

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Digitized by Google

NAZIONALE
B. Prov.
XXI
364
NAPOLI
VITT. EM. III
BIBLIOTECA

BIBLIOTECA PROVINCIALE
42512
Armadio XIII
1002
Palchetto
Num.° d' ordine 94 4858
1792
N.° 3.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

B. Pow.
XXL
364

110

Digitized by Google

Digitized by Google



Aristippus Philosophus Socraticus, naufragio cum ejectus ad Rhodiensium litus animadvertisset Geometrica schemata descripta, exclamavisse ad comites ita dicitur, **Bene speremus, Hominum enim vestigia video.**
Vitruv. Architect. lib. 6. Praef.

delin. M Burghers sculpt. Univ. Oxon.

Digitized by Google

G48829

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

QUÆ SUPERSUNT OMNIA

CUM

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIIS.

ΘΡΟ

EX RECENSIONE

JOSEPHI TORELLI, VERONENSIS,

CUM NOVA VERSIONE LATINA.

ACCEDUNT

LECTIONES VARIANTES EX CODD. MEDICEO ET PARISIENSIBUS.



NAZIONALE "VITTORIO" NAPOLI

OXONII,

E TYPOGRAPHEO CLARENDONIANO.

MDCCXCII.

Digitized by Google

Digitized by Google

LECTORI.

QUID *in Archimede recenſendo præſtiterit* TORELLUS, *qua ratione et modo opus ſuum inſtituerit, ipſius Præfatio luculenter demonſtrat. Eam quidem conſcribebat ille, dum labores ſuos ad finem perducendos, et Editionem ſuam cito in lucem prodituram propiori jam ſpe præcipiebat, quam tamen, morte interveniente, ne prelo quidem commiſit. Interceſſerat illi jam antehac (ex conſilio et hortatu præcipue* Philippi Comitis STANHOPE, *harum literarum Cultoris ſummi ac Patroni) cum Curatoribus Preli Clarendoniani apud* Oxonienſes *de hac ipſa re commercium; neque gravata eſt* Academia Oxonienſis *in patrocinium ſuum recipere quod Euclidi et Apollonio ſuo velut cognationis jure tertium Opus accederet. Rem ea potiſſimum de cauſa abruptam quod* TORELLUS *nolebat Editionis ſuæ curam e manibus ſuis dimittere poſt mortem ejus renovabat* Alberto Albertini *ejus Teſtamenti Curator. Cum enim vidit tanti operis edendi ſumptum intra privati hominis facultates non cadere, arbitrabatur ſe non aliter et publicæ utilitati et amici ſui famæ rectius conſulturum eſſe, quam ſi illud, prout ipſi olim* TORELLO *viſum fuerat,* Academiæ Oxonienſis *fidei commendaret. Omnem itaque Editionis apparatum quem* TORELLUS *ſumma cum cura conquiſiverat, et induſtria plane admirabili digeſſerat, ultro Academiæ dono dedit, illud tantum rogans, ut ea in lucem, quamprimum fieri poſſet, proferretur. Figuras etiam Mathematicas huic operi deſtinatas, ſumptibus Academiæ comparandas eſſe procuravit. Quæ itidem negotia omni ope ſua adjuvit V. Cl.* JOHANNES STRANGE *ex Anglia eo tempore ad Venetos Legatus, qui ut inchoati fuerat olim conſilii particeps, ita ne in irritum evaderet, ſedulo elaboravit. Denique, quod felix fauſtumque ſit, Viri Doctiſſimi eximium opus lubenter excepit* Academia Oxonienſis, *et ad ejus mentem, non tantum quoad ea quæ Schedæ ejus accuratiſſime deſcripta exhibuerunt, viz. operum Archimedis ſeriem, Textus recenſionem, Verſionem Latinam, et * Lectionum Varietatem, &c. ſed etiam quoad Typos et Editionis formam, omnia componi voluit. In manus itaque, Lector, tibi jam tradimus ipſiſſimam* TORELLI *Editionem, qualem ipſe, dum in vivis agebat, eam in publicum proferre deſtinaverat.*

Acceſſit autem Appendicis *loco Auctarium unum atque alterum;*

1mo. "*Commentarius in aliquas Archimedis Propoſitiones De iis quæ in humido vehuntur.*"

Illum qui prius extitit Commandini *Commentarium* TORELLUS *certe in ſuæ Editionis cenſum non retulerat. Etenim* Commandini *hujuſce Tractatûs Editionem præ manibus habens, textum recenſuit et multis in locis emendavit, Commentarium ne uno quidem in loco. Schemata Mathematica quæ textui illuſtrando inſerviant, ligno incidenda procuravit, omiſſis iis quæ Commentarii in uſum requiruntur, numero ſex et viginti; ea inſuper non incidenda eſſe nota qua in hunc finem utebatur in Margine appoſita indicavit; denique ſi in hoc aut illo ſchemate literæ nonnullæ non textus ſed ſolius Commentarii gratia interjectæ fuerint, eas omnes calamo in tranſverſum ducto delevit.*

* Vide TORELLI Præfationem, p. XVI.

Digitized by Google

Ex hiſce indiciis ſatis comparet TORELLUM Commandini *Commentarium in ſuam Editionem non recepturum fuiſſe, nimia ut videtur ejus prolixitate commotum. Novum de ſuo nondum excogitaverat. Aliquo autem commentario opus eſſe ſatis liquet, cum pro cognitis ſumantur neceſſe eſt in iſto Archimedis tractatu Parabolæ affectiones nonnullæ, quæ neque per ſe conſtant, neque apud Archimedem aut Apollonium alibi demonſtrantur. In ſupplementum igitur operis* TORELLIANI, *hunc quem in Appendicem retulimus, de ſuo ſuffecit* Abramus Robertſon *A. M. ex Æde Chriſti, cui etiam ab Academia tota hujus Editionis adminiſtrandæ et preli corrigendi cura demandata eſt.*

Sequitur 2^do^. *Varietas Lectionum ex Codicibus Mediceo et quatuor Pariſienſibus.*

De Mediceo Vir Cl. A. M. Bandinius, *cujus opera in inſtituenda hac Collatione uſi ſumus, hæc habet:*

" *Eſt Codex meo quidem judicio valde inſignis, ſcriptus nitidiſſime in membrana, in* 4^to^. *majori,* " *ſæculo* xiii, *eoque potius ineunte, quam exeunte, ſine ullis accentibus, et cum ſpiritibus valde raris,* " *iiſque vetuſto more formatis, ut in variantibus ipſis, ubi ipſi inciderunt, videre eſt; charactere* " *interdum ita complexo, ut unico calami ductu, duæ, vel tres voces ſimul conjungantur, quod in* " *præpoſitionibus, ut plurimum, uſu venit: ſcribit enim* επιθατερα *pro* επι θατερα; διατου *pro* " διατου, *&c. Habet præterea nexus quoſdam, quales in aliis Codicibus non ita facile obvii fiant,* " *videlicet* ⁒ *pro* ἐϛὶν, ⁒. *pro* εἰσὶν, ·ϛ· *pro* εἶναι, ῳ *pro* ἔϛω, ῳ̃ *pro* ἔϛωσαν, ϡ *pro* ἔϛαι, ϯ⁒ *pro* " τουτεϛιν, ὴ *pro* ἴσον, αλλ᾽ *pro* αλλ᾽ ὃν, ⁊ *pro* πρὸς, *&c. Titulos librorum exhibet charactere pæne* " *quadrato exaratos, et ſchemata accuratiſſime delineata. Denique, quod præcipuum eſt, ex optimo* " *exemplari defluxiſſe crediderim.*"

Quod Codicum etiam Pariſienſium Variantibus Lectionibus Editionem noſtram locupletavimus, lubenter profitemur non minima ex parte deberi illuſtrium Virorum benevolentiæ Hon^mi^ Georgii Comitis Gower, *et illius qui exteris apud Regem Gallicum negotiis uno vel altero abhinc anno præfectus eſt, Ill^mi^* Comitis de Montmorin. *Nam ut noſter ille Magnæ Britanniæ Regis in Galliam Legatus, nihil antiquius habuit quam ut votis* Academiæ Oxonienſis, *quam et ipſe non ita pridem ornarat, omni ope ſua obſecundaret, ita et alterum, ubi de finibus doctrinæ proferendis agebatur, conſilii ſui adjutorem facillime nactus eſt; qui itaque ad Archimedem illuſtrandum eum Codicum uſum, qui vel commodus eſſet quam maxume, ut erat tunc temporis munus ejus atque auctoritas, humaniſſime ſuppeditari voluit.*

Hi Codices ii ſunt, qui in Bibliothecâ Regiâ numeris 2359, 2360, 2361, 2362 *deſignantur, qui etiam in ejuſdem Catalogo ita recenſentur.*

2359. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur*

1^mo^. *Archimedis de Sphæra et Cylindro libri duo.*
2^do^. *Idem de Circuli Dimenſione.*
3^to^. *Idem de Conoidibus et Sphæroidibus.*
4^to^. *Idem de Lineis Spiralibus.*
5^to^. *Ejuſdem de Planis Æquiponderantibus libri duo.*
6^to^. *Ejuſdem Pſammites, ſeu de numero arenæ.*
7^mo^. *Ejuſdem Quadratura Parabolæ.*
8^vo^. *Eutocius Aſcalonita in Archimedis libros duos de Sphæra.*
9^no^. *Idem in Circuli Dimenſionem.*
10^mo^. *Idem in libros duos de Planis Æquiponderantibus.*

Is Codex duorum librariorum manu diverſa, ſæculo decimo ſexto exaratus videtur. Quædam et a tertio librario ſcripta ſunt.

2630. *Codex*

Digitized by Google

2360. *Codex chartaceus, olim Mediceus, quo continentur Archimedis, et Eutocii tractatus ſupra memorati.*

Is Codex, e vetere quodam Alberti Pii, Carpenſis, *exemplari quod penes* Georgium Vallam *antea fuerat, deſcriptus fertur. Nec abs re fuerit huc afferre, quæ de eximio illo antiquitatis monumento memoriæ prodidit* Gulielmus Philander *ad Lib.* 9. *Vitruvii cap.* 3. " *Hæc ego,* " *inquit, ſcripſeram, cum beneficio* Rodolphi Pii, Carporum Cardinalis, *facta eſt mihi copia videndi* " *exſcribendique (curante id Mæcenate meo) Archimedis de Sphæra et Cylindro cum enarratione* " *Eutocii volumen, ornamento futurum auguſtiſſimæ illi et inſtructiſſimæ Bibliothecæ, quam tu, toto* " *orbe terrarum maximis ſumptibus conquiſitis omnium diſciplinarum et linguarum libris, Franciſce* " *Regum potentiſſime et Chriſtianiſſime, ad Fontem Bleeium ſive Fontembellum aut Callirrhoen* " *dicere mavis, inſtituiſti: Id volumen Georgii Vallæ fuerat, in quo præter linguæ Doricæ pro-* " *prietatem et omiſſionem ſpirituum atque accentuum, quæ in legendo nonnihil exhibuerunt difficul-* " *tatis, occurrunt ſubinde ſyllabarum et dictionum notæ, quæ ne a Græcis quidem ipſis ſatis agnoſ-* *cuntur.*" *E quibus verbis noſtrum hunc Codicem a* Philandro *exaratum non temere conjicias* *.

2361. *Codex chartaceus, Fonteblandenſis, quo præter Archimedis et Eutocii opera, de quibus ſupra, continetur Heronis liber de menſuris. In fine capita duo, unum de ponderibus, alterum de menſuris, quæ incertum eſt an et ipſa ad librum Heronis pertineant. Præfixus index Græcus, manu*

* *Hujuſce Codicis Epigraphe ſic ſe habet,*

Ταῦτα ἐξεγράφη ἀπὸ τῆ ἀντιγράφῳ ἐκείνῃ παλαιοτάτῃ ὃ πρότερον κτῆμα ὂν τῆ Γεωργίῳ τῆ βάλλα ὕστερον τῆ ἐπιφανεςάτου ἄρχοντος Ἀλβέρτου υἱῆ τῆ καρπαίῳ ἐγένετο· ὃ μὲν ἀντιγράφον ὡς εἰρήκαμεν παλαιότατον ἦν πλείςην δὲ καὶ ἀμέτρητον ἔχον ἀσάφειαν ἐκ τῶν σφαισμάτων· ὥςε ἀναρίθμητα χωρία μὴδὲ σαφηνίσασθαι μηδαμῶς· περὶ δὲ τὰς καταγραφὰς πολλῶν ὄντων καὶ ἄλλων ἁμαρτημάτων ταῦτα ἦν πυκνότερα τὰ ὑπογεγραμμένα· στοιχεῖα δηλαδὴ ἀντὶ στοιχείων

χ	ἀντὶ τῆ κ κὴ ἀνάπαλιν	η	ἀντὶ τῆ ν κὴ ἀνάπαλιν	ξ	ἀντὶ τῆ ξ κὴ ἀνάπαλιν
θ	ἀντὶ τῆ β κὴ ἀνάπαλιν	α	ἀντὶ τῆ λ κὴ ἀνάπαλιν		

ἦν δὲ ἐν τῶ αὐτῶ ἀντιγράφῳ καὶ τίνα ἴδια χαρακτηρίσματα σύντομίας χάριν τῆς ἐν τῷ γράφειν· τὰ δέ·

ϖ	περ.
⁊	οις· οἷον τ⁊ τοις.
ϗ	και· ἀλλως ς· και.
ς	ης οἷον ⁊ της.
ῑ	ἴσαι· ῑ̈· ἴσος· ῑ̈· ἴσον· καὶ τἄλλα ὡσαύτως· ῑ̈· ἴσας· ῑ̈· ἴσον.
ϖ	ων· οἷον ϖ̂ των.
ϑ	ουν.
ϟ	εϛὶν· ϟ· εϛαι· ϟ· εϛαι· ϒ· αι· οιον· ϗ· και· φιρισθϒ· φιρισθαι.
ϟ	εἶναι· ἢ ἔτως ϟ· ειναι.
ϟ	εισὶν.
ϧ	ἴν· και ην· ὡς ἐχῡσ· ἐχουσιν· και ϧ̂ την.
ι	ον· ὡς ι̂· τον.
ω	ως· οἷον ϖ̄· πως.
ϲ	αν· μουϑ· μουσαν· ϲ· ας· ϲ̄· τας.
ο	ος· οἷον ουτ̊· ουτος.
υ	ου· οἷον ῡ· του.

πάντων δὲ πυκνότατα ἦν τάδε.

ϵ	πρὸς· ϵκείσθωσαν· προσκείσθωσαν.
ϐ	οὕτως.
γ†	γὰρ.
γ‡	γίνεται.
ψ	ἄρα.
ϖ	ἔϛω· καὶ ϖ̄· ἔϛωσαν.
σ	οτῖ· σ· οτῖ· καὶ σ. ὅτῖ· ὅλον δὲ ἐτύγχανεν ὂν ἄνευ προσωδίᾶν· εἰ μὴ ἐν ὀλίγοις χάριν διαφορᾶς.

Ex horum ſignorum convenientia cum iis quos in Codice Mediceo obſervavit Bandinius, facilis eſt conjectura utrumque ab eodem exemplari defluxiſſe, cujus rei etiam fidem facit, quod Variæ Lectiones in utroque fere eædem ſunt.

Conſtantini

Digitized by Google

Conſtantini Palæocappæ ; *præfixus item index Latinus, manu Auveri. — Ibidem folio verſo deſcripti verſus Claudiani, in Archimedis ſphæram, ibidem et manu quoque eadem, præfatio brevis* Georgii Armeniaci *.

Is Codex manu Chriſtophori Auveri, *ſumptibus vero* Georgii Armeniaci *anno Chriſti* 1544 *exaratus eſt.*

2362. *Codex chartaceus, Fonteblandenſis, quo continentur Archimedis et Eutocii opera, de quibus ſupra.*

Is Codex ſæculo decimo ſexto exaratus videtur.

* *Ita ſcilicet præfatur Librarius,*

Ne te offendat, ſtudioſe lector, hunc Authorem citra ullam ipſius commendationem aut præfationem aliquam videre : ita prima folii facies in veteri exemplari unde hoc deſcriptum eſt, vetuſtate conſumpta et extrita fuit, ut ne Archimedis quidem nomen agnoſci potuerit : nec tum aliud Romæ reſtabat quo reſtitui hoc πρόσωπον poſſet. Carebat in univerſum et ſpiritus et accentus omni nota ; reliquis partibus integrum et abſolutum, niſi quod ἥρωνος de menſuris poſtremi folii ſecunda pagina itidem ut Archimedis penitus obliterata fuerit. Quo tamen commendatione ejuſmodi Authoris etiam Gallia lætaretur, malui potius quoquo modo ejus tibi copiam meo ſumptu fieri, quam Mathematices amatoribus in hac parte mea culpa videri negligentior.

Ad finem Codicis ſubjicitur Epigraphe quæ ſequitur,

Τίλ☉ ἐπέθηκε τούτῳ τῷ συντάγματι Χριστόφορος ὁ ἀυέρος γερμανὸς τῇ πρώτῃ ἡμέρᾳ τοῦ χϊλϊοστοῦ πεντακοσιοστοῦ καὶ τισσαρακοστοῦ τετάρτου, Δαπανήματι τοῦ εὐσεβεστάτου τῶ ῥουθένων ἐπϊσκόπου γεωργίου ἀρμαξιακοῦ τότε πρὸς παῦλον τὸ τρίτου τῆς ἁγίας ἐκκλησίας τὴν διοίκησιν οἰκονομοῦντα ἐν τῇ ῥώμῃ παρὰ φραγκίσκῳ τῷ κελτῶν βασιλίως ἐγκεκωμιασμένως πρεσβεύοντ☉ :——

DABAMUS EX ÆDIBUS CLARENDONIANIS
JUNII 22, MDCCXCII.

ELENCHUS

Digitized by Google

ELENCHUS OPERUM.

PAG.

Clementis Sibiliati de Vita ac Studiis Joſephi Torelli Veronenſis Commentarium. i

Præfatio Joſephi Torelli. xi

ARCHIMEDIS

De Planorum Æquilibriis Liber Primus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 1

Quadratura Paraboles. 17

De Planorum Æquilibriis Liber Secundus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 35

De Sphæra et Cylindro Liber Primus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 63

De Sphæra et Cylindro Liber Secundus, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 131

Circuli Dimenſio, cum Commentariis Eutocii Aſcalonitæ. 203

De Helicibus. 217

De Conoidibus et Sphæroidibus, cum Torelli Commentario in Prop. 12. 257

Arenarius. 319

De iis quæ in Humido vehuntur Liber Primus. 333

De iis quæ in Humido vehuntur Liber Secundus. 339

Lemmata. 355

Opera Mechanica, ut cujuſque mentio ab antiquis Scriptoribus facta eſt. 363

APPENDIX.

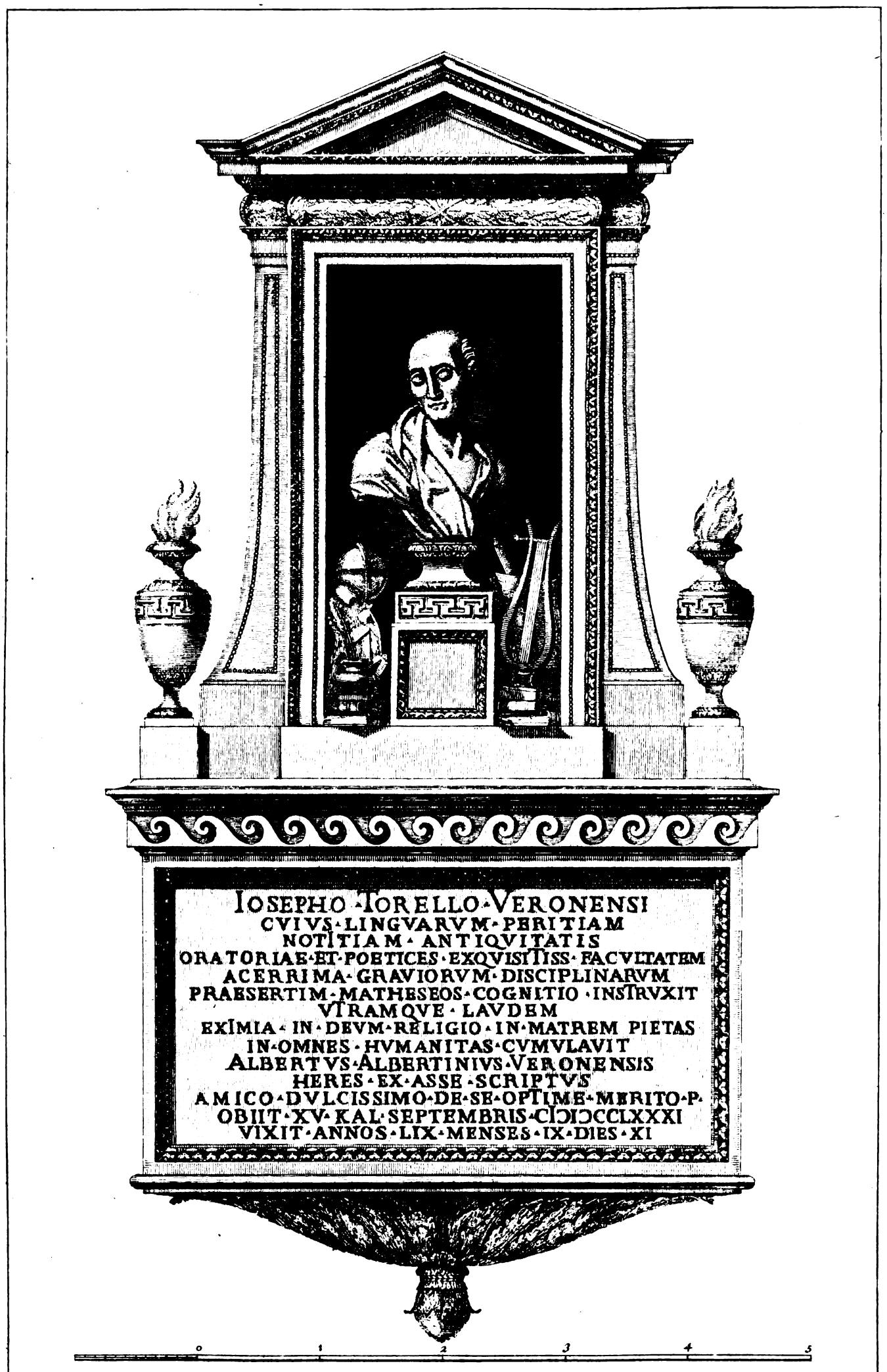
Commentarius in aliquas Archimedis Propoſitiones de iis quæ in Humido vehuntur. 373

Lectiones Variantes Codicis Florentini. 379

Lectiones Variantes Codicum Pariſienſium. 421

Digitized by Google

Digitized by Google



Michael Angelus Castellanzæ delineavit *Franciscus Piranesi incidit*

Digitized by Google

Digitized by Google

CLEMENTIS SIBILIATI,

IN PATRIO PATAVINO LYCEO

RHETORIS AC PHILOLOGI,

DE VITA AC STUDIIS

JOSEPHI TORELLI

VERONENSIS

COMMENTARIUM.

PERVETUS querela eſt, et ab Homeri ætate ad noſtram uſque ſermunculis propagata, Mundi ſeneſcentis vitio et ineluctabili diſſolvendi ſui neceſſitati obviam euntis debilitari ſenſim omnia, Naturamque effœtam viribus minores imbecillioreſque fœtus in dies progignere tum corporum tum animorum. Eos, qui talia venditent, aut inconſiderati judicii accuſandos cenſeo, qui opinionem vix dignam auribus anicularum temere imbiberint, aut malevoli ingenii, qui priſcorum ſæculorum atque hominum prædicatione, ætatis, qua vivunt felicitati, et eorum, quibuſcum vivunt, gloriæ tacite obtrectent. Nam cum aſpectabilem hanc cœli terræque molem eadem, quæ condidit, divina virtus ac ſapientia per univerſas infuſa partes conſervet, ſingulares quidem res ſibi invicem ſuccedentes ortæ occidunt, et auctæ decreſcunt, at in ſua ſe per veſtigia circumagens rerum ordo retro ſublapſus referri nequit, nec fatiſcere Natura communis, quam divina illa fatigari neſcia virtus ſuſtinet, et immutabili prorſus æternitate tuetur. Sed multo minus languorem ac ſenium hominum ingeniis obrepere exiſtimemus, cum animi firmiſſimo atque immortali naturæ robore ſepti, temporum viciſſitudinibus obnoxii eſſe non poſſint, cum temporis ſint expertes. Conticeſcant igitur paſſim jactatæ voces defeciſſe hac noſtra ætate Philoſophos, Juriſconſultos, Mathematicos, Medicos, Oratores, quorum tam uberem ſegetem præteritæ ætates effuderint. Nam præter quam quod præpoſteræ mentis eſt breviſſimam ætatem hanc, quam fugientes veluti prætervehimur, cum omnibus retro actis ſæculis conferre, ſi quid noſtris temporibus detrimenti cepit literaria res, non inde cauſa arceſſenda, quod nobis Natura defuerit, ſed quod nos ipſi Naturæ deſimus, ejuſque dona aut fruſtremur nihil agendo, aut aliud agendo intervertamus. Quocirca præter alias cauſas, quas docti viri attulerunt, hoc etiam nomine magnam iis habendam gratiam arbitror, qui non

Digitized by Google

ujus aut alterius tantum eminentiſſimi ingenii, ſed multorum virorum ſcientia, aut literis, aut ingenua arte aliqua præſtantium elogia ſcriptis tradiderunt, ac tradere porro pergunt. Quos inter Angelus Fabronius, Piſanæ Academiæ Moderator, vitas Italorum noſtra aut avorum noſtrorum memoria doctrina excellentium duodecim adhuc voluminibus cedro linendis perſecutus, retruſas Italas opes ac veluti complicatas eduxit, evolvit, et in oculis totius Europæ defixit, nunquamque interituram nominis ſui famam cum eorum, de quibus ſcripſit, immortalitate communicavit. Hiſtoricorum quippe voce ac fide hominum virtus ac ſcientia anguſto circumſcripta loco, breviſſimæque hominum vitæ alligata protenditur latius, ac diutiſſime prorogatur, efficiturque ut defendat numerus, refutetque immerito illatam Naturæ injuriam, quaſi novis malignius conſultum voluerit quam antiquis. Quæ ſane cogitatio menti occurſans, acriores volenti ſtimulos admovet, ut quædam de JOSEPHI TORELLI vita, ſtudiis, moribus, ſcriptis proloquar, ut qui non diu vixit, nec unquam e patriis Laribus pedem extulit, fato functus in longinquas terras nominis ſui commendatione, dum bonæ loquentur literæ, excurrat.

VERONAM pernobilem Venetorum Urbem, et natura ſoli cælique adſpirante præſtantium ingeniorum ſine intermiſſione fœcundam ſortitus eſt Patriam JOSEPHUS TORELLUS, qui honeſto prognatus genere anno 1721, tertio nonas Novembris, in vitam ingreſſus eſt. Patrem habuit Lucam Torellum, qui mercaturam faciebat, quam artem ignobilem nemo dixerit, niſi qui luxu ac deſidia nobilitatem metitur. Matrem nactus eſt Antoniam Albertiniam, Venetam mulierem egregie cordatam ac priſci moris, in quam mox vicaria patris quoque cura conceſſit, cum illum immatura mors familiæ ac filiolo ſuſtuliſſet. Ingeminato igitur officii munere, maternamque facilitatem paterna gravitate roborans, piis doctiſque viris, quos Somaſchos dicimus, alendum, primiſque literarum rudimentis imbuendum tradidit, dein Ballerinis Fratribus plenius erudiendum concredidit, qui præ ſumma, qua pollebant ſapientia, ſpectatis pueritiæ velut auſpiciis, ac tanquam ſervato cœlo ſpem reliqui temporis præcipientes morigeram Matrem cohortati ſunt, ut in Athenæum Patavinum quam primum mitteret, ac nihil non ſibi de ejus ingenio ac diligentia polliceretur. Florebat tunc quoque Gymnaſium hoc noſtrum magnorum Doctorum copia ac celebritate, quam nunc etiam male feriatorum voculæ adaugent, non ut illos, reor, nihil jam ſenſuros demerentur, ſed ut inducta comparatione præſentibus detrahant. Id ipſum, me puero, jactari conſueviſſe commemini, nempe illos qui ſuperiore ætate ſcholas rexiſſent ingenio ac ſcientia anteſtetiſſe iis ipſis, quos TORELLUS et ego tunc temporis audiebamus. Venit ille, atque ita toto quadriennii ſpatio perdius ac pernox in ſtudiis evigilavit, nulla ut ei temporis particula vacaret ab auditione, lectione, ſcriptione, commentatione; tantumque diligentiæ tribueret, ac ſi non maxima ingenio, quod illi magnum inerat, gratia habenda videretur. Una diſcendi cupiditas in locum aliarum cupiditatum omnium immigraverat, quibus reſtinctis aut conſopitis, nil mirum ſi integerrima quoque vitæ innocentia inter æquales præcelleret, feſtinataque maturitate non longe abeſſet ab Anteceſſorum gravitate atque prudentia. Hinc hi certatim illum non laudare ſolum, ſed etiam parentum inſtar omnibus officiis complecti, cum illo verſari familiariter, de arte, quam profitebantur, ſermones ſerere, acroaſes, quas publice eſſent habituri, domi prælegere; quod inter cæteros Cl. Morgagnium conſueviſſe compertum eſt, atque adeo libros in lucem edere ejuſdem nomini nuncupatos, quod præſtitit doctiſſimus idemque elegantiſſimus Hercules Dandinus Pandectarum Interpres, quo potiſſimum Duce in Juriſprudentiæ caſtris TORELLUS ſtipendia merebat. Non ita tamen ampliſſimæ huic Diſciplinæ ſe totum addixerat, quin verſatili, ut erat, ac multivolo ingenio ad alias quoque partitis vicibus applicaret ſeſe, et eo quidem fructu, ut de quacumque ſermo incidiſſet in ea una ſeparatim elaboraſſe judicaretur. Doctoris titulo et inſignibus auctus, Patriæ atque amantiſſimæ Parenti redditus, cum extremus atque unicus familiæ ſuæ

Digitized by Google

ſuæ ſupereſſet, juris plane ſui iiſque fortunæ bonis inſtructus, quibus abuti ad vitæ mollitiem ac vitiorum illecebras potuiſſet, Ithacenſium exemplo non cera ſed ratione ſibi obturatis auribus Sirenios ſcopulos, ad quos fere ſeſe juventus omnis allidit, quam velociſſimo curſu præternavigavit, ſeque totum in ſtudia bonarum Artium abdens et otium malorum peſſimum effugit, et animum multiplici doctrinarum ac virtutum ſupellectile locupletavit. Ac illud ſtatim deliberatum habens, ut uberes animo excepti ſatus ad pleniorem frugem feliciter adoleſcerent, redintegrare inſtituit et acrius urgere literarium curriculum, quod ſe plane abſolviſſe cenſent plerique adoleſcentuli, ubi eos laurea atque annulus honeſtaverint; quaſi vero hæc complementa ſint non invitamenta laboris et gloriæ. Cum autem nullam artem factitare decreviſſet, nullique addictus ſcholaſtico muneri cogitare atque agere rem aliam ex alia quotidie pro lubitu poſſet, non ab ingenio inſtitutoque ſuo receſſit, ſed curas cogitationeſque in multa ſubinde diſpertiit, fructuoſe et laudabiliter tamen, quoniam ea firmiſſima præjecerat fundamenta, eos ſubſtraverat ſcanſiles gradus, quibus non appoſitis, vel neglectis, inædificata deinceps ſtudiorum moles labatur et corruat neceſſe ſit. Quibus exemplis non utinam ſcateret ætas hæc noſtra, quæ ſeſe φιλοσοφωτάτην venditat, qua homines paſſim primorum elementorum rudes, quive nullum doctrinæ genus obtinent, aut ipſum tantum lacinia, in tutelam ſeſe ac fidem Encyclopedici alicujus Lexici recipientes in immenſo vadoſoque ſcientiarum atque artium veluti ſalo jactantur potius quam navigant. Quamvis autem Juriſperiti nomen exercitationemque defugeret, non tamen utriuſque juris ſtudio nuncium remiſit, imo nonnulla de Legibus ad Tullianam lucernam elucubrarat, neſcio quo fato dolendo certe intercepta. Hebrææ Linguæ, Græcæ, Latinæ, Italæ multum temporis ac vigiliarum impertiit, duabus illis prioribus ut eas probe intelligeret, duabus reliquis, ut ad uſum ſcriptionemque transferret. His adjecit Gallicam, Hiſpanam, Anglam, at hanc eo perfectius perdidicit quo lubentius. Ut enim Britannos homines maxime diligebat, ita Scriptores perdite amabat, et pervolutabat aſſidue; e quorum lectione præter vim proprietatemque ſermonis, mentis quoque ac pectoris excelſitatem roburque eliciebat gentem præ ſe ferens libertati natam et imperio. Imo pruriebat ei animus denuo reddendi hetruſcis carminibus Miltoni epicum poema, ut Rolliannæ interpretationis labeculis ac σφαλμάσι mederetur, idque jam inchoarat loca quædam ſelectiora carptim decerpens tum ad ſpecimen reliqui operis, tum fortaſſe ut quam ſimillimo munere remuneraretur Miltonum ipſum, qui ut Italæ nationis amiciſſimus, ita noſtratis linguæ apprime callens aliquot olim Dantis atque Areoſti eminentiora loca anglicis verbis numeriſque reddiderat. Ethicen, Metaphyſicen atque adeo diſceptatricem Theologiam cognitam habere voluit, non amore magis quam more ductus, cum in ea incidiſſet tempora, quibus concertationes de jejunio, de uſura, de magica arte, de probabilitate in moribus regundis Veronæ vigebant, ſeu potius dixerim, graſſabantur. Hiſtoriam priſcorum hominum ac populorum ſibi prope vectigalem fecerat, facem ubique præferentibus Chronologia, Geographia, et Arte Critices. Quam artem, qua ſuppoſititia a genuinis, interpolata ab integris, optima a ſequioribus internoſcuntur, ſecum circumtulit conſiliariam et adminiſtram, ad alias quoque diſciplinarum provincias obeundas, ut citius quis illi reliqua ingenii ornamenta denegaſſet, quam limatum acerrimumque judicium non conceſſiſſet. Muſicen non leviter attigit, non quidem ut caneret ipſe aut pſalleret, ſed ut totam canendi pſallendique rationem, quam plerique ſenſu tantum percipiunt, ipſe intellectu etiam ſequi et aſſequi poſſet. Probabat ille tamen in vocum neryorumque modis non tinnulos ſed graves, non ſubſultantes inerrantibus numeris, ſed in varietate eodem ſemper redeuntes, non aurium tenus vim terminantes ſuam, ſed illabentes in ima pectoris, cienteſque modo hos affectus, modo illos, pro ut res ipſa poſcat, aut poeſis præeundo imperet. Quod ſane genus, ut ita dicam, eloquens, flexanimum naturæ ac veritati conſonum

Pata-

Digitized by Google

Patavii proxime a Tartinio et Vallotio, Venetiis a Benedicto Marcello omnium vere Coryphæo laudabiliter uſurpatum nunc jam in deſuetudinem ac tantum non in faſtidium ſenſim abit, ut Platonis dicto adſtruatur fides, inflexis moribus muſicen immutari. In Pictura eruditis ejus oculis ſtudio atque uſu adjutis vel ipſimet artifices, Cignavolus in primis, plurimum tribuebant, rogatoque ſententiam de graphicæ ſervata fide, de colorum harmoge, de tabulæ pretio, de auctoris nomine, eam licet modeſte ac circumſpecte prolatam paſſim harum rerum amatores excipiebant ſine provocatione. Ipſe quoque domi, non quidem lautam ſupellectilem, quam opulentioribus relinquebat, ſed ſpecimen aliquod inſignium quarumdam tabularum collegerat, incipiens ab ea ætate, qua e Græcia velut extorris ars iſthæc Italo affini cœlo benignius ſuſcepta vivere vitam cœpit priore illa ſua fortaſſe potiorem. Harum unam percaram ſibi non magni moduli quidem at permagni artificii, quæ coloris ac luminis hilaritate ac flore quodam humanam ſortem egreſſæ pulchritudinis adjeciſſe aliquid etiam videtur earum, quas pictas exhibet, ſacrarum imaginum religioni, quæque a me viſa ſemel habitat adhuc in oculis, vivens dono dedit Chirographo ſuo ſe mortuo repoſcendam Jacobo Wrightio elegantiorum artium cultori, et Britannici Regis nomine apud Venetos Legato. Hic enim biennium una cum lectiſſima conjuge, liberalibus et ipſa ſtudiis patrio more innutrita, Veronæ commoratus, eam ſe perdidiſſe crediderat diem, quæ non viſo auditoque Torello ſibi præterfluxiſſet, eidemque hoſpitalem teſſeram in patriam redux dimidiam reliquerat, dimidiam ſecum abſtulerat. Architecturam vero eo coluit accuratius, quo utiliorem pernoverat tum rei privatæ tum publicæ. Cum enim ſuperiores artes duæ voluptati potiſſimum oculorum atque aurium lenocinentur, ſine iis conſiſtere humana ſocietas poteſt, hac ſublata non poteſt, niſi forte malimus ad Numidum mapalia, aut Troglodytarum ſpecus redire. Nec antiquariorum ſolertem peritiam neglexit, ſed numiſmatum, gemmarum, ſiglarum, toreumatum, anaglyphorum, aliorumque quibus Cimeliarchia decorantur, ac præcipue literatorum lapidum, ſatis ſe gnarum pro re nata perhibebat; ac vix ulla monumentis aut ſimulachris Veronæ ponebatur inſcriptio, quam non ille compoſuiſſet, aut ab aliis compoſitam non ſaltem penſitaſſet. Documentorum porro genus omne conditam condendamve patriam urbem, ad hæc uſque tempora bono in lumine collocantium, non quidem percurſum et quaſi memoria decantatum habebat, ex immortali præſertim Veronæ illuſtratæ opere, ſed ſuis inſuper qua vendibilibus conjecturis, qua firmioribus argumentis ita roborarat et cogitatione ſepſerat, ut de quacumque re aut fando audita, aut oculis repente oblata conſuleretur ea ex tempore promeret, quæ videri poſſet recentiſſime meditatus. Itaque nullus vir Regius, aut Tethrarcha peregre Veronam proficiſcebatur qui non ad ſe Torellum acciri juberet, eoque Myſtagogo uti cuperet ad viſenda et recognoſcenda ſingularia ornamenta ejus Urbis, in qua ubicumque incedimus in aliquam hiſtoriam veſtigium ponimus. Nec Torellus indonatus abibat, ſed ita tamen ut non ipſe eorum monilibus ditior, quam ipſi ejus alloquio diſcederent ornatiores.

Verumtamen ſi hoſpitia ſibi quæſivit in aliis, in Mathematicis et in humanioribus ſtudiis domicilium, quaſique tabernaculum vitæ poſuit. Quæ duæ cum inter ſe natura atque inſtituto minimum congruant, ſeu potius confligant, bicipiti, ut ita dicam, ingenio præditus ſit oportet qui præclare utrique alterna vice operam navare velit, ne ſi facultas altera tranſverſa incurrat in alteram utraque interturbetur. Animorum quippe vis, non ſecus ac corporum, aut adverſis alliſa motibus diffluit, aut obliquis alio detorta debilitatur. Torellus unus e pauciſſimis habendus, qui geometrarum adductam et ſupercilioſam gravitatem cum Muſarum Charitumque amœnitate conjungeret, eademque dextera modo circinum modo plectrum ſcite tractaret. Quos autem in Mathematica ſcientia (quam ſibi ea etiam de cauſa commendari dicebat, quod non, ut diſciplinæ fere omnes, magnam bibliothecam

Digitized by Google

thecam poſtulet, ſed paucis quibuſdam principiis innixa non magis in Urbe quam in agris commodiſſime coli poſſit) quos, inquam, in ea quantoſque mentis acumine ac laboris ſedulitate progreſſus fecerit, inconſultus ſim ſi multis coner oſtendere, cum Archimedeum hoc illius evigilatum opus ante oculos omnium interque manus verſetur. Quid enim ſponſore interpoſito opus ei ſit, qui repræſentata re fidem exſolvit ſuam? Quanquam ſponſionem jam fecit, deditque voluntatis ac judicii prærogativam antequam in lucem ederetur ea ipſa, quæ in lucem edit humaniſſima ac doctiſſima natio, de qua tot jam revolutis ſæculis iterum dici queat exactior Matheſis in Britannia reperta, atque inde in Galliam aliaſque gentes tranſlata eſſe non quidem exiſtimatur ſed plane cernitur. Manſuetiores porro literas nec cura leviore et longiore etiam intervallo, toto ſcilicet vitæ decurſu in deliciis habuit, ad quas non doctus ſed factus, non inſtitutus ſed imbutus videbatur. Inerat enim illi acerrimus ſenſus a natura, teſtis ac index exquiſitiſſimus pulchritudinis, quo tanquam conſiliario intus admonente, quid venuſtum, quid turpe, quid ſincerum, quid non, et ſagaciter odorabatur et tuto arripiebat. Inficiabatur enim ille uſu atque induſtria novum, quem Natura non indiderit, parari poſſe ſenſum veri ac pulchri, ſed tantum quem illa dederit, poſſe ſtudio atque exercitatione corroborari. Ut autem in Geometricis antiqua recentibus præoptavit, ſic in amœnioribus artibus veterem eloquentiæ formam ſibi unam propoſuit, in quam intuens in eaque defixus ad ejus imaginem mentem et calamum dirigeret, eamque injuria annorum atque hominum veluti tabulam vaneſcentem vetuſtate iiſdem, quibus fuerat, coloribus renovaret. Oderat quippe illorum (libertatemne dixerim an licentiam?) qui conſpiratione facta de ſpatio curriculoque majorum deflectentes, aliam ſibi quamdam inuſitatam viam munierunt, ad quos frequens juventus adhinnit in nova omnia maxime prona, quæque nacta quos admiretur eorum effici ſe quam ſimillimam geſtit. Eos item, qui ut in veſtitu cæteroque beatioris vitæ cultu, ſic in literis nil elegans putant niſi Sequana advectum, igni et aqua interdici oportere dictitabat, igni, ut arbitror, Apollineo et aqua Hippocrenæa. Ac ſi quandoque in Gallica præſertim poeſi perſtringenda modum exceſſit, ferendus hercle magis quam ii quibus ſuccenſebat, quique in extremum e regione poſitum ruunt exemplo pejore quam errato. In eo quidem laudabo nunquam quod, ne leviculos offenderet, graves interdum et ſucci plenos ejus gentis libros tranſmiſit, atque inde libanda eruditio ſi frugifera ipſi futura erat, defuit, ſin minus, abfuit. Sic ea etiam carmina et orationes vel digito attingere detrectabat, quas aut parum emendata dictio inficeret, aut nimium conquiſita effœminaret, vel ſi quando curioſitate aut officio compulſus legeret, ſtatim ſumebat in manus veterem aliquem oratorem aut poetam, ut optima lectione dilueret quidquid externæ labis forte inhæſiſſet. Quidni autem improbaret abnormem dicendi formam ac diſſimilem ſuæ, qui in apta ſibi ac perfecta paranda claſſicorum imitatione tantopere elaboraverat, cum alius quiſque ſuam maxime probet quamvis ab archetypo auctorum principum deſciſcentem? Ac ſi inter meticuloſam imitationem et effrænem libertatem non viſus eſt admittere plures interjectos et utrinque reductos gradus, parcendum in hoc ſemel homini geometræ non diſcedenti ab arte ſua, quæ inter immenſum curvarum numerum unam tantum atque unicam rectam lineam agnoſcit. In latine ſcribendo, in quo ſe valde amabat, nihil ejus dictione purius, nitidius, caſtigatius ad unguem. Illum ego unum ex triariis latinæ legionis apud noſtros Italos non jocoſius quam verius appellitare conſueveram, qui, modo quidpiam ſcriberet, refelleret ipſa re captioſas Alembertii concluſiunculas negantis poſſe quenquam mortalium tam ſero natum non improprie, incallide, invenuſte Romulidum uti lingua. Qui doctiſſimus quidem homo, at homo tamen, videri poſſit tanquam alter Hermagoras a TULLIO notatus, non quid ars, ſed quid ipſe poſſet expoſuiſſe. Neque tamen noſter hic aut difficultatem diffitebatur,

Digitized by Google

aut laborem defugiebat. Alienus quippe ab oſcitanti eorum ſecuritate, qui linguam hanc libris tantum ſuperſtitem adhibentes, memoriola unice confiſi quidquid ſtilum ſubierit cartis illinunt, limæque parcunt magis quam famæ ſuæ, lente ac prope moroſe excutiebat omnia, delebat, retractabat, ad eum tamen modum ut anxia iſthæc accuratio uni ſibi, non legentibus innoteſceret. Teſtis eſto hæc ipſa Archimedis interpretatio, in qua æſtimanda ea ne nos cogitatio prætervolet Romanos olim non, ſicuti Græcos, in mathematicis diſciplinis fuiſſe verſatos, notionibuſque pluribus deeſſe apud illos appellationes, ut oporteat transferre aut circumire, quod operoſioris induſtriæ eſt, quam quivis non auſus idem aſſequi poſſit conjectura. Sed næ ego ineptus, qui hæc recinam iis, apud quos hæc in lucem prodit editio, quique in hac re percipienda ſuo non alieno palato ſapiunt, ac tantum abeſt ut Latiali linguæ voce unquam aut ſcriptis oblatraverint, ut eam populis olim omnibus jura dantem, boni etiam ominis cauſa, tanquam Statores Joves ſartam tectam in ſuis Inſulis retinuerint, ac deinceps, quod bene vertat, ſint retenturi. Hetruſca autem lingua ſive quid ſolutum, ſive ligatum numeris pertexeret, ita ſtilum ſuum ad eorum, qui XIV aut XVI ſæculo floruere, exemplaria conformabat, ut non quidem eorum æmulus, ſed unus omnino ex ipſis judicaretur. Imo prætermiſſo nomine, ne annorum quidem auctoritas ejus ſcriptis fuiſſet defutura. Attamen in verſibus pangendis, ſi quid video, lenes ac teretes Franciſci Petrarchæ modos cum paulo hiantibus et ſcrupoſis Joannis Caſæ numeris temperabat. In proſa autem oratione ex Boccacio et Davanzato frontibus adverſis ſecum invicem collidentibus, tertium quoddam ſibi ſtili genus conflaverat ſcriptorem redolens utrumque ac neutrum. Non pauca varii argumenti, quorum Elenchum in calce dabimus, ſermone utroque publici juris fecit, quorum pleraque ſi vitilitigatorum leviſſima capita libellos potius quam libros vocitent, proindeque minoris faciendos ducant, velim pauliſper advertant non eum fuiſſe TORELLUM qui ſeſe ſtudiis mancipaſſet ut ex muneris functione alios opime erudiret, ſed ut ſe ipſum honeſto in otio jucunda veri ac pulchri contemplatione diſtrictum occupatumque teneret. Quanquam ſi quis attente illius etiam opellas legat ac penſitet, mehercule intelliget, quemadmodum longa non ſunt quibus nihil adimi, ita nec brevia, quibus nihil addi queat, contracta velut in arctum artis majeſtate, ac ubertate rerum; nec illum ingenii ſterilitate, ſed dedita opera maluiſſe litare Muſis thure aut farre cum potuiſſet hecatombe. Nihil profecto factu proclivius homini tam ingenioſo, tam navo, tam erudito ac ſeſquipedalia volumina concinnare mole quidem non virtute majora, in tanta præſertim hujus ſæculi proſtantium doctrinarum nundinatione.

Periclitari quoque ingenium voluit in transferendis Græcorum Latinorumque carminibus, cumque apud Quintilianum, puto, legiſſet græca diſcere cupienti ab Æſopo incipiendum, fabellas ejus omnes, quas vel ipſe Socrates fertur olim verſibus illigaſſe, latinas fecit. Qua in re ſi quis illum actum egiſſe dixerit, rogandus eſt ut TORELLIANAS prius cum alienis conferat, ac ſi appareat ab aliis elegantius fuiſſe converſas, tum vero hoc quidquid eſt ſive laboris, ſive induſtriæ, ſive exercitationis contemnat. Mox Theocritum Italo Cœlo, ſeu potius ſuo, utpote Syracuſanum reſtituit, ac illud ſimplex munditiis molle ac facetum paſtoritii ſermonis genus tam belle retulit, ut non minus ipſe cum Theocrito, quam hetruſca lingua cum græca de copia, proprietate, concinnitate decertet. Nec de latinis Poetis bene mereri neglexit, ac inter alia Epithalamium Catulli tribulis ſui de nuptiis Pelei ac Thetidos, nuncupatum a Cæſare Scaligero divinæ Æneidos veſtibulum; ac Plauti Comœdiam, cui titulus Pſeudolus, de qua tantopere auctor ipſe, TULLIO teſte, ſibi plaudebat, in Hetruſcos numeros ac modos ita convertit, ut eandem aleam ſubire volentibus proximum tantummodo a primo locum reliquerit. Attamen nuperrime Neapolitanus homo ſuam fabu-

Digitized by Google

fabularum Plautinarum interpretationem evulgaturus, memoratis aliis qui in eodem ſtadio deſudarunt, hanc TORELLI indictam præteriit; non auſim dicere ne contentione facta in dubium laudis diſcrimen adduceretur, ſed quod ad ejus manus non fuerit allapſa. Dolenda quippe vice in hoc bonarum artium librorumque e prælis indies prodeuntium commercio, minus propemodum a noſtro diviſos orbe Britannos experimur, quam Taurini populi Tuſcos, Tuſci Calabros. Italiæ ſiquidem tot regnatæ Principibus, quaſique in partes diſciſſæ defit Urbs caput, in quam velut in commune centrum ductæ ab extremitate omni lineæ concurrant; optandumque foret ut quemadmodum olim in terra Græcia πολιτικοὶ, ita literarii nobis ſuppeterent Amphictyones, qui e ſingulis provinciis adlecti in aliquem ſtatum locum convenirent diſceptaturi de communibus ſtudiis, ſuaſque interim allaturi eruditas opes ac alienas reportaturi. Redditi item ab illo duo priores Æneidum Libri tam pari ac gemina (ita me Dii ament!) verborum conformatione, numerorum conſenſu, ac toto corporis inceſſu habituque cum exemplari concinunt, ut in eos optime quadret Virgilianum illud de Laride Thymbroque gemellis fratribus Æneid. l. 10. v. 390.

---------- ſimillima proles
Indiſcreta ſuis gratuſque *legentibus* error.

Ut autem in literarum profeſſione, ſic in vivendi ratione tota priſcæ virtutis retinentiſſimus fuit, cumulavitque ſcientiam ſapientia, ut decebat eum, cujus animus aſſidue inter veterum ſcripta, nempe inter mores incorruptos et candidos verſabatur. Homo vere frugi, quique temperantia modeſtiaque ſua adverſus ſæculi luxum certaret, ornatumque vitæ in ſimplici cultu et condecentia poſitum vellet. Avitæ religioni citra ſuperſtitionem addictiſſimus, propoſiti cum judicio tenax, ſervantiſſimus æqui et videbatur et erat, quique etiam ſublatis legibus eamdem ſemper probitatis conſtantiam retinuiſſet. Pudiciſſima illi non oratio ſolum ſed vita, quam expertem thalami duxit, quo ſolutior expeditiorque Minervæ ſacris operaretur, quam non ſine cauſa innuptam Virginem, ut etiam Muſas, Mythologi commenti ſunt. Facillimi ad eum aditus, et ex ejus congreſſu nemo non alacrior et eruditior redibat, quorum alterum æquabilem morum ſuavitatem, alterum lubentem communicationem doctrinæ prodebat. In amicitiis colendis obſequens et firmus quam maxime. Non longe abiero a memet ipſo. Is enim vix dum ephebus inito mecum Patavii amicitiæ fœdere in eo tam firmiſſime ſtetit, nulla ut alia toto vitæ curſu inter me ac illum interceſſerit contentio præter unam, uter alterum vinceret benevolentia ac fide. Teſtor ſexcentas illas epiſtolas noſtrarum ſententiarum et cogitationum conſcias, quas ſervo ſervaboque dum vivam, quaſque oculis identidem uſurpans redivivam ejus imaginem, inerrantemque veluti ſpiritum haurire mihi videor, jacturamque tam cari capitis aliquantiſper lenire. In quibus præter animi ſenſa capit me etiam mirifice accurata ſermonis integritas urbanitaſque Attico ſapore perfuſa, atque adeo manus ipſa, quæ compoſitiſſimas nitidiſſimaſque literulas tam belle exarabat, ut nil propius abeſſet a typorum ſimilitudine. Ut autem gloriolam ex leviſſimis honoris inſignibus collectam contempſit, ita ſolidam ac veram appetiit tanquam honeſtiſſimam mercedem virtutis; invidiæque omnis ac maledicentiæ non expers modo ſed inſcius illud aſſecutus eſt, ut in tanta ſemidoctorum colluvie invidiam viciſſim et obtrectationem effugeret, ſummiſque ac infimis juxta carus eſſet. Cariſſimus certe fuit Scipioni Maffeio, quocum communicare ſolebat cogitata et conſilia omnia, ac viciſſim ille ſua cum TORELLO multum licet natu minore, permutatione plane diſſimili atque illa Diomedis cum Glauco; cum hic utrinque non χρύσεα χαλκείων ſed aurum auro rependeretur. Veronenſes reliquos memoratu alioqui digniſſimos, a quibus nullum illi amoris atque exiſtimationis teſtimonium defuit, invitus prætereo, ne ſi omnes percenſeam, longa, ſin paucos excerpam, odioſa futura ſit oratio mea. Præſertim cum Maffeius multigena illa doctrina ſua non

Digitized by Google

non tam ſingulos provocet, quam unus ferme exhibeat univerſos. Ex Venetis Patriciis duos tantum commemorabo, qui tamen et ipſi inſtar erunt plurimorum. Hieronymum Aſcanium Juſtinianum Equitem, qui jam tum a Prætura Veronæ præclare geſta JOSEPHUM TORELLUM affini tantum virtute animorum conciliatricula ſibi commendatum in clientelam ultro recepit, nec decedens ea unquam propenſioris animi officia intermiſit, quæ abſentem abſenti reddunt. Vir et ipſe hæreditario velut jure mitiorum graviorumque diſciplinarum cognitione utiliumque linguarum facultate anteferendus plurimis, poſthabendus nemini, ſed quo haud facile invenias quempiam compoſitum magis in doctrinæ ſuæ diſſimulatione. Benevolum quoque habuit et aliquandiu etiam Veronæ ſtudiorum ſocium in legendis præſertim philoſophorum Græcorum libris Angelum Quirinum, ad quod epulum uterque Conviva ſymbolam ſuam largiter conferebat. Quanta enim Senator hic doctrina, eloquentia, ac pulcherrimarum artium acerrimo ſenſu polleat cum multa teſtantur, tum in primis Alticheriana Villula, in qua extruenda ornandaque talis ſeſe ubique exſerit ſibi inſtans induſtria, eruditus ſapor, intelligenſque judicium, ut inde tota plane heri ſui mens animuſque pelluceat. Defatigarer equidem numerando ſi exteros quoque percenſere ſatagam genere aut ingenio aut utroque nobilitatos, quibus aliqua cum eo conjunctionis neceſſitudo interceſſit. Sed tacitus præterire nullo modo poſſum Philippum Stanhopium *τὸν μακαρίτην* proxime ſublatum ex oculis, non ex animo bonorum omnium atque ſapientum; Davidem Stormontium ſummatem Virum, quem nominare laudare eſt; Archiepiſcopum Cantuarienſem ingenio ac virtute dignitati quam ſuſtinet prorſus parem, qui unam atque eandem eſſe putantes literariam Rempublicam in omnia pertinentem loca, iiſque tantum quibus terrarum orbis finibus contentam, Italo homini atque operi adeo impenſe patrocinati ſunt, ut Conterraneo ſuo non potuiſſent impenſius. Quos ſane arbitror una cum reliquis Civibus dictum illud in ore habere Ducis Carthaginienſis apud Ennium, at ſalubriore ſententia.—Scientias qui provehat erit mihi Albione natus quiſquis erit. Sed merita præ cæteris commemoratione fraudandus non eſt Joannes Strangius Nationis ſuæ Orator apud Venetos, Naturæ interpres apud omnes, cujus gratia et auctoritas nunquam TORELLO defuit, quem vivum perſpectiſſima benevolentiæ teſtificatione honeſtaverat. Nihil autem honorificentius quam probari ac diligi ab eo Viro, quem qui Plinium Britannicum appellet, is ſciat latine ſe non oratorie locutum. Quanquam et Itali, Patavini in primis, ſuum vindicant, qui Euganeis collibus diu ac ſedulo perluſtratis multa ac nova naturalis hiſtoriæ arcana deprehendit ac patefecit, eamque primus rem acu tetigit, quam vix unus aut alter e noſtris divinando tantum olfecerat*. Ac ut olim M. TULLIUS, detecto Archimedis ſepulcro, gloriatus eſt Syracuſanos ejus cives illud fuiſſe ignoraturos niſi ab homine Arpinate didiciſſent, nunc jure ſibi plaudat Strangius Patavinos ignoraturos fuiſſe montium ſuorum *γένεσιν καὶ ἀνατομὴν*, niſi Tameſi advectus homo intento digito commonſtraſſet. Tantis igitur fultus meritis et patrociniis quæ non TORELLUS ampliſſima munia tum ad quæſtum, tum ad dignitatem non quidem ad alienæ petitionis occaſionem intercipere, aut precibus efflagitare, ſed nutu ipſo non aſſequi potuiſſet? Sed meruiſſe contentus cupidioribus, aut egentioribus relinquebat, tum quia nihil illi dulcius beatiſſimo Patriæ ſolo, penatibus, zotheculis ſuis, tum quia ne Attalicis quidem conditionibus divelli ſe paſſus eſſet a grandævæ ac valetudinariæ Matris convictu adſpectuque, cui ſic viventi aſſedit, ſic morienti illacrimatus eſt, ut ejus in illam amor titulo res digna ſepulchri habita ſit. Sed quam ille parenti optimæ, Patria amantiſſimo Civi luctum mæroremque retribuit, cum ille vigenti adhuc ætate ac viri-

* Videſis Alberti Fortis Italicam Diſſertationem Intorno la vera ſituazione delle Iſole Elettridi degli Antichi. Tomo I. dé Saggi Scientifici e Letterari dell' Academia di Padova 1786: in qua nominatiſſimus ille naturalis Hiſtoricus, et quidem Patavinus, ea de Cl. Strangio rata facit, quæ hic ego obiter attigi.

bus

Digitized by Google

bus brevi acutoque morbo correptus pie conſtanterque naturæ conceſſit. Cadaver funebri pompa elatum, delatumque ad Divæ Anaſtaſiæ. Monumentum illi extructum e marmore, cujus in faſtigio locata ſtatua, vivæ perſimilis, ex gypſea larva in ipſo demortui ore efficta, cum inſcriptione quam legere eſt in baſi ipſiuſmet monumenti, quod hic quoque lineari pictura ex vero fictum conſpicitur. Cæterum Albertus Albertinius inſtitutus hæres, cujus magna et copioſa mercatura non parum alitur Veronenſe Commercium, artemque ipſe ſuam nobilitate animi, cultuque ingenii condecorat, nihil omnino prætermiſit eorum, quæ viſa ſunt e re ad proferendam obſignandamque affinis ſui, at arctius amici, gloriam nunc jam in tuto poſitam, mutuata a nunquam deſituro Archimedis nomine conſociatione immortalitatis. Ac parum ſe feciſſe ratus ſi imaginem tantum corporis daret, animi quoque effigiem qualemcumque hanc a me non nolente obtinuit. Canonicorum Collegium, quorum ſelectiſſimæ Bibliothecæ libros ſuos omnes ſupremis tabulis legaverat, nunquam intermorituram accepti beneficii memoriam cum perenni conteſtataque largitoris laude extare voluit, tanquam alienis quoque ſcriptis poſterorum educatoris. Philarmonicorum perilluſtris Academia Sodalem ſuum optime meritum ſolemni ſtataque die publica oratione ornandum decrevit. Eam habuit atque edidit Eques Hieroſolymarius Hyppolitus Pindemontius Veronenſis Venetuſque Patritius, cujus ſpectata eloquentiæ ac doctrinæ laus ſola pietate erga extinctum ſuperata eſt, quem præceptoris atque adeo parentis ſe habuiſſe loco grato animi ſenſu commemoravit, plaudente Verona tota, ac JOSEPHI TORELLI nomen in album immortalium ſuorum civium referri jubente. Quo adjecto illorum non tam numerum, quam pondus augeri ſenſit.

OPERA EDITA.

Lucubratio Academica, ſive Somnium Jacobi Pindemontii &c. Patavii ex Typographia Seminarii. 1743.

Animadverſiones in Hebraicum Exodi librum et in Græcam LXX Interpretationem. Veronæ. 1744. Typis Seminarii.

De principe Gulæ incommodo, ejuſque remedio, Libri duo. Coloniæ Agrippinæ. 1744.

De probabili vitæ morumque regula. Coloniæ. 1774.

De rota ſub aquis circumacta Epiſtola. Veronæ. 1747.

Li due primi Canti dell' Iliade (di Scipione Maffei) e li due primi dell' Eneide di Giuſeppe Torelli tradotti in verſi Italiani. Verona per Dionigi Ramanzini. 1749.

Gli ſteſſi due canti dell' Eneide riſtampati ſoli lo ſteſſo anno per lo ſteſſo Ramanzini.

Scala dè Meriti a capo d' anno Trattato Geometrico. Verona 1751 per Agoſtino Carattoni.

De Nihilo Geometrico Libri 2. Veronæ. 1758. Typis Auguſtini Carattoni.

Lettera intorno a due paſſi del Purgatorio di Dante Alighiero. Ib. 1760.

Della Denominazione del corrente anno volgarmente detto CIↃIↃCCLX in Bologna per Lelio della Volpe.

Il Pſeudolo. Comedia di Accio Plauto in verſi Italiani, e ſi aggiunge la traduzione d'alcuni Idilli di Teocrito e di Moſco. Firenze. 1765.

Inno a Maria Vergine nella Feſtività della ſua Concezione. Verona. 1766.

Lettera a Miladi Vaing-Reit premeſſa al libro che ha per titolo XII lettere Ingleſi, con altra lettera all' Autore della ſuddetta. Verona. 1767.

Elegia di Tommaſo Gray, Poeta Ingleſe in un Cimetero Campeſtre in verſi italiani rimati. Verona. 1776.

Digitized by Google

Geometrica. Veronæ. 1769.

Demonſtratio antiqui Theorematis de motuum commixtione. Veronæ. 1774.

Lettera ſopra Dante contro il Signor di Voltaire. Verona per gli Credi di Marco Moroni. 1781

Poemetto di Catullo ſu le Nozze di Peleo e Tetide, ed un Epitalamio dello ſteſſo. ivi. 1781.

OPERA INEDITA.

Æſopi Fabulæ ex græco in latinum verſæ et illuſtratæ.

Teocrito tradotto in verſi toſcani.

Elementi d' Euclide tradotti nell' idioma italiano.

Elementorum Proſpectivæ Libri duo, propediem in lucem exituri.

Digitized by Google

PRÆFATIO

JOSEPHI TORELLI.

QUICUNQUE Geometriæ ſtudium via et ratione inſtituit, illud fere ab antiquis Auctoribus exorditur, atque in eorum ſcriptis perlegendis prima ingenii rudimenta ponit. Qui enim Analyſin ſtatim amplectitur, quod plerumque fit, poſthabita Syntheſi aut neglecta, idem facit atque ille, qui labyrinthum ſine filo ingreditur, ac ſe variis viarum flexibus implicat nullum exitum habituris. Neutonum quidem accepimus queri de ſe ipſo aliquando ſolitum, quod perlecto nondum Euclide ea diligentia, quæ adhiberi in tanto Auctore debuerat, ad Carteſium alioſque propera quadam cura deſcendiſſet. Neque enim ignorare poterat, aut diſſimulare volebat vir, vel ex hoc ipſo ſummus, quia ingenuus, quid ſibi ad ſummam laudem deeſſet. Et ſane, ut magnus vir ille ſit, qui obſcura et involuta arcana arte detegit, major tamen eſſe videbitur, ſi quæ detexit, ea noverit certa ratione demonſtrare. Qui vero, quod unus aliquis affirmaverit, id ita eſſe ſine ulla probatione credit, præpoſtere agit; dum id homini tribuit, quod unice rationi tribuendum eſt. Non ſum neſcius, quæ antiqui pertractarunt, eadem a recentioribus pertractata eſſe, et quotidie pertractari; ſed, abſit dicto invidia, labore prorſus irrito. Si enim Euclides, ut de hoc uno loquar, aliqua in parte peccat, cur non redarguis? Sin autem in omnibus ſibi conſtat, cur eadem mihi aliis verbis proponis? At quædam ſcilicet recentiores detorquent, invertunt, immutant. Ita quidem exiſtimo: ſed tamen dum hoc faciunt, quid, quæſo, aliud agunt, quam ut ſarcinatores imitentur, qui fœminarum veſtes quotannis refingunt, ut eas ad ſæculi mores accommodent? De brevitate autem, quam tantopere jactant, quod dicunt, id nihil eſt; cum breve nihil dici debeat, quod ſine explicatione aliqua intelligi nequit, et minus perſpicue traditur. Quæ cum ita ſint, optime illi mihi de Geometria meriti eſſe videntur, qui in antiquis Auctoribus emendandis illuſtrandiſque operam poſuerunt. Cum autem Euclides, et Apollonius eo, quo debuerant, cultu, jampridem in lucem prodierint, reliquus erat Archimedes, ordine quidem tertius, dignitate vero, ſi ſuum cuique pretium ſtatuatur, facile princeps.

Natus fertur Syracuſis anno altero Olympiadis CXXIII; hoc eſt ab U. C. CCCCLXVI; utique ſi habenda fides eſt Joanni Tzetzæ, qui annum ætatis ſuæ LXXV ipſum exceſſiſſe tradit. Ortus autem eſt genere nobiliſſimo, utpote qui Hieronis Syracuſarum Regis, teſte Plutarcho, propinquus fuit. Nam quod eum Cicero Lib. V. Tuſcul. Quæſt. humilem homunculum vocat, id nihil officit; quoniam ibi cauſſæ ſervit, et ut Dionyſium deprimat, Archimedem, quem illi præfert, oratoria arte proſternit. Niſi forte illud veriſimilius videtur

Archi-

Digitized by Google

Archimedem Hieronis propinquum fuiſſe, quatenus is materno genere inferior erat; quippe ejus mater ſervili loco nata fuerat. Cum ingenio eſſet admodum acri, Geometriæ ſtudio ab ipſa pueritia ſeſe dedit. Mox adulta ætate profectus eſt in Ægyptum; quod tum facere Græci fere omnes ſolebant, ut Ægyptiorum Sapientiam, quæ maxima ferebatur, percipe-rent. Erat tum in iis regionibus Conon unicus cœli Syderumque ſpectator, quem ſibi Archimedes familiariſſimum fecit, tantoque in honore habuit, ut unum ſibi ſuorum operum indicem deligeret. Itaque et vivum omni officiorum genere excoluit, et mortuum, haud ſecus quam mater unicum filium, eluxit. Præclarum ibi ingenii ſui documentum dedit ag-geribus extructis, cochleaque inventa, cujus ope exundantis Nili fluminis aquas exprimeret. Alias præterea regiones adiit, atque in iis aliquandiu commoratus eſt. Tandem reverſus a longa peregrinatione domum ſe recepit, atque ibi libros magna ex parte compoſuit, qui ad-huc extant, quique otium et quietem hominis minime peregrinantis requirere videntur. Tanto autem animi ardore in meditando fuiſſe traditur, ut cibi interdum ac ſomni, aliorum-que, quæ corpori curando neceſſaria ſunt, obliviſceretur! Quin etiam cum in balneum deſcenderet, figuras in foco deſcribere ſolebat, corpuſque, ſi quando ungeretur, notis digi-to interſtinguere. Atque hinc factum eſt, ut vana etiam de illo crederentur, Sirenen quam-dam familiarem habuiſſe, quæ ipſum voce cantuque perpetuo deliniret. Interim accidit anno ab U. C. DXL, ut Marcellus Conſul Syracuſas obſideret; quo maxime tempore, qua-lis quantuſque Vir Archimedes eſſet, cognitum eſt. Nam patriam ſuam adverſus Romanos hoſtes menſes octo unica arte defendit, atque ita defendit, ut ii confecti labore ac tædio ab ejus oppugnatione abſiſterent; tantum in uno viro præſidii fuit. Sed cum ea tandem Dia-næ feſto dolo capta eſſet, et a militibus diriperetur, ipſe formis intentus, quas in pulvere deſcripſerat, ab ignaro milite quis eſſet, interfectus eſt. Ægre id Marcellus tulit, ejuſque ſepulturæ curam habuit, et conquiſitos propinquos a militari licentia prohibuit. Sepultus eſt ad portas Agragianas, atque ejus monumento columella impoſita, quod ille propinquis et amicis mandaverat, ~~in qua inerat~~ ſphæræ figura et cylindri; adjectis ſenariis verſibus, qui-bus quæ ipſius ſphæræ ad cylindrum proportio eſſet, declarabatur. Quod monumentum M. Cicero, cum prætor in Sicilia eſſet, ignoratum a Syracuſanis, ut ipſe ait, exciſis vepribus et dumetis, quibus undique veſtiebatur, detexit. Porro cum plures in Græcia Philoſophi ingenii atque doctrinæ laude floruerint, nemo unquam tantam ſibi apud poſteros nominis celebritatem peperit. Cum enim plurimos antiquitas celebraverit, hunc potiſſimum divinis prope laudibus extulit; quas ſi quis perſequi velit, ut longam ac moleſtam, ita non neceſ-ſariam rem ſuſcipiet. Nam ille, meo judicio, fruſtra laudatur, cujus opera extant, unde ſua cuique commendatio venit. Quamvis autem nonnulla Archimedis opera temporis inju-ria interciderint, tamen plurima eaque nobiliſſima ad nos pervenerunt.

Quæ cum ego animadverterem nondum ea cura edita eſſe, quæ tamen in libris levium quoque Scriptorum, pro ſæculi hujus felicitate, ponitur, operæ pretium me facturum exiſ-timavi, ſi in iis operam meam qualemcunque diligentiamque collocarem. Itaque duo mihi propoſui, quæ potiſſima habenda ſunt: primum ut ea emendarem; deinde vero emendata latino ſermone fideliter, et, quantum argumenti ratio pateretur, eleganter etiam exprime-rem. Quorum poſtremum me facile præſtare poſſe credebam, ſi primum illud ex voto ſuc-ceſſiſſet. Hoc autem arduum maxime videbatur, quod antiquiſſimus quiſque Scriptor cor-ruptiſſimus fere ſit; præſertim ſi de rebus minime obviis pertractaverit. Cum enim Aman-uenſes in iis ipſis tam multa peccent, quæ perſpicua ſunt, quanto plura peccabunt in illis, quæ obſcura natura ſua caligine quadam obducuntur? Illud tamen occurrebat, cum quæ-cunque Archimedes ſcripſit, ea certa ratiocinatione demonſtraverit, me in iis, quæ forte depravata eſſent, emendandis haud dubiis conjecturis inniti poſſe. Qua cogitatione erectus

Archi-

Digitized by Google

Archimedis libros, quam poſſem, diligentiſſime recognoſcendos ſuſcepi, uſus editione Baſileenſi An. MDXLIV, quæ ab antiquo codice ſingulari fide deſcripta cum fuerit codicis ipſius loco habenda eſt. Nam qui eam adornavit Thomas Venatorius Vir doctus ac diligens nihil ſibi ne in iis quidem licere voluit, quæ manifeſto corrupta eſſent, et abſque ullo errandi periculo corrigi poſſent. Ac primum librorum ordo immutandus fuit, ut ille antecederet, qui tempore prior eſſet; deinde cæteri ſequerentur, ut ab Auctore quiſque ſuo conſcripti ſunt, et alter ab altero pendet. Itaque eos ita diſpoſui, ut primum locum teneant libri duo de Planorum Æquilibriis, libro de Quadratura Paraboles interjecto; deinde duo libri ſuccedant de Sphæra et Cylindro, eoſque libellus de Circuli Dimenſione excipiat; mox ſubjiciatur liber de Helicibus, atque huic proximus ſit liber de Conoidibus et Sphæroidibus; denique agmen claudat liber, qui Arenarius inſcribitur. Libri autem duo de iis, quæ in humido vehuntur, itemque alius, qui Archimedis, ut aliqui credunt, Lemmata continet, ſeorſum poſiti ſunt, quod Græce ſcripti non extent, neque certo ſtatui poſſit qui potiſſimum locus iiſdem tribuendus ſit. Cæterum librum de Paraboles Quadratura ponendum eſſe ante libros duos de Sphæra et Cylindro colligitur ex epiſtola horum alteri præmiſſa, in qua Archimedes ad Doſitheum familiarem ſuum ita ſcribit: *πρότερον μὲν ἀπεςάλκαμέν σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι πᾶν τμῆμα, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐςι τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον· νῦν δὲ τινῶν προσπεσόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις· ἃ ἐςὶ τοιαῦτα. Πρῶτον μὲν ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐςὶ τοῦ μεγίςου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.* Hic autem liber medius interponendus erat inter duos de Planorum Æquilibriis; quoniam ab eorum altero lucem accipit, alteri ipſe præbet. Quod ſi quis quærat cur libris de Sphæra et Cylindro libellus de Circuli Dimenſione appoſitus ſit, hic ſciat præcipua theoremata, quæ in iis demonſtrantur, uſui non eſſe, niſi Circuli Dimenſio habeatur. At vero quo ordine duo libri ponendi ſint, alter de Helicibus, alter de Conoidibus et Sphæroidibus, epiſtola docet primo illi præmiſſa, in qua poſtquam Archimedes theoremata recenſuit, quæ in poſtremo hoc continentur, ait: *τούτων δὲ αἱ ἀποδείξεις ὕπω τοὶ ἀποςέλλονται.* Quod autem ad librum attinet, qui Arenarius inſcribitur, ut eum recte prætuleris duobus libris, quos modo diximus, ita aliis, qui eos antecedunt, poſtponendus eſt.

Jam diſpoſitis eo ordine, quem ſupra memoravi, Archimedis libris, nihil prius mihi faciendum putavi, quam ut ſingulos attente perlegerem, et a librariorum mendis, ſi quæ eſſent, repurgarem. Et multa ſane occurrerunt, eaque non parvi momenti, quæ medicam manum requirerent. Nam voces aliæ corruptæ erant, aliæ confuſæ, aliæ ex duabus pluribuſve compoſitæ, aliæ contra in duas plureſve diviſæ, quæ neque ipſæ per ſe, neque ſimul conjunctæ quidquam ſignificabant. Quid quod integræ ſententiæ interdum deerant, eæque ejuſmodi, ut non paucis verbis, ſed aliquibus periodis conſtarent. Non tamen animum deſpondi, cum cogitarem nihil eſſe tam arduum, quod perfici ab homine non poſſit, ubi ſtudium ac diligentiam adhibeat. Atque illud primum quæſivi num quis forte in Archimedis libris emendandis operam poſuiſſet. Cumque inveniſſem fuiſſe aliquos, et quidem præcipuos Commandinum, Rivaltum, Barrowium, Walliſium, hos omnes conſului, et quid unuſquiſque præſtitiſſet diligenter conſideravi. Quamvis autem omnes optime de Archimede meriti ſint, tamen Walliſius tantum præſtat, ut huic uni multo plus, quam cæteris omnibus debeatur. Itaque cum adjutoribus in paucis quibuſdam ſim uſus Commandino, Rivalto, et Barrowio, unum Walliſium in Circuli Dimenſione, atque Arenario ſecutus ſum. Quod quamvis ſuo loco confeſſus ſim, ut virum ingenuum decet, tamen hic quoque profiteri placet, ne quis forte putet, pro ea, quæ ſæculum tenet, carpendi omnia libidine, me aliena pro meis venditare voluiſſe. Illud etiam percommode accidit, quod latina Archimedis verſio quam Joannes

Digitized by Google

Cremonenſis olim confecerat, Nicolai V. Pontificis juſſu cum deſcripta diligenter fuiſſet a Joanne Regiomontano, qui eam ab amicis acceperat, paulo poſt Baſileam tranſmiſſa, atque una cum Archimede edita eſt. Cum enim Cremonenſis codice uſus ſit aliquanto emendatiore, quam ſit Baſileenſis, nonnulla quæ in hoc depravata erant hujus Verſionis ope emendavi; plura etiam emendaturus, ſi quantum ille Græcam linguam, tantum Geometriam calluiſſet. At ubi hæc Verſio defecit, defecit autem in pluribus, ingenio et conjectura uſus ſum, quæ ut in cæteris lubrica eſt atque incerta, ita in iis ſtabili veſtigio ingreditur, quæ non hominis arbitrium, ſed veritas regit ac moderatur. Hac potiſſimum duce Archimedem totum in integrum reſtitui; ut nihil jam ſit in ejus ſcriptis, quod hominem Geometriæ peritum morari poſſit; ſi locum unum excipias, quem ſuſpicor mendoſum eſſe; ſed ideo non attigi, quod nihil de eo explorati habeam. Is eſt in epiſtola præmiſſa libro de Helicibus, in qua poſtquam theoremata ordine expoſuit, quæ ſcripta in quodam Cononis libro reperiebantur, tria quædam excipit, quæ ſejuncta ab aliis erant, eaque ut falſa traducit. Hæc autem theoremata hujuſmodi ſunt. Primum: "Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes, majus ſegmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem." Alterum: "Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in ſphæra ſunt, majus ſegmentum ad minus eandem rationem habet, quam majus ſegmentum diametri ad minus." Tertium: "Si ſphæræ alicujus diameter ſecetur, ita ut quadratum, quod a majore ſegmento deſcribitur, triplum ſit quadrati, quod deſcribitur a minore ſegmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipſi diametro, ſphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur." Credamuſne præcipuum illud theorema Cononem ignoraſſe, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui in ipſa ſunt? Ex quo alterum ſponte fluit; cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. At contra Archimedes affirmare videtur non modo illud theorema Cononem inveniſſe, ſed alia etiam plurima, quibus longe Geometriæ fines amplificaverit. Hoc autem ſi non ignorabat, quomodo in librum ſuum referre potuit prima duo, quæ modo attulimus, theoremata, quæ ſimul componi nequeunt? Nam primum, quod ſtatuit majus ſegmentum ad minus rationem habere ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem, concludit hæc ſegmenta rationem habere ejus duplam, quam habet majus ſegmentum diametri ad minus. Atqui hoc manifeſte pugnat cum altero theoremate, quod ponit, majus ſegmentum ad minus eamdem, quam majus diametri ſegmentum ad minus, rationem habere. Quid quod Archimedes ipſe initio epiſtolæ, quam memoravimus, duo tantum theoremata falſa eſſe pronuntiat, et tamen paulo poſt tertium quoque recenſetur? Libet ipſa ejus verba hic afferre, ut ego illa, cum corruptiſſima eſſent, emendavi. *Καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τῶν ἐν αὐτῷ εἰμὴ κεχωρισμένα, τέλως δὲ ὑποτιθέμενα· ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα διορίσκειν, ἀποδεῖξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐνφέροντες ἐλεγχώνται, οἱ πάθ' ὁμολογηκότες διορίσκειν τὰ ἀδύνατα.* Quid ergo dicendum eſt? Non aliud profecto, quam ſecundum theorema interpoſitum a quopiam temere eſſe, cum Archimedes primum, tertiumque tantummodo attulerit; atque ideo rejici debere. Sed quoniam hæc ſuſpicio nunc mihi primum oborta eſt, neque ea eſt adeo gravis, ut homines ad ambigendum proniores movere queat, rem integram relinquendam eſſe, nihilque omnino immutandum cenſui. Cæterum hoc uno loco excepto reliquos omnes conjiciendo emendavi, ut nullus jam ſit, qui negotium legenti faceſſere poſſit. Quod cum dico de iis loquor, quorum ſententia depravata erat. Nam ubi ea integra eſſet, loquendi modos, ſi qui forte minus proprii occurrerent, retinui: quos dum aliqui plus æquo fidentes in antiquis ſcriptoribus

Digitized by Google

bus emendare volunt, corrumpunt. Exemplum rei hujus in Thucydide habemus, qui cum ſcripſiſſet: ὧν ἐνθυμηθέντες, καὶ νεωτερός τις παρὰ πρεσβυτέρους αὐτὸ μαθὼν, ἀξιώσειε τοῖς ὁμοίοις ἡμᾶς ἀμιώσεσθαι· repertus eſt qui dictionis novitate, ἐναλλαγὴν Græci vocant, offenſus, pro ἀμύνεσθαι, legendum cenſeret ἀμείβεσθαι. Quod monet Vetus Scholiaſtes hiſce verbis: ἀμύνεσθαι, ἀντὶ τοῦ ἀμείβεσθαι. Μόνος δὲ Θουκυδίδης ἐνταῦθα κέχρηται τῇ ἐναλλαγῇ τῆς λέξεως, ὡς καί τινας ἐναλλάττειν τὴν γραφὴν, καὶ γράφειν ἀμείβεσθαι. Οὐκ ἔστι δέ. Quamvis autem quæcunque ego emendavi et correxi adeo certa ſint ut omnia fere præſtare audeam; ea tamen ita in contextum recepi, ut quæ loco moviſſem in extremam quamque paginam rejicerem. Atque id eo conſilio feci, ut præſens cuique ſit de induſtria noſtra judicium; et ſi qua forte minus arrideant, quid ipſe melius præſtare poſſit, ſtatim experiatur.

Illud quoque curandum mihi erat, qui Archimedem emendandum ſuſceperam, ut ipſum in Sicilia natum educatumque patrio ſermone loquentem exhiberem, Civemque patriæ ſuæ quodammodo reſtituerem. Itaque cum libri de Sphæra et Cylindro Attica dialecto conſcripti circumferantur, detrahenda iis erat peregrina veſtis, propriaque induenda; ut non modo res, ſed verba etiam ipſa, quibus explicantur, Archimedis eſſent. Quod enim Walliſius ſuſpicatus eſt, hos etiam libros conſcriptos ab Archimede fuiſſe ea dialecto, quæ propria Siciliæ erat, id ego certiſſimo argumento confirmavi; cum locum quemdam obſervaverim, qui Attice in illis expreſſus cum ſit, in Eutocii commentario Dorice exprimitur. Reperitur hic locus in definitionibus libro primo de Sphæra et Cylindro præmiſſis, atque eſt hujuſmodi: τομεὰ δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κώνος τέμνει, κορυφὴν ἔχων πρὸς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Qui in Eutocii Commentario ad ſecundam Propoſitionem libri ſecundi de Sphæra et Cylindro ita effertur: τομεὰ δὲ στερεὸν καλέω, ἐπειδὰν σφαῖραν κώνος τέμνει τὰν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῶ κέντρω τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τᾶς ἐπιφανείας τᾶς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. hoc autem pacto emendandus eſt: τομεὰ δὲ στερεὸν καλέω, ἐπειδὰν σφαῖραν κώνος τέμνει τὰν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῶ κέντρω τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τᾶς ἐπιφανείας τᾶς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου. Quod autem de duobus libris de Sphæra et Cylindro, idem de Circuli Dimenſione judicari debet. Quis porro Doricam dialectum in hiſce libris immutaverit, incertum eſt. Certe Eutocius Aſcalonita non immutavit, quod tamen docti aliqui Viri exiſtimarunt, qui tunc id facere debuerat, cum commentarios in eoſdem libros conſcripſit. Utcunque res habeat, cum illud certum ſit, hoſce libros conſcriptos ab Archimede fuiſſe eadem dialecto, qua reliqui conſcripti ſunt, conſtitueram Atticos loquendi modos abjicere, iiſque Doricos ſubſtituere, qui Archimedis ingenio, quod proprium cuique ſcribenti eſt, maxime convenirent. Sed cum Amici, quibus ego plurimum tribuo, dehortarentur ne id facerem, quod moleſtiſſima res eſſet, neque adeo neceſſaria, ut ab ullo magnopere deſideraretur; omnem de ea cogitationem depoſui, partemque oneris mihi detrahi libenter paſſus ſum. Quoniam vero ii quoque libri, qui Dorice ſcripti ad nos pervenerunt, puri putique Dorici non ſunt, ſed plures Atticiſmos admixtos habent, ſatis habui hos diligenter repurgare, abjectiſque, quæ peregrina ſunt, proprio ornatu decoros producere. Hoc tamen ipſum haud ſatis fidenter feci, quod ſcriptor quilibet, ſive antiquus, ſive recentior, ut propriam dialectum in pluribus ſervet, quædam tamen interdum aliis indulget. Thucydides quidem inter cætera habet ἀφύτιος, et ἰθωμήτα, pro ἀφύτιδος, et ἰθωμήτᾳ; quorum alterum Ionice, alterum Dorice dictum eſt, ut recte obſervavit vetus Scholiaſtes. Quod ſi Attico homini licuit quædam Dorico more inflectere, quidni licuerit Siculo quædam contra inflectere more Attico? Præterea Græcæ linguæ dialecti adeo cognitæ perſpectæque nobis non ſunt, ut quid proprium cujuſque ſit, quid commune habeant, certo ſtatui poſſit. Quam multa enim habet Ionica dialectus, ut cæteras omittam, quæ Doricæ conveniunt! Legimus

Digitized by Google

gimus ſane apud Herodotum πὶ, pro οἱ; ὦλλοι, pro οἱ ἄλλοι; ὦν, pro ἔων; μέζονα, pro μείζονα; aliaque hujuſmodi, quæ Dores hoc prorſus pacto pronuntiant. Quid quod Dorica lingua non una eademque eſt, ſed pro variis regionibus, in quibus floruit, varia ſibique diſſimilis. "Aliter enim," ut Corinthus ait, "Cretenſes loquuntur, aliter Rhodii, aliter Argivi, aliter Lacedæmonii, aliter Syracuſii, et Siculi." Poſtremo hæc lingua ne in una quidem regione ſibi conſentit; quod etiam in iis linguis fieri videmus, quæ noſtris temporibus vigent. Itaque in Cretenſium quorumdam populorum decretis, quæ non ita pridem edidit Edmundus Chiſhullius, legimus τῶ, et τᾶ; ἀμὲ, et ἡμεῖς; ποτὶ, et πρὸς; ἔμεν, et εἶναι; διελέγεν, ſive διελέγην, et διελέγησαν. Quibus adde ἐώσας, et ἕσπν; ζαμίας, et ἀζήμιοι; ἀπεύρεν, et ἀπέμπειν; aliaque hujuſmodi, quæ brevitatis gratia prætermitto. Quæ cum ita ſint, quamvis multa in Archimedis libris occurrant, quæ Dorica non ſunt, et aliter alibi ſcribuntur; tamen nihil fere immutavi, ratus ſatius eſſe ſpuria aliqua retinere, quam germana rejicere. Nam illud præterea occurrebat, Siculos omnium Græciæ populorum peſſime locutos; atque ideo mirum non eſſe ſi parum ſibi conſtabant, neque eamdem ſemper in iisdem vocabulis pronuntiationem retinebant. Eorum linguam Plautus duobus hiſce verſiculis oblique perſtringit.

Atque adeo hoc argumentum Græciſſat; tamen
Non Atticiſſat, verum Siciliciſſitat.

Hiſce perfectis, reliquum erat ut codex aliquis manu deſcriptus conquireretur, cum quo Baſileenſis conferri poſſet, ut ejus auctoritate, quæ conjiciendo emendaveram, confirmarem. Cum igitur certior factus eſſem membraneum codicem, quem maxime cuperem, Venetiis in D. Marci Bibliotheca aſſervari, curavi ut ſtatim examinaretur; quæque varia in eo eſſent, miſſis levioribus et inanibus, deſcriberentur. Qua in re operam mihi ſuam pollicitus eſt, cumulateque præſtitit Vir Græcis Latiniſque litteris apprime excultus Antonius Zanettius ejuſdem Bibliothecæ Cuſtos. Verum quod jamdiu animo inſederat, parum in codicibus præſidii eſſe, ſi ipſe proprio judicio uti neſcias, id verum eſſe experientia didici; cum quæ in codice Baſileenſi corrupta erant, ea fere omnia corruptiora in Veneto reperta ſint. Et ſane cum codices deſcribi ſoleant alius ab alio, nulluſque ſit tam antiquus, qui non a pluribus pendeat, neceſſe eſt omnes mendoſos eſſe; dum aliena incurioſe tranſcribimus, veteribuſque vitiis, quæ humanæ naturæ imbecillitas eſt, nova ſemper adjungimus. Non tamen pœnituit codicem illum conſuluiſſe. Nam quædam etiam in eo emendate perſcripta erant, quibus eorum nonnulla, quæ ipſe conjiciendo ſuppleveram, ſi omnino conſentirent, confirmavi; aut, ſi qua ex parte diſcreparent, perpolivi ac retexui. Quin etiam varias ex eo lectiones excerpſi, eaſque, ut optima quæque viſa eſt, extremo margini adſcripſi; rejectis illis, unde nullus eſt uſus, ſed inanis quædam diligentiæ oſtentatio.

Emendatis Archimedis libris, quod primum mihi propoſueram, reſtabat alterum facilius illud quidem, ſed longe moleſtius, ut ſingulos e Græco in latinum ſermonem converterem. Quod cum Joannes Cremonenſis jampridem fecerit, et poſt illum magna ex parte Federicus Commandinus, videbor fortaſſe aliquibus ſi non inutilem, certe non neceſſarium laborem ſuſcepiſſe. Quibus reſpondendum eſt, Cremonenſis verſionem contemnendam non eſſe, ſi temporum illorum ratio habeatur, quibus confecta fuit: at vero in hac tanta litterarum luce, quando nihil niſi perfectum abſolutumque hoc in genere ferri poteſt, nullius eſſe pretii. Nimirum ille Vir Græcis litteris mediocriter imbutus parum admodum peritus fuit latini ſermonis, et, quod caput eſt, Geometriæ; ut vix mediocris Archimedis interpres, nedum optimus, haberi poſſit. Quorum unum cum adeo certum ſit, ut probatione non egeat, placet alterum exemplo, quod primum mihi occurrit, confirmare. Petitionum, quas primo libro de Sphæra et Cylindro Archimedes præ-

Digitized by Google

præmiſit, hæc una eſt: τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσας εἶναι τὰς τοιαύτας· ἐπειδὰν ὧσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἧται ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην. Quam ego petitionem ita verti: "aliarum vero ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliquâ quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur." Quid Cremonenſis? "Aliarum vero ſuperficierum, et eoſdem terminos habentium, ſi in plano terminos habeant, eas eſſe inæquales. Ubi autem ambæ in eaſdem partes cavæ fuerint, et vel altera tota contineatur ab altera, aut alteram earum ab altera ſuperficie, et plano eoſdem cum illa terminos habente, aut ejus partem quidem comprendi conſtet, partem vero communem habere, et comprenſam eſſe comprendente minorem." Itane vero bone interpres? Quæ ſententia una eſt, hanc tu in duas dividis: atque id adeo inepte facis, ut altera falſa ſit, altera autem nulla. Quod ſi tam fœde lapſus eſt in re facili atque obvia; quod tamen et Rivalto contigit; quid ab illo expectandum eſt in difficilioribus, in quibus Viri etiam acuti interdum falluntur? Ad Commandinum quod attinet, Græcas quidem Latinaſque litteras optime calluit; ſed non omnes Archimedis libros convertit, ſive longi laboris tædio, ſive peculiari quodam litterarum fato, quo fit ut nihil fere perfectum abſolutumque ab uno homine habeatur. Neque enim numerantur inter libros a Commandino converſos libri duo de Sphæra et Cylindro, aliique item duo de Planorum Æquilibriis, quos tamen ille vidit, et in libro de Paraboles Quadratura pluries laudavit. Cum igitur hi libri neceſſario interpretandi mihi eſſent, cæteros quoque interpretari placuit, ut una in omnibus oratio ac ſtilus appareret. Neque enim inertiæ crimen effugiunt qui Græcum aliquem Auctorem edituri onus inter amicos partiuntur, et cum plura ſint ejus opera, ſuum cuique vertendum tradunt. Illud etiam accedit, quod quamvis plurima Commandinus egregie interpretatus ſit, aliqua tamen ſecus, atque debebat, accepit; præſertim in Arenario, quod codice uſus ſit valde mendoſo, in quo nonnulla adeo depravata erant, quemadmodum ipſe teſtatur, ut qualia eſſent divinandum ipſi fuerit; neque tamen aſſecutus ſit. Quæ omnia cum corrigenda eſſent, liberque ipſe quibuſdam in locis veluti retexendus, fieri non poterat quin aliqua in illum ſtili varietas induceretur, quæ maxime fugienda eſt. Nihil enim æque offendit paullo delicatiores aures, quam multiplex ſcribendi genus; ut ille tolerabilior videatur qui æquabili ſtilo utitur, licet minus eleganti, quam qui elegantiſſimo, ſed vario ſibique diſſimili. Porro Commandinus quamvis latini ſermonis naturam probe noverit, atque ideo omnia fere ad optimæ ætatis conſuetudinem exprimat, verba tamen habet, verborumque compoſitiones, quæ latinæ non ſunt. Quarum exempla non affero, quod invidioſa res ſit; cum præſertim ſciam in Geometra elegantiam, ſi afferat, probari; ſi non afferat, non valde requiri.

