum; & meditationum fructus erit olim accurata determinatio veræ ellipticitatis Telluris, quam & pendula isochrona, & graduum dimensiones, de quibus egimus, & vero etiam marini æstus phænomena, æquinoctiorum præcessio, Lunæ parallaxes, quæ omnia inde pendent, rite inter se collata determinabunt. Quanquam id, quod ad Lunæ parallaxes pertinet, parum admodum spei mihi conciliat, cum illud reputo, unum milliare elevationis majoris superficie, non nisi unico minuto secundo mutare ipsam horizontalem Lunæ parallaxim, ut adeo eadem parallaxis in Meridiano a tota ellipticitate, quæ Newtono milliaria 17 non excedit, vix 8, vel 10 secundis mutari possit. Ubi autem de phænomeno agitur, quod, ut ejusmodi parallaxis, vix unquam immediate observari potest, sed magna ex parte a lunaribus repeti motibus debet, haud scio, an unquam futurum sit, ut definiri possit intra limites aliquot secundorum. Sed ea omnia longiorrem perquisitionem exposcunt.

Solutio facilior problematis, quo figura queritur ex gradu meridiani, & paralleli. Theorema eo conducens.

331. Iis hic ego omissis finem hujusmodi meditationibus meis imponam, sed in ipso fine exhibebo solutionem admodum expeditam ejus problematis, quod num. 280 affirmavi esse multo sublimius, & cuius analyticam solutionem ibidem innui, problematis nimirum, quo quaeritur species, & magnitudo ellipsoes genitricis ex dato gradu paralleli in una latitudine, & gradu meridiani in alia. Est id quidem altum, si generaliter solvendum sit pro quavis ellipticitate utcumque magna. At si agatur de ellipticitate exigua, qua hic nobis est opus, solutionem habet admodum expeditam, quæ mihi in mentem venit, posteaquam reliqua jam fuerant typis impressa. Pendet autem solutio ab hujusmodi theoremate. *Ubi ellipticitas sit exigua, differentia dimidiit lateris recti axis utriuslibet a semiaaxe altero, ad differentiam ejusdem a normali terminata ad eundem priorem axem, est proxime in ratione duplicata radii ad cosinum latitudinis.*

332. Demonstratur facile id theorema ex eo, quod n. 278 est demonstratum, existente FI normali in fig. 23 rectam FL parallelam CA esse aequalem dimidio lateri recto axis Ee , & HA , HI , HL esse continuè geometricè proportionales. Nam in primis si in CB producta sumatur Cl aequalis dimidio lateri recto FL , erunt CD , CB , Cl continuè proportionales in eadem ratione; adeoque erit Bl ad IL , ut Cl , vel FL ad LH , sive proximè FI ad IH , ut radius ad cosinum latitudinis HIF ; & si FL occurrat ellipti in O , ob FI perpendiculararem arcui IO , & ipsum arcum perquam exiguum, haberi poterit pro recto etiam angulus IOI ; cumque ob LO , IF proxime parallelas habeti possit & ILO pro aequali HIF , erunt similia triangula rectangula LOI , IHF , & erit LI ad LO , itidem ut FI ad IH , sive ut radius ad cosinum latitudinis. Quare erit Bl , nimurum differentia dimidii lateris recti axis Ee a semiaaxe altero CB , ad LO , quæ ob angulum FIO rectum haberi potest pro differentia dimidii lateris recti FL a normali FI , in eadem ratione duplicata.

333. Sit jam dimidium latus rectum $FL = 1$, ejus differentia a CB , sive $Bl = x$, cosinus latitudinis loci I ad radium 1 sit C , loci i sit c , & erit 1. $CC : x$. $LO = CCx$, adeoque normalis FI erit $= 1 - CCx$. Inde autem duo deducuntur. Primo quidem IH , factis, ut 1 ad C , ita $FI = 1 - CCx$ ad $HI = C - C^3 x$: deinde radius circuli osculantis ellipsim in I , qui cum per num. 269 sit quartus continue proportionalis post FL , & FI , differet ab FL proxime per triplam LO , adeoque erit $= 1 - 3CCx$. Quare radius osculi in i erit $1 - 3ccx$. Erit igitur radius paralleli in I , ad radium osculi in i , ut $C - C^3 x$ ad $1 - 3ccx$. Sunt autem ii radii, ut gradus paralleli in I , qui dicatur G , ad gradum meridiani in i , qui dicatur g . Quare habebitur $C - C^3 x : 1 - 3ccx :: G : g$, sive $Cg - C^3 gx = G - 3ccGx$, adeoque $3ccGx - C^3 gx = G - Cg$, & demum $x = \frac{G - Cg}{3ccG - C^3 g}$, quæ fractio exhibet rationem $Bl = x$ ad $Cl = 1$, sive BD ad CB , nimurum ellipticitatem.