Hactenus de Græcis Archimedis libris: nunc pauca quædam de duobus illis dicenda ſunt, qui περὶ ὀχουμένων inſcripti temporis injuria interciderunt. Hos latine quondam redditos in vetuſto quodam codice reperit Nicolaus Tartalea, deſcriptoſque diligenter aliquatenus emendavit; non tamen eodem tempore, ſed ſpatio aliquo, ut videtur, interpoſito. Primus enim utrumque Venetiis in vulgus emiſit Trojanus Curtius An. MDLXV, nempe viceſimo ſecundo poſtquam Tartalea eorum alterum ibidem edidit. Neque vero dubium eſſe poteſt quin libri iſti Archimedi aſcribi debeant, cum eos Strabo non modo memoret, ſed propoſitionem etiam afferat, quæ in eorum primo poſita ſecundo loco eſt. Verba ejus hæc ſunt, quibus Eratoſthenem irridet, quod Archimedis ſententiam de humidi

Digitized by Google

natura atque forma non probaverit: ὁ δὲ ἕτως ἡδύς ἐστιν, ὥστε κ᾽ μὴ μαθηματικὸς ὢν ἥδε τὴν Ἀρχιμήδεϛ βεβαιῶ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχημένων, παντὸς ὑγρῷ καθεστηκότος κ᾽ μένοντος τὴν ΠτολεμαΐΔα σφαιρικὴν εἶναι. Huc etiam afferri ſolet Pappi auctoritas; ſed ea incertior eſt, quam ut cum Strabonis auctoritate conferri poſſit. Quamvis enim ipſe quoque Archimedis ὀχήμενα memoret, tamen incertum eſt quid eo nomine intelligat; num opus, quod hoc titulo habemus, an quædam hydraulica, quæ melius etiam cum Heronis ſpiritalibus conjungi videntur. Verba Pappi hæc ſunt: καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ κ᾽ τοὺς θαυμασιεργούς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς Ἥρων πνευματικῶς· οἱ δὲ διὰ νοημάτων, κ᾽ ἀπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς Ἥρων αὐτοματάτους, κ᾽ ζυγίοις· ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ᾽ ὕδατος ὀχημένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχημένους. Cæterum cum Commandinus in libros, quos memoravimus, eodem fere tempore incidiſſet, quo illos Tartalea invenit, egregiam in iis operam inſumpſit. Nam orationem, quæ barbara plerumque erat, expolivit, menda correxit, loca mutila redintegravit, duaſque, quæ deerant, Propoſitiones proprio Marte explevit: ut qui hoſce libros cum prioribus illis conferat a Tartalea emendatis facile intelligat quantum vir viro præſtet. Itaque cum cæteris addendi eſſent, unum Commandinum ſecutus ſum; niſi quod eorum titulum aliquantulum immutavi, et quos ille de iis, quæ in aqua vehuntur, ego de iis, quæ vehuntur in humido, inſcripſi: propterea quod Græcum verbum ὀχεῖσθαι latiſſime patet, vehique generaliter ſignificat. Porro licet Commandinus talia ac tanta in iis præſtiterit, qualia quantaque ea ſunt, quæ memoravimus, aliquem tamen induſtriæ noſtræ locum reliquit. Nimirum Propoſitio altera libri ſecundi hujuſmodi eſt, ut eam edidit Trojanus Curtius. "Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quam hemiolium ejus, quæ uſque ad axem, omnem proportionem habens ad humidum in gravitate, demiſſa in humido, ita ut baſis ipſius non tangat humidum, poſita inclinata non manet inclinata, ſed recta reſtituetur." Quæ hoc pacto a Commandino elegantius exprimitur. "Conoidis rectanguli recta portio, quando axem habuerit minorem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate, demiſſa in humidum, ita ut ipſius baſis humidum non contingat, et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur." Vides Propoſitionem utramque convenire, niſi quod conditio de axis magnitudine immutata eſt, quæ in illa quidem jubetur data quadam recta major eſſe, in hac autem minor. Et recte quidem Commandinus animadvertit verbum majorem mendoſum eſſe; ſed illud retinere debuit, non in minorem mutare; addita tantum negativa particula non, quæ facile, in Græco præſertim exemplari, excidere potuit. Quæ emendatio, licet exigua videatur, tamen tanti eſt, ut Propoſitio illa, niſi hæc recipitur, vera quidem ſit, ſed parte ſui mutila atque trunca. Quod enim Archimedes de recto conoide pronuntiat, id verum eſt, ſive ejus axis minor ſit recta, quam diximus, ſive eidem ſit æqualis: quorum utrumque τὸ, "non major," comprehendit. Quod cum adeo perſpicuum ſit, ut cuivis vel legenti appareat, non modo Commandinus, ſed ne Barrowius quidem animadvertit: ne quis veterum ſcripta reparare cupiens animum deſpondeat, omniaque ſibi prærepta a prioribus exiſtimet.

Sunt qui exiſtiment Archimedem librum ſcripſiſſe præter illos, quos memoravimus, qui Lemmata vocaretur, quod conjectæ in illum eſſent quædam Propoſitiones, quæ ipſæ per ſe ſtarent, viamque difficilioribus ſternerent. Hic autem liber ad noſtram uſque ætatem pervenit, quemadmodum ipſi volunt, non Græco ſed Arabico ſermone conſcriptus, ſtudio atque opera Thebitii Ben-Koræ Geometræ apud Arabas in primis clari, qui tamen liberioris interpretis munere functus eſt. Sed egregie meo quidem judicio, falluntur, dum ſibi perſuadent, aut perſuadere aliis volunt librum aliquem Archimedis hoc titulo unquam fuiſſe. Cujus inſtitutum hoc eſt, ut omnia ſuo loco demonſtret, et ſi quid interdum, ne orationis filus abrumpatur, omittit, in fine ſtatim ſubjiciat. Hinc ſolemnis ejus clauſula, quaſique con-

Digitized by Google

contrita: τοῦτο ἐπὶ τέλει δειχθήσεται. Quod autem Eutocius vetuſtum quemdam librum memorat, in quo duo quædam Archimedis theoremata continebantur, id levius eſt, quam ut refelli debeat. Neque enim totum librum, ſed partem ipſius aliquam Archimedi tribuit; idque non affirmate, ſed dubitatione aliqua injecta. Ait enim: τῶν μέντοι ζητουμένων εἶχον τὴν ὑπόϑεσιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλῳ Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, καὶ τοῖς σωμήϑεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνομάσιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρϑογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς ἔϑη τι ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα ἐπερχόμενος γράφεσθαι. Præterea vetus ille liber, cujuſcunque tandem fuerit, diverſus longe erat ab illo, quem nobis Arabum diligentia ſervavit. Neque enim continet duas illas Propoſitiones, de quibus Eutocius loquitur, pluresque contra habet, quæ in mathematicis Pappi collectionibus leguntur. Quin Propoſitio omnium prima Pappi ipſius eſt, qua Apollonii doctrinam de contactibus illuſtrare nititur. Quocirca crediderim varias in eum librum Propoſitiones congeſtas eſſe, quæ maxime illuſtres circumferebantur, quæque periculum erat ne intercidérent, niſi in unum colligerentur. Cum autem Archimedis nomen paucis quibuſdam adſcriptum eſſet, illud ad omnes tranſlatum eſt; atque ita clarior unius fama, quod fere fit, multorum memoriam obliteravit. Cæterum quædam in eo libro Propoſitiones occurrunt, quæ Archimedis ingenium præ ſe ferre videntur; cujuſmodi ſunt quæ ad Arbeli dimenſionem pertinent: idque me potiſſimum impulit, ut cæteris Archimedis libris hunc quoque adjungerem. Cujus Arabicum exemplar libenter edidiſſem, quod Florentiæ in Bibliotheca Palatina aſſervatur, quo major mihi apud eruditos gratia quæſita eſſet, ſi obtinere potuiſſem ut illud Veronam transferrem. Neque enim vitæ meæ ratio permiſit ut ego me illuc conferrem, disjectis vinculis, quibus aliquot jam annos intra domeſticum limen cohibeor. Sed cum duæ latinæ libri hujus Verſiones eodem fere temporis articulo confectæ ſint, altera a Joanne Gravio, altera ab Abrahamo Ecchellenſi, poſtremam hanc prætuli, in quam operam contulit Joannes Alphonſus Borrellus, quæ doctis Viris valde probatur. Una res offendit, quod is non contentus Propoſitiones expreſſiſſe, quæ ſolæ in pretio habendæ, ut Græcorum hominum, erant, ſcholia etiam adjecit Arabi cujuſdam Auctoris cognomento Almochtaſſi, Viri ſocordis, ejuſque Artis, quam profitebatur, minus periti. Quæ ego partim non neceſſaria, partim etiam inepta, ne cum ſolidis inania conjungerem, prætermiſi. Duas autem Propoſitiones, quas ille affert ex Abuſahal Alkuhi, ideo rejeci, quod propoſitum mihi eſſet nihil edere, quod non e Græcis fontibus ductum ſit. Et quoniam Propoſitio quædam eſt, quæ generalibus verbis concepta peculiariter demonſtratur, quod quidem tribuendum videtur Arabo interpreti, qui Græci Auctoris mentem non aſſecutus argumentationem, quæ forte interciderat, minus recte ex ingenio ſupplevit; hanc ego de integro demonſtravi, ingreſſus viam, quæ mihi ut facilior, ita elegantior viſa eſt.

Et in his quidem quæſita aliqua mihi eſt ſive ingenii, ſive induſtriæ laus. Quod nunc ſubjiciam, hominem oſtendit magis diligentem quam ingenioſum, qui nullum Auctoris ſui monumentum obſcurum eſſe patitur. Nimirum cum intellexiſſem plura Opera Mechanica confecta ab Archimede fuiſſe, omnia diligenter conquiſivi, atque in unum collegi, ne iis quidem omiſſis, quæ nomine tenus nota ſunt. Nam mirum illud navigium, quod Hiero Rex Syracuſarum conſtruxit, Archiæ cuidam Corinthio, non Archimedi tribuendum eſt: quippe ille Architectus, hic præſes inſpectorque ejus operis fuit. Hæc autem opera ita referre placuit, ut a Græcis, Latiniſque Scriptoribus memorata ſunt; ſelecto inter multos antiquiſſimo quoque, niſi ſi recentior aliquis accuratior pleniorque in deſcribendo fuiſſe viſus eſt. Quod dum feci, non tam aliorum auctoritati, quam fidei meæ conſulere volui: ne cum quædam narrarem, quæ fidem prorſus excedunt, ea ipſe præſtare viderer. Quis enim non inter aniles fabulas referat, quod aliqui tradunt, Archimedem hoſtium naves, injectis

Digitized by Google

injectis earum proris ferreis manibus, ſuſtuliſſe, aut portum ſubeuntes comburentibus ſpeculis incendiſſe? Quod tamen poſtremum, cum neque Polybii, neque veteris ullius Scriptoris auctoritate firmetur, facile refutaveris. Et ſane quod ſpeculum fabricari potuit ea magnitudine, ut exceptos ſolis radios in tantam longitudinem jaceret? Qui ſi eo pertingere potuiſſent, quo intendebantur, nullum tamen inde navi periculum fuiſſet, quod ſua ipſa agitatione vitaret. Hoc tamen ipſum ſeu falſo creditum, ſeu in majus auctum, e celebritate viri originem duxit. Et magna illum ac mirifica præſtitiſſe dicas, cui incredibilia affingebantur. Neque vero prætermittendum aliquid erat quod Archimedis nomine celebraretur. Itaque ea quoque ſubjicere oculis volui, quæ aut incerta in aliquibus Bibliothecis latent, aut minime dubia nobis longa ætas corrupit. Hæc autem deſcripta e Græca Joannis Fabricii Bibliotheca poſtremo loco poſita ſunt.

Jamque videbar ſuſcepto labori finem impoſuiſſe, cum occurrit animo fore pleroſque, qui Eutocii commentarios deſiderent Aſiatici hominis, et explanandi arte inſignis. Hic oriundus Aſcalone nobili Paleſtinæ urbe ante annos floruit mille circiter et ducentos; utpote qui præceptore uſus eſt Iſidoro Mileſio Architecto in primis claro, qui Juſtiniano imperitante una cum Anthemio Tralliano ſuperbum illud D. Sophiæ templum extruxit. Inter commentarios quos in Archimedem conſcripſit duo illi maxime celebrantur, quibus divinum opus de Sphæra et Cylindro illuſtravit. Quorum alter longe quidem uberrimus plurimi faciendus eſt, in quo varii modi traduntur, quibus veteres Geometræ celebre illud problema de cubo duplicando expedire conati ſunt. Deſcribuntur autem in illo plures machinæ perquam ingenioſæ, quarum, quæ ingenioſiſſima eſt Eratoſthenis, parum ab illa differt, quam in tertio Geometriæ libro Carteſius proponit. Quod quidem ſilentio libens præteriiſſem, niſi ejus fama hoc in genere laboraret; objectumque ei eſſet, quod gloriam ſibi ex aliorum inventis interdum quæſierit. Sed illud in primis jucundum eſt plura Geometrarum ſcripta cognoſcere, quorum pleraque interciderunt, nempe Philonis, Dioclis, Spori, Menechmi, Eudemi, Architæ, Eratoſthenis, Nicomedis, Heronis, quorum poſtremus librum de fornicatis parietibus, teliſque fabricandis compoſuit. Quod dum reputo ſatis mirari non poſſum Græcorum diligentiam, qui de rebus omnibus quantumvis exiguis ſcribebant, modo ad neceſſarios vitæ uſus utiles eſſent. Præterea quædam in hoc commentario verba occurrunt, ut levia quoque attingam, quibus Græcam linguam locupletaveris, cujuſmodi ſunt σωληνίζομαι, ϗοινικίδες, et κίϱκινος; quod poſtremum non Græcum ſed latinum hucuſque habitum eſt. Qui autem Commentarius proxime ſequitur in Circuli Dimenſionem vel ideo in pretio habendus eſt, quod ex eo colligitur quam difficilis atque implexa Græcorum Logiſtica fuerit. Cujus Artis præcepta complexus eſt Pappus duobus primis collectionum ſuarum libris hauſta fortaſſe a Magno, cujus λογιϛικὰ Eutocius memorat. Nam Græci ad numeros exprimendos alphabeti litteras adhibebant, non habita, ut hodie fit, ratione loci, in quo collocantur; quæ cum variæ eſſent atque multiplices haud mediocrem vel exercitatiſſimo computatori moleſtiam afferebant. Neque vero contemnendi ſunt commentarii quibus libros de Planorum Æquilibriis Eutocius expoſuit: quamquam in iis, ut verum fatear, levia quædam nimia cura perſequitur, gravioribus, quod interpretum vitium eſt, ſilentio tranſmiſſis. Nam propoſitio ſexta libri primi prætermiſſa ab eodem eſt, quæ tamen omnium potiſſima, utpote quæ principium demonſtrat, cui mechanica ars tota innititur, vitio aliquo laborare videtur. Quo factum eſt, ut docti aliqui viri ſuſpicati ſint Opus iſtud Archimedis non eſſe; licet nulla ſatis firma ratione permoti. Nam cæteræ propoſitiones ſolidiſſimæ ſunt; et hanc ipſam concutias facilius, quam evertas. Ipſe etiam ſtilus Archimedis eſt, qui ſemet ipſum horum

Digitized by Google

horum librorum auctorem prodit, dum in eorum altero Propositione V. librum de paraboles quadratura citat his verbis: δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων. Num ita loqui solet qui aliena memorat? Verum hoc obiter. Illud dolendum est, quod neque isti commentarii, neque cæteri, quos memoravimus, uno in Circuli Dimensionem excepto, digni habiti sint, in quibus aliquis ingenii vires exerceret. Nam præterquam quod hominum diligentia æmulatione intenditur, minus in iis laborandum est, quæ ipse primus non attingas; quando aliena facilius correxeris, quam ipse tua proposueris. Itaque major prope cura adhibenda mihi fuit in Eutocio, quam in Archimede ipso recognoscendo; quamvis ille, ut recentior, ita incorruptior aliquanto ad nos pervenit. Atque hæc causa fuit, cur Archimedem in Eutocii domo conquirerem, ubi melius quandoque, quam in propria habitabat. Quod si qua sententia cum eadem utrobique sit verbis aliquibus discrepat, id ex editionum varietate repeti debet. Quando enim Eutocius suos commentarios confecit editione usus est longe optima, quam præceptor ejus Isidorus Milesius recognoverat, ut ipse monet his verbis, quæ in fine cujusque commentarii subjecit: Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, ἐκδόσεως παρεμβληθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ. Cæterum illud non tam in Archimede quam in Eutocio expertus sum, quam arduum ac difficile sit Græcorum monumenta latinis litteris tradere. Nam Romani eloquentiæ studio unice dediti, quod in Republica maxime viget, Geometriam, cæterasque fere disciplinas comtemnebant, quasi eæ homini ingenuo minus convenirent. Hinc fit, ut si quid de rebus hujusmodi scribendum sit, nullum fere auctorem habeas, quem imitere. Quo major mihi gratia habenda est eximio hujus ætatis scriptori Jacobo Facciolato Patavino, quem ego unum per litteras consului, quoties aliquid incidit, quod sine summa Latinæ linguæ peritia expediri non posset. Nec ille pro sua erga me benevolentia, licet gravissimis occupationibus districtus, quærenti mihi unquam defuit. Nam ut est humanissimus, colendisque amicitiis in primis natus nihil antiquius ducit, quam quos maxime caros habet opera atque consilio juvare.

Utinam vero Eutocius omnia Archimedis opera exposuisset eadem cura atque diligentia, qua pauca quædam exposuit, quæ memoravimus: quod illi facere per otium licuit, cum admodum adolescens libros de Sphæra et Cylindro interpretatus sit, ut ex ejus epistola apparet ad Ammonium Sophistam. Sed unus fortasse aliquis exorietur, qui incœptum ab eodem opus absolvet, aut, quod optabilius est, de integro instituet, præcipuus ingenio atque doctrina, iisque omnibus adjumentis instructus, sine quibus res tanta perfici nequit. Nam majus quiddam est, quam quod vulgo creditur, commentarios in Archimedem pro rei dignitate conscribere; idque cum omni tempore, tum præsertim ætate hac, quando ea, quæ maxima olim habebantur, ut levia despicimus. Quotus enim quisque hodie petat, modo non in ipso Geometriæ limine hæserit, ut si qua Propositio paulo obscurior in Archimede occurrit, ea sibi explicetur, demonstratisque, quæ ille consulto omisit, in sua quasi principia resolvatur? Hoc, quod quis in Euclide, Apollonio, Theodosio, aliisque cum laude præstiterit, supervacuum in Archimede est, qui non tyronibus, sed viris exercitatis legendus proponitur. Illud potius quærendum esset, quænam fuerit methodus illa prorsus admirabilis, qua tantus Geometra usus est ad ea detegenda, quæ hodie calculi integralis ope eruuntur. Neque enim valde diversa fuisse videtur ab illa, quam primus invenit Bonaventura Cavalerius, suoque illo volumine tradidit, quod "Geometriam indivisibilibus continuorum promotam" nuncupavit. Sane Archimedes si quando demonstrare vult, quæ figuræ ad figuram proportio sit, sive ea plana fuerit, sive solida, utramque in plures particulas aut parallelogrammas, aut cylindraceas dividit, easque invicem componit cum singulas, tum omnes simul sumptas, ut quod verum est inde eliciat. Quod ubi factum ab illo vidisses, quantu-

Digitized by Google

lum erat particulas illas animo uſque adeo minuere, dum collectæ in unum totas figuras exæquare viderentur! Atqui hoc præcipuum fundamentum eſt, cui Cavalerius methodum ſuam ſuperſtruxit. Quid vero ſi Archimedes docuit, qua ratione eæ particulæ, quotcunque tandem fuerint, in unam ſummam colligantur? Nimirum huc faciunt Propoſitiones X, et XI libri de Helicibus; et II ac III libri de Conoidibus et Sphæroidibus. Illud porro animadvertendum eſſet, quantum Archimedes et Cavalerius inter ſe conveniunt, tantumdem a ſe invicem diſſentire. Cum enim uterque figuram, de qua quæritur, in plures particulas dividat, ex quibus figura alia componitur, Archimedes quidem de una ex altera ita conjicit, ut ſingulas ſeorſum conſideret; Cavalerius autem idem de utraque ſtatuit, quod ſibi perſuadeat eas tandem aliquando in unum coaleſcere. Itaque cum idem uterque eadem via quærat, longe diverſis principiis utitur. Neque enim Archimedes ſtatuit, aut ſtatuere unquam potuit, componi lineam ex punctis, ſuperficiem ex lineis, ſolidum ex ſuperficiebus; quod utique abſurdum erat cogitaſſe. Atque hoc manifeſtum eſt ex V propoſitione libri de Conoidibus et Sphæroidibus, in qua cum hoc ſibi demonſtrandum propoſuiſſet, ellipſin ad circulum majori ejus diametro inſcriptum eamdem rationem habere, quam minor ejus diameter ad majorem, argumentationem inſtituit, quæ eo demum exit, ut colligatur eamdem illam rationem intercedere inter duas lineas, quæ a quovis puncto communis diametri ad ellipſis et circuli ambitum, ad rectos angulos, ducuntur. Quidni ergo Archimedes ita concluſerit? Atqui linearum, quas diximus, priores quidem ellipſin componunt, poſteriores vero circulum; et ut omnes præcedentes ad omnes ſequentes; ita ſe habet una præcedens ad unam ſequentem. Igitur ellipſis ad circulum eamdem rationem habet, quam minor ejus diameter ad majorem. Hoc argumento recentior aliquis Geometra utatur, non Archimedes, aut alius quiſpiam ex antiquis, qui valde metuunt ne ab Euclide ferulis vapulent. Quippe recta linea ab eo definitur ſine latitudine longitudo: ex quo ſequitur infinitas numero lineas, cum alia ſuper aliam cadat, unam tantum lineam efficere. Quod ſi rectam lineam ipſe definieris longitudinem cum inſecabili quadam latitudine, præterquam quod quid hoc ſit concipi non poteſt, in aliam haud minorem difficultatem incides. Nam ſi inæquales hujuſmodi rectæ componantur, ſerratam quamdam figuram conſtituent, non continuo et æquabili orbe comprehenſam.

Atque hinc occaſio arripienda eſſet, quæ ſeſe ſponte offert, excutiendi celebris illius ſive principii, ſive petitionis, cui uni calculus differentialis, atque integralis innititur, duas quaſvis magnitudines æquales eſſe, quæ quantitate differunt adeo exigua, ut minor alia proponi nequeat. Quod quidem manifeſte pugnat cum notione illa, quam animis inſitam de æqualitate habemus. Ea enim æqualia eſſe concipimus, quarum differentia nulla eſt. Jam vero ſi quantitas infinitefima, ita vocant, exigua illa quidem eſt, ſed tamen aliqua, qui, quæſo, fieri poteſt, ut duæ magnitudines, quas inter hujuſmodi quantitas intercedit, æquales omnino ſint? Nam de monte quod dicitur, quem ideo depreſſiorem non cenſeas, quod granum arenæ ejus vertice deceſſerit, id nihil ad rem facit. Quippe in Geometria quod exquiſitiſſimum eſt quæritur; ita ut ſi ejus montis altitudo Geometrica ratione dimetienda ſit, ne illud quidem arenæ granum negligi debeat. Porro eo etiam diligentius quærendum de infinitefimis quantitatibus eſſet, quod quidam contendunt eaſdem receptas fuiſſe ab antiquis Geometris, quod falſiſſimum eſt. Cum enim Euclides docet, datis inæqualibus duabus magnitudinibus, fieri poſſe, ut a majore magnitudine pars quædam alia atque alia abſcindatur, ita ut, quæ pars ejus relinquitur, minore propoſita magnitudine minor ſit, quid aliud oſtendit, quam nullam eſſe majoris illius magnitudinis partem, ultra quam progredi abſcindendo nequeas? Ita ille maxime infenſus eorum placitis invehitur, quo præſertim nituntur. At mihi recentiores Geometræ ideo decepti eſſe videntur, quod principia quædam atque elementa quæſierint in magnitudine mathematica haud ſecus quam in phyſica

Digitized by Google

phyſica quæri ſoleant. Quaſi vero eadem ſit magnitudinis utriuſque natura, et non potius longe diverſa, cum altera coacervatione fiat, altera motu; ita ut quæ illius elementa ſint, animo ſaltem concipias; quæ vero hujus, ne fingere quidem poſſis. Nimirum cum unum idemque ſolidum ſuperficiei motu gignatur, ſive celerior is ſit, ſive tardior, quæ tandem illius ſolidi elementa erunt? An pro diverſitate motus ea quoque diverſa cenſenda ſunt? Ita fiet, ut plura ac prorſus infinita unius magnitudinis elementa ſint; quod utique eſt abſurdum. Atque hinc vetus illa quæſtio de diviſione continui, quæ magna animorum contentione diu multumque in ſcholis agitata eſt, minimo negotio expeditur. Nam continuum, quod vocant, aut Phyſicum eſt, aut Mathematicum. Si Phyſicum eſt, illud ita divides, ut conſiſtere tandem cogaris: ſin autem Mathematicum, progredieris dividendo quouſque voles; neque ulla erit pars adeo exigua, quæ animo dividi in partes alias atque alias non poſſit. Scilicet illud disjunctione partium disjici nequit, quod non earum compoſitione compingitur; et ibi elementa fruſtra quæruntur, ubi nulla ſunt. Quod cum dico duo hæc continua mente et cogitatione ſejungo; ne quis forte objiciat mathematicum in phyſico concipi, quatenus ſcilicet id eſt quantum, et propterea idem de utroque pronuntiari debere. Neque vero quidquam agunt, qui infiniteſimas quantitates rejicientes, momenta quædam earum loco Geometriæ inferunt; eaque ita vocant, quod concipiantur momento temporis finitæ magnitudinis fluxu oriri. Si enim momenta hæc vires ſuas fluendo explicant, non aliud ſunt quam ipſæ, quas rejiciunt, infiniteſimæ quantitates: ſin autem nituntur, neque tamen ultra tendunt, novum vocabulum fruſtra inducitur, dum id, quod nihil eſt, momentum appellatur. Quid ergo eſt? Inquiet aliquis. Num recentiorum calculum deſpicis, cujus uſus in Geometria tam longe lateque patet? Imo vero valde ſuſpicio, atque inter maxima ſuperioris ætatis inventa refero, quo nihil majus non modo ab homine expectari, ſed ne voto quidem præſumi potuerit. Hoc unum contendo, falſo illum fundamento inniti: ut ſuſpicari liceat non jam conſtituto principio calculum inventum, ſed invento calculo tum demum conſtitutum principium fuiſſe. Et ad calculum differentialem quod attinet, illud mihi certum exploratumque eſt in definiendis contingentibus, et maximis minimiſve, quas illi infiniteſimas quantitates vocant, has eſſe merum nihilum. Merum autem nihilum dico, quod nihilum relatione in Geometria, meo quidem judicio, nullum ſit. Quod vero attinet ad calculum integralem, cujus ope curvæ lineæ in rectas tranſmutantur, et ſuperficies ac ſolida ad quadratum, et cubum rediguntur, quantitates illæ, quæ characteriſticæ vocantur, aliquid quidem ſunt, ſed furtim calculo ſupputantur. Quid ergo mirum ſi calculi iſti recte procedunt; quando nihil impendii ſit, ſive quod nihil eſt abjicias, ſive quod eſt aliquid ultro retineas. Ex quo illud etiam apparet merum calculi integralis commentum eſſe, duas quaſdam rectas concipere infinite proximas, quæ figuræ elementum conſtituant; quod eodem res cadat quocunque tandem intervallo diſtent. Atque hæc adeo perſpecta mihi ſunt in curvis omnibus tam algebraicis, quam mechanicis, ut ea, ubi opus fuerit, demonſtrare poſſim.

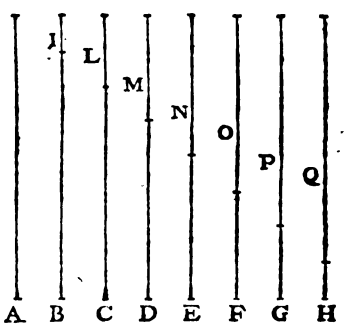
Nunc autem pauca quædam non tam explicare, quam proponere libet, quæ occurrerunt animo cum Archimedem attente perlegerem, quæreremque num, quæ ſibi recentiores Geometræ ſubſidia analyticæ artis quæſierunt, ipſe, ut aliqui volunt, admiſerit. Ego enim contra ſentio, quod videam ea quoque illum rejicere, quæ minus dura videntur; puta figuram quamlibet curvam ſumi poſſe pro polygono eidem inſcripto, quod infinita numero latera habeat. Quod cum tamquam verum ponatur communi recentiorum Geometrarum conſenſu, tantum abeſt ut Archimedes illud probet, ut ideo concludat ſpatia quædam parabolæ ſegmento inſcripta, quotcunque tandem fuerint, ſegmento ipſo minora eſſe, quod ea polygono cuidam æqualia ſint. Et ſane concipi nequit polygonum

in

Digitized by Google

in curvam figuram abire, quin duæ res prorſus diverſæ in tertiam quamdam coaleſcant. Alia ſiquidem ſpecies nobis animo obverſatur cum circulum, et alia cum polygonum dicimus, quæ non tam re, quam ratione ſecernuntur. Porro id polygonum, quod in circulum tranſmutatur, cujus tandem naturæ eſſe debet? Num ternarius illud numerus metietur, an quaternarius; denique alius quiſpiam numerus primus, vel compoſitus? Neque enim demonſtras cur potius circulus fiat id polygonum, cujus latera a ternario, quam cujus a quaternario, aut alio quovis multiplicantur. Præterea abſurdum eſt concipere, quod infinitum eſt, id factum aliquando eſſe. Neque enim id eſt infinitum, cujus aliquis eſt finis. Cæterum non negaverim polygona, quæ curvis figuris inſcribi ſolent, magno ſæpe adjumento eſſe ad ea detegenda, quæ figuris ipſis conveniunt, quæque alio modo erui ſine magno labore non poſſent. Nam Archimedes ipſe paraboles quadraturam invenit, polygono quodam ejuſdem ſegmento inſcripto, cujus ea erat natura, ut minus continuo eſſet quam ſeſquitertium trianguli eamdem ac ſegmentum baſim atque altitudinem habentis quantitate quadam, quæ magis magiſque minueretur, quo plura polygonum latera haberet, propiuſque ad ſegmentum ipſum accederet. Hoc autem polygonum parabolæ analogum recte vocaveris. Cujus generis polygona cum infinita ſint, pro diverſa curvarum natura, quærendum de iis diligenter eſſet; unde maximi in Geometriam fructus redundarent. Plurimum enim ſcire refert, quotieſcunque polygonum figuræ alicui inſcribis, utrum analogum eidem ſit; ne in graviſſimos errores incidas, eaque te inveniſſe credas quæ fieri nullo modo poſſunt. Cujus rei exemplum hic afferre libet ex figura quadam petitum polygoni ſpeciem referente circuli quadranti inſcripta, cujus ope aliquis fortaſſe ſibi perſuaſerit ſe circuli quadraturam detexiſſe. Hoc autem tribus propoſitionibus explicabitur, quarum prima hæc ſit.

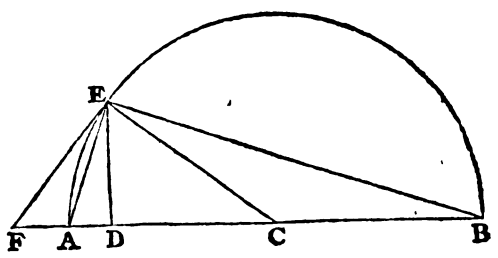
1. Si fuerint rectæ quotcunque æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum exceſſus ſit æqualis minimæ; et aliæ item rectæ multitudine quidem unâ illis minores, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ; omnes rectæ, quarum unaquæque maximæ eſt æqualis, duplæ erunt omnium rectarum ſeſe invicem excedentium, dempta earum maxima.



Hujus autem demonſtratio ex appoſita figura manifeſta eſt. Ex qua ſequitur, ſi minores rectæ, quas diximus, cum poſterioribus conjungantur, tunc triplas illarum fore.

2. Si recta linea circulum in quolibet puncto contigerit, et ab eodem recta ducatur ad diametrum normalis, duæ rectæ, quarum prima inter normalem, et contingentem, altera inter normalem, et diametri extremum, quod ad partes contingentis eſt interjicitur, proportionales erunt duabus rectis, quarum prima interjicitur inter normalem, et extremum diametri, quod eſt ad partes contingenti contrarias, altera inter normalem, et centrum; ita ut, quæ ſunt ad diametri extrema, ſecum invicem non conferantur.

Sit circulus A E B, cujus diameter A B, et centrum C. Contingat autem circulum A E B in puncto E recta E F; ducaturque a puncto E recta E D ad diametrum A B normalis. Dico, ut F D ad A D, ita ſe habere B D ad D C.

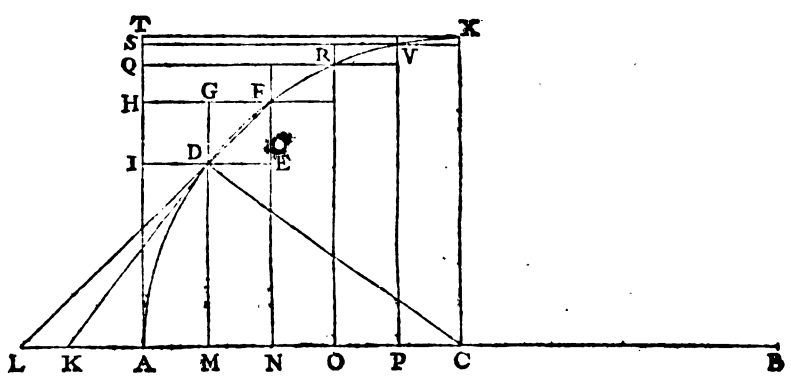


Ducantur enim rectæ A E, C E, B E. Quoniam igitur angulus A E B rectus eſt, ut E D ad A D, ita ſe habet B D ad E D. Se habet

habet autem, ut FD ad ED, ita etiam ED ad DC; quoniam angulus FEC ipſe quoque eſt rectus. Se habet igitur, æqua proportione, ut FD ad AD, ita BD ad DC. Quod oportebat demonſtrare.

3. Si circuli quadranti quadratum circumſcribatur; ſectaque alterutra ejus baſe in æquales quotcunque partes rectis ad baſim ipſam normalibus, quæ quadrantis circumferentiam in partes totidem ſecent, ducantur ad ea puncta, in quibus eadem ſecatur, rectæ aliæ baſi parallelæ; producanturque rectæ, quas primo, quaſque ſecundo loco diximus, ad binas contiguas, ita ut figuræ oriantur ex parallelogrammis compoſitæ, quarum altera quadranti inſcribatur, altera circumſcribatur: inſcripta ad circumſcriptam majorem quam triplam rationem habebit.

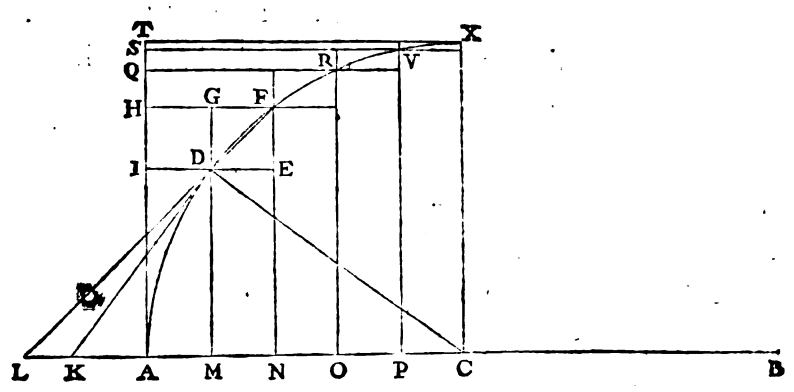
Sit circuli quadrans ADFRVX, eique circumſcribatur quadratum ATXC. Secetur autem AC in æquales quotcunque partes AM, MN, NO, OP, PC rectis ad ipſam AC normalibus MD, NF, OR, PV; ducanturque ad puncta D, F, R, V rectæ ID, HF, QR, SV ipſi AC parallelæ, et producantur MD, ID ad HF, NF, aliæque item eodem modo; ita ut oriantur figuræ, altera quidem MDFRVX, altera vero IDFRVX. Dico figuram MDFRVX ad figuram IDFRVX majorem rationem habere quam triplam.



Jungantur enim puncta D, F recta DF, quæ producta cum diametro in puncto L concurrat. Ducatur autem a puncto D recta DK quadrantem contingens; et jungatur DC; ponaturque CB ipſi AC æqualis. Et quoniam parallelogramma DN, HD æquiangula ſunt, rationem inter ſe invicem habebunt, quæ ex laterum rationibus componitur. Itaque ut parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD ita ſe habet cum DE ad DG, ſive EF, tum DM ad DI, ſive AM. Ut autem DE ad EF, ita ſe habet LM ad MD. Ut igitur parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD, ita ſe habet cum LM ad MD, tum DM ad AM; hoc eſt parallelogrammum LMD ad parallelogrammum AMD; hoc eſt LM ad AM. Quæ enim parallelogramma ſub eadem altitudine ſunt, ea ſeſe invicem habent ut baſes. Habet autem LM ad AM majorem rationem, quam KM ad AM; hoc eſt BM ad MC. Quippe demonſtratum eſt quatuor haſce rectas proportionales invicem eſſe. Habet igitur parallelogrammum DN ad parallelogrammum HD majorem rationem, quam BM ad MC. Eodem modo demonſtrabitur, parallelogrammum FO ad parallelogrammum QF majorem rationem habere, quam BN ad NC; et parallelogrammum RP ad parallelogrammum SR majorem, quam BO ad OC; et parallelogrammum VC ad parallelogrammum TV majorem, quam BP ad PC. Igitur omnia parallelogramma DN, FO, RP, VC ad omnia parallelogramma HD, QF, SR, TV majorem rationem habent, quam omnes BM, BN, BO, BP ad omnes MC, NC, OC, PC. At vero BM æqualis eſt duabus BC, CM; et BN duabus BC, CN; et BO duabus BC, CO; et BP duabus BC, CP. Itaque quædam ſunt rectæ æqualiter ſeſe invicem excedentes BC, CM, CN, CO, CP, quarum exceſſus minimæ CP æqualis eſt; et aliæ item rectæ multitudine quidem una illis minores, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ BC, quæ cum prioribus

Digitized by Google

illis conjunguntur. Omnes igitur BM, BN, BO, BP triplæ erunt omnium CM, CN, CO, CP. Demonſtratum autem eſt omnia parallelogramma DN, FO, RP, VC ad omnia parallelogramma HD, QF, SR, TV majorem rationem habere, quam omnes BM, BN, BO, BP ad omnes MC, NC, OC, PC. Igitur omnia parallelogramma DN, FO, RP, VC, hoc eſt figura inſcripta, ad omnia parallelogramma HD, QF, SR, TV, hoc eſt figuram circumſcriptam, majorem habent rationem, quam tria ad unum; hoc eſt majorem quam triplam. Quod oportebat demonſtrare.



Jam qui appoſitam figuram inſpicit ſtatim intelligit, quo plures in partes ſecatur AC eo propiores DM, FN, itemque DK, DL invicem evadere, rationemque magis magiſque minui, quam LM habet ad AM; ut tandem ferme conveniat cum ratione, quam habet KM ad AM; hoc eſt BM ad MC. Hoc autem cum in aliis quoque rectis contingat, quæ a punctis F, R, V ductæ intelliguntur, ſequitur rationem figuræ quadranti inſcriptæ ad circumſcriptam continuo ad triplam accedere; ut ea demum inter quadrantem ipſum, et quadrati ſegmentum intercedere videatur. Quod ſi ita res haberet ſequeretur quadratum quod circulo circumſcribitur circuli eſſe ſeſquitertium; atque ideo ejus circumferentiam diametri eſſe triplam; quod omnino fieri non poteſt. Demonſtravit enim Archimedes, cujuſlibet circuli circumferentiam diametri eſſe triplam, et adhuc parte quadam excedere, quæ minor quidem eſt ſeptima diametri parte, major vero decem ſeptuageſimis primis. At vero perperam de circulo conjicitur ex figura eidem inſcripta, quæ nihil cum circulo ipſo commune habet.

Contra autem eſt in polygono, quod Archimedes parabolæ inſcribit, quod licet parabola numquam fiat (eſt enim abſurdum) cum illa tamen arcta quadam ſocietate conjungitur. Atque id polygonum exprimitur ſerie quadam magnitudinum, quæ proportione quadrupla, eademque continua, ſeſe invicem excipiunt. Cujus ſeriei colligendæ ratio ea nobis ab Archimede traditur, quæ vera germanaque eſt, et totius rei naturam explicat. Cum enim nos doceat omnes has magnitudines in unum collectas ſeſquitertias eſſe maximæ, ſi tertia minimæ pars iiſdem adjiciatur, neque tamen earum numerum definit, facile intelligitur partem hanc tertiam non aliud eſſe, quam parabolæ ſegmenta, quæ una cum polygono parabolam totam componunt. Itaque ſi qua ſeries colligenda ſit, opus non eſt, ut ea concipiatur infinitis numero terminis conſtare, quod tamen recentiores præcipiunt; ita ut poſtremus prope ad nihilum redigatur, ideoque negligi poſſit. Nam ipſe quoque in ſummam redigendus eſt, et quantitas adhuc quædam addenda, quæ reliqua eſt magnitudinis pars, unde ſeries oritur, et dividenda uſque et uſque eſſet. Redit autem integrum, ſi quæ pars ablata fuerit, eidem rurſus accedat. Quid quod etiam Recentiores eam ipſam quantitatem ſpecie abjiciunt, revera ſupputant. Nimirum ea in formula colligendis ſeriebus inſtituta negative ponitur: et quæ quantitas ſigno negativo notatur, ſi notetur poſitivo, evaneſcit.

Porro ex his omnibus colligitur eaſdem fere methodos Veteres adhibuiſſe, quibus nunc utimur, niſi quod eas ſolidioribus fundamentis ſuperſtruxere. Scilicet ſeveriora ejus ætatis ingenia nihil tamquam principium admittebant, quod non ſtatim ipſo naturæ lumine verum eſſe appareret. Nunc autem quædam proponuntur, quæ adeo obſcura ſunt atque incerta, ut qui

Digitized by Google

qui liberaliſſime agere velit, pronuntiare debeat, quod in antiquis indiciis fieri ſolebat, non liquere. Quotus enim quiſque infiniti naturam perſpexit, cujus nulla notio ſatis clara atque diſtincta impreſſa in animis noſtris quaſique conſignata a natura fuit? Neque vero ipſi per nos acquirere potuimus, cum totus hic mundus aſpectabilis, et quidquid in eo manu tangimus, oculis videmus, ſenſu aliquo modo percipimus, ſuis finibus coerceatur. Quod dum reputo minus miror viros etiam acutiſſimos, quoties de infinito locuti ſunt, hallucinatos eſſe, multaque prodidiſſe, quæ partim inania ſunt, partim etiam abſurda. Quid enim abſurdius excogitari potuit, quam circuli circumferentiam, ſi infinitus ille fiat, in rectam lineam tranſmutari? Nonne infinitus circulus æque ſecum ipſe pugnat, atque cum infinito finitum? Et recta fieri qui poteſt linea, cujus ea natura eſt, ut in orbem redeat? Quæ cum ita ſint affirmare non dubitaverim infinitum propria ſignificatione acceptum a Geometria omnino rejiciendum eſſe, cujus præcipuum officium eſt magnitudines metiri; ex quo etiam Geometria dicitur. Infinitæ autem magnitudinis menſura nulla eſſe poteſt. Quæ enim ſuperficies, aut ſolida infinita a Geometris dicuntur, ea proprie infinita non ſunt; niſi quatenus infinita etiam eſt pedalis longitudo, quæ in partes dividi poteſt nullo finito numero comprehendendas. Quod ſi qua magnitudo concipienda ſit ultra quodvis intervallum extendi, eam rectius Geometra indefinitam, quam infinitam vocaverit. Nam qui aiunt infinitum, de quo in Geometria ſermo eſt, infinitum abſolute non eſſe, ſed relatione tantum, nihil aliud agunt, quam ut infiniti nomine abutantur, et quod infinitum non eſt, id infinitum eſſe dicant. Cujus definitio hæc una afferri poteſt: infinitum id eſt, quod nullos habet fines. Quocirca ſi quis conſiderare voluerit quid infinitum ſit, notiones ejus omnes ex allata definitione eruet, diligenterque cavebit ne cum ulla re finita illas communicet; unde maximi errores ſequerentur. Hoc autem quomodo fieri debeat præclare nobis Plato demonſtravit in Parmenide, ubi poſtquam unum cum Zenone id eſſe definiit, quod non plura; quid unum ſit hac ſignificatione acceptum, et quid inde ſequatur, inquirit. Atque id tanto ingenii acumine exequitur, quanto nemo unquam mortalium de re ſubtiliſſima diſputavit: ut quantus is in aliis libris cæteros Philoſophos, tantum in hoc ſe ipſum ſuperaſſe videatur. Cæterum cum infinitum magnitudine concipi nequeat, ne infinitum quidem parvitate concipies. Scilicet alterum majus eſt, quam ut animo recipi poſſit; alterum minus, quam ut retineri. Quamquam primum illud a Geometris aliquo modo exprimitur unitatis nota per nihilum diviſa; neque uſu caret ſi tempore et loco adhibeatur.

Hæc aliaque hujuſmodi, quid enim ſingula percurram? explicanda illi eſſent, qui novos in Archimedem commentarios conſcribendos ſuſciperet. Nulla enim utilior aut jucundior comparatio eſſe poteſt, quam quæ inter Veteres, et Recentiores inſtituitur; præſertim cum minime invidioſa res ſit, quos longa ætas æmulationi exemerit, etiam ſupra verum extollere. Sed ne illa quidem ſilentio prætereunda, quæ cum ante annos bis mille Archimedes propoſuerit, ſuperiore demum ætate ut nova tradita ſunt. Et de magnitudinibus quidem colligendis quid ille præceperit ſupra dictum eſt, ſi eæ proportione Geometrica, eaque continua deinceps ponantur. Illud quoque nos docuit, quomodo magnitudines colligi debeant, quæ pro ratione numerorum deinceps imparium ſeſe invicem conſequuntur. At hoc facere quicunque noverit plures ſuperficies, ac ſolida minimo negotio quadrabit. Et ut a Geometricis ad Phyſica tranſeamus, celebris illa poſitio de corporum gravitate Archimedi debetur, qua finguntur duo, aut plura gravia ad terræ ſuperficiem agi ſecundum lineas rectæ illi parallelas, quæ a communi eorundem gravitatis centro ad terræ centrum ducitur. Cum enim vera poſitio hæc eſſet, qua Archimedes ipſe quandoque utitur, gravia ad terram deprimi ſecundum lineas, quæ in ipſius

terræ

Digitized by Google

terræ centro coeant, altera illa conficta eſt, quo facilius præcipua quædam de gravitate theoremata eruerentur. Et ſane ſi quis primum illud ponat, deinde quærat quam lineam grave deſcribat, quod in plagam aliquam projiciatur, difficillimam rem ſuſceperit. Neque vero alterum jure rejeciſſe videbitur, quando duæ lineæ, quæ non niſi dimenſo longiſſimo intervallo invicem concurrunt, parallelarum naturam aliquo modo ſequuntur. Ad hæc ſi quis machinas tractorias conſideraverit, quæ noſtris temporibus propoſitæ ſunt, facile intelliget omnes fere ab Archimedis Helice, aut Triſpaſto ductas fuiſſe. Quin etiam lanx illa a Galilæo excogitata, cujus ope detegitur, ubi illam in aqua demerſeris, num qua maſſa è pluribus metallis conflata fuerit, et quota cujuſque pars in ea ſit, uni Archimedi tribuenda eſt. Profecto lancem neſcio quam in hunc uſum ab Archimede comparatam Priſcianus deſcribit, aut quicunque Auctor fuerit libelli de ponderibus, et menſuris. Nam Vitruvius rem exequitur craſſa Minerva; ut potius vulgi opinionem, quam veritatem ſecutus eſſe videatur. Verum de his hactenus.

Id quoque oneris alius quiſpiam Archimedis explanatori injunxerit, ut ejus nomen adverſus quoſdam tueatur, qui illud ſi non obſcurare, certe perſtringere conati ſunt. Neque enim defuerunt qui quædam ejus ſcripta, firmiſſimis licet demonſtrationibus ſubnixa, oppugnarent. Sed mihi ea cura inanis videtur, quæ in iis propugnandis impenditur, quæ ſemel vera eſſe certiſſimis argumentis cognoveris. Quem enim eorum moveant, qui Archimedis Circuli Dimenſionem probe aſſecuti ſint, quæ adverſus illam Joſephus Scaliger impetu magis, quam ratione fudit? Et hæc ipſa ab Hadriano Romano, aliiſque uſque ad faſtidium refutata ſunt. Quoniam vero duo omnino cum ſint demonſtrandi modi, quorum alter directus, alter non directus vocatur, Archimedes poſtremo hoc plerumque utitur; idque ei a pleriſque vitio datum eſt; pauca quædam de illo dicenda eſſent. Et illi quidem, qui priorem modum ſecundo ita præferunt, ut illum certum ac germanum, hunc fallacem ſpuriumque eſſe dicant, non ſatis mihi utriuſque naturam perſpexiſſe videntur. Uterque enim æque plana ac ſimplici via ingreditur, quando alter verum ex vero, alter falſum ex falſo colligit. Ea autem veri, falſique natura eſt, ut neutrum ſibi contraria gignat. Enimvero duo illi modi hoc præſertim inter ſe differunt, quod alter per vera progreditur, quæ ſingula vera eſſe, cognito primo, intelliguntur; alter per falſa, quæ falſa eſſe tum demum apparet, cum de poſtremo conſtiterit. Id quoque modus directus commodi habet, quod in primo vero acquieſcit, unde cætera fluunt; dum falſa omnia non directus percurrit, quæ uni alicui vero contraria ſunt. Hæc tamen duo omnino eſſe poſſunt in Geometria, in qua magnitudines invicem comparantur. Quæ enim proportio inter duas quaſdam magnitudines intercedit, ea ſi non ſit propoſitæ alicui proportioni æqualis, aut major ipſa erit, aut minor. Quorum unum verum cum ſit, neceſſe eſt duo reliqua eſſe falſa. Quocirca prior ille modus clarior quidem altero, et expeditior; non autem certior, aptiorve ad demonſtrandum judicari debet. Præterea animadvertendum eſt, verum quodcunque dicitur, niſi ſimplex illud ſit, ex pluribus veris componi, quæ ſingula cum veris aliis ejuſdem generis cognatione quadam conjunguntur, et ſeſe invicem alterum ex altero manifeſtant. Ex quo fit duas omnino eſſe veri inveſtigandi vias, quarum altera verum ipſum ex propriis ſibi veris aperit, altera de uno vero ex aliis veris ſimilibus conjicit. Quare ſi demonſtrandum aliquid fuerit, quod quis priore via invenerit, modo directo; ſin autem quod poſteriore, non directo commode utetur. Quippe aliud eſt principium a principio recto ordine ducere; aliud de uno principio ex principio alio, quod cum ipſo conveniat, conjecturam facere. Ut autem exemplo aliquo manifeſta res fiat, quando Archimedes de circuli area quæſivit, quota ea eſſet detexit non tam ex natura ipſius circuli, quam ex natura polygonorum, quæ eidem inſcripſit, circumſcripſitque. Itaque cum demonſtrare voluit, quemlibet

Digitized by Google

libet circulum æqualem eſſe triangulo rectangulo, cujus unum latus eorum, quæ circa rectum angulum ſunt, circumferentiæ, alterum radio æquale fuerit, argumentatione utitur, unde abſurda concluſio ſequitur. Quæ quidem argumentatio præterquam quod neceſſaria eſt, vel ideo in pretio haberi debet, quod miros quoſdam ſuppeditat concludendi modos. Quis enim unquam ſibi perſuaſiſſet de duobus ſpatiis colligi poſſe, alterum altero majus futurum, ſi eo minus fuerit; aut contra futurum minus, ſi eodem fuerit majus? Ego tamen huc rem deduxi, cum duo quædam rectangula figuræ cuidam inſcriberem, eaque æqualia invicem eſſe contrariis duabus poſitionibus demonſtrarem. Quod non jactantia refero, ſed quia concluſiones hujuſmodi vel apud antiquos Geometras rariſſimæ ſunt; quas inter ea Euclidis maxime celebratur, qua de duobus quibuſdam numeris colligit, alterum alterum ideo metiri, quod non metiatur.

Et hæc quidem obſcura natura ſua obſcuriora etiam fiunt, quod preſſius dicantur: quæ tamen alius fortaſſe fuſius explicabit, qui eam curam ſuſcipiet, quam ego libens abjeci, aut in tempus aliud diſtuli. Cum enim duo potiſſimum in Græco Auctore præſtanda ſint; primum ut emendetur, latineque reddatur; deinde vero illuſtretur; quod prius ordine, id etiam tempore eſſe debebat. Quoniam vero experientia didici quanta vel in facilioribus rebus Typothetarum negligentia ſit, veritus ne in difficillima gravius peccarent, præſidium ab amicis quæſivi, adjuncto mihi inter cæteros adjutore Joanne Franciſco Seguierio Nemauſenſi, Viro in primis docto atque induſtrio. Huic uni potiſſimum referendum eſt, quod ne illa quidem neglecta ſunt, quæ exigua quidem videntur, ſed plurimum, ut ipſe ait, typographicam artem commendant, chartarum nitor, typorum elegantia, denique optima cujuſque rei diſpoſitio atque forma. Mira ſiquidem eſt Viri ejus ſolertia; dum maximas res minimaſque eadem ferme cura exequitur. Geometricas figuras, et encarpa, quibus librorum capita fineſque ornantur, ligno elegantiſſime incidit egregius artifex Antonius Belemius Anconitanus. Cæterum editio hæc, qualis demum cunque ſit, paucis admodum in pretio erit. Quantæ enim operæ eſt Græca monumenta a librariorum mendis repurgare, latinoque ſermone fideliter exprimere! Scilicet editor veteris cujuſque ſcriptoris hodie deſpicitur, quantamcunque diligentiam in eo emendando adhibuerit, niſi illum commentariis ſubinde illuſtret, et dimidia ſaltem ſui parte auctum, aliena propriis coacervando, in lucem emittat. Itaque ille mihi judex optandus eſt, qui quod hoc ſit, Archimedem pro dignitate edere, ſuo pondere æſtimet, Geometriæ peritus, Græciſque litteris animo, non ore tenus exercitus. Hic ſi mihi contingat, laudatorem equidem malim, ſed et benevolum accuſatorem admonitoremque æquo animo feram. Cæteros non moror, qui ſpecie boni, non bono ipſo capiuntur, pluriſque ea faciunt, quæ videntur, quam quæ ſunt. Quorum ego judicium nec æquum expecto, nec iniquum magnopere reformido.

Digitized by Google

Digitized by Google

ARCHIMEDIS

DE PLANORUM



ÆQUILIBRIIS LIBRI DUO;

LIBRO DE QUADRATURA PARABOLES INTERJECTO.

Digitized by Google

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,
Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,
ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
(UT PLERIQUE CREDUNT)
DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS
SIVE
EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,
LIBER PRIMUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΙΤΟΥΜΕΘΑ τὰ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων [a] ἰσορροπεῖν· τὰ δὲ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶ ἀνίσων μακέων μὴ [b] ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ [c] ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. Αἴκα βαρέων ἰσορροπεόντων ἀπὸ τίνων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶ βαρέων ποτιτεθῆ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ᾧ [d] προσετέθη. Ὁμοίως δὲ καὶ αἴκα ἀπὸ τοῦ ἑτέρω τῶν βαρέων [e] ἀφαιρεθῆ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἀφ' οὗ οὐκ ἀφῃρέθη. Τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων [f] ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλλαλα. Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δέ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως [g] εἶμεν κείμενα. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κεῖσθαι ποτὶ τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι [h] ποιῶντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς. Αἴκα μεγέθεα ἀπὸ τίνων μακέων ἰσορροπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσειν. Παντὸς σχήματος, οὗ ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ἦ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶμεν [i] δεῖν τοῦ σχήματος.

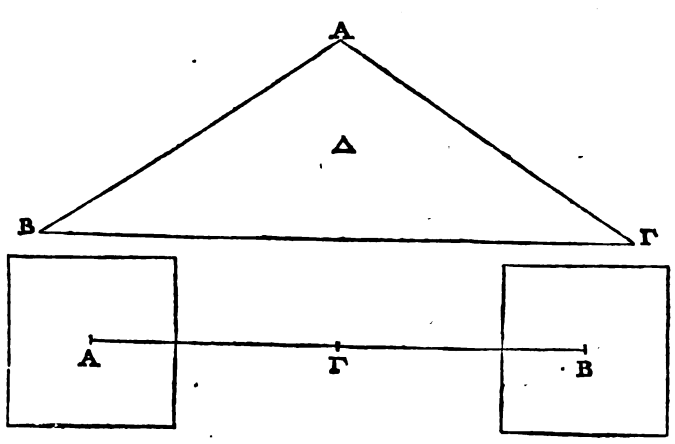
PETIMUS æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librari: æqualia vero gravia ſuſpenſa ab inæqualibus longitudinibus non librari, ſed verſus illud propendere, quod a majore longitudine ſuſpenditur. Si gravibus a quibuſdam longitudinibus ſuſpenſis, ac libratis, eorum alteri aliquid adjiciatur, ea non amplius librari; ſed verſus illud propendere, cui aliquid adjectum eſt. Quin etiam pariter, ſi a gravium altero aliquid auferatur, ea non amplius librari, ſed verſus illud propendere, a quo nihil ablatum eſt. Æqualium, et ſimilium figurarum planarum, quæ ſibi invicem conveniunt, centra quoque gravitatum ſibi invicem convenire. Inæqualium vero, et ſimilium figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita eſſe. Puncta autem in ſimilibus figuris ſimiliter poni dicimus, in quibus quoque ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum reſpondentibus lateribus angulos efficiunt. Si magnitudines a quibuſdam longitudinibus ſuſpenſæ libr entur, eas quoque, quæ ipſis æquales ſunt, ab iisdem longitudinibus ſuſpenſas librari. Cujuſlibet figuræ, cujus ambitus ad eaſdem partes cavus ſit, centrum gravitatis intra figuram ipſam eſſe oportere.

[a] ἰσορρόπων. [b] ἰσορρόπων. [c] ῥέπων. [d] Sic MS. [e] ἀφερθῆ τί. [f] ἐφαρμίζει. [g] In MS. hiatus eſt, et εἶμεν vel ἴσαι deeſt in pluribus locis. [h] ποιόντι. [i] In MS. δεῖν deeſt.

Digitized by Google

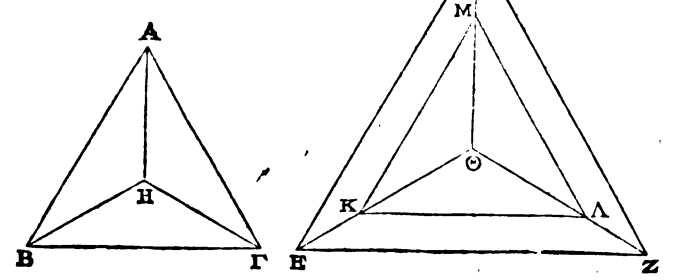
EUTOCII COMMENTARII.

MOMENTUM, quod dicitur, nobiliſſime Petre, commune quoddam genus gravitatis atque levitatis eſſe docet cum Ariſtoteles, tum, qui Ariſtotelem ſequitur, Ptolemæus. Timæus autem apud Platonem ait, momentum omne a gravitate proficiſci; quippe levitatem privationem eſſe exiſtimat. Quorum quidem ſententiæ colligi poſſunt ab iis, qui Matheſeos ſtudio delectantur, ex Ptolemæi libro de Momentis, ex Phyſicis Ariſtotelis, ex Platonis Timæo, atque ex iis, qui in hæc commentarios ſcripſerunt. Archimedes autem hoc in libro, centrum momenti unius plani illud eſſe exiſtimat, a quo ſuſpenſum finitori parallelum manet: centrum vero momenti, ſive gravitatis, duorum, pluriumve planorum eſſe illud, a quo ſtatera ſuſpenſa manet finitori parallela. Nimirum ſit triangulum ABΓ, atque in ejus medio punctum aliquod Δ, a quo ſuſpenſum finitori parallelum maneat. Conſtat utique partes trianguli ABΓ invicem libratum iri, ita ut earum nulla magis quam alia verſus finitorem propendeat. Pariter appenſis ad ſtateram AB magnitudinibus A et B, ſi ea a puncto Γ ſuſpenſa partes habeat A, B, quoque invicem librentur, manebit utique finitori parallela. Atque erit centrum ſuſpenſionis magnitudinum A, B punctum Γ.



ΤΗΝ ῥοπὴν, ὦ γλυκυβατε Πέτρε, κοινόν εἶναί γενος βαρύτητος καὶ κουφότητος, Ἀριστοτέλης τε λέγει, καὶ Πτολεμαῖος τούτῳ ἀκολουθῶν. Ὁ δέ γε παρὰ Πλάτωνι Τίμαιος πᾶσαν ῥοπὴν ὑπὸ βαρύτητος λέγει γίνεσθαι· τὴν δὲ κουφότητα ςέρησιν νομίζει. Ὧν ἔξεσι τὰς δόξας τοῖς φιλομαθέσιν ἀναλέγεσθαι, ἔκτε τῇ περὶ ῥοπῶν βιβλίῳ τῷ Πτολεμαίῳ συγγεγραμμένῃ, καὶ ἐκ τῶν Ἀριστοτέλους φυσικῶν πραγματειῶν, καὶ ἐκ τῆς Πλάτωνος Τιμαίου, καὶ τῶν ταῦτα ὑπομνηματισάντων. Ὁ δὲ Ἀρχιμήδης ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ κέντρον ῥοπῆς ὀπιπέδου σχήματος νομίζει, ἀφ' οὗ ἀρτώμενον παράλληλον μένει τῷ ὁρίζοντι· δύο δὲ ἢ πλειόνων ὀπιπέδων κέντρον ῥοπῆς, ἥτοι βάρους, ἀφ' οὗ ἀρτώμενος ὁ ζυγὸς παράλληλος ἔσι τῷ ὁρίζοντι. Οἷον ἔςω τρίγωνον τὸ ABΓ, καὶ ἐν τῷ μέσῳ αὐτοῦ σημεῖόν τι τὸ Δ, ἀφ' οὗ ἀρτώμενον παράλληλον μένει τῷ ὁρίζοντι. Δῆλον ἓν ὅτι ἰσορροπήσει τὰ ABΓ μέρη ἑαυτοῖς, καὶ οὐδ' ἕτερον τῷ ἑτέρου μᾶλλον ῥέψει ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Ὁμοίως δὲ καὶ ζυγοῦ ὄντος τοῦ AB, καὶ ἀπηρτημένων ἐξ αὐτοῦ τῶν A, B μεγεθῶν, ἐὰν ἀρτώμενος ὁ ζυγὸς ἀπὸ τοῦ Γ ἰσορροποῦντα ἔχῃ τὰ A, B μέρη, παράλληλος μένει τῷ ὁρίζοντι· καὶ ἔσαι κέντρον τῆς ἀρτήσεως τῶν A, B μεγεθῶν τὸ Γ.

Optime autem videtur Geminus illud de Archimede dixiſſe, communes ſententias ipſum petitiones vocare. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librari, communis ſententia eſt; et cætera. Quæ quidem omnia iis manifeſta ſunt, qui animum pauliſper adverterint. Æqualium autem et ſimilium, inquit, figurarum planarum, quæ ſibi invicem conveniunt, et centra gravitatum ſibi invicem conveniunt. Omnes ſiquidem partes omnibus invicem conveniunt partibus. Inæqualium vero et ſimilium figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita erunt. Intelligantur enim, ut in ſubjecta figura, triangula ABΓ, ΔEZ inæqualia et ſimilia: et centrum gravitatis trianguli quidem ABΓ ſit punctum H; trianguli vero ΔEZ, punctum Θ: junganturque AH, HB, HΓ, ΔΘ, ΘE, ΘZ. Dico rectas, quæ a punctis H, Θ junguntur, angulos in æquas invicem partes ſecare. Fiat enim ut EZ ad BΓ, ita EΘ ad ΘK; et ZΘ ad ΘΛ; et ΔΘ ad ΘM: junganturque MK, KΛ, ΛM. Erit ſane triangulum KΛM ſimile triangulo ΔEZ. Quoniam enim ut EΘ ad ΘK, ita ſe habet ΘZ ad ΘΛ; parallela utique eſt EZ ipſi KΛ. Pariter parallela eſt cum MK ipſi ΔE, tum ΛM ipſi ΔZ. Propterea triangulum ΔEZ ſimile eſt triangulo KΛM: ideoque ut ΔE ad MK, ita ſe habet EZ ad KΛ, et ΔZ ad MΛ. Ponitur autem propter triangulorum ABΓ, ΔEZ ſimilitudinem, ut ΔE ad AB, ita ſe habere EZ ad BΓ, et ΔZ ad AΓ. Æquales ſunt igitur rectæ ABΓ rectis MKΛ: ideoque ſingulæ cum ſingulis conveniunt. Itaque triangulum ABΓ æquale idemque ſimile eſt triangulo KMΛ: et, quod conſequitur, centrum alterius ABΓ cum alterius MKΛ centro conveniet. Porro cum ſibi invicem conveniant puncta H, et Θ, itemque rectæ ABΓ, et MKΛ; convenient utique ſibi invicem rectæ cum AH, BH, ΓH, tum MΘ, KΘ, ΛΘ; æqualeſque angulos ad puncta



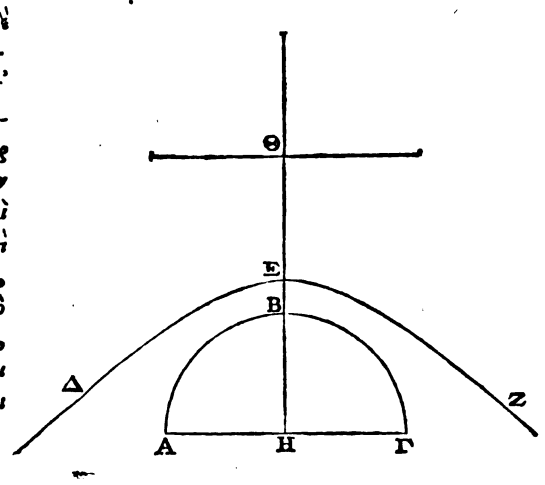
Καλῶς δὲ δοκεῖ ὁ Γεμῖνος εἰπεῖν περὶ τοῦ Ἀρχιμήδους, ὅτι τὰ ἀξιώματα αἰτήματα λέγει. Τὰ γὰρ ἴσα βάρεα ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν, ἀξίωμά ἐσι· καὶ τὰ ἑξῆς. Καὶ ἔσι πάντα σαφῆ τοῖς μετρίως αὐτὰ ᵏ ἐπεσκεμμένοις. Τῶν δὲ ἴσων καὶ ὁμοίων, φησὶν, ἐπιπέδων σχημάτων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζει ἐπ' ἄλλαλα. Πάντα γὰρ τὰ μέρη αὐτῶν πᾶσιν ἐφαρμόζει. Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοιῶν δὲ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως εἴμεν κείμενα. Νοείσθω δή, ὡς ἐπὶ τῆ ὑποκειμένης καταγραφῆς, τὰ ABΓ, ΔEZ τρίγωνα ἄνισα καὶ ὅμοια· κέντρον δὲ βάρους τοῦ μὲν ABΓ, τὸ H· τοῦ δὲ ΔEZ, τὸ Θ· καὶ ἐπιζευχθῶσαν ˡ αἱ AH, HB, HΓ, ΔΘ, ΘE, ΘZ. Λέγω ὅτι εἰς ἴσα διαιροῦσι τὰς γωνίας αἱ ἀπὸ τῶν H, Θ σημείων ἐπιζευχθεῖσαι. Γινέσθω γὰρ ὡς ἡ EZ πρὸς BΓ, ᵐ οὕτως ἡ EΘ πρὸς ΘK, καὶ ἡ ZΘ πρὸς ΘΛ, καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘM· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ MK, KΛ, ΛM. Ἔσαι δὴ ὅμοιον τὸ KΛM τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ. Ἐπεὶ γὰρ ἔσιν ⁿ ὡς ἡ EΘ πρὸς ΘK, ἡ ΘZ πρὸς ΘΛ, παράλληλός ἐσιν ἡ EZ τῇ KΛ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἡ MK τῇ ΔE, καὶ ἡ ΛM τῇ ΔZ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΔEZ τρίγωνον τῷ KΛM τριγώνῳ. Ἔσιν ἄρα ὡς ἡ ΔE πρὸς MK, ἡ EZ πρὸς KΛ, καὶ ἡ ΔZ πρὸς MΛ. Ὑπόκειται δὲ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ABΓ, ΔEZ τριγώνων, ὡς ἡ ΔE πρὸς AB, ἡ EZ πρὸς BΓ, καὶ ἡ ΔZ πρὸς AΓ. Ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ABΓ ταῖς MKΛ· ὥστε ἐφαρμόζει ἑκάτη ἐπὶ ἑκάτην. Ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐσι τὸ ABΓ τρίγωνον τῷ KMΛ τριγώνῳ. Ὥστε καὶ ἐφαρμόσει τὸ κέντρον τοῦ ABΓ ἐπὶ τὸ τοῦ MKΛ. Τοῦ δὲ H ἐπὶ τὸ Θ ἐφαρμόζοντος, καὶ τῶν ABΓ ἐπὶ τὰ MKΛ· ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ AH, BH, ΓH, ἐπὶ τὰς MΘ, KΘ, ΛΘ, καὶ ἴσας ποιήσουσι γωνίας πρὸς τῇς

ʲ μηγέθων. ᵏ ἐπισκεπτομένοις. ˡ αἱ AH, HΓ, BΓ, ΔE, ΘE, ΘZ. ᵐ ὅτως ἡ EΘ, &c. Hæc et ſequentia uſque ad Ἔσαι ex MS. ⁿ ὡς ἡ HΘ πρὸς ΘK.

Digitized by Google

Μ, Κ, Λ ταῖς ἐν τῷ ΑΒΓ περιφερείᾳ· ὥστε καὶ ἐν τῷ ΔΕΖ. Αἱ αὐταὶ γὰρ εἰσιν εὐθεῖαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπί τε τὰ Μ, Κ, Λ, καὶ ἐπὶ τὰ Δ, Ε, Ζ ἐπιζευγνύμεναι.

Παντὸς σχήματος, οὗ ἀ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶναι δεῖ τοῦ σχήματος. Τίνας καλεῖ τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας γραμμάς, εἴρηται ἡμῖν σαφῶς [o] ἐν τοῖς προειρημένοις τοῦ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Ἐπειδὴ δὲ τὸ σχῆμα τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλην ἔχον [p] τὴν περίμετρον, πάντα τὰ μέρη τῆς ἐπιπέδου ἐντὸς ἔχει, καὶ τὰς γωνίας· δῆλον ὅτι καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς ἔχει τοῦ σχήματος. Ἐπὶ γὰρ τῶν σχημάτων τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐκτός ἐστι, καὶ ἐπὶ τῶν ἐπὶ τῆς περιμέτρου. Ἐπὶ μὲν γὰρ [q] τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου κέντρον τοῦ σχήματός ἐστι τὸ Η· ἐπὶ δὲ τῆς ΔΕΖ ὑπερβολῆς, τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐκτός ἐστι, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτουσιν ἀλλήλαις, ὡς ἔχει τὸ Θ. Εἴρηται γὰρ ταῦτα ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν. Ὅμως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ σχήματος, καὶ ἐπὶ τοῦ ΔΕΖ τὸ κέντρον [r] τοῦ βάρεος, ἀφ' οὗ δῆλον ὅτι ἀρτώμενον τὸ σχῆμα περάλληλόν ἐστι τῷ ὁρίζοντι, ἐντός ἐστι τῆς περιμέτρου. Εἰ γὰρ ἔσται ἐπὶ τῆς περιμέτρου, ἢ ἐκτός, ῥέψει ἐπὶ θάτερα· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται.



Τούτων δὲ ὑποκειμένων,

M, K, Λ efficient iis, qui in triangulo ABΓ, atque ideo etiam iis, qui in triangulo ΔEZ ſunt. Eædem ſiquidem ſunt rectæ, quæ a puncto Θ ad puncta cum M, K, Λ, tum Δ, E, Z junguntur.

Cujuſlibet figuræ, cujus ambitus ad eaſdem partes cavus ſit, centrum gravitatis intra figuram ipſam eſſe oportet. Quas cavas ad eaſdem partes lineas vocet, perſpicue dictum a nobis eſt in iis, quæ libro de ſphæra et cylindro præmiſimus. Quoniam autem figura, cujus ambitus ad eaſdem partes cavus eſt, omnes partes plani. ipſoſque angulos intus habet; conſtat centrum quoque gravitatis eandem intus habere. Et ſane in figuris quibuſdam figuræ ipſius centrum extra ipſam eſt; in quibuſdam vero, in ipſo ambitu. Nam in ſemicirculo quidem ABΓ centrum figuræ eſt punctum H; in hyperbola vero ΔEZ, punctum Θ, quod extra ipſam eſt; ubi nimirum diametri invicem concurrunt. Hæc ſiquidem dicta ſunt in ſecundo libro Conicorum Apollonii Elementorum. At figuræ cum ABΓ, tum ΔEZ centrum gravitatis, nempe id punctum, a quo figura ſuſpenſa finitori parallela manet; intra ambitum eſt. Si enim in ambitu aut extra ambitum eſſet, verſus alterutram partem figura propenderet; quod non ponitur.

His autem poſitis,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μοχλέων ἰσορροπέοντα βάρεα, ἴσα ἐστί.

Εἴπερ γὰρ ἄνισα [s] ἐσοῖτο, ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τοῦ μείζονος τῆς ὑπεροχῆς, τὰ λοιπὰ οὐκ ἰσορροπήσουσι· ἐπειδὴ ἰσορροπέοντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφῄρηταί τι. Ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μοχλέων βάρεα ἰσορροπέοντα, ἴσα ἐστί.

PROP. I. THEOR.

Quæ gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, æqualia ſunt.

Si enim inæqualia fuerint, ablato ab eorum majore exceſſu, quæ reliqua ſunt non librabuntur; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid eſt. Quare gravia, quæ ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, æqualia ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μοχλέων ἄνισα βάρεα, οὐκ ἰσορροπήσει, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

Ἀφαιρεθείσης γὰρ τῆς ὑπεροχῆς ἰσορροπήσει· ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μοχλέων ἰσορροπέουσι. Ποτιτεθέντος οὖν τοῦ ἀφαιρεθέντος ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον· ἐπεὶ ἰσορροπέοντι τῷ ἑτέρῳ [t] ποτετίθη τι.

PROP. II. THEOR.

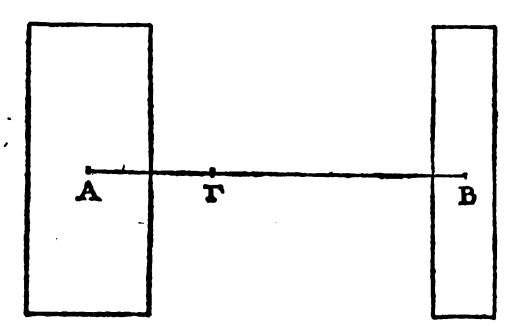
Inæqualia gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa, non librantur, ſed verſus eorum majus propendent.

Ablato enim exceſſu, librabuntur; quoniam æqualia gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur. Itaque adjecto, quod ablatum fuerat, verſus majus propendent; id enim gravium, quæ librantur, alteri adjectum eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Τὰ ἄνισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μοχλέων ἰσορροπήσει, καὶ [u] τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

Ἔστω ἄνισα βάρεα τὰ Α, Β, καὶ [w] ἔστω μεῖζον τὸ Α· καὶ ἰσορροπείσθω ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ μοχλέων. Δεικτέον ὅτι ἐλάττων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ.



[x] Μὴ γὰρ ἔστω ἐλάττων. Ἀφῃρήσθω ἢ τῆς ὑπεροχῆς ἣ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Β· ἐπεὶ οὖν ἰσορροπέοντων ἀπὸ τῶν ἐπὶ

PROP. III. THEOR.

Inæqualia gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, et quidem majus ſuſpenſum a minore longitudine.

Sint inæqualia gravia A, B, quorum majus A; eaque a longitudinibus AΓ, ΓB ſuſpenſa librentur. Oportet demonſtrare, minorem eſſe AΓ quam ΓB.

Neque enim ſit minor: ablatoque exceſſu, quo A excedit B; quoniam ab altero gravium, quæ librantur, ablatum aliquid

[o] ἐν τοῖς προοιμίοις. [p] τὴν περιζέμετρον. [q] τὸ ΑΒΓ. [r] τοῦ βάρους. [s] ἔσοιτο. [t] ποτιθῇ. [u] τὸ μεῖζον ἀπό, ex MS. [w] ἔστω μεῖζον τὸ Α, ex MS. [x] μὴ γὰρ ἔστω, ex MS.

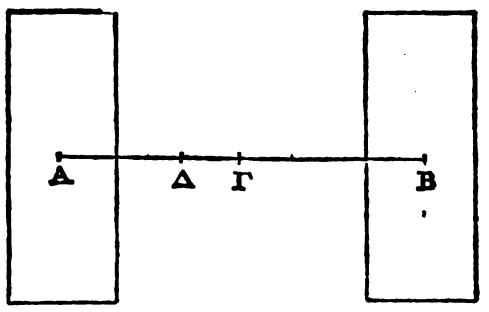
Digitized by Google

eſt; propendent verſus B. Non autem propendent. Sive enim æqualis eſt ΓA ipſi ΓB, librabuntur. Æqualia enim gravia ab æqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur. Sive ΓA major eſt quam ΓB, propendent verſus A. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa non librantur; ſed verſus illud propendent, quod a majore longitudine ſuſpenditur. Quocirca minor eſt ΓA quam ΓB. Illud autem manifeſtum eſt, quæ gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa librantur, inæqualia eſſe; et quidem majus, quod a minore longitudine ſuſpenditur.

PROP. IV. Theor.

Si æquales duæ magnitudines idem centrum gravitatis non habuerint; magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum rectæ ejus medium, quæ harum magnitudinum centra gravitatis conjungit.

Sit magnitudinis quidem A centrum gravitatis punctum A; magnitudinis vero B punctum B: junctaque recta AB in duas æquas partes in puncto Γ ſecetur. Dico magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.



Si enim non eſt punctum Γ, ſit magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus A, B componitur, centrum gravitatis punctum Δ; ſi quidem fieri poteſt. Quod enim in ipſa AB ſit, antea demonſtratum eſt. Quoniam igitur punctum Δ centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur, apprehenſo puncto Δ, librabuntur. Igitur magnitudines A, B a longitudinibus AΔ, ΔB ſuſpenſæ librantur. Quod fieri non poteſt. Æqualia enim gravia ab inæqualibus longitudinibus ſuſpenſa non librantur. Conſtat igitur punctum Γ centrum gravitatis eſſe magnitudinis, quæ ex magnitudinibus A, B componitur.

EUTOCIUS.

Centrum gravitatis punctum Δ; ſi quidem fieri poteſt. Quod enim in ipſa AB ſit, demonſtratum eſt. Dictum eſt enim paulo ſupra, duarum magnitudinum centrum gravitatis eſſe id punctum, a quo ſuſpenſa ſtatera partes habeat, quæ invicem librentur, ita ut finitori parallela maneat. Quare duarum magnitudinum A, B centrum gravitatis eſt in ipſa AB.

PROP. V. Theor.

Si trium magnitudinum centra gravitatis in directo fuerint poſita; et magnitudines æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Αἶκα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος [a] ἔχοντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένα μεγέθος [b] κέντρον ἔσαι τᾶ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνύσας τ [c] μεγεθέων τὰ κέντρα τ βάρεος.

Ἔστω τοῦ μὲν A κέντρον τοῦ βάρεος τὸ A, τοῦ δὲ B τὸ B. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ AB τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. Λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τ μεγεθέων συγκειμένα μεγέθος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A, B μεγεθέων συγκειμένα μεγέθος κέντρον τᾶ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γὰρ ἐστὶν ἐπὶ τᾶς AB, προδεδείκται. Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν A, B συγκειμένα μεγέθεος, κατεχομένα τοῦ Δ ἰσορροπήσει. Τὰ ἄρα A, B μεγέθεα [d] ἰσορροπέντι ἀπὸ τῶν AΔ, ΔB μακέων· ὅπερ ἀδύνατον. Τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπέοντι. Δῆλον οὖν [e] ὅτι τὸ Γ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν A, B συγκειμένου μεγέθεος.

[f] Κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. Ὅτι γάρ ἐστὶν ὅπι τᾶς AB, δέδεικται. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι δύο μεγεθῶν κέντρον ἐστίν, ἀφ' οὗ ἀρτώμενον ὁ ζυγὸς ἰσορροποῦντα ἔχει τὰ μέρη, παραλλήλων μένων τῷ ὁρίζοντι. Ὥστε οὖν ἐπὶ τῆς AB ἐστὶ τὸ κέντρον τῶν A, B μεγεθῶν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Αἶκα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐῶντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐῶντι· τᾶ ἐκ πάντων μεγεθέων συγκειμένα μεγέθεος κέν-

[y] ἔτω βέψει. [z] ἰσορροπησοῦντι τὰ γὰρ. [a] ἔτι. [b] deeſt. [c] μιγεθῶν, et ſic etiam poſthac. [d] ἰσορροπησοῦντι. [e] ὅτι τὸ Γ, ex MS. [f] ἔστω κέντρον τᾶ βάρεος, &c.

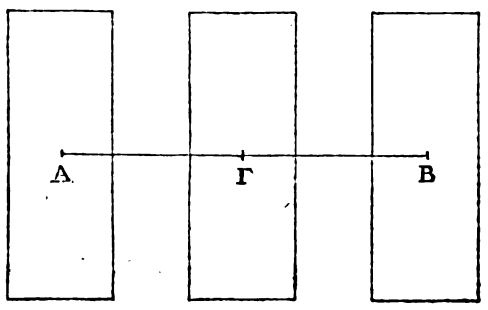
Digitized by Google

τρον ἐσεῖται Ε βάρεος τὸ [g] σαμεῖον, ὁ καὶ [h] Ε μέσε αὐτῶν κέντρον ἐςὶ Ε βάρεος.

centrum gravitatis erit id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis eſt.

Ἔςω τρία μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ· κέντρα δὲ αὐτῶν Ε βάρεος, τὰ Α, Β, Γ, σαμεῖα ἐπ' [i] εὐθείας κείμενα. Ἔςω δὲ τά τε Α, Β, Γ ἴσα. Καὶ αἱ Α Γ, Γ Β ἴσαι [i] εὐθείαι. Λέγω ὅτι Ε ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένε μεγέθεος κέντρον Ε βάρεός ἐςι τὸ Γ σαμεῖον.

Sint tres magnitudines Α, Β, Γ: centra vero gravitatis earumdem puncta Α, Β, Γ in directo poſita. Ac ſint tum magnitudines Α, Β, Γ, tum rectæ Α Γ, Γ Β ſibi invicem æquales. Dico magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.

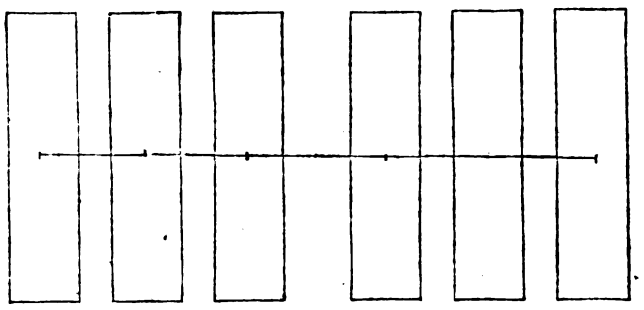


Ἐπεὶ γὰρ τὰ Α, Β μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχει, κέντρον ἐσεῖται τῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Ἐπειδὴ ἴσαι ἐντὶ αἱ Α Γ, Γ Β. Ἔςι δὲ καὶ τοῦ Γ κέντρον τῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Δῆλον ὅτι καὶ τῦ ἐκ πάντων συγκειμένε μεγέθεος κέντρον ἐσεῖται Ε βάρεος τὸ σαμεῖον, ὁ ἐ τῦ μέσε κέντρον ἐςὶ τοῦ βάρεος.

Quoniam enim magnitudines Α, Β æqualem gravitatem habent, centrum gravitatis earumdem erit punctum Γ. Rectæ enim Α Γ, Γ Β æquales ſunt. Eſt autem etiam magnitudinis Γ centrum gravitatis punctum Γ. Conſtat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe id punctum, quod et earumdem mediæ centrum gravitatis eſt.

Ἐκ δὴ τούτε φανερὸν, ὅτι ὁπόσων καὶ τῷ πλήθει περιτῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐῶντι κείμενα, αἶκα τότε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσε μεγέθεος ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι, αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν, ἴσαι ἐῶντι, Ε ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένε μεγέθεος κέντρον [k] ἐσεῖται Ε βάρεος τὸ σαμεῖον, ὁ καὶ τῦ μέσε αὐτῶν κέντρον ἐςὶ Ε βάρεος.

Hinc autem manifeſtum eſt, ſi quotcunque magnitudinum multitudine imparium centra gravitatis in directo fuerint poſita; ſi quidem quæ a media magnitudine æquo intervallo diſtant æqualem gravitatem habuerint, quæque inter centra rectæ interjiciuntur æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore id punctum, quod et earum mediæ centrum gravitatis eſt.



Αἶκα δὲ ἄρτια ἐῶντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθεα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἐῶντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν * ἴσον βάρος ἔχοντι, ἐ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐῶντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένε μεγέθεος κέντρον [l] ἐσεῖται Ε βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἁπτομένας τὰ κέντρα Ε βάρεος τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογέγραπται.

Sin autem multitudine pares fuerint magnitudines: et centra gravitatis earum in directo fuerint poſita; earumque mediæ, et quæ utrinque a mediis æquo intervallo diſtant æqualem gravitatem habuerint; quæque inter centra rectæ interjiciuntur, æquales fuerint; magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum rectæ ejus medium, quæ magnitudinum centra gravitatis conjungit; prorſus ut in figura, quæ infra deſcripta eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μοχλέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

Ἔςω σύμμετρα μεγέθεα τὰ Α, Β, ὧν κέντρα τὰ Α, Β· ἐ μᾶκος ἔςω τι τὸ Ε Δ· [m] καὶ ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, ὕτως τὸ Δ Γ μᾶκος ποτὶ τὸ Γ Ε μᾶκος. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β συγκειμένε μεγέθεος κέντρον ἐςὶ Ε βάρεος τὸ Γ.

PROP. VI. THEOR.

Commenſurabiles magnitudines ſuſpenſæ a longitudinibus eamdem cum ipſis rationem reciprocantibus librantur.

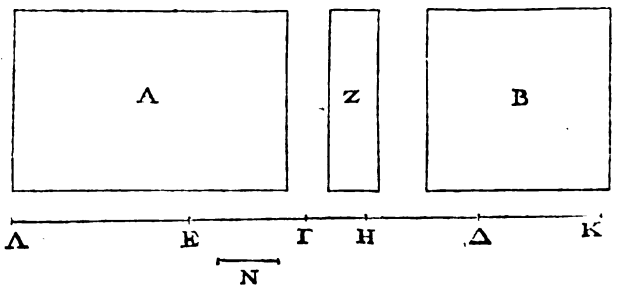
Sint commenſurabiles magnitudines Α, Β, quarum centra Α, Β: ſit autem longitudo aliqua Ε Δ: et ut magnitudo Α ad magnitudinem Β, ita ſe habeat longitudo Δ Γ ad longitudinem Γ Ε. Oportet demonſtrare, magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus Α, Β componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Γ.

[g] σαμεῖον, ex MS. [h] τῦ μέσε τὸ αὐτὸ κέντρον. [i] εὐθεῖαι deeſt. [k] ἐσσεῖται τῦ βάρεος &c. Hæc et ſequentia uſque ad literam [l] deſunt. [m] καὶ ἔςω ὡς τὸ.

* Forte deſit καὶ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων.

Digitized by Google

Quoniam enim ut A ad B, ita ſe habet Δ Γ ad Γ E; A vero ipſi B commenſurabilis eſt; ideo etiam Γ Δ ipſi Γ E, hoc eſt recta rectæ, eſt commenſurabilis. Quare rectarum E Γ, Γ Δ communis aliqua menſura eſt. Itaque ea ſit N: ponaturque rectæ quidem E Γ æqualis utraque Δ H, Δ K; rectæ vero Δ Γ æqualis E Λ. Et quoniam æqualis eſt Δ H ipſi Γ E, æqualis eſt etiam Δ Γ ipſi E H. Quare etiam Λ E eidem E H æqualis eſt. Dupla eſt igitur Λ H ipſius Δ Γ; et H K ipſius Γ E. Quare N utramque Λ H, H K, metitur; quoniam metitur etiam dimidiam utramque. Et quoniam ut A ad B, ita ſe habet Δ Γ ad Γ E; et ut Δ Γ ad Γ E, ita Λ H ad H K: utraque enim utriuſque dupla eſt: ideo etiam ut A ad B, ita ſe habet Λ H ad H K. Quam multiplex autem eſt Λ H ipſius N, tam multiplex ſit A magnitudinis Z. Ut igitur Λ H ad N, ita ſe habet A ad Z. Ut autem K H ad Λ H, ita ſe habet B ad A. Igitur, ex æqua proportione, ut K H ad N, ita ſe habet B ad Z. Quare æque multiplex eſt K H ipſius N, et B ipſius Z. Demonſtrata autem eſt etiam A ejuſdem Z eſſe multiplex. Quare Z communis utriuſque A, B menſura eſt. Itaque ſi Λ H ſecetur in ſegmenta ipſi N æqualia; itemque A in ſegmenta æqualia ipſi Z; quæ ſegmenta magnitudine ipſi N æqualia in Λ H ſunt, æqualia erunt multitudine ſegmentis, quæ ſunt in A æqualia magnitudine ipſi Z. Quare ſi ad unumquodque ſegmentum, quod in Λ H eſt, magnitudo ipſi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio ſegmento habeat; magnitudines omnes æquales erunt ipſi A; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit punctum E. Omnes enim pares multitudine ſunt; eo quod Λ E ipſi H E æqualis eſt. Pariter autem demonſtrabitur, et ſi ad unumquodque ſegmentum, quod in K H eſt, magnitudo ipſi Z æqualis apponatur, quæ centrum gravitatis in medio ſegmento habeat; magnitudines omnes æquales fore ipſi B; et magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis fore punctum Δ. At hercle A quidem ad punctum E; B vero ad punctum Δ appoſitum eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines ſibi invicem æquales in directo poſitæ, quarum centra gravitatis æquo a ſe invicem intervallo diſtant, eædemque multitudine pares. Conſtat igitur magnitudinis, quæ ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſſe punctum rectæ ejus medium, in qua mediarum magnitudinum centra ſunt. Quoniam vero æquales ſunt Λ E ipſi Γ Δ, et E Γ ipſi Δ K; tota etiam Λ Γ toti Γ K æqualis eſt. Quare magnitudinis, quæ



Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ A ποτὶ τὸ B, οὕτω τὸ Δ Γ ποτὶ τὸ Γ E· τὸ δὲ A τῷ B σύμμετρον· καὶ τὸ Γ Δ ἄρα τῷ Γ E σύμμετρον, στερεὰ ἄρα τὰ ΔΓ, ΓΕ. ὥστε τῶν E Γ, Γ Δ ἐστὶ κοινὸν μέτρον. Ἔστω δὴ τὸ N· καὶ κείσθω τῷ μὲν E Γ ἴσα ἑκατέρα τῶν Δ H, Δ K· τῷ δὲ Δ Γ ἴσα ἡ E Λ. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἡ Δ H τῷ Γ E, ἴσα καὶ ἡ Δ Γ τῇ E H. Ὥστε καὶ ἡ Λ E ἴσα τῇ E H. Διπλασία ἄρα ἡ μὲν Λ H τῆς Δ Γ, ἡ δὲ H K τῆς Γ E. Ὥστε τὸ N καὶ ἑκατέραν τῶν Λ H, H K μετρεῖ· ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἡμίσεα αὐτῶν. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ A ποτὶ τὸ B, οὕτως ἡ Δ Γ ποτὶ Γ E· ὡς δὲ ἡ Δ Γ ποτὶ Γ E, οὕτως ἡ Λ H ποτὶ H K. Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Καὶ ὡς ἄρα τὸ A ποτὶ τὸ B, οὕτως ἡ Λ H ποτὶ H K. Ὁσαπλασίων ἢ ἐστὶν ἡ Λ H τῆς N, τοσαυταπλασίων [n] ἔστω τὸ A τοῦ Z. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Λ H ποτὶ N, οὕτως τὸ A ποτὶ Z. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ K H ποτὶ Λ H, οὕτως τὸ B ποτὶ A. Δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν, ὡς ἡ K H ποτὶ N, οὕτως τὸ B ποτὶ Z. Ἰσάκις ἄρα πολλαπλασίων ἐστὶν ἡ K H τῆς N, καὶ τὸ B τοῦ Z. Ἐδείχθη δὲ τοῦ Z καὶ τὸ A [o] πολλαπλάσιον ὄν. Ὥστε τὸ Z τῶν A, B κοινόν ἐστι μέτρον. Διαιρεθείσας δὴ τὰς μὲν Λ H [p] εἰς τὰς τῇ N ἴσας, τοῦ δὲ A εἰς τὰ τῷ Z ἴσα, τὰ ἐν τῇ Λ H τμάματα ἰσομεγέθη τῇ N, ἴσα ἐστὶ τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ A τμάμασιν ἴσοις ὅσι τῷ Z. Ὥστε ἂν ἐφ' ἑκαστον τῶν τμαμάτων τῶν ἐν τῇ Λ H ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Z, τὸ κέντρον βάρεος ἔχον ἐπὶ μέσου τμάματος, πάντα μεγέθεα ἴσα ἐντὶ τῷ A· καὶ ἐξ ἁπάντων συγκειμένου κέντρον ἔσται βάρεος τὸ E. Ἀρτιά πη δὴ ἐστὶ τὰ πάντα τῷ πλήθει, διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὴν Λ E τῇ H E. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι κἂν ἄλλα ἐφ' ἑκαστον τῶν ἐν τῇ K H τμαμάτων ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Z, κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ τμάματος, πάντα μεγέθεα ἴσα ἐσσεῖται τῷ B, καὶ τοῦ ἐξ πάντων συγκειμένου [q] κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται τὸ Δ. [r] Ἀλλ' ἦν τὸ μὲν A ἐπικείμενον κατὰ τὸ E, τὸ δὲ B κατὰ τὸ Δ. Ἔσται δὴ μεγέθεα ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' ἀθείας κείμενα, ὧν τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἴσα ἀπ' ἀλλάλων [s] διέσακε συγκείμενα, ἄρτια τῷ πλήθει. Δῆλον ἦν ὅτι τοῦ ἐξ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἡ διχοτομία τᾶς ἀθείας τᾶς ἐχούσας τὰ κέντρα τῶν μέσων μεγεθέων. Ἐπεὶ δὲ ἴσαι εἰσὶν ἡ μὲν Λ E τῇ Γ Δ, ἡ δὲ E Γ τῇ Δ K, καὶ ὅλα ἄρα ἡ Λ Γ ἴσα τῇ Γ K. Ὥστε τοῦ ἐξ πάντων μεγέθεος κέν-

[n] ἔστω καὶ τὸ. [o] πολλαπλάσιον ex MS. [p] εἰς τᾶς N. [q] μέτρον. [r] Ἀλλ' deeſt. [s] διέσακε ex MS.

Digitized by Google

τρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. Τοῦ μὲν ἄρα Α κειμένου κατὰ τὸ Ε, τοῦ δὲ Β κατὰ τὸ Δ, ἰσορροπησοῦντι κατὰ τὸ Γ.

ex omnibus magnitudinibus componitur, centrum gravitatis est punctum Γ. Igitur appositis A quidem ad punctum E, B vero ad punctum Δ, in puncto Γ librabuntur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

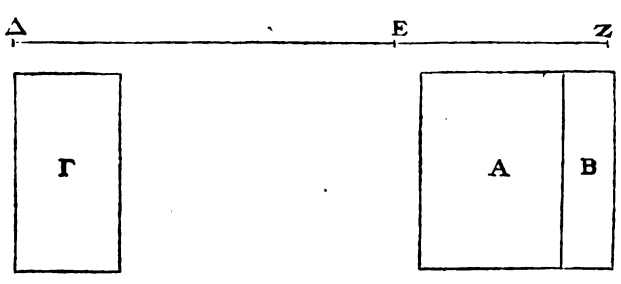
Καὶ τοίνυν αἶκα ἀσύμμετρα ἐῶνθι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροπησοῦνθι ἀπὸ μακέων [t]ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.

[u]Ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθεα τὰ ΑΒ, Γ· μάκεα δὲ τὰ ΔΕ, ΕΖ. Ἐχέτω δὲ τὸ ΑΒ [w]ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ ΕΔ ποτὶ τὸ ΕΖ μᾶκος. Λέγω ὅτι τᾶ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, Γ κέντρον τᾶ βάρεός ἐστι τὸ Ε.

PROP. VII. Theor.

Quinetiam si magnitudines non commensurabiles fuerint, pariter suspensæ a longitudinibus eamdem cum ipsis rationem reciprocantibus librabuntur.

Sint magnitudines non commensurabiles AB, Γ: et longitudines (a quibus suspenduntur) ΔΕ, ΕΖ. Habeat autem magnitudo ΑΒ ad magnitudinem Γ eamdem rationem, quam longitudo ΕΔ ad longitudinem ΕΖ. Dico magnitudinis, quæ ex utrisque magnitudinibus ΑΒ, Γ componitur, centrum gravitatis esse punctum Ε.



Εἰ γὰρ μὴ ἰσορροπήσει τὸ ΑΒ πεθὲν ἐπὶ τῷ Ζ, τῷ Γ πεθέντι ἐπὶ τὸ Δ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ Γ, ἢ ἐ. [u]Ἔστω μεῖζον. Καὶ ἀφῃρήθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ μείζων ἐστὶ τὸ ΑΒ τᾶ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν· ὥστε τὸ λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Γ μεγέθεα, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ Α [w]ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἃ ΔΕ ποτὶ ΕΖ, οὐκ ἰσορροπησᾶνθι τὰ Α, Γ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μακέων, τεθέντος τᾶ μὲν Α ἐπὶ τὸ Ζ, τᾶ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Δ. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ εἰ τὸ Γ μεῖζόν ἐστιν, ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ ΑΒ.

Si enim ΑΒ, et Γ non librantur, altera quidem apposita ad punctum Ζ, altera vero ad punctum Δ; aut major est ΑΒ ipsa Γ, quam ut librari possit, aut non est. Sit major ΑΒ: et auferatur ab eadem minus excessu, quo major est ipsa ΑΓ, quam ut librari possit; ita ut, quæ relinquitur, Α ipsi Γ commensurabilis sit. Quoniam igitur commensurabiles sunt magnitudines Α, Γ, minoremque rationem habet Α ad Γ, quam ΔΕ ad ΕΖ; hæ suspensæ a longitudinibus ΔΕ, ΕΖ non librabuntur, altera quidem apposita ad punctum Ζ, altera vero ad punctum Δ. Eadem autem ratione non librabuntur, etiam si Γ ipsa ΑΒ major fuerit, quam ut librari possit.

EUTOCIUS.

[x]Ἤτοι μεῖζόν [y]ἐστι τὸ ΑΒ τᾶ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν, ἢ ἐ. Τούτου τοῦ ῥητοῦ δεῖ ἀκοῦσαι, οὐχ ὡς μείζονος ὑπαρχόντος πάντως τᾶ ΑΒ μεγέθους τᾶ Γ, ἀλλὰ μείζονος ὑποκειμένου, ἢ κατὰ τὼ ἰσορροπίαν. Δυνατὸν γάρ ἐστι, καὶ [z]ἔλαττον μέγεθος [a]τῶν μείζονος μείζονα ἔχειν τὴν ῥοπὼ, διὰ τὸ μῆκος τᾶ ζυγᾶ, μεῖζον ὂν πάνυ καὶ ἄνισον ποιῆν τὸν λόγον. [b]Ὥστε καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τᾶ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, [c]ἃ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, ὥστε ἰσορροπεῖν· ὥστε λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Δεῖ, φησὶν, ἀφελεῖν ἀπὸ τᾶ ΑΒ μέγεθός τι τὸ Β, ὃ ποιεῖ λοιπὸν τὸ Α τῷ Γ σύμμετρον, καὶ μεῖζον τὸ Α τᾶ Γ ἢ κατὰ τὼ ἰσορροπίαν. Τοῦτο δὲ δυνατὸν ποιῆν, διὰ τῶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶ δεκάτα τᾶς στοιχειώσεως Εὐκλείδου εἰρημένων, καὶ ἐν τῷ πέμπτῳ τῶν Θεοδοσίου σφαιρικῶν.

Aut major est ΑΒ ipsa Γ, quam ut librari possit, aut non est. Verba hæc ita intelligenda sunt, ut magnitudo ΑΒ non omnino quidem major quam Γ esse dicatur; sed solum major, quam ut librari possit. Fieri enim potest, ut minor magnitudo majore momento cieatur quam major; idque propter stateræ longitudinem, quæ major quod sit, inæqualem proportionem efficiat. Et auferatur ab eadem ΑΒ minus excessu, quo major est ipsa Γ, quam ut librari possit; ita ut, quæ relinquitur, Α ipsi Γ commensurabilis sit. Oportet, inquit, auferre ab ΑΒ magnitudinem aliquam Β ejusmodi, ut, quæ relinquitur, Α ipsi Γ commensurabilis sit, et adhuc major ipsa Γ, quam ut librari possit. Hoc autem fieri potest per ea, quæ in principio decimi libri Elementorum Euclidis, et in tertio sphæricorum Theodosii tradita sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η.

Αἶκα ἀπό τινος [d]*μεγέθεός τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τᾶ λοιπᾶ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος· ἐκβληθείσας τὰς εὐθείας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων, τοῦ τε ὅλου μεγέθεος, καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτὰ, ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος· καὶ

PROP. VIII. Theor.

Si ab aliqua magnitudine magnitudo aliqua auferatur, quæ idem ac tota centrum non habeat; magnitudinis, quæ relinquitur, centrum gravitatis est: si recta producatur, quæ centra gravitatum tum totæ magnitudinis, tum ejus, quæ aufertur, conjungit, ad easdem partes, ad quas totæ magnitudinis centrum est; atque

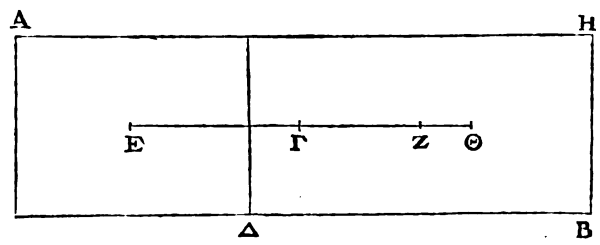
[t] ἀντιπεπονθότων. [u] ἔτως ἔστω. [w] ποτὶ τὸ ΓΗ. ἃ ΔΕ. [x] In MS. deest, ante Ἤτοι &c. Εἰς τὸ Ε, titulus, qui in Ed. Bas. invenitur. [y] ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΒ. [z] τὸ ἔλαττον. [a] τᾶ. [b] ὥστε deest. [c] ἃ deest.
[d] μεγέθεος ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος.

* Rivaltus legit, ἀφαιρετῶ τι μεγέθος.

Digitized by Google

abſcindatur a recta producta, quæ ea, quæ diximus, centra conjungit, pars aliqua, ita ut ad rectam, quæ inter centra interjicitur, eamdem rationem habeat, quam gravitas magnitudinis, quæ aufertur, ad gravitatem magnitudinis, quæ relinquitur: centrum, inquam, gravitatis eſt rectæ ejus, quæ abſciſſa fuerit, terminus.

Sit magnitudinis alicujus A B centrum gravitatis punctum Γ: et auferatur ab A B magnitudo A Δ, cujus centrum gravitatis ſit punctum E. Juncta autem E Γ, eademque producta, abſcindatur Γ Z, quæ ad Γ E eamdem rationem habeat, quam magnitudo A Δ ad magnitudinem Δ H. Oportet demonſtrare, magnitudinis Δ H centrum gravitatis eſſe punctum Z.



Neque enim ſit punctum Z, ſed, ſi fieri poteſt, punctum aliud Θ. Quoniam igitur magnitudinis quidem A Δ centrum gravitatis eſt punctum E; magnitudinis vero Δ H punctum Θ; jam magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus A Δ, Δ H componitur, centrum gravitatis erit in E Θ ita ſecta, ut ejus ſegmenta eamdem cum magnitudinibus ipſis rationem reciprocent. Quare punctum Γ in ſectione ei, quam diximus, reſpondente non erit. Non eſt igitur punctum Γ centrum gravitatis magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus A Δ, Δ H componitur, hoc eſt ipſius A B. Eſt autem; quoniam eſſe ponebatur. Non eſt igitur punctum Θ centrum gravitatis magnitudinis Δ H.

ἀπολαφθείσας τίνος ἀπὸ τᾶς ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὰν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος [c] τᾶς ἀφῃρημένας μεγέθεος ποτὶ τὸ τᾶς λοιπᾶς βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας.

Ἔστω μεγέθεός τινος τᾶς A B κέντρον τᾶς βάρεος τὸ Γ. Καὶ ἀφῃρήθω ἀπὸ τᾶς A B τὸ A Δ, ἃ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔστω τὸ E. Ἐπιζευχθείσας δὲ τᾶς E Γ, καὶ ἐκβληθείσας, ἀπολελάφθω ἁ Γ Z ποτὶ τὰν Γ E λόγον ἔχουσα τὸν αὐτόν, ὃν ἔχει [f] τὸ A Δ μέγεθος ποτὶ τὸ Δ H. Δεικτέον ὅτι τᾶς Δ H μεγέθεος κέντρον τᾶς βάρεός ἐστι τὸ Z σαμεῖον.

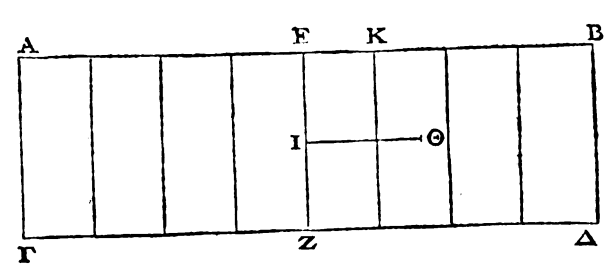
Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν A Δ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ E, τοῦ δὲ Δ H τὸ Θ σαμεῖον· τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τᾶ A Δ, Δ H μεγεθέων, κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς E Θ τμαθείσας, ὥστε [g] τμάματα αὐτᾶς [h] ἀντιπέπονθε μὲν καλὰ τὸν αὐτὸν λόγον τοῖς μεγέθεσιν. Ὥστε [i] οὐκ ἔσται τὸ Γ σαμεῖον κατὰ τὰν ἀνάλογον τομὰν τᾶ εἰρημένα. Οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Γ κέντρον τᾶς βάρεος τοῦ ἐκ τῶν A Δ, Δ H συγκειμένας μεγέθεος, τετέστι τοῦ A B. Ἔστι δέ. Ὑπέκειτο γάρ. Οὐκ ἐστὶ ἄρα τὸ Θ κέντρον βάρεος τοῦ Δ H μεγέθους.

PROP. IX. Theor.

Cujuſlibet parallelogrammi centrum gravitatis eſt in recta, quæ oppoſita parallelogrammi latera in duas æquas partes ſecta conjungit.

Sit parallelogrammum A B Γ Δ, cujus latera A B, Γ Δ in duas æquas partes ſecta conjungat E Z. Dico parallelogrammi A B Γ Δ centrum gravitatis eſſe in E Z.

Neque enim ita res habeat; ſed ſit, ſi fieri poteſt, punctum Θ: ducaturque Θ I ipſi A B parallela. Quod ſi E B in duas æquas partes continuo ſecetur, relinquetur aliquando ſegmentum minus quam Θ I. Itaque ſecetur utraque A E, E B in ſegmenta ipſi E K æqualia: ducanturque a punctis, quæ in ſectionibus ſunt, rectæ ipſi E Z parallelæ. Dividetur utique totum parallelogrammum in parallelogramma uni K Z æqualia, et ſimilia. Igitur parallelogrammis ipſi K Z æqualibus, et ſimilibus ſibi invicem convenientibus, centra quoque gravitatis eorumdem ſibi invicem convenient. Atque erunt magnitudines quædam parallelogramma æquales



ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς διαμέτρου τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν καθ' ἑναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶν.

Ἔστω παραλληλογράμμον τὸ A B Γ Δ. Ἐπὶ δὲ τᾶν διχοτομίαν τᾶν A B, Γ Δ ἁ E Z. Φαμὶ δὴ ὅτι τοῦ A B Γ Δ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔσται ἐπὶ τᾶς E Z.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ Θ. Καὶ ἄχθω ποτὰ τὰν A B ἁ Θ I. Τᾶς δὲ δὴ E B δίχοτομουμένας αἰεί, ἐσσεῖται πόκα καταλειπομένα ἐλάσσων τᾶς I Θ. Καὶ διῃρήθω ἑκατέρα τᾶν A E, E B εἰς τὰς τᾷ E K ἴσας· καὶ ἀπὸ τᾶν καθ' τὰς διαιρέσεις σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὰν E Z. Διαιρεθήσεται δὴ τὸ ὅλον παραλληλογράμμον εἰς [k] παραλληλογράμματα τὰ ἴσα καὶ ὅμοια τῷ K Z. Τῶν δὲ παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ K Z ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἀλλάλα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἀλλάλα πεσεῖνται. Ἐσσεῖται δὴ μεγέθεα τίνα

[c] τῶν ἀφῃρημένων μεγεθέων. [f] τὸ A B. [g] τὰ τμάματα. [h] ἀντιπέπονθε μὲν, ex MS. [i] οὐκ ἄρα [k] παραλληλογράμματα.

Digitized by Google

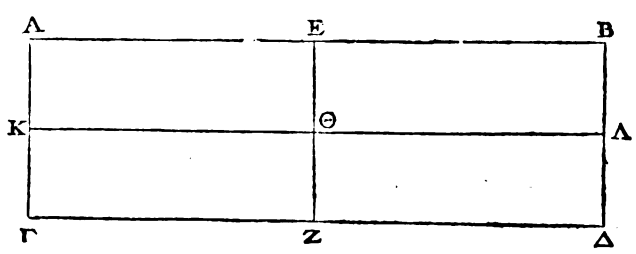
παραλληλόγραμμα, ἴσα τῷ ΚΖ, ἄρτια τῷ πλήθει. Καὶ τὰ κέντρα τῶν βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας κείμενα· καὶ τὰ μέσα ἴσα· καὶ πάντα τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντὶ, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι. Τὸ ἐκ πάντων αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἔσται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ὑπιζευγνύσας τὰ κέντρα τοῦ [1] βάρεος τῶν μέσων χωρίων. Οὐκ ἐστὶ δέ. Τὸ γὰρ Θ ἐκτός ἐστι τῶν μέσων παραλληλογράμμων. Φανερὸν ἔν, ὅτι ὑπὶ τᾶς ΕΖ εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τῶ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου.

ipſi ΚΖ, et multitudine pares, quarum centra gravitatis in directo poſita ſunt. Adhuc vero æquales ſunt cum ipſarum mediæ; tum cœteræ omnes, quæ utrinque a mediis æquo intervallo diſtant; denique rectæ, quæ inter centra interjiciuntur. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus hiſce magnitudinibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta, quæ mediarum centra gravitatis conjungit. Non eſt autem; quoniam punctum Θ extra media parallelogramma cadit. Manifeſtum eſt igitur parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis eſſe in recta ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτοντι.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἃ ΕΖ [m] δίχα τεμνοῦσα τὰς ΑΒ, ΓΔ· ἃ δὲ ΚΛ τὰς ΑΓ, ΒΔ. Ἔστι δὴ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ τᾶς ΚΛ. Τὸ Θ ἄρα σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεος. Κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διάμετροι τοῦ παραλληλογράμμου πίπτοντι. Ὥστε δέδεικται τὸ προτεθέν.

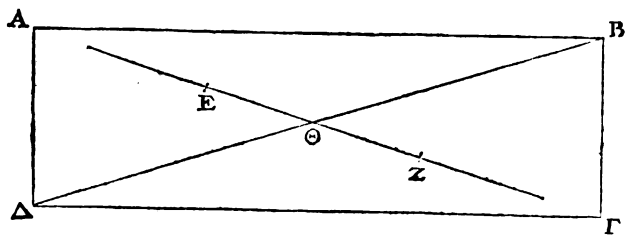


PROP. X. Theor.

Cujuſlibet parallelogrammi centrum gravitatis eſt id punctum, in quo diametri concurrunt.

Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ; et in eo ΕΖ, quæ latera ΑΒ, ΓΔ; itemque ΚΛ, quæ latera ΑΓ, ΒΔ in duas æquas partes ſecet. Itaque parallelogrammi ΑΒΓΔ centrum gravitatis eſt in ΕΖ. Hoc enim demonſtratum eſt. Eadem autem ratione eſt etiam in ΚΛ. Punctum igitur Θ centrum gravitatis eſt. Diametri autem parallelogrammi in punctum Θ concurrunt. Quare demonſtratum eſt, quod proponebatur.

Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι. Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. Διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἃ ΔΒ. [n] Τὰ ἄρα ΑΔΒ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντὶ, καὶ ὅμοια ἀλλάλοις· ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. Ἔστω δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. Καὶ τετμάσθω δίχα ἃ ΔΒ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἃ ΕΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπειλάφθω ἃ ΖΘ ἴσα τᾷ ΘΕ. Ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ [p] ΑΒΔ τριγώνου ἐπὶ τὸ [q] ΒΔΓ τρίγωνον, καὶ ἰσθεμένας [r] τᾶς ΑΒ πλευρᾶς ἐπὶ τὰν ΔΓ, τᾶς δὲ ΑΔ ἐπὶ τὰν ΒΓ· ἐφαρμόσει καὶ ἃ ΘΕ εὐθεῖα ἐπὶ τὰν ΖΘ· καὶ τὸ Ε σαμεῖον ἐπὶ τὸ Ζ πεσεῖται. Ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἐπεὶ ἔν τοῦ μὲν ΑΒΔ [s] τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΓ τὸ Ζ· δῆλον ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας· ὅπερ ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον.



Licet autem hoc idem aliter demonſtrare. Sit parallelogrammum ΑΒΓΔ, cujus diameter ΔΒ. Triangula igitur ΑΒΔ, ΒΔΓ æqualia, et ſimilia ſibi invicem ſunt. Quare hiſce triangulis ſibi invicem convenientibus, centra quoque gravitatis eorumdem ſibi invicem convenient. Sit trianguli ΑΒΔ centrum gravitatis punctum Ε. Secetur autem in duas æquas partes ΔΒ in puncto Θ; junctaque ΕΘ, eademque producta, ſumatur ΖΘ ipſi ΘΕ æqualis. Itaque conveniente triangulo ΑΒΔ cum triangulo ΒΔΓ; et lateribus ΑΒ cum ΔΓ, et ΑΔ cum ΒΓ, conveniet recta ΘΕ cum recta ΖΘ, punctumque Ε cum puncto Ζ. Convenit autem etiam cum centro gravitatis trianguli ΒΔΓ. Quoniam igitur centrum gravitatis trianguli quidem ΑΒΔ eſt punctum Ε, trianguli vero ΔΒΓ punctum Ζ; conſtat magnitudinis, quæ ex utriſque triangulis componitur, centrum gravitatis eſſe punctum medium rectæ ΕΖ; quod quidem eſt punctum Θ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'

Ἐὰν δύο τρίγωνα ὅμοια ἀλλάλοις ᾖ, καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα πρὸς τὰ τρίγωνα,

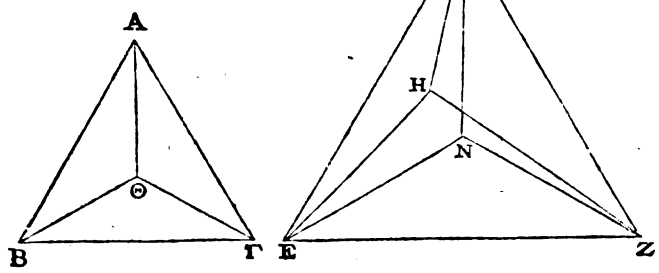
PROP. XI. Theor.

Si duo triangula ſimilia ſibi invicem fuerint, et in his puncta ſimiliter poſita: horum autem

[1] βάρεος ex MS. [m] δίχα ex MS. [n] ἴσω ἃ ΔΒ τριγώνω ἴσα ἐντὶ, in MS. ἴσω ἃ ΔΒ τὰ ἄρα ΑΒΔ ΔΒΓ τρίγωνα ἴσα ἐντι. [o] καὶ ἐπιζεύχθω. [p] ΑΒΓΔ. [q] ΑΔΓ. [r] τᾶς μὲν Α. [s] τριγώνου ex MS.

Digitized by Google

punctorum alterum trianguli, in quo eſt, centrum gravitatis ſit; alterum quoque punctum centrum eſt gravitatis ejus, in quo eſt, trianguli. Puncta autem in ſimilibus figuris ſimiliter poni dicimus, in quibus quæ ad æquales angulos rectæ ducuntur, æquales cum reſpondentibus lateribus angulos efficiunt.



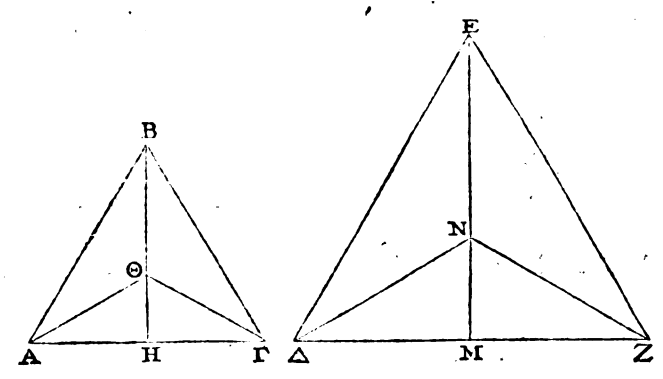
Sint duo triangula ABΓ, ΔEZ: et ut AΓ ad ΔZ, ita ſe habeat cum AB ad ΔE, tum BΓ ad EZ. Sint autem in iis, quæ diximus, triangulis puncta Θ, N ſimiliter poſita, quorum alterum Θ centrum gravitatis ſit trianguli ABΓ. Dico punctum quoque N centrum gravitatis eſſe trianguli ΔEZ.

Neque enim punctum N; ſed, ſi fieri poteſt, punctum aliud H centrum gravitatis ſit trianguli ΔEZ: junganturque rectæ ΘA, ΘB, ΘΓ, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. Quoniam igitur ſimile eſt triangulum ABΓ triangulo ΔEZ, eorumque centra gravitatum ſunt puncta Θ, H: ſimilium vero figurarum centra gravitatum ſimiliter poſita ſunt, ita ut æquales cum reſpondentibus lateribus ſingulos ſingulis angulos efficiant; ideo æqualis eſt angulus HΔE angulo ΘAB. Æqualis eſt autem angulus ΘAB angulo EΔN; eo quod puncta Θ, N ſimiliter poſita ſunt. Æqualis eſt igitur etiam angulus EΔH angulo EΔN, major minori. Quod fieri non poteſt. Non igitur non eſt punctum N centrum gravitatis trianguli ΔEZ. Eſt igitur punctum N centrum gravitatis, quod diximus.

PROP. XII. THEOR.

Si duo triangula ſimilia ſibi invicem fuerint; alterius autem trianguli centrum gravitatis ſit in recta, quæ ab aliquo angulo ad mediam baſim ducitur, alterius quoque trianguli centrum gravitatis erit in recta, quæ ſimiliter ducitur.

Sint duo triangula ABΓ, ΔEZ: et ut AΓ ad ΔZ, ita ſe habeat cum AB ad ΔE, tum BΓ ad ZE. Secta autem AΓ in duas æquas partes in puncto H, jungatur BH: ſitque centrum gravitatis trianguli ABΓ in BH punctum Θ. Dico trianguli quoque EΔZ centrum gravitatis eſſe in recta, quæ ſimiliter ducitur.



καὶ τὸ ἓν σαμεῖον τὸ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνου κέντρον ἢ τοῦ βάρεος· καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνου. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι πρὸς τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι διθεῖαι ἴσας ποιοῦντι γωνίας πρὸς ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ. Καὶ ἔστω ὡς ἡ AΓ πρὸς ΔZ, οὕτως ἥτε AB πρὸς ΔE, καὶ ἡ BΓ πρὸς EZ. Καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ἔστω τὰ Θ, N πρὸς τὰ ABΓ, ΔEZ τρίγωνα. Καὶ ἔστω τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ABΓ τριγώνου. Λέγω ὅτι καὶ τὸ N κέντρον βάρεός ἐστι τοῦ ΔEZ τριγώνου.

Μὴ γὰρ, ἀλλ', εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ H κέντρον βάρεος τοῦ ΔEZ τριγώνου. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘA, ΘB, ΘΓ, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ ABΓ τρίγωνον τῷ ΔEZ τριγώνῳ, καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐστὶ τὰ Θ, H σαμεῖα· τῶν δὲ ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ κείμενα, ὥστε ἴσας ποιησουῦτι γωνίας πρὸς ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς, [t] ἑκάστην ἑκάστῃ. Ἴσα ἄρα ἡ ὑπὸ HΔE γωνία τῇ ὑπὸ ΘAB. Ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΘAB γωνία ἴσα [u] ἐντὶ τῇ ὑπὸ EΔN, διὰ τὸ ὁμοίως κεῖσθαι τὰ Θ, N σαμεῖα· καὶ ἡ ὑπὸ EΔH γωνία ἄρα [w] ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ EΔN, ἡ μείζων τῇ ἐλάσσονι, ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα ἔκ ἐστι κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔEZ τριγώνου τὸ N σαμεῖον. Ἔστιν ἄρα [x] τὸ N σαμεῖον, ὅπερ ἔδειξαμεν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Αἱκα δύο τρίγωνα ὅμοια ἐῶνθι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνου κέντρον ἢ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς διθείας, ἃ ἑνὶ ἀπὸ λυος γωνίας ἐπὶ μέσαν [y] βάσιν ἀγομένα· καὶ τοῦ λοιποῦ τριγώνου τὸ κέντρον ἐσσεῖται ἐπὶ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.

Ἔστω δύο τρίγωνα, τὰ ABΓ, ΔEZ. Καὶ ἔστω ὡς ἡ AΓ πρὸς ΔZ, οὕτως ἥτε AB πρὸς ΔE, καὶ ἡ BΓ πρὸς ZE. Καὶ τμαθείσας τᾶς AΓ δίχα κατὰ τὸ H, ἐπιζεύχθω ἃ BH· καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ABΓ τριγώνου ἐπὶ τᾶς BH, τὸ Θ. Λέγω ὅτι καὶ τοῦ ΕΔZ τριγώνου κέντρον βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας διθείας.

[t] ἕκαστον ἑκάστοις. [u] ἐστὶ. [w] ἴσα deeſt. [x] In MS. hiatus eſt, ab ἄρα, uſque ad initium Propoſitionis ιβ'. [y] τὰν βάσιν.

Digitized by Google

Τετμάσθω ἡ Δ Ζ δίχα κατὰ τὸ Μ, [a] καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ΕΜ· καὶ γεγονέτω ὡς ἡ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, ὕτως ἡ ΜΕ ποτὶ ΕΝ. Καὶ ἐπεζεύχθωσαν [a] αἱ ΑΘ, ΘΓ, ΔΝ, ΝΖ. Ἐπεὶ ἐστι τῆς μὲν ΓΑ, ἡμίσεια ἡ ΑΗ· τῆς δὲ Δ Ζ, ἡμίσεια ἡ Δ Μ· ἐστὶν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΒΑ ποτὶ ΕΔ, ὕτως [b] ἡ ΑΗ ποτὶ Δ Μ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον εἰσί. Ἴση τε ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΒ τῇ ὑπὸ Δ ΜΕ. Καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΗ ποτὶ Δ Μ, ὕτως ἡ ΒΗ ποτὶ ΕΜ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, ὕτως ἡ ΜΕ ποτὶ ΕΝ. Καὶ δι' ἴσα ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ ποτὶ Δ Ε, ὕτως ἡ ΒΘ ποτὶ ΕΝ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον εἰσί. Εἰ δὲ τοῦτο, ἴσα ἐστὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΝ. Ὥστε καὶ λοιπὰ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΝΔΖ γωνία. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΒΓΘ γωνία ἴσα ἐστὶ [c] τῇ ὑπὸ ΕΖΝ. Ἃ δὲ ὑπὸ ΘΓΗ, τῇ ὑπὸ ΝΖΜ ἴσα. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΘ τῇ ὑπὸ Δ ΕΜ ἴσα. Ὥστε καὶ λοιπὰ ἡ ὑπὸ ΘΒΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΝΕΖ. * Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ πάντα ὁμοίως κεῖται τὰ Θ, Ν σημεῖα [d] ποτὶ ὁμολόγους πλευράς, [e] καὶ ἴσους γωνίας ποιεῖ. Ἐπεὶ οὖν ὁμοίως κεῖται τὰ Θ, Ν σημεῖα, καὶ ἔστι τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, καὶ τὸ Ν ἄρα κέντρον βάρεος τοῦ Δ ΕΖ.

Secetur Δ Z in duas æquas partes in punctο M: et jungatur E M. Deinde fiat, ut B H ad B Θ, ita M E ad E N: et jungantur A Θ, Θ Γ, Δ N, N Z. Et quoniam ipſius quidem Γ A dimidia eſt A H, ipſius vero Δ Z dimidia Δ M; ideo ut B A ad E Δ, ita ſe habet A H ad Δ M: quæque latera circa æquales angulos ſunt, ea proportionalia ſunt. Æqualis eſt igitur angulus A H B angulo Δ M E: et ut A H ad Δ M, ita ſe habet B H ad E M. Ut autem B H ad B Θ, ita ſe habet M E ad E N. Igitur etiam, ex æqua proportione, ut A B ad Δ E, ita ſe habet B Θ ad E N: quæque latera circa æquales angulos ſunt, ea proportionalia ſunt. Quod cum ita ſit æqualis eſt angulus B A Θ angulo E Δ N. Quare reliquus etiam angulus Θ A Γ æqualis eſt angulo N Δ Z. Eadem ratione æqualis eſt angulus quidem B Γ Θ angulo E Z N, angulus vero Θ Γ H angulo N Z M. Demonſtratus autem eſt etiam angulus A B Θ æqualis eſſe angulo Δ E M. Quare reliquus etiam angulus Θ B Γ æqualis eſt angulo N E Z. Omnino autem hac ratione puncta Θ, N ad reſpondentia latera ſimiliter poſita ſunt, æqualeſque angulos efficiunt. Quoniam igitur puncta Θ, N ſimiliter poſita ſunt, punctumque Θ centrum eſt gravitatis trianguli A B Γ, ideo punctum quoque N centrum gravitatis eſt trianguli Δ E Z.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς διαμέτρου, ἃ ἐστιν ἐκ τῆς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένη τὴν βάσιν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἐν αὐτῷ ἡ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὴν ΒΓ βάσιν. Δεικτέον ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ.

Μὴ γὰρ, ἀλλ' εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ τὴν ΒΓ ἤχθω ἡ ΘΙ. Ἀεὶ δὴ δίχα τμηθεῖσα τὴν ΔΓ ἔσται ποτὲ ἡ καταλειπομένη ἐλάσσων [f] τῆς ΘΙ. Καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τῶν ΒΔ, ΔΓ εἰς τὰς ἴσας. Καὶ διὰ τῶν τομῶν παρὰ τὴν ΑΔ ἤχθωσαν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ. Ἑστωσῶν δὴ αὖται παρὰ τὴν ΒΓ. Τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ΜΝ, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος, ἐπὶ τῆς ΥΣ· τοῦ δὲ ΚΞ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς ΤΥ· [g] τοῦ δὲ ΖΟ, ἐπὶ τῆς ΤΔ. Τῶν ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τῆς Σ Δ διάμετρου. Ἔστω δὴ τὸ Ρ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ρ Θ, καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἤχθω παρὰ τὴν Α Δ ἡ ΓΦ. Τὸ δὴ ΑΔΓ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἀναγεγραμμένα ὅμοια τῷ ΑΔΓ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΓΑ ποτὶ ΑΜ· διὰ τὸ ἴσας [h] εἶμεν τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ ΑΔΒ

PROP. XIII. THEOR.

Cujuſlibet trianguli centrum gravitatis eſt in recta, quæ ab ejus angulo ad mediam baſim ducitur.

Sit triangulum A B Γ, et in eo A Δ ad mediam baſim B Γ ducta. Oportet demonſtrare, in A Δ centrum gravitatis eſſe trianguli A B Γ.

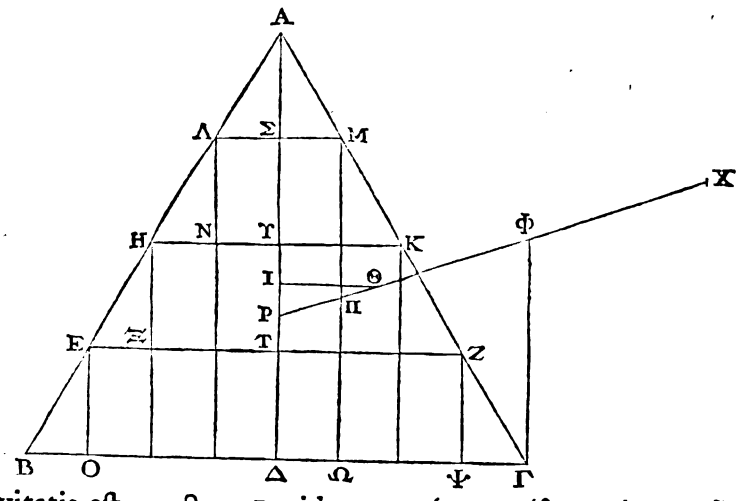
Neque enim ita res habeat; ſed ſit, ſi fieri poteſt, punctum Θ: ducaturque per id punctum Θ I ipſi B Γ parallela. Quod ſi Δ Γ in duas æquas partes continuo ſecetur, relinquetur aliquando ſegmentum minus quam Θ I. Itaque ſecetur utraque B Δ, Δ Γ in æqualia ſegmenta: et ducantur per ſectiones rectæ ipſi A Δ parallelæ: junganturque E Z, H K, Λ M; quæ quidem ipſi B Γ parallelæ erunt. Ac parallelogrammi quidem M N centrum gravitatis eſt in Υ Σ; parallelogrammi vero K Ξ, in T Υ; denique parallelogrammi Z O, in T Δ. Igitur magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta Σ Δ. Hoc autem ſit punctum P: et jungantur P Θ, eademque producta, ducatur Γ Φ ipſi A Δ parallela. Itaque triangulum A Δ Γ ad omnia triangula, quæ ipſi A Δ Γ ſimilia ab A M, M K, K Z, Z Γ deſcribuntur, eam habet rationem, quam Γ A ad A M; eo quod ipſæ A M, M K, K Z, Z Γ æquales ſibi invicem ſunt. Quoniam vero etiam triangulum A Δ B

[a] καὶ πεποιακάθω ἡ ΒΗ πρὸς ΒΘ. [a] αἱ ΒΘ, ΘΓ, ΔΗ, ΗΖ. [b] ἡ ΑΝ. [c] τῇ ὑπὸ ΕΖΗ. [d] ποτὶ τὰς ὁμολόγους. [e] καὶ deeſt. [f] τῆς ΘΙΕ. [g] τοῦ δὲ ΖΘ. [h] εἶναι τὰς ΑΜ, ΜΖ, ΖΓ, ΚΖ.

* Malim, διὰ ταῦτα.

Digitized by Google

ad omnia triangula, quæ eidem ſimilia ab A Λ, Λ H, H E, E B deſcribuntur, eam habet rationem, quam B A ad A Λ; ideo triangulum A B Γ ad omnia, quæ diximus, triangula eam rationem habet, quam Γ A ad A M. Habet autem Γ A ad A M majorem rationem, quam Φ P ad P Θ. Ratio enim ipſius Γ A ad A M eadem eſt, quæ totius Φ P ad P H; eo quod triangula ſimilia ſunt. Habet igitur etiam triangulum A B Γ ad ea, quæ diximus, triangula majorem rationem, quam Φ P ad P Θ. Quare, etiam dividendo, parallelogramma M N, K Ξ, Z O ad reliqua triangula majorem rationem habent, quam Φ Θ ad Θ P. Quæ igitur ratio eſt parallelogrammorum ad triangula, eadem fiat rectæ X Θ ad Θ P. Et quoniam magnitudo aliqua eſt A B Γ, cujus centrum gravitatis punctum Θ; aufertur autem ab eadem magnitudo, quæ ex parallelogrammis M N, K Ξ, Z O componitur; ac magnitudinis, quæ aufertur, centrum gravitatis eſt punctum P; ideo magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex reliquis triangulis componitur, centrum gravitatis eſt in recta P Θ producta, abſciſſaque, quæ ad Θ P eam rationem habeat, quam magnitudo, quæ aufertur, ad magnitudinem quæ relinquitur. Punctum igitur X centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex reliquis triangulis componitur. Quod fieri non poteſt. Ducta enim in plano per punctum X recta ipſi A Δ parallela, triangula omnia ad eamdem partem ſunt; hoc eſt ad alterutram. Conſtat igitur, quod proponebatur.



τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν A Λ, Λ H, H E, E B ἀναγεγραμμένα ὅμοια τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ B A ποτὶ A Λ· τὸ ἄρα A B Γ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ Γ A ποτὶ A M. Ἀλλὰ ἀ Γ A ποτὶ A M, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἀ Φ P ποτὶ P Θ. [i]Ὁ γὰρ τᾶς Γ A ποτὶ A M λόγος ὁ αὐτός ἐσσι τῷ ὅλας τᾶς Φ P ποτὶ P Π· διὰ τὸ ὅμοια εἶμεν τὰ τρίγωνα. Καὶ τὸ A B Γ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἀ Φ P ποτὶ P Θ. [j]Ὥστε καὶ διελόντι τὰ M N, K Ξ, Z O παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἀ Φ Θ ποτὶ Θ P. Γεγωνέτω ὧν ἐν τῷ τ παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ τρίγωνα λόγῳ ἀ X Θ ποτὶ Θ P. Ἐπεὶ ὧν ἐσσί [k]τι μέγεθος τὸ A B Γ, [l]οὗ τὸ κέντρον τᾶ βάρεός ἐσσι τὸ Θ· καὶ ἀφήρηται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τ̃ M N, K Ξ, Z O, [m]παραλληλογραμμῶν, ᾧ ἔσσι τᾶ ἀφῃρημένᾳ μεγέθεος κέντρον τᾶ βάρεος τὸ P σαμεῖον· τοῦ ἄρα λοιπᾶ μεγέθεος τᾶ συγκειμένᾳ ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τᾶ βάρεός ἐσσιν ἐπὶ τᾶς [n]P Θ εὐθείας ἐκβληθείσας, ᾧ ἀπολαφθείσας, ποτὶ τὰν Θ P τοῦτον ἐχέσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος ποτὶ τὸ λοιπόν. Τὸ ἄρα X σαμεῖον κέντρον ἔσσι τᾶ βάρεος τᾶ συγκειμένᾳ μεγέθεος ἐκ τ̃ περιλειπομένων· ὅπερ ἀδυνάτον. Τᾶς γὰρ διὰ τοῦ X εὐθείας παρὰ τὰν A Δ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τ'αὐτὰ πάντα ἐντὶ, τετέσιν ἐπὶ θάτερον μέρος. Δῆλον ὧν τὸ προτεθέν.

EUTOCIUS.

Junganturque E Z, H K, Λ M; quæ quidem ipſi B Γ parallelæ erunt. Quoniam enim æqualis eſt cum B O ipſi Ψ Γ, tum Δ B ipſi Δ Γ; ut Δ B ad O B, ita ſe habebit Δ Γ ad Ψ Γ: et dividendo, ut Δ O ad O B, ita Δ Ψ ad Ψ Γ. Ut autem Δ O ad O B, ita ſe habet A E ad E B: parallela enim eſt E O ipſi A Δ: et ut Δ Ψ ad Ψ Γ, ita A Z ad Z Γ. Ut igitur A E ad E B, ita etiam ſe habet A Z ad Z Γ. Parallela igitur eſt E Z ipſi B Γ. Idem de aliis quoque demonſtrabitur. Itaque triangulum A Δ Γ ad omnia triangula, quæ ipſi A Δ Γ ſimilia ab A M, M K, K Z, Z Γ deſcribuntur, eam habet rationem, quam Γ A ad A M; eo quod eæ rectæ æquales ſibi invicem ſunt. Quoniam enim triangula A Δ Γ, A Σ M ſimilia ſunt, rationem invicem habent ejus duplam, quam A Γ habet ad A M. Et quoniam nunc ponitur, A Γ quadruplam eſſe ipſius A M; triangulum A Δ Γ rationem habet ad triangulum quidem

Καὶ ἐπεζεύχθωσαν [o]αἱ E Z, H K, Λ M. Ἐσοῦνται δὴ αὗται [p]παρὰ τὰν B Γ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐσσὶν ἁ B O τᾷ Ψ Γ, καὶ ἁ Δ B τᾷ Δ Γ· ἔσαι ὡς ἁ Δ B πρὸς O B, ἁ Δ Γ πρὸς Ψ Γ· ᾧ διελόντι, ὡς ἁ Δ O πρὸς O B, ἁ Δ Ψ πρὸς Ψ Γ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἁ Δ O πρὸς O B, [q]ἁ A E πρὸς E B· ἁ γὰρ E O παρὰ τὰν A Δ ἐσσίν· ὡς δὲ ἁ Δ Ψ πρὸς Ψ Γ, ἁ A Z πρὸς Z Γ. Καὶ ὡς ἄρα ἁ A E πρὸς E B, ἁ A Z πρὸς Z Γ. Παράλληλός ἐστιν ἄρα ἁ E Z τᾷ B Γ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσονται ᾧ αἱ λοιπαί. Τὸ δὴ A Δ Γ τρίγωνον [r]ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν A M, M K, K Z, Z Γ ἀναγεγραμμένα, ὅμοια τῷ A Δ Γ, τᾶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Γ A ποτὶ A M, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς εὐθείας. Ἐστὶ γὰρ ὁμοιὰ ἐσσὶ τὰ A Δ Γ, A Σ M τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ A Γ πρὸς A M. Ἐστὶ δὲ νῦν ὑπόκειται ἁ A Γ τᾶς A M τετραπλασίων, τὸ A Δ Γ τρί-

[i] ὁ γὰρ τᾶς Γ A ποτὶ A M μείζονα λόγον ἤπερ ἁ Φ P ποτὶ τὰ τρίγωνα ᾧ τὸ A B Γ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον, ἤπερ A Φ P ποτὶ P Θ. Ὥστε ᾧ διελόντι. MS. pro πρὸς semper habet dorice ποτὶ. [j] τι Ex MS. [l] οὕτως τὸ κέντρος. [m] παραλληλογράμμων. [n] E Θ. [o] αἱ E Z H, K Λ. [p] περὶ τὰν B Γ. [q] ἁ A Θ. [r] πρὸς πάντα.

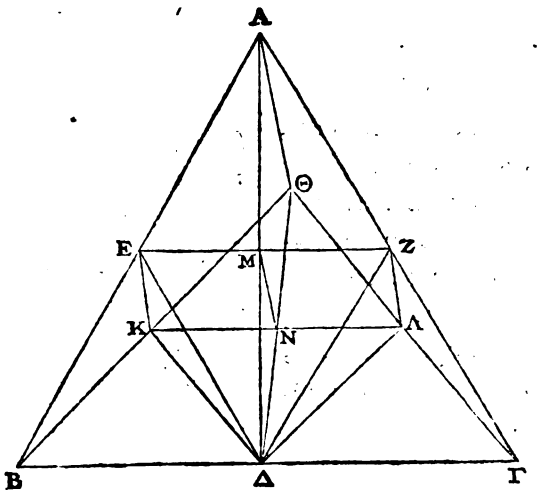
Digitized by Google

γωνον πρὸς τὸ ΑΣΜ λόγον ἔχει, ὃν ις' [s] πρὸς ἓν· πρὸς δὲ πάντα τὰ τρίγωνα, τὰ ἀπὸ ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ λόγον ἔχει ὃν ις' πρὸς τέσσαρα. Ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν, ὡς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον πρὸς τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ὅμοια τῷ ΑΔΓ, ὕτως αὐτὰ τρίγωνα πρὸς τὸ ΑΣΜ· τυτέστιν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Ὅμοια γὰρ εἰσὶ καὶ ἐπὶ ἴσων βασέων· καὶ διὰ τῦτο ἴσα, καὶ εἰσὶ πρὸς ἄλληλα ὡς αἱ [t] βάσεις. Ἀλλὰ ἡ ΓΑ ποτὶ ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΦΡ ποτὶ ΡΘ. Ὁ γὰρ τῆς ΑΓ πρὸς ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΦΡ ποτὶ ΡΠ. Εἰ γὰρ νοήσειας ἐκβεβλημένας τὰς ΡΦ, ΓΔ, καὶ συμπιπτούσας· διὰ τὰς παραλλήλυς, ἔσαι ὡς ἡ ΦΡ [u] πρὸς ΡΠ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΩ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΩ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ, ἡ ΦΡ πρὸς ΡΠ. Ἡ δὲ ΦΡ πρὸς ΡΠ μείζονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Καὶ ἡ ΓΑ [w] ἄρα πρὸς ΑΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὰς γὰρ διὰ τῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΔΑ ἀγομένας ἐν τῷ ὑπιπέδῳ, ὅπι τὰ αὐτὰ ἐσεῖται πάντα τὰ κέντρα· τυτέστιν ὅπι διάτερον μέρος. Καὶ ῥέψει δῆλον ὅτι ἐπ' ἐκείνῳ πάντα τὰ μεγέθη, καὶ ὐκ ἰσορροπήσει· ὅπερ ὐκ ὑπόκειται. Ὑπόκειται γὰρ κέντρον [x] τῶν μὲν παραλληλογραμμῶν τὸ Ρ, τῶν δὲ τριγώνων τὸ Χ.

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἡ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ. Λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τῦ βάρεος τῦ ΑΒΓ τριγώνου.

Μὴ γὰρ, ἀλλ,' εἰ δυνατὸν, ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἵ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ, καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέσας τὰς ΒΑ, ΑΓ· καὶ παρὰ τὰν ΑΘ ἄχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ, διὰ τὸ παράλληλον εἶμεν τὰν ΒΑ τῇ ΖΔ· καί ἐστι τῦ ΑΒΓ τριγώνυ κέντρον τῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον· καὶ τῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνυ κέντρον τῦ βάρεός ἐστι τὸ Λ σαμεῖον. Ὁμοίως γὰρ ἐντὶ κείμενα τὰ [y] Θ, Λ σαμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων· ἐπειδήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιῶντι γωνίας. Φανερὸν γὰρ τῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τῦ ΕΒΔ κέντρον τῦ βάρεός ἐστι τὸ Κ σαμεῖον. Ὥστε τῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένυ μεγέθεος κέντρον τῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΚΛ εὐθείας· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα· καί ἐστι τᾶς ΚΛ μέσον τὸ Ν. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, ὕτως ἡ ΒΚ [z] ποτὶ ΘΚ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ ποτὶ ΖΑ, ὕτως ἡ ΓΛ ποτὶ ΛΘ. Εἰ δὲ τῦτο, ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΚΛ παράλληλος. Καὶ ἐπέζευκται ἡ ΔΘ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ ποτὶ ΔΓ, ὕτως ἡ ΚΝ ποτὶ τὰν ΝΛ. Ὥστε



ΑΣΜ eamdem, quam XVI. ad I: ad omnia vero triangula, quæ ab ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ describuntur, eamdem quam XVI ad IV. Itaque ut triangulum ΑΔΓ ad triangula, quæ ipsi ΑΔΓ similia ab ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ describuntur, ita se habent eadem hæc triangula ad triangulum ΑΣΜ; hoc est ΓΑ ad ΑΜ. Similia enim cum sint, super iisdem basibus constituuntur: propterea æqualia sunt, et se invicem habent ut bases. Habet autem ΓΑ ad ΑΜ majorem rationem, quam ΦΡ ad ΡΘ. Ratio enim ipsius ΓΑ ad ΑΜ eadem est quæ ipsius ΦΡ ad ΡΠ. Si enim intelligantur ΡΦ, ΓΔ productæ esse, sibique invicem concurrere; se habebit utique, propter parallelas, ut ΦΡ ad ΡΠ, ita ΓΔ ad ΔΩ. Ut autem ΓΔ ad ΔΩ, ita se habet ΓΑ ad ΑΜ. Igitur ut ΓΑ ad ΑΜ, ita etiam se habet ΦΡ ad ΡΠ. Habet autem ΦΡ ad ΡΠ majorem rationem, quam ΦΡ ad ΡΘ. Habet igitur etiam ΓΑ ad ΑΜ majorem rationem, quam ΦΡ ad ΡΘ. Quod fieri non potest. Ducta enim in plano per punctum Χ recta ipsi ΑΔ parallela, centra omnia ad eandem partem erunt; hoc est ad alterutram. Propendent utique omnes magnitudines versus eam partem, neque invicem librabuntur: quod non ponitur. Ponitur enim parallelogrammorum centrum esse punctum Ρ, triangulum vero, punctum Χ.

ALITER HOC IDEM.

Sit triangulum ΑΒΓ: ducaturque ΑΔ ad mediam ΒΓ. Dico in ΑΔ centrum gravitatis esse trianguli ΑΒΓ.

Neque enim ita res habeat, sed sit, si fieri potest, punctum Θ: et jungantur ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ, itemque ΕΔ, ΖΕ ad medias ΒΑ, ΑΓ. Porro ducantur ΕΚ, ΖΛ ipsi ΑΘ parallelæ: junganturque ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Et quoniam simile est triangulum ΑΒΓ triangulo ΔΖΓ, (eo quod ΒΑ ipsi ΖΔ est parallela;) ac trianguli ΑΒΓ centrum est gravitatis punctum Θ; ideo etiam trianguli ΖΔΓ centrum gravitatis est punctum Λ. Puncta enim Θ, Λ in utroque triangulo similiter posita sunt; quod quidem manifestum est. Eadem autem ratione trianguli ΕΒΔ centrum gravitatis est punctum Κ. Quare magnitudinis, quæ ex utrisque triangulis ΕΒΔ, ΖΔΓ componitur, centrum gravitatis est in recta media ΚΛ; quoniam triangula ΕΒΔ, ΖΔΓ æqualia sunt: punctum autem ipsius ΚΛ medium est Ν. Ut enim ΒΕ ad ΕΑ, ita se habet ΒΚ ad ΘΚ: ut vero ΓΖ ad ΖΑ, ita ΓΛ ad ΛΘ. Quod cum ita sit, ΒΓ ipsi ΚΛ parallela est. Juncta autem fuit ΔΘ. Ut igitur ΒΔ ad ΔΓ, ita se habet ΚΝ ad ΝΛ. Quare magnitudinis,

[s] πρὸς ΕΝ. [t] βάσεις πρὸς ἄλλα. [u] πρὸς ΡΗ. [w] ἄρα deest. [x] τῶ μὲν παραλληλογράμμυ. [y] ΑΛ. [z] ποτὶ ΘΚ ex MS.

Digitized by Google

quæ ex utriſque triangulis, quæ diximus, componitur, centrum gravitatis eſt punctum N. Eſt autem parallelogrammi AEΔZ centrum gravitatis punctum M. Quare magnitudinis, quæ ex omnibus componitur, centrum gravitatis eſt in recta MN. Eſt autem trianguli ABΓ centrum gravitatis punctum Θ. Igitur MN producta tranſit per punctum Θ: quod fieri non poteſt. Non igitur non eſt centrum gravitatis trianguli ABΓ in recta AΔ. In eadem igitur eſt.

τῆ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων τριγώνων συγκειμένης μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τῆ βάρεος τὸ N. Ἔστι δὲ καὶ τῆ AEΔZ παραλληλογράμμυ κέντρον τῆ βάρεος τὸ M σαμεῖον. Ὥστε τῆ ἐκ πάντων συγκειμένης μεγέθεος τὸ κέντρον τῆ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς MN εὐθείας. Ἔστι δὲ καὶ τῆ ABΓ κέντρον τῆ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. Ἁ MN ἄρα ἐκβαλλομένα πορεύεται διὰ τῦ Θ σαμείυ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τῆ βάρεος τῆ ABΓ τριγώνυ ἐκ ἔστιν ἐπὶ τᾶς AΔ εὐθείας. Ἔστιν ἄρα ἐπ' αὐτᾶς.

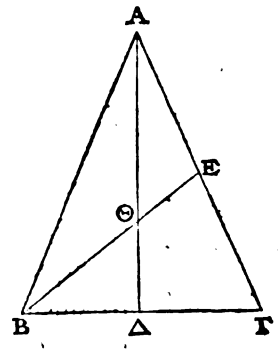
EUTOCIUS.

Puncta enim Θ, K, Λ ſimiliter in triangulis poſita ſunt. Cum enim AΘ, EK, ZΛ parallelæ ſint, angulos ſimiliter ſecant. Præterea anguli ΘΓZ, ΘBE iidem in omnibus triangulis ſunt; et reliqui etiam KBΔ, ΔΓΛ.

Ὁμοίως γὰρ ἐντὶ κείμενα τὰ Θ, K, Λ ἐν τοῖς τριγώνοις. Αἵ τε γὰρ AΘ, EK, ZΛ παράλληλοι ἔσαι ὁμοίως διαιροῦσι τὰς γωνίας. Καὶ αἱ ΘΓZ, ΘBE αἱ αὐταὶ εἰσὶ, ἐν πᾶσι τοῖς τριγώνοις· καὶ λοιπαὶ αἱ KBΔ, ΔΓΛ.

PROP. XIV. THEOR.

Cujuſlibet trianguli centrum gravitatis eſt id punctum, in quo quæ ab angulis trianguli ad media latera rectæ ducuntur, invicem concurrunt.



Sit triangulum ABΓ: ducaturque AΔ quidem ad mediam BΓ; BE vero ad mediam AΓ. Eſt utique trianguli ABΓ centrum gravitatis in utraque AΔ, BE. Hoc enim demonſtratum eſt. Quare punctum Θ (trianguli ejuſdem) centrum gravitatis eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

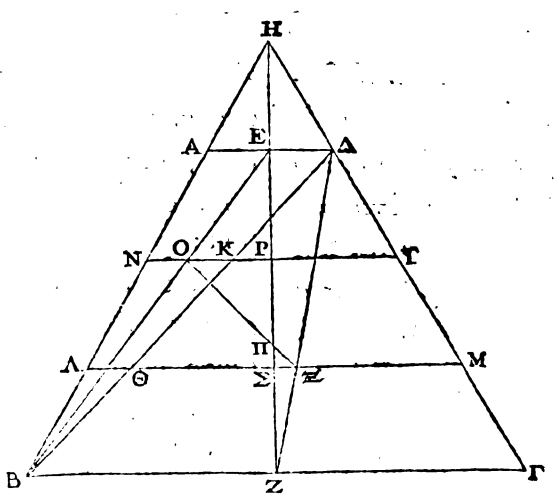
Παντὸς τριγώνυ κέντρον ἐστὶ τῆ βάρεος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ συμπίπτοντι τῆ τριγώνυ αἱ ἐκ τῶν γωνιῶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ABΓ· καὶ ἤχθω ἀ μὲν AΔ ἐπὶ μέσαν τὰν BΓ· ἀ δὲ BE ἐπὶ μέσαν τὰν AΓ. Ἔστι δὴ τῆ ABΓ τριγώνυ κέντρον τῆ βάρεος ἐφ' ἑκατέρας τᾶν AΔ, BE. Δέδεικται γὰρ τῦτο. Ὥστε τὸ Θ σαμεῖον κέντρον τῆ βάρεός ἐστιν.

PROP. XV. THEOR.

Cujuſlibet trapezii habentis duo latera ſibi invicem parallela centrum gravitatis eſt in recta, quæ parallela latera in duas æquas partes ſecta conjungit; ita diviſa, ut quæ altera ejus pars terminum habet id punctum, in quo minus parallelorum laterum in duas æquas partes ſecatur, hæc ad partem alteram eam habeat rationem, quam utraque hæc; æqualis duplæ majoris, una cum minore, ad duplam minoris, una cum majore parallelorum laterum.

Sit trapezium ABΓΔ habens latera AΔ, BΓ parallela: conjungatque EZ ipſa AΔ, BΓ ſecta in duas æquas partes. Ac trapezii quidem centrum gravitatis eſſe in EZ, manifeſtum eſt. Si enim rectas ΓΔH, ZEH, BAH produxeris, conſtat eas in eodem puncto concurrere. Itaque trianguli HBΓ centrum gravitatis eſt in HZ. Eſt autem pariter trian-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Παντὸς τραπεζίυ τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλυς ἀλλάλαις, τὸ κέντρον ἐστὶ τῆ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυύσας τὰς διχοτομίας τῶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τᾶν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἃ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τῶν παραλλήλων.

Ἔστω τραπέζιον τὸ ABΓΔ παραλλήλυς ἔχον τὰς AΔ, BΓ· ἃ δὲ EZ ἐπιζευγνυέτω τὰς διχοτομίας τᾶν AΔ, BΓ. Ὅτι μὲν οὖν ἐπὶ τᾶς EZ ἐστὶ τὸ κέντρον τῆ τραπεζίυ, φανερόν. Ἐὰν γὰρ [a] ἐκβάλλης τὰς ΓΔH, ZEH, BAH, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἔρχονται. Ἔστω [b] τὸ τῦ HBΓ τριγώνυ τὸ κέντρον τῆ βάρεος ἐπὶ τᾶς HZ. Καὶ

[a] ἐκβάλης τὰς ΓΔ, HZ, EK, BH.

[b] τὸ τῦ HB.

Digitized by Google

ὁμοίως [c] τῷ ΑΗΔ τριγώνῳ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς [d] ΕΗ. Καὶ λοιπὸν ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον τοῦ βάρεος ἔσται ἐπὶ τῆς ΕΖ. Ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἡ ΒΔ διηρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ Κ, Θ σημεῖα· καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰν ΒΓ ἤχθωσαν αἱ ΛΘΜ, ΝΚΤ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Ἔσται δὴ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἐστὶ ΘΒ τῆς ΒΔ, καὶ διὰ τοῦ Θ σημείου παράλληλος τῇ βάσει [e] ἄκται ἡ ΜΘ. Ἔστι δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τῆς ΔΖ. Ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εἰρημένου τριγώνου. [f] Διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ο σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. Τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒΔ, ΒΔΓ, τριγώνων συγκειμένου μεγέθους, ὅπερ ἐστὶ [g] τραπέζιον, κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς ΟΞ εὐθείας. Ἔστι δὲ τοῦ εἰρημένου [h] τραπεζίου κέντρον τοῦ βάρεος καὶ ἐπὶ τῆς ΕΖ. Ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Π σημεῖον. Ἔχοι δ' ἂν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΔ λόγον, ὃν ἡ ΟΠ πρὸς ΠΞ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΒΔΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, οὕτως ἐνὶ ἡ ΒΓ πρὸς ΑΔ· ὡς δὲ ἡ ΟΠ πρὸς ΠΞ, οὕτως ἡ ΠΡ πρὸς ΠΣ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΡΠ πρὸς ΠΣ. Ὥστε καὶ ὡς δύο αἱ ΒΓ μετὰ τῆς ΑΔ, πρὸς δύο τὰς ΑΔ, μετὰ τῆς ΒΓ, οὕτως δύο αἱ ΡΠ μετὰ τῆς ΠΣ, πρὸς δύο τὰς ΠΣ, μετὰ τῆς ΠΡ. Ἀλλὰ δύο μὲν αἱ ΡΠ, μετὰ τῆς ΠΣ, συναμφότερός ἐστιν ἡ ΣΡΠ, [i] τετράγωνον ἡ ΠΕ. Δύο δὲ αἱ ΠΣ μετὰ τῆς ΠΡ, συναμφότερός ἐστιν ἡ ΡΠΣ, τετράγωνον ἡ ΠΖ. Δέδεικται ἄρα τὸ προτεθέν.

guli ΑΗΔ centrum gravitatis in ΕΗ. Igitur reliqui etiam trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis erit in ΕΖ. Jungatur ΒΔ, eademque ſecta in tres æquas partes in punctis Κ, Θ; ducantur per hæc puncta ipſi ΒΓ parallelæ ΛΘΜ, ΝΚΤ; junganturque ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars eſt ipſius ΒΔ, ductaque fuit per punctum Θ baſi parallela ΜΘ. Eſt autem trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis etiam in ΔΖ. Quare punctum Ξ centrum gravitatis eſt ejus, quod diximus, trianguli. Eſt autem eadem ratione punctum Ο centrum gravitatis trianguli ΑΒΔ. Quare magnitudinis, quæ ex utriſque triangulis ΑΒΔ, ΒΔΓ componitur, quæ quidem trapezium eſt, centrum gravitatis eſt in recta ΟΞ. Eſt autem trapezii, quod diximus, centrum gravitatis etiam in ΕΖ. Quare trapezii ΑΒΓΔ centrum gravitatis eſt punctum Π. Itaque triangulum ΒΓΔ ad triangulum ΑΒΔ eam rationem habuerit, quam ΟΠ ad ΠΞ. Sed ut triangulum quidem ΒΔΓ ad triangulum ΑΒΔ, ita ſe habet ΒΓ ad ΑΔ: ut vero ΟΠ ad ΠΞ, ita ΠΡ ad ΠΣ. Igitur etiam ut ΒΓ ad ΑΔ, ita ſe habet ΡΠ ad ΠΣ. Quare etiam ut duæ ΒΓ, una cum ΑΔ, ad duas ΑΔ, una cum ΒΓ, ita ſe habent duæ ΡΠ, una cum ΠΣ, ad duas ΠΣ, una cum ΠΡ. Sed duæ quidem ΡΠ, una cum ΠΣ, utraque eſt ΣΡΠ, hoc eſt ΠΕ. Duæ vero ΠΣ, una cum ΠΡ, utraque eſt ΡΠΣ, hoc eſt ΠΖ. Demonſtrata ſunt igitur, quæ proponebantur.

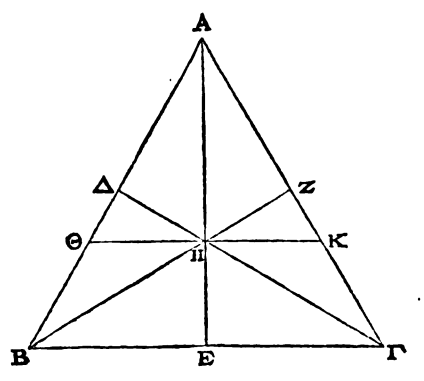
EUTOCIUS.

Ἐὰν γὰρ ἐκβάλωμεν τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον ἔρχονται. Ἐκβληθεισῶν γὰρ τῶν ΒΑΗ, ΖΕΗ, καὶ συμπιπτουσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Η· καὶ ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐν τῷ αὐτῷ πεσεῖται. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΑ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΑΕ, καὶ ἡ ΖΓ πρὸς ΕΔ· καὶ δηλαδὴ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΔ. Ἔσται δὴ τοῦ μὲν ΒΔΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς ΘΜ· ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἐστὶ ΒΘ τῆς ΒΔ.

Si enim rectas ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ produxeris, conſtat eas in eodem puncto concurrere. Productis enim ΒΑΗ, ΖΕΗ, iiſdemque in puncto Η invicem concurrentibus, ipſa quoque ΓΔ ſi producatur, in eodem puncto concurret. Se habet utique ut ΒΗ ad ΗΑ, ita ΖΗ ad ΗΕ, et ΒΖ ad ΑΕ, et ΖΓ ad ΕΔ; et, quod conſequitur, ΓΗ ad ΗΔ. Itaque trianguli ΔΒΓ centrum gravitatis erit in ΘΜ; quoniam ΘΒ tertia pars eſt ipſius ΒΔ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Η. Καὶ φανερὸν ὅτι πάντα τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις, καὶ ὅτι αἱ ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν ἐπιζευγνύμεναι ἀφ' ἑνὸς τοῦ Η ἔρχονται· ἵνα μὴ τοῦ αὐτοῦ πλείονα κέντρα ᾖ. Ἐπεὶ δὲ ἴσαι αἱ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ ἴσα ἔσται καὶ τὰ τρίγωνα, ὧν κορυφὴ τὸ Η σημεῖον, βάσεις δὲ αἱ εἰρημέναι

Sit triangulum ΑΒΓ: et jungantur ab ejus angulis ad puncta, quæ latera in duas æquas partes ſecant, ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ. Centrum igitur gravitatis trianguli ΑΒΓ eſt punctum Η. Porro manifeſtum eſt, omnia triangula æqualia invicem eſſe, rectaſque, quæ ad puncta junguntur, latera in duas æquas partes ſecantia per punctum Η tranſire; ne plura ejuſdem trianguli centra gravitatis ſint. Quoniam vero rectæ ΑΔ, ΒΔ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ æquales invicem ſunt, æqualia erunt et triangula, quorum vertex eſt punctum Η, et baſes, quas



[c] τῷ ΑΝΔ. [d] ΕΝ. [e] ἄκται ex MS. [f] διὰ τὰ αὐτὰ. [g] τραπέζιον ex MS. [h] τραπεζίου ex MS. [i] τετράγωνον deeſt.

Digitized by Google

diximus, rectæ. Quare triangulum AHB duplum eſt trianguli HBE; ideoque etiam AH dupla ipſius HE. Itaque ſi per punctum H ducatur ΘK ipſi BΓ parallela, dupla ipſius ΘB eſt AΘ. Hinc generaliter ſi unum trianguli latus ita ſecetur, ut quæ ejus pars ad verticem eſt dupla ejus ſit, quæ eſt ad baſim, et per id, quod ſumptum fuerit, punctum recta ducatur baſi parallela; erit utique in hac recta centrum gravitatis ipſius trianguli.

οὐδεῖας. Ὥστε διπλάσιόν ἐστι τὸ AHB τρίγωνον τοῦ HBE τριγώνου· ὥστε καὶ ἡ AH τῆς HE. Ἐὰν δὲ διὰ τοῦ H παρὰ τὴν BΓ ἀγάγωμεν τὴν ΘK, διπλασία ἐστὶν ἡ AΘ τῆς ΘB. Ὥστε καθόλου ἐὰν μία πλευρὰ τριγώνου τμηθῇ, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ μέρος διπλάσιον εἶναι τοῦ πρὸς τῇ βάσει, καὶ διὰ τοῦ ληφθέντος σημείου παράλληλος ἀχθῇ τῇ βάσει· ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ τριγώνου.

APXI-

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS

QUADRATURA PARABOLES.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ. ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ΑΚΟΥΣΑΣ Κώνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἔτι λοιπὸς ἡμῖν ἐν φίλοις, τένη δὴ Κώνωνος γνώριμον γεγενῆθαι, καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον[a] εἶμεν, τοῦ μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημεν, ὡς καὶ φίλε τε ἀνδρὸς γεναμένε, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστε τινός. Ἐπροχειριζάμεθα δὲ ἀποστέιλαι τοὶ γράψανλες, ὡς Κώνωνι γράφειν εἰωθότες ἦμεν, γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νυῦ δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεώρηται· πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθὲν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. Τῶν μὲν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησαν τινὲς γράφειν, ὡς δυνατὸν εὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι, καὶ κύκλε τμάμαλι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον. Καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλε τᾶ κώνε τομᾶς καὶ εὐθείας τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνονλες ἐκ ὑπαραχώρητα λήμματα· διόπερ αὐτοὶ ὑπὸ τᾶ πλείσων ἐκ ὁρισκόμενοι ταῦτα καλέγνωσθεν. Τὸ δὴ ὑπ' εὐθείας καὶ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς τμᾶμα περιεχόμενον ἀδένα τῶν πρώτων ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπισάμεθα· ὃ δὴ νυῦ ὑφ' ἡμῶν εὕρηται. Δέικνυται γὰρ ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τᾶ τριγώνε τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν, καὶ

CUM audiſſem Cononem deceſſiſſe, qui amicorum unus adhuc mihi ſupererat, teque eo familiariter uſum, peritumque eſſe Geometriæ, dolui ſane morte viri amici, et in mathematicis diſciplinis plane admirabilis. Ad te autem mittere conſtitui, ut ad illum antea mittere conſueveram, unum ex Geometricis theorematibus, quod nemo adhuc cum attigerit, nunc ego demum contemplatus ſum: mechanicis illud quidem primum rationibus inventum, deinde vero etiam geometricis demonſtratum. Eorum ſane, qui ante nos geometriam excoluerunt, quidam tradere aggreſſi ſunt, qui fieri poſſit, ut dato ſive circulo, ſive circuli ſegmento æquale rectilineum ſpatium inveniatur. Deinde vero ſpatium quadrare conati ſunt, quod ſub totius coni ſectione, rectaque linea continetur, ſumentes ſibi lemmata non facile concedenda: quapropter illi a plurimis, ut qui hæc minime aſſecuti eſſent, reprehenſi ſunt. Nemo autem adhuc repertus, quod ego ſciam, qui ſegmentum quadrare conatus ſit, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur; quod nunc quidem confectum a nobis eſt. Etenim demonſtratur, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque

[a] εἶναι.

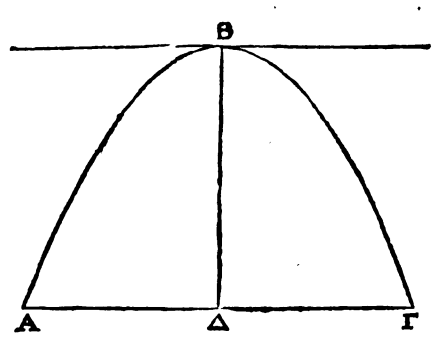
Digitized by Google

altitudinem; ſumpto ad id demonſtrandum hoc lemmate: inæqualium ſpatiorum id quo majus excedit minus, ſibimetipſi aliquoties additum fieri poſſe, ut propoſitum quodlibet, definitumque ſpatium excedat. Uſi autem ſunt eodem hoc lemmate etiam geometræ, qui ante nos floruerunt. Quippe demonſtraturi circulos duplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habere; ſphæras autem triplam: amplius vero, quamlibet pyramidem partem eſſe tertiam priſmatis, quod eamdem ac pyramis baſim habeat, eamdemque altitudinem; itemque quemlibet conum partem eſſe tertiam cylindri, qui eamdem ac conus baſim habeat, et altitudinem eamdem; hæc, inquam, omnia demonſtraturi propoſito lemmati inniſi ſunt. Contigit autem, ut unicuique horum, quæ diximus, theorematum non minor quam iis, quæ ſine hoc lemmate demonſtrata ſunt, fides adhibita ſit; pari fide nuper iis, quæ a nobis edita ſunt, conciliata. Itaque cum ejus theorematis demonſtrationes conſcripſerim, eas ad te mitto: ac primum quidem, quomodo mechanicis illud rationibus inventum ſit; deinde vero quomodo etiam geometricis demonſtratum. Præmittuntur autem et Conica Elementa, quæ ad illud demonſtrandum ſunt neceſſaria. Vale.

ὕψος ἴσον τῷ τμάματι· λαμβανομένῳ τῷδε τῷ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῷ, τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν συντιθεμένων τινὸς [b] ὑπερέχειν ᾧ προτεθέντος πεπερασμένῳ χωρίῳ. Κέχρηνται δὲ κ᾽ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι. Τόν τε γὰ κύκλων διπλασίονα λόγον ἔχειν [c] ποτὶ ἀλλάλων τᾶν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν αὐτῷ τῷ λήμματι χρώμενοι· καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτὶ [d] ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων· ἔτι δὲ καὶ πᾶσαν πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ δὴ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ κυλίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον· ὁμοίως τῷ προκειμένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγγραφον. Συμβαίνει δὲ τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον [e] τῶν ἄνευ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἄρτι δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτων ἀναγομένων τῶν [f] ὑφ᾽ ἡμῶν ἐκδιδομένων. Ἀναγράψαντες ἐν αὐτῷ τὰς ἀποδείξεις, ἀποστέλλομεν πρῶτον μέν, ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Προγράφεται δὲ καὶ Στοιχεῖα Κωνικὰ χρείαν ἔχοντα ἐς τὰν ἀπόδειξιν. Ἔρρωσο.

PROP. I. THEOR.

Si rectanguli coni ſectio ſit ABΓ, et ſit recta quidem BΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, recta vero AΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto B contingit: erunt rectæ AΔ, ΔΓ ſibi invicem æquales. Quod ſi AΔ ipſi ΔΓ æqualis ſit, parallela erit AΓ rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto B contingit.

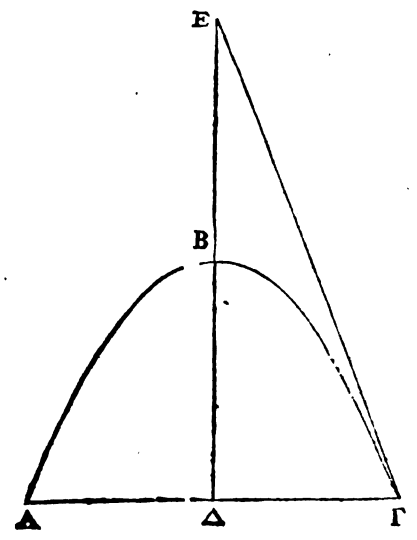


ΠΡΟΤ. α′.

Αἶκα ἃ ὀρθογωνίου κώνου [g] τομὰ ἀ ΑΒΓ, ἃ δὲ ἀ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἃ αὐτὰ διάμετρος, ἀ δὲ [h] ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου [i] τομᾶς κατὰ τὸ Β· ἐσσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι. Κ᾽ ἂν ἴσα ἃ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἐσσοῦνται ἄπτα ΑΓ, ᾗ ἀ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

PROP. II. THEOR.

Si rectanguli coni ſectio ſit ABΓ, et ſit recta quidem BΔ diametro parallela, vel ipſa diameter, recta vero AΔΓ parallela rectæ illi, quæ coni ſectionem in puncto B contingit, contingatque recta ΓE coni ſectionem in puncto Γ: erunt rectæ ΔB, BE ſibi invicem æquales.



ΠΡΟΤ. β′.

Αἶκα ἃ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἀ ΑΒΓ, ἃ δὲ ἀ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἃ αὐτὰ διάμετρος, ἀ δὲ ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ᾗ ἀ ΓΕ τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ Γ· ἐσσοῦνται αἱ ΔΒ, ΒΕ ἴσαι.

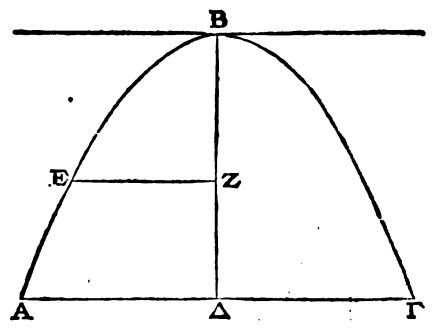
[b] ὑπερέχει. [c] ποτὶ ἀλλάλων ex MS. [d] ἀλλάλας ex MS. [e] τῶν ἄνευ ex MS. [f] ὑπάμων.
[g] τομὰ ἰφ᾽ ἃς ἀ ΑΒΓ, ἃ δὲ ΒΔ. [h] ΑΓ. [i] τομᾶς, ἴσα ἄρα ἀ ΑΔ τᾷ ΔΓ καὶ ἴσα ἀ ΑΔ, παράλληλοι ἐσσοῦνται αἴτε ΑΓ καὶ ἀ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

Digitized by Google

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἶκα ἢ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομὰ ἀ ΑΒΓ, ἀ δὲ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἀ διάμετρος, καὶ ἀχθῶσι τινὲς αἱ ΑΔ, [k] ΕΖ παρὰ τὰν καλὰ, τὸ Β ἁπτομέναν τᾶς τᾶ κώνᾳ τομᾶς· ἐστᾶι ὡς ἀ ΒΔ [l] μάκει ποτὶ τὰν ΒΖ, [m] οὕτως δυνάμει ἀ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

Ἀποδέδεικται δὴ ταῦτα ἐν τοῖς Κωνικοῖς Στοιχείοις.



PROP. III. Theor.

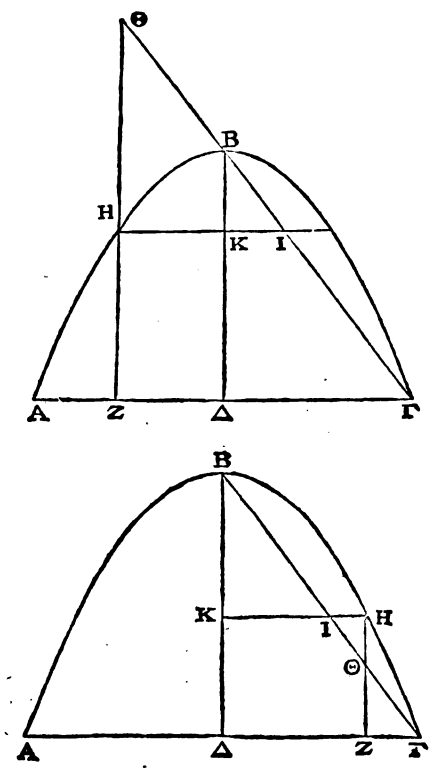
Si rectanguli coni sectio sit ABΓ, et sit recta BΔ diametro parallela, vel ipsa diameter, ducanturque rectæ quædam AΔ, EZ rectæ illi parallelæ, quæ coni sectionem in puncto B contingit: ut BΔ ad BZ longitudine, ita se habebit AΔ ad EZ potestate.

Hæc autem in Conicis Elementis demonstrata sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ. Ἃ δὲ ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἀ ΒΓ εὐθεῖα ἁπτομέναν ἐκβεβλήσθω. Εἰ δὴ καταχθείη τις ἄλλα ἀ ΖΘ παρὰ τὰν ΒΔ, τέμνουσα ἑκατέραν τᾶν ΑΓ καὶ ΓΒ· εὐθεῖα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἀ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ, ὃν ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ.

Ἄχθω γὰρ [n] διὰ τοῦ Η παρὰ τὰν ΑΓ ἀ ΚΗ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἀ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΚ μάκει, οὕτως ἀ ΔΓ ποτὶ τὰν ΚΗ δυνάμει. Ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐστᾶι ἄρα ὡς ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκει, [o] οὕτως ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει. Ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν αἱ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ εὐθεῖαι. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ, ὃν ἀ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΙ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἀ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, οὕτως ἀ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. [p] Τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἐστὶν ἀ ΔΑ. Δῆλον ἔν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ, ὃν ἀ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ.



PROP. IV. Theor.

Sit segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, ABΓ. Ducatur autem a media AΓ recta BΔ diametro parallela, vel ipsa diameter; junctaque recta BΓ producatur. Quod si recta quædam alia ducatur ZΘ ipsi BΔ parallela, quæ rectam utramque AΓ et ΓB secet: eamdem habebit rationem ZΘ ad ΘH, quam ΔA ad ΔZ.

Ducatur enim per punctum H, KH ipsi AΓ parallela. Ut igitur BΔ ad BK longitudine, ita se habet ΔΓ ad KH potestate. Hoc enim demonstratum est. Ut igitur BΓ ad BI longitudine, ita ΔΓ ad ΔZ potestate: æquales sunt enim ΔZ, KH: ideoque, ut longitudine BΓ ad BI, ita potestate BΓ ad BΘ. Proportionales igitur sunt rectæ BΓ, BΘ, BI. Quare eamdem habet rationem BΓ ad BΘ, quam ΓΘ ad ΘI. Ut igitur ΓΔ ad ΔZ, ita se habet ΘZ ad ΘH. Æqualis est autem ΔA ipsi ΔΓ. Constat igitur eamdem habere rationem ΔA ad ΔZ, quam ZΘ ad ΘH.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ· καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τὰν διάμετρον ἀ ΖΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁπτομέναν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἀ ΓΖ. Εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παρὰ τὰν ΑΖ, τὸν αὐτὸν λόγον ἀ ἀχθεῖσα τετμήσεται

PROP. V. Theor.

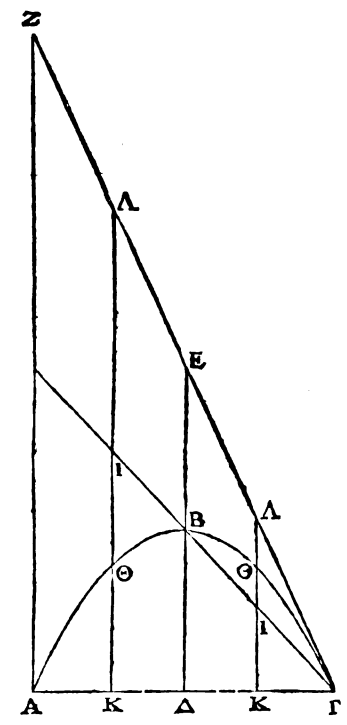
Sit segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, ABΓ: et ducatur a puncto A diametro parallela recta ZA, et a puncto Γ recta ΓZ, quæ coni sectionem in puncto Γ contingat. Quod si recta quædam ducatur in triangulo ZAΓ ipsi AZ parallela, quæ ducta est recta a rectanguli coni sectione, recta

[k] EZ ἐπιψαύουσαν τᾶς τῦ. [l] μάκει deest. [m] οὕτως deest. [n] διὰ τῦ Ι. [o] οὕτως ἀ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ γραμμαί· ὥς τε. [p] In hoc loco in MS. pauca desunt.

Digitized by Google

vero AΓ ab ea, quæ ducta eſt, ſecundum eamdem rationem ſecabitur: quod autem ſegmentum ipſius AΓ ad punctum A eſt, id ſegmento ductæ rectæ, quod item eſt ad punctum A, proportione reſpondebit.

Ducatur enim recta quædam ΔE ipſi AZ parallela; et primo ſecet ipſam AΓ in duas æquas partes. Quoniam igitur rectanguli coni ſectio eſt ABΓ, ductaque eſt BΔ diametro parallela, æqualeſque AΔ, ΔΓ ſibi invicem ſunt; parallela erit AΓ rectæ illi, quæ rectanguli coni ſectionem in puncto B contingit. Rurſus quoniam ΔE parallela eſt diametro, ductaque eſt a puncto Γ ΓE, quæ rectanguli coni ſectionem in puncto Γ contingit, ipſa autem ΔΓ rectæ illi parallela eſt quæ ſectionem eamdem contingit in puncto B; æqualis eſt EB ipſi BΔ. Quare eamdem habet rationem AΔ ad ΔΓ, quam ΔB ad BE. Si quidem igitur quæ ducta eſt recta ipſam AΓ in duas æquas partes ſecuerit, demonſtratum eſt quod proponebatur. Sin minus, ducatur recta quædam alia KΛ ipſi AZ parallela. Oportet demonſtrare, eamdem habere rationem AK ad KΓ, quam KΘ ad ΘΛ. Quoniam enim æqualis eſt BE ipſi BΔ, æqualis eſt etiam IΛ ipſi KI. Eamdem igitur rationem habet KΛ ad KI, quam AΓ ad ΔA. Habet autem etiam KI ad ΘK eamdem rationem, quam ΔA ad AK. Hoc enim in ſuperiore propoſitione demonſtratum eſt. Habet igitur eamdem rationem KΘ ad KΛ, quam AK ad AΓ. Quare eamdem rationem habet KΘ ad ΘΛ, quam AK ad KΓ. Demonſtratum igitur eſt, quod proponebatur.



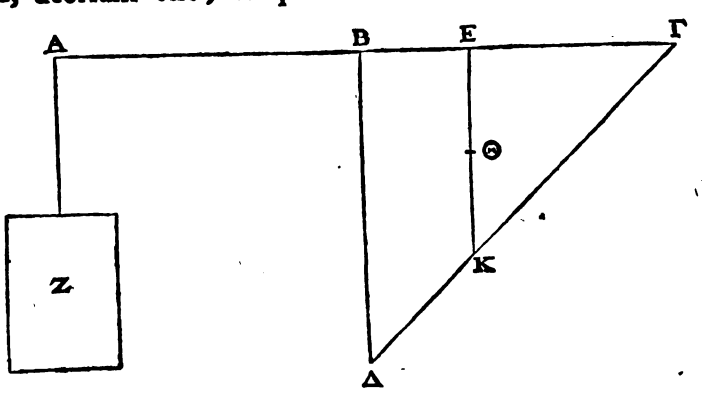
ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἀ ΑΓ ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας· ὁμόλογον δὲ ἐστῖτω τὸ τμᾶμα τᾶς ΑΓ ποτὶ τὸ Α, τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τᾶ Α.

Ἄχθω γάρ τις ἀ ΔΕ [q] παρὰ τὰν ΑΖ· καὶ τετμήσθω πρῶτον ἀ ΔΕ τὰν ΑΓ δίχα. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἀ ΑΒΓ, καὶ ἀγμένα ἀ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ δὲ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι· ἐστῖτω τᾶ ΑΓ παράλληλος ἀ κατὰ τὸ Β ἁπτομένα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Πάλιν ἐπεὶ ὧδὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν ἀ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἀ ΓΕ ἄκται ἁπτομένα τᾶς τᾶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἀ δὲ ΔΓ παράλληλος τᾶ κατὰ τὸ Β ἁπτομένα· ἴσα ἐστὶν ἀ ΕΒ τᾶ ΒΔ. Ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἀ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, ὃν ἀ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΕ. Εἰ μὲν οὖν δίχα τέμνει ἀ ἀχθεῖσα τὰν ΑΓ, δέδεικται. Εἰ δὲ μή, ἄχθω τὶς ἄλλα ἀ ΚΛ παρὰ τὰν ΑΖ. Δεικτέον ἔν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἀ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ, ὃν ἀ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἀ ΒΕ τᾶ ΒΔ, ἴσα ἐστὶ καὶ ἀ ΙΛ τᾶ ΚΙ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἀ ΚΛ ποτὶ τὰν ΚΙ, ὃν ἀ ΑΓ ποτὶ τὰν ΔΑ. Ἔχει δὲ καὶ ἀ ΚΙ ποτὶ τὰν ΘΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΚ. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ πρότερον. Ὡς ἄρα ἀ ΚΘ ποτὶ τὰν ΚΛ, ἅτως ἀ ΑΚ ποτὶ τὰν ΑΓ. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἀ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ, ὃν ἀ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ. Δέδεικται ἔν τὸ προτεθέν.

[q] ποτὶ τὰν ΑΖ.

PROP. VI. Theor.