Demonstratio
ipius.
Tab. 4, F. 33

Eadem theoria applicata ad alios tres casus, & alia problema-

ta.

334. Si utriusque gradus latitudo sit eadem, erit $C = G - cg$, & formula $x = \frac{cc(3G - cg)}{G - cg}$. Eadem autem methodo solvi potest etiam problema, quo dentur duo gradus binorum parallelorum, vel bini gradus meridiani. In primo casu positis gradibus in I , & $i = G$, & g , erit $C = C^3x$. $c = c^3x$:: $G . g$, & inde $x = \frac{cG - Cg}{c^3G - C^3g}$. In secundo vero casu erit $i = 3CCx$. $i = 3ccx$:: $G . g$, & inde $x = \frac{G - g}{3x(ccG - CCg)}$, quæ formula ob G parum abludentem a g , & $cc - CC = SS - ss$, parum admodum differt ab inventâ numero 289, nimirum $\frac{5}{7}x$.
 $\frac{G - g}{GSS - gss}$. Inde pariter, si detur ellipsis, adeoque Cl , IB , ac ponatur ratio gradus ad radium, sive fractio $\frac{1000}{1000000} = n$, & fiat pro quavis latitudine, cuius cosinus C , gradus meridiani $n(1 - 3CCx)$, & gradus paralleli $n(C - C^3x)$, poterit facile constui tabula graduum utriusque generis pro ellipsoide. Patebit autem defectum graduum meridiani a gradu in polo fore $= 3CCx$, sive, ut quadratum cosinus latitudinis CC . Gradum autem meridiani fore æqualem gradui æquatoris, ubi $n(1 - 3CCx) = n(1 - x)$, sive $3CC = 1$, nimirum quadratum cosinus latitudinis $\frac{5}{7}$ quadrati radii, nempe ipsa latitudo $54^\circ, 44'$.

Solutio alterius 335. Data autem specie ellipsoes, & dato radio osculi in latitudine data, invenitur magnitudo ellipsoes prorsus ut num. 284. Porro si gradus paralleli in Gallia definitus in latitudine $43^\circ, 32'$ hexapedarum 41618 juxta num. 299 ponatur pro G , tum ii gradus Meridiani, qui habentur in tabella n. 301 pro g ; in formula n. 333 obveniunt ellipticitates $\frac{1}{17}, \frac{1}{24}, \frac{1}{36}, \frac{1}{59}, \frac{1}{154}$, quarum media $\frac{1}{17}$. sed gradus paralleli incertus est intra limites nimis crassos.