Intelligatur autem hoc, quod contemplandum proponitur, ſubjici oculis in plano ad finitorem recto: deinde ea, quæ ſunt ad eaſdem partes, ac punctum Δ, deorſum eſſe; et quæ ad contrarias, ſurſum. Triangulum autem BΔΓ ſit rectangulum, habens angulum, quod ad punctum B eſt, rectum, et latus BΓ dimidiæ ſtateræ æquale; utique ſi AB æqualis fuerit ipſi BΓ. Suſpendatur porro hoc triangulum a punctis B, Γ: ſuſpendaturque ſpa-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Νοείσθω δὲ τὸ, ὅτε ἐστὶ τὸ ἐν τᾷ θεωρίᾳ προκείμενον, ὁρώμενον ἁπὶ ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα καὶ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς· ἔπειτα τὸ μὲν ἁπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ κάτω νοείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δὲ ΒΔΓ τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τὸ Β γωνίαν, καὶ τὰν ΒΓ πλαγιὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τᾶ ζυγοῦ· δῆλον ὅτι ἴσας ἔστω τᾶς ΑΒ τᾷ ΒΓ. Κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων· κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ

Digitized by Google

Ζ ἐκ τῆ ἑτέρᾳ μέρας τῆ ζυγῆ κατὰ τὸ Α· καὶ ἰσορροπείτω τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α κρεμάμενον τῷ Β Δ Γ τριγώνῳ, ἅτως * ἐόντι ὡς νῦν κεῖται. Φαμὶ δὴ τὸ Ζ χωρίον τῆ Β Δ Γ τριγώνᾳ μέρος τρίτον εἶμεν.

Ἐπεὶ γὰ ὑπόκειται ἰσορρόπων [r] ὁ ζυγὸς, ἐστεῖται ἀ Α Γ γραμμὰ παρὰ τὸν ὁρίζοντα· αἱ δὲ ποτ' ὀρθὰς ἀγόμεναι τᾶ Α Γ ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, [s] καθέτοι ἐστᾶνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Τετμάθω δὴ ἀ Β Γ γραμμὰ κατὰ τὸ Ε ἅτως, ὥστε [t] διπλασίονα εἶμεν τὰν Γ Ε τᾶς Ε Β· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν Δ Β ἀ Κ Ε· καὶ τετμάθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τῆ δὴ Β Δ Γ τριγώνᾳ κέντρον βάρας ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον. Δέδεικται γὰρ τᾶτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Αἴκα ἦν τῆ Β Δ Γ τριγώνᾳ, ἀ μὲν κατὰ τὰ Β, Γ κρέμασις λυθείη, κατὰ δὲ τὸ Ε κρεμάσθει †, μένει τὸ τριγώνιον, ὡς νῦν ἔχει. Ἕκασον γὰ τῶν κρεμαμένων ἐξ ἃ σαμεία καταστασθὲν, μένει· ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τότε σαμεῖον τᾶ κρεμαστᾶ, καὶ τὸ κέντρον τῆ βάρας τῆ κρεμαμένᾳ. Δέδεικται ἦν καὶ τᾶτο. Ἐπεὶ ἦν τὰν αὐτὰν ἔχει κατάστασιν τὸ Β Γ Δ τρίγωνον ποτὶ τὸν ζυγὸν, ἰσορροπήσει ὁμοίως τὸ Ζ χωρίον. Ἐπεὶ δὲ ἰσορροπέοντι τὸ μὲν Ζ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, τὸ δὲ Β Δ Γ κατὰ τὸ Ε, δῆλον ὡς ἀντιπέπονθε τοῖς μάκεσι· καί ἔστιν ὡς ἀ Α Β ποτὶ τὰν Β Ε, ἅτως τὸ Β Δ Γ τρίγωνον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. Τριπλασία δὲ ἀ Α Β τᾶς Β Ε. Καὶ τὸ Β Δ Γ ἄρα τρίγωνον τριπλάσιόν ἐστι τᾶ Ζ χωρίᾳ.

Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἴκα τριπλάσιον ᾖ τὸ Β Δ Γ τρίγωνον τᾶ Ζ χωρίᾳ, ὁμοίως ἰσορροπήσει.

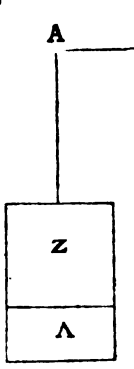
tium aliud Z ex altera ſtateræ parte a puncto A; ita ut ſpatium Z ſuſpenſum a puncto A libretur ad triangulum Β Δ Γ ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Z partem eſſe tertiam trianguli Β Δ Γ.

Quoniam enim poſita eſt ſtatera librari, erit recta linea Α Γ finitori parallela: quæ autem rectæ normales ducuntur ad Α Γ in plano ad finitorem recto, he ad finitorem ipſum normales erunt. Itaque ſecetur recta linea Β Γ in puncto Ε, ita ut Γ Ε dupla ſit ipſius Ε Β: ducaturque Κ Ε ipſi Β Δ parallela; eademque ſecetur in duas æquas partes in puncto Θ. Erit utique punctum Θ centrum gravitatis trianguli Β Δ Γ. Hoc enim in mechanicis demonſtratum eſt. Itaque ſi triangulum, quod quidem a punctis Β, Γ ſuſpenditur, ſolutum ab his a puncto Ε ſuſpendatur, manebit, ut nunc habet. Eorum enim, quæ ſuſpenduntur, a quo puncto ſuſpenduntur, ita ab eo unumquodque manet, ut centrum gravitatis ejus, quod ſuſpenditur; et punctum id, a quo ſuſpenditur, in normali recta linea ſit. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Et Quoniam igitur triangulum Β Γ Δ eodem modo ad ſtateram conſtituitur, ſpatium Z pariter librabitur. Et quoniam ſpatium Z, et triangulum Β Δ Γ librantur, alterum quidem ſuſpenſum a puncto Α, alterum vero a puncto Ε; conſtat eadem, et longitudines reciprocari: atque ut Α Β ad Β Ε, ita ſe habere triangulum Β Δ Γ ad ſpatium Z. Tripla eſt autem Α Β ipſius Β Ε. Triplum eſt igitur etiam triangulum Β Δ Γ ſpatii Z.

Manifeſtum præterea eſt, ſi triplum ſit triangulum Β Δ Γ ſpatii Z, eadem pariter librari.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

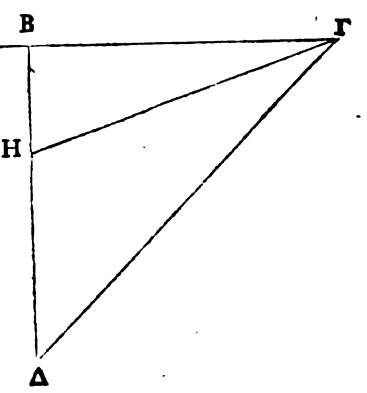
Ἔστω πάλιν ζυγὸς ἀ Α Γ γραμμὰ, μέσον δὲ αὐτᾶς ἔστω τὸ Β· καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β τὸ Γ Δ Η τρίγωνον. Τὸ δὴ Γ Δ Η ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον, βάσιν ἔχον τὰν Δ Η, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐοῦσαν τᾷ ἡμισείᾳ τᾶ ζυγᾶ. Καὶ κρεμάσθω τὸ Δ Γ Η τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων· τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ Α ἰσορροπὲς ἔστω τῷ Γ Δ Η τριγώνῳ, οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τὸ Ζ χωρίον τρίτον μέρος τᾶ Γ Δ Η τριγώνα.



Κρεμάσθω γάρ τι καὶ ἄλλο χωρίον ἐκ τᾶ Α, τρίτον μέρος ἐὸν τᾶ Β Γ Η τριγώνα. Ἰσορροπήσει δὲ τὸ Β Δ Γ τρίγωνον τῷ Ζ Λ. Ἐπεὶ ἦν τὸ μὲν Β Γ Η τρί-

PROP. VII. Theor.

Sit rurſus recta linea Α Γ ſtatera, cujus medium punctum Β: et ſuſpendatur a puncto Β triangulum Γ Δ Η. Triangulum autem Γ Δ Η ſit obtuſiangulum, baſim habens rectam Δ Η, et altitudinem rectam dimidiæ ſtateræ æqualem.



Suſpendatur porro triangulum Δ Γ Η a punctis Β, Γ: ſpatiumque Z a puncto Α ſuſpenſum libretur ad triangulum Γ Δ Η, ita ſe habens, ut nunc ponitur. Pariter demonſtrabitur ſpatium Z partem eſſe tertiam trianguli Γ Δ Η.

Suſpendatur enim ſpatium quoddam aliud a puncto Α, quod quidem tertia pars ſit trianguli Β Γ Η. Librabitur utique triangulum Β Δ Γ ad ſpatium Ζ Λ. Quoniam igitur librantur triangulum

[r] ὁ ζυγὸς Ε Κ Κ Α. [s] καθέτως. [t] διπλάσιον αἰεὶ μὲν τὰν.

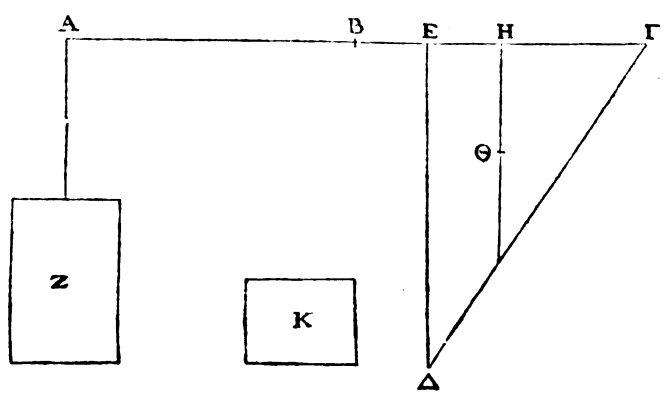
* Forte ἔχοντι † Sive κρεμαθῆ.

quidem BΓH ad ſpatium Λ; triangulum vero BΓΔ ad ſpatium ZΛ; et tertia pars eſt ſpatium ZΛ trianguli BΓΔ; conſtat triangulum ΓΔH ſpatii Z triplum eſſe.

γωνον ἰσορροπεῖ τῷ Λ· τὸ δὲ BΓΔ τῷ ZΛ· καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ BΓΔ τὸ "ZΛ· φανερὸν ὅτι καὶ τὸ ΓΔH τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Z.

PROP. VIII. THEOR.

Sit ſtatera AΓ, cujus medium punctum B. Suſpendatur autem a puncto B triangulum rectangulum ΓΔE, habens angulum, qui ad punctum E eſt, rectum; ſuſpendatur, inquam, a ſtateræ punctis Γ, E: ſuſpendaturque a puncto A ſpatium Z, ita ut libretur ad triangulum ΓΔE ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat triangulum ΓΔE ad ſpatium K. Dico ſpatium Z triangulo quidem ΓΔE minus eſſe, ſpatio vero K majus.



Sumatur enim centrum gravitatis trianguli ΔEΓ, quod quidem ſit punctum Θ: ducaturque ΘH ipſi ΔE parallela. Quoniam igitur libratur triangulum ΓΔE ad ſpatium Z, eamdem habet rationem triangulum ΓΔE ad ſpatium Z, quam AB ad BH. Quare minus eſt ſpatium Z triangulo ΓΔE. Et quoniam triangulum ΓΔE ad ſpatium quidem Z eam habet rationem, quam BA ad BH; ad ſpatium vero K habet eam, quam BA ad BE; conſtat triangulum ΓΔE majorem rationem habere ad ſpatium K, quam ad ſpatium Z. Quare majus eſt ſpatium Z ſpatio K.

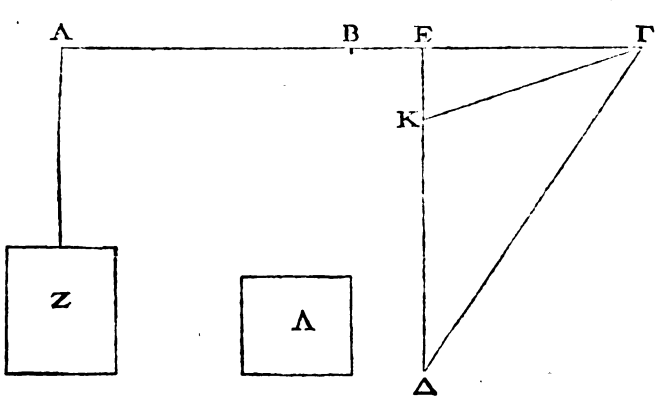
ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἔστω ζυγὸς ὁ AΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B. Καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ B τὸ ΓΔE τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὀρθὰν ἔχον τὴν πρὸς τῷ E γωνίαν· καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, E· τὸ δὲ Z χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ A· καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΓΔE ἔτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ AB πρὸς τὴν BE, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔE τρίγωνον πρὸς τὸ K χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ Z χωρίον τοῦ μὲν ΓΔE τριγώνου ἔλασσον εἶμεν, τοῦ δὲ K μεῖζον.

Λελάφθω γὰρ τοῦ ΔEΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, καὶ ἔστω τὸ Θ· καὶ ἡ ΘH ἤχθω παρὰ τὴν ΔE. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΓΔE τρίγωνον τῷ Z χωρίῳ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ΓΔE χωρίον πρὸς τὸ Z, ὃν ἡ AB πρὸς τὴν BH. Ὥστε ἔλασσόν ἐστι τὸ Z τοῦ ΓΔE. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔE τρίγωνον πρὸς μὲν τὸ Z τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἡ BA πρὸς τὴν BH· πρὸς δὲ τὸ K, ὃν ἡ BA πρὸς τὴν BE· δῆλον ὡς μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΓΔE τρίγωνον πρὸς τὸ K, ἢ πρὸς τὸ Z. Ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ Z τοῦ K.

PROP. IX. THEOR.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B. Triangulum autem ΓΔK ſit obtuſangulum baſim habens ΔK, et altitudinem EΓ. Suſpendatur autem hoc triangulum a ſtateræ punctis Γ, E. Suſpendaturque a puncto A ſpatium Z, ita ut libretur ad triangulum ΔΓK ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat triangulum ΓΔK ad ſpatium Λ. Dico ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſſe, triangulo vero ΔΓK minus.



Demonſtrabitur pariter ac ſuperior propoſitio.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B. Τὸ δὲ ΓΔK τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὴν ΔK, ὕψος δὲ τὴν EΓ. Καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, E. Τὸ δὲ Z χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔΓK τριγώνῳ ἔτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ AB πρὸς τὴν BE, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔK τρίγωνον πρὸς τὸ Λ. Φαμὶ δὴ τὸ Z τοῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ ΔΓΛ ἔλασσον.

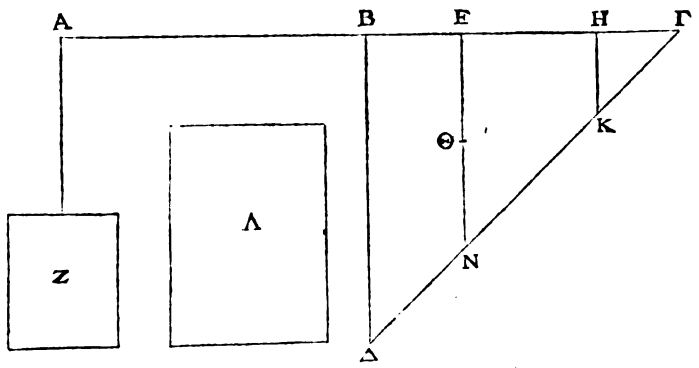
Δεικθήσεται ὁμοίως τῷ πρότερον.

" τὸ ZA

Digitized by Google

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΒΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β· τὸ δὲ ΒΔΗΚ τραπεζεῖον, τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Β, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΚΔ πλαγίαν ἐπὶ τὸ Γ νεύσαν. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΒΔΚΗ τραπεζεῖον ποτὶ τὸ Λ χωρίον. Κεκρεμάσθω δὲ τὸ ΒΔΗΚ τραπεζεῖον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὼν Β, Η σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΒΔΚΗ τραπεζείῳ, ὅτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ Λ.



Τετμάσθω γὰρ ἁ ΑΓ κατὰ τὸ Ε ὅτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον ἅ διπλασία τᾶς ΔΒ, καὶ ἁ ΚΗ ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ΚΗ, καὶ τᾶς ΒΔ, τοῦτον [w] ἐχέτω τὰν ΕΗ ποτὶ τὰν ΒΕ· καὶ διὰ τοῦ Ε παρὰ τὰν ΒΔ ἀχθεῖσα ἁ ΕΝ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. Τοῦ δὴ ΒΔΗΚ τραπεζείου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. Ἦν οὖν τὸ ΒΔΗΚ τραπεζεῖον κατὰ μὲν τὸ Ε κρεμασθῇ, ἀπὸ δὲ τῶν Β, Η σαμείων λυθείη, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, διὰ τοῦτο τοῖς πρότερον, καὶ ἰσορροπήσει τῷ Ζ χωρίῳ. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΒΔΗΚ τραπεζεῖον κατὰ τὸ Ε κρεμάμενον, τῷ Ζ χωρίῳ κατὰ τὸ Α κρεμαμένῳ, ἐστάτω ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, τὸ ΒΔΗΚ τραπεζεῖον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπεζεῖον ποτὶ τὸ Ζ, [x] ἤπερ ποτὶ τὸ Λ· ἐπεὶ καὶ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ποτὶ τὰν ΒΗ. Ὥστε ἔλασσον ἔσται τὸ Ζ τοῦ Λ.

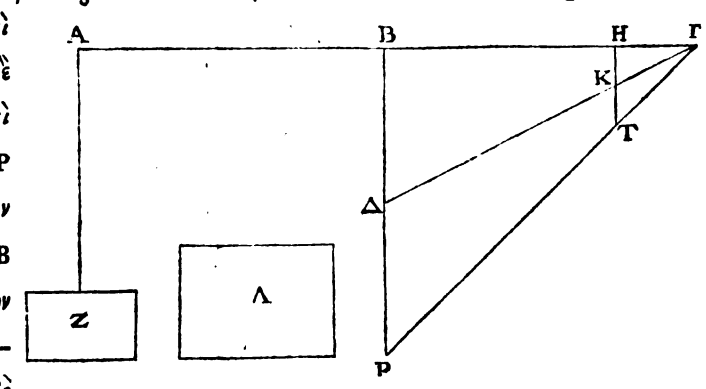
PROP. X. Theor.

Sit rursus statera ΑΒΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΒΔΗΚ habens angulos, qui ad puncta Β, Η sunt, rectos, et latus ΚΔ vergens ad punctum Γ. Quam autem rationem habet ΒΑ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΒΔΚΗ ad spatium Λ. Suspendatur porro trapezium ΒΔΗΚ a stateræ punctis Β, Η: suspendaturque etiam spatium Ζ a puncto Α, ita ut libretur ad trapezium ΒΔΚΗ ita se habens, ut nunc ponitur. Dico spatium Ζ minus esse spatio Λ.

Secetur enim ΑΓ in puncto Ε, ita ut rationem habet dupla ipsius ΔΒ, una cum ΚΗ, ad duplam ipsius ΚΗ, una cum ΒΔ, hanc habeat ΕΗ ad ΒΕ: ductaque per punctum Ε ΕΝ ipsi ΒΔ parallela secetur in puncto Θ in duas æquas partes. Trapezii igitur ΒΔΗΚ centrum gravitatis est punctum Θ. Hoc enim in mechanicis demonstratum est. Itaque si trapezium ΒΔΗΚ suspendatur a puncto Ε, solvaturque a punctis Β, Η; eadem ratione, qua supra, similiter constitutum manebit, et librabitur ad spatium Ζ. Quoniam igitur libratur trapezium ΒΔΗΚ a puncto Ε suspensum ad spatium Ζ suspensum a puncto Α; ut ΒΑ ad ΒΕ, ita se habebit trapezium ΒΔΗΚ ad spatium Ζ. Majorem igitur rationem habet trapezium ΒΔΗΚ ad spatium Ζ, quam ad spatium Λ; quoniam etiam ΑΒ ad ΒΕ majorem habet rationem, quam ad ΒΗ. Quare spatium Ζ minus erit spatio Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζυγίον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β· τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπεζεῖον ἔστω τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλαγίας ἔχον ἐπὶ τὸ Γ νεύσας, τὰς δὲ ΔΡ, ΚΤ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ· καὶ ἁ ΔΡ ἐπὶ τὸ Β πιπτέτω. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπεζεῖον ποτὶ τὸ Λ. Τὸ δὲ ΔΚΤΡ τραπεζεῖον κεκρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Η, καὶ τὸ Ζ κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τὸ Ζ τῷ ΔΚΡΤ τραπεζείῳ, ὅτως ἔχοντι ὡς νῦν



PROP. XI. Theor.

Sit rursus statera ΑΓ, cujus medium punctum Β: et trapezium ΚΔΤΡ habens latera quidem ΚΔ, ΤΡ vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔΡ, ΚΤ normalia ad ΒΓ: atque incidat ΔΡ in punctum Β. Quam autem rationem habet ΑΒ ad ΒΗ, hanc habeat trapezium ΔΚΤΡ ad spatium Λ. Suspendatur porro trapezium ΔΚΤΡ a stateræ punctis Β, Η; et spatium Ζ a puncto Α, ita ut spatium Ζ libretur ad trapezium ΔΚΤΡ ita se habens, ut nunc

[w] τοῦτον οὖν ἴσχει.

[x] ἤπερ ποτὶ τὰν ΒΗ.

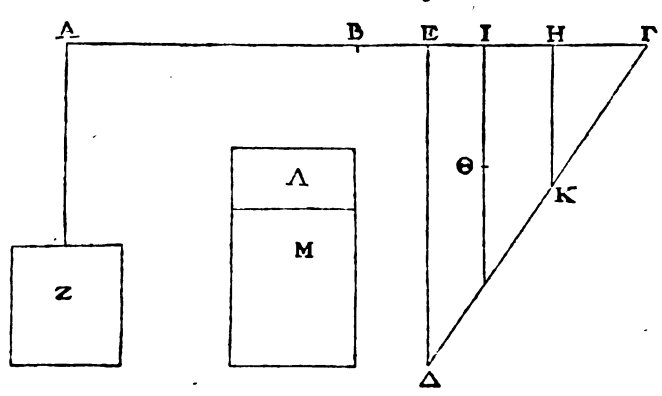
Digitized by Google

ponitur. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ſpatium Z minus eſſe ſpatio Λ.

κεῖται. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειθήσεται ἔλασσον τὸ Z χωρίον τοῦ Λ.

PROP. XII. THEOR.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium ΔEKH habens angulos, qui ad puncta E, H ſunt, rectos; et latera KΔ, EH vergentia ad punctum Γ. Quam autem rationem habet AB ad BH, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium M: quamque habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKEH ad ſpatium Λ. Suſpendatur porro trapezium ΔKEH a ſtateræ punctis E, H: ſuſpendaturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur. Dico ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſſe, ſpatio vero M minus.



Sumatur enim centrum gravitatis trapezii ΔKEH; quod quidem ſit Θ. Sumetur autem pariter ac ſupra: ducaturque ΘI ipſi ΔE parallela. Itaque ſi trapezium ΔKEH ſuſpendatur a ſtateræ puncto I, ſolvaturque a punctis E, H; eadem ratione, qua ſupra, ſimiliter conſtitutum manebit, et librabitur ad ſpatium Z. Quoniam igitur libratur trapezium ΔKEH a puncto I ſuſpenſum ad ſpatium Z ſuſpenſum a puncto A; eamdem habebit rationem trapezium ad ſpatium Z, quam AB ad BI. Conſtat igitur trapezium ΔKEH ad ſpatium quidem Λ majorem habere rationem, quam ad ſpatium Z: ad ſpatium vero M minorem, quam ad ſpatium Z. Quare ſpatium Z ſpatio quidem Λ majus eſt, ſpatio vero M minus.

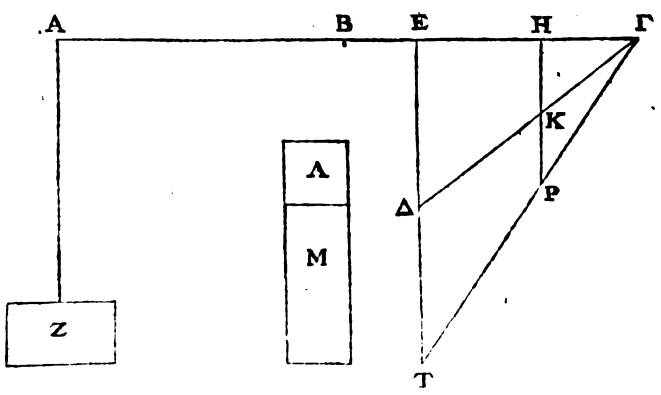
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B· τὸ δὲ ΔEKH τραπεζεῖον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς E, H σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ KΔ, EH γραμμὰς ποτὶ τὸ Γ νεύσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἡ AB ποτὶ τὰν BH, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔKEH τραπεζεῖον ποτὶ τὸ M· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ AB ποτὶ τὰν BE, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΔKEH τραπεζεῖον, ποτὶ τὸ Λ. Κεκρεμάσθω δὴ τὸ ΔKEH τραπεζεῖον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ E, H· τὸ δὴ Z χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζείῳ ὅτως ἐχόντι ὡς νῦν ὑπόκειται. Φαμὶ δὴ τὸ Z [γ] τοῦ Λ μεῖζον εἶμεν, τὸ δὲ M ἔλασσον.

Ἔλαβον γὰρ τοῦ ΔKEH τραπεζείου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος· ἔστω δὴ τὸ Θ. Λαφθήσεται δὴ ὁμοίως τῷ πρότερον· καὶ ἄγω τὰν ΘI παρὰ τὰν ΔE. Ἂν δὴ τὸ τραπεζεῖον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμασθήσεται κατὰ τὸ I, ἀπὸ δὴ τῶν E, H λυθῇ, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν, καὶ ἰσορροπήσει τῷ Z, διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ δὴ ἰσορροπεῖ τὸ τραπεζεῖον κρεμάμενον κατὰ τὸ I, τῷ Z κρεμαμένῳ κατὰ τὸ A, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον τὸ τραπεζεῖον ποτὶ τὸ Z, ὃν ἡ AB ποτὶ τὰν BI. Δῆλον ἄν, ὅτι τὸ ΔKEH [ζ] ποτὶ μὲν τὸ Λ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ποτὶ τὸ Z· ποτὶ δὴ τὸ M ἐλάσσονα ἢ ποτὶ τὸ Z. Ὥστε τὸ Z, τοῦ μὲν Λ μεῖζόν ἐστι, τοῦ δὲ M ἔλασσον.

PROP. XIII. THEOR.

Sit rurſus ſtatera AΓ, cujus medium punctum B: et trapezium KΔTP habens latera quidem KΔ, TP vergentia ad punctum Γ, latera vero ΔT, KP normalia ad BΓ. Suſpendatur porro trapezium ΔKTP a ſtateræ punctis E, H: ſuſpendaturque ſpatium Z a puncto A, ita ut libretur ad trapezium ΔKTP ita ſe habens, ut nunc ponitur. Quam autem rationem habet AB ad BE, hanc habeat trapezium ΔKTP ad



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν AΓ ζυγίον, καὶ τὸ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ B· τὸ δὲ KΔTP τραπεζεῖον, ὥστε τὰς μὲν KΔ, TP πλευρὰς νεύσας εἶμεν ἐπὶ τὸ Γ, τὰς δὲ ΔT, KP καθέτους ἐπὶ τὰν BΓ. Κεκρεμάσθω δὴ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ E, H· τὸ δὲ Z χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ A, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔKTP τραπεζείῳ ὅτως ἐχόντι, ὡς νῦν κεῖται. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἡ AB ποτὶ τὰν BE, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔKTP τραπεζεῖον ποτὶ

[γ] τοῦ μὲν Λ.

[ζ] ποτὶ μὲν τὸ A.

Digitized by Google

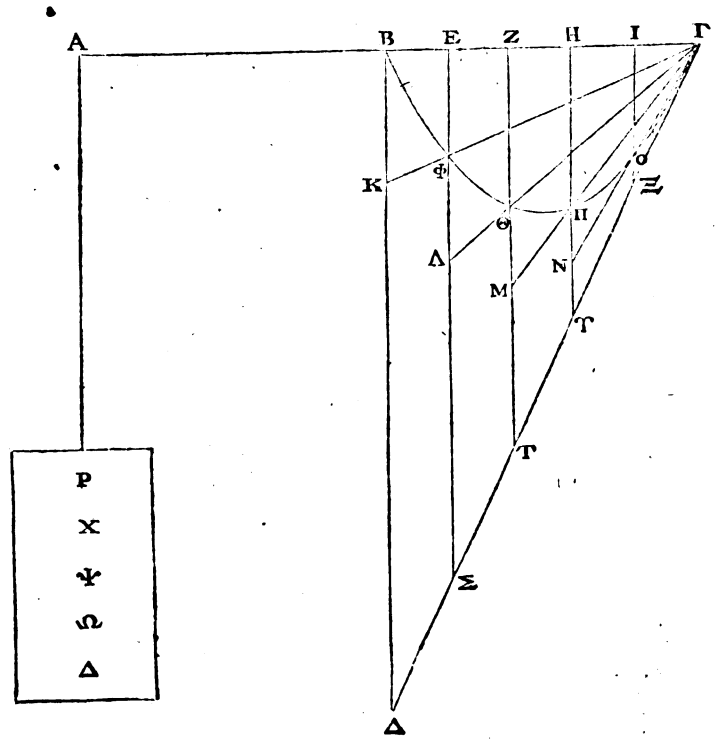
τὸ Λ χωρίον· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΒ ϖοτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπεζεῖον ϖοτὶ τὸ Μ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

spatium Λ: quamque habet ΑΒ ad ΒΗ, hanc habeat idem trapezium ad ſpatium Μ. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ſpatium Ζ ſpatio quidem Λ majus eſſe, ſpatio vero Μ minus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Ἔστω τμᾶμα τὸ ΒΘΓ ϖεριεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς. Ἔστω δὴ ϖρῶτον ἡ ΒΓ ϖοτὶ ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Β σαμείου ἡ ΒΔ ϖαρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἡ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Ἐσοῦται δὴ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον. Διῃρήσθω δὴ ἡ ΒΓ εἰς τὰ τμάματα ὁπόσα ἔν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ· καὶ ἀπὸ τᾶν τομᾶν ἤχθωσαν ϖαρὰ τὰν διάμετρον αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνουσιν [a] αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεζεύχθωσαν κατὰ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΒΔΓ, τῶν μὲν τραπεζείων τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ τραπεζείων τῶν ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τοῦ ΙΟΓ [b] τριγώνου, μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον.

Διάχθω γὰρ εὐθεῖα, ἡ ΓΒ· καὶ ἀπολελάφθω ἡ ΑΒ ἴσα τᾷ ΒΓ· καὶ νοείσθω ζυγίον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ ἐστάτω τὸ Β, καὶ κεκρεμάσθω ἐκ τοῦ Β. Κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΒΔΓ ἐκ τοῦ [c] ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Γ· ἐκ δὲ τοῦ ϑατέρου μέρους ζυγοῦ κεκρεμάσθω τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία κατὰ τὸ Α. Καὶ ἰσορροπείτω τὸ μὲν Ρ χωρίον τῷ ΔΕ τραπεζείῳ, ἅτως ἐχόντι ὡς νῦν κεῖται, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζείῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὴ Ω τῷ ΥΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΞΙΓ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε τριπλάσιον ἂν εἴη τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ ΡΧΨΩΔ χωρίου. Καὶ ἐπεί ἐστι τμᾶμα τὸ ΒΓΘ, ὃ ϖεριέχεται ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Β ϖαρὰ τὰν διάμετρον ἄκται ἡ ΒΔ, [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἡ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἄκται δέ τις καὶ ἄλλα ϖαρὰ τὰν διάμετρον ἡ ΣΕ· τὸν αὐτὸν ἔχει



PROP. XIV. THEOR.

Sit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ. Sit autem primum recta ΒΓ ad rectos angulos diametro: ducaturque a puncto Β diametro parallela recta ΒΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Erit utique triangulum ΒΓΔ rectangulum. Itaque ſecetur ΒΓ in ſegmenta quæcunque ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ: ducanturque a ſectionibus diametro parallelæ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ; junctæque a punctis, in quibus hæ coni ſectionem ſecant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico triangulum ΒΔΓ trapeziorum quidem ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΞΙΓ minus eſſe, quam triplum; trapeziorum vero ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, et trianguli ΙΟΓ majus, quam triplum.

Producatur enim recta linea ΓΒ; et abſcindatur ipſi ΒΓ æqualis ΑΒ: intelligatur autem ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Β, eademque ſuſpendatur a puncto Β. Suſpendatur autem etiam triangulum ΒΔΓ a ſtateræ punctis Β, Γ: ſuſpendanturque ex altera ſtateræ parte a puncto Α ſpatia Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ. Ac librentur tum ſpatium Ρ ad trapezium ΔΕ ita ſe habens, ut nunc ponitur; tum ſpatium Χ ad trapezium ΖΣ; tum ſpaum Ψ ad trapezium ΤΗ; tum ſpatium Ω ad trapezium ΥΙ; tum ſpatium Δ ad triangulum ΞΙΓ. Librabitur utique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum ΒΔΓ ſpatii ΡΧΨΩΔ. Et quoniam ſegmentum eſt ΒΓΘ, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur: ducta autem eſt a puncto Β diametro parallela ΒΔ; et a puncto Γ, ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingit: ductaque præterea eſt alia quædam ΣΕ parallela item diametro;

[a] αἰταὶ. [b] τριγώνου. Ita ſe habet MS. [c] Pro ζυγοῦ, ſemper ζυγοῦ habet MS. [d] ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπι.

Digitized by Google

eamdem habet rationem BΓ ad BE quam ΣE ad EΦ. Quare etiam BA ad BE rationem habet eamdem, quam trapezium ΔE ad trapezium KE. Pariter autem demonſtrabitur AB ad BZ quidem eamdem habere rationem, quam trapezium ΣZ ad trapezium ΛZ; ad BH vero eamdem, quam trapezium TH ad trapezium MH; denique ad BI eamdem, quam trapezium ϒI ad trapezium NI. Quoniam igitur trapezium eſt ΔE habens angulos, qui ad puncta B, E ſunt, rectos, et latera vergentia ad punctum Γ: libratur autem ſpatium quoddam P ſuſpenſum a ſtateræ puncto A ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut BA ad BE, ita ſe habet trapezium ΔE ad trapezium KE; ideo majus erit trapezium KE ſpatio P. Hoc enim demonſtratum eſt. Rurſus trapezium quoque eſt ZΣ habens angulos, qui ad puncta Z, E ſunt, rectos; et latus ΣT vergens ad punctum Γ: libratur autem ſpatium X ſuſpenſum a ſtateræ puncto A ad id trapezium ita ſe habens, ut nunc ponitur; et ut BA quidem ad BE, ita ſe habet trapezium ZΣ ad trapezium ZΦ; ut vero AB ad BZ, ita trapezium ZΣ ad trapezium ΛZ; ideo etiam ſpatium X trapezio quidem ΛZ minus fuerit, trapezio vero ZΦ majus. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Eadem ratione et ſpatium Ψ trapezio quidem MH minus eſt, trapezio vero ΘH majus: et ſpatium Ω trapezio quidem NOIH minus eſt, trapezio vero ΠI majus: et ſpatium pariter Δ triangulo quidem ΞIΓ minus eſt, triangulo vero ΓIO majus. Quoniam igitur majus eſt trapezium KE ſpatio P; et trapezium ΛZ ſpatio X; et trapezium MH ſpatio Ψ; et trapezium NI ſpatio Ω; et triangulum ΞIΓ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia majora eſſe ſpatio PXΨΩΔ. Spatium autem PXΨΩΔ tertia pars eſt trianguli AΓΔ. Triangulum igitur BΓΔ minus eſt quam triplum trapeziorum KE, ΛZ, MH, NI, et trianguli ΞIΓ. Rurſus quoniam minus eſt trapezium ZΦ ſpatio X; et trapezium ΘH ſpatio Ψ; et trapezium IΠ ſpatio Ω; et triangulum IOΓ ſpatio Δ; manifeſtum eſt omnia etiam, quæ diximus, ſpatia minora eſſe ſpatio ΔΩΨX. Triangulum igitur BΔΓ majus quidem eſt, quam triplum trapeziorum ΦZ, ΘH, IΠ, et trianguli IΓO; minus vero, quam triplum eorum, quæ antea diximus.

λόγον ἀ ΒΓ ϖοτὶ τὰν ΒΕ, ὃν ἀ ΣΕ ϖοτὶ τὰν ΕΦ. Ὥϛε καὶ ἀ ΒΑ ϖοτὶ τὰν ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΔΕ τραπεζῖον ϖοτὶ τὸ ΚΕ. Ὁμοίως δὴ δειχθήϛεται ἀ ΑΒ ϖοτὶ τὰν ΒΖ τὸν αὐτὸν [e] ἔχϵϖα λόγον, ὃν τὸ ΣΖ τραπεζῖον ϖοτὶ τὸ ΛΖ· ϖοτὶ δὲ τὰν ΒΗ, ὃν τὸ ΤΗ ϖοτὶ τὸ ΜΗ· ϖοτὶ ϑ τὰν ΒΙ, ὃν τὸ ϒΙ ϖοτὶ τὸ ΝΙ. Ἐπεὶ ὧν ἐϛὶ τραπεζῖον τὸ ΔΕ, τὰϛ μὲν ϖοτὶ τοῖϛ ΒΕ ϛαμείοις γωνίας ὀρθὰϛ ἔχον, τὰϛ δὲ ϖλαγίαϛ ἐπὶ τὸ Γ νεύϵϖαϛ· ἰϛορῥοπεῖ δέ τι χωρίον αὐτῷ τὸ Ρ, κρεμάμενον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Α, ὅτως ἔχοντος τοῦ τραπεζίου, ὡς νῦν κεῖται· καὶ ἔϛιν ὡς ἀ ΒΑ ϖοτὶ τὰν ΒΕ, ὅτως τὸ ΔΕ τραπεζῖον ϖοτὶ τὸ ΚΕ· μεῖζον ἄρα ἐϛὶ τὸ ΚΕ χωρίον ϛ Ρ χωρίϵ. Δέδειχται γὰρ τοῦτο. Πάλιν ϑ ϰ τὸ ΖΣ τραπεζῖον, τὰϛ μὲν ϖοτὶ τοῖϛ ΖΕ γωνίας ὀρθὰϛ ἔχον, τὰν ϑ ΣΤ νεύϵϖαν ἐπὶ τὸ Γ· ἰϛορῥοπεῖ δὲ αὐτῷ χωρίον τὸ Χ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, ὅτως ἔχοντι τῷ τραπεζίῳ, ὡς νῦν κεῖται· ϰ ἐϛὶν, ὡς μὲν ἀ ΒΑ ϖοτὶ τὰν ΒΕ, ὅτως τὸ ΖΣ τραπεζῖον ϖοτὶ τὸ ΖΦ· ὡς δὲ ἀ ΑΒ ϖοτὶ τὰν ΒΖ, ὅτως τὸ ΖΣ τραπεζῖον ϖοτὶ τὸ ΛΖ· εἴη ἂν καὶ τὸ Χ χωρίον τοῦ μὲν ΛΖ τραπεζίϵ ἔλαϵϖον, τοῦ δὲ ΖΦ μεῖζον. Δέδειχται γὰρ καὶ τοῦτο. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ψ χωρίον τοῦ μὲν ΜΗ τραπεζίϵ ἔλαϵϖον, τοῦ δὲ ΘΗ μεῖζον· καὶ τὸ Ω χωρίον τοῦ μὲν ΝΟΙΗ τραπεζίϵ ἔλαϵϖον, ϛ δὲ ΠΙ μεῖζον· ὁμοίως δὴ καὶ τὸ Δ χωρίον ϛ μὲν ΞΙΓ τριγώνϵ ἔλαϵϖον, ϛ δὲ ΓΙΟ μεῖζον. Ἐπεὶ ὧν τὸ μὲν ΚΕ τραπεζῖον μεῖζόν ἐϛι τοῦ Ρ χωρίϵ, τὸ ϑ ΛΖ τοῦ Χ, τὸ ϑ ΜΗ ϛ Ψ, τὸ ϑ ΝΙ ϛ Ω, τὸ δὲ ΞΙΓ τρίγωνον ϛ Δ· φανερὸν ὅτι ϰ ϖάντα τὰ εἰρημένα χωρία μείζονά ἐϛι ϛ ΡΧΨΩΔ χωρίϵ. [v] Ἐϛὶ δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ τρίτον μέρος τοῦ ΑΓΔ τριγώνϵ. Δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ἔλαϵόν ἐϛιν, ἢ τριπλάϵιον τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ τραπεζίων, ϰ ϛ ΞΙΓ τριγώνϵ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ μὲν ΖΦ τραπεζῖον ἔλαϵόν ἐϛι ϛ Χ χωρίϵ, τὸ δὲ ΘΗ ϛ Ψ, τὸ ϑ ΙΠ ϛ Ω, τὸ ϑ ΙΟΓ τρίγωνον ϛ Δ, φανερὸν ὅτι ϰ ϖάντα τὰ εἰρημένα ἐλάϵονά ἐϛι τοῦ ΔΩΨΧ χωρίϵ. Φανερὸν ὧν ὅτι καὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον μεῖζόν ἐϛιν, ἢ τριπλάϵιον τῶν ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ τραπεζίων, ϰ τοῦ ΙΓΟ τριγώνϵ· ἔλαϵϖον ϑ ἢ τριπλάϵιον τ προγεγραμμένων.

PROP. XV. THEOR.

Sit rurſus ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, BΘΓ: non ſit autem recta BΓ ad rectos angulos diametro. Neceſſe eſt alterutram rectarum, vel quæ diametro parallela ad eaſdem partes, ac ſegmentum, a puncto B ducitur, vel quæ ducitur a puncto Γ,

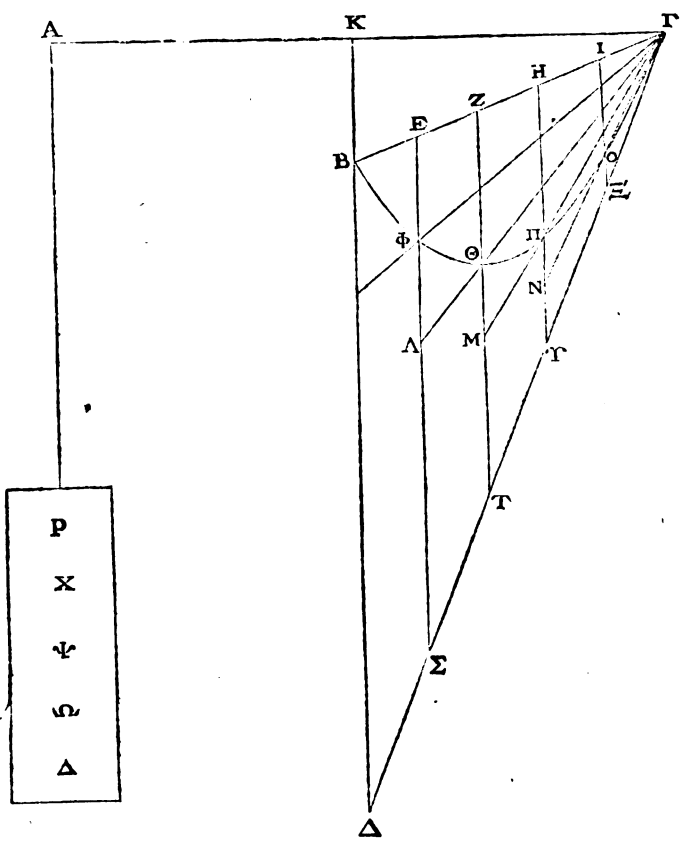
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

[v] Ἔϛω ϖάλιν τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ϖεριεχόμενον ὑϖὸ εὐθείας, ϰ ὀρθογωνίϵ κώνϵ τομᾶϛ· ἀ ϑ ΒΓ μὴ ἔϛω ϖοτ' ὀρθὰϛ τᾷ διαμέτρῳ. Ἀναγκαῖον ϑ ἤτοι τὰν ἀϖὸ τοῦ Β ϛαμείᾳ ϖαρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν [f] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι, ἢ τὰν ἀϖὸ ϛ Γ ἀμβλεῖαν ϖοιεῖν

[e] ἴϵχονται. [f] ἐπὶ τᾷ.

Digitized by Google

γωνίαν ποτὶ τὰν ΒΓ. Ἐσω ἀ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἀ [s] ποτὶ τὸ Β· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τᾶς Β ἀ ΒΔ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἀ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τᾶς κώνας τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διηρήθω ἀ ΒΓ εἰς τμάματα ἴσα ὁπόσα ἔαν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ· ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Ζ, Η, Ι παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ· καὶ ἀπὸ τῶν ταμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὗται τὰν δ' κώνας τομάν, ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήθωσαν. Φάμι δὴ καὶ νῦν, τὸ ΒΔΓ τρίγωνον, τῶν μὲν τραπεζείων τ' ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, καὶ τᾶς ΓΙΞ [h] τριγώνας ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τ' δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, καὶ τᾶς ΓΟΙ τριγώνας μεῖζον ἢ τριπλάσιον.



Ἐκβεβλήσθω ἀ ΔΒ ἐπὶ θάτερα· ἀγάγων καθετὸν τὰν ΓΚ, τᾷ ΓΚ ἴσαν ἀπέλαβον τὰν ΑΚ. Νοείσθω δὲ πάλιν ζυγίον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτᾶς τὸ Κ, καὶ κρεμάσθω ἐκ τᾶς Κ. Κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΓΚΔ τρίγωνον ἐκ τοῦ ἡμίσως τᾶς ζυγᾶς κατὰ τὰ ΓΚ, ἔχον ὡς νῦν κεῖται ἐκ τοῦ θατέρω μέρως δ' ζυγᾶς κρεμάσθωσαν κατὰ τὸ Α [i] τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ χωρία· καὶ τὸ μὲν Ρ τῷ ΔΕ τραπεζείῳ ἰσορροπείτω, ὅτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζείῳ· τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ· τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ· τὸ δὲ Δ τῷ ΓΙΞ τριγώνῳ. Ἰσορροπήσει δὲ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. Ὥστε εἴη ἂν καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τριπλάσιον δ' ΡΧΨΩΔ χωρίω. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τότε ΒΦ τραπεζεῖον τᾷ Ρ χωρίω μεῖζον· καὶ τὸ μὲν ΘΕ τραπεζεῖον μεῖζον ἐὸν τᾷ Χ χωρίω, τὸ δὲ ΖΦ ἔλαττον· καὶ τὸ μὲν ΜΗ τραπεζεῖον μεῖζον ἐὸν τᾷ Ψ χωρίω, τὸ δὲ ΗΘ ἔλασσον. Καί ἐστι τὸ μὲν ΝΙ τραπεζεῖον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ω χωρίω, τὸ δὲ ΠΙ ἔλασσον· καὶ τὸ μὲν ΞΙΓ τρίγωνον μεῖζον δ' Δ χωρίου, τὸ δὲ ΓΙΟ ἔλασσον. Δῆλον δ' ἐστὶν τὸ προτεθέν.

obtuſum cum recta ΒΓ angulum efficere. Itaque quæ a puncto Β ducitur obtuſum angulum efficiat: ducaturque a puncto Β diametro parallela, recta ΒΔ. Et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Secetur porro ΒΓ in ſegmenta quotcunque ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ: ducanturque a punctis Ε, Ζ, Η, Ι diametro parallelæ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ: junctæque a punctis, in quibus hæ coni ſectionem ſecant, ad punctum Γ rectæ lineæ producantur. Dico nunc quoque triangulum ΒΔΓ trapeziorum quidem ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ, et trianguli ΓΙΞ minus eſſe, quam triplum; trapeziorum vero ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ, et trianguli ΓΟΙ majus, quam triplum.

Producatur ΔΒ in partem alteram: ductaque normali ΓΚ abſcindatur ipſi ΓΚ æqualis ΑΚ. Intelligatur autem rurſus ſtatera ΑΓ, cujus medium punctum Κ, eademque ſuſpendatur a puncto Κ. Suſpendatur autem a media ſtatera etiam triangulum ΓΚΔ; nempe a punctis Γ, Κ; ita ſe habens, ut nunc ponitur: ſuſpendanturque ex altera ſtateræ parte a puncto Α ſpatia Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ: ac librentur tum ſpatium Ρ ad trapezium ΔΕ ita ſe habens, ut nunc ponitur; tum ſpatium Χ ad trapezium ΖΣ; tum ſpatium Ψ ad trapezium ΤΗ; tum ſpatium Ω ad trapezium ΥΙ; tum ſpatium Δ ad triangulum ΓΙΞ. Librabitur utique etiam totum ad totum. Quare triplum fuerit triangulum ΔΒΓ ſpatii ΡΧΨΩΔ. Demonſtrabitur autem pariter, ac ſupra, trapezium ΒΦ ſpatio Ρ majus eſſe: præterea ſpatio Χ trapezium quidem ΘΕ majus eſſe, trapezium vero ΖΦ minus: et ſpatio Ψ trapezium quidem ΜΗ majus eſſe, trapezium vero ΗΘ minus. Et amplius ſpatio Ω trapezium quidem ΝΙ majus eſſe, trapezium vero ΠΙ minus: et ſpatio Δ triangulum quidem ΞΙΓ majus eſſe, triangulum vero ΓΙΟ minus. Conſtat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

PROP. XVI. Theor.

Ἐσω πάλιν τμᾶμα τὸ ΒΘΓ, περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς· καὶ ἄχθω διὰ μὲν τᾶς Β ἀ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τᾶς Γ ἀ ΓΔ, ἐπιψαύουσα τᾶς τᾶς κώνας τομᾶς κατὰ τὸ Γ.

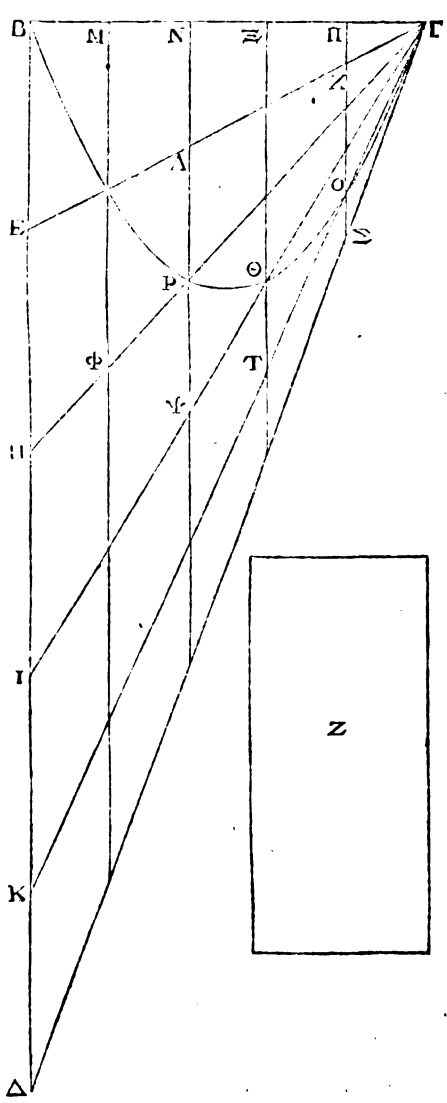
Sit rurſus ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΒΘΓ: ducaturque a puncto Β diametro parallela recta ΒΔ; et a puncto Γ recta ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Trianguli autem

[s] ποτὶ ex MS. [h] τριγώνω μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Ἐκβεβλήσθω. [i] τῶν.

Digitized by Google

ΒΔΓ tertia pars ſit ſpatium Z. Dico, ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z æquale eſſe.

Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Itaque ſit, ſi fieri poteſt, majus. Jam exceſſus, quo ſegmentum ΒΘΓ excedit ſpatium Z, ſibimet ipſi aliquoties additus major erit triangulo ΒΓΔ. Fieri autem poteſt, ut ſumatur ſpatium aliquod minus hoc exceſſu, quod pars ſit trianguli ΒΔΓ. Sit triangulum ΒΓΕ minus exceſſu, quem diximus, idemque pars trianguli ΒΔΓ. Erit utique ΒΕ eadem pars ipſius ΒΔ. Itaque ſecetur ΒΔ in totidem partes: punctaque ſectionum ſint Η, Ι, Κ. Jungantur autem a punctis Η, Ι, Κ ad punctum Γ rectæ lineæ: quæ quidem ſecabunt coni ſectionem; quoniam eamdem ΓΔ in puncto Γ contingit. Tum vero a punctis, in quibus illæ (coni) ſectionem ſecant, rectæ ducantur diametro parallelæ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ, ΠΟ. Atque hæ quoque ipſi ΒΔ parallelæ erunt. Quoniam igitur triangulum ΒΓΕ minus eſt exceſſu, quo ſegmentum ΒΘΓ excedit ſpatium Z; conſtat utraque hæc, ſpatium Z, et triangulum ΒΓΕ ſegmento minora eſſe. Triangulo autem ΒΓΕ æqualia ſunt trapezia, per quæ coni ſectio tranſit, ΜΕ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, et triangulum ΓΟΣ. Trapezium enim ΜΕ commune eſt: et trapezium ΜΛ æquale trapezio ΦΛ; et trapezium ΛΞ æquale trapezio ΘΡ; et trapezium ΧΞ æquale trapezio ΟΘ; et triangulum ΓΧΠ æquale triangulo ΓΟΣ. Spatium igitur Z minus eſt trapeziis ΜΛ, ΞΡ, ΠΘ, et triangulo ΠΟΓ. Triangulum autem ΒΔΓ triplum eſt ſpatii Z. Triangulum igitur ΒΔΓ minus eſt quam triplum trapeziorum ΜΛ, ΡΞ, ΘΠ, et trianguli ΠΟΓ. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt majus eſſe quam triplum. Non eſt igitur majus ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z. Dico autem neque eſſe minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Rurſus exceſſus, quo ſpatium Z excedit ſegmentum ΒΘΓ, ſibimetipſi aliquoties additus major eſt triangulo ΒΔΓ. Fieri autem poteſt, ut ſumatur ſpatium minus hoc exceſſu, quod pars ſit trianguli ΒΔΓ. Itaque ſit triangulum ΒΓΕ minus hoc exceſſu, idemque pars trianguli ΒΔΓ: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur triangulum ΒΓΕ minus eſt exceſſu,



Ἔστω δὲ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου τρίτον μέρος τὸ Ζ χωρίον. Φαμὶ δὴ τὸ ΒΘΓ τμῆμα ἴσον εἶμεν τῷ Ζ χωρίῳ.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἃ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει τὸ ΒΘΓ τμῆμα τοῦ Ζ χωρίου, σωτιθεμένα αὐτὰ ἑαυτᾷ ἔσαι μείζων τοῦ ΒΓΔ τριγώνου. Δυνατὸν δ' ἐστὶ λαβεῖν τι χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἔστω δὲ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσόν τε τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς, καὶ μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἐσσεῖται δὲ τὸ αὐτὸ ἃ ΒΕ μέρος τᾶς ΒΔ. Διῃρήθω ἦν ἃ ΒΔ ἐς τὰ μέρη· καὶ ἔστω τὰ τῶν διαιρέσεων σαμεῖα τὰ Η, Ι, Κ. Καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ι, Κ σαμείων ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν· τέμνοντι δὴ αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν· ἐπεὶ ἃ ΓΔ ἐπιψαύουσα ἐντὶ αὐτᾶς κατὰ τὸ Γ. Καὶ διὰ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν τομάν, αἱ εὐθεῖαι ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ, ΠΟ. Ἐσσοῦνται δὲ αὗται καὶ παρὰ τὰν ΒΔ. Ἐπεὶ ἦν ἔλασσόν ἐστι τὸ ΒΓΕ τρίγωνον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ ΒΘΓ τμῆμα τοῦ Ζ χωρίου, δῆλον ὡς τὰ συναμφότερα τότε Ζ χωρίον, καὶ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον, ἐλάσσονα ἐντὶ τοῦ τμάματος. Καὶ τῷ ΒΓΕ τριγώνῳ ἴσα τὰ τραπεζεῖα ἐντὶ, δι' ὧν ἃ τοῦ κώνου τομὰ παραβέπει, τὰ ΜΕ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, καὶ τὸ ΓΟΣ τρίγωνον. Τὸ μὲν γὰρ ΜΕ τραπεζεῖον κοινόν· τὸ δὲ ΜΛ ἴσον τῷ ΦΛ· καὶ τὸ ΛΞ ἴσον τῷ ΘΡ· καὶ τὸ ΧΞ ἴσον τῷ ΟΘ· καὶ τὸ ΓΧΠ τρίγωνον τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ. Τὸ δὴ Ζ χωρίον ἔλασσόν ἐστι τῶν τραπεζείων τῶν ΜΛ, ΞΡ, ΠΘ, καὶ τοῦ ΠΟΓ τριγώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἢ τριπλάσιον. Οὐκοῦν ἃ μεῖζόν ἐστι τὸ ΒΘΓ τμῆμα τοῦ Ζ χωρίου. Λέγω δὴ, ὅτι ἀδὲ ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν ᾇ ὑπεροχὰ, ᾇ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΘΓ τμάματος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέχει καὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Δυνατὸν δ' ἐστὶ λαβεῖν χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ἔστω ἦν τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Ἐπεὶ ἦν ἐστὶ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς,

Digitized by Google

ᾧ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τῦ ΒΘΓ τμάματος, τὸ ΒΕΓ τρίγωνον, ϗ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ἀμφότερα ἐλάσσονα [1] ἐντὶ τῦ Ζ. Ἔστι δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ, καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνυ. Ἔστι γὰρ τὸ ΒΔΓ τοῦ μὲν Ζ τριπλάσιον, τῶν δὲ εἰρημένων χωρίων ἔλασσον ἢ τριπλάσιον, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτυ ἐδείχθη. Ἔλασσον ἄρα τὸ ΒΓΕ τρίγωνον, ϗ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ, καὶ τῦ ΓΠΣ τριγώνυ. Ὥστε κοινοῦ ἀφαιρεθέντος [m] τῦ τμάματος, ἔλασσον ἔσται καὶ τὸ ΓΒΕ τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἴσον ἐὸν τὸ ΒΕΓ τρίγωνον τοῖς τραπεζείοις τοῖς ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, ϗ τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ· ἃ [n] ἐστὶν μείζονα τῶν περιλειπομένων χωρίων. Οὐκ ἄρα ἔλασσον τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τῦ Ζ χωρίυ. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα τὸ τμᾶμα τῷ Ζ χωρίῳ.

quo ſpatium Z excedit ſegmentum ΒΘΓ; triangulum ΒΓΕ, et ſegmentum ΒΘΓ, utraque ſpatio Z minora ſunt. Spatium autem Z minus eſt trapeziis ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Triangulum enim ΒΔΓ ſpatii quidem Z triplum eſt, ſpatiorum vero, quæ diximus, minus quam triplum; ut in ſuperiore propoſitione demonſtratum eſt. Minora ſunt igitur triangulum ΒΓΕ, et ſegmentum ΒΘΓ trapeziis ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ, et triangulo ΓΠΣ. Quare ablato communi ſegmento, minus fuerit triangulum ΓΒΕ iis, quæ relinquuntur ſpatiis: quod fieri non poteſt. Deſtratum enim eſt, triangulum ΒΕΓ æquale eſſe trapeziis ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, et triangulo ΓΟΣ: quæ iis, quæ relinquuntur, ſpatiis majora ſunt. Non eſt igitur minus ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z. Demonſtratum autem eſt neque eſſe majus. Æquale igitur eſt ſegmentum ΒΘΓ ſpatio Z.

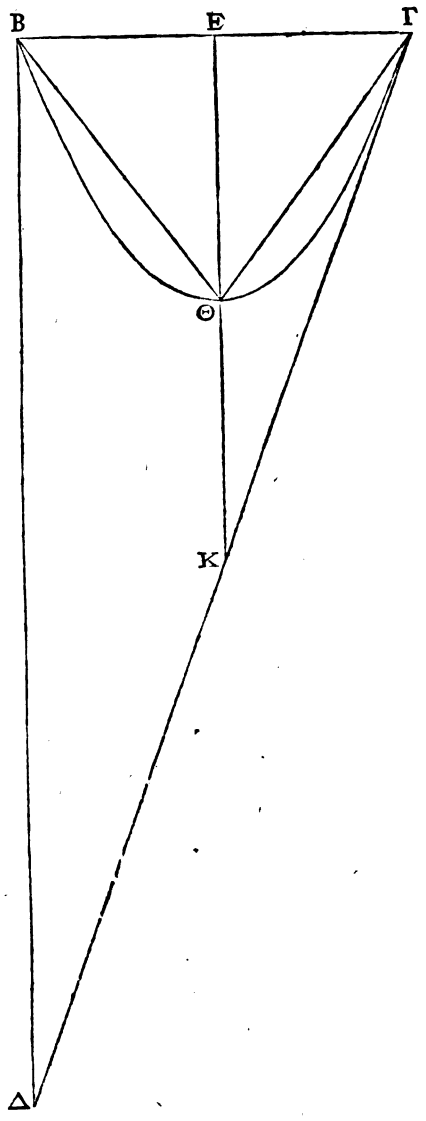
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

Τούτυ δεδειγμένυ φανερὸν, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε ϗ ὀρθογωνίυ κώνυ τομῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τῦ τριγώνυ τῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, ϗ ὕψος ἴσον.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε ϗ ὀρθογωνίυ κώνυ τομῆς, κορυφὰ δὲ αὐτῦ ἔστω τὸ Θ σαμεῖον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΒΘΓ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, ϗ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ Θ σαμεῖον κορυφά ἐστι τῦ τμάματος, ἃ ἀπὸ τῦ Θ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν ΒΓ· ϗ ἃ ΒΓ ἐστὶ παρὰ τὰν ἐπιψαύουσαν τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ. Ἀχθω δὲ ἃ ΕΘ παρὰ τὰν διάμετρον· ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἃ ΒΔ· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἃ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τῦ κώνυ τομᾶς κατὰ τὸ Γ. Ἐπεὶ οὖν ἃ μὲν ΚΘ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν· ἃ δὲ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἃ δὲ ΕΓ παράλληλός ἐστι τᾷ ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ· τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τετραπλάσιόν ἐστι τῦ ΒΘΓ τριγώνυ. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον, τῦ μὲν ΒΘΓ τριγώνυ

PROP. XVII. Theor.

Hoc demonſtrato manifeſtum eſt, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertiam eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem.



Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, cujus vertex punctum Θ: eidemque inſcribatur triangulum ΒΘΓ, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur ſegmenti vertex eſt punctum Θ; quæ recta a puncto Θ diametro parallela ducitur, hæc ſecat in duas æquas partes ipſam ΒΓ; quæ quidem ΒΓ parallela eſt rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Θ contingit. Ducatur autem ΕΘ diametro parallela: ducaturque a puncto Β parallela item diametro ΒΔ; et a puncto Γ ΓΔ, quæ coni ſectionem in puncto Γ contingat. Quoniam igitur ΚΘ diametro parallela eſt: ΓΔ autem ſectionem in puncto Γ contingit: et ΕΓ parallela eſt rectæ illi, quæ ſectionem contingit in puncto Θ; triangulum ΒΔΓ quadruplum eſt trianguli ΒΘΓ. Et quoniam triangulum ΒΔΓ trianguli quidem

[1] εἰσὶ. [m] τοῦ χωρίυ, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. [n] ἃ ἐστι.

ΒΘΓ quadruplum eſt, ſegmenti vero ΒΘΓ triplum; conſtat ſegmentum ΒΘΓ ſeſquitertium eſſe trianguli ΒΘΓ.

Segmentorum, quæ ſub recta, et curva linea continentur, baſim quidem voco rectam lineam; altitudinem vero maximam normalium, quæ a curva linea ad ſegmenti baſim ducuntur; denique verticem punctum illud, a quo maxima normalis ducitur.

τετραπλάσιόν ἐϛι, τῦ δὲ ΒΘΓ τμάματος τριπλάσιον· δῆλον ὡς ἐπίτριτόν ἐϛι τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ΒΘΓ τριγώνυ.

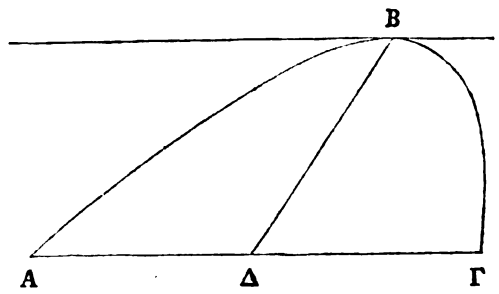
Τῶν τμαμάτων τῶν περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας, καὶ καμπύλας γραμμᾶς βάσιν μὲν καλῶ τὰν εὐθεῖαν· ὕψος δὲ τὰν μεγίϛαν καθετὸν ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τῦ τμάματος· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' ἒ ἀ μεγίϛα καθετὸς ἄγεται.

PROP. XVIII. THEOR.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, a media baſi recta ducatur diametro parallela; vertex ſegmenti erit punctum illud, in quo quæ diametro parallela ducitur coni ſectionem ſecat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἶκα ἐν τμάματι, ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον· κορυφὰ ἐϛεῖται τῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τῦ κώνυ τομάν.



Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: ducaturque a media ΑΓ ΔΒ diametro parallela. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt ΒΔ diametro parallela, æqualeſque ſunt ΑΔ, ΔΓ; conſtat ipſam ΑΓ, rectamque, quæ coni ſectionem in puncto Β contingit, parallelas ſibi invicem eſſe. Manifeſtum eſt igitur normalium, quæ a ſectione ad ΑΓ ducuntur, maximam fore quæ ducitur a puncto Β. Vertex igitur ſegmenti eſt punctum Β.

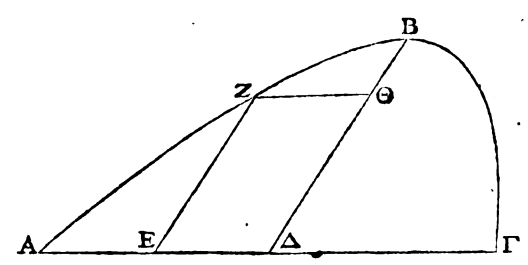
Ἔϛω γὰρ τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾶς· καὶ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ ἄχθω ἀ ΔΒ παρὰ τὰν διάμετρον. Ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾶ ἀ ΒΔ ἄκται παρὰ τὰν διάμετρον, καὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΔ, ΔΓ, δῆλον ὡς παραλλήλος ἐντὶ ἅτε ΑΓ, καὶ ἀ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύϋσα τᾶς τῦ κώνυ τομᾶς. Φανερὸν ἂν ὅτι τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν κάθετος μεγίϛα ἐϛεῖται, ἀ ἀπὸ τῦ Β ἀγομένα. Κορυφὰ ἂν ἐϛὶ τῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον.

PROP. XIX. THEOR.

Si in ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ducantur duæ rectæ diametro parallelæ; altera quidem a media baſi, altera vero a medio dimidiæ baſis; quæ a media baſi ducitur, ejus, quæ ducitur a medio dimidiæ baſis, longitudine erit ſeſquitertia.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίυ [o] κώνυ τομᾶς ἀχθῶϛι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἀ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως, ἀ δὲ ἀπὸ μέσας τὰς ἡμισείας· ἀ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα, τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐϛεῖται μάκει.



Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ΑΒΓ: ducanturque diametro parallelæ ΒΔ quidem a dimidia ΑΓ, ΕΖ vero a dimidia ΑΔ. Ducatur etiam ΖΘ parallela ipſi ΑΓ. Quoniam igitur in rectanguli coni ſectione ducta eſt ΒΔ diametro parallela; itemque ΑΔ, ΖΘ parallelæ rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Β contingit; conſtat utique eamdem habere rationem ΒΔ ad ΒΘ longitudine, quam ΑΔ ad ΖΘ poteſtate. Quadrupla igitur etiam ΒΔ ipſius ΒΘ longitudine. Manifeſtum eſt igitur ΒΔ ipſius ΕΖ longitudine eſſe ſeſquitertiam.

Ἔϛω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾶς· καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀ μὲν ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ, ἀ δὲ ΕΖ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΔ. Ἄχθω ἃ καὶ ἀ ΖΘ παρὰ ΑΓ. Ἐπεὶ ἂν ἐν ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾶ ἀ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται· καὶ αἱ ΑΔ, ΖΘ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύϋσαν· [p] ἔϛι μέντοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἀ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει, ὃν ἀ ΑΔ ποτὶ τὰν ΖΘ δυνάμει. Τετραπλασία ἄρα ἐϛὶ καὶ ἀ ΒΔ τᾶς ΒΘ μάκει. Φανερὸν ἂν ὅτι ἐπίτριτός ἐϛιν ἀ ΒΔ τᾶς ΕΖ μάκει.

[o] κώνυ τομᾶς ἀ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας.

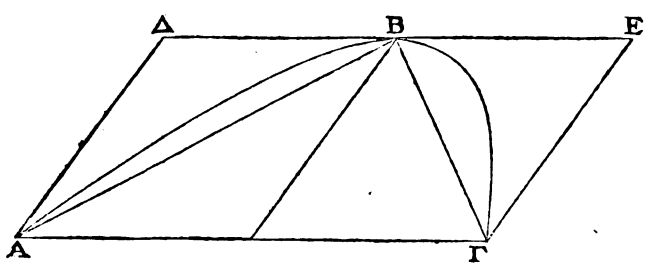
[p] ἢ μέντοι δῆλον ὡς τὰν αὐτὰν ἔχοντι λόγον.

Digitized by Google

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔσαι τὸ ἐγγραφὲν τρίγωνον, ἢ ἥμισυ τᾶ τμάματος.

Ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, τὰν αὐτὰν ἔχον βάσιν τῷ ὅλῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Ἐπεὶ οὖν τὸ τρίγωνον τῷ τμάματι τὰν αὐτὰν ἔχει βάσιν, καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἀναγκαῖον τὸ Β σαμεῖον κορυφὰν εἶμεν τᾶ τμάματος. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἀ ΑΓ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύστᾳ τᾶς τομᾶς. Ἤχθω ἀ ΔΕ διὰ τᾶ Β παρὰ τὰν ΑΓ· καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ αἱ ΑΔ, ΓΕ, παρὰ τὰν διάμετρον. Πεσοῦνται δὴ αὗται ἐκτὸς τᾶ τμάματος. Ἐπεὶ οὖν ἥμισύ ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τᾶ ΑΔΕΓ παραλληλογράμμω, φανερὸν ὅτι μεῖζόν ἐστι, ἢ τὸ ἥμισυ τᾶ τμάματος.



Τούτω δεδειγμένω, δῆλον ὅτι ὡς ἐς τοῦτο τὸ τμᾶμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ [q] περιλειπόμενα τμάματα παντὸς ἐλάσσονα, τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἀφαιρεμένω γὰρ ἀεὶ μείζονος ἢ ἡμίσεος, διὰ τοῦτο φανερὸν ὅτι ἐλασσοῦντες ἀεὶ τὰ λειπόμενα τμάματα, ποιήσομεν ταῦτα ἐλάσσονα παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XX. Theor.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; majus erit inſcriptum triangulum, quam dimidium ſegmenti.

Sit enim ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt: eidemque triangulum inſcribatur, quòd eamdem ac totum ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Quoniam igitur triangulum eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque altitudinem, neceſſe eſt punctum Β ſegmenti verticem eſſe. Parallela igitur eſt ΑΓ rectæ illi, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Ducatur per punctum Β ΔΕ ipſi ΑΓ parallela; et a punctis ΑΓ, ΑΔ, ΓΕ parallelæ diametro. Cadent utique extra ſectionem. Quoniam igitur triangulum ΑΒΓ dimidium eſt parallelogrammi ΑΔΕΓ; conſtat idem majus eſſe quam dimidium ſegmenti.

Hoc demonſtrato manifeſtum eſt fieri poſſe, ut huic ſegmento polygonum inſcribatur, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta minora ſint ſpatio quolibet propoſito. Auferentes enim continuo ſpatium majus dimidio; ideoque minuentes continuo, quæ relinquuntur, ſegmenta; ea utique ſpatio quolibet propoſito minora reddemus.

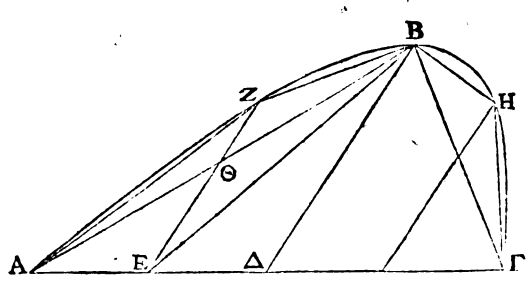
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα εἰς τὰ λειπόμενα τμάματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων, ὀκταπλάσιον ἔσαι τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμᾶμα ἐγγραφέν.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· καὶ τετμάσθω ἀ ΑΓ δίχα τῷ Δ· ἀ δὲ ΒΔ ἤχθω παρὰ τὰν διάμετρον. Τὸ Β ἄρα σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Πάλιν τετμάσθω δίχα ἀ ΑΔ τῷ Ε· καὶ ἤχθω ἀ ΕΖ παρὰ τὰν διάμετρον· τετμάσθω δὲ ἀ ΑΒ

PROP. XXI. Theor.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; inſcribantur autem et alia triangula iis, quæ relinquuntur, ſegmentis, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, et altitudinem eamdem; alterutrius triangulorum, quæ iis, quæ relinquuntur, ſegmentis inſcribuntur, octuplum erit triangulum, quod toti ſegmento inſcribitur.



Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt: ſecetur autem ΑΓ in duas æquas partes in puncto Δ: ducaturque ΒΔ diametro parallela. Punctum igitur Β ſegmenti vertex eſt: ideoque triangulum ΑΒΓ eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque altitudinem. Rurſus ſecetur ΑΔ in duas æquas partes in puncto Ε: et ducatur ΕΖ dia-

[q] περιεπόμενα.

Digitized by Google

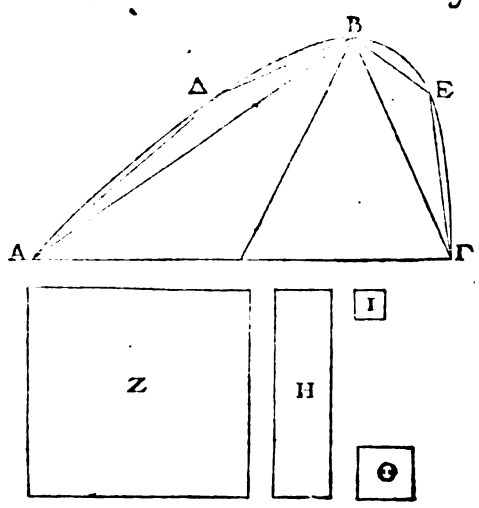
metro parallela: ſeceturque AB in puncto Θ. Punctum igitur Z ſegmenti AZB vertex eſt: ideoque triangulum AZB eamdem ac ſegmentum AZB baſim habet, eamdemque altitudinem. Oportet demonſtrare triangulum ABΓ trianguli ABZ octuplum eſſe.

Eſt enim BΔ ipſius quidem EZ ſeſquitertia, ipſius vero EΘ dupla. Dupla eſt igitur EΘ ipſius ΘZ. Quare etiam triangulum AEB duplum eſt trianguli ZBA. Duplum eſt enim triangulum quidem AEΘ trianguli AΘZ; triangulum vero ΘBE trianguli ZΘB. Quare triangulum ABΓ trianguli AZB octuplum eſt. Pariter autem demonſtrabitur, octuplum eſſe ejus quoque trianguli, quod ſegmento BHΓ inſcribitur.

PROP. XXII. THEOR.

Si fuerit ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſpatia autem quotcunque quadrupla ratione deinceps ponantur: maximumque eorum triangulo æquale ſit, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem; ſpatia omnia ſegmento ipſo minora erunt.

Sit enim ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, AΔBEΓ: ſpatia autem quotcunque deinceps poſita Z, H, Θ, I; ſitque Z ipſius H quadruplum, idemque æquale triangulo, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem: dico ſegmentum ſpatiis Z, H, Θ, I majus eſſe.



Sint vertices totius quidem ſegmenti punctum B; ſegmentorum vero, quæ relinquuntur, puncta Δ, E. Quoniam igitur triangulum ABΓ octuplum eſt alterutrius triangulorum ABΔ, BEΓ, conſtat idem quadruplum eſſe utriuſque ſimul. Et quoniam triangulum ABΓ æquale eſt ſpatio Z, eadem ratione etiam triangula AΔB, BEΓ ſpatio H æqualia ſunt. Pariter autem demonſtrabitur, triangula, quæ iis, quæ relinquuntur, ſegmentis inſcribuntur, et eamdem ac ſegmenta baſim habent, eamdemque altitudinem, ſpatio Θ æqualia eſſe: triangula autem, quæ inſcribuntur aliis deinceps ſegmentis, æqualia eſſe ſpatio I. Omnia igitur propoſita ſpatia polygono cuidam æqualia erunt ſegmento inſcripto. Manifeſtum igitur eſt eadem ſegmento minora eſſe.

κατὰ τὸ Θ. Τὸ ἄρα Z σαμεῖον κορυφά ἐστι [r] τμάματος τῆ AZB· τρίγωνον ἄρα τὸ AZB τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ AZB τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Δεικτέον ὅτι ὀκταπλάσιόν ἐστι τὸ ABΓ τρίγωνον τοῦ ABZ τριγώνου.

Ἔστιν ἄν ἁ BΔ τᾶς μὲν EZ ἐπίτριτος, τᾶς δὲ EΘ διπλασία. Διπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ EΘ τᾶς ΘZ. Ὥστε καὶ τὸ AEB τρίγωνον διπλάσιόν ἐστι τᾶ ZBA. Τὸ μὲν γὰρ AEΘ διπλάσιόν ἐστι τᾶ AΘZ· τὸ δὲ ΘBE τᾶ ZΘB. Ὥστε τὸ ABΓ τᾶ AZB ὀκταπλάσιον. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τᾶ εἰς τὸ BHΓ [s] τμᾶμα ἐγγραφέντος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Αἶχα ἢ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἐξῆς ὁποσαῦν ἐν τῷ τεταπλσίονι λόγῳ· ἁ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἔσαι τᾶ τμάματος.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα τὸ AΔBEΓ, περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίᾳ [t] κώνᾳ τομᾶς· χωρία δὲ ἔστω ὁποσαῦν ἐξῆς κείμενα τὰ Z, H, Θ, I· τεταπλάσιον δὲ ἔστω τὸ Z τᾶ H· καὶ [u] ἔστω τὸ Z ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βᾶσιν ἔχοντι ταὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· λέγω ὅτι τὸ τμᾶμα τῶν Z, H, Θ, I χωρίων μεῖζόν ἐστιν.

Ἔστω τᾶ μὲν ὅλᾳ τμάματος κορυφὰ τὸ B· τῶν δὲ περιλειπομένων τμαμάτων τὰ Δ, E. Ἐπεὶ ἂν τὸ ABΓ τρίγωνον ὀκταπλάσιόν ἐστιν ἑκατέρᾳ τῶν ABΔ, BEΓ τριγώνων, δῆλον ὅτι ὡς ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐστι τετραπλάσιον. Καὶ ἐπεὶ τὸ ABΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ Z χωρίῳ, κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ AΔB, BEΓ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ H χωρίῳ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα, ταὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμάμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἴσα [v] ἐντὶ τῷ Θ· καὶ ἐς τὰ ὕστερον γένομενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα ἴσα τῷ I χωρίῳ. Σύμπαντα ἄρα τὰ προτεθέντα χωρία ἴσα ἐστὶν ταὐτὸν πολυγώνῳ τινὶ ἐγγραφέντι ἐς τὰ τμᾶμα. Φανερὸν ἄν, ὅτι ἔλασσόν ἐστι τᾶ τμάματος.

[r] τᾶ τμάματος τᾶ AZB. Τὸ δὴ AZB τρίγωνον. [s] τμήματος. [t] κώνᾳ ex MS. [u] ἔστω τὸ ἡγούμενον τᾶ ἑπομένᾳ, μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Z. Καὶ ἔστω. [v] ὄντων τῷ Θ.

Digitized by Google

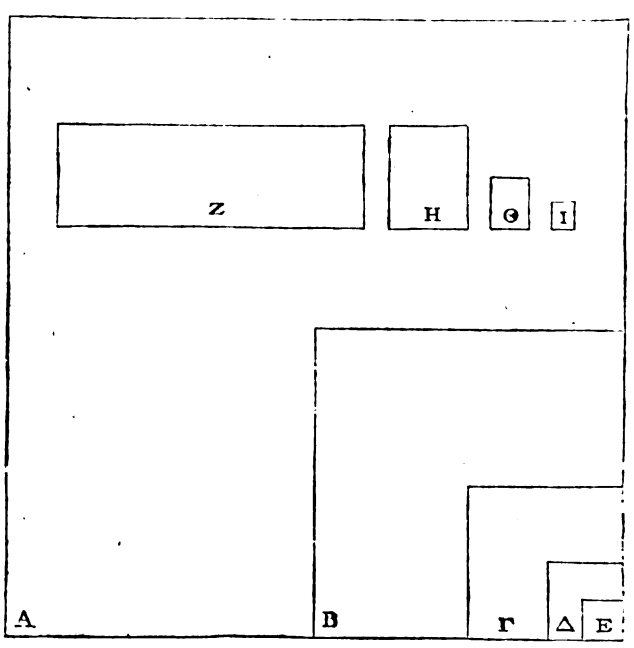
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Αἴκα μεγέθεα σωτιθέωντι ἐξῆς ὁποσαῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· τὰ πάντα μεγέθεα, καὶ ἔτι ⅓ ἐλαχίστα τὸ τρίτον μέρος εἰς τὸ αὐτὸ σωτεθέντα, ἐπίτριτα ἐσσῆνται ⅓ μεγίστα.

Ἔστω ἕν ὁπόσαῦν μεγέθεα ἐξῆς κείμενα τὰ A, B, Γ, Δ, E τετραπλασίονα ἕκαστον τᾶ ἑπομένα· μέγιστον δὲ ἔστω τὸ A. Ἔστω δὲ τὸ μὲν Z τρίτον τᾶ B, τὸ δὲ H τᾶ Γ, τὸ δὲ Θ τᾶ Δ, τὸ δὲ I τᾶ E. Ἐπεὶ ἕν τὸ μὲν Z τᾶ B τρίτον μέρος ἐστὶ, τὸ δὲ B τᾶ A τέταρτον μέρος ἐστὶν, ἀμφότερα τὰ B, Z, μέρος τρίτον ἐστὶ τᾶ A. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ H, Γ τᾶ B· καὶ τὰ Θ, Δ τᾶ Γ· καὶ τὰ I, E τᾶ Δ· καὶ τὰ σύμπαντα δὴ τὰ B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I, τρίτον μέρος ἐστὶ τ̃ συμπάντων τῶν A, B, Γ, Δ. Ἐντὶ ⅓ καὶ αὐτὰ τὰ Z, H, Θ τρίτον μέρος αὐτῶν τῶν B, Γ, Δ. Καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ B, Γ, Δ, E, I ⅓ λοιπᾶ τρίτον μέρος ἐστὶ ⅓ A. Δῆλον ἕν, ὅτι τὰ σύμπαντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, καὶ τὸ I, τετέσι τὸ τρίτον τᾶ E, τοῦ A ἐστὶν ἐπίτριτα.

PROP. XXIII. THEOR.

Si magnitudines quotcunque quadrupla ratione deinceps ponantur; omnes magnitudines, et adhuc minimæ pars tertia in unum compositæ, sesquitertiæ erunt maximæ.



Sint magnitudines quotcunque deinceps positæ A, B, Γ, Δ, E quadruplæ unaquæque ejus, quæ proxime sequitur; earumque maxima sit A. Sit autem pars tertia tum Z ipsius B; tum H ipsius Γ; tum Θ ipsius Δ; tum I ipsius E. Quoniam igitur Z quidem ipsius B tertia pars est; B vero ipsius A pars quarta; utræque simul B, Z tertia pars sunt ipsius A. Eadem ratione tertia pars sunt tum H, Γ ipsius B; tum Θ, Δ ipsius Γ; tum I, E ipsius Δ: igitur omnes etiam magnitudines B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I tertia pars sunt magnitudinum omnium A, B, Γ, Δ. Sunt autem ipsæ Z, H, Θ pars tertia ipsarum B, Γ, Δ. Igitur et quæ relinquuntur, B, Γ, Δ, E, I ejus, quæ relinquitur, A tertia pars sunt. Constat igitur omnes magnitudines A, B, Γ, Δ, E, et adhuc I, hoc est tertiam ipsius E partem sesquitertias esse magnitudinis A.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

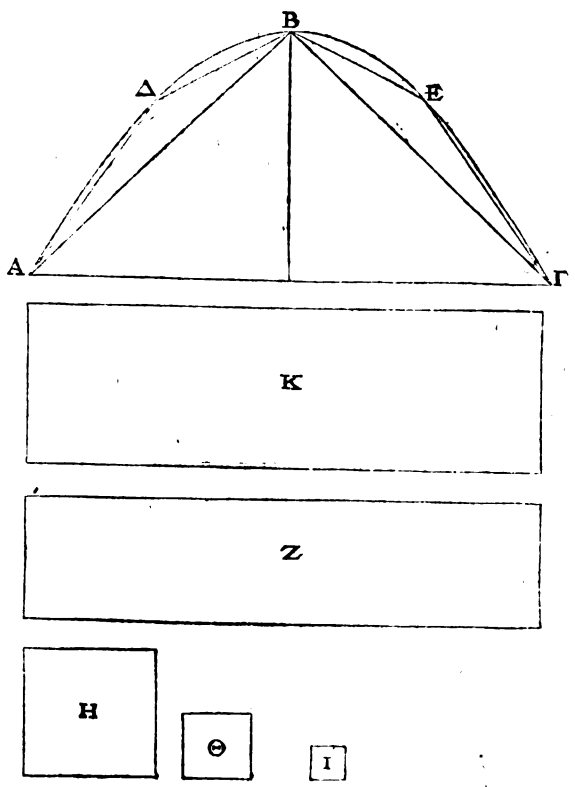
Πᾶν τμᾶμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνω τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

Ἔστω γὰρ τὸ AΔBEΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίω κώνω τομᾶς· τὸ δὲ ABΓ τρίγωνον ἔστω, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον. Τοῦ δὲ ABΓ τριγώνω ἔστω ἐπίτριτον τὸ K χωρίον. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τῷ AΔBEΓ τμάματι.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον, ἢ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον τὸ AΔBEΓ τμᾶμα τᾶ K χωρίω. Ἐνέγραψα δὴ τὰ

PROP. XXIV. THEOR.

Quodlibet segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, sesquitertiam est trianguli, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem.



Sit enim segmentum, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, AΔBEΓ: sitque triangulum ABΓ, quod eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem. Trianguli autem ABΓ sesquitertium sit spatium K. Oportet demonstrare spatium hoc segmento AΔBEΓ æquale esse.

Si enim æquale non est, aut majus est, aut minus. Sit primo, si fieri potest, segmentum AΔBEΓ majus spatio K. Itaque in-

Digitized by Google

ſcribantur triangula ΑΔΒ, ΒΕΓ, ut dictum eſt. Inſcribantur autem iis, quæ relinquuntur, ſegmentis alia triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, eamdemque altitudinem: inſcribanturque continuo aliis deinceps ſegmentis duo triangula, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, et altitudinem eamdem. Erunt utique, quæ relinquuntur, ſegmenta minora exceſſu, quo ſegmentum ΑΔΒΕΓ excedit ſpatium Κ. Quare inſcriptum polygonum majus erit ſpatio Κ: quod fieri non poteſt. Quoniam enim ſpatia in quadrupla ratione deinceps poſita ſunt, ac primum quidem triangulum ΑΒΓ quadruplum eſt triangulorum ΑΔΒ, ΒΕΓ; deinde vero eadem ipſa quadrupla eorum, quæ ſequentibus ſegmentis inſcribuntur; atque ita porro; conſtat omnia ſpatia minora eſſe, quam ſeſquitertia maximi ſpatii. Spatium autem Κ maximi ſpatii ſeſquitertium eſt. Non eſt igitur majus ſegmentum ΑΔΒΕΓ ſpatio Κ. Sit autem, ſi fieri poteſt, minus. Ac ponatur triangulum ΑΒΓ æquale ſpatio Ζ: ſpatiique Ζ pars quarta ſpatium Η: et ſpatii Η pars item quarta ſpatium Θ: atque ita porro, quouſque poſtremum ſpatium minus ſit exceſſu, quo ſpatium Κ ſegmentum excedit; quod quidem ſit Ι. Itaque ſpatia Ζ, Η, Θ, Ι, et adhuc pars tertia ſpatii Ι, ſeſquitertia ſunt ſpatii Ζ. Eſt autem et ſpatium Κ ſpatii ejuſdem Ζ ſeſquitertium. Æquale igitur eſt ſpatium Κ ſpatiis Ζ,Η,Θ,Ι, et adhuc parti tertiæ ſpatii Ι. Et quoniam ſpatium Κ excedit ſpatia quidem Ζ, Η, Θ, Ι, exceſſu minore, quam Ι; ſegmentum vero majore, quam Ι; conſtat ſpatia Ζ, Η, Θ, Ι ſegmento ipſo majora eſſe. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, ſi ſpatia quotcunque in quadrupla ratione deinceps ponantur, quorum maximum triangulo æquale ſit ſegmento inſcripto, ſpatia omnia ſegmento ipſo fore minora. Non eſt igitur minus ſegtum ΑΔΒΕΓ ſpatio Κ. Demonſtratum autem eſt, neque eſſe majus. Æquale igitur eſt ſpatio Κ. Seſquitertium autem eſt ſpatium Κ trianguli ΑΒΓ. Seſquitertium eſt igitur etiam ſegmentum ΑΔΒΕΓ trianguli ΑΒΓ.

ΑΔΒ, ΒΕΓ τρίγωνα, ὡς εἴρηται. Ἐνέγραψα δὲ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἄλλα τρίγωνα, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμήμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· καὶ ἀεὶ εἰς τὰ ὕστερον γινόμενα τμήματα ἐγγράφω δύο τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμήμασι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Ἐσται δὴ τὰ καταλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τᾶ Κ χωρίᾳ. Ὥστε τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον μεῖζον ἐσεῖται τᾶ Κ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεί ἐσιν ἐξῆς κείμενα χωρία ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, πρῶτον μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τετραπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΕΓ τριγώνων· ἔπειτα δὲ, τὰ αὐτὰ τετραπλάσια τῶν εἰς τὰ ἑπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων· καὶ ἀεὶ ἑξῆς· δῆλον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονά ἐσιν, ἢ ἐπίτριτα τᾶ μεγίσᾳ. Τὸ δὲ Κ ἐπίτριτόν ἐσι τᾶ μεγίσᾳ χωρίᾳ. Οὐκ ἄρα ἐσὶ μεῖζον τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τᾶ Κ χωρίᾳ. Ἐσω δὲ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Κείσθω δὴ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ Ζ· τᾶ δὲ Ζ τέταρτον τὸ Η· καὶ ὁμοίως τᾶ Η τὸ Θ· καὶ ἀεὶ ἑξῆς τιθέσθω, ὥστε καταγένηται τὸ ἔσχατον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει τὸ Κ χωρίον τᾶ τμήματος, καὶ ἔσω ἔλασσον τὸ Ι. Ἔσι δὲ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία, καὶ τὸ τρίτον τᾶ Ι, ἐπίτριτα τᾶ Ζ. Ἔσι δὲ καὶ τὸ Κ τᾶ Ζ ἐπίτριτον. Ἴσον ἄρα τὸ Κ τοῖς Ζ, Η, Θ, Ι, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶ Ι. Ἐπεὶ ἔν τὸ Κ χωρίον τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων ὑπερέχει ἐλάσσονι τᾶ Ι, [x] τᾶ δὲ τμήματος μείζονι τᾶ Ι· δῆλον ὡς μείζονα ἐντὶ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τᾶ τμήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γαρ, ὅτι ἐὰν ᾖ ὁπεσανῦν χωρία ἑξῆς κείμενα ἐν τετραπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ μέγιστον ἴσον ᾖ τῷ εἰς τὸ τμᾶμα ἐγγραφομένῳ τριγώνῳ, τὰ σύμπαντα χωρία ἐλάσσονα ἐσεῖται τᾶ τμήματος. Οὐκ ἄρα τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα ἔλασσόν ἐσι τᾶ Κ χωρίᾳ. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον. Ἴσον ἄρα ἐσὶν τῷ Κ. Τὸ δὲ Κ χωρίον ἐπίτριτόν ἐσι τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ. Καὶ τὸ ΑΔΒΕΓ ἄρα τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐσι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

[x] τᾶ δὲ τμήματος ὅπερ ἀδύνατον.

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ,
Η ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,
ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,
ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE PLANORUM ÆQUILIBRIIS,
SIVE
EORUMDEM GRAVITATUM CENTRIS,
LIBER SECUNDUS,
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

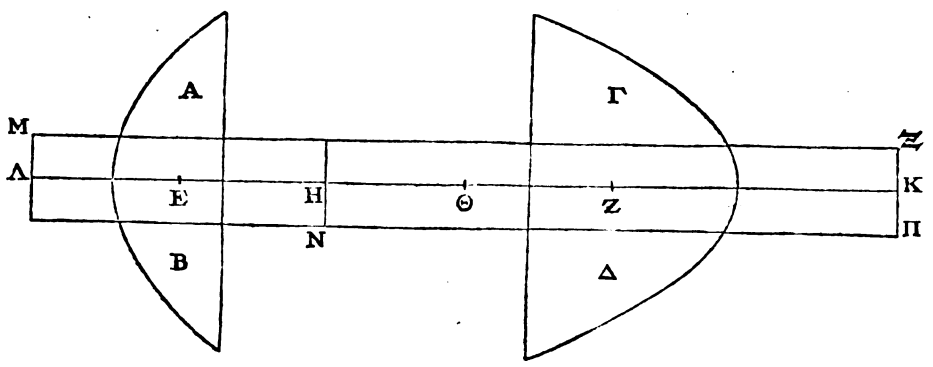
ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

ΑΙΚΑ δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθείαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντι· τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσεῖται ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνύσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν, διαιρέον ἔτως τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

PROP. I. THEOR.

SI duo ſpatia, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, quæ quidem datæ rectæ applicare poſſumus, idem centrum gravitatis non habeant; magnitudinis, quæ ex utriſque magnitudinibus componitur, centrum gravitatis erit in recta, quæ earumdem centra gravitatis conjungit, ita dividens eam, quam diximus, rectam, ut ejus ſegmenta eamdem cum ſpatiis rationem reciprocent.

Ἐσω δύο χωρία τὰ ΑΒ, ΓΔ, οἷα εἴρηται. Κέντρα δὲ αὐτῶν [a] τοῦ βάρεος τὰ Ε, Ζ σαμεῖα· καὶ ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ, τοῦτον ἐχέτω ἃ ΖΘ ποτὶ ΘΕ. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ



Sint duo ſpatia ΑΒ, ΓΔ, qualia dicta ſunt. Eorumque centra gravitatis puncta Ε, Ζ: quam autem rationem habet ſpatium ΑΒ ad ſpatium ΓΔ, hanc habeat ΖΘ ad ΘΕ. Oportet demonſtrare, magni-

[a] τοῦ βάρεως ἴσω.

tudinis, quæ ex utriſque ſpatiis AB, ΓΔ componitur, centrum gravitatis eſſe punctum Θ.

Sit ipſi quidem EΘ æqualis utraque ZH, ZK; ipſi vero ZΘ, hoc eſt HE, æqualis EΛ. Erit etiam ΛΘ ipſi KΘ æqualis: et amplius ut ΛH ad HK, ita ſe habebit ſpatium AB ad ſpatium ΓΔ. Utraque enim ΛH, HK utriuſque ZΘ, ΘE dupla eſt. Applicetur autem ipſi ΛH ab utraque parte ſpatium AB; ita ut ſpatium MN eidem AB æquale ſit. Erit utique ſpatii MN centrum gravitatis punctum E. Compleatur modo ſpatium NΞ. Atque habebit ſpatium MN ad ſpatium NΞ eam rationem, quam ΛH ad HK. Habet autem etiam ſpatium AB ad ſpatium ΓΔ eam rationem, quam ΛH ad HK. Ut igitur ſpatium AB ad ſpatium ΓΔ, ita ſe habet ſpatium MN ad ſpatium NΞ. Et permutando. Æquale eſt autem ſpatium AB ſpatio MN. Æquale eſt igitur etiam ſpatium ΓΔ ſpatio NΞ. Ac centrum gravitatis ejuſdem eſt punctum Z. Et quoniam æqualis eſt ΛΘ ipſi ΘK, totaque ΛK oppoſita latera in duas æquas partes ſecat, totius ſpatii ΠM centrum gravitatis eſt punctum Θ. Spatium autem MΠ ſpatio æquale eſt, quod ex utriſque ſpatiis MN, NΞ componitur. Igitur et ſpatii, quod ex utriſque ſpatiis AB, ΓΔ componitur, centrum gravitatis eſt punctum Θ.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, triangulum inſcribatur, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem: et rurſus iis, quæ relinquuntur, ſegmentis triangula inſcribantur, quæ eaſdem ac ſegmenta baſes habeant, eamdemque altitudinem: et continuo iis, quæ relinquuntur, ſegmentis triangula inſcribantur eodem modo; quæ oritur figura ſegmento perſpicue inſcribi dicatur. Manifeſtum autem eſt, rectas, quæ figuræ ita inſcriptæ angulos jungunt, tum eos qui vertici proximi ſunt, tum eos, qui deinceps ſequuntur, ſegmenti ejuſdem baſi parallelas fore. Quæ quidem rectæ ſecabuntur in duas æquas partes a diametro ſegmenti: eædemque diametrum ipſam ſecabunt ſecundum rationes numerorum deinceps imparium, uno ad ſegmenti verticem computato. Hoc autem in ordinibus demonſtrandum eſt.

χωρίων συγκειμένη μεγέθεος κέντρον τῆ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον.

Ἔστω δὲ τῆ μὲν EΘ ἑκατέρα ἴση τῶν ZH, ZK· τῆ δὲ ZΘ, τουτέστι τῆ [b]HE ἴση ἡ EΛ. [c]Ἔσται δὴ καὶ ἡ ΛΘ τῆ KΘ ἴση· καὶ ἔτι ὡς ἡ ΛH πρὸς HK, οὕτως τὸ AB πρὸς ΓΔ. Διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. Περιβεβλήθω δὴ παρὰ τὴν ΛH τὸ χωρίον τὸ AB ἐφ' ἑκάτερα τῶν ΛH· ὥστε εἶναι τὸ MN ἴσον τῷ AB. Ἔσται δὴ τῆ MN κέντρον βάρεος τὸ E σαμεῖον. Συμπεπληρώσθω δὴ τὸ NΞ. Ἔστι δὴ τὸ MN πρὸς τὸ NΞ λόγον, ὃν ἡ ΛH πρὸς HK. Ἔχει δὲ καὶ τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, τὸν τῶν ΛH πρὸς HK λόγον. Καὶ ὡς ἄρα τὸ AB πρὸς ΓΔ, οὕτως τὸ MN πρὸς τὸ NΞ. Καὶ ἐναλλάξ. Ἴσον ἦν τὸ AB τῷ MN. Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΓΔ τῷ NΞ. Καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτῆ βάρεος τὸ Z σαμεῖον. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἡ ΛΘ τῆ ΘK, καὶ ὅλα ἡ ΛK τῆς [d]ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, τῆ ὅλη τῆ ΠM κέντρον τῆ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον. Ἀλλὰ τὸ MΠ ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν MN, NΞ. [e]Καὶ τῆ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν AB, ΓΔ κέντρον ἐστὶ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ ὀρθείας, καὶ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέοντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ [f]ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέοντι τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον χῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω. Φανερὸν δὴ ὅτι τὸ ἅτως ἐγγραφέντος χήματος, αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι, τάς τε ἐγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τὸ τμάματος καὶ τὰς ἑξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσοῦνται τὸ τμάματος. Καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τὸ τμάματος διαμέτρω· καὶ τὰν διάμετρον πεμόντι εἰς τοῦτο τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγως, ἑνὸς λειπομένω πρὸς τᾶ κορυφᾶ τὸ τμάματος· τοῦτο δὴ [g]δεικτέον ἐν ταῖς ταύταις.

EUTOCIUS.

CUM, quæ primo in libro ſubobſcura ſunt, diligenter perſecuti ſimus, neceſſarium ducimus, et quæ in ſecundo difficilia ſunt ad intelligendum, aliquo modo explicare. Itaque in primi theorematis propoſitione: ponantur, inquit, ſpatia AB, ΓΔ, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur; quæ quidem datæ rectæ applicare poſſumus. Hoc autem per

ΑΚΡΙΒΩΣ ἐπιξελθόντες τῷ πρώτῳ, καὶ σαφηνίσαντες τὰ ἐν αὐτῷ δυσεώρητα, ἀναγκαῖον ἡγούμεθα καὶ τὰ ἐν τῷ δευτέρῳ δυσχερῆ εἰρημένα μετρίως ἐκθέσθαι. Φησὶ τοίνυν ἐν τῇ προτάσει τοῦ πρώτου θεωρήματος· ὑποκείσθω τὰ AB, ΓΔ χωρία περιεχόμενα ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν [h]δοθεῖσαν

[b] HΘ. [c] ἄρα καὶ ἡ ΛΘ. [d] ἐπιναντίον. [e] ὥστε καὶ τοῦ. [f] ἀεὶ deeſt. [g] δεικτέον ex MS.
[h] δοθεῖσαν εὐθείαν παραβαλεῖν.

Digitized by Google

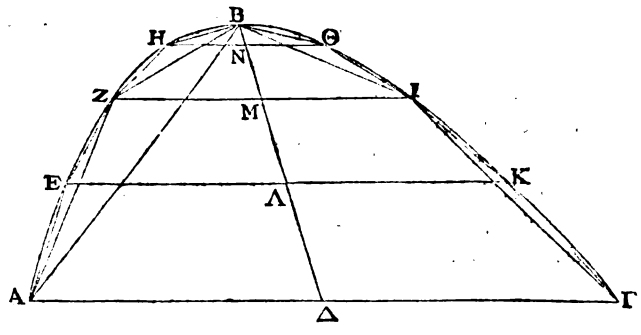
παραβαλεῖν. Τοῦτο δὲ αὐτόθεν μὲν διὰ τῶν ἐνταῦθα δεδειγμένων ἐκ ἔξεν εὑρεῖν. Ἐπεὶ δὲ δέδεικται αὐτῷ, ὡς ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου εἶπεν, ὅτι τὸ τοιοῦτον χῆμα ἐπίπεδόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον· τῷ δὲ ὀπτείτῳ τοῦ τριγώνου ὀπτέδῳ εὐθυγράμμῳ ὄντι δυνάμεθα ἴσον παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν· φανερὸν ὅτι καὶ τοῖς τοιούτοις χήμασι. Τὰ δὲ ἐν τῇ κατασκευῇ εἰρημένα, ἅπαντα δῆλά ἐστι διὰ τοῦ * τετάρτου θεωρήματος τοῦ πρώτου τούτων τῶν βιβλίων.

ea, quæ illic demonſtrata ſunt, facere protinus non licet. Quoniam vero demonſtratum ab ipſo eſt, ut ait in libro de ſphæra et cylindro, ejuſmodi figuram ſeſquitertiam eſſe trianguli, quod eamdem atque ipſa baſim habeat, eamdemque altitudinem: planoque trianguli ſeſquitertio, eique rectilineo æquale aliud planum datæ rectæ applicari poteſt; conſtat eidem rectæ planum etiam applicari poſſe ejuſmodi figuris æquale. Quæ porro in conſtructione dicuntur, ea omnia per quartum theorema libri horum duorum primi manifeſta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

[1]Εἰ δὲ καὶ εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ, τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐστεῖται [k] ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

Ἔστω τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἴρηται· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. [l]Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἡ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εὐθυγράμμου ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ΒΔ.



Ἐπεὶ γὰρ [m] τοῦ μὲν ΑΕΚΓ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΛΔ ἐστὶ τοῦ δὲ ΕΖΙΚ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΛ· τοῦ δὲ ΖΗΘΙ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΝ· ἔτι δὲ καὶ τοῦ ΗΒΘ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΝ· δῆλον ὅτι καὶ τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΔ ἐστίν.

PROP. II. THEOR.

Quod ſi ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, rectilineum perſpicue inſcribatur; inſcripti rectilinei centrum gravitatis erit in ſegmenti diametro.

Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt; eidemque inſcribatur perſpicue rectilineum ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. Diameter autem ſegmenti ſit ΑΒ. Oportet demonſtrare hujuſce rectilinei centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

Quoniam enim trapezii quidem ΑΕΚΓ centrum gravitatis eſt in ΛΔ; trapezii vero ΕΖΙΚ centrum gravitatis in ΜΛ; trapezii denique ΖΗΘΙ centrum gravitatis in ΜΝ; et amplius trianguli ΗΒΘ centrum gravitatis in ΒΝ; conſtat totius quoque rectilinei centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

EUTOCIUS.

Τοῦ δευτέρου θεωρήματος προλέγει τινὰ δηλοῦντα, πῶς δυνατὸν ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ χῆμα γνωρίμως ἐγγραφῆναι, καὶ φησί· ταῦτα δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν. Ἐπειδὴ ἦν ἀσαφές ἐστι τὸ λεγόμενον, ἀναγκαῖον εἰπεῖν βραχέα περὶ αὐτοῦ ἐκ τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν εὐρεθέντα. Ἔστω χῆμα περιεχόμενον ὑπὸ παραβολῆς τῆς ΑΒΓ, καὶ εὐθείας τῆς ΑΓ, οὗ διάμετρος ἔστω ἡ ΒΔ. Φανερὸν δὴ ὅτι κορυφή ἐστι τοῦ τμήματος τὸ Β σημεῖον. Κορυφὰς γὰρ ἐκάλει τῶν γραμμῶν ὁ Ἀπολλώνιος τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῶν διαμέτρων. Ἐὰν δὴ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΑΒ, ΒΓ, ἔσται τὸ ὑπὸ ΑΒΓ τρίγωνον τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὴν αὐτὴν τῷ Β ἐπὶ τὴν ΑΒ καθετον ἀγομένην. Οὕτως γὰρ πάντων ἄξων ἐστὶν ἡ ΒΔ. Ἐὰν δὴ λαβόντες τὰς κορυφὰς [n] τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων τὰς Ε, Ζ, δι' αὐτῶν παραλλήλους ἀγάγωμεν τῇ ΒΔ, [n] ὡς τὰς ΕΗ, ΖΟ· ἔσονται αὗται διάμετροι [n] τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. Δέδεικται γὰρ ὅτι τῆς παραβολῆς, ὅπου πᾶσαι αἱ παρὰ τὴν διάμετρον ἀγόμεναι διάμετροί εἰσι τῆς τομῆς. Ἔσονται δὴ τὰ Ε, Ζ κορυφαὶ τῶν τμημάτων, καὶ αἱ διὰ τῶν Ε, Ζ ἐφαπτόμεναι παράλληλοι ταῖς ΑΒ, ΒΓ. Ἔσαι δὴ καὶ ἡ ΕΛΖ παρὰ τὴν ΑΔΓ· ἐπεὶ δὴ αἱ ΕΘ, ΖΚ παράλληλοι εἰσὶ καὶ ἴσαι, διάμετροι ὖσαι τῶν ἴσων τμημάτων

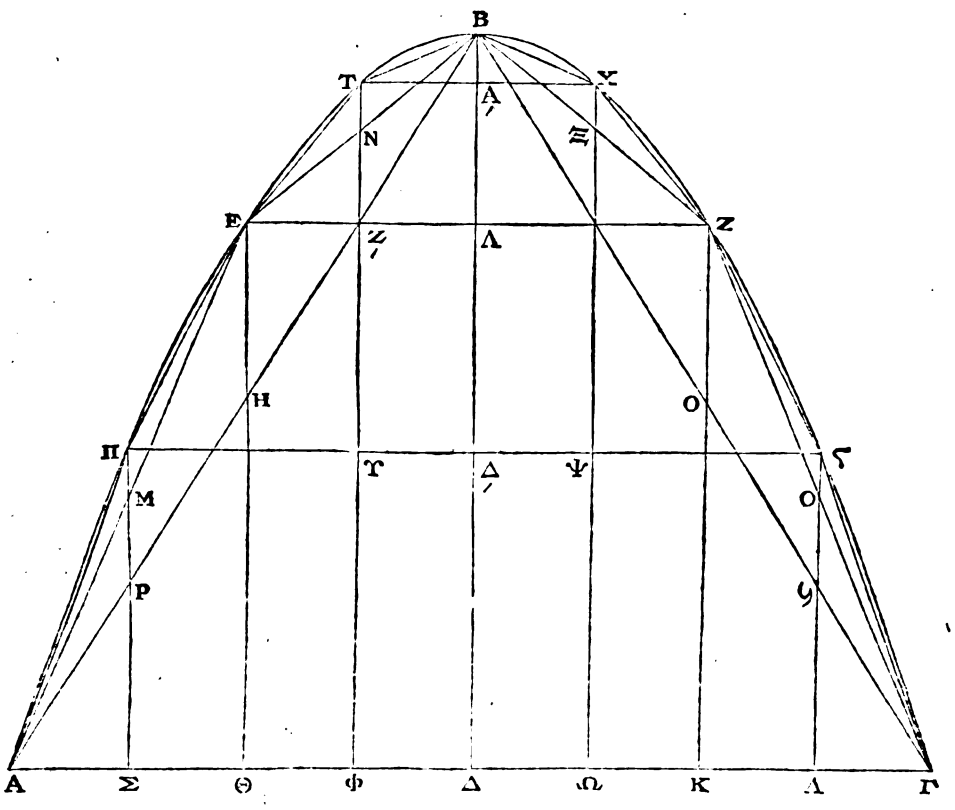
Secundo theoremati quædam præmittit, quibus oſtenditur qui fieri poſſit, ut rectanguli coni ſectioni figura perſpicue inſcribatur; et ait: hæc in ordinibus demonſtranda ſunt. Quoniam igitur hoc quod dicitur, obſcurum eſt, pauca quædam de eo ducta ex conicis Apollonii elementis danda ſunt. Sit figura, quæ ſub parabola ΑΒΓ, et recta linea ΑΓ continetur; ejuſque diameter ſit ΒΔ. Manifeſtum utique eſt ſegmenti verticem eſſe punctum Β. Linearum enim vertices Apollonius vocat diametrorum, qui ad lineas ſunt, terminos. Itaque ſi jungantur ΑΒ, ΒΓ, triangulum erit ΑΒΓ eamdem ac ſegmentum baſim habens, eamdemque altitudinem; nempe rectam, quæ a puncto Β ad ΑΒ normalis ducitur. Prorſus enim hoc pacto axis eſt ΒΔ. Quod ſi ſumptis ſegmentorum ΑΒ, ΒΓ verticibus Ε, Ζ, ducantur per ipſos rectæ ipſi ΒΔ parallelæ; erunt utique ſegmentorum ΑΒ, ΒΓ diametri. Demonſtratum eſt enim de parabola, rectas omnes, quæ diametro parallelæ ducuntur, ejuſdem diametros eſſe. Itaque puncta Ε, Ζ ſegmentorum vertices erunt: et rectæ, quæ in Ε, Ζ ſectionem contingunt, ipſis ΑΒ, ΒΓ parallelæ. Præterea ΕΛΖ ipſi ΑΔΓ parallela erit; quoniam ΕΘ, et ΖΚ parallelæ ſunt et æquales, quippe æqualium ſegmentorum

* Quartum in Ed. Baſ. in hâc autem noſtra eſt theorema ſextum.

[1] εἶκα. [k] ἐπὶ τᾶς τοῦ. [l] διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος, deſunt in MS. [m] τοῦ μὲν ΕΖ, ΙΚ. [n] ὡς τὰς ΕΗ &c.

Digitized by Google

diametri ſunt, ſibique invicem conveniunt, ut in ſexto conicorum libro demonſtratum eſt. Et quoniam EHΘ parallela eſt ipſi BΔ; ut BH ad HA, ita ſe habet ΔΘ ad ΘA. Æqualis eſt autem HB ipſi AH. Cum enim AB contingenti parallela ſit, eam diameter EH in duas æquas partes ſecat. Æqualis eſt igitur etiam ΔΘ ipſi ΘA. Eadem ratione et ΔK ipſi KΓ eſt æqualis. Æqualis eſt autem tota AΔ toti ΔΓ. Æqualis eſt igitur ΔΘ ipſi ΔK; ideoque etiam EΛ ipſi ΛZ. Quocirca vere illud dicit, quæ ſegmentorum vertices jungit, hanc ſegmenti baſi parallelam eſſe, atque a ſegmenti diametro in duas æquas partes ſecari. Jungantur modo AE, EB, BZ, ZΓ; et ſecentur in duas æquas partes in punctis M, N, Ξ, O; ductiſque per M, N, Ξ, O ipſi BΔ parallelis ΠMPΣ, TNΥΦ, XΞΨΩ, ϛOϟΛ, jungantur AΠ, ΠE, ET, TB, BX, XZ, Zϛ, ϛΓ; itemque T,AX, et Π,Δϛ. Itaque manifeſtum eſt ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, rectas TX, EZ, Πϛ ipſi AΓ parallelas eſſe; æqualeſque T,A ipſi ,AX, et EΛ ipſi ΛZ, et Π,Δ ipſi ,Δϛ. Dico igitur haſce rectas diametrum BΔ ſecare in numeros deinceps impares: videlicet qualis unius eſt linea B,A, talium trium eſſe lineam ,AΛ, et quinque lineam Λ,Δ, et ſeptem lineam ,ΔΔ. Quoniam enim æqualis eſt AH ipſi HB, et ipſi BΔ parallela EΘ; ideo etiam AΘ ipſi ΘΔ eſt æqualis. Quare dupla ipſius ΔΘ, atque ideo etiam ipſius EΛ eſt AΔ. Quod igitur quadratum ab AΔ deſcribitur, id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur ab EΛ. Ut autem quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab EΛ, ita demonſtratum eſt ſe habere BΔ ad BΛ. Quadrupla eſt igitur etiam BΔ ipſius BΛ; ideoque tripla ΔΛ ipſius ΛB. Itaque qualis unius eſt ΛB, talium trium eſt ΛΔ. Eademque ratione qualium quatuor eſt ΛB, talium duodecim eſt ΛΔ. Et quoniam æqualis eſt EN ipſi NB, et E,Z ipſi ,ZΛ, ideoque et ΘΦ ipſi Φ,Δ; dupla eſt EΛ ipſius Λ,Z; hoc eſt T,A. Quod igitur quadratum ab EΛ deſcribitur, id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur a T,A. Quadrupla eſt igitur etiam ΛB ipſius B,A; ideoque tripla Λ,A ipſius ,AB. Itaque qualium quatuor eſt ΛB, talis unius eſt B,A; et talium trium ,AΛ, et duodecim ΛΔ. Rurſus quoniam æqualis eſt AM ipſi ME, et AP ipſi PH, et AΣ



τῶν, καὶ ἐφαρμόζεται ἀλλήλαις, ὡς ἐν τῷ ϛ΄ τῶν κωνικῶν δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἡ EHΘ ϖαράλληλός ἐϛι τῇ BΔ, ἐϛὶν ὡς ἡ BH ϖρὸς HA, ἡ ΔΘ ϖρὸς ΘA. Ἴϭη δὲ ἡ HB τῇ AH. Δίχα γὰρ αὐτῶν τέμνει ἡ EH διάμετρος ϖαράλληλον ἔϭαν τῇ ἐφαπϖομένῃ. Ἴϭη ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΘA. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔK τῇ KΓ ἴϭη ἐϛί. Ἴϭη δὲ ὅλη ἡ AΔ τῇ ΔΓ· ἴϭη ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΔK· καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ EΛ τῇ ΛZ. Ὥϛε ἀληθῶς λέγει, ὅτι ἡ τὰϛ κορυφὰϛ τῶν τμημάτων ἐϖιζευγνύϭα ϖαράλληλος ἔϭαι τῇ βάϭει τοῦ τμήματος, καὶ δίχα διαιρεθήϭεται ὑϖὸ τῆϛ τοῦ τμήματος διαμέτρου. Ἐϖεζεύχθωϭαν δὲ καὶ AE, EB, BZ, ZΓ· καὶ δίχα τετμήϕθωϭαν κατὰ τὰ M, N, Ξ, O ϭημεῖα· καὶ ἤχθωϭαν διὰ τῶν M, N, Ξ, O ϖαρὰ τὴν BΔ, αἱ ΠMPΣ, TNΥΦ, XΞΨΩ, ϛOϟΛ· καὶ ἐϖεζεύχθωϭαν αἱ AΠ, ΠE, ET, TB, BX, XZ, Zϛ, ϛΓ· καὶ αἱ T,AX, καὶ Π,Δϛ. Φανερὸν δή, ἐκ τῶν ϖροδεδειγμένων, ὅτι ἡ TX καὶ ἡ EZ καὶ ἡ Πϛ ϖαράλληλοι εἰϭὶ τῇ AΓ· καὶ ὅϖι ἴϭη ἡ T,A τῇ ,AX, καὶ ἡ EΛ τῇ ΛZ, καὶ ἡ Π,Δ τῇ ,Δϛ. Λέγω δὴ ὅϖι τέμνουϭι τὴν BΔ εἰϛ τὰϛ ἐξῆϛ ϖερισϖὰϛ ἀριθμάϛ· τουτέϭτιν οἵα ἐϛὶν ἑνὸς ἡ B,A, τοιούτων τριῶν ἡ ,AΛ, καὶ ἡ Λ,Δ ϖέντε, καὶ ἡ ,ΔΔ ἑπτά. Ἐπεὶ γὰρ ἴϭη ἐϛὶν ἡ AH τῇ HB, καὶ ϖαράλληλος ἡ EΘ τῇ BΔ· ἴϭη ἄρα καὶ ἡ AΘ τῇ ΘΔ. [P]Ἡ AΔ ἄρα τῆϛ ΔΘ διϖλῆ ἐϛιν· ὥϛε καὶ τῆϛ EΛ. Τὸ δὲ ἀϖὸ τῆϛ AΔ ἄρα τετρα-

dratum ab AΔ deſcribitur, id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur ab EΛ. Ut autem quadratum, quod ab AΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab EΛ, ita demonſtratum eſt ſe habere BΔ ad BΛ. Quadrupla eſt igitur etiam BΔ ipſius BΛ; ideoque tripla ΔΛ ipſius ΛB. Itaque qualis unius eſt ΛB, talium trium eſt ΛΔ. Eademque ratione qualium quatuor eſt ΛB, talium duodecim eſt ΛΔ. Et quoniam æqualis eſt EN ipſi NB, et E,Z ipſi ,ZΛ, ideoque et ΘΦ ipſi Φ,Δ; dupla eſt EΛ ipſius Λ,Z; hoc eſt T,A. Quod igitur quadratum ab EΛ deſcribitur, id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur a T,A. Quadrupla eſt igitur etiam ΛB ipſius B,A; ideoque tripla Λ,A ipſius ,AB. Itaque qualium quatuor eſt ΛB, talis unius eſt B,A; et talium trium ,AΛ, et duodecim ΛΔ. Rurſus quoniam æqualis eſt AM ipſi ME, et AP ipſi PH, et AΣ

πλάϭιον τοῦ ἀϖὸ τῆϛ EΛ. Ὥϛε δὲ τὸ [q] ἀϖὸ AΔ ϖρὸϛ τὸ ἀϖὸ EΛ, οὕτως δέδεικται ἡ BΔ ϖρὸϛ BΛ. Τετραϖλαϭία ἄρα ἐϛὶ καὶ ἡ ΔB τῆϛ BΛ· τριϖλῆ ἄρα ἡ ΔΛ τῆϛ ΛB. Οἵα ἄρα ἐϛὶν ἑνὸϛ ἡ ΛB, τοιούτων τριῶν ἐϛιν ἡ ΛΔ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἵων ἄρα ἡ ΛB τεϖτάρων, ἡ ΛΔ δώδεκα. Καὶ ἐπεὶ ἴϭη ἡ EN τῇ NB, καὶ ἡ E,Z τῇ ,ZΛ, καὶ ἡ ΘΦ τῇ Φ,Δ· διϖλαϭία ἐϛὶν ἡ EΛ τῆϛ Λ,Z, τουτέϭτι τῆϛ T,A. [r]Τετραϖλάϭιον ἄρα τὸ ἀϖὸ EΛ τοῦ ἀϖὸ T,A. Τετραϖλαϭία ἄρα καὶ ἡ ΛB τῆϛ B,A· ὥϛε τριϖλαϭία ἡ Λ,A τῆϛ ,AB. Οἵων ἄρα ἐϛὶν ἡ ΛB τεϖτάρων, τοιούτων ἡ μὲν B,A ἑνὸϛ, ἡ δὲ ,AΛ τριῶν, ἡ δὲ ΛΔ δώδεκα. Πάλιν ἐπεὶ ἴϭη ἐϛὶν ἡ AM τῇ ME, καὶ ἡ AP τῇ PH, καὶ ἡ AΣ τῇ ΣΘ· ἴϭαι εἰϭὶ

[p] καὶ ἡ Θ Δ-

[q] ἀϖὸ AΔ, οὕτως.

[r] διϖλάϭιον.

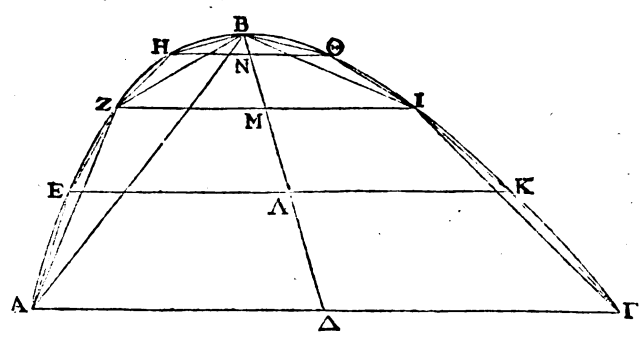
Digitized by Google

ᾗ αἱ ΑΣ, ΣΘ, ΘΦ, ΦΔ. Οἵων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τετράρων, τοιέτων ἡ ΣΔ τριῶν, τετέστιν ἡ Π,Δ. Οἵων ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ δεκαὲξ, τοιέτων τὸ ἀπὸ Π,Δ ἐννέα· καὶ οἵων ἄρα ἡ ΔΒ δεκαὲξ, ἡ Β,Δ ἐννέα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ,ΔΔ ἑπτά. Ἐπεὶ ἓν δέδεικται οἵων ἡ ΒΔ δεκαὲξ, τοιέτων ἡ μὲν Β,Α ἑνός, ἡ δὲ ,ΑΛ τριῶν, ἡ δὲ ,ΔΔ ἑπτά· ᾗ λοιπὴ [a] ἡ Λ,Δ ἐστὶ πέντε. Τέμνεται ἄρα ἡ ΒΔ ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τὰς τῶν ἐξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λεγομένου τοῦ πρὸς τῇ κορυφῇ [b] τοῦ τμήματος. Δῆλον δὲ ἔστιν ἐκ τῆς καταγραφῆς, ὅτι αἱ καταγόμεναι ὑπὸ τῶν διαμέτρων εἰς τὰς ἀπὸ μονάδος [c] ἐξῆς ἀριθμὰς τέμνονται. Οἵα γάρ ἐστιν ἑνὸς ἡ Τ,Λ, τοιέτων ἐστὶ δύο ἡ ΕΛ, τριῶν δὲ ἡ Π,Δ, τεττάρων δὲ ἡ ΑΔ. Παραλληλοι γὰρ οὖσαι πᾶσαι εἰς ἴσα τέμνουσιν ἀλλήλας. Ὠνομάσθη δὲ ὑπ' Ἀρχιμήδους [d] τὸ ΑΠΕΤΒΧΖςΓ σχῆμα γνωρίμως ἐγγραφόμενον.

ipſi ΣΘ; æquales invicem ſunt ipſæ quoque ΑΣ, ΣΘ, ΘΦ, ΦΔ. Itaque qualium quatuor eſt ΑΔ, talium trium eſt ΣΔ; hoc eſt Π,Δ. Qualium igitur ſexdecim eſt quadratum, quod ab ΑΔ deſcribitur, talium novem eſt quadratum, quod deſcribitur a Π,Δ: et propterea qualium ſexdecim eſt ΒΔ, talium novem eſt Β,Δ, et ſeptem, quæ relinquitur Δ,Δ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, qualium ſexdecim eſt ΒΔ, talis unius eſſe Β,Α; et talium trium ,ΑΛ, et ſeptem ,ΔΔ; ideo talium quinque eſt, quæ relinquitur, Λ,Δ. Quo circa ΒΔ ſecatur a parallelis pro ratione numerorum deinceps imparium, uno ad ſegmenti verticem computato. Conſtat etiam ex figura, rectas, quæ ad ſectionem ducuntur, ſecari a diametris in numeros ab unitate deinceps impares. Nam qualis unius eſt Τ,Α, talium duo eſt ΕΛ, et trium Π,Δ, et quatuor ΑΔ. Cum enim diametri omnes parallelæ ſint ſeſe in æquas partes invicem ſecant. Porro figura ΑΠΕΤΒΧΖςΓ perſpicue inſcripta ab Archimede vocatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἱ κα δύο τμαμάτων ὁμοίων, περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς, εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως, ἔχωντι ᾗ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει [e] ἀλλάλαις· τῶν εὐθυγράμμων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τ' τμαμάτων.



Ἔστω δύο τμάματα τὰ ΑΒΓ, ΞΟΠ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνωρίμως κατὰ πᾶσας πλευρὰς τὸν ἀριθμὸν ἔχονταν ἀλλάλοις ἴσον. Διάμετροι ᾗ ἔστωσαν τῶν τμαμάτων αἱ ΒΔ, ΟΡ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [f] αἱ ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ, καὶ ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. Ἐπεὶ ἓν ἄ τι ΒΔ διαιρῆται ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τὰς τῶν ἐξῆς ἀριθμῶν [g] περισσὰς λόγους· [h] καὶ ΡΟ, ὁμοίως· καὶ τῷ πλήθει τὰ τμάματα αὐτῶν ἴσα ἐντί· δῆλον ὡς τό τε τμάματα τῶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐστεῖται· καὶ αἱ παράλληλοι τὰς αὐτὰς λόγους [i] ἐξοῦνται. Καὶ τῶν τραπεζίων, τοῦ τε ΑΕΚΓ, καὶ τὸ ΞΣΤΠ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐστεῖται ἐπὶ τῶν ΛΔ, ΩΡ εὐθειῶν ὁμοίως κείμενα· [k] ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ ΑΓ, ΕΚ ταῖς ΞΠ, ΣΤ. Πάλιν δὴ καὶ τῶν ΕΖΙΚ, ΣΥΦΤ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐστοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΛΜ, Ως. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐστοῦνται [l] ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ς υ. Ἔστι δὴ καὶ τῶν ΗΒΘ, ΧΟΨ τριγώνων [m] τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν ΒΝ,

Sint duo ſegmenta ΑΒΓ, ΞΟΠ: inſcribanturque iiſdem perſpicue rectilinea, in quibus omnium laterum numerus æqualis invicem ſit. Segmentorum diametri ſint ΒΔ, ΟΡ: junganturque ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ; itemque ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. Quoniam igitur cum ΒΔ, tum etiam ΡΟ dividuntur ſimiliter a parallelis ſecundum rationes numerorum deinceps imparium, earumque ſegmenta æqualia multitudine ſunt; conſtat fore, ut eaſdem rationes cum ſegmenta diametrorum, tum parallelæ ipſæ inter ſe invicem habeant. Ac trapeziorum ΑΕΚΓ, et ΞΣΤΠ centra gravitatum ſimiliter poſita erunt in rectis ΛΔ, ΩΡ; quoniam eamdem habent rationem ΑΓ, et ΕΚ, quam ΞΠ, et ΣΤ. Rurſus autem trapeziorum ΕΖΙΚ, ΣΥΦΤ centra gravitatum ſimiliter divident rectas ΛΜ, Ως: trapeziorumque ΖΘ, ΥΨ centra gravitatum dividunt ſimiliter rectas ΜΝ, ς υ. Quin etiam triangulorum ΗΒΘ, ΧΟΨ centra gravitatum ſimiliter poſita erunt in rectis ΒΝ, Ο υ. Habent

[a] ἡ ΛΔ. [b] τῷ πράγματος. [c] ἐξησκημένας ἀριθμὰς. [d] τὸ ἀπὸ ΓΒΑ, Ζς Γ. [e] ἀλλήλαις. [f] ἴσι, ΖΓ, ΗΘ.
[g] περισσῶν. [h] καὶ ΠΡΟ καὶ τῷ. [i] ἐξοῦντι. [k] καὶ τὸν αὐτὸν. [l] ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ΣΤ.
[m] τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐποῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ ς Τ —— δὴ καὶ τῶν ΗΒΘΧΟΨ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν ΒΝΟ υ.

Digitized by Google

autem eamdem rationem trapezia, et triangula. Conſtat igitur totius rectilinei, quod ſegmento ABΓ inſcriptum eſt, centrum gravitatis diametrum BΔ ſimiliter ſecare, atque ejus, quod inſcriptum eſt ſegmento ΞOΠ, centrum gravitatis diametrum OP ſecat. Quod oportebat demonſtratare.

ο ἡ ὁμοίως κείμενα. Ἔχοντι δὲ αὐτὸν λόγον τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. Δῆλον ἂν ὅτι τοῦ ὅλου ὀθυγράμμου τὸ ἐν τῷ ΑΒΓ τμάματι γεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ὁμοίως διαιρεῖ τὰν ΒΔ· καὶ τοῦ ἐν τῷ ΞΟΠ τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰν ΟΡ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Apollonius in ſexto conicorum libro ſimilia ſectionum coni ſegmenta ea eſſe dixit, quarum in utraque ſi æquales multitudine rectæ ducantur baſi parallelæ; tum hæ parallelæ atque baſes ad rectas, quæ a diametris ad vertices abſcinduntur, tum quæ abſcinduntur inter ſe invicem eandem rationem habuerint. Parabolas autem omnes ſimiles ſibi invicem eſſe. Quæ porro ſit figura perſpicue inſcripta, dictum eſt in ſumpto lemmate. Quod autem dicitur, diametros ſimiliter ſecari, id eſt hujuſmodi, ut eorum ſegmenta eandem inter ſe invicem rationem habeant. Quæ reliqua ſunt in theoremate, ea omnia ex figura, quam ſupra attulimus, manifeſta ſunt.

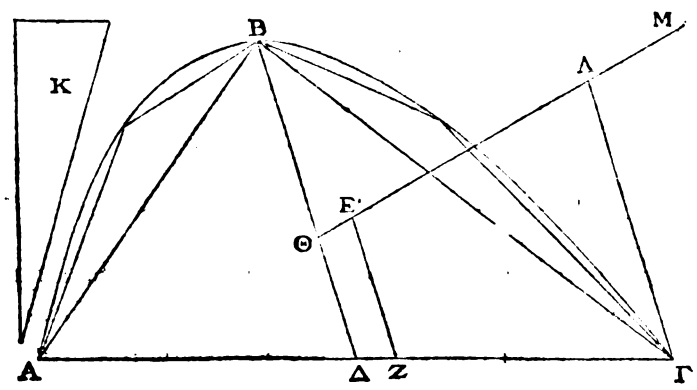
Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν τῆ κώνα τομῶν Ἀπολλώνιος ὡρίσατο ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ τῶν κωνικῶν, ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάτῳ παραλλήλων τῆ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί· καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας. Καὶ ὅτι αἱ παραβολαὶ πᾶσαι ὅμοιαι εἰσί. Τὸ δὲ γνωρίμως ἐγγραφόμενον σχῆμα εἴρηται ἐν τῷ προλαβόντι λήμματι. Τὸ δὲ ὁμοίως διαιρεῖσθαι τὰς διαμέτρους ἐστίν, ἵνα τὰ τμήματα αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Τὰ λοιπὰ τῆ θεωρήματος σαφῆ ἐστιν ἐκ τῆ προειρημένου σχήματος.

PROP. IV. THEOR.

Cujuſlibet ſegmenti, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, centrum gravitatis eſt in ſegmenti diametro.

Sit ſegmentum, quale dictum eſt, ABΓ, cujus diameter BΔ. Oportet demonſtrare ſegmenti, quod diximus centrum gravitatis eſſe in BΔ.

Si enim minus, ſit punctum E: ducaturque per id punctum EZ ipſi BΔ parallela. Inſcribatur autem ſegmento triangulum ABΓ eamdem ac ſegmentum baſim habens, eamdemque altitudinem: et quæ rationem habet ΓZ ad ΔZ, hanc habeat triangulum ABΓ ad ſpatium K. Inſcribaturque ſegmento perſpicue etiam rectilineum, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta ſpatio K minora ſint. Itaque inſcripti rectilinei centrum gravitatis eſt in BΔ. Hoc ſit punctum Θ: jungaturque ΘE; eademque producta ducatur ΓΛ ipſi BΔ parallela. Conſtat utique majorem rationem habere rectilineum ſegmento inſcriptum ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, quam triangulum ABΓ ad ſpatium K. Ut autem triangulum ABΓ ad ſpatium K, ita ſe habet ΓZ ad ZΔ. Igitur majorem rationem habet rectilineum ſegmento inſcriptum ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, quam ΓZ ad ZΔ; hoc eſt AE ad EΘ. Itaque habeat ME ad EΘ eamdem rationem, quam inſcriptum rectilineum ad ſegmenta. Quoniam igitur totius quidem ſegmenti



ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ ὀθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς διαμέτρου τμάματος.

Ἔστω τμᾶμα, ὡς εἴρηται, τὸ ΑΒΓ, [f] οὗ διάμετρος ἔστω ἀ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι τοῦ εἰρημένου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τὰς ΒΔ.

Εἰ γὰ μή, ἔστω τὸ Ε· καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὰν ΒΔ ἀ ΕΖ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τμᾶμα τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἀ ΓΖ ποτὶ ΔΖ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ καὶ ὀθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ. Τοῦ δὴ ἐγγραφομένου ὀθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΒΔ. Ἔστω τὸ Θ· καὶ ἐπεζεύχθω ἀ ΘΕ, καὶ ἐκβεβλήθω· καὶ παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθω ἀ ΓΛ. Δῆλον δὲ ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον ὀθύγραμμον ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰ λειπόμενα τμάματα, ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ. Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, ὅτως ἀ ΓΖ ποτὶ ΖΔ. Καὶ τὸ [g] ἐγγεγραμμένον ὀθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἀ ΓΖ ποτὶ ΖΔ· τετρῆσιν ἀ ΛΕ ποτὶ ΕΘ. Ἐχέτω ἄν ἀ ΜΕ ποτὶ ΕΘ τὸν αὐτὸν λόγον [h] τοῦ ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὰ τμάματα. Ἐπεὶ ὦν τὸ μὲν Ε κέντρον τοῦ ὅλου

[f] ὅτω διάμετρος [g] ἐγγεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτί. [h] τὸν τοῦ ἐγγεγραμμένου ποτί.

Digitized by Google

τμάματος, ϗ δὲ ἐγγεγραμμένῃ ἐν αὐτῷ εὐθυγράμμῳ τὸ Θ, δῆλον [l] ὅτι λοιπὸν ϗ συγκειμένης μεγέθους ἐκ τ̃ περιλειπομένων τμαμάτων τὸ κέντρον τ̃ βάρεός ἐστιν ἐκβληθείσας τ̃ας ΘΕ· καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας, ἣ λόγον ἔχει ποτὶ τὰν ΘΕ, ὃν τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα. Ὥστε εἴη καὶ τ̃ συγκειμένης μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ σαμεῖον· [k] ὅπερ ἄτοπον. Τ̃ας γὰρ διὰ ϗ Μ εὐθείας παρὰ τὰν ΒΔ ἀγομένας, [l] ἐπὶ ταυτὰ ἐσοῦνται πάντα τὰ περιλειπόμενα τμάματα. Δῆλον ἄρ, ὅτι ἐπὶ [m] τ̃ας ΒΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τ̃ βάρεος.

centrum gravitatis eſt punctum Ε; rectilinei vero eidem inſcripti, punctum Θ; conſtat magnitudinis, quæ relinquitur, quæque ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur, centrum gravitatis eſſe in recta ΘΕ producta; abſciſſa quadam ejus parte, quæ ad ΘΕ eam rationem habeat, quæ inſcriptum rectilineum ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta. Quare magnitudinis, quæ ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur, centrum gravitatis fuerit punctum Μ: quod eſt abſurdum. Ducta enim per punctum Μ recta ipſi ΒΔ parallela, ſegmenta omnia, quæ relinquuntur, ad eamdem partem erunt. Conſtat igitur centrum gravitatis eſſe in ΒΔ.

EUTOCIUS.

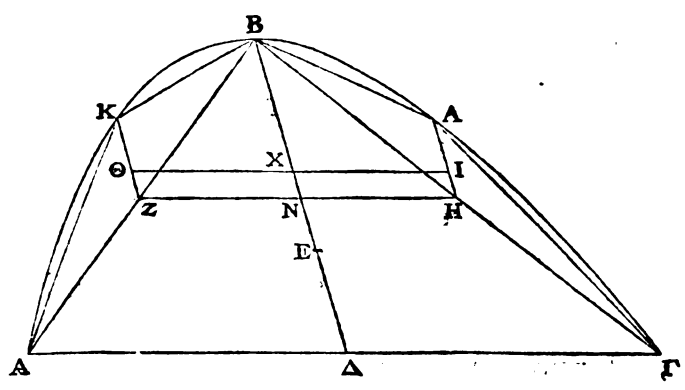
Ἐγγεγράφθω εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τ̃ Κ. Τοῦτο δὲ φανερόν ἐστιν ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν τῷ [n] δεκάτῳ τ̃ στοιχειώσιος, καὶ τῷ πρώτῳ [o] τῶν περὶ σφαίρας ϗ κυλίνδρου.

Inſcribaturque ſegmento perſpicue rectilineum, ita ut, quæ relinquuntur, ſegmenta ſpatio Κ minora ſint. Hoc autem manifeſtum eſt ex iis, quæ in decimo elementorum libro, et primo de ſphæra et cylindro dicta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Αἶκα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, εὐθύγραμμον ἐγγραφ̃ῆ γνωρίμως· [p] τὸ τ̃ ὅλου τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τ̃ας κορυφ̃ας τ̃ τμάματος, ἢ τὸ τ̃ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

Ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται· διάμετρος δὲ αὐτ̃, ἃ ΔΒ. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρ̃ῶτον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ· καὶ πετμάσθω ἃ ΒΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε εἶμεν διπλασίαν [q] τ̃αν ΒΕ τ̃ας ΕΔ. Ἔστιν ἄρ τ̃ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον ϗ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. Τετμάσθω δὴ δίχα ἑκατέρα τ̃αν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· καὶ διὰ τὰ Ζ, Η παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθωσαν αἱ ΖΚ, ΛΗ. Ἔσαι ἄρα τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος κέντρον τ̃ βάρεος ἐπὶ τ̃ας ΖΚ· τ̃ δὲ ΒΓΛ τμάματος τὸ κέντρον τ̃ βάρεος ἐπὶ τ̃ας ΗΛ. Ἔστω ϗ τὰ Θ, Ι· καὶ ἐπεζεύχθω [r] ἃ ΘΙ. Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι [s] τὸ ΘΖΗΙ, καὶ ἴσα ἐστὶ τ̃ᾳ ΖΝ ἃ ΝΗ, ἐστὶν ἄρα [t] ἃ ΧΘ ἴσα τ̃ᾳ ΧΙ. Ὥστε τ̃ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένης μεγέθεος κέντρον τ̃ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τ̃ας ΘΙ· ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τμάματα· τετ̃ῆσι τὸ Χ σαμεῖον. Ἐπεὶ δὴ τ̃ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον ϗ βάρεός ἐστι [u] τὸ Ε σαμεῖον, τ̃ δὲ συγκειμένης ἐξ ἀμφοτέρων τῶν



PROP. V. THEOR.

Si ſegmento, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, rectilineum perſpicue inſcribatur; totius ſegmenti centrum gravitatis propius vertici eſt, quam centrum gravitatis inſcripti rectilinei.

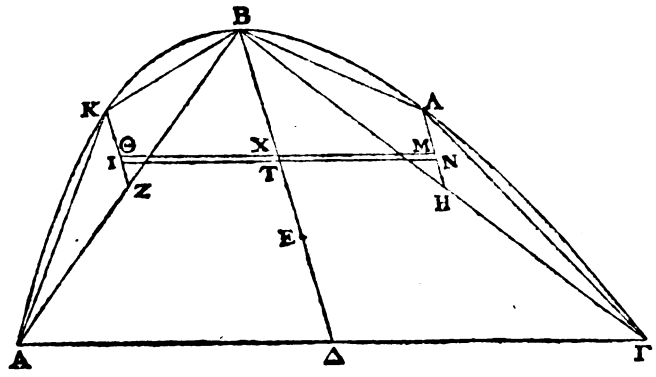
Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt; cujus diameter ΒΔ. Inſcribatur autem primo eidem perſpicue triangulum ΑΒΓ: ſectaturque ΒΔ in puncto Ε, ita ut ΒΕ dupla ſit ipſius ΕΔ. Trianguli igitur ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum Ε. Itaque ſecetur in duas æquas partes utraque ΑΒ, ΒΓ in punctis Ζ, Η: ducanturque per Ζ, Η, ΖΚ, ΛΗ ipſi ΒΔ parallelæ. Igitur ſegmenti quidem ΑΚΒ centrum gravitatis eſt in ΖΚ; ſegmenti vero ΒΓΛ, in ΗΛ. Hæc autem ſint puncta Θ, Ι: jungaturque ΘΙ. Et quoniam parallelogrammum eſt ΘΖΗΙ, æqualiſque ΖΝ ipſi ΝΗ, ideo æqualis eſt ΧΘ ipſi ΧΙ. Quare magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis eſt in media ΘΙ; quoniam ſegmenta æqualia ſunt; nimirum eſt punctum Χ. Quoniam autem trianguli quidem ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum Ε, magnitudinis vero, quæ ex utriſque ſegmentis

[l] ὅτι λοιπὸν. [k] ὅπερ ἀδύνατον. [l] ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἰσοῦνται. [m] τὰς ΒΓ. [n] δευτέρῳ. [o] τῶ περὶ σφαίρας. [p] In MS. deeſt τὸ. [q] ἃ ΒΕ. [r] ἃ ΘΙ· καὶ. [s] τὸ ΘΖΗ, καὶ. [t] καὶ ἃ ΧΘ. [u] τὸ σαμεῖον.

Digitized by Google

AKB, BΛΓ componitur, punctum X; conſtat totius ſegmenti ABΓ centrum gravitatis eſſe in XE; hoc eſt inter puncta X, et E. Quare propius fuerit vertici centrum gravitatis totius ſegmenti, quam trianguli perſpicue inſcripti.

Inſcribatur rurſus ſegmento perſpicue pentagonum rectilineum AKBΛΓ. Ac ſit totius quidem ſegmenti diameter BΔ; utriuſque vero ſegmenti utraque diameter KZ, ΛH. Et quoniam ſegmento AKB triangulum perſpicue inſcriptum eſt; totius ſegmenti centrum gravitatis propius vertici eſt, quam centrum gravitatis trianguli. Sit igitur ſegmenti quidem AKB centrum gravitatis punctum Θ, trianguli vero punctum I. Et rurſus ſegmenti quidem BΛΓ centrum gravitatis punctum M, trianguli vero punctum N: junganturque puncta Θ, M, itemque I, N. Æqualis eſt igitur ΘX ipſi XM, et IT ipſi TN. Sed triangulo quidem AKB æquale eſt triangulum BΛΓ; ſegmento vero AKB ſegmentum BΛΓ. Demonſtratum eſt enim in aliis libris, ſegmenta triangulorum eſſe ſeſquitertia. Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utriſque ſegmentis AKB, BΛΓ componitur, centrum gravitatis erit punctum X; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis AKB, BΛΓ, punctum T. Rurſus igitur quoniam trianguli ABΓ centrum gravitatis eſt punctum E; et magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis AKB, BΛΓ componitur, punctum X; conſtat totius quidem ſegmenti ABΓ centrum gravitatis eſſe in recta XE, ita ſecta, ut quam habet rationem triangulum ABΓ ad utraque ſegmenta AKB, BΛΓ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus eſt punctum X ad partem minorem. Pentagoni vero AKBΛΓ centrum gravitatis eſſe in recta ET, ita ſecta, ut quam habet rationem triangulum ABΓ ad triangula AKB, BΛΓ, hanc habeat ejus pars, cujus terminus eſt punctum T, ad partem reliquam. Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum ABΓ ad triangula KAB, ΛBΓ, quam ad ſegmenta; conſtat propius eſſe vertici B centrum gravitatis ſegmenti ABΓ, quam inſcripti rectilinei. Porro in omnibus rectilineis, quæ ſegmentis perſpicue inſcripta ſunt, eadem argumentatio locum habet.



ΑΚΒ, ΒΛΓ τὸ Χ· δῆλον ἔν ὅτι ὅλου τμάματος τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΧΕ, τουτέστι μεταξὺ τῶν Χ, Ε σαμείων. Ὡς δὲ ἡ ΚΑ ἐγγύτερον τᾶς τοῦ τμάματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος, ἢ τοῦ ἐγγραφομένου τριγώνου γνωρίμως.

Ἐγγεράφθω πάλιν εἰς τὸ τμᾶμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμάματος διάμετρος ἡ ΒΔ· ἑκατέρου δὲ τῶν τμαμάτων, ἑκατέρα τᾶν ΚΖ, ΛΗ διαμέτρων. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ ΑΚΒ τμάματι ἐγγέγραπται εὐθύγραμμον γνωρίμως, τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς, ἢ τὸ τοῦ εὐθυγράμμου. [w]Ἔστω ἔν τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ τριγώνου τὸ Ι. Πάλιν δὲ ἔστω τοῦ μὲν ΒΛΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ, [x]τοῦ δὲ τριγώνου τὸ Ν· καὶ ἐπεζεύχθω τὰ Θ, Μ, Ι, Ν. Ἴσα ἄρα ἐστὶν ἁ ΘΧ τᾷ ΧΜ, ἁ δὲ ΙΤ τᾷ ΤΝ. Ἀλλὰ καὶ τριγώνῳ τῷ ΑΚΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΛΓ· τμᾶμα δὲ τὸ ΑΚΒ τμάματι τῷ ΒΛΓ. Δέδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα ἐόντα τῶν τριγώνων. Ἔστω ἔν τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ. Πάλιν ἔν ἐπεὶ [y]τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων, τὸ Χ· δῆλον ὡς τοῦ ὅλου τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΧΕ τμαθείσας ἄτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τμάματα, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ τμᾶμα αὐτᾶς, τὸ πέρας ἔχον τὸ Χ, ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα. Τοῦ δὲ ΑΚΒΛΓ πενταγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΕΤ εὐθείας τμαθείσας ἄτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Τ ποτὶ τὸ λοιπόν. Ἐπεὶ ἔν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΚΑΒ, ΛΒΓ τρίγωνα, ἢ ποτὶ τὰ [z]τμάματα· δῆλον ἔν ὅτι τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς Β κορυφᾶς, ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου. Καὶ ἐπὶ πάντων εὐθυγράμμων, τῶν ἐγγραφομένων εἰς τὰ τμάματα γνωρίμως ὁ αὐτὸς λόγος.

EUTOCIUS.

Et quoniam parallelogrammum eſt ΘZHI. Quoniam enim KZ, ΛH æquales ſunt; quippe æqualium ſegmentorum diametri, æqualique ab axe BΔ intervallo

Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΘΖΗΙ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΖ, ΛΗ· ἴσων γὰρ εἰσὶ τμημάτων διάμετροι, καὶ ἴσον ἀπέχουσι τοῦ ΒΔ ἄξονος, καὶ ὁμοίως διήκουσι τοῦ

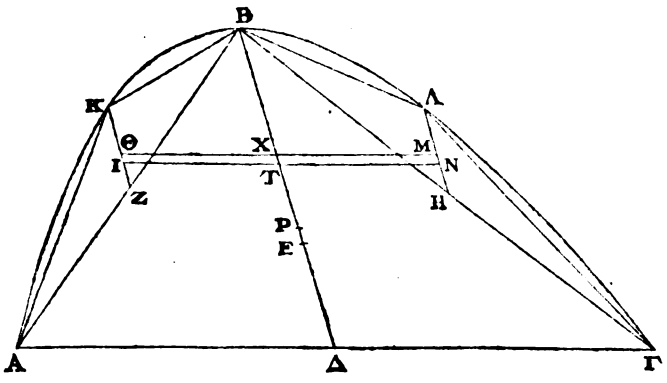
[w] ἔστω ἔν τοῦ μὲν τμάματος. [x] τοῦ δὲ τριγώνου &c. hæc et ſequentia uſque ad Ἔσται ἔν τοῦ μὲν, in MS. deſunt. [y] τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον. [z] τὰ ex MS.

τῶν Θ, Ι κέντρων· ἔστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΖ, ἡ ΛΙ πρὸς ΙΚ· καὶ ἐναλλάξ. Καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ΘΖ τῇ ΙΗ, ἔστι δὲ καὶ παράλληλος. Παράλληλοι γὰρ εἰσὶ πᾶσαι αἱ διάμετροι τῆς παραβολῆς, παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΖΗΙ.

distant; et a centris Θ, Ι similiter dividuntur, ideo ut ΚΘ ad ΘΖ, ita se habet ΛΙ ad ΙΗ; itemque permutando. Propterea ΘΖ ipsi ΙΗ est æqualis. Est autem etiam parallela; quandoquidem omnes parabolæ diametri parallelæ invicem sunt. Igitur ΘΖΗΙ est parallelogrammum.

Ἔσται δὲ τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [a]ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων συγκειμένου μεγέθους κέντρον βάρους τὸ Χ· τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν [b]ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ. Δέδεικται μὲν γὰρ ἐν τῷ προλαβόντι, ὅτι ἡ ΘΜ διῃρημένη τὰ κέντρα τῶν τμημάτων, διχοτομεῖται ὑπὸ τῆς ΒΔ κατὰ τὸ Χ, παράλληλος οὖσα τῇ ΖΗ, καὶ ἡ [c]ΙΝ διχοτομεῖται κατὰ τὸ Τ. Ὥστε κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ Χ τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων· καὶ τὸ Τ τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων.

Igitur magnitudinis quidem, quæ ex utrisque segmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis erit punctum Χ; magnitudinis vero, quæ componitur ex triangulis ΑΚΒ, ΒΛΓ, punctum Τ. Illud enim supra demonstratum est, rectam ΘΜ, quæ segmentorum centra jungit, cum parallela sit ipsi ΖΗ, et rectam item ΙΝ, alteram quidem in puncto Χ, alteram vero in puncto Τ, a ΒΔ in duas æquas partes secari. Quare magnitudinis, quæ ex segmentis ΑΚΒ, ΒΛΓ componitur, centrum gravitatis est punctum Χ: et magnitudinis, quæ componitur ex triangulis ΑΚΒ, ΒΛΓ, punctum Τ.



Ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΒΑΓ τρίγωνον πρὸς τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα, ἢ πρὸς τὰ τμήματα, καὶ τὰ ἐξῆς· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ε, τῶν δὲ ΑΒΚ, ΒΛΓ τριγώνων [d]κέντρον τὸ Τ· φανερὸν ὅτι τοῦ ΑΚΒΛΓ εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ ΤΕ τμηθείσης κατὰ τὸ Ρ κατὰ τὸν ἀνπεπονθότα λόγον τοῦ ὃν ἔχει τὸ ΑΒΓ πρὸς τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὰ ΚΑΒ, ΒΛΓ τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὰ τμήματα· μείζονα γάρ ἐστι τὰ τμήματα τῶν τριγώνων· δῆλον ὅτι ἐὰν τέμωμεν πῃ ΕΤ ἐν τῷ λόγῳ τῷ ὃν ἔχει τὸ τρίγωνον πρὸς τὰ τμήματα, ἀνάπαλιν τῷ Ρ πεσεῖται τὸ σημεῖον, ὃ ἔσται κέντρον τοῦ παντὸς τμήματος, διὰ τὴν ἀνπεπόνθησιν.

Quoniam igitur majorem rationem habet triangulum ΑΒΓ ad triangula ΑΚΒ, ΒΛΓ, quam ad segmenta, et cætera; quoniam enim demonstratum est, trianguli quidem ΑΒΓ centrum gravitatis esse punctum Ε, triangulorum vero ΑΒΚ, ΒΛΓ, punctum Τ; constat utique centrum gravitatis rectilinei ΑΚΒΛΓ esse in ΤΕ secta in puncto Ρ pro ratione ejus reciproca, quam invicem habent triangulum ΑΒΓ, et triangula ΑΚΒ, ΒΛΓ. Et quoniam triangulum ΑΒΓ majorem rationem habet ad triangula ΚΑΒ, ΒΛΓ, quam ad segmenta; majora enim sunt segmenta quam triangula; constat fore, si ΕΤ pro ratione secetur, quam habet triangulum ad segmenta, ut punctum illud, quod totius segmenti centrum gravitatis est, supra punctum Ρ propter reciprocationem cadat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ'.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, δυνατὸν [e]ἐστὶ τὸ τμῆμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὴν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρους τοῦ τμήματος, καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου, ἐλάσσονα εἶναι πάσας [f]τὰς προτεθείσας εὐθείας.

PROP. VI. THEOR.

Dato segmento, quod sub recta linea, et rectanguli coni sectione continetur, fieri potest, ut eidem rectilineum perspicue inscribatur; ita ut quæ recta inter centra gravitatis segmenti, inscriptique rectilinei interjicitur, minor sit recta qualibet proposita.

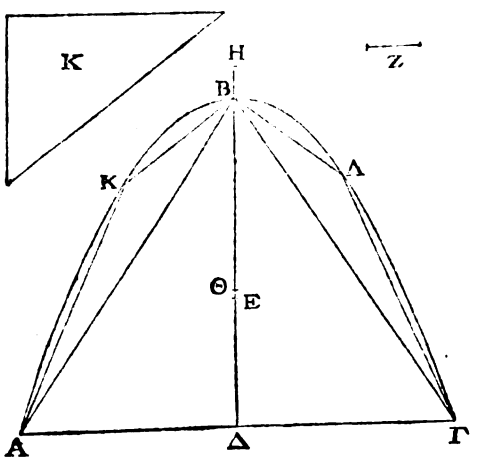
Δεδόσθω τμῆμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἴρηται, [g]οὗ κέντρον ἔστω τοῦ βάρους τὸ Θ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ. Καὶ ἔστω ἃ προτεθεῖσα εὐθεῖα [h]ἡ Ζ· καὶ ὃν λόγον ἔχει ἡ ΒΘ [i]πρὸς Ζ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ χωρίον. Ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ· ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Κ· καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ε. [k]Φαμὶ δὴ τὴν ΘΕ ἐλάσσονα εἶναι τῆς Ζ,

Detur segmentum ΑΒΓ, quale dictum est, cujus centrum gravitatis sit punctum Θ: eidemque inscribatur perspicue triangulum ΑΒΓ. Ac sit proposita recta Ζ: quamque rationem habet ΒΘ ad Ζ, hanc habeat triangulum ΑΒΓ ad spatium Κ. Inscribatur autem segmento ΑΒΓ perspicue rectilineum ΑΚΒΛΓ; ita ut, quæ relinquuntur, segmenta minora sint spatio Κ: inscriptique rectilinei centrum gravitatis sit punctum Ε. Dico utique rectam ΘΕ minorem esse quam Ζ.

[a] τῶν ΑΚΒ, ΒΓΔ. [b] ΑΚΒ, ΒΛΔ. [c] ΗΘ. [d] κέντρον τὸ Γ. [e] ἔστι. [f] τὰς ex MS.
[g] ὅτις. [h] ἀ ΑΖ. [i] ποτὶ ΕΖ. [k] φαμὶ sic MS.

Digitized by Google

Si enim minor non eſt, aut æqualis eſt, aut major. Quoniam vero rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta majorem rationem habet, quam triangulum ABΓ ad ſpatium K, hoc eſt ΘB ad Z: habet autem ΘB ad Z non minorem rationem, quam ad ΘE; eo quod minor non eſt ΘE quam Z: ideo multo magis rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta majorem rationem habet, quam BΘ ad ΘE. Quare ſi faciamus, ut rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, ita alia quædam recta ad ΘE; major erit quam BΘ. Hæc autem ſit ΘH. Et quoniam ſegmenti ABΓ centrum gravitatis eſt punctum Θ, et rectilinei AKBΛΓ punctum E; producta recta EΘ, abſciſſaque quadam ejus parte, quæ ad ΘE eam rationem habeat, quam rectilineum AKBΛΓ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, hæc major erit quam ΘB. Habeat igitur HΘ ad ΘE rationem hujuſmodi. Igitur punctum H centrum gravitatis eſt magnitudinis, quæ ex iis, quæ relinquuntur, ſegmentis componitur. Quod fieri non poteſt. Ducta enim recta ipſi AΓ parallela, ſegmenta hæc ad eamdem ſegmenti partem erunt. Conſtat utique rectam ΘE minorem eſſe quam Z. Quod oportebat demonſtrare.



Εἰ γὰρ μή, ἢ τοι ἴσα ἐστὶν, ἢ μείζων. Ἐπεὶ δὲ τὸ AKBΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ABΓ τρίγωνον ποτὶ K, τετάσθω ἁ ΘB ποτὶ Z· ἔχει δὲ καὶ ἁ BΘ ποτὶ Z ἐκ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν ἔχει ποτὶ ΘE· διὰ τὸ μὴ ἐλάσσονα εἶμεν τὰν ΘE τᾶς Z· πολλῷ ἄρα τὸ AKBΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, [l] ἢ ἁ BΘ ποτὶ ΘE. Ὥστε ἐὰν ποιῶμεν, ὡς τὸ AKBΛΓ εὐθύγραμμον [m] ποτὶ περιλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἄλλαν τινὰ ποτὶ ΘE, ἔσαν μείζων τᾶς BΘ. Καὶ ἔστω ἁ ΘH. Ἐπειδὴ δὲ ABΓ τμάματος τὸ κέντρον τᾶ βάρεός τό ἐστι Θ, εὐθυγράμμω δὲ τᾷ AKBΛΓ τὸ E, ἐκβληθείσας τᾶς EΘ, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον ποτὶ τὰν EΘ, ὃν τὸ AKBΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα, ἔσαν μείζων τᾶς ΘB. Ἐχέτω ἦν ἁ HΘ ποτὶ ΘE. Τὸ H ἄρα κέντρον τᾶ βάρεος τᾶ συγκειμένα ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων. Ὅπερ ἀδύνατον. Τᾶς γὰρ διὰ τᾶ H ἀχθείσα, παρὰ τὰν AΓ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται τῷ τμάματι· * δῆλον ὅτι ἁ ΘE ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς Z. Ὅπερ δὲ τοῦτο δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Centrum ſegmenti omnino unum eſt; propiuſque ſegmenti vertici, quam inſcriptorum rectilineorum centra. Sit enim trianguli ABΓ centrum gravitatis, ſi quidem contingerit, punctum E; BΔ ita ſecta, ut dupla ipſius EΔ ſit EB. Manifeſtum eſt omnia inſcriptorum rectilineorum centra caſura inter puncta Θ, E. Quo autem plura latera habuerit figura perſpicue inſcripta, eo magis ipſius centrum ad Θ punctum accedit. Itaque manifeſtum eſt, fieri quidem non poſſe, ut quæ inter centra ſegmenti, et figuræ perſpicue inſcriptæ recta interjicitur, major ſit quam EΘ. At vero poſſe fieri, ut ſit minor non modo quam ΘE, ſed etiam quam propoſita alia quælibet.

Τὸ κέντρον τοῦ τμήματος πάντως ἔν ἐστι, καὶ ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμήματος, ὑπερ τὰ τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων. Τοῦ γὰρ ABΓ τριγώνα κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶ τὶ πύχα τοῦ E· τᾶς BΔ τμηθείσας ὥστε, ὥστε διπλασίαν εἶναι τὰν EB τᾶ EΔ. Φανερὸν ὅτι πάντα τὰ κέντρα τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων μεταξὺ πεσοῦνται τῶν Θ, E σημείων. Καὶ ὅσῳ κ' ἂν πολυπλευρώτερον ᾖ τὸ γνωρίμως ἐγγραφόμενον, τοσούτῳ μᾶλλον σωεγγίζει τῷ Θ. Φανερὸν, οὖν ὅτι πὼ μεταξὺ τῶν κέντρων τοῦ γνωρίμως ἐγγραφομένα εὐθυγράμμα, καὶ τοῦ τμήματος μείζονα μὲν εἶναι τᾶς EΘ ἀδύνατον. Ἐλάσσονα δὲ δυνατὸν οὐ μόνον τᾶς ΘE, ἀλλὰ καὶ πάσας τᾶς δοθείσας.

PROP. VII. THEOR.

Duorum ſegmentorum ſimilium, quæ ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continentur, centra gravitatum ſecundum eamdem rationem diametros ſecant.

Sint duo ſegmenta, qualia dicta ſunt, ABΓ, EZH; quorum diametri BΔ, ZΘ. Ac ſegmenti

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Δυὸ τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.

Ἔστω δύο τμάματα, οἷα εἴρηται, τὰ ABΓ, EZH· ὧν διάμετροι αἱ BΔ, ZΘ. Καὶ ἔστω τοῦ μὲν ABΓ

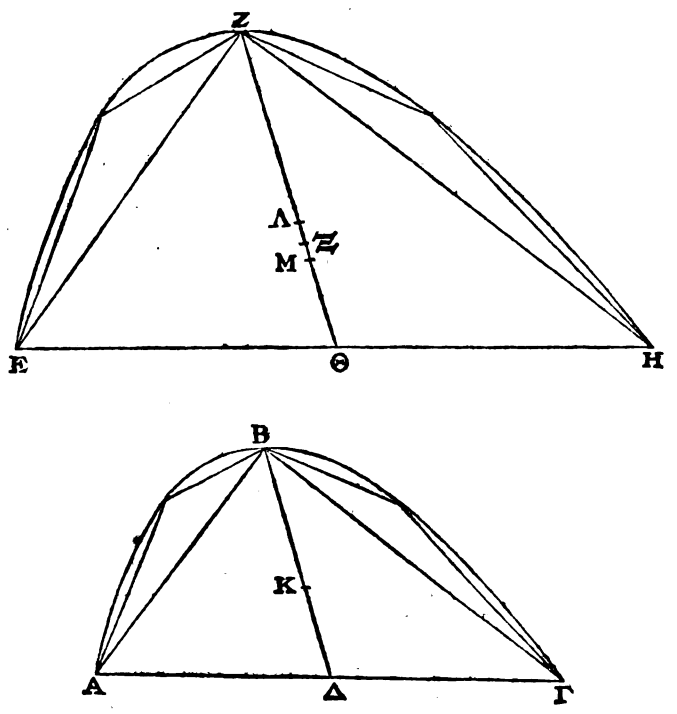
[l] ἢ BΘ. [m] ποτὶ τὰ περιλειπόμενα.

* Forte δῆλον οὖν ὅτι.

Digitized by Google

τμάματος κέντρον τῦ βάρεος τὸ Κ σαμεῖον, [n] τῦ δὲ ΕΖΗ τὸ Λ. Δεικτέον ὅτι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνωντι τὰς διαμέτρυς τὰ Κ, Λ.

quidem ΑΒΓ centrum gravitatis ſit punctum Κ; ſegmenti vero ΕΖΗ punctum Λ. Oportet demonſtrare, puncta Κ, Λ ſecundum eamdem rationem diametros ſecare.



Εἰ γὰρ μὴ, ἔσω ὡς ἡ ΚΒ ποτὶ ΚΔ, οὕτως ἡ ΖΜ πτὶ ΘΜ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΕΖΗ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως· ὥςε τὰν μεταξὺ τοῦ κέντρυ τῦ τμάματος, καὶ τῦ ἐγγραφομένυ εὐθυγράμμυ ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς ΛΜ· καὶ ἔσω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τῦ βάρεος τὸ Ξ σαμεῖον. Ἐγγεγράφθω ᾗ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ ὅμοιον εὐθύγραμμον, τετέσιν ὁμοίως γνωρίμως· [o] ὃ κέντρον τῦ βάρεος τᾶς κορυφᾶς ἐγγύτερον, ἤπερ τῦ τμάματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δῆλον ἂν ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἡ ΒΚ ποτὶ ΚΔ, ὃν ἡ ΖΛ ποτὶ ΛΘ.

Si enim minus, ut ΚΒ ad ΚΔ, ita ſe habeat ΖΜ ad ΘΜ: inſcribaturque ſegmento ΕΖΗ perſpicue rectilineum; ita ut quæ recta inter centra ſegmenti, inſcriptique rectilinei interjicitur, minor ſit quam ΛΜ; ſitque inſcripti rectilinei centrum gravitatis punctum Ξ. Inſcribatur autem ſegmento ΑΒΓ rectilineum ei, quod ſegmento ΕΖΗ inſcriptum eſt, ſimile; hoc eſt pariter perſpicue: cujus quidem rectilinei centrum gravitatis propius vertici erit, quam ſegmenti. Quod fieri non poteſt. Conſtat igitur eamdem rationem habere ΒΚ ad ΚΔ, quam ΖΛ ad ΛΘ.

EUTOCIUS.

Ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ τμήματι ὅμοιον εὐθύγραμμον, τετέσιν ὁμοίως γνωείμως. Ὁμοίως δὲ γνωείμως ἐγγράφεται, ὅταν αἱ τομαὶ τῆς ΑΒΓ παραβολῆς ἴσαι γίνωνται ταῖς τῆς ΕΖΗ· ὥςε τὰς πλευρὰς [p] τῦ ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένυ γνωείμως ἰσοπληθεῖς εἶμεν ταῖς ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένυ εὐθυγράμμυ. Ἐπεὶ γὰρ δὴ κορυφαὶ εἰσὶ τὰ [q] Β, Ζ σημεῖα τῶν ὁμοίων τμημάτων, ὅμοιά ἐςι τὰ ὕπως γνωείμως ἐγγραφόμενα.

Inſcribatur autem ſegmento ΑΒΓ rectilineum ei, quod ſegmento ΕΖΗ inſcriptum eſt, ſimile; hoc eſt pariter perſpicue. Pariter enim perſpicue inſcribitur, quando ſectiones parabolæ ΑΒΓ eædem fuerint atque ſectiones alterius ΕΖΗ; ita ut latera rectilinei ſegmento ΑΒΓ perſpicue inſcripti æqualia multitudine ſint lateribus rectilinei inſcripti ſegmento ΕΖΗ. Cum enim puncta Β, Ζ vertices ſint ſimilium ſegmentorum, quæ iis inſcribuntur rectilinea ſimilia invicem ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένυ ὑπὸ εὐθείας τε, καὶ ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾶς, κέντρον τῦ βάρεος διαιρεῖ τὰν τῦ τμάματος διάμετρον, ὥςε εἶμεν [r] ἀμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τῦ τμάματος, τῦ ποτὶ τὰν βάσιν.

PROP. VIII. THEOR.

Cujuſlibet ſegmenti, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, centrum gravitatis diametrum ſegmenti ita dividit, ut quæ altera ejus pars ad verticem eſt, ſeſquialtera ſit partis alterius, quæ eſt ad baſim.

Ἔςω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, [s] οἷον εἴρηται. Διάμετρος δ' αὐτῦ ἔςω ἡ ΒΔ· κέντρον δὲ τῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. Δεικτέον ὅτι ἀμιόλιά ἐςιν ἡ ΒΘ τᾶς ΘΔ.

Sit ſegmentum ΑΒΓ, quale dictum eſt. Ac hujus quidem diameter ſit ΒΔ; centrum vero gravitatis punctum Θ. Oportet demonſtrare ΒΘ ipſius ΘΔ eſſe ſeſquialteram.

Ἐγγεγράφθω [t] ἐς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα γνωρίμως τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, [u] ὃ κέντρον τῦ βαρεος ἔςω τὸ Ε. Καὶ τετμάσθω δίχα [w] ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, κατὰ

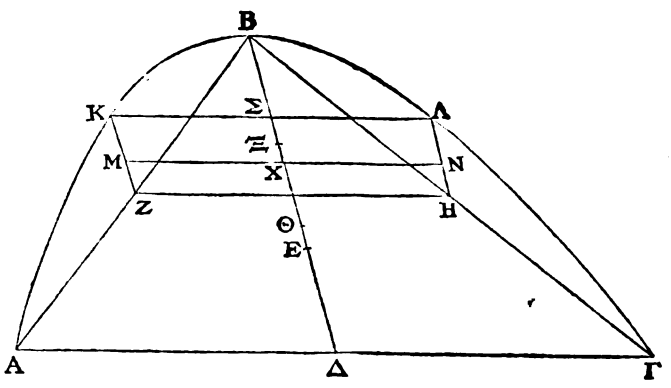
Inſcribatur ſegmento ΑΒΓ perſpicue triangulum ΑΒΓ, cujus centrum gravitatis ſit punctum Ε. Secetur autem in duas æquas partes utraque ΑΒ, ΒΓ in punctis Ζ, Η: ducanturque ΚΖ, ΗΛ

[n] τῦ δὲ ΕΖΗ τὸ [o] οὕτως [p] ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένυ εὐθυγράμμυ. Ἐπεὶ γὰρ [q] τὰ ΒΔΖ σημεῖα
[r] ἡμιόλιον [s] ὅμοιον [t] ἐς τὸ ΑΒΔ [u] ὅτω [w] ἑκατέρα τὰ ΒΑ, ΑΓ, καὶ ἄχθων αἱ ΚΖΗ. Διάμετροι

Digitized by Google

ipſi B Δ parallelæ; quæ quidem diametri ſunt ſegmentorum A K B, B Λ Γ.

Itaque ſegmenti quidem A K B centrum gravitatis ſit punctum M; ſegmenti vero B Λ Γ punctum N: junganturque Z H, M N, K Λ. Igitur magnitudinis, quæ ex utriſque ſegmentis componitur, centrum gravitatis eſt punctum X. Et quoniam ut B Θ ad Θ Δ, ita ſe habet K M ad M Z; etiam componendo, et permutando, ut B Δ ad K Z, ita ſe habet Θ Δ ad M Z. Quadrupla autem eſt B Δ ipſius K Z. Hoc enim in fine demonſtratur, ubi eſt punctum Θ. Quadrupla eſt igitur etiam Δ Θ ipſius M Z. Quare reliqua etiam B Θ reliquæ K M, hoc eſt Σ X, eſt quadrupla. Reliquarum igitur utraque ſimul B Σ, X Θ tripla eſt ipſius Σ X. Tripla jam fit B Σ ipſius Σ Ξ. Eſt igitur tripla etiam X Θ ipſius Ξ X. Et quoniam quadrupla eſt B Δ ipſius B Σ: hoc enim demonſtratur: B Σ autem tripla ipſius Σ Ξ; ideo Ξ B tertia pars eſt ipſius B Δ. Eſt autem pars tertia etiam E Δ ipſius Δ B; quoniam centrum gravitatis trianguli A B Γ eſt punctum E. Tertia igitur pars eſt etiam reliqua Ξ E ipſius B Δ. Et quoniam totius quidem ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum Θ; magnitudinis vero, quæ ex utriſque ſegmentis A K B, B Λ Γ componitur, punctum X; denique trianguli A B Γ, punctum E; ideo ut triangulum A B Γ ad ea, quæ relinquuntur, ſegmenta, ita ſe habet X Θ ad Θ E. Triplum eſt autem triangulum A B Γ ſegmentorum; quoniam totum ſegmentum trianguli A B Γ eſt ſeſquitertium. Tripla eſt igitur etiam X Θ ipſius Θ E. Demonſtrata autem eſt X Θ etiam ipſius X Ξ eſſe tripla. Quincupla igitur eſt Ξ E, hoc eſt Δ E, ipſius E Θ. Æquales enim ſunt. Quare ſexcupla eſt Δ Θ ipſius Θ E. Tripla eſt autem B Δ ipſius Δ E. Seſquialtera eſt igitur B Θ ipſius Θ Δ. Quod oportebat demonſtrare.



τὰ Z, H· καὶ ἄχθωσαν παρὰ τὰν B Δ αἱ K Z, H Λ· διάμετροι ἄρα ἐντὶ τῶν A K B, B Λ Γ τμαμάτων.

Ἔσω ὧν τᾶ μὲν A K B τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ M· ᾧ δὲ B Λ Γ [x] τὸ N· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Z H, M N, K Λ. Τᾶ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων [y] τμαμάτων συγκειμένᾳ μεγέθεος τὸ κέντρον τᾶ βάρεός ἐστι τὸ X. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἀ B Θ ποτὶ Θ Δ, ὕτως ἀ K M ποτὶ M Z· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἀ B Δ ποτὶ [z] τὰν K Z, ὕτως ἀ Θ Δ ποτὶ τὰν M Z. Ἁ δὲ B Δ τετραπλασίων τᾶς K Z. Τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δέικνυται, [a] ἇ σαμεῖον τὸ Θ. Τετραπλασίων ἄρα καὶ ἀ Δ Θ τᾶς M Z. Ὥστε καὶ λοιπὰ ἀ B Θ λοιπᾶς τᾶς K M, τετέσι τᾶς Σ X τετραπλασίων. Καὶ λοιπᾶν ἄρα συναμφότερα ἀ B Σ, X Θ τριπλασίων τᾶς [b] Σ X. Ἔσω τριπλὰ ἀ B Σ τᾶς Σ Ξ. Καὶ ἀ X Θ ἄρα τᾶς Ξ X ἐστὶ τριπλασία. Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἀ B Δ τᾶς B Σ· [c] καὶ γὰρ τοῦτο δέικνυται· ἀ δὲ B Σ τᾶς Σ Ξ τριπλασίων· ἀ Ξ B ἄρα τᾶς B Δ τρίτον μέρος ἐστίν. Ἔστι δὲ καὶ ἀ E Δ τᾶς Δ B τρίτον μέρος· ἐπειδήπερ κέντρον τᾶ βάρεος τᾶ A B Γ τριγώνᾳ ἐστὶ τὸ E. Καὶ λοιπὰ ἄρα ἀ Ξ E τρίτον μέρος τᾶς B Δ. Καὶ ἐπεὶ τᾶ μὲν ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον· τᾶ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν A K B, B Λ Γ τμαμάτων συγκειμένᾳ μεγέθεος τὸ κέντρον τᾶ βάρεος τὸ X· τᾶ δὲ A B Γ τριγώνᾳ τὸ E· ἔσαι ὡς τὸ A B Γ τρίγωνον ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τμάματα, ὕτως ἀ X Θ ποτὶ Θ E. Τριπλᾶν δὲ τὸ A B Γ τρίγωνον τῶν τμαμάτων· ἐπειδήπερ τὸ ὅλον τμᾶμα ἐπιτρίτον ἐστὶ τοῦ A B Γ τριγώνου. Τριπλασία ἄρα καὶ ἀ X Θ τᾶς Θ E. Ἐδείχθη δὲ ἀ X Θ τριπλασία καὶ τᾶς X Ξ. Πενταπλασία ἄρα ἐστὶν ἀ Ξ E τᾶς E Θ, τετέσιν ἀ Δ E τᾶς E Θ. Ἴσα γάρ ἐστιν αὐτᾷ· ὥστε ἑξαπλασία ἐστὶν ἀ [d] Δ Θ τᾶς Θ E. Καὶ ἐντὶ τᾶς Δ E τριπλασία ἀ B Δ. Ἀμιολία ἄρα ἐντὶ ἀ B Θ [e] τᾶς Θ Δ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Et quoniam ut B Θ ad Θ Δ, ita ſe habet K M ad M Z. Cum enim ſegmenta ſimilia ſint, eorum centra diametros pro eadem ratione ſecabunt. Etiam componendo, ut B Δ ad Δ Θ, ita ſe habet K Z ad Z M: et permutando, ut B Δ ad K Z, ita Δ Θ ad M Z. Quadrupla autem eſt B Δ ipſius K Z. Hoc enim in fine demonſtrabitur, ubi eſt punctum Θ. At nos hoc idem deinceps demonſtrabimus.

Sit parabola A B Γ, cujus diameter B Δ. Ducatur autem ordinate A Δ; et jungatur A B, eademque ſecta

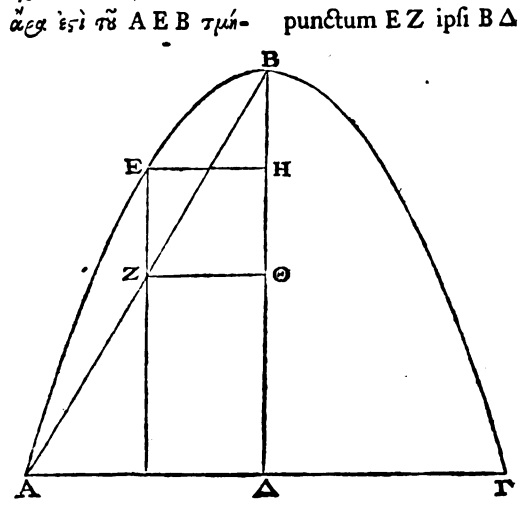
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἀ B Θ [f] ποτὶ Θ Δ, ὕτως ἀ K M ποτὶ M Z. Ὅμοια γὰρ ὄντα τὰ τμήματα ἴξει κέντρα εἰς τοὺς αὐτὸς λόγως τέμνοντα τὰς ἀμφιπτώσεις. Καὶ συνθέντι, [g] ὡς ἀ B Δ ποτὶ Δ Θ, ἀ K Z ποτὶ Z M· καὶ ἐναλλὰξ, [h] ὡς ἀ B Δ ποτὶ K Z, ὕτως ἀ Δ Θ ποτὶ M Z. Τετραπλασία δὲ ἡ B Δ τᾶς K Z· Τοῦτο γὰρ ὕστερον τέλει δείκνυται ᾧ σαμεῖον Θ. Ἐξῆς δὲ αὐτὸ ἡμεῖς δείξομεν.

Ἔσω παραβολὰ ἡ A B Γ, ἃς διάμετρος ἡ B Δ. Καὶ ἤχθω τεταγμένως ἡ A Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ A B, [i] καὶ δίχα

[x] τὸ H [y] τῶν τμαμάτων [z] τὰς K Z. Τοῦτο γὰρ [a] οὕτως σαμεῖον ὁ ἥλιος [b] τᾶς E Ξ [c] καὶ γὰρ τοῦτο, sic MS.
[d] ἀ Δ A τᾶς Θ E [e] τᾶς Θ Δ Σ I, [f] ποτὶ ex MS. [g] ὡς B A πρὸς Δ Θ, ἡ B Z πρὸς Z M. [h] ὡς ἡ B Δ πρὸς K Δ.
[i] καὶ διὰ τοῦ Z δίχα τετμήσθω ἡ A B κατὰ τᾶ Z τᾷ B Δ παράλληλος.

Digitized by Google

τετμήσθω ἡ AB κατὰ τὸ Z, καὶ ἀφ' τοῦ Z τῇ BΔ παράλληλος ἤχθω ἡ EZ. Διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ AEB τμήματος. Καὶ ἀπὸ τῶν E, Z παρατεταγμένως ἤχθωσαν αἱ EH, ZΘ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ AZ τῇ BZ, διπλῆ ἐστιν ἡ AB τῆς ZB, καὶ ἡ ΔB [k] τῆς BΘ, καὶ ἡ AΔ τῆς ZΘ, τουτέστι τῆς [l] EH. Ὥστε τὸ ἀπὸ AΔ, τοῦτ' ἔστι EH ἐστὶ τετράπλασιον· καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΔB τῆς BH ἐστὶ τετραπλασία μήκει. Ἐπεὶ οὖν ἡ BΔ τῆς μὲν BΘ διπλῆ, ἡ BΘ τῆς BH ἐστὶ διπλῆ, καὶ ἡ ΘH τῇ HB ἴση, τουτέστι τῇ EZ· ἀφ' τὸ παραλληλόγραμμον εἶναι τὸ EHZΘ. Τετραπλασία ἄρα ἡ BΔ τῆς ZE.



Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἐστὶν ἡ BΔ τῆς [m] BΣ· καὶ συμβαίνει τοῦτο δείκνυται. Δέδεικται γὰρ ἐν τῷ λήμματι ἡ BΔ ἑκατέρας τῶν BH, EZ τετραπλασία· ὥστε ἡ BH τῇ EZ ἐστὶν ἴση· Καὶ διὰ τοῦτο ἐνταῦθα ἡ BΣ τῇ KZ ἴση, καὶ ἡ BΔ ἑκατέρας αὐτῶν τετραπλασία. [n] Ἡ ABΞ ἄρα τῆς BΔ τρίτον μέρος. Ἐπεὶ γὰρ τετραπλασίων ἡ BΔ τῆς BΣ, οἱῶν ἄρα ἡ BΔ τεσσάρων, ἡ BΣ ἑνός· καὶ οἱῶν ἄρα ἡ BΔ δώδεκα, τοιούτων ἡ BΣ τριῶν. [o] Τριπλῆ δὲ ἡ BΣ τῆς ΣΞ· οἱῶν ἄρα ἡ BΣ τριῶν, ἡ ΞΣ ἑνὸς, καὶ ὅλη ἡ BΞ τεσσάρων. Τούτων δὲ ἦν ἡ BΔ δώδεκα. Ἡ BΞ ἄρα τῆς BΔ τρίτον μέρος ἐστί. Τριπλοῦν δὲ τὸ ABΓ τρίγωνον τῶν τμημάτων. Δέδεικται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ ἐν τῷ περὶ τετραγωνισμοῦ τῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ὅτι πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου, τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον. Ὥστε τὸ ABΓ τμῆμα τοῦ ABΓ τριγώνου ἐπίτριτόν ἐστι· καὶ διελόντι, τὸ ABΓ τρίγωνον τῶν AKB, BΛΓ τμημάτων τριπλάσιόν ἐστι.

Tetraplasia igitur ſit BΔ ipſius ZE.

Et quoniam quadrupla eſt BΔ ipſius BΣ: hoc enim quoque demonſtratur. Demonſtratum eſt enim in lemmate, BΔ quadruplam eſſe utriuſque BH, EZ; quo fit, ut BH ipſi EZ ſit æqualis. Propterea æqualis ibi eſt BΣ ipſi KZ, et BΔ harum utriuſque quadrupla. BZ tertia pars eſt ipſius BΔ. Quoniam enim BΔ quadrupla eſt ipſius BΣ, qualium quatuor eſt BΔ, talis unius eſt BΣ; et propterea qualium duodecim eſt BΔ, talium trium eſt BΣ. Tripla eſt autem BΣ ipſius ΣΞ. Igitur qualium trium eſt BΣ, talis unius eſt ΞΣ; et talium quatuor tota BΞ. Talium autem duodecim eſt BΔ. Eſt igitur BΞ ipſius BΔ pars tertia. Triplum eſt autem triangulum ABΓ ſegmentorum. Demonſtratum enim ab ipſo eſt in libro de rectanguli coni ſectionis quadratura, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eandem ac ſegmentum baſim habeat, eandemque altitudinem. Quare ſegmentum ABΓ ſeſquitertium eſt trianguli ABΓ: et dividendo, triangulum ABΓ ſegmentorum AKB, BΛΓ eſt triplum.

Καὶ ἐντὶ [p] τῆς EΔ τριπλασία ἡ BΔ. Ἡμιολία ἄρα ἐντὶ ἡ BΘ τῆς ΘΔ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἐπεὶ γὰρ τριπλῆ ἐστιν ἡ BΔ τῆς ΔE, οἱῶν ἄρα ἡ BΔ δεκαπέντε, τοιούτων ἡ EΔ πέντε· οἱῶν δὲ ἡ ΔE πέντε, τοιούτου ἡ ΘE ἑνὸς, καὶ ὅλη ἡ ΘE, ΔE ἕξ. Ἑξαπλασία ἄρα ἡ ΔΘ τῆς ΘE. Οἱῶν ἄρα ἡ BΔ δεκαπέντε, τοιούτων ἡ ΔΘ ἕξ, καὶ λοιπὴ ἡ ΘB ἐννέα. Ὥστε ἡμιολία ἐστὶν ἡ BΘ τῆς ΘΔ.