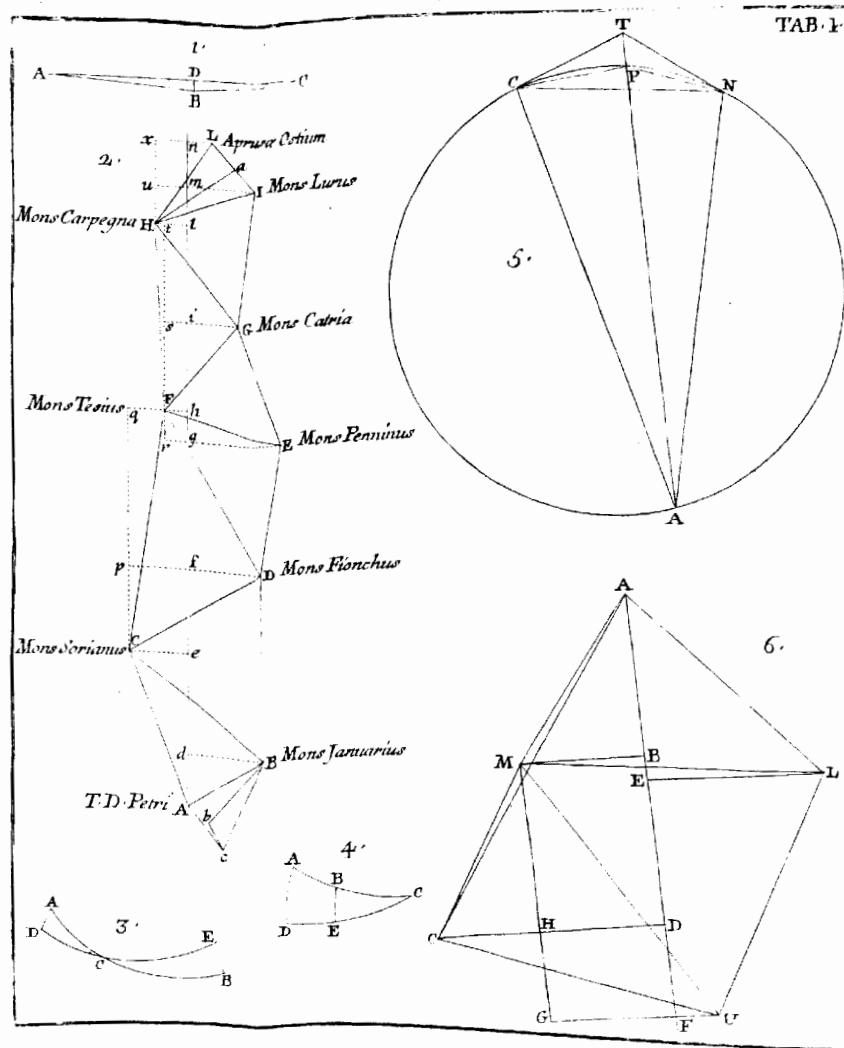
Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.	Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE.
3.	24. que	qua	199.	10. II ^a	II ^a , OO ¹		
7.	1. utrumque	utcumque		17. EE	EE ¹		
21.	, etiam	etiam,	(nor)	200.	29. ii	II ^b	
30.	11. itidem est major	vix quidquam est mi-		205.	4. est	&	
	not; ¹ parallexes	parallexes			21. filo	filo	
35.	1. gradus, & minuta	hexapeda		206.	5. femipollis	semipollis	
41.	18. collimandam	collimandum		207.	18. intefcatione ob	intefcatione a	
44.	11. Interrammanos	Interramnem			31. apura	apertura	
45.	18. posset	non posset		208.	2. civitate	cavitate	
60.	18. diligentia	diligentia		209.	16. superfici	cratisticidic	
	36. perspectum	perspectum		210.	not; ¹ ocularis	objective	
63.	8. acclive	acclive			18. OO ¹ O	OO ¹ O ¹	
65.	8. Circatum	Circum		211.	11. circa H	circa H ^b	
67.	4. flante	flante		213.	1. In	In	
21.	22. conjuximus	conjuximus			15. DnF	NDF	
72.	32. collineabat	collineabat			35. fi	fi-	
73.	6. extimationis	extimationis		not; ¹ Tab. 1	Tab. 2.		
	16. telescopio	telescopio		215.	11. 14 PE ¹	X	
	22. pe	per			16. finem H	finem H ^b	
74.	7. potuit	patuit		216.	19. indicis	indicis	
76.	35. aquo	equo		217.	10. CCG'G'	CG ¹ , GG ¹	
80.	30. im	in		219.	22. affixum	affixum	
82.	23. Romandiolum	Romandiolum		221.	2. pedis	pollicis	
94.	33. apparebant	apparent		224.	6. traversa	transversa	
100.	19. interisse	interisse		224.	17. ipsum ad	ipsum	