Tripla eſt autem BΔ ipſius EΔ. Seſquialtera eſt igitur BΘ ipſius ΘΔ. Quod oportebat demonſtrare. Quoniam enim tripla eſt BΔ ipſius ΔE, qualium quindecim eſt BΔ, talium quinque eſt EΔ: qualium autem quinque eſt ΔE, talis unius eſt ΘE, et ſex tota ΘE, ΔE. Sexcupla eſt igitur ΔΘ ipſius ΘE. Itaque qualium quindecim eſt BΔ, talium ſex eſt ΔΘ, et novem, quæ relinquitur, ΘB. Quare BΘ ipſius ΘΔ eſt ſeſquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Αἴκα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἐῶντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ἐλαχίστα ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, τοῦτον ἔχοντά τις λαφθῇ ποτὶ τὰ τρία πεμπταμόρια τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα [q] τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα [r] τᾷπε διπλασίᾳ τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλόγων, καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ἑξαπλασίᾳ τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ γ' τᾶς τεταρτας, ποτὶ τὰν ἴσαν τά τε ε' τᾶς μεγίστας, τᾷ ι' τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ι' τᾶς τρίτας, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς τεταρτας, τοῦτον ἔχουσά τις

PROP. IX. Theor.

Si quatuor fuerint rectæ lineæ proportione continua proportionales: et quam habet rationem earum minima ad exceſſum, quo maxima minimam excedit, hanc ſumpta quædam recta habeat ad tres quintas partes exceſſus, quo maxima excedit tertiam: quamque rationem habet recta æqualis tum duplæ maximæ, tum quadruplæ ſecundæ, tum ſexcuplæ tertiæ, tum triplæ quartæ, ad rectam æqualem tum quincuplæ maximæ, tum decuplæ ſecundæ, tum decuplæ tertiæ, tum quincuplæ quartæ, hanc

[k] τῆς BE [l] τῆς EB [m] τᾶς BE [n] ἡ BZ [o] διπλῆ [p] τᾶς BΔ τριπλασία ἡ BΔ ἡμιολίᾳ
[q] τᾶι ex MS. [r] τᾶ τι β τᾶς μεγίστας τὰν αναλογίαν καὶ τᾶ δ.

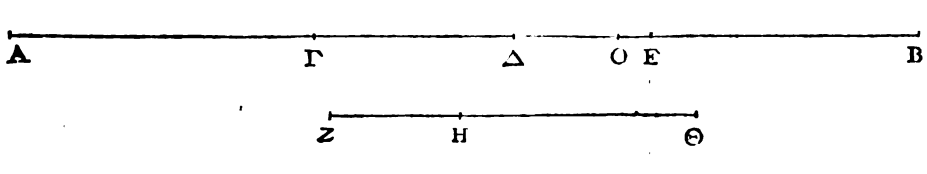
Digitized by Google

sumpta quædam recta habeat ad exceſſum, quo maxima excedit tertiam; ſumptæ hæ duæ rectæ duæ quintæ partes erunt maximæ.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales A B, B Γ, B Δ, B E. Et quam quidem habet rationem B E ad E A, hanc habeat Z H ad tres quintas partes ipſius A Δ: quam vero rationem habet recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum quadruplæ ipſius B Γ, tum ſexcuplæ ipſius B Δ, tum triplæ ipſius B E, ad rectam æqualem tum quincuplæ ipſius A B, tum decuplæ ipſius Γ B, tum decuplæ ipſius B Δ, tum quincuplæ ipſius B E, hanc habeat H Θ ad A Δ. Oportet demonſtrare, Z Θ duas quintas partes eſſe ipſius A B.

λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν, ᾇ ὑπερέχει ἀ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας, συναμφότεραι αἱ λαφθεῖσαι ἐσσοῦνται δύο πεμπταμόρια τᾶς μεγίστας.

Ἔσωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αἱ A B, B Γ, B Δ, B E. Καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἀ B E ποτὶ E A, τοῦτον ἐχέτω ἀ Z H ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς A Δ· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ ἴσα τᾷ β′ τᾶς A B, καὶ δ′ τᾶς B Γ, καὶ ς′ τᾶς B Δ, καὶ γ′ τᾶς B E, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ ε′ τᾶς A B, καὶ ι′ τᾶς Γ B, καὶ ι′ τᾶς B Δ, καὶ ε′ τᾶς B E, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον ἀ H Θ ποτὶ τὰν A Δ. Δεικτέον ὅτι ἀ Z Θ δύο πεμπταμόρια ἐντὶ τᾶς A B.



Quoniam enim proportionales ſunt AB, BΓ, BΔ, BE, proportionales utique ſunt ſecundum eamdem rationem etiam ipſæ A Γ, Γ Δ, Δ E. Itaque utraque A B, B Γ ad B Δ, et utraque B Δ, B Γ ad E B eamdem rationem habet, quam A Δ ad Δ E. Quare etiam omnes ad omnes. Eamdem igitur rationem habet A Δ ad Δ E, quam recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum triplæ ipſius Γ B, et amplius Δ B, ad rectam æqualem duplæ ipſius B Δ, et amplius B E. Quam autem rationem habet recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum quadruplæ ipſius B Γ, tum quadruplæ ipſius B Δ, tum duplex ipſius B E ad rectam æqualem duplæ ipſius B Δ, et amplius B E, hanc habebit Δ A ad minorem quam Δ E. Habeat igitur ad Δ O. Utræque autem ad priores eamdem rationem habebunt. Habebit igitur O A ad A Δ eamdem rationem, quam recta æqualis tum duplæ ipſius A B, tum quadruplæ ipſius Γ B, tum ſexcuplæ ipſius B Δ, tum triplæ ipſius B E, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque A B, E B, tum ex quadrupla utriuſque Γ B, B Δ. Habet autem etiam A Δ ad H Θ eamdem rationem, quam quincupla utriuſque A B, B E, una cum decupla ipſarum Γ B, B Δ, ad utriuſque Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex tripla ipſius E B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ. Igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, eamdem, ex æqua proportione, rationem habet O A ad H Θ, quam quincupla utriuſque A B, B E, una cum decupla rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque A B B E, tum ex quadrupla utriuſque Γ B, B Δ. Habet autem quincupla utriuſque A B, B E, una cum decupla utriuſque Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque Γ B, B Δ, eam rationem, quam quinque ad duo. Habet igitur etiam A O

Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογον ἐντὶ αἱ A B, B Γ, B Δ, B E, καὶ αἱ A Γ, Γ Δ, Δ E, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντί. Καὶ συναμφότερος ἀ A B, B Γ ποτὶ τὰν B Δ ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ A Δ ποτὶ τὰν Δ E· καὶ συναμφότερος ἀ B Δ, B Γ ποτὶ τὰν E B· καὶ πάντα ποτὶ πάντα. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἀ A Δ ποτὶ τὰν Δ E, ὃν ἀ ἴσα τᾷτε β′ τᾶς A B, καὶ τᾷ γ′ τᾶς Γ B, καὶ ἀ Δ B ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷπε β′ τᾶς B Δ καὶ τὰν B E. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ ἴσα τᾷτε β′ τᾶς A B, καὶ τᾷ δ′ τᾶς B Γ, καὶ τᾷ β′ τᾶς B Δ, καὶ τᾷ β′ τᾶς B E, ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷπε β′ τᾶς Δ B, καὶ τὰν E B, τοῦτον ἔξει ἀ Δ A ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς Δ E. Ἐχέτω ἦν ποτὶ Δ O. Καὶ ἀμφότεραι δὲ ποτὶ τὰς πρώτας αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον. Ἔξει ἦν [x] ἀ O A ποτὶ A Δ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ ἴσα τᾷπε β′ τᾶς A B, [y] καὶ δ′ τᾶς Γ B, καὶ ς′ τᾶς B Δ, καὶ γ′ τᾶς B E, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β′ συναμφοτέρας τᾶς A B, E B, καὶ δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ B, B Δ. Ἔχει δὲ καὶ ἀ A Δ ποτὶ H Θ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ ε′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B, B E, μετὰ τᾶς ι′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ B, B Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β′ τᾶς A B, καὶ τᾶς δ′ τᾶς Γ B, καὶ τᾶς γ′ τᾶς E B, καὶ ς′ τᾶς B Δ. Ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τετάρτῳ [z] ἐντεταραγμένα ἀναλογία, δι ἴσου τ' αὐτὸν ἔχει λόγον ἀ [a] O A ποτὶ H Θ, ὃν ἀ πενταπλασία συναμφοτέρᾳ τᾶς A B, B E, μετὰ τᾶς ι′ τᾶς Γ B, B Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν [b] ἔκτε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρᾳ τᾶς A B, B E, [c] καὶ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ B, B Δ. Ἀλλ' ἀ συγκειμένα ἔκτε τᾶς ε′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B, B E, μετὰ τᾶς ι′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ B, B Δ, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B, B E, καὶ δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ B, B Δ, λόγον ἔχει ὃν πέντε ποτὶ δύο. Καὶ ἀ A O ποτὶ H Θ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ

[a] αἱ λαμφθεῖσαι [t] ὅτι τὰ A Z Θ [u] B E δὶ καὶ [w] ποτὶ τὰν β τᾶς B Δ ἔχει [x] ἀ Θ A [y] καὶ ς τᾶς B Δ.
[z] ἐντετατεταγμένα ex MS. [a] ἀ A. [b] ἔκτε τῷ συναμφοτέρᾳ [c] καὶ τᾶς Δ

Digitized by Google

δύο. Πάλιν [d] ἐπεὶ ἀ Ο Δ ϖοτὶ Δ Α τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ Ε Β, μετὰ τὰς β′ τᾶς Β Δ, ϖτὶ τὰν ἴσαν [c] τᾷ συγκειμένᾳ ἔκτε τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β, Β Δ. Ἔστι δὲ καὶ [f] ὡς ἀ Α Δ ϖοτὶ Δ Ε, ἕτως ἀ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β′ τᾶς Α Β, καὶ γ′ τᾶς Γ Β, καὶ τᾶς Β Δ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷτε Ε Β, καὶ τᾷ β′ [g] τᾶς Β Δ. Ἀνομοίως ἄρ' [h] τεταγμένων, τετάγθιν παραγμένας ἴσας τᾶς ἀναλογίας, δι' ἴσᾳ [i] ἐστὶν, ὡς [k] ἀ Ο Δ ϖοτὶ Δ Ε, ἕτως ἀ β′ τᾶς Α Β, μετὰ τᾶς γ′ τᾶς Γ Β, καὶ ἀ Β Δ, ϖοτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ τᾶς δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Β Δ. Ὥϛε καὶ ὡς ἀ [l] Ε Ο ϖοτὶ Ε Δ ἐστὶν, ἕτως ἀ Γ Β μετὰ τᾶς γ′ τᾶς Β Δ, καὶ β′ τᾶς Ε Β, ποτὶ τὰν β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β, Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β, Β Δ. Ἔστι ἢ καὶ ὡς ἀ Δ Ε ποτὶ Ε Β, οὕτως ἄτε Α Γ ϖοτὶ Γ Β, καὶ ἀ Γ Δ ποτὶ Β Δ, καὶ ἀ Γ Δ ποτὶ Δ Β· ὡς καὶ κατὰ σύνθεσιν καὶ ἀ γ′ τᾶς Γ Δ, ποτὶ τὰν γ′ τᾶς Δ Β, καὶ ἀ β′ τᾶς Δ Ε, ποτὶ τὰν β′ τᾶς Ε Β. Ὥϛε καὶ ἀ συγκειμένα ἔκτε τᾶς Α Γ, καὶ [m] ἀ γ′ τᾶς Γ Δ, καὶ β′ τᾶς Δ Ε, ϖοτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς Γ Β, καὶ γ′ τᾶς Δ Β, καὶ β′ τᾶς Ε Β. Ἀνομοίως ἄρ πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τετάγθιν ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσᾳ τὸν αὐτὸν τὸν ἔχει λόγον ἀ [n] Ε Ο ϖοτὶ Ε Β, ὃν ἀ Α Γ, μετὰ [o] τᾶς γ′ τᾶς Γ Δ, καὶ β′ τᾶς Δ Ε, ποτὶ διπλασίαν συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β, Β Δ. Ὅλα ἄρ [p] ἀ Ο Β ϖοτὶ τὰν Ε Β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, [q] ὃν ἴσα τᾷτε γ′ τᾶς Α Β μετὰ τᾶς ϛ′ Γ Β, καὶ τᾷ γ′ τᾶς Β Δ, ϖοτὶ τὰν β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β, Β Ε, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β, Β Δ. Καὶ ἐπεὶ αἱ Ε Δ, Δ Γ, Γ Α ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντὶ, καὶ συναμφότερος ἑκάσα τᾶν Ε Β, Β Δ· Δ Β, Β Γ· Γ Β, [r] Γ Α· ἔσαι καὶ ὡς ἀ Ε Δ ϖοτὶ Δ Α, ἕτως συναμφότερος ἀ Ε Β, Β Δ ϖοτὶ συναμφότερον τὰν Δ Β, Β Γ, μετὰ τᾶς συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β, Β Α. Καὶ συνθέντι ἄρα [s] ἐστὶν, ὡς Α Ε ϖοτὶ Α Δ, ἕτως συναμφότερος ἀ Ε Β, Β Δ, μετὰ συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β, Β Γ, καὶ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β, Β Δ· ὅ ἐστι συναμφότερος ἀ Ε Β Α, μετὰ τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Δ Β Γ, ϖοτὶ συναμφότερον τὰν Β Δ, [t] Β Α, μετὰ τᾶς β′ τᾶς Β Γ. Ὥϛε καὶ ἀ β′ ϖοτὶ τὰν β′ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· τετάγθιν ὡς ἀ Ε Α ϖοτὶ Α Δ, ἕτως ἀ β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Ε Β Α, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β Δ, ϖοτὶ τὰν β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β Δ, μετὰ τᾶς δ′ [u] τᾶς Γ Β. Ὥϛε ἀ Ε Α ϖοτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς Α Δ, [w] ἕτως ἀ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Α Β Ε [x] καὶ δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ Β Δ, ϖοτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκει-

ad Η Θ eam rationem, quam quinque ad duo. Rurſus quoniam Ο Δ ad Δ Α eamdem habet rationem, quam Ε Β, una cum dupla ipſius Β Δ, ad rectam æqualem compoſitæ ex dupla utriuſque Α Β, Β Ε, una cum quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Ut autem Α Δ ad Δ Ε, ita ſe habet etiam recta compoſita tum ex dupla ipſius Α Β, tum ex tripla ipſius Γ Β, tum ex Β Δ, ad rectam æqualem tum ipſi Ε Β, tum duplæ ipſius Β Δ. Igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, ut Ο Δ ad Δ Ε, ita ſe habet, ex æqua proportione, dupla ipſius Α Β, una cum tripla ipſius Β Γ, et amplius Β Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque Α Β, Β Ε, tum ex quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Quare etiam ut Ε Ο ad Ε Δ, ita ſe habet Γ Β, una cum tripla ipſius Β Δ, et dupla ipſius Ε Β, ad duplam utriuſque Α Β, Β Ε, et quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Se habet autem Δ Ε ad Ε Β, ut Α Γ ad Γ Β, et Γ Δ ad Δ Β: et per compoſitionem, ut tripla ipſius Γ Δ ad triplam ipſius Δ Β; et dupla ipſius Δ Ε ad duplam ipſius Ε Β. Ideoque etiam, ut recta compoſita tum ex Α Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ Ε, ad rectam compoſitam tum ex Γ Β, tum ex tripla ipſius Δ Β, tum ex dupla ipſius Ε Β. Rurſus igitur rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, eamdem ex æqua proportione rationem habebit Ε Ο ad Ε Β, quam Α Γ, una cum tripla ipſius Γ Δ, et dupla ipſius Δ Ε, ad duplam utriuſque Α Β, Β Ε, una cum quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Tota igitur Ο Β ad Ε Β eamdem habet rationem, quam recta æqualis triplæ ipſius Α Β, una cum ſexcupla ipſius Γ Β, et tripla ipſius Β Δ, ad duplam utriuſque Α Β, Β Ε, una cum quadrupla utriuſque Γ Β, Β Δ. Et quoniam eamdem inter ſe invicem rationem habent tum Ε Δ, Δ Γ, Γ Α; tum binæ quæque Ε Β, Β Δ; Δ Β, Γ Β; Γ Β, Γ Α; ideo ut Ε Δ ad Δ Α, ita ſe habebit utraque Ε Β, Β Δ ad utramque Δ Β, Β Γ, una cum utraque Γ Β, Β Α. Igitur etiam componendo, ut Α Ε ad Α Δ, ita utraque Ε Β, Β Δ, una cum utraque Α Β, Β Γ, et utraque Γ Β, Β Δ; hoc eſt utraque Ε Β Α, una cum dupla utriuſque Δ Β Γ, ad utramque Β Δ, Β Α, una cum dupla ipſius Β Γ. Quare etiam duplum ad duplum eamdem rationem habebit: nimirum ut Ε Α ad Α Δ, ita ſe habebit dupla utriuſque Ε Β Α, una cum quadrupla utriuſque Γ Β Δ, ad duplam utriuſque Α Β Δ, una cum quadrupla ipſius Γ Β. Atque ut Ε Α ad tres quintas partes ipſius Α Δ, ita recta compoſita tum ex dupla utriuſque Α Β Ε, tum ex quadrupla utriuſque Γ Β Δ, ad tres quin-

[d] ἐπεὶ ἀ Θ Δ [c] τὰν συγκειμέναν [f] ὡς ἀ Β Δ [g] τᾶς Η Β Δ [h] τετμημένων [i] In MS. ἐστὶν deeſt.
[k] ἀ Θ Δ [l] Θ Ε [m] καὶ Γ [n] Ε Θ [o] τᾶς Γ Δ [p] ἀ Ε Β [q] ὃν ἀ ἴσα [r] Β Α [s] ἐστὶν ὡς Α Ε
[t] Β Δ [u] τᾶς Γ Ε· ὥϛε καὶ ὡς ἀ Ε Α [w] ἕτως συγκειμένα, ἔκτε τᾶς Β συναμφοτέρᾳ [x] μετὰ τᾶς Δ

Digitized by Google

tas partes rectæ compositæ tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. Ut autem E A ad tres quintas partes ipsius A Δ, ita se habet E B ad Z H. Igitur ut E B ad Z H, ita se habet dupla utriusque A B E, una cum quadrupla utriusque Δ B Γ, ad tres quintas partes rectæ compositæ ex dupla utriusque A B Δ, una cum quadrupla ipsius Γ B. Demonstrata autem est, ut O B ad E B, ita se habere tripla utriusque A B Δ, una cum sexcupla ipsius Γ B, ad duplam utriusque A B E, et quadruplam utriusque Γ B Δ. Igitur etiam ex æqua proportione, ut O B ad Z H, ita se habet recta composita tum ex tripla utriusque A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad tres quintas partes rectæ compositæ tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B. At vero recta composita tum ex tripla utriusque A B Δ, tum ex sexcupla ipsius Γ B, ad rectam quidem compositam tum ex dupla utriusque A B Δ, tum ex quadrupla ipsius Γ B, eam rationem habet, quam tria ad duo; ad tres quintas partes vero ejusdem rectæ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Demonstratum autem est etiam A O ad H Θ eam rationem habere, quam quinque ad duo. Igitur tota etiam B A ad totam Z Θ eam habet rationem, quam quinque ad duo. Quod si ita est, Z Θ duæ quintæ partes est ipsius A B. Quod oportebat demonstrare.

μένας ἕκτε τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B Δ, [y] καὶ δ′ τᾶς Γ B. [z] Ἀλλ' ὡς ἀ E A ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς A Δ, ἕτως ἐστὶν ἀ E B ποτὶ Z H. Καὶ ὡς ἄρα ἀ E B ποτὶ Z H, ἕτως ἀ β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B E, μετὰ τᾶς δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Δ B Γ, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἕκτε τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B Δ, μετὰ τᾶς δ′ τᾶς Γ B. Ἐδείχθη δὲ ὡς [a] O B ποτὶ E B, ἕτως ἀ γ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B Δ, μετὰ τὰς ς′ τᾶς Γ B, ποτὶ τὰν β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B E, καὶ δ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς Γ B Δ. Καὶ δι' ἴσᾳ ἄρα ἐστὶν [b] ὡς ἀ O B ποτὶ Z H, ἕτως ἀ συγκειμένα ἕκτε τᾶς γ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B Δ, καὶ ς′ τᾶς Γ B, ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἕκτε τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B Δ, καὶ δ′ τᾶς Γ B. Ἀλλὰ ἀ συγκειμένα ἕκτε τᾶς γ′ συναμφοτέρᾳ τᾶς A B Δ, [c] καὶ ς′ τὰς Γ B, ποτὶ μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β′ συναμφοτέρᾳ [d] τᾶς A B Δ, καὶ δ′ τᾶς Γ B, λόγον ἔχει, ὃν τρία ποτὶ δύο· ποτὶ δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἀ A O ποτὶ H Θ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Καὶ ὅλα ἄρα ἀ B A ποτὶ ὅλαν τὰν Z Θ, λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Εἰ δὲ τᾶτο, δύο πεμπταμόρια ἐντὶ ἀ Z Θ [e] τᾶς A B. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Nonum theorema, quod plane obscurum est, verbis dilatantes perspicue explicare conabimur. Quoniam enim proportionales sunt A B, B Γ, Δ B, B E, proportionales utique sunt pro eadem ratione dividendo permutandoque, etiam A Γ, Γ Δ, Δ E. Itaque cum proportionales invicem sint A B, Γ B, B Δ, Δ E, itemque A Γ, Γ Δ, Δ E; ut præcedens et media ad sequentem in primis magnitudinibus, ita se habet præcedens et media ad sequentem in magnitudinibus secundis. Ut igitur utraque simul A Γ, Γ Δ, hoc est A Δ, ad Δ E, ita se habet utraque simul A B, Γ B ad Δ B. Se habet autem ut utraque simul A B, Γ B ad Δ B, ita dupla utriusque simul A B, B Γ ad duplam ipsius B Δ; eo quod partes eandem quam æque multiplices inter se invicem rationem habent. Se habet igitur et ut A Δ ad Δ E, ita dupla utriusque simul A B Γ ad duplam ipsius Δ B. Rursus cum Γ B, B Δ, Δ E proportionales invicem sint; ut A Δ ad Δ E, ita se habebit propter ea, quæ prius dicta sunt, utraque simul Γ B, B Δ ad B E. Se habet autem ut A Δ ad Δ E, ita etiam dupla utriusque simul A B, B Γ ad duplam ipsius B Δ. Se habet igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes: et propterea ut A Δ ad Δ E, ita præcedentes ad sequentes. At præcedentes quidem sunt dupla utriusque simul A B, B Γ, et utraque Γ B, B Δ; hoc est duæ A B, et tres Γ B, et una B Δ; sequentes vero dupla ipsius B Δ, et sola B E. Se habet igitur ut A Δ ad Δ E, ita recta composita tum ex dupla ipsius A B, tum ex tripla ipsius Γ B, tum ex sola Δ B ad rectam compositam cum

Τὸ ἔννατον θεώρημα πάνυ ὂν ἀσαφὲς ἐκδησόμεθα σαφηνίζοντες σαφῶς, κατὰ τὸ δυνατόν. Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογον εἰσὶ αἱ A B, B Γ, Δ B, B E, καὶ διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ αἱ A Γ, Γ Δ, Δ E ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί. Ἐπεὶ ἓν αἱ A B, B Γ, B Δ, B I ἐν τῷ αὐτῳ λόγῳ εἰσὶ, καὶ αἱ A Γ, Γ Δ, Δ E, ἐσὶν ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, καὶ μέσον πρὸς [f] ἑπόμενον, ἕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸς ἑπόμενον. Ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ A Γ, Γ Δ, τουτέστιν ἡ A Δ, πρὸς Δ E, ἕτως συναμφοτέρους ἡ A B, Γ B πρὸς Δ B. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ A B, Γ B πρὸς Δ B, ἕτως ἡ β′ συναμφοτέρᾳ τῆς A B, B Γ πρὸς τὴν β′ τῆς B Δ· διὸπερ τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Καὶ ὡς ἄρα ἡ A Δ πρὸς Δ E, ἕτως ἡ β′ συναμφοτέρᾳ τῆς A B Γ πρὸς τὴν β′ τῆς Δ B. Πάλιν ἐπεὶδὴ αἱ Γ B, B Δ, B E ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν, καὶ αἱ A Γ, Γ Δ, Δ E· ἐσὶ, λέγω τὰ πρότερον εἰρημένα, ὡς ἡ A Δ πρὸς Δ E, ἕτως συναμφότερος ἡ Γ B, B Δ πρὸς B E. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ A Δ πρὸς Δ E, ἡ β′ συναμφοτέρᾳ τῆς A B, B Γ πρὸς τὴν β′ τῆς B Δ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ A Δ πρὸς Δ E, ἕτως τὰ ἡγούμενα πρὸς τὰ ἑπόμενα. Ἔσι δὲ ἡγούμενα μὲν ἡ β′ συναμφοτέρᾳ τῆς A B, B Γ, καὶ συναμφότερος ἡ Γ B, B Δ, τουτέστι δύο αἱ A B, καὶ τρεῖς αἱ Γ B, καὶ μία ἡ B Δ. Ἑπόμενα δὲ ἡ β′ τῆς B Δ, καὶ ἡ B E μόνη. Ἔσιν ἓν ὡς ἡ A Δ πρὸς Δ E, ἡ συγκειμένη εὐθεῖα, ἔκ τε τῆς β′ τῆ A B, καὶ γ′ τῆς Γ B, καὶ τῆς Δ B μόνης,

[y] μετὰ τᾶς δ τᾶς Γ B [z] ἀλλ' ὡς &c. hæc et sequentia ad Ἐδείχθη, desunt in MS. [a] A B [b] ὡς ἀ E B ποτὶ Z H· ἕτως [c] καὶ ἐκ τᾶ τᾶς Γ B [d] τᾶς A B Δ καὶ δ τᾶς Γ B [e] τᾶ B Δ, O I [f] ἑπόμενον, ὡς ἄρα

Digitized by Google

πρὸς τὼ συγκειμένω ἐκ τε τῆς β′ τῆς B Δ, καὶ μόνης τῆς E B. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς β′ τῆς A B, καὶ τῆς δ′ [g] τῆς Γ B, καὶ τῆς δ′ τῆς Δ B, καὶ τῆς β′ τῆς B E, τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β′ τῆς A B [h], καὶ γ′ τῆς Γ B, καὶ τῆς B Δ μόνης· ἔξωθεν δέ ἐστιν ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς β′ τῆς [i] B Δ, καὶ μόνης τῆς E B· τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρων τῆς A B, B E, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, B Δ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ τῆς Δ B, καὶ τῆς E B μόνης, ἤπερ ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ β′ τῆς A B, καὶ τῆ γ′ τῆς Γ B, καὶ μόνης τῆς Δ B πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς διπλῆς τῆ B Δ, καὶ μόνης τῆς E B. Ἀλλ' ὡς ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ β′ τῆς A B, καὶ γ′ τῆ Γ B, καὶ τῆ B Δ μόνης, πρὸς τὼ συγκειμένω ἐκ τῆς β′ τῆς B Δ, καὶ μόνης τῆ E B, οὕτως ἐδείχθη ἡ A Δ πρὸς Δ E. Καὶ ἡ συγκειμένη ἄρα ἐκ τῆ β′ συναμφοτέρων τῆ A B, B E, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῆ Γ B, B Δ, πρὸς τὼ συγκειμένω ἔκ τε τῆ β′ τῆς B Δ, καὶ μόνης τῆ E B μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ A Δ πρὸς Δ E. Ἐὰν ἄρα θελήσωμεν ποιῆσαι [k] τὸν αὐτὸν τῆς A Δ πρὸς ἄλλω τινά, ἐλάσσων ἔσται ἐκείνη τῆ Δ E. Ἔστω ἡ Δ O. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ A Δ πρὸς Δ O, ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρων [l] τῆς A B, B E, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, B Δ, πρὸς τὼ συγκειμένω ἐκ τῆς β′ τῆ B Δ, καὶ μόνης τῆ E B. Ἀνάπαλιν ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ O Δ πρὸς Δ A, ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ β′ τῆ B Δ, καὶ μόνης τῆς E B, πρὸς τὴν συγκειμένω ἐκ τῆ β′ συναμφοτέρων τῆς A B, B E, καὶ τῆς δ′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, B Δ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ O A [m] πρὸς A Δ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ τῆ A B, καὶ δ′ τῆ Γ B, καὶ ς′ τῆς B Δ, καὶ γ′ τῆς B E, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρων τῆς A B, B E, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, B Δ. Ἥπερ γὼ B Δ ἑξάκις παρελήφθη, τετράκις μὲν ἐν τοῖς πρωτέροις, δὶς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις· [n] καὶ ἡ B E τρὶς ἐλήφθη, δὶς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις, ἅπαξ δὲ ἐν τοῖς δευτέροις. Ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ A Δ πρὸς H Θ τοῦτον ἔχουσα τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ ε′ συναμφοτέρων τῆ A B, B E, [o] καὶ ἡ ι′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, B Δ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ τῆς A B, καὶ δ′ τῆς Γ B, καὶ ς′ τῆς B Δ, καὶ γ′ τῆς B E· καί ἐστι τεταραγμένη ἀναλογία. Δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ O A πρὸς H Θ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε′ συναμφοτέρων τῆς A B, B E, καὶ ι′ τῆς Γ B, B Δ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β′ συναμφοτέρων τῆ A B, B E, καὶ δ′ τῆς Γ B, B Δ. Τὸ γὼ τῆς γεγραμμένης ἀναλογίας οὕτως ἔσται δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἡγούμενον ἡ O A πρὸς ἑπόμενον τὴν A Δ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ τῆς [p] A B, καὶ δ′ τῆς Γ B, καὶ ς′ τῆς B Δ, καὶ γ′ τῆς B E, πρὸς ἑπόμενον τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρων τῆς A B, B E, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, [q] Δ B· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἑπόμενον ἡ A Δ πρὸς ἄλλο τι τὴν H Θ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἄλλο τι ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε′ συναμφοτέρων τῆς A B, B E, καὶ ι′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, B Δ, πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β′ τῆ A B, καὶ δ′ τῆς Γ B, καὶ ς′ τῆς B Δ, καὶ γ′ τῆς B E. Ἐπεὶ δὲ ἡ ε′ συναμφοτέρων τῆς A B, B E, πρὸς τὴν β′ τῆς αὐτῆς λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· ἔχει δὲ καὶ ἡ ι′ συναμφοτέρων τῆς Γ B, B Δ πρὸς τὴν δ′ τῆς αὐτῆς λόγον, ὃν πέντε πρὸς δύο·

ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B. Et quoniam major eſt recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex quadrupla ipſius Δ B, tum ex dupla ipſius B E quam recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola B Δ; et recta alia ſepoſita eſt ex dupla ipſius B Δ, et ſola E B compoſita: major autem magnitudo ad eamdem majorem habet rationem quam minor; ideo recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B, majorem rationem habet, quam recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola Δ B ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B. Ut autem recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex tripla ipſius Γ B, tum ex ſola B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B, ita demonſtratum eſt ſe habere A Δ ad Δ E. Igitur etiam recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B majorem rationem habet, quam A Δ ad Δ E. Itaque ſi ratio inſtituenda nobis ſit eadem atque ipſius A Δ ad aliam quamdam, minor hæc erit quam Δ E. Sit Δ O. Ut igitur A Δ ad Δ O, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B. Igitur invertendo, ut O Δ ad Δ A, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla ipſius B Δ, tum ex ſola E B, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ. Et componendo, ut O A ad A Δ, ita ſe habet recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ, tum ex tripla ipſius B E, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ. Nam B Δ ſumpta ſexies eſt, quater quidem in primis magnitudinibus, bis vero in ſecundis: et B E ſumpta eſt ter, bis quidem in magnitudinibus primis, ſemel vero in ſecundis. Ponitur autem A Δ ad H Θ eandem rationem habere, quam rectam compoſitam cum ex quincupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ, tum ex tripla ipſius B E: proportioque ipſa perturbata eſt. Igitur æqua proportione, ut O A ad H Θ, ita ſe habet recta compoſita cum ex quincupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ. Porro ad allatam proportionem quod attinet, ita manifeſta res fiet. Nimirum ut in primis magnitudinibus, præcedens O A ad ſequentem A Δ, ita ſe habet in ſecundis, præcedens, recta compoſita tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius Γ B, tum ex ſexcupla ipſius B Δ, tum ex tripla ipſius B E, ad ſequentem, rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ: ut autem in magnitudinibus primis, ſequens A Δ ad aliam quamdam H Θ, ita in ſecundis, ſe habet quædam alia, recta compoſita cum ex quincupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex decupla utriuſque ſimul Γ B, B Δ, ad præcedentem, rectam compoſitam tum ex dupla ipſius A B, tum ex quadrupla ipſius

[g] τῆς Γ Δ [h] καὶ γ′ τῆς γ ς′ καὶ τῆς Γ Δ μόνης [i] Δ E [k] τὸν αὐτὸν λόγον [l] τὰς A B, E Γ [m] πρὸς Λ Δ
[n] καὶ ἡ B E τρίτον [o] καὶ συναμφοτέρων τῆς Γ Δ, B Δ [p] A Δ [q] B A

Digitized by Google

ΓB, tum ex ſexcupla ipſius BΔ, tum ex tripla ipſius BE. Quoniam vero cum qnincupla utriuſque ſimul AB, BE, ad duplam ejuſdem, tum decupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ ad ejuſdem quadruplam eandem rationem habet, quam quinque ad duo: nam ratio quinque ad duo eadem eſt quæ decem ad quatuor: ideo etiam recta compoſita cum ex quincupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex decupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ eandem habet rationem, quam quinque ad duo. Quare etiam AO ad HΘ eamdem quam quinque ad duo rationem habet. Rurſus quoniam ſupra demonſtratum eſt OΔ ad ΔA eandem rationem habere, quam EB, et duplam ipſius BΔ ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ: et ut in primis magnitudinibus ſequens AΔ ad aliam quamdam ΔE, ita in ſecundis ſe habet quædam alia, recta compoſita tum ex dupla ipſius AB, tum ex tripla ipſius ΓB, tum ex ſola ΔB ad præcedentem, rectam compoſitam cum ex EB, tum ex dupla ipſius BΔ; ideo rationibus diſſimiliter ordinatis, hoc eſt perturbata proportione, ut OΔ ad ΔE, ita ſe habet recta compoſita tum ex dupla ipſius AB, tum ex tripla ipſius ΓB, tum ex ſola BΔ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓB, BΔ. Quare etiam invertendo, ut EΔ ad ΔO, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam tum ex dupla ipſius AB, tum ex tripla ipſius ΓB, tum ex ſola BΔ. Et convertendo, ut ΔE ad EO, videlicet præcedens ad exceſſum quo ſequentem ſuperat; ita recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam tum ex ſola ΓB, tum ex tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius EB. Nam præcedens quidem duplam continet utriuſque ſimul AB, et BE; ſequens vero duplam unius tantum AB: ideoque, ſubducto calculo, dupla ipſius EB relinquitur. Rurſus præcedens quidem quadruplam continet utriuſque ſimul ΓBΔ; ſequens vero triplam ipſius ΓB, et ſolam BΔ: atque ideo ſubducto calculo, ſola relinquitur ΓB, et tripla ipſius BΔ. Jure igitur optimo dictum eſt, ut ΔE ad EO, ita convertendo, ſe habere rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul AB, BE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad rectam compoſitam tum ex ΓB, tum ex tripla ipſius ΔB, tum ex dupla ipſius EB. Quare etiam invertendo, ut OE ad EΔ, ita ſe habet recta compoſita tum ex ΓB, tum ex tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius EB, ad rectam compoſitam tum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ. At vero ut ΔB ad aliam quamdam EB, ita ſe habet AB ad BΓ: et dividendo, ut ΔE ad EB, ita AΓ ad ΓB. Eadem ratione, ut ΓΔ ad ΔB, ita ſe habet ΔE ad EB: et propterea ut tripla ipſius ΓΔ ad triplam ipſius ΔB, ita dupla ipſius ΔE ad duplam ipſius EB. Partes enim eandem quam æque multiplices invicem rationem habent. Ut igitur una ad unam, ita etiam ſe habent omnes præcedentes ad omnes ſequentes. Ut igitur ΔE ad EB, ita ſe habet recta compoſita tum ex AΓ, tum ex tripla ipſius ΓΔ, tum ex dupla ipſius ΔE, ad rectam compoſitam tum ex ΓB, tum ex tripla ipſius BΔ, tum ex dupla ipſius EB. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut in primis magnitudinibus præcedens OE ad ſequentem ΔE, ita in ſecundis ſe habere rectam compoſitam tum ex ΓB, tum ex

ἐπειδὴ καὶ τὰ πέντε πρὸς δύο, καὶ [r]τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· καὶ ἡ συγκειμένη ἄρα ἐκ τῆς ε′ συναμφοτέρου τῆ AB, BE, καὶ ἑ′ συναμφοτέρου τῆ ΓB, BΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆ AB, BE, καὶ δ′ τῆς ΓB, BΔ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστε καὶ ἡ AO πρὸς HΘ λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Πάλιν ἐπεὶ ἐδείχθη ἐν τοῖς ἀνωτέρω, ὅτι ἡ OΔ πρὸς ΔA τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει ἡ EB μετὰ τῆς β′ τῆς BΔ πρὸς τὴν ἴσην τῇ συγκειμένῃ ἔκ τε τῆς β′ συναμφοτέρου τῆ AB, BE, μετὰ [s]τῆς δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓB, BΔ· ἔστι δὲ καὶ ὡς ἐπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις [t]μεγέθεσιν, ἡ AΔ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΔE, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ β′ τῆ AB, καὶ γ′ τῆ ΓB, καὶ μόνης τῆ ΔB πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς EB, καὶ τῆ β′ τῆς BΔ· ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστι τεταραγμένης ὕσης τῆς ἀναλογίας, δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ἡ OΔ πρὸς ΔE, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ τῆς AB, καὶ τῆς γ′ τῆς ΓB, καὶ μόνης τῆς BΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆ β′ συναμφοτέρου τῆς AB, BE, καὶ δ′ τῆ ΓB, BΔ. Ὥστε καὶ ἀνάπαλιν ὡς ἡ EΔ πρὸς ΔO, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς AB, BE, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓBΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β′ τῆς AB, καὶ τῆ γ′ τῆ ΓB, καὶ μόνης τῆ BΔ. Καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ ΔE πρὸς EO, τὸ ἡγούμενον φημὶ πρὸς τὴν ὑπεροχήν, οὕτω ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆ ABE, μετὰ τῆς δ′ τῆς ΓBΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς ΓB μόνης, καὶ γ′ τῆς BΔ, καὶ τῆς β′ τῆς EB. Ἐν μὲν γὰρ τῷ ἡγουμένῳ ἡ β′ τῆς AB, καὶ τῆς BE· ἐν δὲ τῷ ἑπομένῳ ἡ β′ τῆς AB μόνης· ὥστε περιλείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἡ β′ τῆς EB. Πάλιν ἐν μὲν τῷ ἡγουμένῳ ἡ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓBΔ, ἐν δὲ τῷ ἑπομένῳ ἡ γ′ τῆς ΓB, καὶ ἡ BΔ μόνη· ὥστε περιλείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἡ ΓB μόνη, καὶ ἡ γ′ τῆ BΔ. Καλῶς ἂν ἐλέχθη, ὅτι ἐστὶν ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΔE πρὸς EO, ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς AB, BE, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓBΔ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς ΓB, καὶ τῆ γ′ τῆς ΔB, καὶ τῆς β′ τῆς EB. Ὥστε καὶ ἀνάπαλιν ὡς OE πρὸς EΔ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ΓB, μετὰ τῆς γ′ τῆς BΔ, καὶ β′ τῆς EB, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ABE, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓBΔ. [u]Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΔB πρὸς ἄλλο τί τὴν EB, ἡ AB πρὸς BΓ· καὶ διελόντι ὡς ἡ ΔE πρὸς EB, ἡ AΓ πρὸς ΓB. Διὰ τὰ αὐτὰ δή, ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔB, οὕτως ἡ ΔE πρὸς EB· καὶ ὡς ἄρα ἡ γ′ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν γ′ τῆς ΔB, οὕτως ἡ β′ τῆς ΔE πρὸς τὴν β′ τῆς EB. Τὰ γὰρ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔE πρὸς EB, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ AΓ, [x]καὶ τῆ γ′ τῆς ΓΔ, καὶ ἡ β′ τῆ ΔE, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκτε τῆ ΓB, καὶ τῆ γ′ τῆ BΔ, [y]καὶ τῆ β′ τῆς EB. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον ἡ OE πρὸς ἑπόμενον τὴν ΔE, ἐν τοῖς δευτέροις [z]μεγέθεσιν ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ ΓB, καὶ τῆς γ′ τῆς BΔ, καὶ β′ τῆς [a]BE, πρὸς ἑπόμενον, τὴν συγκειμένην

[r] τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο in MS. desunt. [s] τῆς ex MS. [t] In MS. hiatus eſt, in hoc loco, uſque ad ἄλλο τι ἡ. [u] ἔστι δὲ ὧν [x] καὶ τῆς ΓΔ [y] καὶ τῆς β′. ἐπεὶ [z] μεγέθεσιν ἡγούμενον ἡ συγκειμένη [a] BΔ

[b] ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆ Α Β, Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆ Γ Β Δ· ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον ἡ Δ Ε πρὸς ἄλλο τι τὴν Ε Β, ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς Α Γ, καὶ ἡ γ′ τῆς Γ Δ, καὶ [c] β′ τῆς Δ Ε, πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην, ἔκ τε τῆς Γ Β, καὶ γ′ τῆς Δ Β, καὶ β′ τῆς Β Ε· διὰ ἴσου, ἐν τῇ ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ Ο Ε πρὸς Ε Β, ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆ Α Γ, [d] καὶ γ′ τῆς Γ Δ, καὶ ἡ β′ τῆς Δ Ε, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς Α Β Ε, μετὰ τῆς δ′ συναμφοτέρου τῆς Γ Β Δ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ Ο Β πρὸς Β Ε, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς Α Γ, καὶ γ′ τῆς Γ Δ, καὶ β′ τῆς Ε Δ, καὶ β′ συναμφοτέρου τῆς Α Β, Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρου [e] τῆς Γ Β Δ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς Α Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς Γ Β Δ. Ἀλλὰ ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς Α Γ, καὶ γ′ τῆς Γ Δ, καὶ β′ τῆς Δ Ε, [f] καὶ β′ συναμφοτέρου τῆς Α Β, Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆ Γ Β Δ, ἴσον ἐστὶ τῇ συγκειμένῃ ἔκ τε τῆς γ′ τῆς Α Β, καὶ ς′ τῆς Γ Β, καὶ γ′ [g] τῆς Δ Β. [h] Ἡ τε γὰρ Α Β δὶς παρειλήφθη αὐτόθεν, καὶ προσλαβοῦσα τὴν Α Γ, καὶ ἐκ τῆς δ′ τῆς Γ Β μίαν, ποιεῖ τρίτον τὸ Α Β. Πάλιν [i] ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς δ′ τῆς Γ Β μίας, γίνεται γ′. Προσλαβοῦσα δὲ τὸ γ′ τῆς Γ Δ, καὶ γ′ τῆς Δ Β, ποιεῖ τὴν ς′ τῆς Γ Β. Πάλιν ἀφαιρεθείσης [k] ἀπὸ τ δ′ τῆς Δ Β γ′, μένει μόνη ἡ Δ Β. Προσλαβοῦσα δὲ τὴν τε β′ τῆς Δ Ε, καὶ τὴν β′ τῆς Ε Β, ποιεῖ τὴν γ′ τῆς Β Δ. Καλῶς [l] ἂν λέγει, ὅτι ἡ Ο Β πρὸς Ε Β τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς γ′ τῆς Α Β, καὶ ς′ τῆς Γ Β, καὶ γ′ τῆς Δ Β, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς Α Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς Γ Β Δ. Πάλιν [m] ἐπεὶ αἱ Ε Δ, Δ Γ, Γ Α ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ, καὶ, διὰ τὸ ἀνάπαλιν τῆς ὑποθέσεως, συναμφότερος ἑκάστη τῶν Ε Β, Β Δ, Δ Β, Β Γ, Γ Β, Β Α· ἔστιν ὡς ἡ Ε Δ πρὸς τὴν μέσην καὶ τὴν ἑπομένην τὰς Δ Γ, Γ Α, τουτέστι τὴν Δ Α, οὕτως συναμφότερος ἡ Ε Β, Β Δ πρὸς συναμφότερον τὴν Δ Β, Β Γ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς Γ Β, Β Α. Καὶ συνθέντι ἄρα, ὡς Ε Α πρὸς Α Δ, οὕτως συναμφότερος ἡ Ε Β Δ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς Δ Β Γ, καὶ μετὰ συναμφοτέρου τῆς Γ Β Α, πρὸς συναμφότερον τὴν Δ Β Γ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς Γ Β Α. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ Ε Β Δ μετὰ τῆς Δ Β Γ, καὶ τῆς Γ Β Α, ἴσον ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ Ε Β Α, καὶ δὶς συναμφοτέρῳ τῇ Δ Β Γ· ἅπαξ γὰρ αἱ ἄκραι παραλαμβάνονται, τὸ δὶς αἱ μέσαι· συναμφότερος δὲ [n] ἡ Δ Β Γ μετὰ τῆς Γ Β Α, ἴσον ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ Α Β Δ, καὶ δὶς τῇ [o] Γ Β, διὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν. Ὥστε [p] ἐστὶν ὡς ἡ Ε Α πρὸς Α Δ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆ Ε Β Α, [q] καὶ β′ συναμφοτέρου τῆ Δ Β Γ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε συναμφοτέρου τῆ Δ Β Α, καὶ τῆ β′ τῆ Γ Β. Ὥστε καὶ ἡ διπλασία πρὸς τὴν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Ὡς ἄρα ἡ Ε Α πρὸς Α Δ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆ β′ συναμφοτέρου τῆς Ε Β Α, μετὰ τῆς δ′ συναμφοτέρου τῆς Γ Β Δ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς [r] Α Β Δ, καὶ τῆ δ′ τῆ Γ Β. Ὥστε καὶ ὡς ἡ Ε Α πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆ Α Δ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς Α Β Ε, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆ Γ Β Δ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆ συγκειμένης ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς Α Β Δ, καὶ τῆ δ′ τῆς Γ Β. Ἀλλ' ὡς ἡ Α Ε πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς Α Δ, οὕτως ἐλήφθη ἡ Β Ε πρὸς

tripla ipſius B Δ, tum ex dupla ipſius B E, ad ſequentem, rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ; et rurſus ut in magnitudinibus primus ſequens Δ E ad aliam quamdam E B, ita ſe habere in ſecundis quamdam aliam, rectam compoſitam tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ E, ad præcedentem, rectam compoſitam tum ex Γ B, tum ex tripla ipſius B Δ, tum ex dupla ipſius B E; ideo æqua eademque perturbata proportione, ut O E ad E B, ita ſe habet recta compoſita tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ E, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ. Et componendo, ut O B ad B E, ita ſe habet recta compoſita tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius E Δ, tum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ. Recta autem compoſita tum ex A Γ, tum ex tripla ipſius Γ Δ, tum ex dupla ipſius Δ E, tum ex dupla utriuſque ſimul A B, B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, æqualis eſt rectæ compoſitæ tum ex tripla ipſius A B, tum ex ſexcupla ipſius Γ B, tum ex tripla ipſius Δ B. Cum enim A B ſumpta bis fuerit, ſi ei adjiciatur A Γ, et Γ B ablata ab ejus quadrupla, triplam facit ipſius A B. Rurſus cum a quadrupla ipſius Γ B ablata fuerit Γ B, ea tripla relinquitur. Itaque ſi huic adjiciatur tripla cum ipſius Γ Δ, tum ipſius Δ B, ſexcuplam facit ipſius Γ B. Denique cum a quadrupla ipſius Δ B ablata fuerit tripla, ea una relinquitur Δ B. Itaque ſi huic adjiciatur dupla cum ipſius Δ E, tum ipſius E B, triplam facit ipſius B Δ. Jure igitur merito dicit, O B ad E B eandem habere rationem, quam rectam compoſitam tum ex tripla ipſius A B, tum ex ſexcupla ipſius Γ B, tum ex tripla ipſius Δ B, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ. Rurſus quoniam E Δ, Δ Γ, Γ A, et poſitione inverſa utraque ſimul E B, B Δ, Δ B, B Γ, Γ B, B A proportionales ſunt; ideo ut E Δ ad mediam et ſequentem Δ Γ, Γ A, hoc eſt Δ A, ita ſe habet utraque ſimul E B, B Δ ad utramque ſimul cum Δ B, B Γ, tum Γ B, B A. Igitur etiam componendo, ut E A ad A Δ, ita ſe habet utraque ſimul tum E B Δ, tum Δ B Γ, tum Γ B A, ad utramque ſimul cum Δ B Γ, tum Γ B A. Sed utraque quidem ſimul tum E B Δ, tum Δ B Γ, tum Γ B A æqualis eſt utrique ſimul E B A, et duplæ utriuſque ſimul Δ B Γ: poſtremæ enim ſemel, et mediæ bis ſumuntur: utraque vero ſimul cum Δ B Γ, tum Γ B A æqualis eſt ob eandem cauſam utrique ſimul A B Δ, et duplæ ipſius Γ B. Igitur ut E A ad A Δ, ita ſe habet recta compoſita cum ex utraque ſimul E B A, tum ex dupla utriuſque ſimul Δ B Γ, ad rectam compoſitam cum ex utraque ſimul Δ B A, tum ex dupla ipſius Γ B. Dupla autem ad duplam eamdem rationem habet. Ut igitur E A ad A Δ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul E B A, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad rectam compoſitam cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B. Quare etiam ut E A ad tres quintas partes ipſius A Δ, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul A B E, tum ex quadrupla utriuſque ſimul Γ B Δ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul A B Δ, tum ex quadrupla ipſius Γ B. Ut autem A E ad tres quintas partes ipſius A Δ, ita ſe habet B E ad Z H;

[b] ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς Γ Β Δ [c] καὶ γ′ τῆς [d] καὶ γ′ τῆς Β Δ· καὶ ἡ δ′ τῆς Δ Ε. [e] τῆς Α Β Δ [f] καὶ β′ συναμφοτέρου τῆς Β Γ Δ [g] τῆς Δ Ε [h] ἀφαιρεθεῖσα ἡ δ′ [i] ἀπὸ τῆς α′ τῆς Δ Β Γ [k] ἂν καὶ λέγει [l] ἐπεὶ αἱ Ε Δ, Δ Ι, ἐν τῷ [m] ἡ Δ Β Ι [n] Α Γ [o] εἶναι [p] καὶ συναμφοτέρου [q] Α Β Γ

Digitized by Google

quippe hujuſmodi ſumptæ ſunt. Igitur etiam ut EB ad ZH, ita ſe habet recta compoſita cum ex dupla utriuſque ſimul ABE, tum ex quadrupla utriuſque ſimul ΓBΔ, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut præcedens OB ad ſequentem BE, ita ſe habere præcedentem, cum triplam utriuſque ſimul ABΔ, tum ſexcuplam ipſius ΓB, ad ſequentem, cum duplam utriuſque ſimul ABE, tum quadruplam utriuſque ſimul ΓBΔ: et rurſus ut ſequens EB ad aliam quamdam ZH, ita ſequentem, cum duplam utriuſque ſimul ABE, tum quadruplam utriuſque ſimul ΓBΔ, ad quamdam aliam; hoc eſt ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB; ideo æqua eademque ordinata proportione, ut OB ad ZH, ita ſe habet recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. At vero recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB, eamdem habet rationem quam quinque ad duo. Nam tripla quidem utriuſque ſimul ABΔ, duplæ utriuſque ſimul ABΔ ſeſquialtera eſt; ſexcupla vero ΓB ejuſdem quadruplæ eſt ſeſquialtera. Et quoniam præcedentes ad ſequentes, utpote quæ ſeſquialteræ ſunt, eam rationem habent, quam tria ad duo. Ideo habent eam, quam quadraginta quinque ad triginta. Uterque enim numerus utriuſque quincuplex eſt et decuplus. Sunt autem tres quintæ partes numeri triginta, decem octo. Igitur quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem habent, quam recta compoſita cum ex tripla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex ſexcupla ipſius ΓB, ad tres quintas partes rectæ compoſitæ cum ex dupla utriuſque ſimul ABΔ, tum ex quadrupla ipſius ΓB. Quæ quidem ratio eadem eſt quæ ipſius OB ad ZH. Habent autem quadraginta quinque ad decem octo eamdem rationem, quam quinque ad duo. Uterque enim numerus quinque et duo nona eſt utriuſque numeri pars. Habet igitur etiam OB ad ZH eamdem rationem, quam quinque ad duo. Quoniam igitur demonſtratum eſt, cum OA ad HΘ, tum OB ad ZH eamdem rationem habere quam quinque ad duo; ideo tota ZΘ idem eſt ac duæ quintæ partes totius AB.

PROP. X. Theor.

Cujuſlibet ſegmenti a rectanguli coni ſectione ablati centrum gravitatis eſt in recta linea, quæ ſegmenti diameter eſt, ſecta in æquales quinque partes; ita poſitam in quinque harum partium media, ut quæ altera ejus particula proprior minori ſegmenti baſi eſt, hæc ad particulam alteram eamdem habeat rationem, quam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a dimidia majoris baſis ſegmenti deſcribitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ baſis minoris, tum majori baſi; ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a dimidia minoris baſis ſegmenti, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ majoris baſis, tum baſi minori.

ΖΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΒ πρὸς ΖΗ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, καὶ τῆς δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, καὶ δ′ τῆς ΓΒ. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὡς ἡγούμενον ἡ ΟΒ πρὸς ἑπόμενον τῆς ΒΕ, οὕτως ἡγούμενον, ἡ γ′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, μετὰ τῆς ς′ τῆς ΓΒ, πρὸς ἑπόμενον, τὴν β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ· ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ ΕΒ πρὸς ἄλλο τι [r] τῷ ΖΗ, οὕτως ἑπόμενον, ἡ β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ, καὶ ἡ δ′ συναμφοτέρου τῆς [s] ΓΒΔ πρὸς τὰ τρία πέμπτα ἄλλο τι, τουτέστι τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, καὶ τῆς δ′ τῆς ΓΒ· τεταγμένης ἄρα τῆς ἀναλογίας δι' ἴσου ἐστὶν, [t] ὡς ΟΒ πρὸς ΖΗ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς γ′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, καὶ ς′ τῆς ΓΒ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, [u] καὶ δ′ τῆς ΓΒ. Ἡ δὲ συγκειμένη ἐκ τῆς γ′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, [w] καὶ ς′ τῆς ΓΒ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, καὶ δ′ τῆς ΓΒ, λόγον ἔχει ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἡ μὲν γὰρ τριπλασία συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, τῆς διπλασίας συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ ἡμιολία ἐστί· ἡ δὲ ἑξαπλασία τῆς ΓΒ τῆς τετραπλασίας τῆς ΓΒ ἡμιολία ἐστί. Ἐπειδὴ δὲ τὰ ἡγούμενα τῶν ἑπομένων ἡμιολία, καὶ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὰ, ὃν τρία πρὸς δύο. Ἔχει ἄρα καὶ ὃν τεσσαράκοντα πέντε πρὸς τριάκοντα. Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρου ἐστὶ πέντε καὶ δεκαπλάσιον. Καί ἐστι τὰ τρία πέμπτα τῶν τριάκοντα δεκαοκτώ. Ἔχει ἄρα τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον, ὃν ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς γ′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ, καὶ ς′ τῆς ΓΒ, πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ δ′ τῆς ΓΒ. Οἷος καὶ ὁ λόγος ἐστὶ τῆς ΟΒ πρὸς ΖΗ. Ἀλλὰ τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτὼ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Τὰ γὰρ πέντε καὶ τὰ δύο ἀμφοτέρων εἰσὶν ἔννατα. Ὥστε καὶ ἡ ΟΒ πρὸς ΖΗ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ἡ μὲν ΟΑ πρὸς ΗΘ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε πρὸς δύο, ἡ δὲ ΟΒ πρὸς ΖΗ τὸν αὐτὸν λόγον, δύο πεμπτημόριά ἐστιν ὅλη ἡ ΖΘ ὅλης τῆς ΑΒ.

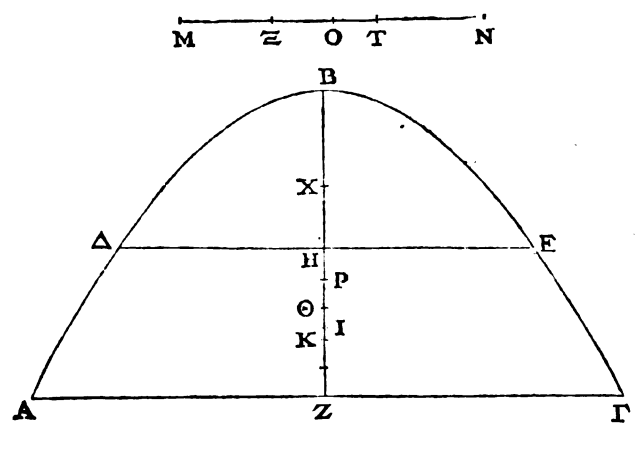
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι′.

Παντὸς τμήματος ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἀφαιρεθέντος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τῆς διαμέτρου ἐστὶν, ἃ διάμετρός ἐστι τοῦ τμήματος· τὸν δὲ τρόπον κείμενον, διαιρεθείσης τῆς διαμέτρου εἰς ἴσα πέντε, ἐπὶ μέσου πεμπταμορίου· ὡς τε τὸ τμῆμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τῆς ἐλάσσονος βάσεως τοῦ τόμου πρὸς τὸ λοιπὸν τμῆμα τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσους τῆς μείζονος τῶν βάσεων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὴν ἴσην συναμφοτέρᾳ, τῇ τε διπλασίᾳ τῆς ἐλάσσονος τῶν βάσεων, καὶ τῇ μείζονι, τουτέστι τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσους τῆς ἐλάσσονος τῶν βάσεων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὴν ἴσην ἀμφοτέραις, τῇ τε διπλασίᾳ τῆς μείζονος, καὶ τῇ ἐλάσσονι αὐτῶν.

[r] τὰ τρία πέμπτα τῆς ΖΗ. [s] ΔΕΓ [t] ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΖΗ [u] καὶ ς′ [w] καὶ δ′ τῆς ΓΒ λόγον ἔχει

Digitized by Google

[v] Ἐστωσαν ἐν ὀρθογωνίᾳ κώνου τομῇ δύο διάμετροι αἱ ΑΓ, ΔΕ. Διάμετρος δὲ ἔστω τῆς ΑΒΓ τμήματος ἡ ΒΖ. [x] Φανερὸν δὴ ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου διάμετρός ἐστιν ἡ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν ΑΓ, ΔΕ παράλληλοί εἰσι τῇ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένῃ τῆς τομῆς. [y] Καὶ τῆς ΗΖ διῃρήσθω εἰς πέντε ἴσα, μέσον ἔστω πεμπταμόριον ἡ ΘΚ. Ἡ δὲ ΘΙ ποτὶ τὰν ΙΚ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ [z] τᾶς ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷδε β' [a] τᾶς ΔΗ, καὶ τᾷ ΑΖ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ β' τᾶς ΑΖ, καὶ τᾷ ΔΗ. Δεικτέον ὅτι [b] τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βαρέος τὸ Ι σαμεῖον.



Sint in rectanguli coni ſectione duæ rectæ ΑΓ, ΔΕ. Ac ſegmenti ΑΒΓ diameter ſit ΒΖ. Manifeſtum utique eſt ſegmenti etiam ΑΔΕΓ diametrum eſſe ΗΖ; ipſaſque ΑΓ, ΔΕ rectæ illi parallelas eſſe, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Itaque ſecta ΗΖ in æquales quinque partes, ſit quinque harum partium media ΘΚ. Ac ΘΙ ad ΙΚ eamdem habeat rationem, quam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ad ΑΖ deſcribitur, altitudinem vero rectam utrique æqualem, tum duplæ ipſius ΔΗ, tum ipſi ΑΖ; ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod deſcribitur a ΔΗ, altitudinem vero rectam æqualem utrique, tum duplæ ipſius ΑΖ, tum ipſi ΔΗ. Oportet demonſtrare, ſegmenti ΑΔΕΓ centrum gravitatis eſſe punctum Ι.

[v] Ἔστω δὴ [c] τᾷ μὲν ΖΒ ἴσα ἁ ΜΝ, τᾷ δὲ ΗΒ ἴσα ἁ [d] ΝΟ· καὶ εἰλήφθω τᾶς μὲν ΜΝ, ΝΟ [e] μέσα ἀνάλογον ἁ ΝΞ· τετάρτα δ' [f] ἀνάλογον ἁ ΤΝ. Καὶ ὡς ΤΜ ποτὶ ΤΝ, οὕτως ἁ ΖΘ ποτὶ τίνα ἀπὸ τᾶς Ι, [g] ὅπᾳ ἂν ἔρχηται τὸ [h] ἕτερον σαμεῖον· οὐδὲν γὰρ διαφέρει, εἴτε κὰ μεταξὺ τῶν Ζ, Η, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Η, Β, τὰν ΙΡ. Καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίᾳ κώνου τομᾷ διάμετρός ἐστι τᾶς τμάματος ἁ ΖΒ, [i] ἁ ΒΖ δὲ ἤτοι ἀρχά ἐστι τᾶς τομᾶς, ἢ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκταν· αἱ δὲ ΑΖ, ΔΗ εἰς αὐτὰν [k] τεπαγμένως εἰσὶ κατεγμέναι· ἐπειδὴ παράλληλοι εἰσὶ τᾷ ἀπὸ τᾶς Β τᾶς τομᾶς [l] ἐφαπτομένᾳ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ὡς ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἁ ΖΒ ποτὶ ΒΗ μάκει, [m] τουτέστιν ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, [n] οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει. Ὥστε καὶ μάκει ἐν αὐτῷ τῷ λόγῳ. Καὶ ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως τὸ ΒΑΓ τμᾶμα ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον, οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ ΝΤ. Ὡς τε καὶ διελόντι, ἐστὶν ὡς ὁ ΑΔΓΕ τομεὺς [o] ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΜΤ ποτὶ ΝΤ, τουτέστι τὰ γ' ε' τᾶς ΗΖ ποτὶ ΙΡ. Καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ

Itaque ſit ipſi quidem ΖΒ æqualis ΜΝ, ipſi vero ΕΒ æqualis ΝΟ: ſumaturque media inter ΜΝ, ΝΟ proportionalis ΝΞ; et ab his quarta ΤΝ. Tum fiat, ut ΤΜ ad ΤΝ, ita ΖΘ ad rectam aliquam ΙΡ a puncto Ι ductam; ubicunque ceciderit alterum ejus punctum: nihil enim refert, utrum inter puncta Ζ, Η, an vero inter Η, Β cadat. Et quoniam rectanguli coni ſectionis diameter eſt ΖΒ, hæc ſive primaria ſectionis diameter eſt, ſive illi ducta eſt parallela: atque huic ordinate applicatæ ſunt ΑΖ, ΔΗ; quoniam rectæ illi parallelæ ſunt, quæ ſectionem in puncto Β contingit. Quod ſi ita eſt, ut ΑΖ ad ΔΗ poteſtate, ita ſe habet longitudine ΖΒ ad ΒΗ, hoc eſt ΜΝ ad ΝΟ. Ut autem ΜΝ ad ΝΟ longitudine, ita ſe habet poteſtate ΜΝ ad ΝΞ. Ut igitur poteſtate ΑΖ ad ΔΗ, ita etiam poteſtate ſe habet ΜΝ ad ΝΞ. Quare etiam longitudine eamdem inter ſe invicem rationem habent. Igitur etiam ut cubus, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet cubus, qui a ΜΝ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΝΞ. Sed ut cubus quidem, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet ſegmentum ΒΑΓ ad ſegmentum ΔΒΕ; ut vero cubus qui a ΜΝ deſcribitur, ad cubum qui deſcribitur a ΝΞ, ita ſe habet ΜΝ ad ΝΤ. Igitur etiam dividendo, ut ſegmentum ΑΔΓΕ ad ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habet ΜΤ ad ΤΝ; hoc eſt tres quintæ partes ipſius ΗΖ ad ΙΡ. Et quoniam ſolidum baſin quidem habens quadratum, quod

[x] φανερὸν δὲ ὅτι καὶ τοῦ ΑΓ, ΔΕ παράλληλοι [y] καὶ τῆς ΕΖ [z] τῆς ΛΖ [a] τῆς ΖΗ [b] τοῦ ΑΔΓ [c] τὰ μὲν ΖΕ [d] ΝΘ [e] μέσα ex MS. [f] ἀνάλογον [g] ὅπερ [h] στερεὸν [i] ἁ ΒΖ ἤτοι ἀρχικὴ ἐστὶ [k] τεταγμένως ex MS. [l] ἐφαπτομέναι [m] τουτέστιν ἁ ΜΝ Χ ποτὶ ΝΞ δυνάμει, καὶ ὡς ἁ ΜΝ ποτὶ δυνάμει· οὕτως ἁ ΜΝ ποτὶ δυνάμει, οὕς τε καὶ ΜΑΚΝ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος. [n] οὕτως ἁ ΖΒ ποτὶ ΒΗ μάκει τουτέστιν καὶ ὡς ἄρα ἁ ΑΖ ποτὶ ΔΗ [o] ποτὶ τὸ ΔΒ τμᾶμα

Digitized by Google

ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ, ad cubum qui describitur ab AZ, eam rationem habet, quam dupla ipsius ΔH, una cum AZ, ad ZA; ideoque et quam dupla ipsius NΞ, una cum NM ad NM: atque ut cubus quidem, qui ab AZ describitur, ad cubum qui describitur a ΔH, ita se habet MN ad NT: ut vero cubus, qui describitur a ΔH, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔH describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH, ita se habet ΔH ad rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH; ideoque et ut TN ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ON, tum ex TN. Propterea quatuor sunt magnitudines, nempe solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam, compositam tum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ; et cubus qui describitur ab AZ; et cubus, qui describitur a ΔH; et solidum basim quidem habens quadratum, quod a ΔH describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH. Quae quidem quatuor magnitudines quatuor magnitudinibus binae binis proportionales sunt; nempe rectae compositae tum ex dupla ipsius NΞ, tum ex NM; deinde ipsi MN; postea ipsi NT; denique rectae compositae tum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Igitur, ex aequa proportione, ut solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod describitur a ΔH, altitudinem vero rectam compositam tum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH, ita se habet recta composita tum ex dupla ipsius NΞ, tum ex NM, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Ut autem solidum, quod diximus, ad id, quod diximus, solidum, ita se habet ΘI ad IK. Igitur etiam ut ΘI ad IK, ita se habet recta composita ad rectam compositam. Quare etiam componendo, sumendoque antecedentium quincupla. Ut igitur ZH ad IK, ita se habet tum quincupla utriusque MNT, tum decupla utriusque NΞ, NO, ad duplam ipsius ON, et amplius NT. Ut autem ZH ad ZK, duas quintas ejusdem partes, ita se habet tum quincupla utriusque MNT, tum decupla utriusque ΞNO, ad duplam utriusque MNT, et quadruplam utriusque ΞNO. Igitur ut ZH ad ZI, ita se habebit tum quincupla utriusque MNT, tum decupla utriusque ΞNO, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius MN, tum ex quadrupla ipsius NΞ, tum ex sexcupla ipsius ON,

τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΔH, καὶ τᾶς AZ, πτὶ τὸν ἀπὸ AZ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἁ β' τᾶς ΔH, μετὰ τᾶς AZ ποτὶ ZA· ὥστε καὶ ὃν ἁ β' τᾶς NΞ, μετὰ τᾶς NM, ποτὶ NM· ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ AZ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔH κύβον, ἕτως ἁ MN ποτὶ NT· ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος ποτὶ τὸ στερεόν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε [p] τᾶς διπλασίας τᾶς AZ, μετὰ τᾶς ΔH, ἕτως ἁ ΔH ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH· ὡς τε καὶ ἁ TN ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ON, καὶ τᾶς TN. Γέγονεν ἄν τέσσαρα μεγέθη, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς διπλᾶς τᾶς ΔH, καὶ [q] τᾶς AZ, καὶ ὁ ἀπὸ AZ κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος, καὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH. Τέταρσι μεγέθεσιν ἀνάλογον σὺν δύο λαμβανομένοις, τά τε συγκειμένα ἔκτε τᾶς β' τᾶς NΞ, καὶ τᾶς NM, [r] καὶ ἑτέρῳ μεγέθει τᾶς MN, καὶ ἄλλο ἐξῆς τᾷ NT, καὶ τελευταῖον τᾷ συγκειμένᾳ, ἔκτε τᾶς β' τᾶς NO, καὶ τᾶς NT. Δι' ἴσω ἄρα γέγηται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς ΔH, καὶ τᾶς AZ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, [s] ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH, ἕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β' τᾶς NΞ, καὶ τᾶς MN, ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς NO, καὶ τᾶς NT. Ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον στερεὸν, ποτὶ τὸ εἰρημένον στερεὸν, ἕτως ἁ ΘI ποτὶ IK. Καὶ ὡς ἄρα ἁ ΘI ποτὶ IK, [t] ἕτως ἁ συγκειμένα ποτὶ τὰν συγκειμέναν. Ὡς τε καὶ συνθέντι, καὶ τῶν ἡγεμένων [u] τὰ πενταπλάσια. Ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ZH ποτὶ IK, [w] ἕτως ἁ πενταπλῆ συναμφοτέρᾳ τᾶς MNT, καὶ ἑ συναμφοτέρᾳ τᾶς NΞ, NO, ποτὶ τὰν β' τᾶς ON, καὶ τὰν NT. Καὶ ὡς ἁ ZH ποτὶ ZK, ἅσαν αὐτᾶς δύο πέμπτα, ἕτως ἁ ε' συναμφοτέρᾳ τᾶς MNT, [x] καὶ δεκαπλῆ συναμφοτέρᾳ τᾶς ΞNO, ποτὶ τὰν β' συναμφοτέρᾳ τᾶς MNT, καὶ δ' συναμφοτέρᾳ τᾶς ΞNO. Ἔσαι ἄν ὡς ZH ποτὶ ZI, ἕτως ἁ ε' συναμφοτέρᾳ τᾶς MNT, καὶ ἑ συναμφοτέρᾳ τᾶς ΞNO ποτὶ τὰν συγκειμέναν, ἔκτε τᾶς β' τᾶς MN, καὶ δ' τᾶς NΞ, καὶ ς' τᾶς ON, καὶ γ' τᾶς NT. Ἐπεὶ οὖ τέσ-

[p] τᾶς AZ
[q] τᾶς AZ κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος.
[r] καὶ τῷ ἑτέρῳ
[s] ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς β' τᾶς NΞ
[t] ἕτως ex MS.
[u] τὰ ἑ
[w] ἕτως ἁ συναμφοτέρᾳ
[x] καὶ ἑ.

Digitized by Google

σάρες ἀϑεῖαι ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΜΝΞ, ΟΝΤ, καί ἐσιν ὡς μὲν ἀ ΝΤ ϖοτὶ ΤΜ, οὕτως εἰλημένα τις ἀ ΡΙ ποτὶ τὰ τρία ϖέμπτα τᾶς ΖΗ, τϒτέϛι τᾶς ΜΟ· ὡς δὲ ἀ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β′ τᾶς ΝΜ, καὶ δ′ τᾶς ΝΞ, καὶ ϛ′ [γ] τᾶς ΝΟ, καὶ γ′ τᾶς ΝΤ, ϖοτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκτε τᾶς ε′ συναμφοτέρϒ τᾶς ΜΝΤ, καὶ ι′ συναμφοτέρϒ τᾶς ΞΝΟ, ἄτως ἑτέρα τις εἰλημένα ἀ ΙΖ ϖοτὶ τὰν ΖΗ, τϒτέϛιν ϖοτὶ τὰν ΜΟ, ἔϛαι διὰ τὰ ϖρότερον ἀ ΡΖ δύο πέμπτα τᾶς ΜΝ· τϒτέϛι τᾶς ΖΒ. Ὥϛε κέντρον βάρϒς ἐϛὶ τᾶ ΑΒΓ τμάματος τὸ Ρ σαμεῖον. Ἔϛω δὴ καὶ τᾶ ΔΒΕ τμάματος κέντρον βάρϒς τὸ Χ σαμεῖον. Τᾶ ἄρα ΑΔΕΓ τόμῳ ἔϛαι τὸ κέντρον τᾶ βάρϒς ἐπὶ τᾶς ἐϖ' ἀϑείας τᾶς ΧΡ, τὸν αὐτὸν ποτὶ αὐτὰς λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει ὁ τομεὺς ϖοτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα. Ἔϛι δὲ τὸ Ι σαμεῖον. Ἐπεὶ γὰ τᾶς μὲν ΖΒ τρία πέμπτα ἐσὶν ἀ ΒΡ, τᾶς δὲ ΗΒ τρία ϖέμπτα ἐσὶν ἀ ΒΧ· καὶ λοιπᾶς ἄρα τᾶς ΗΖ τρία ϖέμπτα ἐσὶν ἀ ΧΡ. Ἐπεὶ ὧν ἐσιν, ὡς μὲν ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς ϖοτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, ἄτως ἀ ΜΤ ϖοτὶ ΝΤ. Ὡς δὲ ἀ ΜΤ ϖοτὶ τὰν ΝΤ, ἄτως τὰ τρία πέμπτα [z] τᾶς ΗΖ, ἅ τίς ἐσιν ἀ ΧΡ ϖοτὶ ΡΙ· ἔϛαι ἄρα καὶ ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς ϖοτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, ἄτως ἀ ΧΡ [a] ϖοτὶ ΡΙ. Καί ἐσι μὲν τᾶ ὅλα τμάματος κέντρον τᾶ βάρϒς τὸ Ρ σαμεῖον, τᾶ δὲ ΔΒΕ κέντρον βάρϒς τὸ Χ. Φανερὸν ὧν, ὅτι [b] καὶ τᾶ ΑΔΕΓ τομέως τὸ κέντρον τᾶ βάρϒς τὸ Ι σαμεῖον.

tum ex tripla ipſius ΝΤ. Quoniam igitur quatuor ſunt rectæ lineæ continuo proportionales ΜΝΞ, ΟΝΤ, et ut ΝΤ quidem ad ΤΜ, ita ſe habet ſumpta quædam ΡΙ ad tres quintas partes ipſius ΖΗ, hoc eſt ΜΟ; ut autem recta compoſita tum ex dupla ipſius ΝΜ, tum ex quadrupla ipſius ΝΞ, tum ex ſexcupla ipſius ΝΟ, tum ex tripla ipſius ΝΤ, ad rectam compoſitam tum ex quincupla utriuſque ΜΝΤ, tum ex decupla utriuſque ΞΝΟ, ita ſe habet ſumpta alia quædam ΙΖ ad ΖΗ, hoc eſt ad ΜΟ, ideo erit ΡΖ ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, duæ quintæ partes ipſius ΜΝ, hoc eſt ΖΒ. Quare ſegmenti ΑΒΓ centrum gravitatis eſt punctum Ρ. Sit modo ſegmenti ΔΒΕ centrum gravitatis punctum Χ. Itaque ſegmenti ΑΔΕΓ centrum gravitatis erit in recta linea ipſi ΧΡ in directo poſita, ad quam ΧΡ eamdem rationem habeat, quam ſegmentum ΑΔΕΓ ad reliquum ſegmentum. Hoc autem eſt punctum Ι. Quoniam enim ipſius quidem ΖΒ tres quintæ partes eſt ΒΡ, ipſius vero ΗΒ tres quintæ partes ΒΧ; ideo reliquæ etiam ΗΖ tres quintæ partes eſt ΧΡ. Et quoniam ut ſegmentum quidem ΑΔΕΓ ad ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habet ΜΤ ad ΝΤ. Ut vero ΜΤ ad ΝΤ, ita ſe habent tres quintæ partes ipſius ΗΖ, quæ ipſa eſt ΧΡ, ad ΡΙ; ideo etiam ut ſegmentum ΑΔΕΓ, ad ſegmentum ΔΒΕ, ita ſe habebit ΧΡ ad ΡΙ. Ac totius quidem ſegmenti centrum gravitatis eſt punctum Ρ; ſegmenti vero ΔΒΕ punctum Χ. Manifeſtum igitur eſt, ſegmenti etiam ΑΔΕΓ centrum gravitatis eſſe punctum Ι.

EUTOCIUS.

Φανερὸν δή, ὅτι καὶ τᾶ ΑΔΕΓ τόμῳ διάμετρός ἐσιν ἀ ΖΗ. Ἐπεὶ γὰ ὑποκειται ἡ ΖΒ διάμετρος τᾶ τμήματος, καὶ αἱ ΑΓ, ΔΕ διχοτομόμεναι ὑπ' αὐτᾶς, κατὰ τὰ Ζ, Η, ϖαράλληλοί εἰσιν τᾷ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένᾳ τᾶς τομᾶς. Καὶ δῆλον ὅτι καὶ ϖᾶσαι αἱ ὁμοίως αὐταῖς ἀγόμεναι ϖαράλληλοι, εἴτε μεταξὺ αὐτῶν, εἴτε μεταξὺ τᾶ ΔΕ, καὶ τᾶ Β κορυφᾶς, δίχα τμαϑήσονται [c] ὑπὸ τᾶ ΒΖ. Καὶ διὰ τοῦτο φησὶ, διάμετρον εἶναι τᾶ τόμῳ τῷ ΖΗ. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ϖρὸς τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, ἄτως τὸ ΑΒΓ τμᾶμα ϖρὸς τὸ ΔΒΕ τμᾶμα. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὑφ' αὐτᾶ, ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνϒ ἐσὶν ἐπίτριτον, καὶ τὸ ΔΕΒ τμῆμα τᾶ ΔΕΒ τριγώνϒ, ἐσὶν ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ϖρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, ἄτως τὸ ΔΕΒ τμῆμα ϖρὸς τὸ [d] ΔΕΒ τρίγωνον. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ τμῆμα ϖρὸς τὸ τμῆμα, τὸ τρίγωνον ϖρὸς τὸ τρίγωνον. Ὥϛε καὶ τὰ ἥμισυ αὐτῶν, ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ϖρὸς τὸ ΔΕΒ τμῆμα, ἄτως

Manifeſtum utique eſt, ſegmenti etiam ΑΔΕΓ diametrum eſſe, ΖΗ. Quoniam enim ponitur, ΖΒ ſegmenti diametrum eſſe, ideo ΑΓ, ΔΕ ſectæ ab eadem in duas æquas partes in punctis Ζ, Η parallelæ ſunt rectæ, quæ in puncto Β ſectionem contingit. Conſtat autem et rectas omnes, quæ ductæ pariter fuerint, ſive ducantur inter ipſas, ſive inter ΔΕ, et verticem Β, a ΒΖ in duas æquas partes ſectum iri. Propterea dicit, ΖΗ ſegmenti diametrum eſſe. Sed et cubus quidem, qui ab ΑΖ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΗ, ita ſe habet ſegmentum ΑΒΓ ad ſegmentum ΔΒΕ. Quoniam enim demonſtratum ab ipſo eſt, ſegmentum ΑΒΓ ſeſquialterum eſſe trianguli ΑΒΓ; et ſegmentum ΔΕΒ ſeſquitertium trianguli ΔΕΒ; ideo ut ſegmentum ΑΒΓ ad triangulum ΑΒΓ, ita ſe habet ſegmentum ΔΕΒ ad triangulum ΔΕΒ. Et permutando, ut ſegmentum ad ſegmentum, ita triangulum ad triangulum. Quare etiam ut ſegmentum ΑΒΓ ad ſegmentum ΔΕΒ, ita, quæ triangulorum dimidia ſunt triangulum ΑΖΒ ad triangu-

[y] τᾶς ΝΘ [z] τᾶς ΝΖ [a] ποτὶ τοῦ βάρϒς τὸ Ρ [b] καὶ τᾶ ΑΒΕΓ τομέως [c] ὑπὸ τᾶς ΒΘΗ [d] ΑΕΒ

Digitized by Google

lum ΔHB. Itaque ſi deſcribantur parallelogramma triangulorum dupla, æquiangula invicem erunt; quod ΔH, AZ parallelæ ſint: et rationem habebunt, quæ ex laterum ratione componitur; hoc eſt ipſius AZ ad ΔH, et ipſius BZ ad BH. Eadem autem ratio eſt triangulorum atque ſegmentorum. Igitur ſegmentum ad ſegmentum rationem habet, quæ ex ratione componitur cum ipſius AZ ad ΔH, tum ipſius ZB ad BH. Ratio autem ipſius ZB ad BH eadem eſt quæ quadrati, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔH. Igitur ratio ſegmenti ad ſegmentum componitur ex ratione cum quadrati, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔH, tum ipſius AZ ad ΔH. At vero cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔH, ex iiſdem rationibus componitur, ut in Scholiis ad librum de ſphæra et cylindro demonſtratum eſt. Igitur ut ſegmentum ad ſegmentum, ita ſe habet cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔH. Et quoniam ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab AZ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam tum ex dupla ipſius ΔH, tum ex AZ, ad cubum, qui deſcribitur ab AZ, eam rationem habet, quam dupla ipſius ΔH, una cum AZ ad ZA. Cum enim conſtituantur ſuper iiſdem baſibus, ſe invicem habent ut altitudines. Ut autem ΔH ad AZ, ita ſe habet ΞN ad NM. Et ut dupla ipſius ΔH ad AZ, ita dupla ipſius ΞN ad NM. Et componendo, ut dupla ipſius NΞ, una cum NM, ad NM, ita dupla ipſius ΔH, una cum AZ, ad AZ. Demonſtratum autem eſt, ut cubus, qui ab AZ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔE, ita ſe habere cubum, qui a MN deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a NΞ, et MN ad NT: nam MN, NΞ, NO, NT quatuor ſunt rectæ invicem proportionales. Et ut prima ad quartam, ita ſe habet ſolidum, quod a prima ad ſolidum, quod a ſecunda ſimile ſimilique modo deſcribitur. Ut vero cubus, qui deſcribitur a ΔH, ad ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a ΔH deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH, ita ſe habet ΔH, ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH. Rurſus enim ſe invicem habent ut altitudines. Ut autem ΔH ad duplam ipſius AZ, una cum ΔH, ita ſe habet TN ad rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ON, tum ex NT. Ut enim AZ ad ΔH, ita ſe habet MN ad NΞ, et ON ad NT: et invertendo, ut ΔH ad AZ, ita TN ad NO: et ut ΔH ad duplam ipſius AZ, una cum ΔH, ita TN ad duplam ipſius NO, una cum TN. Propterea quatuor ſunt magnitudines deinceps poſitæ: quarum prima ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod ab AZ deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius ΔH, tum ex AZ; ſecunda, cubus, qui deſcribitur ab AZ; tertia, cubus, qui deſcribitur a ΔH; quarta ſolidum baſim quidem habens quadratum, quod a ΔH deſcribitur, altitudinem vero rectam compoſitam cum ex dupla ipſius AZ, tum ex ΔH. Sunt autem et aliæ quædam rectæ hiſce magnitudinibus binæ binis proportionales: atque harum prima recta compo-

τὸ AZB τείγωνον πρὸς τὸ ΔHB τρίγωνον. Ὥστε καὶ ἐὰν ἀναγράψωμεν τὰ παραλληλογράμματα διπλάσια τῶν τριγώνων, ἔσται ἰσογώνια, ἀλλὰ τὸ παραλλήλους εἶναι [c]τὰς ΔH, AZ· ὥστε καὶ λόγον ἕξει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, τῆς AZ πρὸς ΔH, καὶ τῆς BZ πρὸς BH. Ὁ αὐτὸς [*]δὲ λόγος ἐστὶ τῶν τριγώνων καὶ τῶν τμημάτων. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τε τῆς AZ πρὸς ΔH, καὶ τοῦ τῆς ZB πρὸς BH. [†]Ὁ δὲ τῆς ZB πρὸς BH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τὸ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον. Ὁ ἄρα τῆ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος σύγκειται ἐκ τῆ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔH τετράγωνον, καὶ τῆ τῆς AZ πρὸς ΔH. Σύγκειται δὲ καὶ ὁ τοῦ ἀπὸ AZ κύβε πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον λόγος ἐκ τῶν αὐτῶν, ὡς δέδεικται ἐν τοῖς Σχολίοις τῆ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρε. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ὑπὸ ΔH κύβον. Καὶ ἐπεὶ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς ΔH, καὶ τᾶς AZ, πρὸς τὸν ἀπὸ AZ κύβον, λόγον ἔχει ὃν, ἡ β' τᾶς ΔH μετὰ τᾶς AZ ποτὶ ZA. Ἐπὶ γὰρ τῶν αὐτῶν βάσεων ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐσιν, ὡς τὰ ὕψη. Ἔστι δὴ καὶ ὡς ἡ ΔH πρὸς AZ, ἡ ΞN πρὸς NM. Καὶ ὡς ἡ β' τῆς ΔH πρὸς AZ, ἡ β' τῆς ΞN πρὸς NM. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ β' τῆς NΞ [f]μετὰ τῆς NM πρὸς NM, ἡ β' τῆς ΔH μετὰ τῆς AZ πρὸς AZ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ ὑπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔE κύβον, [g]οὕτως ὅτε ὑπὸ MN κύβος πρὸς τὸν ὑπὸ NΞ κύβον, καὶ ἡ MN πρὸς NT· αἱ γὰρ MN, NΞ, NO, NT τέσσαρές εἰσιν ἀνάλογον. Καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης [h]στερεὸν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὡς δὲ ὁ ὑπὸ ΔH κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ὑπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν εὐθεῖαν ἔκ τε τᾶς β' τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH, [i]οὕτως ἡ ΔH ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τᾶς β' τᾶς AZ, καὶ τᾶς ΔH. Πάλιν γὰρ πρὸς ἄλληλά ἐσιν ὡς τὰ ὕψη. Ὡς δὲ ἡ ΔH πρὸς τὴν β' τῆς AZ, μετὰ τῆς ΔH, οὕτως ἡ TN πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β' τῆς ON, καὶ τῆς TN. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ AZ πρὸς ΔH, ἡ MN πρὸς NΞ, καὶ ἡ ON πρὸς NT· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἡ ΔH πρὸς AZ, ἡ TN πρὸς NO· καὶ ὡς ἡ ΔH πρὸς τὴν β' τ̃ AZ, μετὰ τῆς ΔH, οὕτως ἡ TN πρὸς τὴν β' τ̃ NO, μετὰ τ̃ TN. Γέγονεν ἦν τέσσαρα μεγέθη ἑξῆς ἀλλήλων κείμενα· πρῶτον, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ὑπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκ τ̃ β' τ̃ ΔH, καὶ τ̃ AZ· [k]δεύτερον ὁ ἀπὸ τῆς AZ κύβος· καὶ τρίτον, ὁ ὑπὸ τῆς ΔH κύβος· καὶ τέταρτον, τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν ἔχον τὸ ὑπὸ τ̃ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἔκ τε τ̃ β' τῆς AZ, καὶ τῆς ΔH. Καὶ ἄλλαι τινὲς εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ σὺν δύο λαμβανόμεναι,

[c] ΛH [f] μετὰ τῆς NM· ἡ β' τῆς ΔH μετὰ τῆς AZ ἐδείχθη. [g] ὕτως ὁ ἀπο ΛN [h] στερεὸν· ὡς δὲ [i] οὕτως ἀ ΔH, hæc et ſequentia uſque ad πάλιν deſunt. [k] τὸ δεύτερον

[*] Forte δὴ [†] Forte ὁ δὴ

Digitized by Google

ἥ τε συγκειμένη ἐκ τῆς β′ τῆς ΝΞ, καὶ μόνης τῆς ΜΝ, καὶ δευτέρα ἡ ΜΝ, καὶ τρίτη ἡ ΝΤ, ἡ δὲ τετάρτη ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ τῆς ΟΝ, καὶ τῆς ΝΤ. Δι' ἴσου ἄρα γενήσεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς διπλῆς τῆς ΔΗ, καὶ τῆς ΑΖ μόνης, πρὸς τὸ στερεόν, τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, [l]ὕψος τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ τῆς ΑΖ, καὶ μόνης τῆς ΔΗ, [m]οὕτως συγκειμένη ἐκ τῆς β′ τῆς ΞΝ, καὶ μόνης τῆς ΜΝ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ τῆς ΝΟ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Ἀλλ' ὡς τὰ εἰρημένα στερεὰ πρὸς ἄλληλα, οὕτως ἐδείχθη ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΙ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς β′ τῆς ΞΝ, καὶ μόνης τῆς ΜΝ, πρὸς τὴν β′ τῆς ΟΝ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΚ πρὸς ΚΙ, οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ τῆς β′ συναμφοτέρων τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ τῆς ΟΝ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Καὶ τῶν ἡγεμένων τὰ ε′, ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΚΙ, οὕτως [n]ἡ ε′ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ ι′ συναμφοτέρων τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β′ τῆς ΝΟ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΗ, ΖΚ [o]ὅταν αὐτῆς δύο πέμπτα· ἑκατέρα γὰρ τῶν ΗΘ, ΖΚ δύο πεμπημοιριά ἐστι τῆς ΗΖ, ἐπειδὴ τὸ μέσον πεμπημόριον ἡ ΘΚ τέτμηται· οὕτως ἡ συγκειμένη ἐκ τῆς ε′ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ ι′ συναμφοτέρων τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν β′ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ δ′ συναμφοτέρων τῆς ΞΝΟ. Καὶ γὰρ τὰ β′ τῶν ε′, καὶ τὰ δ′ τῶν ι′ δύο πεμπημόριά ἐστιν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἡ ε′ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ ι′ τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν β′ τῆς ΜΝΤ, καὶ δ′ τῆς ΞΝΟ· ἔστιν ὡς ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἑπόμενα, ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΖΙ, οὕτως ἡ συγκειμένη [p]ἐκ τῆς ε′ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ ι′ συναμφοτέρων τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην [q]ἐκ τῆς β′ τῆς ΟΝ, καὶ μόνης τῆς ΝΤ, καὶ τῆς β′ συναμφοτέρων τῆς ΜΝΤ, καὶ δ′ τῆς ΞΝΟ· ἥ ἐστιν ἴση τῇ συγκειμένῃ ἐκ τῆς β′ τῆς ΜΝ, καὶ δ′ τῆς ΝΞ, καὶ ς′ τῆς ΝΟ, καὶ γ′ τῆς ΝΤ· οὕτως γὰρ εἴλεπται καὶ ἀνωτέρω. Ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν [r]αἱ ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ, καί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΝΤ πρὸς ΤΜ, οὕτως εἰλημένη τις ἡ ΡΙ πρὸς τὴν ΖΘ, τουτέστι πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΗΖ, τουτέστι τῆς [s]ΜΟ, καὶ δεδειγμέναι εἰσὶν αἱ ἐν τῷ ῥητῷ ἀναλογίαι· ἔστιν ἄρα διὰ τὸ προειρημένον ἡ ΡΖ δύο πέμπτα τῆς ΜΝ, τουτέστι τῆς ΖΒ. Τρία ἄρα πέμπτα ἐστὶν ἡ ΒΡ τῆς ΒΖ. Ἡ ΒΡ ἄρα πρὸς ΡΖ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. Ὥστε κέντρον βάρους ἐστὶ, τοῦ ΑΒΓ τμήματος τὸ Ρ σημεῖον. Ἐὰν δὴ λάβωμεν τὸ τοῦ [t]ΔΒΕ τμήματος, τὸ Χ, [u]τρία πέμπτα ἔσται ἡ ΒΧ τῆς ΒΗ. Γέγονεν οὖν ὡς ὅλη ἡ ΖΒ πρὸς ὅλην τὴν ΒΡ, οὕτως ἀφαιρεθεῖσα ἡ ΒΗ πρὸς ἀφαιρεθεῖσαν τὴν ΒΧ. Ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν πρὸς ἑκατέραν λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΗ πρὸς λοιπὴν [w]τὴν ΧΡ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται, ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς

sita cum ex dupla ipsius NΞ, tum ex MN; secunda, MN; tertia, NT; quarta, recta composita cum ex dupla ipsius ON, tum ex NT. Igitur, æqua proportione, ut solidum basim quidem habens quadratum, quod ab AZ describitur, altitudinem vero rectam compositam cum ex dupla ipsius ΔH, tum ex AZ, ad solidum basim quidem habens quadratum, quod describitur a ΔH, altitudinem vero rectam compositam cum ex dupla ipsius AZ, tum ex ΔH, ita se habuerit recta composita cum ex dupla ipsius ΞN, tum ex MN, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Demonstratum autem est, ut ea quæ diximus, solida inter se invicem, ita se habere ΘI ad IK. Igitur etiam ut ΘI ad IK, ita se habet recta composita cum ex dupla ipsius NΞ, tum ex MN, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius ON, tum ex NT. Et componendo, ut ΘK ad KI, ita recta composita cum ex utraque simul MNT, tum ex dupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ON, tum ex NT. Et sumptis præcedentium quincuplicibus, ut HZ ad KI, ita recta composita cum ex quincuplici utriusque simul MNT, tum ex decupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam cum ex dupla ipsius NO, tum ex NT. Ut igitur ZH ad ZK, duas quintas ejusdem partes; utraque enim HΘ, ZK idem est ac duæ quintæ partes ipsius HZ, quando media ΘK quinta pars est, ut ponitur; ita se habet recta composita cum ex quincuplici utriusque simul MNT, tum ex decupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam cum ex dupla utriusque simul MNT, tum ex quadrupla utriusque simul ΞNO. Numerorum enim quinque, et decem duæ quintæ partes sunt duo, et quatuor. Quoniam igitur demonstratum est, ut ZH ad IK, ita se habere quincuplicem utriusque simul MNT, et decuplam utriusque simul ΞNO ad duplam ipsius NO, et ad NT: rursusque ut ZH ad ZK, ita quincuplicem utriusque simul MNT, et decuplam utriusque simul ΞNO ad duplam utriusque simul MNT, et quadruplam utriusque simul ΞNO; ideo ut præcedens ad bina sequentia, ita se habet præcedens ad bina sequentia; nempe ut ZH ad ZI, ita recta composita cum ex quincuplici utriusque simul MNT, tum ex decupla utriusque simul ΞNO, ad rectam compositam tum ex dupla ipsius ON, tum ex NT, tum ex dupla utriusque simul MNT, tum ex quadrupla utriusque simul ΞNO: quæ quidem æqualis est rectæ compositæ tum ex duplo ipsius MN, tum ex quadrupla ipsius NΞ, tum ex sexcupla ipsius NO, tum ex tripla ipsius NT; utpote quæ etiam supra hujusmodi sumpta est. Quoniam igitur quatuor sunt rectæ lineæ deinceps proportionales MN, NΞ, ON, NT; et ut NT ad TM ita se habet sumpta quædam PI ad ZΘ, hoc est ad tres quintas partes ipsius HZ, id est MO; atque huic proportioni ea accedit, quam modo attulimus; ideo PZ propter ea, quæ supra diximus, idem erit ac duæ quintæ partes ipsius MN, hoc est ZB. Itaque BP idem est ac tres duæ quintæ partes ipsius BZ. Ideoque BP ad PZ eamdem rationem habet, quam quinque ad duo. Quare segmenti ABΓ centrum gravitatis est punctum P. Si itaque sumatur centrum gravitatis segmenti ΔBE, nempe punctum X; idem erit BX ac tres quintæ partes ipsius BH. Ut igitur tota ZB ad totam BP, ita se habuerit ablata illius pars BH ad ablatam hujus partem BX. Utraque enim ad utramque eamdem rationem habet, quam quinque ad tria. Igitur reliqua etiam ZH ad reliquam XP eamdem habet rationem, quam quinque ad tria. Et quoniam ponitur, ut segmentum quidem AΔEΓ ad

[l] ὕψος δὲ [m] οὕτως ἡ συγκειμένη [n] ἡ Η [o] διὸ πέμπτα [p] In MS. hiatus est usque ad literam q.
[r] αἱ ΜΝ, ΖΟΝΤ [s] ΜΘ [t] ΑΒΕ [u] τριὰ πέμπτα [w] τὴν ΧΕΡ λόγον ἕξει

Digitized by Google

segmentum ΔBE, ita se habere MT ad NT; ut vero MT ad TN, ita tres quintas partes ipsius HZ, hoc est ZΘ, vel XP, ad PI; ideo etiam ut segmentum ad segmentum, ita se habebit XP ad PI. At vero reciprocantur: et totius segmenti centrum gravitatis est punctum P. Centum igitur gravitatis segmenti AΔEΓ est punctum I.