102.	30. Barbering	Burghesie		not; ¹ circino	circino		
113.	8. Vulfnia	Vulfnio		225.	19. fig. 4	fig. 4	
	13. Pratolenza	Pratolenze		227.	12. quovis	quivis	
118.	8. aliquanto	aliquando		229.	9. levam	levam	
119.	25. calo	edo		230.	not; ¹ traditi	traditio	
	30. peradī	peradī		233.	5. 31	31	
	35. expeditiones	expeditionis		234.	4. E ¹ ... ED ¹	D ¹ ... ED ¹	
132.	35. primus	primus			12. utilique	utilique	
134.	7. Testim	Tefum		236.	14. Cym ¹	Cycl ¹	
	not; ¹ bali	basi		244.	10. bi'tet ¹¹	bi'tet ¹	
142.	33. distantia	distantia			13. complementi arcus	arcus	
144.	15. nemique	denique		246.	31. AB,	, AB	
153.	4. fore	fore		247.	27. devenient	devenient	
169.	4. foelis.	focis,		249.	31. 1 ¹ . 25 ¹¹	1 ¹ . 20 ¹¹	
171.	10. aliquam	aliquem			33. 1 ¹ . 5 ¹ . 7 ¹	1 ¹ . 5 ¹¹	
173.	7. metueremur	metueremus			34. 16 ¹¹	16 ¹¹ . 1 ¹	
183.	17. alitudinem	altitudinem		250.	2. 100	100 ¹	
192.	not; ¹ Geometricis	Geometris			4. que-	que-	
193.	30. quam	quam		251.	5. 27 ¹¹	31 ¹¹	
194.	1. fig. 3	fig. 13			6. 8 ¹ . 12 ¹¹	8 ¹ . 8 ¹¹	
	4. ferrea	ferrea			8. 8 ¹ . 12 ¹¹ . 8 ¹¹ . 21 ¹¹ 12 ¹¹ . 12 ¹¹ . 12 ¹¹ . 21 ¹¹		
	8. adseritam	adseritam			20. errorum	error	
	28. habere	habere			21.	, illud	illud,
195.	11. fiat	fiat		252.	3. axcessus	axcessus	
	16. faraminibus	faraminibus			4. 28	38	
196.	not; ¹ fims	fitus			18. mini	nihil	
	5. immisit in cam aper-	immisit in cam aper-		253.	35. Eve	five parallelē	
	7. telescopi	telescopii		255.	4. I'E ¹	I ¹ F	

Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE:	Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE:
260.	11.	figura	figura 7	347*	10.	mentis	mentis
261.	18.	PL	PL, vel proximé PL	347*	19.	temeri	timeri
263.	2.	b <small>t</small> ad b <small>t</small>	b <small>t</small> ad b <small>t</small>	348.	15.	Demuntur	Demantur
264.	24.	c <small>e</small> Nam	c <small>e</small> , nam	349.	2.	basis	error
	not.2	a plane	a plane	350.	9.	definita	definita
265.	31.	Z <small>O</small>	Z <small>O</small>	353.	7.	ab	ad
266.	26.	ZL <small>t</small>	ZL <small>t</small>	359.	25.	delle illud aliquo conjugando	
268.	26.	polo	zenith	360.	31.	ad	ad-
272.	34.	xe	ex	362.	16.	IH	IH
273.	3.	promotius	promotius	367.	35.	refus	rebus, angulus ad E
275.	18.	9. 49	0. 49	368.	30.	TX	EX
	21.	fumatur	fumatur	372.	32.	Th	Eb
276.	21.	acecedit	accedit	not.3	addit. Tab. 3,	fig. 19	
279.	2.	s	s	368.	4.	H <small>a</small>	Va
280.	not.2	axem	circa axem	372.	5.	H <small>a</small>	Vi
283.	not.2	schema	schema	374.	22.	H, L	H, I
	21.	CI	ci	372.	4.	Th	Eb
	34.	in leCa	in Ca	374.	16.	BD	CD
284.	4.	333	333	378.	22.	longior	brevior
286.	4.	tranversis	transversis	393.	26.	ad CL	ob CL
288.	4. 5.	ab	ab	394.	28.	F'V	FV
	33.	supponitur	superponitur	396.	27.	KQ	Kq
290.	6.	ipfa	ipfam	398.	4.	VQ A sic	fit
291.	21.	quam	quas	399.	23.	KCr	RCr
	27.	utroque	utroque	404.	11.	= "	n
292.	8.	demilo	demiso	14., 25. 17	(xx + yy)	(xx + yy)	$\frac{1}{2}$
294.	6.	divisoum	divisionum	406.	24.	Fac	Fad
295.	35.	numurus	numerus	407.	33.	QK ²	Q'K ²
300.	36.	differeria	differentia	407.	3.	KQ'	Kq
314.	1.	confusionem	confusionem	407.	32.	CF	qui dratorum CF
	not.1	duplici	duplici	409.	9.	KQ	Kq
317.	3.	finus finus	finus	414.	14.	bas	bas
	4.	dimidi	dimidi	411.	not.	utrumque	utcumque
	6.	dividendo	per conversionem ra-	412.	9.	initio	inito
	32.	radius dimidii aguli	radius	413.	3.	F'K'	FK'
	34.	tangente	tage te dimidii anguli	418.	33.	VQG	VQG
318.	26.	dividendo	per conversionem ra-	420.	23.	ihi ad bo ² , ut mc ²	iHL ad Ho ² , ut MC ²
			tionis	420.	29.	Gf, Gf	GF, GF
	319.	28. oris	ris	422.	2.	elliptice	ellipticæ
320.	17.	altero,	, altero	422.	not.3	continuationis	continuatio
323.	not.2	Tab. 3, Fig. 2	Tab. 1, Fig. 2	425.	2.	quadam	quadam
	12.		3., 12	425.	19.	precisionis	precisioni
327.	27.	BA	BA, Bc	426.	18.	continuum	continuum
333.	23.	EN	MN	428.	8.	& A	& B
	24.	ACE	CAE	429.	not.3	addit. Tab. 4,	Fig. 15, 16
334.	15.	10. 7 ^u	1. 7 ^u	429.	13.	ut	ut fit
339.	not.2	priore	prior e	430.	12.	alteram	, alteram
	27.	7. $\frac{1}{2}$	7. $\frac{1}{2}$	430.	16.	Q&	P, &
342.	not.1	observatione	observations	434.	34.	ad DI	ad dI
	21.	azimuthes	azimuthus	435.	5.	angulis	angulos
343.	30.	ad Ab	ad An ^l	435.	19.	centrum cft	centrum, cft
344.	3.	In	In ^l	436.	4.	cululum	calulum