πρὸς τὸ ΔBE τμῆμα, ἔστως ἡ MT πρὸς NT· ὡς δὲ ἡ MT πρὸς TN, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τῆς HZ, τουτέστιν ἡ ZΘ, ἤτοι ἡ XP, πρὸς PI· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸ τμῆμα, ἡ XP πρὸς PI. Καὶ ἀνπεπόνθασιν· [x] καί ἐστι τὸ P κέντρον τοῦ ὅλου τμήματος. Τοῦ ἄρα τόμεως κέντρον ἐστὶ τὸ I.

[x] ὅπερ τὸ P

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ

ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΑ ΔΥΟ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA

ET CYLINDRO

LIBRI DUO,

CUM

COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

Digitized by Google

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA ET CYLINDRO

LIBER PRIMUS,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

Πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐσκεμμένα, γράψαντες αὐτῶν ἀποδείξεις· ὡς ὅτι παντὸς τμήματος τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἡμιτρίτων ἐστὶ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον. Νῦν δὲ τινῶν περισταόντων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις, ἃ ἐντι τοιαῦτα. Πρῶτον μὲν, ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφανεία τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ. Δεύτερον δὲ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. Πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι παντὸς σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡμιολία. Ταῦτα μὲν τῇ φύσει ὑπῆρχεν, περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα· ἐπὶ μέντοι γέγονεν ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem, quæ ipſi meditando aſſecuti ſumus, hæc ſuis firmata demonſtrationibus ad te miſimus; cujuſmodi eſt illud, quodlibet ſegmentum, quod ſub recta linea, et rectanguli coni ſectione continetur, ſeſquitertium eſſe trianguli, quod eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem. Nunc vero elaboravimus demonſtrationes quorumdam, quæ occurrerunt, theorematum, quæ ſunt hujuſmodi. Primum quidem ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Alterum vero, cujuſlibet ſegmenti ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ lineæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. Ad hæc, cujuſlibet ſphæræ cylindrum, qui baſim quidem æqualem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, altitudinem vero ſphæræ diametro, ſeſquialterum eſſe ſphæræ: ipſius autem ſuperficiem ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram. Hæc quidem natura iis, quas diximus, figuris prius inerant, nec tamen ab iis

Digitized by Google

detecta ſunt, qui ante nos geometriam excoluerunt; ut quivis facile intelliget, qui quæ nos circa haſce figuras contemplanda proponimus cum ipſis demonſtrationibus contulerit. Idem de pluribus accidit, quæ Eudoxus circa ſolida contemplatus eſt, quæque recepta ſunt; cujuſmodi eſt illud, quamlibet pyramidem partem eſſe tertiam priſmatis, quod eamdem ac pyramis baſim habeat, eamdemque altitudinem: itemque illud, quemlibet conum partem eſſe tertiam cylindri, qui eamdem ac conus baſim habeat, et altitudinem eamdem. Hæc enim cum hiſce figuris natura prius ineſſent, etſi plures ante Eudoxum extiterunt haud contemnendi Geometræ, tamen contigit ab omnibus ignorari, nec a quopiam detegi. Licebit autem iis, quibus datum erit, hæc ipſa diſpicere. Oportebat ſane, Conone adhuc ſuperſtite, hæc in lucem edere. Hunc enim potiſſimum arbitramur talia cognoſcere potuiſſe, aptamque de his ſententiam pronuntiare. Optimum vero fore rati, ſi ea aliis quoque matheſeos ſtudioſis impertiremur, mittimus tibi ſuis firmata demonſtrationibus, quas licebit iis, qui in matheſi verſantur, diſpicere. Vale.

Scribuntur primo tam pronuntiata, quam quæ ſumpta ſunt ad ea demonſtranda.

PRONUNTIATA.

1. Sunt quædam in plano curvæ lineæ terminatæ, quæ vel totæ ſunt ad eaſdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras.

2. Ad eaſdem vero partes cavam voco ejuſmodi lineam, in qua ſumptis utcunque duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſam, ad alteras autem partes nulla.

3. Pariter et quædam ſunt ſuperficies terminatæ, quæ quidem ipſæ non ſunt in plano, ſed in plano terminos habent; eæque vel totæ ſunt ad eaſdem partes plani, in quo terminos habent, vel nihil habent ad partes alteras.

4. Ad eaſdem vero partes cavas voco ejuſmodi ſuperficies, in quibus ſumptis duobus punctis, quæ inter puncta rectæ interjiciuntur vel omnes ad eaſdem ſuperficiei partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſas, ad alteras autem partes nulla.

5. Sectorem vero ſolidum voco, quando ſphæram conus ſecuerit verticem habens ad ſphæræ centrum, figuram, quæ a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ, quæ intra conum eſt, comprehenditur.

ἀνεσκεμμένων τεθεωρημένα· καὶ νοήσειεν ὃς ἂν τούτων τῶν σχημάτων ταῖς ἀποδείξεσιν ἀντιπαραβάλῃ αὐτὰ τὰ τεθεωρημένα. Ὥσπερ τὰ δόξαντα πολλὰ τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων· ὅσον, ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τὴν βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ γὰρ προυπαρχόντων φυσικῶς ταῖς τοιαῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ τοῦ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου Γεωμετρῶν, συνέβαινεν ἀπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι, μηδ' ὑφ' ἑνὸς καταναοηθῆναι. Ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ὑπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. Ὤφειλε μὲν ἔν, Κωνώνος ζῶντος, ἐκδιδόσθαι ταῦτα. Τήνδε γὰρ ὑπολαμβάνομεν πρὸ μάλιστα εὑρεθῆναι καταναοῆσαι ταῦτα, καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀποφανσιν ποιήσασθαι. Δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς ἄλλοις οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις, ὑπισκέψασθαι. Ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον [a] τά τε ἀξιώματα, καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α'. Εἴσι τινες ἐν ὑπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἱ τ τὰ πέρατα ὑπὸ ζυγυσῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμὴν, ἐν ᾗ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁπιωνοῦν, αἱ μεταξὺ τ σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ, τινες δὴ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὴ μηδεμία.

γ'. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινες εἰσι πεπερασμέναι, αὗται μὲν ἐκ ἐν ὑπιπέδῳ, τὰ δὴ πέρατα ἔχουσιν ἐν ὑπιπέδῳ· καὶ τοῦ ὑπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς ἐπιφανείας· ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ, τινες δὲ καθ' αὑτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὴ μηδεμία.

ε'. [c] Τομέα δὴ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ, κορυφὴν ἔχων [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

[a] τότε ἀξίωμα [b] κοιτὰς [c] τὸ μέ - - - - - ἐπεὶ δ' ἂν [d] ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας in MS. desunt.

Digitized by Google

ς'. Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεὸν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ' ἑκάτερα τὸ ἐπιπέδω τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα.

6. Rhombum vero ſolidum voco, quando duo coni eamdem baſim habentes vertices habuerint ad utramque partem plani, in quo eſt baſis, ita ut eorum axes in directo jaceant, ſolidam figuram, quæ ex utriſque conis componitur.

Sumo autem hæc.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

α'. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστη εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

β'. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδω ὦσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται, ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας, καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἤ τινα μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ'. Ὁμοίως καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδω τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

δ'. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν, καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδω τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἤ τινα μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε'. Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν, καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον ἑαυτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

SUMPTA.

1. Linearum, quæ eoſdem terminos habent, quæ recta eſt, eam minimam eſſe.

2. Aliarum vero linearum, ſi in plano ſint, eoſdemque terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a recta, quæ eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur.

3. Pariter et ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, quæ plana eſt, eam minorem eſſe.

4. Aliarum vero ſuperficierum, quæ eoſdem terminos habent, ſi in plano terminos habeant, eas inæquales eſſe, quarum utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, vel tota comprehenditur, vel aliqua quidem comprehenditur, cætera vero communia habet, eamque minorem eſſe, quæ comprehenditur.

5. Amplius vero inæqualium linearum, et inæqualium ſuperficierum, et inæqualium ſolidorum majus excedere minus eo, quod ſibimet ipſi aliquoties additum excedere poſſit quodcunque propoſitum fuerit ex iis, quæ inter ſe invicem comparantur.

EUTOCIUS.

Εἰς τὰ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδους ἰδόντα τῶν πρὸ ἡμῶν ἀξίαν [f] εὑρὼν πώποτε καταβεβλημένον· καὶ καταγνόντας μὴ δι' εὐμάρειαν τῶν θεωρημάτων τοῦτο παρορᾶσθαι, ἐπιτάσεως δὲ ἀκριβοῦς, ὡς ἔστι, καὶ εὐπλοκίας δεῖται φαντασίας· ἐπῆλθον κατ' ἐμὴν δύναμιν σαφῶς ἐκτεθῆναι τὰ ἐν αὐτοῖς δυσθεώρητα, πραχθεὶς μᾶλλον εἰς τοῦτο [g] τῷ μηδένα πω καθεῖναι εἰς ταὐτὸν τὴν ὑποθεσιν, ἢ διὰ τὴν δυσκολίαν ἐκνήσας, καὶ ἅμα τὸ Σωκρατικὸν λογισάμενος, [h] ὡς τοῦ Θεοῦ συλλαμβάνοντος, πᾶν εἰκὸς καὶ ἐπὶ τέλους ἡμᾶς τῆς σπουδῆς ἐλθεῖν. Ἔκδοσιν δὲ, διανοηθεὶς, ὡς εἴ τι καὶ παρὰ μέλος διὰ πεύτητα φθέγξομαι,

Cum comperiſſem neminem eorum, qui ante nos fuerunt, quidquam in Archimedis libros de ſphæra, et cylindro pro rei dignitate ſcripſiſſe; mecumque reputarem, non id ea de cauſſa factum, quod theoremata facilia eſſent, cum exquiſitam mentis intelligentiam, ut noſti, et imaginandi præſtantiam requirant; aggreſſus ſum, quæ ſubobſcura in iis ſunt, pro virili explanare, hoc ipſo, quod alius nemo huc acceſſerit, potius impulſus, quam difficultate retardatus, ſimul illud Socraticum reputans, Deo juvante, omnino conſentaneum videri, ut operæ finem aſſequamur. Hoc autem opus ad te potiſſimum inſtitui, Ammonie Philoſophorum optime; ſperans

[f] εὕρου [g] τῷ μηδένα πω καθεῖναι [h] ὥστε

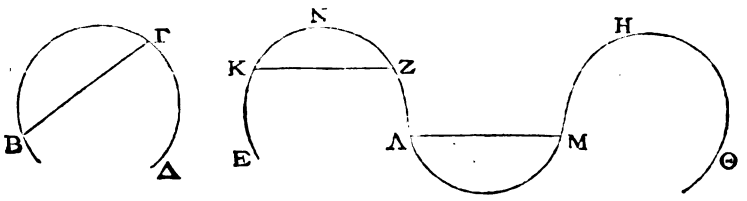
Digitized by Google

fore, ut ſi quid ego per ætatem minus concinnum pronuntiavero, id tu pro tua cum in omni Philoſophia, tum præcipue in mathematicis diſciplinis peritia corrigas. Dignum vero te fuerit adnitenti mihi opem ferre. Et ſiquidem ſcriptum hoc inane videbitur, ne patiaris jam inde in aliorum manus venire. Sin vero a ſcopo non plane aberrare, quid tu de illo ſentias aperi; ut, ſi tuo judicio firmatum fuerit, coner aliud, quod ſe mihi offeret, Archimedis opus interpretari.

τοῦτο γὰρ τῆς σῆς περί τε τὴν ἄλλην φιλοσοφίαν ἐπιστημονικῆς θεωρίας, καὶ διαφερόντως περὶ τὰ μαθήματα ἐπανορθώσεως τεύξεται, ἀνέθηκά σοι κρᾶπτε φιλοσόφων Ἀμμώνιε. [l] Πρέποι δ' ἂν σοι τὰ ἐμῇ σπουδῇ [k] συμπεραθέντα. Καὶ εἰ μὲν ἀνεμιαῖον δόξῃ τὸ γράμμα, αὐτόθεν μὴ εἰς ἄλλον ἐλθεῖν συγχωρήσης. Εἰ δὲ τῷ σκοπῷ μὴ πάντη διαμαρτάνον, δήλωσον ἵνα ἔχεις περὶ αὐτοῦ γνώμην· ὡς εἴγε τῇ ὑμετέρᾳ κρίσει βεβαιωθῇ, πειράσομαι καὶ ἄλλο τυχὸν τῶν Ἀρχιμηδείων συντάξεων ἑρμηνεῦσαι.

IN DEFINITIONES.

Poſteaquam ſignificavit quæ mox expoſiturus eſſet theoremata, Geometrarum omnium morem ſecutus nomina, quibus ipſe pro arbitrio uſus eſt, et cum poſitiones ipſas, tum poſitionum definitiones in ipſo ſtatim operis ſui initio explicat. Ac primo quidem eſſe dicit curvas quaſdam lineas in plano, quæ vel totæ ſunt ad eaſdem partes rectarum earumdem terminos jungentium, vel nihil habent ad partes alteras. Quæ ſane verba manifeſta fuerint, ſi noverimus quas ipſe in plano curvas lineas vocet. Itaque noſſe oportet curvas lineas in plano ipſum vocare non circulares tantum, aut conicas, aut quæ ductu continuo deſcribuntur; ſed lineam quamlibet præter rectam, quæ in plano ſit. Porro lineam hanc, utcunque componatur, ſive ex rectis, ſive ex circularibus, et rectis, unam in plano curvam lineam vocat. Quoniam vero, ut ſupra diximus, curvas lineas non circulares tantum vocat, ſed eas quoque, quæ ex rectis componuntur, ex quibus illæ fiunt, quæ ad eaſdem partes cavæ ſunt; utique fieri poteſt, ut in cava quadam linea duo puncta utcunque ſumantur; ita ut quæ ea puncta recta conjungit, ad neutram lineæ partem cadat, ſed cum ipſam et linea conveniat. Quare cavam ad eaſdem partes vocare ſe dicit ejuſmodi lineam, in qua quæ duo quælibet puncta rectæ conjungunt, vel omnes ad eaſdem lineæ partes cadunt, vel aliquæ quidem ad eaſdem, aliquæ vero ſecundum ipſam, ad alteras autem partes nulla. Eadem hæc licet etiam de ſuperficiebus intelligere.



Deinde ſectorem, rhombumque ſolidum ordine definit, perſpicue explicans quid cujuſque nomen ſignificet.

Poſtea quædam petit, quæ ipſi ad ea, quæ ſequuntur, demonſtranda maxime neceſſaria ſunt; quæque licet, ſenſu ipſo duce, unuſquiſque vera eſſe fateatur, tamen communium notionum ope facile per ea, quæ in Elementis tradita ſunt, demonſtrari poſſunt. Atque eorum, quæ petit, hoc primum eſt: linearum omnium, quæ eoſdem terminos habent, quæ recta eſt, eam minimam eſſe. Sit enim recta quædam in plano terminata AB, et alia quædam linea AΓB, quæ puncta A et B eoſdem terminos habeat. Itaque petit hoc ſibi dari, rectam AB minorem eſſe linea AΓB. Dico autem, quod maxime verum eſt, hoc ſibi dari petiiſſe. Sumatur enim pro arbitrio in linea AΓB punctum Γ; junganturque rectæ AΓ, ΓB. Manifeſtum igitur eſt ipſas AΓ, ΓB majores eſſe quam AB. Rurſus ſumantur pro arbitrio in lineis AΓB puncta

ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ.

Προειπὼν τὰ [l] μέλλοντα ἐκπίθεσθαι ὑπ' αὐτῷ θεωρήματα, [m] τῶν σωμάτων πᾶσι γεωμέτραις ἐν τῇ ἐκθέσει [n] πρῶν, τάς τε ὀνομασίας, αἷς αὐτὸς κατ' ἐξουσίαν ἐχρήσατο, καὶ τὰς ὅρους τῶν ὑποθέσεων, καὶ αὐτὰς τὰς ὑποθέσεις ἀφ' ἧς ἀρχῆς τὸ συγγράμματος διασαφῆσαι βέλεται· Καὶ φησὶν πρῶτον εἶναι τινὰς ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς, αἵ πνες τῶν ἐπιζευγνυσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν εὐθειῶν, ἢ πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα. Σαφὲς δ' ἂν εἴη τὸ λεγόμενον, εἰ γνωσώμεθά πνας καλεῖ τὰς ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλας γραμμάς. Ἰστέον ἓν ὅτι καμπύλας γραμμὰς καλεῖ οὐχ' ἁπλῶς τὰς κυκλικὰς, ἢ κωνικὰς, ἢ ἄκλαστον ἐχούσας τὴν συνέχειαν, ἀλλὰ πᾶσαν [o] ἁπλῶς ἐν ἐπιπέδῳ γραμμὴν τὴν ἁπλατῆ τὴν εὐθεῖαν, καμπύλην ὀνομάζει. Μίαν δὲ γραμμὴν ἐν ἐπιπέδῳ τὴν ὁπωσοῦν συναπτομένην, ὡστε κἂν ἐξ εὐθειῶν σύγκειται ἤτοι ἐκπεφερειῶν, ἤτοι ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερῶν, καμπύλην ὀνομάζει. Ἀλλ' ἐπειδὴ, ὡς καὶ ἀνωτέρω εἴρηται, καμπύλας γραμμὰς οὐ τὰς περιφερεῖς μόνον καλεῖ, ἀλλὰ καὶ τὰς ἐξ εὐθειῶν συγκειμένας, ἐκ δὲ τούτων ἵνα ἡ ἁπλοκὴ τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλων· ἐνδεχόμενον ἂν εἴη λαβεῖν ἐπί πνος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλης γραμμῆς δύο τυχόντα σημεῖα, ὥστε τὴν ἐπ' αὐτὰ ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν ἐπὶ μηδέτερα μὲν μέρη πίπτειν τῆς γραμμῆς, ἐπ' αὐτῷ δὲ ἐφαρμόζειν. Διό φησιν ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλων καλεῖν γραμμὴν, ἐν ᾗ αἱ ἀφ' δύο ὁποιωνῶν σημείων ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινες δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μέρη οὐδὲ μία. Τάδε αὐτὰ ἔξεσιν ὁπωσοῦν καὶ ἐπὶ ἐπιφανειῶν.

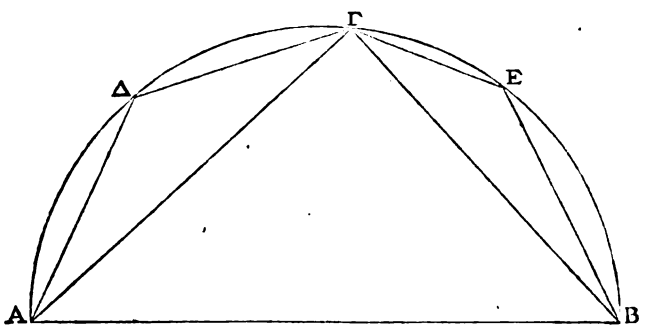
Εἶτα ἑξῆς ὀνομάζει τομέα στερεὸν, καὶ ῥόμβον στερεὸν, σαφῶς ἐμφανίζων τὴν ἔννοιαν τῶν ὀνομάτων.

Μετὰ δὲ ταῦτα αἰτήματά πνα λαμβάνειν ἀξιοῖ, χρησιμεύοντα αὐτῷ [p] εἰς τὰς ἑξῆς ἀποδείξεις, καὶ ὄντα μὲν καθ' αὐτὴν τῆς αἰσθήσεως ὁμολογημένα, οὐδὲν δὲ ἧττον δυνατὰ καὶ ἀποδειχθῆναι ἔκτε τῶν κοινῶν ἐννοιῶν, καὶ ἐκ τῶν δεδειγμένων ἐν τοῖς Στοιχείοις. Ἔστι δὲ πρῶτον [q] αἰτημάτων τὸ τοιόνδε, πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν. Ἔστω γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖα μέν τις πεπερασμένη ἡ AB, ἑτέρα δέ πς γραμμὴ ἡ AΓB τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσα τὰ A, B. Φησὶ δὴ δεδόσθαι αὐτῷ τὴν AB ἐλάττονα εἶναι τῆς AΓB. Λέγω δὴν, ὅτι τοῦτο ἀληθὲς ὂν ᾐτήσατο. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆ AΓB, τυχὸν σημεῖον τὸ Γ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν [r] αἱ AΓ, ΓB. Φανερὸν δὴ, ὅτι αἱ AΓ, ΓB τῆς AB μείζους εἰσί. Πάλιν δὴ εἰλήφθωσαν ἐπὶ [s] ταῖς AΓB

[l] πρέποι ex MS. [k] συναρᾶσθαι [l] μέλλοντα ex MS. [m] τῶν ex MS. [n] τῆ τάς τι [o] ἁπλῶς ex MS. [p] πρὸς τὰς [q] τῶν αἰτημάτων [r] αἱ AΓ, ΓB σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΓ, ΓB. Φανερὸν &c, [s] τάς AΓB γραμμῆς. ἀλλὰ τυχὸν τὰ σημεῖα τὰ Δ E.

Digitized by Google

γραμμαῖς ἄλλα τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε· καὶ ἐπιζευχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐνταῦθα δῆλον, ὅτι δύο μὲν αἱ ΑΔ, ΔΓ τῆς ΑΓ μείζους εἰσί· δύο δὲ αἱ ΓΕ, ΕΒ τῆς ΓΒ. Ὥστε αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ πολλῷ μείζους εἰσὶ τῆς ΑΒ. Ὁμοίως δή, καὶ ἄλλα σημεῖα λαβόντες μεταξὺ τῶν εἰλημμένων ἐπιζευξομεν ἐπὶ τὰ νῦν ληφθέντα εὐθείας, εὑρήσομεν αὐτὰς ἔτι μείζους τῆς ΑΒ. Καὶ τοῦτο συνεχῶς ποιοῦντες τὰς μᾶλλον συνεγγιζέσας τῇ ΑΓΒ γραμμῇ εὐθείας ἔτι μείζους εὑρήσομεν. Ὥστε ἐκ τούτου συμφανὲς εἶναι, αὐτῷ τῷ γραμμῷ ΑΓΒ μείζονα εἶναι τῆς ΑΒ· δυνατὸν ὄντος, κατὰ πᾶν αὐτῆς σημεῖον ἐπιζεύξαντας εὐθείας λαβεῖν ἐξ εὐθειῶν συγκειμένῳ τινὶ, οἷον αὐτῷ ἔσαν γραμμὴν, μείζονα δεικνυμένῳ ἀφ' τῶν αὐτῶν τῆς ΑΒ. Οὐ γὰ ἄποπον ἐν ταῖς τῶ ὁμολογουμένων, ἀποδείξεσι καὶ τοιαύτας ἐννοίας [t] προλαβεῖν.



Μετὰ δὴ τοῦτο φησὶν, λαμβάνειν καὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐκείνας ἀνίσους εἶναι, τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας ἴσας, κατὰ τὸν ἀνωτέρω εἰρημένον τρόπον. Οὐ μόνον δὲ ἤρκεσεν εἰς τὸ ἀνίσους εἶναι τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας εἶναι, ἀλλὰ καὶ ὅταν ἡ ἑτέρα τινὶ ἑτέραν, ἢ ὅλην περιλαμβάνῃ, ἢ μέρος μὲν περιλαμβάνῃ, μέρος δὲ καὶ κοινὸν ἔχῃ, καὶ μείζονα εἶναι τινὶ [u] περιλαμβάνουσαν τὴν περιλαμβανομένης.

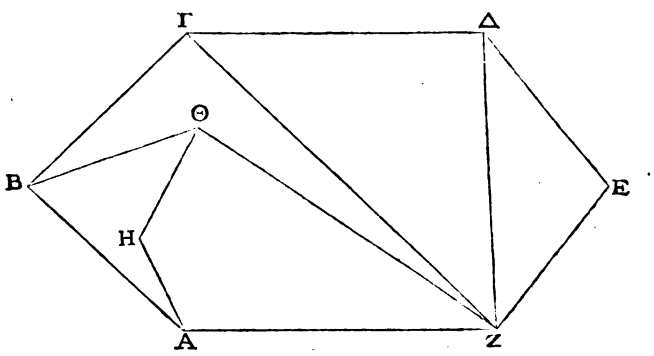
Νενοήθωσαν γὰ, πρὸς τὸ καὶ τοῦτο καθηλον γενέσθαι, ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμαὶ αἱ ΑΒΓΔΕΖ, καὶ ΑΗΘΖ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσαι [w] τὰ Α, Ζ, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι· καὶ ἔτι περιλαμβανομένη ὅλη ἡ ΑΗΘΖ ὑπὸ τῆς ΑΒΓΔΕΖ γραμμῆς, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐταῖς, τῆς ΑΖ εὐθείας. Φημὶ δὴ ὅτι καὶ ἄνισοί εἰσιν αἱ προκείμεναι γραμμαὶ, καὶ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα. Ἐπιζευχθωσαν γὰς αἱ ΒΘ, ΓΖ, ΔΖ. Ἐπεὶ οὖν ἐὰν νοηθῇ ἐπιζευγνυμένη ἡ ΘΑ, ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τοῦ ΑΒΘ, ἐντὸς συνίσταμεναί εἰσι αἱ ΑΗ, ΗΘ, [x] καὶ ἐλάττους εἰσὶ αἱ ΑΗ, ΗΘ τῶν ΑΒ, ΒΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΘΖ. Αἱ ἄρα ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ ἐλάττους εἰσὶ τῶν ΑΒ, ΒΘ, ΘΖ. Ἀλλ' αἱ ΒΘ, ΘΖ ἐλάττους εἰσὶ τῆ ΒΓΖ· ἐντὸς γὰ πάλιν ἐπὶ μιᾶς τοῦ ΒΓΖ συνίστανται εἰσι. Πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΖ τῶν ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ μείζους εἰσίν. Ἀλλὰ τῆς ΓΖ μείζονες αἱ ΓΔ, ΔΖ· τῆς δὲ ΔΖ, αἱ ΔΕ, ΕΖ. Ἔτι πολλῷ ἄρα αἱ ΑΒΓΔΕΖ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΗΘΖ.

Σαφηνείας δὲ χάριν ὑπὸ κείσθωσαν καὶ ἕτεραι γραμμαὶ ὁμοίως ταῖς προειρημέναις, ὡς αἱ ΑΒΓΔΕ, ΑΖΗΘΚΕ. Λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ περιλαμβάνουσα. Νενοήθωσαν γὰ ἐκβεβλημέναι αἱ ΑΖ, ΗΘ, ἐπὶ τὸ Λ. Ἐπεὶ οὖν πάλιν δύο αἱ ΖΛ, ΛΗ μείζους εἰσὶ τῆς ΖΗ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΖ, ΗΘ. Αἱ ἄρα ΑΛ, ΛΘ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΖ, ΗΖ,

alia Δ, Ε; junganturque rectæ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ. Tunc quoque pariter manifeſtum eſt, duas quidem ΑΔ, ΔΓ majores eſſe quam ΑΓ; duas vero ΓΕ, ΕΒ majores quam ΓΒ. Quare ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ multo majores ſunt quam ΑΒ. Rurſus, et ſi, punctis aliis inter prima illa ſumptis, rectæ jungantur, majores adhuc invenientur quam ΑΒ. Hoc autem ſi continuo fiat, quæ rectæ ad lineam ΑΓΒ propius accedunt, hæ majores adhuc erunt. Ex quo apparet lineam ipſam ΑΓΒ majorem eſſe quam ΑΒ; cum nimirum fieri poſſit, ut junctis ad quodlibet ejus punctum rectis, lineam quis ſumat ex rectis compoſitam, cujuſmodi ipſa eſt linea ΑΓΒ, quam eadem ratione majorem, quam ΑΒ eſſe demonſtret. Neque enim abſurdum eſt in iis, quæ in confeſſo ſunt, demonſtrandis talia concipere.

Deinde vero hoc quoque ſe petere dicit: linearum, quæ eoſdem terminos habent, eas inæquales eſſe, quæ cavæ eo, quo ſupra diximus, modo ad eaſdem partes ſunt. Neque vero hoc ſufficit; ſed, ut inæquales ſint, oportet etiam earum alteram ab altera vel totam comprehendi, vel aliqua quidem comprehendi, cætera vero communia habere. Tunc vero quæ comprehendit, hanc petit majorem eſſe, quam quæ comprehenditur.

Intelligantur enim, ut manifeſtum hoc quoque fiat, duæ eſſe lineæ in plano ΑΒΓΔΕΖ, et ΑΗΘΖ, quæ puncta Α, Ζ eoſdem terminos habeant, et ad eaſdem partes cavæ ſint: earumque altera ΑΗΘΖ ab altera ΑΒΓΔΕΖ, et a recta ΑΖ, quæ eoſdem atque ipſæ terminos habet, tota comprehendatur. Dico propoſitas lineas inæquales eſſe, eamque majorem, quæ comprehendit. Junguntur enim ΒΘ, ΓΖ, ΔΖ. Et quoniam ſi intelligatur juncta eſſe ΘΑ, ſuper unum trianguli ΑΒΘ latus intus conſtitutæ ſunt ΑΗ, ΗΘ, quæ ipſis ΑΒ, ΒΘ ſunt minores; communis addatur ΘΖ. Igitur ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ minores ſunt quam ΑΒ, ΒΘ, ΘΖ. Minores ſunt autem ΒΘ, ΘΖ, quam ΒΓΖ; quippe quæ rurſus intus conſtitutæ ſunt ſuper unum latus trianguli ΒΓΖ. Multo igitur magis ΑΒ, ΒΓ, ΓΖ majores ſunt quam ΑΗ, ΗΘ, ΘΖ. Majores ſunt autem cum ΓΔ, ΔΖ quam ΓΖ; tum ΔΕ, ΕΖ quam ΔΖ. Igitur multo adhuc magis ΑΒΓΔΕΖ majores ſunt quam ΑΗΘΖ.

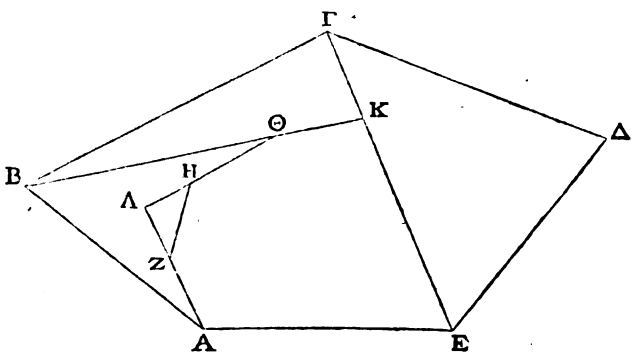


Quod ut clarius intelligatur, ponantur aliæ quoque lineæ pariter atque illæ quas modo diximus; puta ΑΒΓΔΕ, ΑΖΗΘΚΕ. Dico harum eam majorem eſſe, quæ comprehendit. Intelligantur enim ΑΖ, ΗΘ productæ eſſe ad punctum Λ. Et quoniam rurſus duæ ΖΛ, ΛΗ majores ſunt quam ΖΗ, communes addantur ΑΖ, ΗΘ. Igitur ΑΛ, ΛΘ majores ſunt quam ΑΖ, ΗΖ, ΗΘ. Minores

[t] προλαμβάνειν [u] περιλαμβάνουσαν ſic corrigitur ex MS. [w] τὰ, ſic MS. [x] In MS. καὶ deeſt.

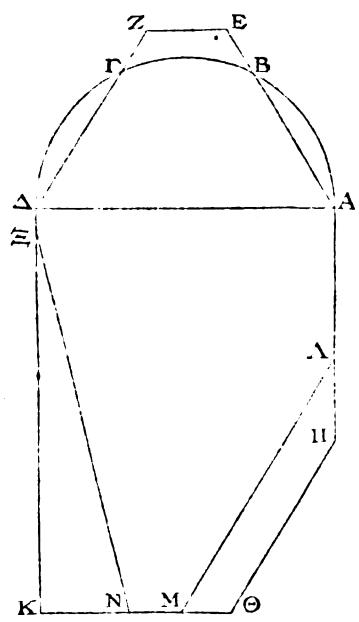
Digitized by Google

ſunt autem AΛ, ΛΘ quam ABΘ. Multo igitur magis ABΘ majores ſunt quam AZHΘ. Communis addatur ΘK. Igitur ABΘK majores ſunt quam AZHΘK. Minores ſunt autem BΘK quam BΓK. Multo igitur magis ABΓK majores ſunt, quam AZHΘK. Communis addatur KE. Igitur ABΓKE majores ſunt quam AZHΘKE. Minores ſunt autem ΓKE quam ΓΔE. Multo igitur magis ABΓΔE majores ſunt quam AZHΘKE.



Η Θ. Ἀλλ' αἱ Α Λ, Λ Θ, ἐλάττους τῶν Α Β Θ. Πολλῷ ἄρα αἱ Α Β Θ μείζους τῶν Α Ζ Η Θ. Κοινὴ προσκείσθω ἡ Θ Κ. Μείζους ἄρα αἱ Α Β Θ Κ τῶν Α Ζ Η Θ Κ. Ἀλλ' αἱ Β Θ Κ ἐλάττους τῶν Β Γ Κ. Πολλῷ ἄρα μείζους αἱ Α Β Γ Κ τῶν Α Ζ Η Θ Κ. Κοινὴ προσκείσθω ἡ Κ Ε. Αἱ ἄρα Α Β Γ Κ Ε μείζους τῶν Α Ζ Η Θ Κ Ε. Ἀλλ' αἱ Γ Κ Ε ἐλάττους τῶν Γ Δ Ε. Πολλῷ ἄρα αἱ Α Β Γ Δ Ε μείζους εἰσὶ τῶν Α Ζ Η Θ Κ Ε.

Quin etiam, ſi quæ aut comprehendit, aut comprehenditur, aut etiam harum utraque circumferentia fuerit, idem omnino intelligendum eſt. Si enim continua in iis puncta ſumantur, junganturque rectæ; componentur utique ex rectis quædam lineæ, quibus eadem demonſtratio, quam de lineis ex rectis compoſitis ſupra attulimus, conveniet. Neque vero ab his propoſitæ lineæ abhorrent; cum lineæ cujuſque natura in punctorum continuatione conſiſtat. Cæterum inæquales lineas apte definivit, non quæ tantum ad eaſdem partes cavæ ſint, ſed etiam quarum altera ab altera, et a recta, quæ eoſdem atque ipſa terminos habet, comprehendatur. Niſi enim ita res habeat, verum generaliter non eſt lineas inæquales eſſe; ut videre licet in figuris, quæ ſubjiciuntur. Nam lineæ ABΓΔ, et AEZΔ eoſdem terminos habent, et ad eaſdem partes cavæ ſunt; nec tamen conſtat utra earum major ſit. Siquidem fieri poteſt, ut ſint æquales. Quin etiam fieri poteſt, ut duæ lineæ concipiantur, quæ ad eaſdem partes cavæ, eoſdemque terminos habentes contrario ſibi invicem ſitu jaceant; cujuſmodi eſt utraque earum, quas diximus, ſi ad AHΘK referantur. Tunc enim plane obſcurum eſt, utrum æquales an inæquales ſint. Quocirca illud optime poſitum eſt, oportere alteram ab altera, et a recta, quæ eoſdem atque ipſa terminos habet, aut totam comprehendi, aut aliqua quidem comprehendi, cætera vero communia habere; prorſus ut in lineis AHΘKΔ, et AΛMNΞΔ. Quædam enim in iis comprehenduntur, quædam vero communia ſunt, ut AΛ, MN.



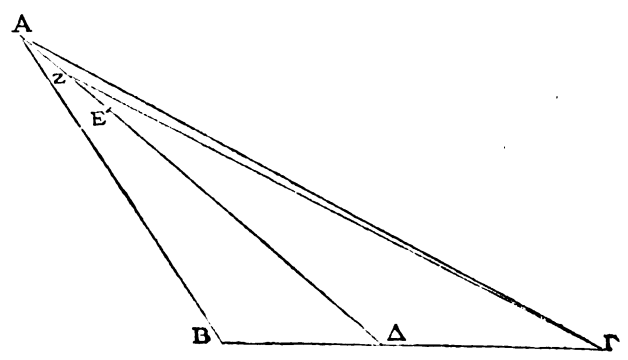
Rurſus, ut de linearum inæqualitate judicari poſſit, illud quoque jure optimo ſumptum eſt; nimirum oportere ipſas eoſdem habere terminos. Niſi enim habeant, quamvis invicem comprehendantur, tamen inæquales non ſunt: ſed quandoque æquales; aut ſi inæquales, ea major, quæ comprehenditur. Quod ut clarum fiat, intelligantur in plano duæ rectæ ABΓ obtuſum, qui ad B eſt, angulum continentes: Sumptoque in BΓ puncto quolibet Δ, jungantur AΔ, AΓ. Quoniam igitur AΔ major eſt quam AB, ponatur ipſi AB æqualis ΔE: ſectaque in duas æquas partes AE in puncto Z, jungatur ZΓ. Et quoniam duæ AΓZ majores ſunt quam AΓ, æqualiſque AZ ipſi ZE; ipſæ quoque EZΓ majores ſunt

Καὶ ὅτως μὲν ἄδηλος, ὅτι ἰσότης καὶ ἀνισότης αὐτῶν. Διὸ καλῶς προκειται, ταυτὸ δεῖν ἢ ὅλῳ τῷ ἑτέραν ὑπὸ τῆς ἑτέρας περιλαμβάνεσθαι, καὶ τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης εὐθείας, ἢ πινα μὲν περιλαμβάνεσθαι, τινὰ δὲ καὶ κοινὰ ἔχειν, ὡς ἐπὶ τῶν Α Η Θ Κ Δ, καὶ Α Λ Μ Ν Ξ Δ. Ἐπὶ γὰρ τούτων τινὰ μὲν περιλαμβάνεται, τινὰ δὲ κοινά ἐστι, ὡς τὰ [c] Α Λ, Μ Ν.

Δεόντως δὲ πάνυ κἀκεῖνο πρὸς κρίσιν τῆς ἀνισότητος προῃρέθη, τὸ δεῖν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχειν τὰς γραμμάς. Τούτου γὰρ μὴ ὄντος, οὐδ' ἂν περιλαμβάνοιντο [d] ὑπὸ ἀλλήλων, οὐδὲ ὅτως ἀνισοί εἰσι· ἀλλ' ἐνίοτε ἴσαι, ἢ καὶ ἡ περιλαμβανομένη μείζων. Ὅπερ ἵνα [e] σαφῶς γένηται, νενοήθωσαν ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι [f] αἱ Α Β Γ, ἀμβλεῖαν τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν περιέχουσαι· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς Β Γ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Δ, Α Γ. Ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ Α Δ τῆς Α Β, κείσθω τῇ Α Β ἴση ἡ Δ Ε· καὶ τετμήσθω ἡ Α Ε δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ζ Γ. Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ Α Ζ Γ τῆς Α Γ μείζους εἰσί, ἴση δὲ ἡ Α Ζ τῇ Ζ Ε, καὶ αἱ

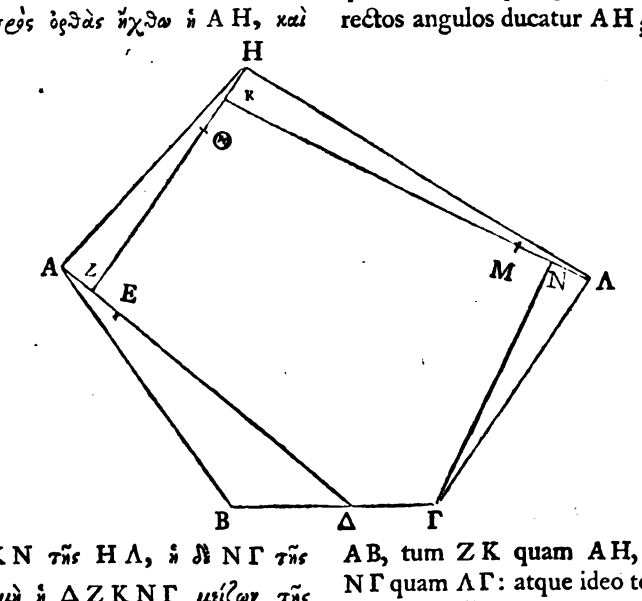
[y] δέωσιν [z] In MS. καὶ deeſt. [a] προσέθηκε [b] κειμένας [c] Α Γ Μ Ν [d] ὑπὸ ἀλλήλων scil. ——ἄνισοί εἰσιν· [e] σαφεῖς [f] αἱ Α Β

Ε Ζ Γ ἄρα τῆς Α Γ μείζους εἰσί. Κοιναὶ προσκείσθωσαν [g] αἱ Α Β, Δ Ε. Αἱ ἄρα [h] Δ Ζ Γ τῶν Β Α Γ μείζονες εἰσίν. Ὥστε μιᾶς γραμμῆς νοουμένης τὴν Β Α Γ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κώλυης, ἑτέρας δὲ τὴν Δ Ζ Γ περιλαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἑτέρας, μὴ ἐχούσης δὲ τὰ αὐτὰ πέρατα, ὃ μόνον ὅτι οὐ μείζων ἡ περιλαμβάνουσα, ἀλλὰ καὶ ἐλάττων, ἐδείχθη.



quam Α Γ. Communes addantur Α Β, Δ Ε. Igitur Δ Ζ Γ majores ſunt quam Β Α Γ. Quare ſi intelligatur Β Α Γ una eſſe linea ad eaſdem partes cava, Δ Ζ Γ vero alia quædam linea, quæ ab eadem illa comprehendatur, ſed eoſdem terminos non habeat; demonſtratum utique eſt, eam quæ comprehendit, non modo non majorem, ſed etiam minorem eſſe.

Καὶ ὅτι γραμμῶν δὲ ἐκ πλειόνων εὐθειῶν συγκειμένων τὸ αὐτὸ τοῦτο δεῖ διωρῆσαι. Νενοήθωσαν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι [i] αἱ Α Β, Β Γ, καὶ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζευγμένη ἡ Α Δ. Πάλιν δὴ κείσθω τῇ Α Β ἴση ἡ Δ Ε· καὶ ἡ Ε Α δίχα τετμήσθω τῷ Ζ· καὶ τῇ Α Δ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ Α Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ζ Η. Καὶ κείσθω τῇ Α Η ἴση ἡ Ζ Θ· καὶ πάλιν δίχα τετμήσθω ἡ Θ Η κατὰ τὸ Κ· καὶ πρὸς ὀρθὰς τῇ Ζ Η ἤχθω ἡ Η Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Κ Λ. Καὶ πάλιν κείσθω τῇ Η Λ ἴση ἡ Κ Μ· καὶ δίχα τετμήσθω ἡ [k] Μ Λ τῷ Ν· καὶ πάλιν πρὸς ὀρθὰς τῇ Κ Λ ἤχθω ἡ Λ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ν Γ. Φανερὸν δὴ διὰ τὰ προδεδειγμένα, ὅτι μείζων ἡ μὲν Δ Ζ τῆς Α Β, ἡ δὲ Ζ Κ τῆς Α Η, ἡ δὲ Κ Ν τῆς Η Λ, ἡ δὲ Ν Γ τῆς Λ Γ· ὥστε καὶ ὅλη ἡ γραμμὴ ἡ Δ Ζ Κ Ν Γ μείζων τῆς Β Α Η Λ Γ. Καλῶς ἄρα προσετέθη τὸ, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχειν, ὅπερ τῶν ἀνίσων. Τὰ αὐτὰ δὲ, δυνατὸν ἐπινοῆσαι [l] δεικνύειν καὶ ὅπερ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀεὶ πᾶσι τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι ἐπιφάνειαι τὰ πέρατα ἔχωσιν ἐν ἐπιπέδοις.



Hoc autem ipſum etiam in lineis ex pluribus rectis compoſitis conſiderare licet. Intelligantur enim in plano duæ rectæ Α Β, Β Γ, et punctum quodlibet Δ, junctaque item Α Δ. Rurſus ponatur ipſi Α Β æqualis Δ Ε; ſectaque in duas æquas partes Ε Α in puncto Ζ: ipſi Α Δ ad rectos angulos ducatur Α Η; jungaturque Ζ Η. Rurſus ponatur ipſi Α Η æqualis Ζ Θ; ſectaque in duas æquas partes Θ Η in puncto Κ, ipſi Ζ Η ad rectos angulos ducatur Η Λ; jungaturque Κ Λ. Rurſus ponatur ipſi Η Λ æqualis Κ Μ; ſectaque in duas æquas partes Μ Λ in puncto Ν: ipſi Κ Λ ad rectos angulos ducatur Λ Γ; jungaturque Ν Γ. Manifeſtum eſt igitur ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, majorem eſſe tum Δ Ζ quam Α Β, tum Ζ Κ quam Α Η, tum Κ Ν quam Η Λ, tum Ν Γ quam Λ Γ: atque ideo totam etiam lineam Δ Ζ Κ Ν Γ majorem eſſe quam Β Α Η Λ Γ. Quocirca illud pulchre de inæqualibus lineis additum eſt, oportere ipſas eoſdem habere terminos. Porro eadem hæc, et alia quæcunque ſupra diximus, ſi quis diligenter conſideraverit, etiam de ſuperficiebus demonſtrare poterit; quando nimirum, quæ ſumuntur, ſuperficies in planis terminos habuerint.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων.

Hiſce vero poſitis

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερὸν ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀπολαμβανομένης.

PROP. I. Theor.

Si circulo polygonum inſcribatur, manifeſtum eſt ambitum inſcripti polygoni minorem eſſe circuli circumferentia.

Unumquodque enim polygoni latus minus eſt ea, quæ ab eodem ſecatur, circuli circumferentia.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος, μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

Περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον. Λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

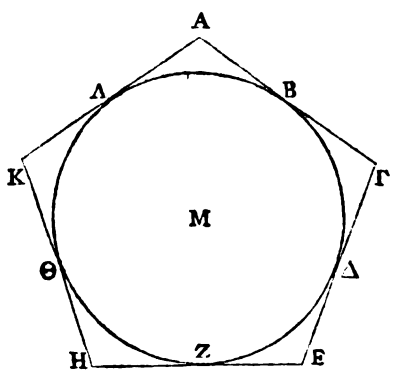
PROP. II. Theor.

Si circulo polygonum circumſcribatur, circumſcripti polygoni ambitus major eſt circuli circumferentia.

Circulo enim polygonum circumſcriptum ſit propoſitum. Dico ambitum polygoni majorem eſſe circuli circumferentia.

[g] αἱ Α Β Γ [h] Β Α Ζ [i] αἱ Α Β Γ [k] Μ Ν [l] δεικνύειν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν ἀεὶ πᾶσι τοῖς προειρημένοις ὅταν ex MS.

Digitized by Google



Quoniam enim utraque BA, AΛ major eſt quam circumferentia BA; eo quod eam, quæ eoſdem terminos habet, circumferentiam comprehendit; pariterque utraque ΔΓ, ΓB major quam ΔB; et utraque ΛK, KΘ major quam ΛΘ; et utraque ZH, HΘ major quam ZΘ; et amplius utraque ΔE, EZ major quam ΔZ. Ideo totus polygoni ambitus major eſt circuli circumferentia.

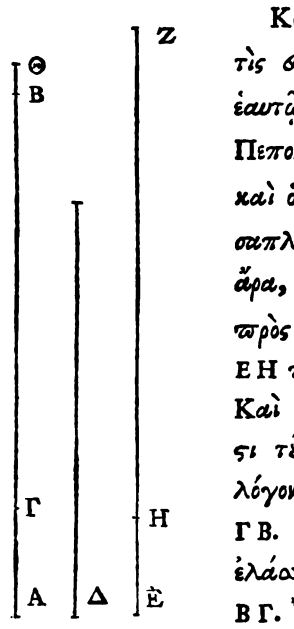
Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ BA, AΛ μείζων ἐστὶ τῆς BΛ περιφερείας, διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως καὶ συναμφότερος μὲν ἡ ΔΓ, ΓB, τῆς ΔB· συναμφότερος δὲ ἡ ΛK, KΘ, τῆς ΛΘ· συναμφότερος δὲ ἡ ZH, HΘ, τῆς ZΘ, ἔτι δὲ συναμφότερος ἡ ΔE, EZ, τῆς ΔZ. Ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ περιγωνίου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.

PROP. III. Prob.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, fieri poteſt, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, ita ut major recta ad minorem rationem minorem habeat quam major magnitudo ad minorem.

Sint duæ magnitudines inæquales AB, Δ, et ſit major AB. Dico fieri poſſe, ut inæquales duæ rectæ inveniantur, quæ propoſitum conficiant.

Ponatur ipſi Δ æqualis BΓ; et ponatur recta quædam linea ZH. ΓA autem ſibimetipſi aliquoties addita excedet Δ. Ea igitur multiplicetur, ſitque AΘ; et quam multiplex eſt AΘ ipſius AΓ, tam multiplex ſit ZH rectæ HE. Ut igitur ΘA ad AΓ, ita ſe habet ZH ad HE. Et invertendo, ut EH ad HZ, ita ſe habet AΓ ad AΘ. Et quoniam AΘ major eſt quam Δ, hoc eſt quam ΓB; ΓA ad AΘ rationem minorem habet, quam ΓA ad ΓB. Igitur etiam componendo EZ ad ZH minorem rationem habet, quam AB ad BΓ. Æqualis eſt autem BΓ ipſi Δ. EZ igitur ad ZH minorem rationem habet, quam AB ad Δ. Inventæ ſunt igitur inæquales duæ rectæ, quæ propoſitum conficiunt; hoc eſt hujuſmodi, ut major ad minorem rationem minorem habeat, quam major magnitudo ad minorem.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα, τὰ AB, Δ, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ AB. Λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν, τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

Κείσθω τῷ Δ ἴσον τὸ BΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ZH. Τὸ δὴ ΓA ἑαυτῷ ὑπισωτιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ. Πεπολλαπλασιάσθω ἔστω, καὶ ἔστω τὸ AΘ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ AΘ τοῦ AΓ, [m] τοσαπλάσιος ἔστω ἡ ZH τῆς HE. [n] Ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ΘA πρὸς AΓ, οὕτως ἡ ZH πρὸς HE. Καὶ ἀνάπαλίν [n] ἐστιν, ὡς ἡ EH πρὸς HZ, οὕτως τὸ AΓ πρὸς AΘ. Καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ AΘ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ ΓB, τὸ ἄρα ΓA πρὸς τὸ AΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἤπερ τὸ ΓA πρὸς ΓB. Καὶ συνθέντι ἡ EZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ AB πρὸς BΓ. Ἴσον δὲ τὸ BΓ τῷ Δ. Ἡ EZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ AB πρὸς τὸ Δ. Εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, ποιοῦσαι τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα, τουτέστι τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

EUTOCIUS.

ΓA autem ſibimetipſi aliquoties addita excedet Δ. Nimirum ſi AB ipſius Δ fuerit aut ſuperparticularis, aut ſuperpartiens. Sin vero multiplex fuerit, aut multiplex ſive particularis, ſive ſuperpartiens, ablato ab AB, BΓ ipſi Δ æquali, quæ relinquitur ΓA excedet Δ. Quocirca non oportebit quidem ipſam multiplicare; ſed ſtatim poſita AΘ æquali ipſi AΓ, eadem demonſtratione uti.

EZ ad ZH minorem rationem habet, quam AB ad BΓ. Si enim proportio hujuſmodi ſit, ut prima magni-

Τὸ δὴ AΓ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ· δηλαδὴ ὡς τὸ AB, [o] ἤτοι ἐπιμορίου ἢ καὶ ἐπιμεροῦς τυγχάνοντος τοῦ Δ. Εἰ δὲ εἴη τὸ AB τοῦ Δ ἤτοι πολλαπλάσιον, [p] ἢ πολλαπλασιεπιμόριον, ἢ καὶ πολλαπλασιεπιμερές, ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τοῦ AB, ἴσου τῷ Δ τοῦ BΓ, τὸ λοιπὸν τὸ ΓA ὑπερέξει τοῦ Δ. Ὥστε μηκέτι πολλαπλασιάζεσθαι αὐτό, ἀλλὰ αὐτόθεν δεῖν τῷ AΓ, ἴσον ἀποτίθεσθαι τὸ AΘ, καὶ τῷ αὐτῷ ἀποδείξιν ἁρμόζειν.

Καὶ συνθέντι ἡ EZ πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ AB πρὸς BΓ. Ὅτι γὰρ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσ-

[m] τοσαυταπλάσιος [n] ἴσῳ [o] ἤτοι ἐπὶ μορίου, ἢ ἐπὶ μέρους [p] ἢ πολλαπλὰς ἐπὶ μόριον, ἢ καὶ πολλαπλάσιον ἐπὶ μερους

Digitized by Google

σνα λόγον ἔχῃ, ὅπερ τείτον [q] πρὸς τέταρτον, καὶ συνθέντι ὁ αὐτὸς λόγος ἀκολουθεῖ, διιχθήσεται οὕτως. Ἔστωσαν τέσσαρα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΒΓ, ΔΕ, ΕΖ· τὸ δὲ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ μείζονα λόγον ἐχέτω, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς τὸ ΕΖ. Λέγω ὅτι καὶ συνθέντι τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Γεγονέτω γάρ, ὡς τὸ ΓΒ πρὸς τὸ ΒΑ, οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΖΘ. Ἀναπαλιν ἄρα, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, οὕτως τὸ ΘΖ πρὸς τὸ ΖΕ. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. [r] Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Μείζων ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΘ τοῦ ΕΔ, καὶ ὅλον τὸ ΘΕ τοῦ ΔΖ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΘΕ πρὸς ΕΖ, τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ, διὰ τὸ συνθέντι· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΕΖ. Ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἐχέτω, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐὰν ποιήσωμεν, ὡς τὸ ΒΓ πρὸς ΓΑ, [s] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσαι καὶ συνθέντι τὸ ΘΕ μεῖζον τοῦ ΔΖ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεμένου τοῦ ΕΖ, [t] ἔσαι μεῖζον τὸ ΘΖ τοῦ ΔΕ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ΘΖ πρὸς ΖΕ, τετέσι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ, διὰ τὸ διελόντι, μείζονα λόγον ἕξει, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ. Φανερὸν δὲ διὰ τῶν ὁμοίων, ὅτι κἂν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ ἐλαττονα λόγον ἔχῃ, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ, καὶ συνθέντι, καὶ πάλιν διελόντι, ὁ αὐτὸς λόγος ἔσαι. Ἐκ δὲ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ, τῷ [u] ἀναστρέψαντος, λόγος ἐμφανὴς ἐστιν. Ἐχέτω γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ. Λέγω ὅτι καὶ ἀναστρέψαντι τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΑΓ πρὸς ΓΒ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΖΕ, καὶ διελόντι τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΕ πρὸς ΕΖ· ἀνάπαλιν τὸ ΒΓ πρὸς ΒΑ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΖΕ πρὸς ΕΔ· καὶ συνθέντι τὸ ΓΑ πρὸς ΑΒ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ὅπερ τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ.

tudo ad ſecundam minorem rationem habeat, quam tertia ad quartam, eamdem etiam componendo locum habere hoc pacto demonſtrabitur. Sint quatuor magnitudines AB, BΓ, ΔE, EZ: et AB ad BΓ majorem rationem habeat, quam ΔE, ad EZ. Dico etiam componendo, AΓ ad ΓB majorem rationem habere, quam ΔZ ad ZE. Ut enim ΓB ad BA, ita fiat ZE ad ZΘ. Igitur invertendo, ut AB ad BΓ, ita ſe habet ΘZ ad ZE. Habet autem AB ad BΓ majorem rationem, quam ΔE ad EZ. Habet igitur etiam ZΘ ad ZE majorem rationem, quam ΔE ad EZ. Major eſt igitur ZΘ quam EΔ, totaque ΘE quam ΔZ. Propterea ΘE ad EZ majorem rationem habet, quam ΔZ ad ZE. Ut autem ΘE ad EZ, ita ſe habet componendo AΓ ad ΓB: igitur etiam AΓ ad ΓB majorem rationem habet, quam ΔZ ad EZ. At vero AΓ ad ΓB majorem rationem habeat, quam ΔZ ad ZE. Dico etiam dividendo, AB ad BΓ majorem rationem habere, quam ΔE ad EZ. Rurſus enim ſi pariter fiat, ut BΓ ad ΓA, ita ZE ad ΘE; erit utique ΘE major quam ΔZ: ablataque communi EZ, ΘZ major quam ΔE. Propterea ΘZ ad ZE, hoc eſt AB ad BΓ, majorem, dividendo, rationem habuerit, quam ΔE ad EZ. Eadem ratione illud quoque manifeſtum eſt, ſi AB ad BΓ minorem rationem habeat quam ΔE ad EZ; fore, ut componendo itemque dividendo, idem prorſus eveniat. Quin etiam de converſa proportione quid ſequatur patet. Habeat enim AΓ ad BΓ majorem rationem quam ΔZ ad ZE. Dico convertendo, ΓA ad AB minorem rationem habere, quam ΔZ ad ΔE. Quoniam enim AΓ ad ΓB majorem rationem habet, quam ΔZ ad ZE; et dividendo, AB ad BΓ majorem, quam ΔE ad EZ; ideo invertendo, BΓ ad BA minorem habet rationem, quam ZE ad EΔ; et componendo, ΓA ad AB minorem, quam ΔZ ad ΔE.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ κύκλου, δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολυγώνου ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος. Λέγω ἔν, ὅτι δυνατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

Εὑρήσθωσαν δὲ δύο εὐθεῖαι αἱ Θ, ΚΛ, ὧν μείζων [w] ἔστω ἡ Θ, ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν ΚΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Λ τῇ ΚΛ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ. Δυνατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΕ, ΔΖ. Τέμνοντες δὴ τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα, καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα, καὶ ἀεὶ τοῦτο ποιοῦντες, λείψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπὸ ΛΚΜ. Λελείφθω,

PROP. IV. Prob.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus, et circulo, fieri poteſt, ut circulo polygonum inſcribatur, itemque aliud circumſcribatur, ita ut circumſcripti polygoni latus ad inſcripti polygoni latus minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

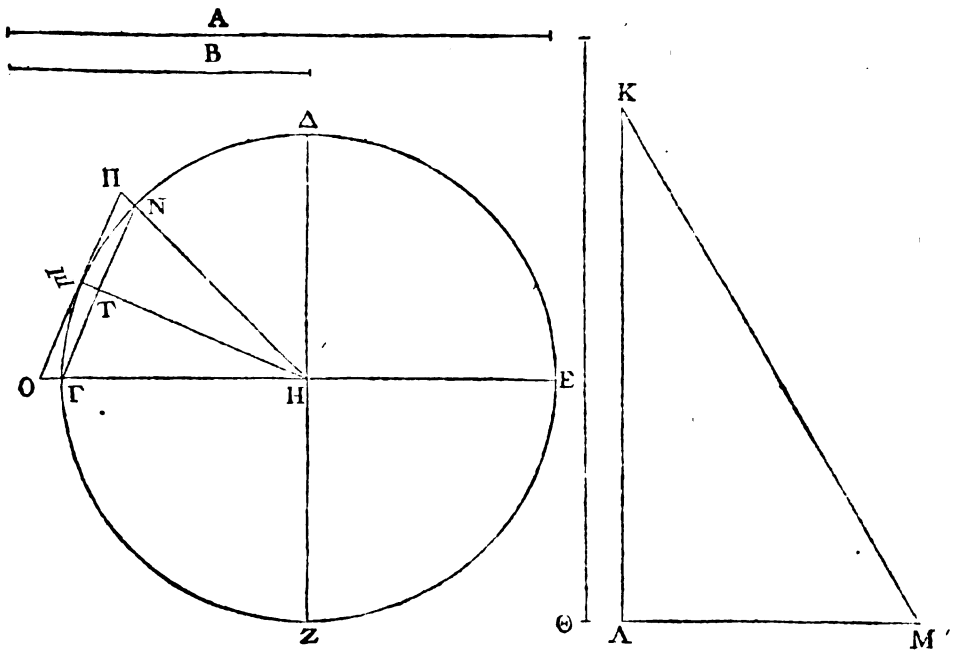
Sint datæ duæ magnitudines A, B; datus vero circulus, qui ſubjicitur. Dico fieri poſſe, ut propoſitum conficiatur.

Inveniantur duæ rectæ Θ, ΚΛ, quarum major ſit Θ, ita ut Θ ad ΚΛ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem: et ducatur a puncto Λ ipſi ΚΛ ad rectos angulos ΛΜ; et a puncto Κ ipſi Θ æqualis ΚΜ. Hoc enim fieri poteſt. Ducantur autem duæ circuli diametri inter ſe invicem ad rectos angulos ΓΕ, ΔΖ. Si igitur angulus ΔΗΓ in duas æquas partes ſecetur, ejuſque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli ΛΚΜ.

[q] πρὸς τέσσαρα μεγέθη [r] καὶ τὸ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΘ [s] οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς ΕΘ, ἔσαι τὸ ΘΕ μεῖζον [t] ἄρα [u] ἀναστρεψαντι [w] ἔστω ἡ Θ πρὸς τὴν ΚΛ

Relinquatur, isque sit N H Γ; et jungatur N Γ. Est igitur N Γ latus polygoni æquilateri. Quoniam enim angulus N H Γ metitur rectum angulum Δ H Γ, ipsa etiam circumferentia N Γ metitur quartam circuli partem. Quare totum etiam circulum metitur. Γ N igitur latus est polygoni æquilateri. Hoc enim manifestum est. Secetur angulus N H Γ in duas æquas partes recta N Ξ; et circulum in puncto Ξ contingat O Ξ Π; et producantur H N Π, H Γ O. Quare etiam Π O latus est polygoni circulo circumscripti tum æquilateri, tum similis, ut constat, inscripto, cujus est latus N Γ. Et quoniam angulus N H Γ minor est duplo anguli Λ K M, idemque duplus anguli T H Γ, minor est angulus T H Γ angulo Λ K M. Qui vero anguli ad puncta sunt Λ, T, hi sunt recti. M K igitur ad Λ K majorem rationem habet quam Γ H ad H T. Æqualis est autem Γ H ipsi H Ξ. Quare H Ξ ad H T, hoc est Π O ad N Γ, minorem rationem habet, quam M K ad K Λ. Amplius vero ad K Λ minorem rationem habet quam A ad B: ac Π O quidem latus est circumscripti polygoni, Γ N vero inscripti. Quæ invenienda proponebantur.

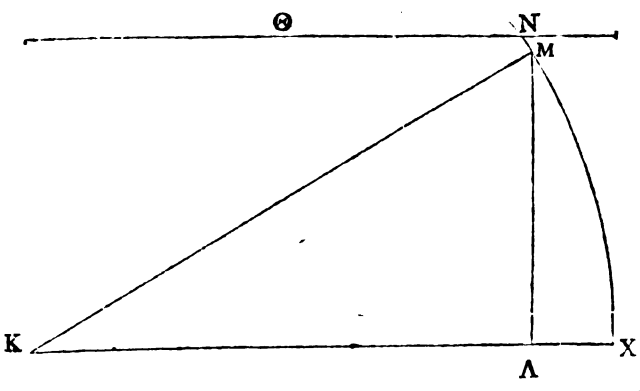
καὶ ἴσῳ ἡ ὑπὸ N H Γ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ N Γ. Ἡ ἄρα N Γ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου. Ἐπεὶπερ ἡ ὑπὸ N H Γ γωνία μετρεῖ τὴν ὑπὸ Δ H Γ ὀρθὴν



ἴσαν, καὶ ἡ N Γ ἄρα περιφέρεια μετρεῖ τὸ Γ Δ, τέταρτον ὂσαν κύκλου. Ὥστε καὶ τὸν κύκλον μετρεῖ. Πολυγώνου ἄρα ἐστὶ πλευρὰ [x] ἰσοπλεύρου ἡ Γ N. Φανερὸν γάρ ἐστι τοῦτο. Καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ N H Γ γωνία δίχα τῇ H Ξ εὐθείᾳ, καὶ διὰ τοῦ Ξ ἐφαπτέσθω τοῦ κύκλου ἡ O Ξ Π, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ H N Π, H Γ O. Ὥστε καὶ ἡ Π O πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύκλον, καὶ ἰσοπλεύρου, φανερὸν ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἡ N Γ. Ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ διπλασία ἡ ὑπὸ N H Γ τῆς ὑπὸ Λ K M, διπλασία δὲ τῆς ὑπὸ T H Γ, ἐλάσσων ἐστὶ ἄρα ἡ ὑπὸ T H Γ τῆς ὑπὸ Λ K M. Καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Λ, T. Ἡ ἄρα M K πρὸς Λ K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ H πρὸς H T. [y] Ἴση δὲ ἡ Γ H τῇ H Ξ. Ὥστε ἡ H Ξ πρὸς H T ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἡ Π O πρὸς N Γ, [y] ἢ ἡ M K πρὸς K Λ. [y] Ἔτι δὲ ἡ K M πρὸς K Λ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ A πρὸς τὸ B· καί ἐστι μὲν Π O πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου, ἡδὲ Γ N τοῦ ἐγγραφομένου. Ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.

EUTOCIUS.

Et a puncto K ipsi Θ æqualis ducatur K M: hoc enim fieri potest. Nimirum producta K Λ, puta ad punctum X; positaque ipsi Θ æquali K X; centroque K, et intervallo K X circulo descripto, puta X M N. Æqualis est enim K M ipsi K X, hoc est ipsi Θ.



Καὶ ἀπὸ τοῦ K, τῇ Θ ἴσῃ κατήχθω ἡ K M· δυνατὸν γὰρ τοῦτο. [z] Καὶ ἐκκληθείσης τῆς K Λ ὡς ἐπὶ τὸ X· καὶ τεθείσης τῇ Θ ἴσης τῆς K X· καὶ κέντρῳ τῷ K, διαστήματι δὲ τῷ K X κύκλος γραφέντος ὡς τοῦ X M N. Ἔστι γὰρ ἡ K M ἴσῃ τῇ K X, τοῦτ' ἐστὶ τῇ Θ.

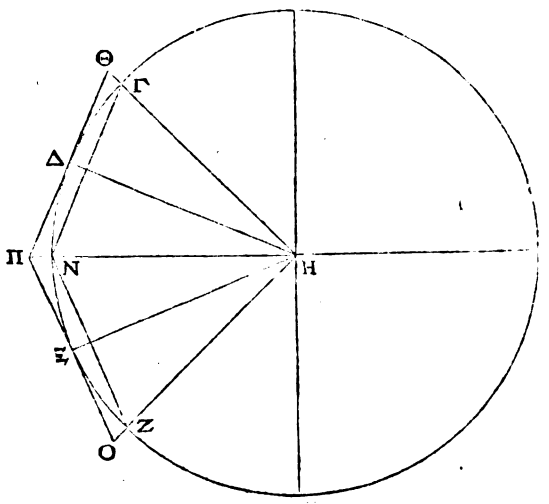
Est igitur N Γ latus polygoni æquilateri, et parilateri. Cum enim quartæ circumferentiæ parti rectus angulus insistiterit, sectusque in pares angulus sit; consistere

Ἡ ἄρα N Γ πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά. Τῆς γὰρ μιᾶς ὀρθῆς ἐπὶ τετάρτημορίου [a] βεβηκυίας, καὶ τῆς τομῆς κατὰ ἀρτίαν διαίρεσιν ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γινομένης,

[x] ἰσοπλεύρου· φανερὸν [y] ἤπερ ἡ M H [z] καὶ deest.

δῆλον ὅτι καὶ ἡ τῶ τεταρτημορίω περιφέρεια εἰς ἀρτιάκις ἀρτίους τὸν ἀριθμὸν ἴσας διαιρεθήσεται περιφερείας. Ὡς τε καὶ ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα μίαν τῶν περιφερειῶν, πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά.

Ὡς τε καὶ ἡ ΟΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά. Ἐὰν γὰρ τῇ ὑπὸ ΞΗΝ γωνίᾳ ἴσην ποιήσαντες τὴν ὑπὸ ΠΗΔ, ἀπὸ τοῦ Π ὅτι τὸ Δ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΠΔ καὶ περιεκβάλωμεν ἄχρι τῆς ΗΘ, τῆς μετὰ ΗΔ γωνίαν περιεχέσης ἴσην τῇ ὑπὸ ΠΗΔ· ἔσται ἴση ἡ ΠΘ τῇ ΠΟ, καὶ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΞΗ ἴση ἐστὶ τῇ ΗΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΠ καὶ [b] γωνίας ἴσας περιέχουσι· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἴση ἐστί· καὶ ἡ ὑπὸ ΠΞΗ ὀρθὴ οὖσα, τῇ ὑπὸ ΠΔΗ. Ὡς τε ἐφάπτεται ἡ ΔΠ. Ἐπεὶ οὖν αἱ πρὸς τὸ Δ ὀρθαὶ εἰσὶν, εἰσὶν δὲ καὶ ὑπὸ ΠΗΔ, ΔΗΘ ἴσαι, καὶ ἡ πρὸς ταῖς ἴσαις κοινὴ ἡ ΔΗ· ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΠΔ τῇ ΘΔ. Ἀλλ᾽ ἡ ΞΠ τῇ ΠΔ ἐδείχθη ἴση. Καὶ ἡ ΘΠ ἄρα τῇ [c] ΠΟ ἐστὶν ἴση, καὶ πάσαις ταῖς ὁμοίως ἐφαπτομέναις. Ὡς τε ἡ ΘΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρὰ τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου. Ὅτι δὲ καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, αὐτόθεν δῆλον. Ἴσης γὰρ οὔσης τῆς μὲν ΘΗ τῇ ΗΠ, τῆς δὲ ΓΗ τῇ ΗΝ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΠ τῇ ΓΝ. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΟΠ τῇ ΝΖ. Ὡς τε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΝΖ τῇ ὑπὸ ΟΠΘ ἴση ἐστί· καὶ ἀφ᾽ οὗ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ.



quartam quoque circumferentiæ partem inæquales numeroque pariter pares circumferentias ſectum iri. Quocirca et quæ uni circumferentiæ recta ſubjicitur æquilateri et parilateri polygoni latus eſt.

Quare etiam ΟΠ latus eſt polygoni æquilateri. Si enim angulus ΠΗΔ angulo ΞΗΝ æqualis fiat, junctaque a puncto Π ad Δ recta ΠΔ producatur uſque ad ΗΘ, quæ una cum ΗΘ æqualem ipſi ΠΗΔ angulum efficit; æqualis hæc erit, nempe ΠΘ ipſi ΠΟ eademque circulum continget. Quoniam enim æqualis eſt ΞΗ ipſi ΗΔ, communiſque ΗΠ, et adhuc æquales angulos comprehendunt; ideo æquales eſt etiam baſis ΞΠ baſi ΠΔ, anguluſque ΠΞΗ, utpote rectus, angulo ΠΔΗ. Quare ΔΠ circulum contingit. Et quoniam qui anguli ad punctum Δ ſunt, ii ſunt recti; æqualeſque reliqui ΠΗΔ, ΔΗΘ; et adhuc ΔΗ, quæ æqualibus ſubjicitur angulis, communis; ideo æqualis eſt ΠΔ ipſi ΘΔ. Demonſtratum eſt autem, ΞΠ ipſi ΠΔ æqualem eſſe. Æqualis eſt igitur ΘΠ ipſi ΠΟ, cæteriſque omnibus circulum pariter contingentibus. Quare ΘΠ latus eſt polygoni æquilateri, et parilaterî circulo circumſcripti. Quod vero et inſcripto ſimilis, id per ſe patet. Æqualis enim cum ſit ΘΗ ipſi ΗΠ, et ΓΗ ipſi ΗΝ; parallela utique eſt ΘΠ ipſi ΓΝ. Eadem ratione etiam ΠΟ ipſi ΝΖ eſt parallela. Quare angulus ΓΝΖ æqualis eſt angulo ΟΠΘ: ideoque circumſcriptum polygonum ſimile inſcripto.

Ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Μείζονος γὰρ ἔστης τῆς πρὸς [d] τὸ Κ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΗΤ, ἐὰν τῇ ὑπὸ ΓΗΤ ἴσην συνιστώμεθα τὴν ὑπὸ ΛΚΡ τῷ Ρ, μεταξὺ τῶν Λ, Μ πιπτόντα, τὸ ΛΚΡ τρίγωνον τῷ ΓΗΤ ὁμοίων ἐστιν. Ὥστε ἡ ΡΚ πρὸς ΚΛ, ἴσως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὡς τε καὶ ἡ ΜΚ [e] πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ.

MK, igitur ad KΛ majorem rationem habet, quam ΓΗ ad ΗΤ. Major enim cum ſit angulus, qui ad punctum K eſt, angulo ΓΗΤ; ſi angulus conſtituatur ΛΚΡ angulo ΓΗΤ æqualis, ita ut punctum P inter puncta Λ, M cadere intelligatur; ſimile utique eſt triangulum ΛΚΡ triangulo ΓΗΤ. Quare ut PK ad KΛ, ita ſe habet ΓΗ ad ΗΤ. Hinc MK ad KΛ majorem rationem habet quam ΓΗ ad ΗΤ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τῶ περιγεγραμμένου πλευρὰν πρὸς τὴν ἐγγεγραμμένου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

PROP. V. Prob.

Rurſus ſi duæ fuerint magnitudines inæquales, et ſector, fieri poteſt, ut ſectori polygonum circumſcribatur, itemque aliud inſcribatur, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, ὧν μεῖζον ἔστω τὸ Ε, κύκλος δέ τις ὁ ΑΒΓ, κέντρον ἔχων τὸ Δ· καὶ πρὸς τὸ Δ τομεὺς συνεστάτω ὁ ΑΔΒ. Δεῖ δὴ περιγράψαι, καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν ΑΒΔ τομέα, ἴσας ἔχον τὰς πλευράς, χωρὶς τῶν ΒΔ, ΔΑ· ὅπως γένηται τὸ ἐπίταγμα.

Rurſus enim duæ ſint magnitudines inæquales Ε, Ζ, quarum major ſit Ε; et circulus aliquis ΑΒΓ centrum habens punctum Δ: et ad punctum Δ ſector conſtituatur ΑΔΒ. Oportet autem ſectori ΑΒΔ polygonum circumſcribere, et inſcribere latera habens, exceptis ΒΔ, ΔΑ, æqualia; ita ut propoſitum conficiatur.

Εὑρήθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Η, ΘΚ ἄνισοι, καὶ μείζων ἡ Η, ὥστε τὴν Η πρὸς τὴν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

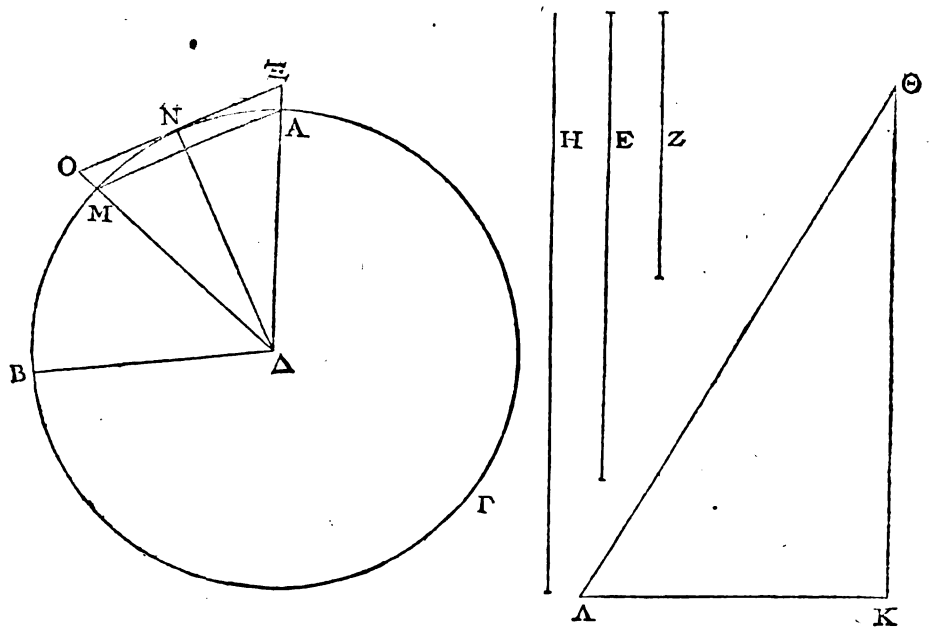
Inveniantur inæquales duæ rectæ Η, ΘΚ, quarum major ſit Η; ita ut Η ad ΘΚ minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad

[b] In MS. γωνίας deeſt. [c] ΠΘ. [d] τῷ ΚΓ - - - τῆς [e] πρὸς ΚΛ. Αὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. ὥστε καὶ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει

Digitized by Google

minorem. Hoc enim fieri poteſt. Ducta autem pariter a puncto K ipſi Θ K ad rectos angulos K Λ, ducatur ipſi H æqualis Θ Λ. Hoc enim

Δυνατὸν γὰρ τοῦτο. Καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ ΘΚ τῆς ΚΛ, προσβεβλήσθω τῇ Η ἴση ἡ ΘΛ. Δυνατὸν γὰρ τοῦτο, [f] ἐπείπερ μείζων ἐστὶ ἡ Η τῆ



fieri poteſt, quoniam major eſt H quam Θ K. Si igitur angulus A Δ B in duas æquas partes ſecetur, ejuſque dimidius in duas item æquas partes, idque continuo fiat relinquetur aliquis angulus minor duplo anguli Λ Θ K. Relinquatur angulus A Δ M. Eſt igitur A M latus polygoni ſectori inſcripti. Quod ſi angulus A Δ M in duas æquas partes ſecetur recta Δ N, et ducatur a puncto N Ξ N O ſectorem contingens, ipſa erit latus polygoni eidem ſectori circumſcripti ei, quem diximus, ſimilis. Eadem vero ratione, qua ſupra, Ξ O ad A M minorem rationem habet, quam magnitudo E ad magnitudinem Z.

Θ Κ. Τεμνομένης δὴ τῆ ὑπὸ τῶν Α Δ Β γωνίας δίχα, καὶ τῆς ἡμισείας δίχα, καὶ ἀεὶ τοῦτο γινομένου λειφθήσεταί τις γωνία, ἐλάσσων ἔσται ἡ διπλασία τῆς ὑπὸ Λ Θ Κ. Λελείφθω ἔστω ἡ ὑπὸ Α Δ Μ. Ἡ Α Μ ἄρα πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν τομέα. Καὶ ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ Α Δ Μ γωνίαν δίχα τῇ Δ Ν, καὶ ἀπὸ τοῦ Ν, [g] καὶ ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ τομέως τὴν Ν Ξ Ο, αὐτη πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν τομέα, ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ. Καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἡ Ξ Ο πρὸς τὴν Α Μ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε μέγεθος πρὸς τὸ Ζ.

PROP. VI. Prob.

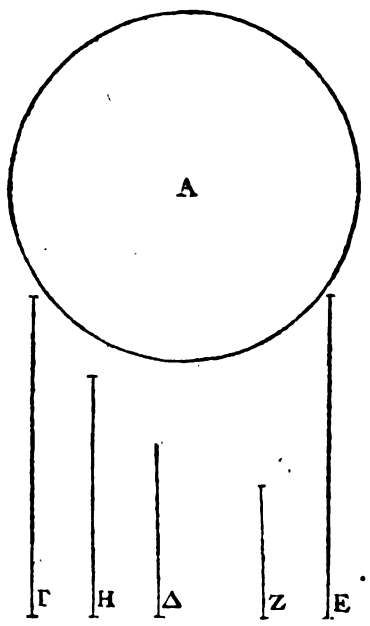
Dato circulo, et duabus magnitudinibus inæqualibus, circulo polygonum circumſcribere, itemque aliud inſcribere, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam major magnitudo ad minorem.

Ponatur circulus A, et duæ magnitudines inæquales E, Z, quarum major ſit E. Oportet igitur circulo polygonum inſcribere, itemque aliud circumſcribere, ita ut propoſitum conficiatur.

Sumo inæquales duas rectas Γ, Δ, quarum major ſit Γ; ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z. Itaque ſumpta H proportionali media inter Γ, et Δ, major eſt Γ quam H. Circumſcribatur autem circulo polygonum, itemque aliud inſcribatur, ita ut, quemadmodum docuimus, circumſcripti polygoni

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ς'.

Κύκλῳ δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων, περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.



Ἐκκείσθω κύκλος ὁ Α, καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, καὶ μείζων τὸ Ε. Δεῖ δὴ πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ὑποκείμενον.

Λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας [h] ἀνίσους τὰς Γ, Δ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Γ· ὥστε τὸν Γ πρὸς τὸν Δ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. Καὶ τῶν Γ, Δ μέσης ἀνάλογον ληφθείσης τῆς Η, μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η. Περιγεγράφθω δὴ περὶ κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὴν τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου πλευρὰν, πρὸς τὴν τοῦ ἐγ-

[f] ἐπεὶ μεῖζον [g] In MS. deeſt καὶ. [h] ἀνίσους ex MS.

Digitized by Google

γραφέντος, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν Η, καθῶς ἐμάθομεν. Διὰ τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσσων ἐστί. Καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν, διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸ πολύγωνον· ὅμοια γάρ. Τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Η, ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Καὶ τὸ περιγραφὲν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Πολλῷ ἄρα καὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

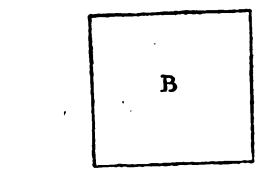
Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων, καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

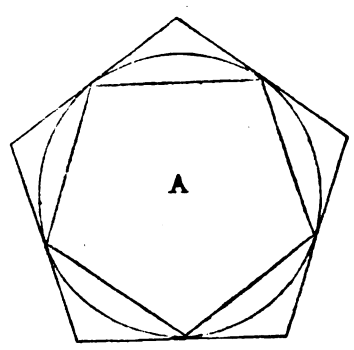
Φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι ἐὰν δοθῇ κύκλος, ἢ τομεὺς, καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον, ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα, καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. Ταῦτα γὰρ ἐν τοῖς Στοιχειώσει παραδέδωται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Δεικτέον δὲ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος, ἢ τομέως καὶ χωρίου, δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον, [1] ἢ τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἔστω δὲ πρῶτον κύκλου * δείξαντα, μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

Δεδόσθω κύκλος ὁ Α, καὶ χωρίον [k] τι τὸ Β. Δυνατὸν δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ ἀπολειφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πολυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου. Καὶ γὰρ ὄντων δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου, περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ εἰρημένον μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον. Τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύγωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.





Εἰ γὰρ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύκλον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ

dem circulum; inſcripto vero major eſt circulus; multo magis circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ſpatium B et circulus ad eumdem circulum. Igitur etiam dividendo, reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta ad circulum minorem habent rationem, quam ſpatium B ad circulum. Minora ſunt igitur reliqua circumſcripti polygoni ſegmenta ſpatio B. Vel hoc pacto.

Quoniam circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habet quam utrumque ſimul ſpatium B et circulus ad circulum; ideo minus erit circumſcriptum polygonum utroque ſimul ſpatio B et circulo. Quare reliqua etiam circumjecta ſegmenta minora erunt ſpatio B. Eadem vero ratione etiam de ſectore argumentabimur.

φομένε μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅτε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. Καὶ διελόντι ἄρα τὰ ἀπολείμματα τ περιγεγραμμένε πολυγώνε πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ B χωρίον πρὸς τ κύκλον. Ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένε πολυγώνε τῷ B χωρίῳ. Ἢ ὅτως.

Ἐπεὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τ κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον, ὅ τε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον· διὰ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσαι τὸ περιγραφὲν συναμφοτέρε. Ὥσε καὶ ἄλλα τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσαι τῷ χωρίῳ τῷ B. Ὁμοίως δὲ καὶ τῷ τομέως.

EUTOCIUS.

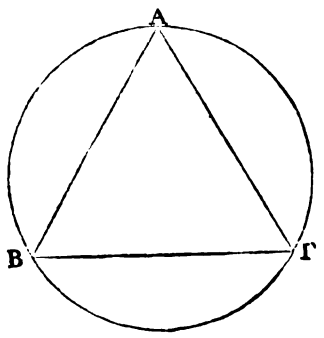
Ideo minus erit circumſcriptum polygonum utroque ſimul. Quoniam enim circumſcriptum polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam utrumque ſimul ad circulum; multo magis circumſcriptum polygonum ad circulum minorem rationem habuerit, quam utrumque ſimul ad circulum. Quare circumſcriptum polygonum utroque ſimul eſt minus. Et communi circulo ablato, reliqua circumjecta ſegmenta ſpatio B minora ſunt.

Διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τῷ συναμφοτέρῳ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ περιγραφόμενον πρὸς τὸ ἐγγραφόμενον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον· πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφόμενον [1] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον. Ὥσε τὸ περιγραφόμενον ἔλασσόν ἐστι τῷ συναμφοτέρῳ. Καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κύκλου, λοιπὰ τὰ περικείμματα ἐλάσσονά [m] ἐστι τοῦ B χωρίου.

PROP. VIII. THEOR.

Si cono iſoſceli pyramis inſcribatur æquilateram baſim habens, ejus ſuperficies, excepta baſe, æqualis eſt triangulo baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem vero rectæ, quæ a vertice ad unum baſis latus normalis ducitur.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus A B Γ, eique inſcribatur pyramis æquilaterum habens triangulum A B Γ. Dico ejus ſuperficiem, baſe excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem eſſe.



Quoniam enim conus eſt iſoſceles, et baſis pyramidis æquilatera, triangulorum, quæ pyramidem continent, altitudines æquales ſibi invicem ſunt. Hæc autem triangula baſim quidem habent rectas A B, B Γ, Γ A, altitudinem vero eam, quam diximus. Quare hæc triangula, hoc eſt ſuperficies pyramidis, excepto triangulo A B Γ, æqualia ſunt triangulo baſim quidem habenti ipſis A B, B Γ, Γ A æqualem, altitudinem vero ei, quam diximus, rectæ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ, βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τῷ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως καθετὸν ἀγομένῃ.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις ὁ A B Γ κύκλος, καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον [n] ἔχουσα τρίγωνον τὸ A B Γ. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάσις τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα, ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. Καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα, τὰς A B, B Γ, Γ A, ὕψος δὲ, τὸ εἰρημένον. Ὥσε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τῇ ἴσην ταῖς A B, B Γ, Γ A, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην καθέταν, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ A B Γ τριγώνου.

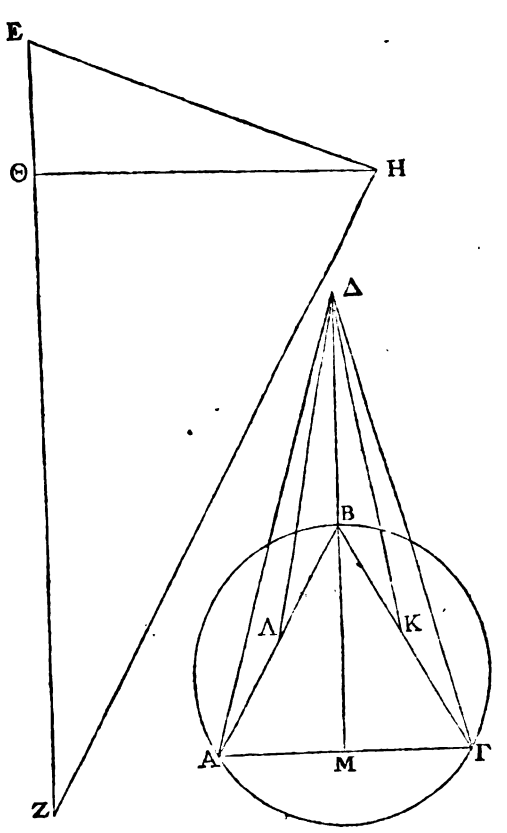
[1] πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει· ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον, ex MS. [m] εἶναι [n] ἔχουσα βάσιν τὴν A B Γ

ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ ΑΛΛΩΣ Η ΔΕΙΞΙΣ.

•Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν κώνον πυραμὶς, βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΓ, ΔΒ·

Λέγω ὅτι τὰ ΑΔΒ, ΑΔΓ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν καθετὸς, ἴση τῇ καθετῷ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΒΓ ἀγομένῃ.