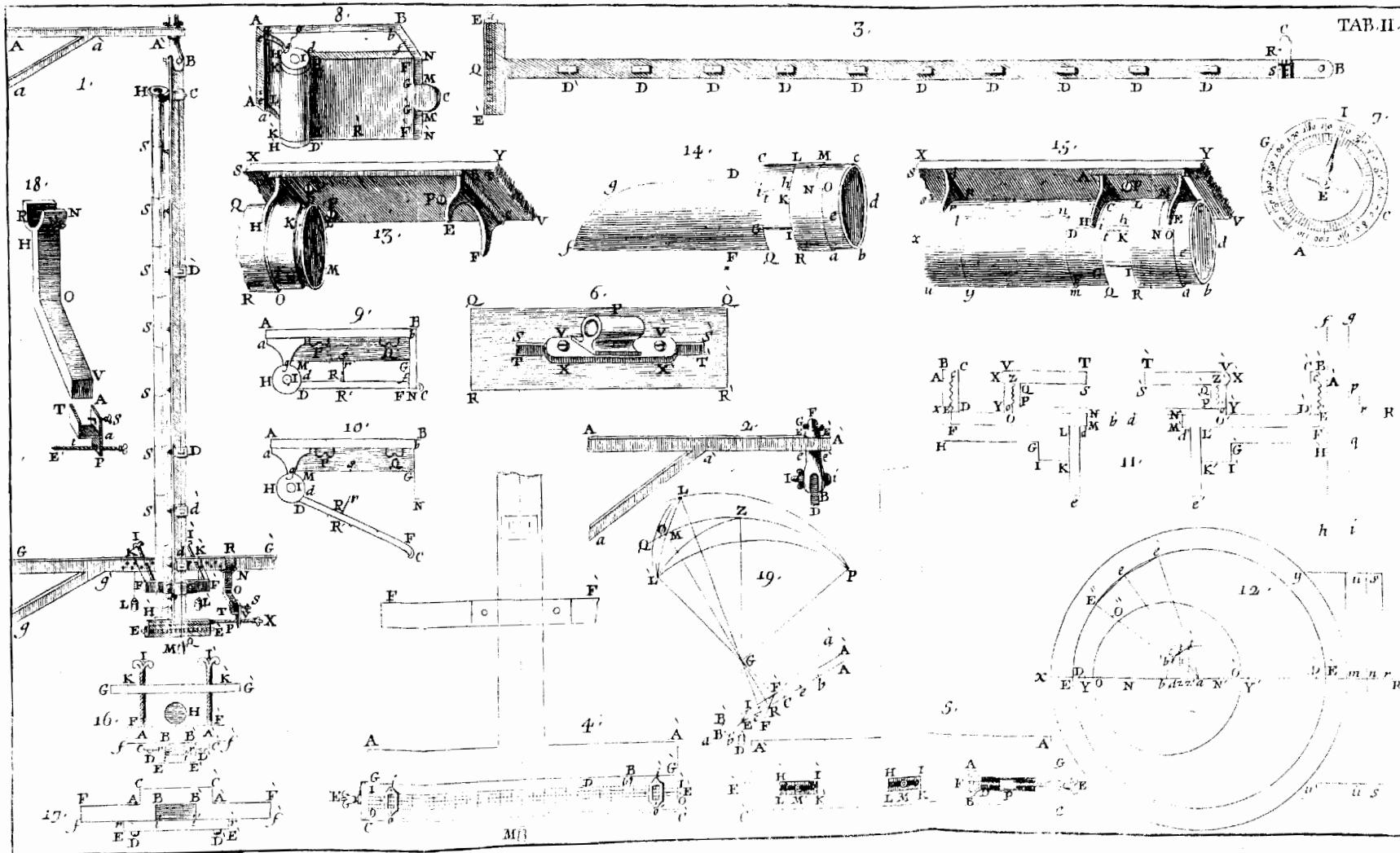
PAG.	LIN.	ERRATA	CORRIGE.	PAG.	LIN.	ERRATA	CORRIGE.
436.	33.	RD	BD	471.	38.	longe	gra
437.	23.	AP	DP	472.	32.	minor	minor,
441.	14.	1 $\frac{1}{3}$	1 $\frac{1}{3}x$	473.	21.	contrahere	producere
443.	11.	atus	arcus	474.	4.	in C	in F
449.	33.	fluidum	solidum	475.	not.1	graduum	quam graduum
451.	9.	amittitur	amittitur	476.	24.	mutari	mutari
452.	not.2	usui	arcu	477.	7.	marium	Terra
453.	13.	cuplicata	duplicata	478.	36.	ampulum	amplum
455.	28.	4300	4300000	479.	not.3	pendulum	pendulorum
	29.	$\frac{1}{2150}$	$\frac{1}{1075000}$	480.	18.	vacuo	vacuo
		trigesima	decimamillefima				$\frac{1}{1}$
	31.	casu casu	casu	481.	not.3	habere eam minus	337 videri magis
457.	21.)	X	gx	482.	21.	aliubi	alicubi
	21.)	P	P	483.	4.	semper	semper
	13.	1640	1740	484.	1.	tum arcu	superficie
460.	19.	$\frac{m}{24}$	$\frac{n}{2m}$	485.	31.	dubitari	cum arcu
461.	1.	ponentetur	ponerentur	486.	16.	tedum	dubitari
	not.2	proximæ	proxima	487.	31.	ac	reduum
462.	10.	racerere	rec edere	488.	23.	ed	ad
	29.	quavis	quam vis	491.	34.	AIC	HAC
463.	14.	vis, quam	, quam	495.	31.	decremeto	decreto
465.	3.	sphæroidis	sphaeroidis	497.	6.	menfuram	mensuram
	6.	ellipticatas	ellipticas	500.	20.	Commentariis	Commentariis
466.	23.	additamenta	+ Additamenta	499.	7.	Cassius	Cassius
467.	14.	3tn ... tn	3tm ... tm	501.	31.	obfervationibus	observationibus
	22.	$\frac{tx}{sp}$	$\frac{tx}{sp}$	502.	21.	Bouguerius	Bouguerius
469.	3.	$\frac{1}{130}$	$\frac{1}{230}$	503.	22.	57979	56979
	11.	hypothefcas	hypothefcas	506.	3.	priore	priore
	14.	hypothefcos	hypothefcos	515.	15.	hucusque	hucusque
470.	15.	20mpl.	20mpf			Ubicunque occurrit	
	19.	solido	fluido			poligonum	polygona
	26.	ellipticitate	ellipticatem			stannum	stannum
						ecliptica	ecliptica
						Thury	Thury

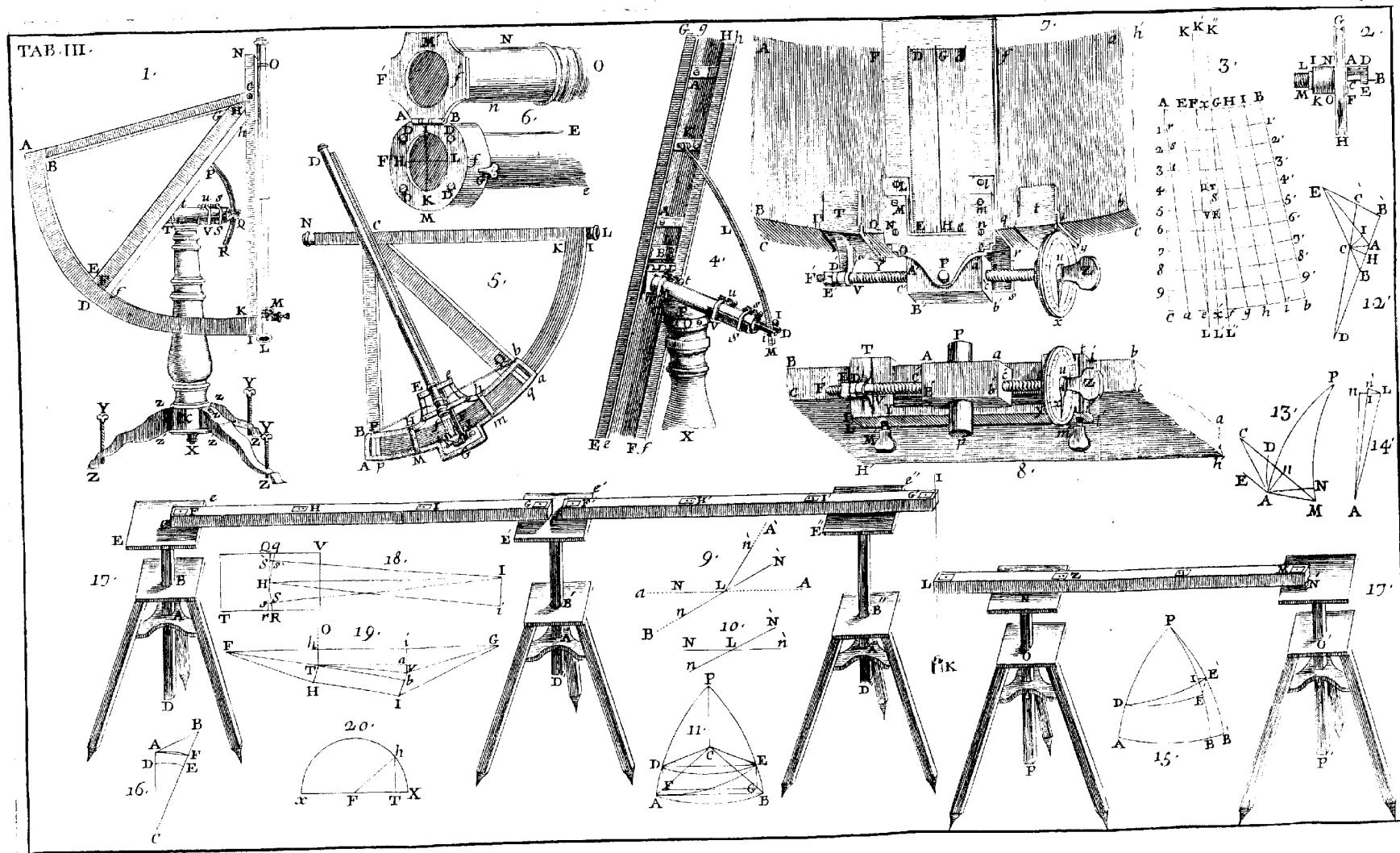
Norit præterea Lector primum illud, pag. 184 litteras V, O, U, promiscue positas esse pro eadem unica littera U adhibita in fig. 6, tab. I. Deinde illud, tabulam, quæ habetur in fine opusculi 3, impressam esse post redditum Mairii Urbino; & idcirco Callii, ac Fori Sempronii loca ibi aliquanto accuratius, ac certius definiri, quam in mappa, & quam essent, cum primi opusculi impressa est pag. 119, in qua de novo ejus excursu in eam plagam mentio fuerat facta.

TAB. I



TAB.II.





TAB.IV.