Ἤχθωσαν γὰρ καθετοὶ αἱ ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. Αὗται ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ ΕΖΗ, ἔχον τὴν μὲν ΕΖ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ ΗΘ κάθετον τῇ ΔΛ ἴσην. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΚ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΒΓ τριγώνου· ἔστι δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΛ διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΔΜ διπλάσιον τοῦ ΑΔΓ τριγώνου· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, τουτέστι τῆς ΕΖ, καὶ τῆς ΔΛ, τουτέστι τῆς ΗΘ, διπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΗΘ διπλάσιον τοῦ ΕΖΗ τριγώνου. Ἴσον ἄρα τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τοῖς ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνοις.



CLARIOR ALIA DEMONSTRATIO.

Sit conus iſoſceles, cujus quidem baſis circulus ΑΒΓ, vertex vero punctum Δ, et cono pyramis inſcribatur, baſim habens æquilaterum triangulum ΑΒΓ, et jungantur ΔΑ, ΔΓ, ΔΒ:

Dico triangula ΑΔΒ, ΑΔΓ, ΒΔΓ æqualia eſſe triangulo, cujus quidem baſis æqualis eſt ambitui trianguli ΑΒΓ; normalis vero, quæ a vertice ad baſim ducitur, ei æqualis, quæ ducitur a puncto Δ ad ΒΓ.

Ducantur enim normales ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. Hæ igitur æquales ſibi invicem ſunt. Et ponatur triangulum ΕΖΗ, habens baſim ΕΖ ambitui trianguli ΑΒΓ æqualem, normalem vero ΗΘ æqualem ipſi ΔΛ. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub ΒΓ, ΔΚ continetur, duplum eſt trianguli ΔΒΓ: et ſpatium quidem, quod ſub ΑΒ, ΔΛ continetur, duplum eſt trianguli ΑΒΔ; ſpatium vero, quod continetur ſub ΑΓ, ΔΜ, duplum trianguli ΑΔΓ; ideo ſpatium, quod continetur ſub ambitu trianguli ΑΒΓ, hoc eſt ΕΖ, et ſub ΔΛ, hoc eſt ΗΘ, duplum eſt triangulorum ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ. Eſt autem et ſpatium, quod ſub ΕΖ, ΗΘ continetur, duplum trianguli ΕΖΗ. Æquale eſt igitur triangulum ΕΖΗ triangulis ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ ΔΕΖ πολύγωνον περιγεγραμμένον περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον εἶναι· λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

PROP. IX. THEOR.

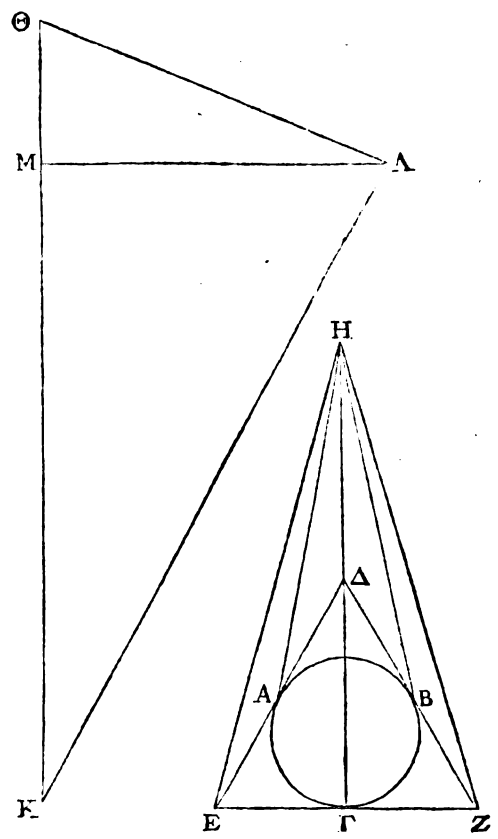
Si cono iſoſceli pyramis circumſcribatur, ſuperficies pyramidis, baſe excepta, æqualis eſt triangulo baſim quidem habenti æqualem ambitui baſis, altitudinem vero lateri coni.

Sit conus, cujus baſis circulus ΑΒΓ, eique pyramis circumſcribatur, ita ut ejus baſis, hoc eſt polygonum ΔΕΖ circulo ΑΒΓ circumſcriptum ſit: dico ſuperficiem pyramidis, baſe excepta, ei, quod diximus, triangulo æqualem eſſe.

• Ὅτι

Digitized by Google

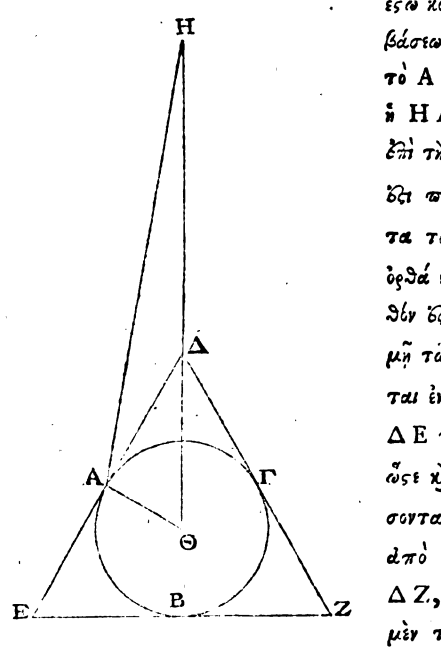
Quoniam enim axis coni recta eſt ad baſim, hoc eſt ad circulum ABΓ, quæque a centro circuli ad contactus rectæ junguntur normales ſunt ad contingentes; erunt utique et quæ junguntur a coni vertice ad contactus normales ad rectas ΔE, ZE, ZΔ. Igitur HA, HB, HΓ, quas diximus, normales æquales ſibi invicem ſunt: ſunt enim coni latera. Ponatur triangulum ΘKΛ, æqualem quidem habens ΘK ambitui trianguli ΔEZ, normalem vero ΛM æqualem ipſi HA. Quoniam igitur ſpatium quidem, quod ſub ΔE, AH continetur, duplum eſt trianguli EΔH; ſpatium vero, quod continetur ſub ΔZ, HB, duplum trianguli ΔZH; denique ſpatium, quod continetur ſub EZ, ΓH, duplum trianguli EHZ; ideo ſpatium, quod ſub ΘK, et AH, hoc eſt MΛ, continetur, duplum eſt triangulorum EΔH, ZΔH, EHZ. Eſt autem et ſpatium, quod ſub ΘK, ΛM continetur, duplum trianguli ΛKΘ. Propterea ſuperficies pyramidis, baſe excepta, triangulo æqualis eſt baſim quidem habenti æqualem ambitui trianguli ΔEZ, altitudinem vero lateri coni.



Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν βάσιν, τετάρτη πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμέναι δίθεῖαι καθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας· ἔσονται ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμέναι καθέτοι ἐπὶ τὰς ΔE, ZE, ZΔ. Αἱ HA, HB, HΓ ἄρα, αἱ εἰρημέναι, καθέτοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ εἰσι τοῦ κώνου. Κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΘKΛ, ἴσῳ ἔχον τὴν μὲν ΘK τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔEZ τριγώνου, τὴν δὲ ΛM κάθετον ἴσην τῇ HA. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ ΔE, AH διπλάσιόν ἐστι τοῦ EΔH τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ ΔZ, HB διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔZH τριγώνου· τὸ δὲ ὑπὸ EZ, ΓH διπλάσιόν ἐστι τοῦ EHZ τριγώνου· ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΘK καὶ τῆς AH, τουτέστι τὸ MΛ, [p] διπλάσιον τῶν EΔH, ZΔH, EHZ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘK, ΛM, διπλάσιον τοῦ ΛKΘ τριγώνου. Διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔEZ, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

EUTOCIUS.

Quæ a vertice ad puncta A, B, Γ rectæ junguntur, ad contingentes ipſas normales ſunt. Intelligatur enim conus ſeorſum deſcriptus, cujus vertex ſit punctum H, et centrum baſis punctum Θ. Ducatur autem ad punctum A a puncto quidem Θ, ΘA; a puncto vero H, HA. Dico HA ad ΔE normalem eſſe. Quoniam enim HΘ recta eſt ad planum circuli, omnia etiam plana, quæ per ipſum aguntur, recta ad idem planum ſunt. Quare triangulum HΘA rectum eſt ad baſim. At vero ad communem planorum ſectionem ΘA ducta eſt in eorum altero ad rectos angulos ΔE. Igitur ΔE normalis eſt ad planum HΘA; ideoque etiam ad HA. Eodem modo demonſtrabitur etiam rectas, quæ a vertice ad puncta Γ, B junguntur, ad ΔZ, EZ normales eſſe. Illud autem ſciendum eſt, optime in ſuperiore Theoremate additum eſſe, oportere omnino inſcriptam pyramidem æquilateram baſim habere. Neque enim aliter, quæ a vertice ad baſis la-



[q] Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ A, B, Γ διπζευγνύμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτάς. Νενοήσθω γὰρ χωρὶς ὁ κῶνος, καὶ ἔστω κορυφὴ μὲν αὐτοῦ τὸ H, κέντρον δὲ τῆς βάσεως αὐτοῦ τὸ Θ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ A ἐπεζεύχθω ἡ ΘA· ἀπὸ δὲ τοῦ H, ἡ HA. Λέγω ὅτι ἡ HA κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔE. Ἐπεὶ γὰρ ἡ HΘ κάθετός ἐστι πρὸς τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, πρὸς τὸ αὐτὸ ὀρθά ἐστι. Ὥστε καὶ τὸ HΘA τρίγωνον ὀρθὸν ὅτι πρὸς τὴν βάσιν. Καὶ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων τῇ ΘA πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἡ ΔE. Ἡ ἄρα ΔE τῷ HΘA ὀπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ὥστε καὶ πρὸς τὴν HA. Ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ ὅτι τὰ Γ, B διπζευγνύμεναι ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετοι οὖσαι ὅτι τὰς ΔZ, EZ. Ἐπισῆσαι δὲ χρή, ὅτι ἐπὶ μὲν τοῦ πρὸ τούτου καλῶς προέκειτο, τὸ δεῖν πάντως τὴν ἐγγραφομένην πυραμίδα ἰσόπλευρον ἔχειν τὴν βάσιν. Οὐκ ἄλλως γὰρ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ὅτι τὰς τῆς βά-

[p] διπλάσιον τοῦ ΛKΘ τριγώνου [q] εἶναι

Digitized by Google

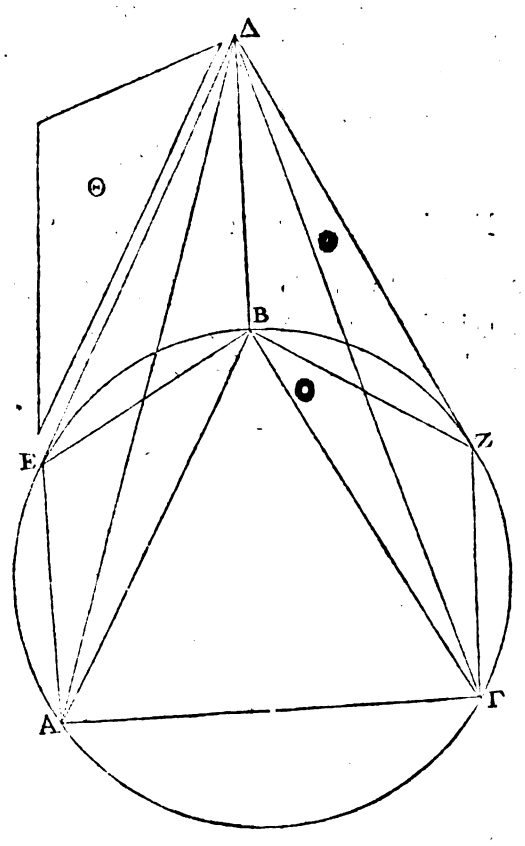
σιως πλευρὰς ἴσαι ἠδύνατο εἶναι. Ἐπὶ δὲ τῆ προκειμένου ἃ προέθηκεν τὸ εἶναι ἰσόπλευρον τὴν βάσιν, διὰ τὸ δύνασθαι, κἂν ὁποιάτις ᾖ, τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖν.

tera rectæ junguntur, æquales esse possent. At contra in hoc Theoremate nulla de basi æquilatera mentio facta est; eo quod, quæcunque tandem sit, idem prorsus eveniat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελὲς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιλειφθὲν τρίγωνον, ὑπότε τῆς ἐκπεσούσης καὶ τῶν ἀπιζευχθεισῶν ἀπὸ τῆς κορυφῆς, ἔλασσον ἔσται τὸ ἀπιφανείας τοῦ κώνου, τοῦ μεταξὺ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἀπιζευχθεισῶν.

Ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἡ ΑΓ· καὶ ἀπὸ τοῦ κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΔΓ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἐπιφανείας τοῦ κωνικῆς, τοῦ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ.



Τετμήσθω ἡ ΑΒΓ περιφέρεια διχὰ κατὰ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ. Ἔσται δὴ τὰ ΑΒΔ, ΒΓΔ τρίγωνα μείζονα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου. Ὧ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, ἔστω τὸ Θ. Τὸ δὴ Θ ἤτοι τοῦ ΑΒ, ΒΓ τμημάτων ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὔ. Ἔστω μὴ ἔλασσον πρότερον. Ἐπεὶ οὖν δύο εἰσὶν ἀπιφάνειαι, ἥτε κωνικὴ ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ, μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, καὶ ἡ τοῦ ΑΔΒ τριγώνου, τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΔΒ, μείζων ἔσται ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ κωνικὴ ἀπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΒ μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος, τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. Ὁμοίως δὴ καὶ ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔ, ΔΓ, μετὰ τοῦ ΓΖΒ τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. Ὅλη ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ τοῦ Θ χωρίου ἐστὶ μείζων τῶν εἰρημένων τριγώνων. Τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷτε ΑΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ χωρίον. Λοιπὴ ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔ, ΔΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

Ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. Τέμνοντες δὴ τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας δίχα, καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα, λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. Λελείφθω τὰ

PROP. X. THEOR.

Si in coni cujusdam isosceli circulum, qui coni est basis, recta linea inciderit, jungaturque ab ejus terminis rectæ lineæ ad coni verticem; quod sub ea, quæ incidit, iisque, quæ ad verticem junctæ sunt triangulum continetur, minus erit coni superficie, quæ inter eas, quæ ad verticem junctæ sunt, interjicitur.

Sit coni isosceli basis circulus ΑΒΓ, cujus vertex punctum Δ; et incidat in eumdem recta quædam ΑΓ; et jungantur a vertice ad puncta Α, Γ, ΑΔ, ΔΓ. Dico triangulum ΑΔΓ minus esse coni superficie, quæ interjicitur inter ΑΔ, ΔΓ.

Secetur circumferentia ΑΒΓ in duas æquas partes in puncto Β, et jungantur ΑΒ, ΓΒ, ΔΒ. Erunt utique triangula ΑΒΔ, ΒΓΔ majora triangulo ΑΔΓ. Quo autem excedunt ea, quæ diximus, triangula triangulum ΑΔΓ, hoc sit Θ. Ac Θ quidem aut minus est segmentis ΑΒ, ΒΓ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ sunt superficies, altera coni, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum segmento ΑΕΒ, altera trianguli ΑΔΒ, eæque ambitum trianguli ΑΔΒ eumdem terminum habent, major utique est quæ comprehendit quam quæ comprehenditur. Major est igitur coni superficies, quæ inter ΑΔ, ΔΒ interjicitur, una cum segmento ΑΕΒ, triangulo ΑΒΔ. Pariter autem et quæ interjicitur inter Β Δ, Δ Γ, una cum segmento Γ Ζ Β, major est triangulo Β Δ Γ. Tota igitur coni superficies, una cum spatio Θ, major est iis, quæ diximus, triangulis. Æqualia autem sunt ea, quæ diximus, triangula triangulo ΑΔΓ, et spatio Θ: commune auferatur spatium Θ. Reliqua igitur coni superficies, quæ inter ΑΔ, ΔΓ interjicitur, major est triangulo ΑΔΓ.

Sit autem spatium Θ minus segmentis ΑΒ, ΒΓ. Si itaque circumferentiæ ΑΒ, ΒΓ in duas æquas partes secentur, earumque dimidiæ in duas item æquas partes, idque continuo fiat, relinquentur segmenta minora spatio Θ. Relin-

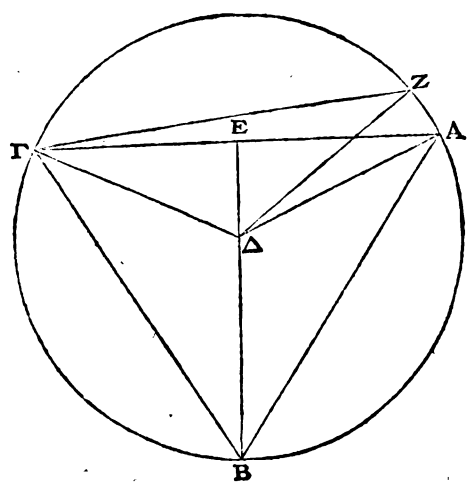
Digitized by Google

quantur quæ rectis inſiſtunt AE, EB, BZ, ZΓ; et jungantur ΔE, ΔZ. Rurſus igitur eadem ratione ſuperficies quidem coni, quæ interjicitur inter AΔ, ΔE, una cum eo, quod ipſi AE inſiſtit ſegmento major eſt triangulo AΔE; quæ vero interjicitur inter EΔ, ΔB, una cum ſegmento, quod inſiſtit ipſi EB, major eſt triangulo EΔB. Superficies igitur coni, quæ inter AΔ, ΔB interjicitur, una cum ſegmentis AE, EB, major eſt triangulis AΔE, EBΔ. Et quoniam triangula AEΔ, ΔEB majora ſunt triangulo ABΔ, quemadmodum demonſtratum eſt, multo magis ſuperficies coni, quæ inter AΔ, ΔB interjicitur, una cum iis, quæ ipſis AE, EB inſiſtunt, ſegmentis, major eſt triangulo AΔB. Eadem vero ratione et ſuperficies, quæ inter BΔ, ΔΓ interjicitur, una cum iis, quæ ipſis BZ, ZΓ inſiſtunt, ſegmentis, major eſt triangulo BΔΓ. Tota igitur ſuperficies, quæ inter AΔ, ΔΓ interjicitur, una cum iis, quæ diximus, ſegmentis, major eſt triangulis ABΔ, ΔBΓ. Et hæc quidem triangula æqualia ſunt triangulo AΔΓ, et ſpatio Θ; quæ vero diximus ſegmenta, ea ſpatio Θ minora ſunt. Reliqua igitur ſuperficies, quæ inter AΔ, ΔΓ interjicitur, major eſt triangulo AΔΓ.

ἐπὶ τῶν AE, EB, BZ, ZΓ ἀϑείων, καὶ ἐπεζεύχϑωσαν αἱ ΔE, ΔZ. Πάλιν τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ, ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔE, μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς AE τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ AΔE τριγώνου· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν EΔ, ΔB μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς EB τμήματος, μείζων ἐστὶ τοῦ EΔB τριγώνου. Ἡ ἄρα ὅλη ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔB μετὰ τῶν AE, EB τμημάτων, μείζων ἐστὶ τῶν AΔE, EBΔ τριγώνων. Ἐπεὶ δὲ τὰ AEΔ, ΔEB τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ ABΔ τριγώνου, καθῶς δέδεικται, πολλῷ ἄρα ἡ ὅλη ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔB, μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν AE, EB τμημάτων, μείζων ἐστὶ τοῦ AΔB τριγώνου. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν BΔ, ΔΓ, μετὰ τῶν [1] ἐπὶ τῶν BZ, ZΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ BΔΓ τριγώνου. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔΓ, μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων, μείζων ἐστὶ τῶν ABΔ, ΔBΓ τριγώνων. Ταῦτα δέ ἐστιν ἴσα τῷ AΔΓ τριγώνῳ, καὶ τῷ Θ χωρίῳ, ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν AΔ, ΔΓ, μείζων ἐστὶ τοῦ AΔΓ τριγώνου.

EUTOCIUS.

Majora ſunt igitur triangula ABΔ, BΔΓ triangulo AΔΓ. Quoniam enim angulus, qui ad punctum Δ conſtituitur, ſolidus eſt, anguli AΔB, BΔΓ majores ſunt angulo AΔΓ. Quod ſi a vertice ad punctum baſis medium rectam junxerimus, puta ΔE, quæ normalis eſt ad AΓ; major utique erit angulus AΔB angulo AΔE. Itaque conſtituatur angulus ΓΔZ angulo AΔB æqualis: poſitaque ΔZ æquali ipſi ΔΓ, jungatur ΓZ. Quoniam igitur duo latera duobus lateribus æqualia ſunt, et angulus angulo; triangulum ABΔ æquale eſt triangulo ΓΔZ, quod quidem triangulo AΔE eſt majus. Igitur etiam triangulum ABΔ majus eſt triangulo ΔΔE. Pariter vero etiam triangulum ΔBΓ eſt majus triangulo ΔEΓ. Majora ſunt igitur duo triangula AΔB, ΔBΓ triangulo AΔΓ.



Μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ABΔ, BΔΓ τρίγωνα τοῦ AΔΓ τριγώνου. Ἐπεὶ γὰρ στερεὰ γωνία ἐστὶν ἡ πρὸς τὸ Δ, αἱ ὑπὸ AΔB, BΔΓ μείζους εἰσὶ τῆς ὑπὸ AΔΓ. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν διχοτομίαν τῆς βάσεως ἐπιζεύξωμεν, ὡς τὴν ΔE κάθετον γινομένην ἐπὶ τὴν AΓ, ἔσται ἡ ὑπὸ AΔB μείζων τῆς ὑπὸ AΔE. Συνεστάτω οὖν τῇ ὑπὸ AΔB ἴση ἡ ὑπὸ ΓΔZ· καὶ τεθείσης τῆς ΔZ ἴσης τῇ ΔΓ, ἐπεζεύχθω ἡ ΓZ. Ἐπεὶ οὖν δύο δυσὶν ἴσαι, αλλὰ καὶ γωνία γωνίᾳ· καὶ τὸ ABΔ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΓΔZ τριγώνῳ, μείζονι ὄντι τοῦ AΔE. Καὶ τὸ ABΔ ἄρα τρίγωνον τοῦ AΔE μεῖζον ἐστίν. Ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ΔBΓ τοῦ ΔEΓ. Δύο ἄρα τὰ AΔB, ΔBΓ, τοῦ AΔΓ μείζονά ἐστιν.*

PROP. XI. THEOR.

Si rectæ ducantur contingentes circulum, qui coni eſt baſis, quæ in eodem ac circulus plano ſint ſibique invicem occurrant; junganturque a contactibus et occurſu rectæ lineæ ad coni verticem; quæ ſub contingentibus, iiſque, quæ ad verticem junctæ ſunt, triangula continentur, majora ſunt coni ſuperficie, quæ inter eaſdem interjicitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

Ἐὰν ἐπιψαύσασαι ἀχϑῶσι τοῦ κύκλου, [2] ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ, καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐϑεῖαι ἀχϑῶσι, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχϑεισῶν εὐϑειῶν, μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

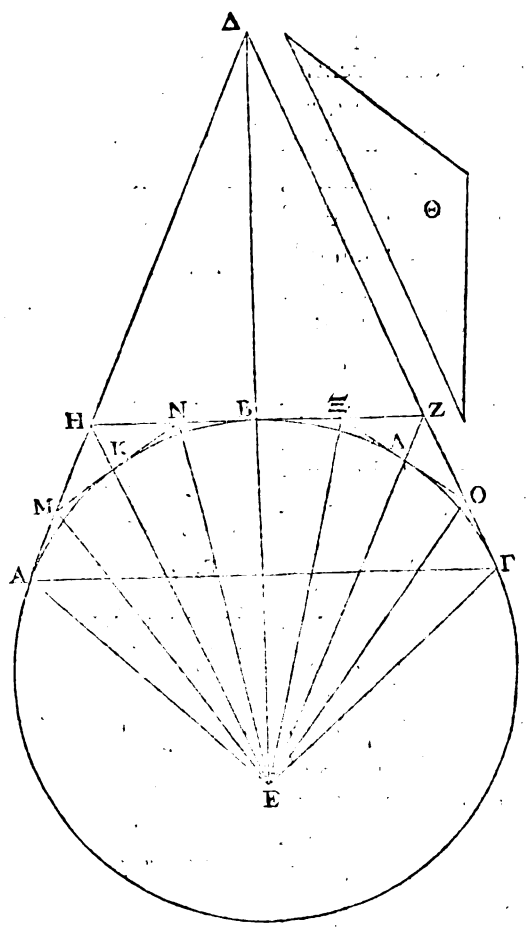
[1] ἐπὶ τῶν, hæc et ſequentia uſque ad εἰρημένων in MS. deſunt. [2] ὅσον βάσις

* Hæc demonſtratio Eutocii non valet, ſed res ipſa ſatis patet.

Digitized by Google

Ἔστω κῶνος οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὄσαι, αἱ ΑΔ, ΔΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου, ὅ ἐστι κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ Α, Δ, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ· λέγω δὲ, ὅτι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΓΕ εὐθειῶν, καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας.

Sit conus, cujus quidem baſis circulus ΑΒΓ, vertex vero punctum Ε; et ducantur ΑΔ, ΔΓ contingentes circulum ΑΒΓ, quæ in eodem ac ipſe plano ſint; junganturque a puncto Ε, quod coni vertex eſt, ad puncta Α, Δ, Γ, ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ: dico triangula ΑΔΕ, ΔΕΓ majora eſſe coni ſuperficie, quæ interjicitur inter rectas ΑΕ, ΓΕ, et circumferentiam ΑΒΓ.



Ἤχθω γὰρ ἡ ΗΒΖ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ παράλληλος οὖσα τῇ ΑΓ, διχὰ τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ζ ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΖΕ. Καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ ΗΔ, ΔΖ τῆς ΗΖ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΖΓ. Ὅλαι ἄρα αἱ ΑΔ, ΔΓ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ πλάγιαί εἰσι τοῦ κώνου, ἴσαι εἰσὶ, διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κῶνον. Ὁμοίως δὲ καὶ καθετοί εἰσιν, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι· τὰ δὲ ὑπὸ τῶν καθετῶν καὶ τῶν βάσεων τῶν ΑΕΔ, ΔΓΕ τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων. Εἰσὶ γὰρ αἱ μὲν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ ἐλάσσους τῶν ΓΔ, ΔΑ· τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα· φανερὸν γὰρ, [a]ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιζευγνυμένη, καθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. Ὧν δὴ μείζονά ἐστι τὰ ΑΕΔ, ΔΓΕ τρίγωνα, τῶν ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ [b]τριγώνων, ἔστω τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον, ἤτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν περιλεμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ οὐκ ἔλαττον. Ἔστω πρῶτον οὐκ ἔλαττον. Ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι σώδετοι, ἥτε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ ΗΑΓΖ τραπεζίου, κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ε, καὶ ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἡ μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος, καὶ πέρας ἔχουσι, τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· δῆλον ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τοῦ ΑΕΓ τριγώνου, μείζων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ ΑΒΓ. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, μετὰ τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ περιλημμάτων, μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΕΓ. Τῶν δὲ ΑΗΒ,

Ducatur enim ΗΒΖ circulum contingens, eademque parallela rectæ ΑΓ, ſecta utique in duas æquas partes circumferentia ΑΒΓ in puncto Β; et jungantur a punctis Η, Ζ ad punctum Ε ΗΕ, ΖΕ. Et quoniam majores ſunt ΗΔ, ΔΖ quam ΗΖ, communes addantur ΗΑ, ΖΓ. Totæ igitur ΑΔ, ΔΓ majores ſunt quam ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. Et quoniam ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ ſunt coni latera, et quidem iſoſcelis, æquales ſibi invicem ſunt. Sunt autem pariter et normales, quemadmodum in lemmate demonſtratum eſt; quæque ſub normalibus, et baſibus triangulorum ΑΕΔ, ΔΕΓ ſpatia continentur, majora ſunt ſpatiis, quæ continentur ſub normalibus, et baſibus triangulorum ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ. Nam baſes quidem ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ minores ſunt baſibus ΓΔ, ΔΑ; altitudines vero æquales: cum manifeſtum ſit, rectam, quæ a coni recti vertice ad baſis contactum ducitur, contingenti normalem eſſe. Quo autem majora ſunt triangula ΑΕΔ, ΔΓΕ triangulis ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, hoc ſit ſpatium Θ. Ac ſpatium quidem Θ aut minus eſt reliquis circumjectis ſegmentis ΑΗΒ, ΒΖΓ, aut non minus. Sit primo non minus. Quoniam igitur duæ ſunt compoſitæ ſuperficies, altera pyramidis, cujus eſt baſis trapezium ΗΑΓΖ, vertex punctum Ε; altera coni quæ interjicitur inter ΑΕ, ΕΓ, una cum ſegmento ΑΒΓ, eæque eumdem ambitum trianguli ΑΕΓ terminum habent; conſtat pyramidis ſuperficiem, excepto triangulo ΑΕΓ, majorem eſſe ſuperficie coni, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur una cum ſegmento ΑΒΓ. Commune auferatur ſegmentum ΑΒΓ. Reliqua igitur triangula ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ, una cum reliquis circumjectis ſegmentis ΑΗΒ, ΒΖΓ, majora ſunt ſuperficie coni, quæ inter ΑΕ, ΕΓ interjicitur.

[a] ἄρα [b] In hoc loco in MS. hiatus eſt.

Digitized by Google

Non eſt autem minus ſpatium Θ reliquis circumjectis ſegmentis AHB, BZΓ. Multo igitur magis triangula AHE, HEZ, ZEΓ, una cum ſpatio Θ, majora ſunt ſuperficie coni, quæ inter AE, EΓ interjicitur. Triangula autem AHE, HEZ, ZEΓ, una cum ſpatio Θ, eadem ſunt quæ triangula AEΔ, ΔEΓ. Igitur triangula AEΔ, ΔEΓ majora ſunt ea, quam diximus, coni ſuperficie. Sit autem ſpatium Θ minus reliquis circumjectis ſegmentis. Si igitur continuo ſegmentis polygona circumſcribantur, ſectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductiſque rectis contingentibus, ſegmenta quædam relinquentur, quæ ſpatio Θ minora erunt. Relinquantur, eaque ſint AMK, KNB, BΞΛ, ΛOΓ minora ſpatio Θ; et jungantur rectæ ad punctum E. Rurſus manifeſtum eſt, triangula AHE, HEZ, ZEΓ triangulis AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ majora fore. Baſes enim baſibus majores ſunt, et altitudo æqualis. Rurſus etiam pariter pyramis, quæ baſim quidem habet polygonum AMNΞOΓ, verticem vero punctum E, excepto triangulo AEΓ, ſuperficiem habet majorem coni ſuperficie, quæ inter AE, EΓ interjicitur, una cum ſegmento ABΓ. Commune auferatur ſegmentum ABΓ. Reliqua igitur triangula AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ, una cum reliquis circumjectis ſegmentis AMK, KNB, BΞΛ, ΛOΓ, majora erunt coni ſuperficie, quæ inter AE, EΓ interjicitur. Sed reliquis quidem, quæ diximus, circumjectis ſegmentis majus eſt ſpatium Θ; triangulis vero AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ demonſtratum eſt majora eſſe triangula AEH, HEZ, ZEΓ. Multo igitur magis triangula AEH, HEZ, ZEΓ, una cum ſpatio Θ, hoc eſt triangula AΔE, ΔEΓ, majora ſunt coni ſuperficie, quæ inter rectas AE, EΓ interjicitur.

BZΓ περιλημμάτων ἐκ ἔλασσόν ἐστι τὸ Θ χωρίον. Πολλῷ ἄρα τὰ AHE, HEZ, ZEΓ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ, μείζονα [x] ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν AE, EΓ. Ἀλλὰ τὰ AHE, HEZ, ZEΓ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ, ἐστὶ τὰ AEΔ, ΔEΓ τρίγωνα. Τὰ ἄρα AEΔ, ΔEΓ τρίγωνα, μείζονα ἔσται τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας. Ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν περιλημμάτων. Ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα, ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα, [y] ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Λελείφθω, καὶ ἔστω τὰ AMK, KNB, BΞΛ, ΛOΓ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου, καὶ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ E. Πάλιν φανερὸν, ὅτι τὰ AHE, HEZ, ZEΓ τρίγωνα, τῶν AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ τριγώνων ἔσται μείζονα. Αἵτε γὰρ βάσεις τῶν βάσεων εἰσὶ μείζους, [z] τὸ δὲ ὕψος ἴσον. Ἔτι δὲ πάλιν ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἡ πυραμὶς, ἣν βάσιν μὲν ἔχουσα τὸ AMNΞOΓ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ τὸ E, χωρὶς τοῦ AEΓ τριγώνου, τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν AE, EΓ, μετὰ τοῦ ABΓ τμήματος. Κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ABΓ τμῆμα. Λοιπὰ ἄρα τὰ AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ τρίγωνα, μετὰ τῶν AMK, KNB, BΞΛ, ΛOΓ περιλημμάτων μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν AE, EΓ. Ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλημμάτων μεῖζον ἐστὶ τὸ Θ χωρίον· τῶν δὲ AEM, MEN, NEΞ, ΞEO, OEΓ τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ AEH, HEZ, ZEΓ τρίγωνα. Πολλῷ ἄρα τὰ AEH, HEZ, ZEΓ τρίγωνα, μετὰ τοῦ Θ χωρίου, τουτέστι τὰ AΔE, ΔEΓ τρίγωνα, μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν AE, EΓ εὐθειῶν.

EUTOCIUS.

Ducatur enim HBZ circulum contingens, eademque parallela rectæ AΓ, ſecta in duas æquas partes circumferentia ABΓ in puncto B. Quæ enim hoc pacto ducta fuerit, hanc parellelam eſſe ipſi AΓ facile demonſtrabitur, junctis a centro Θ rectis ΘA, ΘΔ, ΘΓ. Quoniam enim æqualis eſt AΔ ipſi ΔΓ, communiſque ΔΘ, duo latera duobus lateribus æqualia ſunt. Æqualis eſt autem etiam baſis AΘ baſi ΘΓ: igitur etiam angulus angulo æqualis eſt. At vero anguli HBΔ, ΔBZ ſunt recti: ducta enim ΘB eſt a centro ad contactum. Eſt igitur etiam reliquus angulus ΔHB reliquo angulo ΔZB æqualis. Propterea HΔ ipſi ΔZ æqualis eſt: ideoque ZH ipſi AΓ parallela.

Si igitur ſegmento polygona circumſcribantur, ſectis pariter in duas æquas partes reliquis circumferentiis, ductiſque rectis contingentibus, ſegmenta quædam relinquentur minora ſpatio Θ. Ad inſcripta quod attinet, demonſtratum eſt in elementis, triangula ſegmentis in-

[a] Ἤχθω γὰρ ἡ HBZ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ παράλληλος ἔστω τῇ AΓ, δίχα τμηθείσης τῆς ABΓ περιφερείας κατὰ τὸ B. Ὅτι γὰρ [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι τῇ AΓ δειχθήσεται, ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Θ ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΘA, ΘΔ, ΘΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ AΔ τῇ ΔΓ, καὶ κοινὴ ἡ ΔΘ, δύο δυσὶν ἴσαι. Ἀλλὰ καὶ βάσις ἡ AΘ βάσει τῇ ΘΓ· καὶ γωνία ἄρα γωνίᾳ ἐστὶν ἴση. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ HBΔ, ΔBZ γωνίαι ὀρθαί· ἀπὸ γὰρ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΘB. Ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ΔHB, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔZB ἐστὶν ἴση. Καὶ διὰ τοῦτο ἡ HΔ τῇ ΔZ ἴση ἐστίν· ὥστε παράλληλός ἐστιν ἡ ZH τῇ AΓ.

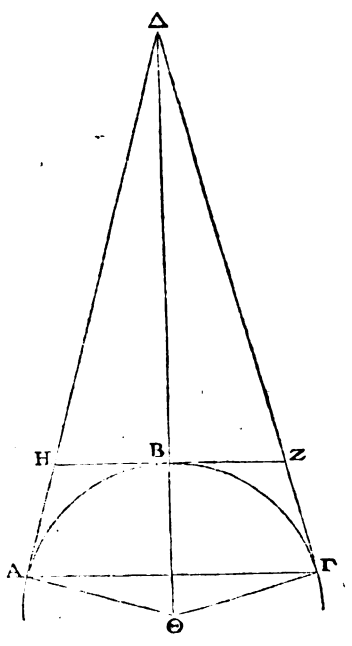
Περιγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ * τὸ τμῆμα, ὁμοίως δίχα τιμωμένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν, καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων, λείψομέν τινα ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. Ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγραφομένων, δεδεικται ἐν τῇ συγχειώσει, ὅτι τὰ ἐγγραφόμενα τρίγωνα [c] εἰς τμήματα μείζονά

[x] TNA [y] ἅ τινα [z] τὸ δὲ ὕψος in MS. deſunt. [a] ἄχθω [b] ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι in MS. deſunt. [c] εἰς τὰ τμήματα

* Forte τὰ τμήματα.

Digitized by Google

ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῶν καθ' ἑαυτὰ τμημάτων. Καὶ διὰ τοῦτο δυνατὸν ἰῶ, τέμνοντας τὰς περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντας εὐθείας, καταλειπεῖν τινα ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ δοθέντος χωρίου. Ἐπὶ δὲ τῆς περιγραφῆς, οὐκέτι τοῦτο δέδεικται ἐν τῇ στοιχειώσει. Ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ προκειμένῳ τοῦτο φησὶ, ὃ καί ἐστιν αὐτὸ συλλογίσασθαι διὰ τοῦ ζ' θεωρήματος, δεικτέον ὅτι ἡ ἐφαπτομένη ἀφαιρεῖ τρίγωνον μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ καθ' ἑαυτὸ περιλείμματος. Οἷον ὡς ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ὅτι τὸ Η Δ Ζ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ περιλείμματος τοῦ περιεχομένου ὑπό τ' Α Δ, Δ Γ, καὶ τῆς Α Β Γ περιφερείας. Τῶν γὰρ αὐτῶν ἐπιζευγμένων, ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ Δ Β Ζ, μείζων ἐστὶν ἡ Δ Ζ τῆς Β Ζ. Ἡ δὲ Ζ Β τῇ Ζ Γ ἴση, ἐφάπτεται γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν. Καὶ [d] ἡ Δ Ζ ἐστὶ τῆς Ζ Γ μείζων. Ὥστε καὶ τὸ Δ Β Ζ τρίγωνον μείζων ἐστὶ τοῦ Β Ζ Γ τριγώνου, ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος εἰσίν· πολλῷ ἄρα τοῦ Β Ζ Γ περιλείμματος μεῖζον ἐστί. Διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ τὸ Δ Β Η τοῦ Β Η Α μεῖζον. Ὅλον ἄρα τὸ Δ Η Ζ μεῖζον ἐστὶν, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ Α Δ Γ περιλείμματος.



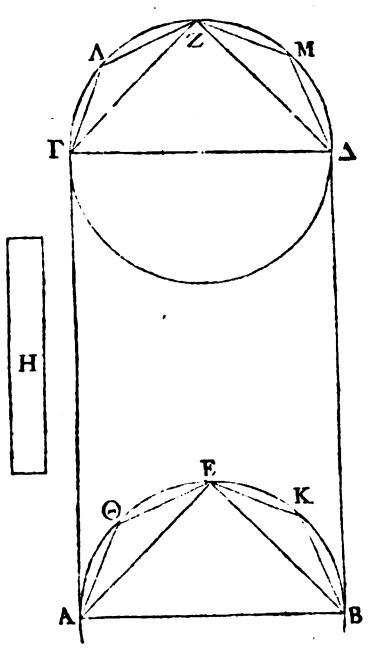
scripta majora esse quam dimidium segmentorum, in quibus constituta sunt. Propterea fieri potest, ut sectis in duas æquas partes circumferentiis, ductisque rectis, segmenta quædam dato spatio minora relinquantur. Quod vero attinet ad circumscripta, hoc nondum in elementis demonstratum est. Quoniam igitur in hac propositione id dicit, quod per septimam colligendo consequi licet; oportet demonstrare contingentem triangulum auferre majus quam dimidium segmenti, in quo constitutum est. Nimirum in eadem figura, triangulum HΔZ majus esse quam dimidium segmenti, quod a rectis AΔ, ΔΓ, et circumferentia ABΓ comprehenditur. Etenim ductis iisdem rectis, quoniam rectus est angulus ΔBZ, major est ΔZ quam BZ. At vero ZB æqualis est ipsi ZΓ: utraque enim contingit. Igitur major est etiam ΔZ quam ZΓ. Quare etiam triangulum ΔBZ majus est triangulo BZΓ; quippe sub eadem altitudine sunt; multoque magis segmento BZΓ. Eadem ratione triangulum etiam ΔBH majus est segmento BHA. Totum igitur triangulum ΔHZ majus est quam dimidium segmenti AΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθῷ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, ἡ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου, τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

Ἔστω κύλινδρος ὀρθὸς, οὗ βάσεις μὲν ὁ Α Β κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ Γ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Γ, Β Δ· λέγω ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ Α Γ Δ Β παραλληλογράμμου.

Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν Α Β, Γ Δ [c] περιφερειῶν δίχα, κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Ε, Ε Β, Γ Ζ, Ζ Δ. Καὶ ἐπεὶ αἱ Α Ε, Ε Β [f] τῆς Α Β μείζους εἰσὶ, καί ἐστιν ἰσοῦψη τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπ' αὐτῶν· μείζονα ἄν ἐστι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ Α Ε, Ε Β, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τοῦ Α Β Δ Γ παραλληλογράμμου. Τίνι ἄρα μείζων ἐστὶν, ἔστω τὸ Η χωρίον. Τὸ δὲ Η χωρίον ἤτοι ἔλασσόν τῶν Α Ε, Ε Β, Γ Ζ, Ζ Δ ἐπιπέδων ἐστὶ τμημάτων, ἢ οὐκ ἔλασσον. Ἔστω πρότερον μὴ ἔλασσον. Καὶ ἐπεὶ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐφιφάνεια ὑπὸ τῶν Α Γ, Β Δ εὐθειῶν, καὶ τὰ Α Ε Β, Γ Ζ Δ [g] τμήματα πέρας



PROP. XII. THEOR.

Si in superficie recti cylindri duæ fuerint rectæ, quæ inter rectas interjicitur cylindri superficies major est parallelogrammo, quod sub rectis continetur, quæ in cylindri superficie sunt, iisque, quæ earumdem terminos jungunt.

Sit rectus cylindrus, cujus quidem basis circulus AB, atque huic contrarius ΓΔ; et jungantur AΓ, BΔ: dico cylindricam superficiem, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, parallelogrammo AΓΔB majorem esse.

Secetur enim utraque circumferentia AB, ΓΔ in duas æquas partes in punctis E, Z; et jungantur AE, EB, ΓZ, ZΔ. Et quoniam AE, EB majores sunt quam AB, quæque super iis constituuntur parallelogramma æque sunt alta; majora sunt parallelogramma, quorum quidem bases AE, EB, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo ABΔΓ. Quo igitur majora sunt, hoc sit spatium H. Ac spatium quidam H aut minus est planis segmentis AE, EB, ΓZ, ZΔ, aut non minus. Sit primo non minus. Et quoniam cylindri superficies, quæ a rectis AΓ, BΔ secatur, una cum segmentis AEB, ΓZΔ, planum parallelogrammi

[d] ἡ ΔΖ ἀεὶ [c] In MS. περιφερειῶν deest. [f] τῆς ΑΒ διαμέτρου μείζους [g] τρίγωνα

ΑΒΔΓ terminum habet; et ſuperficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis ΑΕΒ, ΓΖΔ, terminum habet planum parallelogrammi ΑΒΔΓ; atque harum altera alteram comprehendit, et utraque ad eaſdem partes cava eſt. Ideo major eſt cylindri ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΕΒ, ΓΖΔ, ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum triangulis ΑΕΒ, ΓΖΔ. Communia auferantur triangula ΑΕΒ, ΓΖΔ. Reliqua igitur cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ, major eſt ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, æqualia ſunt parallelogrammo ΑΓΔΒ, et ſpatio Η. Reliqua igitur, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur cylindrica ſuperficies, major eſt parallelogrammo ΑΓΔΒ. At vero ſpatium Η minus ſit planis ſegmentis ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ. Secetur unaquæque circumferentiarum ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ in duas æquas partes in punctis Θ, Κ, Λ, Μ; et jungantur ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Non minora igitur dimidio planorum ſegmentorum ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ triangula auferuntur ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ. Itaque id ſi continuo fiat, ſegmenta quædam relinquentur, quæ ſpatio Η minora erunt. Relinquantur,eaque ſint ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Pariter autem demonſtrabimus, parallelogramma, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammis, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora fore. Et quoniam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΕΒ, ΓΖΔ, et ſuperficies item, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, una cum rectilineis ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ, terminum habent planum parallelogrammi ΑΓΔΒ; communia auferantur rectilinea ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ. Reliqua igitur cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ, major eſt ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, paral-

ἔχει τὸ τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια, ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ [h] τρίγωνα, πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον· καὶ ἕτερα τῶν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι εἰσί. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν αἱ βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΕΒ, ΓΖΔ τριγώνων. Κοινὰ ἀφῃρήθω τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ τρίγωνα. [i] Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος ἡ τὸ αὐτὸ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶ τῷ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Λοιπὴ ἄρα ἀποτεμνομένη κηλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου. Ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ Η χωρίον τῆς ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων τμημάτων. Καὶ τετμήθω ἑκάστη τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ Θ, Κ, Λ, Μ, σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Τῶν δὲ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται ἐκ ἔλασσον ἢ τὸ ἥμισυ, τὰ ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ τρίγωνα. Τοῦτο δὴ ἐξῆς γινομένου, καταληφθήσεταί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Η χωρίου. Καταλελείφθω, καὶ ἔστω τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ. Ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα, πέρας ἔχει τὸ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθυγράμμων· κοινὰ ἀφῃρήθω τὰ ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθύγραμμα. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογραμμῶν,

[h] ἐπίπεδα

[i] λοιποὶ ἄρα

ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τ̃ ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογραμμῶν, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶ τῷ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμῳ, καὶ τῷ Η χωρίῳ. Καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια, ὑπὸ τ̃ ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα, μείζονά ἐστι τ̃ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου, καὶ τ̃ Η χωρίου. Ἀφαιρεθέντα δὲ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ τμήματα τ̃ Η χωρίου ἐλάσσονα. [k] Λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν, [l] μεῖζων ἐστὶ τ̃ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου.

lelogrammis, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, majora ſunt. Igitur etiam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ, major eſt parallelogrammis, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri. Parallelogramma autem, quorum quidem baſes ΑΕ, ΕΒ, altitudo vero eadem quæ cylindri, parallelogrammo ΑΓΔΒ, et ſpatio Η æqualia ſunt. Igitur etiam cylindrica ſuperficies, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, una cum planis ſegmentis ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ, major eſt parallelogrammo ΑΓΔΒ, et ſpatio Η. Quæ vero ſegmenta auferuntur ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ſpatio Η minora ſunt. Reliqua igitur, quæ a rectis ΑΓ, ΒΔ ſecatur, cylindrica ſuperficies major eſt parallelogrammo ΑΓΔΒ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ΄.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθ̃ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσιν πνὲς ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, [m] αἱ εἰσὶ βάσεις τ̃ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν ὄσαι, καὶ συμπέσωσι, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπότε τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλαγίων τ̃ κυλίνδρου, μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τ̃ κυλίνδρου, τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τ̃ κυλίνδρου.

[n] Ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθ̃ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ [n] ἔστωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτ̃ δύο εὐθεῖαι, ὧν πέρατα τὰ Α, Γ· ἀπὸ δὲ τῶν Α, Γ ἤχθωσαν ἐπιψαύουσαι τ̃ κύκλου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὄσαι, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. Νοήθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τ̃ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἠγμέναι ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου. Δεικτέον ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν, καὶ τῶν πλαγίων τ̃ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν ἐπιφανείας τ̃ κυλίνδρου.

Ἤχθω γὰρ ἡ ΕΖ ἐπιψαύουσα, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τ̃ κυλίνδρου, ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. Τὰ δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ, καὶ τῶν πλαγίων τ̃ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογραμμῶν τῶν περιεχομένων ὑπότε τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ, [o] καὶ τῶν πλαγίων τοῦ κυλίνδρου. Ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΗ, ΗΖ τῆς ΕΖ μείζους εἰσὶ, κοίναι προσκείσθωσαν αἱ ΑΕ, ΖΓ. Ὅλαι ἄρα αἱ ΗΑ, ΗΓ μείζους εἰσὶ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ. Ἔστω δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ Κ χωρίον. Τ̃ δὴ Κ χωρίου τὸ ἥμισυ ἤτοι μεῖζον ἐστὶ τῶν σχημάτων, τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ εὐθειῶν, καὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν, ἢ ἔλαττον. Ἔστω πρότερον μεῖζον. Τῆς

Ducatur ΕΖ circulum contingens, et a punctis Ε, Ζ rectæ quædam ducantur ſecundum axem cylindri uſque ad alterius baſis ſuperficiem. Quæ autem parallelogramma ſub ΑΗ, ΗΓ, et cylindri lateribus continentur, parallelogrammis majora ſunt, quæ continentur ſub ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ, et lateribus item cylindri. Quoniam enim ΕΗ, ΗΖ majores ſunt quam ΕΖ, communes addantur ΑΕ, ΖΓ. Totæ igitur ΗΑ, ΗΓ majores ſunt quam ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ. Quo autem majora ſunt, hoc ſit ſpatium Κ. Ac ſpatii quidem Κ dimidium aut majus eſt figuris, quæ ſub rectis ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ, et circumferentiis ΑΒ, ΒΓ continentur, aut non majus. Sit primo majus. Jam

PROP. XIII. THEOR.

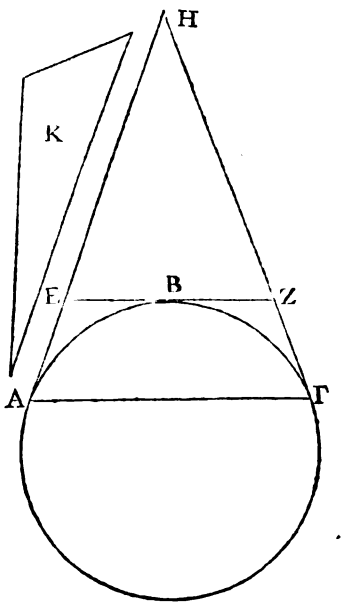
Si in ſuperficie recti cujuſdam cylindri duæ fuerint rectæ, et ducantur ab earum terminis rectæ quædam contingentes circulos, qui cylindri ſunt baſes, quæ in ejuſdem plano ſint, ſibique invicem occurrant; quæ ſub contingentibus, et lateribus cylindri parallelogramma continentur cylindri ſuperficie majora erunt, quæ inter rectas, quæ in ſuperficie ſunt, interjicitur.

Sit recti cujuſdam cylindri baſis circulus ΑΒΓ, et in ejuſdem ſuperficie duæ ſint rectæ, quarum termini puncta Α, Γ; ducanturque a punctis Α, Γ rectæ circulum contingentes, quæ in eodem plano ſint, ſibique in puncto Η invicem occurrant. Intelligantur autem et in altera cylindri baſe a rectarum, quæ in ſuperficie ſunt, terminis ductæ eſſe rectæ circulum contingentes. Oportet demonſtrare, parallelogramma, quæ ſub contingentibus et cylindri lateribus continentur, cylindri ſuperficie majora eſſe, quæ ſuper circumferentia ΑΒΓ conſtituitur.

[k] λοιπὸν [l] μείζων ἐστὶ παραλληλογράμμου [m] οἱ εἰσι βάσεις [n] ἔστω [o] καὶ τῆς πλευρᾶς

Digitized by Google

ſuperficiei, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper A E, E Z, Z Γ conſtituuntur, ac trapeziis tum A E Z Γ, tum eidem in altera cylindri baſe contrario, terminus eſt ambitus parallelogrammi, quod ſuper recta A Γ conſtituitur. Eſt autem etiam ſuperficiei, quæ componitur ex cylindri ſuperficie, quæ conſtituitur ſuper circumferentia A B Γ, et ſegmentis tum A B Γ, tum eidem contrario, terminus idem ambitus. Hæ igitur, quas diximus, ſuperficies eumdem in plano terminum habent, ac utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque alteram aliqua quidem comprehendit, cœtera vero communia habet. Minor eſt igitur quæ comprehenditur. Igitur communibus ablatis tum ſegmento A B Γ, tum eidem contrario, minor eſt cylindri ſuperficies, quæ ſuper circumferentia A B Γ conſtituitur, ſuperficie, quæ ex parallelogrammis componitur, quæ ſuper A E, E Z, Z Γ conſtituuntur, atque ex figuris tum A E B, B Z Γ, tum iiſdem contrariis. Horum autem, quæ diximus, parallelogrammorum ſuperficies, una cum iis, quas diximus, figuris, minores ſunt ſuperficie parallelogrammorum, quæ ſuper A H, H Γ conſtituuntur. Nam una cum ſpatio K, quod figuris majus eſt, iiſdem erunt æquales. Conſtat igitur parallelogramma, quæ ſub A H, Γ H, et cylindri lateribus continentur, majora eſſe cylindri ſuperficie, quæ ſuper circumferentia A B Γ conſtituitur. Quod ſi ſpatium K figuris, quas diximus, majus non fuerit, rectæ ducentur circuli figuram contingentes ita ut reliquæ figuræ circumjectæ dimidio ſpatii K minores evadant; cœteraque eadem, qua ſupra, ratione demonſtrabuntur.



Hiſce vero demonſtratis, manifeſtum quidem eſt ex iis, quæ ſupra dicta ſunt, ſi cono iſoſceli pyramis inſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, minorem eſſe conica ſuperficie.

Unumquodque enim triangulorum, quæ pyramidem continent, minus eſt conica ſuperficie, quæ inter latera trianguli interjicitur. Quare tota etiam ſuperficies pyramidis, excepta baſe, minor eſt coni ſuperficie, baſe item excepta.

Item ſi coni iſoſceli pyramis circumſcribatur, ſuperficiem pyramidis, excepta baſe, majorem eſſe coni ſuperficie, baſe item excepta, quæ illi contermina eſt.

Illud quoque manifeſtum eſt ex iis, quæ demonſtrata ſunt, ſi cylindro recto priſma inſcri-

δὲ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν τῶν κατὰ τὰς A E, E Z, Z Γ, καὶ τοῦ A E Z Γ τραπεζίου, καὶ τοῦ κατεναντίον αὐτοῦ [p] ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου, πέρας ἐστὶ ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ κατὰ τὴν A Γ. [v]Ἐστι δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, τῆς κατὰ A B Γ περιφέρειαν, καὶ τῶν τμημάτων τοῦτε A B Γ, καὶ τοῦ [q] ἀπεναντίον αὐτοῦ, πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος. Αἱ δὲ εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καί τινι μὲν περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη. Ἀφαιρεθέντων δὴ κοινῶν τοῦ τε A B Γ τμήματος, καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ, ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, ἡ κατὰ τὴν A B Γ [r] περιφέρειαν, τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας, ἔκτε τῶν παραλληλογραμμῶν τῶν κατὰ τὰς A E, E Z, Z Γ, καὶ τῶν σχημάτων τῶν A E B, B Z Γ, καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. Αἱ δὲ τῶν εἰρημένων [s] παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἐλάττους εἰσὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν, τῶν κατὰ τὰς A H, H Γ. Μετὰ γὰρ τοῦ K μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς. Δῆλον δὴ ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν A H, Γ H, καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά [t] ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν A B Γ [u] περιφέρειαν. Εἰ δὲ μή ἐστι μεῖζον τὸ ἥμισυ τοῦ K χωρὶς τῶν εἰρημένων σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι [w] τοῦ κύκλου σχήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσεος τοῦ K· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

Τούτων δὴ δεδειγμένων, φανερὸν ὅτι μὲν τῶν προειρημένων ὅτι ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

[x]Ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν. [y]Ὥστε καὶ ὅλη ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος, χωρὶς τῆς βάσεως, μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ.

Φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, [z] ὅτι τε ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια

[p] ἑτέρᾳ βάσει, sic MS. [q] ἀπεναντίον, sic MS. [r] περιφερείας [s] παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων ex MS. [t] εἰσὶ [u] περιφερείας [w] τοῦ σχήματος [x] ὅτε

τῦ πρίσματος, ἡ ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν συγκειμένη, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρυ, χωρὶς τῆς βάσεως.

Ἐλασσον γὰρ ἕκασον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματός ἐστι τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας.

[y] Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογραμμῶν συγκειμένη, μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῦ κυλίνδρυ, χωρὶς τῆς βάσεως.

batur, ſuperficiem priſmatis, quæ ex parallelogrammis componitur, minorem eſſe cylindri ſuperficie, excepta baſe.

Minus eſt enim unumquodque priſmatis parallelogrammum ea, quæ ſuper idem conſtituitur, cylindri ſuperficie.

Item ſi cylindro recto priſma circumſcribatur, ſuperficiem priſmatis, quæ ex parallelogrammis componitur, majorem eſſe cylindri ſuperficie, baſe excepta.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Παντὸς κυλίνδρυ ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρυ μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τῦ κυλίνδρυ, καὶ τῆς διαμέτρυ τῆς βάσεως τῦ κυλίνδρυ.

PROP. XIV. THEOR.

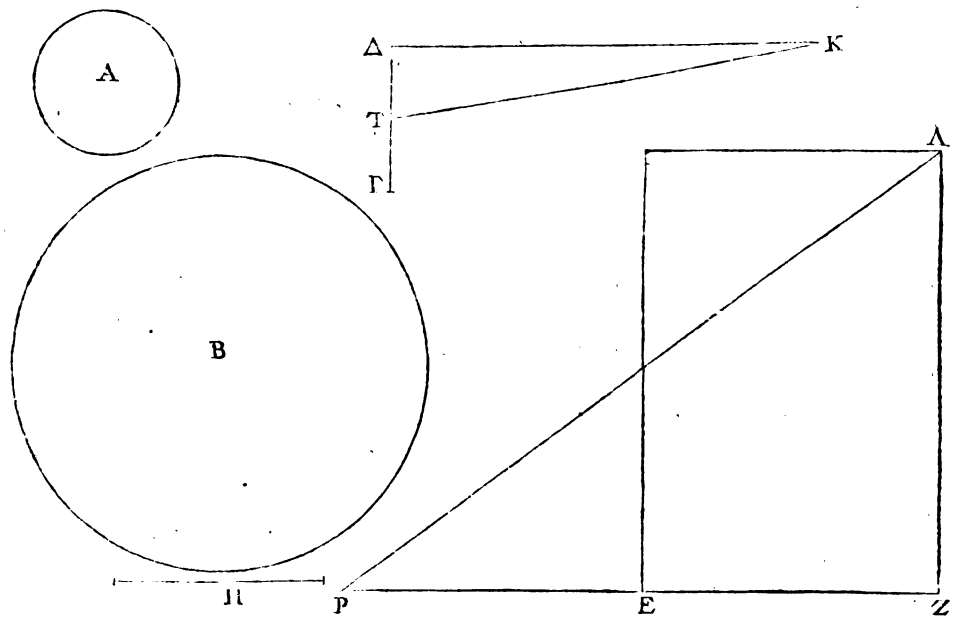
Cujuſlibet recti cylindri ſuperficies, excepta baſe, æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter latus cylindri, et diametrum baſis cylindri.

Ἔστω κυλίνδρυ τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ Α κύκλος· καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ Α κύκλυ ἴση ἡ ΓΔ, τῇ δὲ πλευρᾷ τῦ κυλίνδρυ ἡ ΕΖ. [z] Ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν ΔΓ, ΕΖ, ἡ Η, καὶ κείσθω κύκλος, ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρυ ἴση ἐστὶ τῇ Η, ὁ Β. Δεικτέον ὅτι ὁ Β κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρυ, χωρὶς τῆς βάσεως.

Sit recti cujuſdam cylindri baſis circulus Α: et ſit diametro quidem circuli Α æqualis ΓΔ, lateri vero cylindri, ΕΖ. Media autem proportionalis inter ΔΓ, ΕΖ ſit Η; et ponatur circulus Β, cujus ea, quæ ex centro, ipſi Η eſt æqualis. Oportet demonſtrare circulum Β cylindri ſuperficiei, excepta baſe, æqualem eſſe.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶ, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Δύο δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῦ Β κύκλυ, δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν Β κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρυ πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοήσθω δὴ περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῦ εὐθυγράμμυ πρίσμα, ἕξαι δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. Ἔστω δὴ καὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμυ, τοῦ περὶ τ Α κύκλον, ἴση ἡ ΚΔ,

Intelligatur autem circumſcriptum inſcriptumque eſſe; et circulo Α ei, quod circulo Β circumſcriptum eſt, ſimile rectilineum circumſcribatur; et a rectilineo deſcribatur priſma, quod quidem cylindro circumſcriptum erit. Porro ambitui rectilinei circulo Α circumſcripti æqualis ſit ΚΔ, eidemque ΚΔ æqualis ΛΖ: dimidia



[y] In MS. καὶ deeſt.

[z] ἔχιτο

autem ipſius ΓΔ ſit ΓΤ. Atque erit triangulum quidem ΚΔΤ æquale rectilineo circulo Α circumſcripto; quoniam baſim habet ejus ambitui æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro circuli Α. Parallelogrammum vero ΕΛ æquale ſuperficiei priſmatis cylindro circumſcripti; quoniam continetur ſub cylindri latere, rectaque ambitui baſis ipſius priſmatis æquali. Ponatur autem ipſi ΕΖ æqualis ΕΡ. Æquale eſt igitur triangulum ΖΡΛ parallelogrammo ΕΛ: quare etiam priſmatis ſuperficiei. Et quoniam, quæ circulis Α, Β circumſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex centris, proteſtate. Habebit igitur triangulum ΚΤΔ ad rectilineum, circulo Β circumſcriptum eamdem rationem, quam ΤΔ ad Η poteſtate. Æquales ſunt enim iis, quæ ex centro, ΤΔ, et Η. Sed quam rationem habet ΤΔ ad Η poteſtate, hanc habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine. Eſt enim Η media proportionalis inter ΤΔ, ΡΖ; quippe quæ media etiam inter ΓΔ, ΕΖ proportionalis eſt. Quo tandem pacto? Quoniam enim æqualis eſt ΔΤ ipſi ΤΓ, et ΡΕ ipſi ΕΖ; ideo ΓΔ ipſius ΤΔ, et ΡΖ ipſius ΡΕ eſt dupla. Ut igitur ΔΓ ad ΔΤ, ita ſe habet ΡΖ ad ΖΕ. Quod igitur ſpatium ſub ΓΔ, ΕΖ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΤΔ, ΡΖ. Spatio autem, quod ſub ΓΔ, ΕΖ continetur æquale eſt quadratum, quod deſcribitur ab Η. Igitur etiam ſpatio, quod continetur ſub ΤΔ, ΡΖ, æquale eſt quadratum, quod ab Η deſcribitur. Ut igitur ΤΔ ad Η, ita ſe habet Η ad ΡΖ. Ut igitur ΤΔ ad ΡΖ, ita ſe habet quadratum, quod a ΤΔ deſcritur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Η. Si enim tres fuerint rectæ invicem proportionales, ut prima ad tertiam, ita ſe habet figura, quæ deſcribitur a prima, ad figuram, quæ ſecunda ſimilis ſimilique modo deſcribitur. Quam autem rationem habet ΤΔ ad ΡΖ longitudine, hanc habet triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΛΖ; quoniam ΚΔ, ΛΖ æquales invicem ſunt. Eamdem igitur rationem habet triangulum ΚΤΔ ad rectilineum circulo Β circumſcriptum, quam triangulum ΚΤΔ ad triangulum ΡΖΛ. Æquale eſt igitur triangulum ΖΛΡ rectilineo circulo Β circumſcripto. Quare etiam ſuperficies priſmatis cylindro circumſcripti circumſcripto circulo Β rectilineo eſt æqualis. Et quoniam circumſcriptum circulo Β rectilineum ad inſcriptum eidem circulo minorem rationem habet, quam ſuperficies cylindri Α ad circulum Β; etiam ſuperficies priſmatis cylindro circumſcripti ad rectilineum circulo Β inſcriptum rationem

καὶ τῇ ΚΔ ἴση ἡ ΛΖ· τῆς δὲ ΓΔ ἡμισεῖα ἔστω ἡ ΓΤ. Ἔστι δὴ τὸ ΚΔΤ τρίγωνον, ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ περὶ τὸν Α κύκλον· ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου. Τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου· ἐπειδὴ περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος. Κείσθω δὴ τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΡ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΡΛ τρίγωνον, τῷ ΕΛ παραλληλογράμμῳ· ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον * τὰ εὐθύγραμμα, ὁπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. Ἔξει ἄρα τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον, λόγον, ὃν ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει. Αἱ γὰ ΤΔ, Η, ἴσαι εἰσὶ ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου. Ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον [a] ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει. Ἡ γὰρ Η τῶν ΤΔ, ΡΖ μέση ἐστὶ [b] ἀνὰ λόγον, διὰ τὸ καὶ τὴν ΓΔ, ΕΖ. Πῶς δὲ τοῦτο; Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶ ἡ μὲν ΔΤ τῇ ΤΓ, ἡ δὲ ΡΕ τῇ ΕΖ· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΤΔ, καὶ ἡ ΡΖ, τῆς ΡΕ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΔΤ, οὕτως ἡ ΡΖ πρὸς ΖΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, [c] οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, [d] οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. Ἐὰν γὰ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνὰ λόγον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος, τὸ ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΛΖ· ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΛΖ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, ὁπερ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΖΛ τρίγωνον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΛΡ τρίγωνον, τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ. Ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν Α κύλινδρον περιγεγραμμένου, τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον ἴση ἐστί. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Α κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος, τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου, πρὸς τὸ εὐθύ-

[a] ἡ ΤΔ Η ΖΔ δυνάμει [b] ἀνάλογον [c] ὃ [d] In MS. οὕτως deeſt.

* τὰ εὐθύγραμμα, videri poſſunt e margine in textum migraſſe. Sane ab Eutocio in ſuo Commentario elegantius omittuntur.

Digitized by Google

γραμμον τὸ ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ γεγραμμένον, ἥπερ ἡ ἐπιφάνεια τ κυλίνδρυ πρὸς τ Β κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφανεία τ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένυ περὶ τὸν κύλινδρον, μείζων ἐστὶ δέδεικται τ ἐπιφανείας τ κυλίνδρυ· [e] τὸ δὲ γεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ, ἐλάσσόν ἐστι τ Β κύκλυ. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ Β κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρυ. Ἔστω δὲ, εἰ δυνατὸν, μείζων. Πάλιν δὲ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸν Β κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρυ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τ Α κύκλον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τ Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ πρίσμα ἀναγεγράφθω ἀπὸ τ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένυ πολυγώνυ. Καὶ πάλιν ἡ Κ Δ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τ εὐθυγράμμυ, τ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένυ, καὶ ἡ Ζ Λ ἴση αὐτῇ ἔστω. Ἔσται δὴ τὸ μὲν Κ Τ Δ τρίγωνον μεῖζον τ εὐθυγράμμυ, τ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένυ· διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον αὐτ, ὕψος δὲ μεῖζον τ ἀπὸ τ κέντρυ, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τ πολυγώνυ ἀγομένης καθετ· τὸ δὴ Ε Λ παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τ πρίσματος, [f] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένῃ, διότι περιέχεται ὑπ τ πλευρᾶς τ κυλίνδρυ, καὶ τ ἴσης τῇ περιμέτρῳ τ εὐθυγράμμυ, ὅ ἐστι βάσις τ πρίσματος. Ὥστε καὶ τὸ Ρ Λ Ζ τρίγωνον, ἴσον ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τ πρίσματος. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τ αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τ κέντρων αὐτῶν δυνάμει. Ἔχει ἄρα καὶ τὰ Κ Τ Δ, Ζ Ρ Λ τρίγωνα πρὸς ἄλληλα, λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων δυνάμει. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ Κ Τ Δ τρίγωνον πρὸς τὸ Λ Ζ Ρ τρίγωνον. Ἔλασσον δέ ἐστι τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τ Κ Τ Δ τριγώνυ. Ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, τ Ζ Ρ Λ τριγώνυ. Ὥστε καὶ τ ἐπιφανείας τ πρίσματος τ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένυ. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ κυλίνδρου, καὶ ἐναλλάξ· μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν Β κύκλον τ Β κύκλου· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ Β κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τ κυλίνδρυ. Ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶ ὁ Β κύκλος τῆς ἐπιφανείας τ κυλίνδρυ. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδ' ἐλάσσων. Ἴσος ἄρα ἐστί.

habet minorem quam ſuperficies cylindri ad circulum B: et permutando: quod fieri non poteſt. Nam ſuperficies quidem priſmatis cylindro circumſcripti major eſt, quemadmodum demonſtravimus, cylindri ſuperficie; rectilineum vero circulo B inſcriptum minus eſt circulo B. Non eſt igitur minor circulus B cylindri ſuperficie. Sit autem, ſi fieri poteſt, major. Ac rurſus intelligatur rectilineum circulo inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad ſuperficiem cylindri; et circulo A ei, quod circulo B inſcriptum eſt ſimile polygonum inſcribatur; et ab inſcripto circulo polygono deſcribatur priſma. Rurſus etiam ambitui rectilinei circulo A inſcripti æqualis ſit K Δ, eidemque æqualis Z Λ. Erit autem triangulum quidem K T Δ majus rectilineo circulo A inſcripto; quoniam baſim habet ejuſdem ambitui æqualem, et altitudinem majorem normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; parallelogrammum vero E Λ æquale ſuperficiei priſmatis, quæ ex parallelogrammis componitur; quoniam ſub cylindri latere continetur, rectaque ambitui rectilinei, quod ipſius priſmatis eſt baſis, æquali. Quare etiam triangulum P Λ Z æquale eſt priſmatis ſuperficiei. Et quoniam, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex eorum centris, poteſtate. Habent autem etiam triangula K T Δ, Z P Λ inter ſe invicem eamdem rationem, quam eæ, quæ ex circulorum centris, poteſtate. Eamdem igitur rationem habet rectilineum circulo A inſcriptum ad inſcriptum circulo B rectilineum, quam triangulum K T Δ ad triangulum Λ Z P. Minus eſt autem rectilineum circulo A inſcriptum triangulo K T Δ. Minus eſt igitur et inſcriptum circulo B rectilineum triangulo Z P Λ. Quare etiam minus ſuperficie priſmatis cylindro inſcripti. Quod fieri non poteſt. Quoniam enim minorem rationem habet circumſcriptum circulo B rectilineum ad inſcriptum, quam circulus B ad ſuperficiem cylindri, itemque permutando; majuſque eſt circumſcriptum circulo B rectilineum eodem circulo B; ideo rectilineum circulo B inſcriptum eſt majus cylindri ſuperficie. Quare etiam majus ſuperficie priſmatis. Non eſt igitur major circulus B cylindri ſuperficie. Demonſtratum eſt autem neque minorem eſſe. Igitur eſt æqualis.

[e] τοῦτο δὲ

[f] τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων

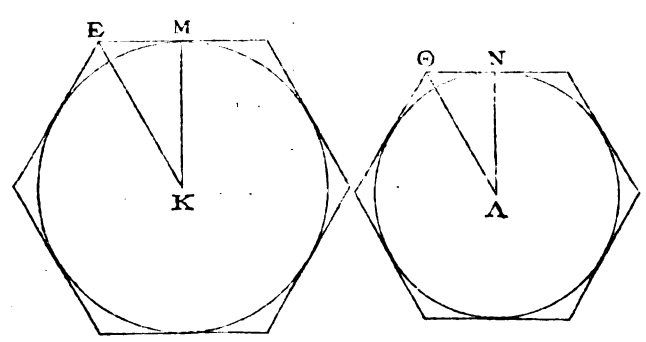
Digitized by Google

EUTOCIUS.

Intelligatur autem circumſcriptum, inſcriptumque eſſe circulo B; et circulo A ei, quod circulo B circumſcriptum eſt, ſimile rectilineum circumſcribatur. Quomodo ſane polygonum dato circulo inſcribendum ſit inſcripto alteri circulo ſimile, cum ipſum per ſe pateat, traditum etiam eſt a Pappo in Commentario, quod in Elementa conſcripſit. Quomodo vero polygonum dato circulo circumſcribendum ſit ſimile circumſcripto alteri circulo, nondum eſt traditum; quod nunc quidem præſtandum eſt. Inſcribatur enim circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B inſcriptum fuit: et circulo item A polygonum circumſcribatur ei ſimile, quod ſibimetipſi fuit inſcriptum; prorſus ut in quarto theoremate. Atque idem hoc polygonum ſimile fuerit illi, quod inſcriptum fuit circulo B.

Et quoniam, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam eæ, quæ ex cencentris, poteſtate. Hoc quidem de inſcriptis in Elementis demonſtratum eſt: de circumſcriptis vero, quod nondum factum eſt, hoc pacto demonſtrabitur.

Intelligantur enim ſeorſum deſcripta eſſe polygona cum circumſcripta, tum inſcripta; ductæque a circulorum centris KE, KM, ΛΘ, ΛN. Manifeſtum autem eſt ipſas KE, ΛΘ ex centris circulorum eſſe, qui circa circumſcripta polygona deſcripti ſunt: atque habere ſeſe invicem poteſtate, ut polygona circumſcripta. Et quoniam anguli KEM, ΛΘN dimidii ſunt angulorum, qui in polygonis ſunt; conſtat, cum polygona ſimilia ſint, æquales invicem eſſe. At vero qui anguli, ad puncta M, N, ſunt recti. Triangula igitur KEM, ΛΘN ſunt æquiangula. Itaque ſe habebunt ut KE ad ΛΘ, ita KM ad ΛN; ideoque et quæ ab ipſis quadrata deſcribuntur. Ut autem quadratum, quod a KE deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΛ, ita habent ſeſe invicem circumſcripta polygona. Igitur etiam ut quadratum, quod a KM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛN, ita habent ſeſe invicem polygona circumſcripta.



Eamdem igitur rationem habet triangulum KTΔ ad rectilineum circulo B circumſcriptum, quam triangulum KTΔ ad triangulum ZPΛ. Quoniam enim circumſcripta circulis A, B rectilinea ita habent ſeſe invicem, ut eæ, quæ ex centris poteſtate; hoc eſt, ut TΔ ad H poteſtate; hoc eſt, ut TΔ ad PZ longitudine; hoc eſt, ut triangulum KTΔ ad triangulum ZPΛ: æquale autem eſt triangulum KTΔ rectilineo circulo A circumſcripto. Ideo ut triangulum KTΔ ad rectilineum circulo B circumſcriptum, ita ſe habet idem triangulum KTΔ ad triangulum ZPΛ.

Igitur permutando minorem rationem habet ſuperficies priſmatis ad ſuperficiem cylindri, quam rectilineum circulo B inſcriptum ad circulum B; quod eſt abſurdum. Si enim fiat, ut ſuperficies priſmatis ad ſuperficiem cylindri, ita rectilineum circulo B inſcriptum ad aliud quoddam ſpatium; id erit minus circulo B, atque ad hoc rectilineum circulo inſcriptum majorem rationem habet, quam ad circulum. Nimirum ſuperficies priſ-

Νοείσθω δὲ εἰς τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, [g] ᾧ ἐγγεγραμμένον, ᾧ πρὸς τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθυγράμμον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ. Ὅπως μὲν οὖν ἔστιν εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ ἐγγεγραμμένῳ, δῆλον· εἴρηται δὲ καὶ Πάππῳ εἰς τὸ Ὑπόμνημα τῶν Στοιχείων. Περὶ * δὲ τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον περιγράψαι ὅμοιον τῷ περὶ ἕτερον κύκλον περιγεγραμμένῳ, ἔτι ὁμοίως ἔχομεν εἰρημένον, ὅπερ νῦν λεκτέον. Τῷ γὰρ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, ὅμοιον εἰς τὸν Α ἐγγεγράφθω, ᾧ περὶ αὐτὸν τὸν Α ὅμοιον τῷ εἰς αὐτόν, ὡς ἐν τῷ δ' θεωρήματι. Καὶ ἔσται ὅμοιον καὶ τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα, τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. Τὸ τοιοῦτον, ἐπὶ μὲν τῶν ἐγγεγραμμένων, δέδεικται ἐν τῇ Στοιχειώσει· ἐπὶ δὲ τῶν περιγεγραμμένων ἐκ ἔτι. Δειχθήσεται δὲ ὕστερος.

Νενοήθωσαν γὰρ χωρὶς τὰ περιγεγραμμένα καὶ ἐγγεγραμμένα εὐθύγραμμα· καὶ ἀπὸ τῶν κέντρων τῶν κύκλων ἐπεζευγμέναι αἱ ΚΕ, ΚΜ, ΛΘ, ΛΝ. Φανερὸν δὴ ὅτι αἱ ΚΕ, ΛΘ ἐκ τῶν κέντρων [h] εἰσὶ τῶν περὶ τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα κύκλων· καὶ πρὸς ἀλλήλας [i] ἔχουσι δυνάμει, ὡς τὰ περιγεγραμμένα πολύγωνα. Καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΚΕΜ, ΛΘΝ ἡμίσειαί [k] εἰσι τῶν ἐν τοῖς πολυγώνοις [l] γωνιῶν, ὁμοίων ὄντων τῶν πολυγώνων, δῆλον ὅτι καὶ αὗται ἴσαι εἰσίν. Ἀλλὰ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Μ, Ν ὀρθαί. Ἰσογώνια ἄρα τὰ ΚΕΜ, ΛΘΝ τρίγωνα. Καί ἐστιν ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΛΘ, ἡ ΚΜ πρὸς ΛΝ· ὥστε καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΚΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΛ, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΝ, οὕτως τὰ περιγεγραμμένα πρὸς ἄλληλα.

Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον, τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, ὅνπερ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον [m] πρὸς τὸ ΖΡΛ τρίγωνον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους εὐθύγραμμα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει, τουτέστιν ἡ [n] ΤΔ πρὸς Η δυνάμει, τουτέστιν ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τουτέστιν ὡς τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΛ· ἴσον δὲ τὸ ΚΤΔ τῷ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγραμμένῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΚΤΔ πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, οὕτως τὸ αὐτὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΛ τρίγωνον.

Ἐναλλὰξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρίσμα πρὸς τὸν κύλινδρον, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν Β κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὴν ὀπφάνειαν τοῦ πρίσματος πρὸς τὴν ὀπφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, οὕτως τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν Β κύκλον πρὸς ἄλλο τι, ἔσται πρὸς ἔλασσον τοῦ Β κύκλου, πρὸς ὃ μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ πρὸς τὸν κύκλον. Τετράγωνον δὲ ἡ ὀπφάνεια τοῦ

[g] ἐγγεγραμμένον ex MS. [h] εἰσὶ ex MS. [i] εἰσὶ [k] εἰσὶ ex MS. [l] γωνίων ex MS. [m] πρὸς τὸ ΖΡΛ τρίγωνον ex MS. [n] ΤΛ

* Περὶ δὲ &c.—Malim, Ὅπως δὲ περὶ &c.

Digitized by Google

πίσματος, πρὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνειαν, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸν κύκλον. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάττονα. Ὅπερ ἄτοπον.

matis ad ſuperficiem cylindri majorem rationem habet, quam rectilineum circulo inſcriptum ad circulum. Demonſtratum autem eſt rationem habere etiam minorem. Quod eſt abſurdum.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς, χωρὶς τῆς βάσεως, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τὴν τοῦ πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἥς ἐστι βάσις τοῦ κώνου.

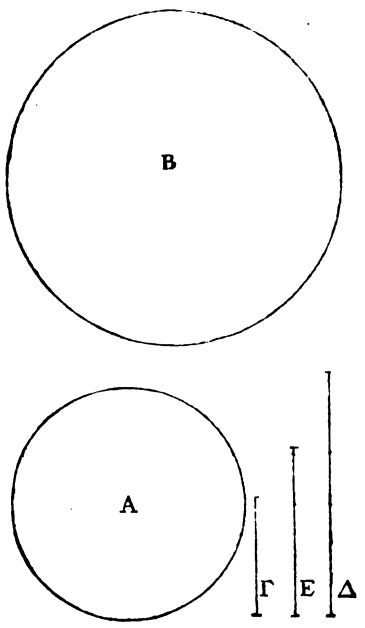
Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ. Τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἔστω ἴση ἡ Δ, τῶν δὲ Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω πλὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε ἴσην. Λέγω ὅτι ὁ Β κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, χωρὶς τῆς βάσεως.

PROP. XV. THEOR.

Cujuſlibet coni iſoſcelis, excepta baſe, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter coni latus, eamque, quæ ex centro circuli, qui coni eſt baſis.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus A; ſitque ea, quæ ex centro, Γ. Lateri autem coni æqualis ſit Δ; mediaque inter Γ, Δ proportionalis E. Denique circulus B habeat eam, quæ ex centro, ipſi E æqualem. Dico circulum B coni ſuperficiei, excepta baſe, æqualem eſſe.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον ἐλάσσων. Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου, καὶ ὁ Β κύκλος, καὶ μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου. Δυνατὸν ἄρα, εἰς τὸν Β κύκλον τετραγώνου ἰσόπλευρον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον. Νοείσθω δὴ καὶ περὶ τὸν Α κύκλον τετράγωνον περιγεγραμμένον, ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ τὸ Α κύκλον περιγεγραμμένου τετραγώνου πυραμὶς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη, τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας· τετράγωνον, ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Ε δυνάμει, τετράγωνός ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον περὶ τὸν Α κύκλον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ἡ μὲν γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου. Κοινὸν δὴ ὕψος ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου, πρὸς τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος [P] περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. Ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον, περιγεγραμμένῳ. Ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον, περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον



Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo minor. Duæ autem ſunt magnitudines inæquales, ſuperficies coni, et circulus B, majorque coni ſuperficies. Fieri igitur poteſt, ut circulo B polygonum æquilaterum inſcribatur, inſcriptoque ſimile aliud item circumſcribatur, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſuperficies coni ad circulum B. Intelligatur circumſcriptum etiam eſſe circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B circumſcriptum eſt; atque excitetur a polygono circulo A circumſcripto pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B circumſcripta ſunt, polygona ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam eæ, quæ ex centris, poteſtate; hoc eſt quam Γ habet ad E poteſtate; ſive Γ ad Δ longitudine. Quam autem rationem habet Γ ad Δ longitudine, hanc habet circumſcriptum circulo A polygonum ad ſuperficiem piramidis cono circumſcriptam. Nam Γ quidem æqualis eſt normali, quæ a centro ad unum polygoni latus ducitur; Δ vero lateri coni. Communis autem ſuperficierum altitudo, quarum dimidia ſunt, circumſcriptum circulo A polygonum, et ſuperficies pyramidis cono circumſcriptæ, eſt polygoni ambitus. Eamdem igitur rationem habet circumſcriptum circulo A rectilineum ad rectilineum circulo B circumſcriptum, quam idem rectilineum ad ſuperficiem pyramidis cono circumſcriptæ. Quare ſuperficies pyramidis rectilineo circulo B circumſcripto æqualis eſt. Quoniam igitur minorem rationem habet circumſcriptum circulo B rectilineum ad inſcriptum, quam ſuperficies coni ad

[O] δὴ ex MS.

[P] τῆς περιγεγραμμένης

circulum B; minorem utique rationem habebit ſuperficies pyramidis cono circumſcriptæ ad rectilineum circulo B inſcriptum, quam ſuperficies coni ad circulum B: quod fieri non poteſt. Nam ſuperficies quidem pyramidis major eſt, quemadmodum demonſtravimus, coni ſuperficie; rectilineum vero circulo B inſcriptum minus eſt circulo B. Non eſt igitur minor circulus B coni ſuperficie. Dico autem neque majorem eſſe. Sit enim, ſi fieri poteſt, major. Ac rurſus intelligatur polygonum circulo B inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus B ad coni ſuperficiem. Intelligatur item inſcriptum eſſe circulo A polygonum ei ſimile, quod circulo B inſcriptum eſt; atque excitetur ab eodem pyramis eumdem ac conus verticem habens. Quoniam igitur, quæ circulis A, B inſcripta ſunt, rectilinea ſimilia ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam eæ quæ ex centris, poteſtate. Eamdem igitur rationem habet polygonum ad polygonum, quam Γ ad Δ longitudine. Habet autem Γ ad Δ majorem rationem, quam polygonum circulo A inſcriptum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ. Nam ea, quæ ex centro circuli A majorem ad coni latus rationem habet, quam recta, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur, ad rectam quæ ducitur normalis a coni vertice ad latus item polygoni. Habet igitur majorem rationem polygonum circulo A inſcriptum ad polygonum inſcriptum circulo B, quam idem polygonum ad pyramidis ſuperficiem. Major eſt igitur ſuperficies pyramidis polygono circulo B inſcripto. Habet autem minorem rationem circumſcriptum circulo B polygonum ad inſcriptum, quam circulus B ad ſuperficiem coni. Habet igitur multo magis circumſcriptum circulo B polygonum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ minorem rationem, quam circulus B ad coni ſuperficiem, quod fieri non poteſt. Nam circumſcriptum quidem polygonum majus eſt circulo B; ſuperficies vero pyramidis cono inſcriptæ minor eſt coni ſuperficie. Neque igitur major eſt circulus B coni ſuperficie. Demonſtratum eſt autem neque minorem eſſe. Igitur eſt æqualis.

ἔξει ἡ ἐπιφάνεια τ̃ς πυραμίδος τ̃ς περὶ τὸν κῶνον περιγεγραμμένης, πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ἥπερ ἡ ἐπιφάνεια τ̃ς κώνς πρὸς τ̀ Β κύκλον· ὅπερ ἀδύνατον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τ̃ς πυραμίδος μείζων ἐστὶ δέδεικται τ̃ς ἐπιφανείας τ̃ς κώνς· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ, ἔλασσόν ἐστι τ̃ Β κύκλς. Οὐκ ἄρα ὁ Β κύκλος ἐλάσσων ἐστὶ τ̃ς ἐπιφανείας τ̃ κώνς. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ μείζων. Εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. Πάλιν δὲ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, τ̃ ὃν ἔχει ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ̃ κώνς· καὶ εἰς τὸν Α κύκλον νοήσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτ̃ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστιν τὰ ἐν [q] τοῖς Α, Β ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ̃ς πυραμίδος τ̃ς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τ̃ κέντρς τ̃ Α κύκλς πρὸς τὴν [r] πλευρὰν τ̃ κώνς, μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ἀπὸ τ̃ κέντρς ἀγομένη καθετὸς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τ̃ πολυγώνς [s] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνς, καθετὸν ἀγομένην ἀπὸ τ̃ς κορυφ̃ς τ̃ κώνς. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ̃ς πυραμίδος. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τ̃ς πυραμίδος, τοῦ ἐν τῷ Β πολυγώνς ἐγγεγραμμένς. Ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνς. Πολλῷ ἄρα τὸ πολυγωνον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ̃ς πυραμίδος τ̃ς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνς, ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μεῖζόν ἐστι τ̃ Β κύκλς· ἡ δὲ ἐπιφάνεια τ̃ς πυραμίδος τ̃ς ἐν τῷ κώνῳ, ἐλάσσων ἐστὶ τ̃ς ἐπιφανείας τ̃ κώνς. Οὐκ [t] ἄρα ἐστὶ μείζων ὁ κύκλος Β τ̃ς ἐπιφανείας τ̃ κώνς. Ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Ἴσος ἄρα.

EUTOCIUS.

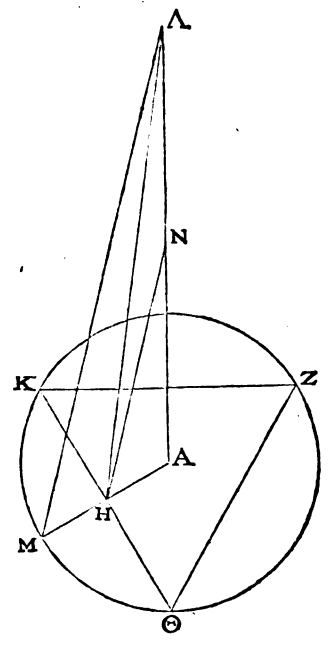
Γ vero ad Δ majorem rationem habet, quam polygonum circulo A inſcriptum ad ſuperficiem pyramidis cono inſcriptæ. Quæ enim ex centro circuli, hæc ad coni latus majorem rationem habet, quam quæ a centro circuli ad polygoni latus normalis ducitur, ad eam, quæ

Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τ̃ς πυραμίδος τ̃ς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον. Ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τ̃ κώνου μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθετος ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευ-

[q] τοῖς A B κύκλοις [r] τὴν ex MS. [s] πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου in MS. desunt. [t] ἄρα ex MS.

Digitized by Google

φὰν τοῦ πολυγώνου, πρὸς πλὴ ὀπὶ πλὴ πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένῃ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου. [u] Νοείσθω γὰρ χωρὶς ἡ ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφὴ, καὶ εἰς τὸν Α κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον τὸ Ζ Θ Κ· καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ Α, ὀπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου πλὴ Θ Κ, κάθετος ἤχθω ἡ Α Η. Φανερὸν δὴ ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς Α Η διπλάσιόν ἐστι τοῦ πολυγώνου. Νενοήσθω δὴ καὶ ἡ τοῦ κώνου κορυφὴ τὸ Λ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ὀπὶ τὸ Η ἐπιζευγμένη [w] ἡ Λ Η ἡ κάθετος γίνεται ἐπὶ πλὴ Θ Κ, ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι τοῦ ιγ θεωρήματος. Ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ἔστι δὲ καὶ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, αἱ ἀπὸ τοῦ Λ ἐφ' ἑκάστῃ τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου ἀγόμεναι κάθετοι, ἴσαι εἰσὶ τῇ Λ Η. Ἑκάστη γὰρ αὐτῶν δύναται τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος καὶ τῆς ἴσης τῇ Α Η. Διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς Λ Η, διπλάσιόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς πυραμίδος. Τὸ γὰρ ὑφ' ἑκάστης πλευρᾶς, καὶ τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς καθέτου ἐπ' αὐτὴν [x] ἀγομένης ἴσης τῇ Λ Η, διπλάσιόν ἐστι τοῦ καθ' ἑαυτὴν τριγώνου. Ὥστε ἔστιν ὡς ἡ Α Η πρὸς Η Λ, οὕτως τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος, [y] κοινοῦ ὕψους τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου [z] λαμβανομένης. Ἀχθείσης δὴ τῆς Η Ν παρὰ τὴν Μ Λ, ἔσαι ὡς ἡ Α Μ πρὸς Μ Λ, ἡ Α Η πρὸς Η Ν. Ἡ δὲ Α Η πρὸς Η Ν μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν Η Λ· μείζων γὰρ ἡ Λ Η τῆς Η Ν. Καὶ ἡ Α Μ ἄρα πρὸς Μ Λ, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Α Η πρὸς Η Λ· τουτέστιν ἤπερ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος.

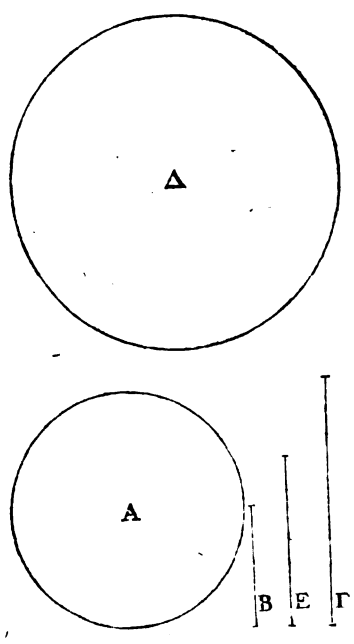


ducitur a coni vertice ad latus item polygoni. Intelligatur enim figura, quæ huc pertinet, ſeorſum deſcripta eſſe; inſcriptumque circulo A polygonum Z Θ K: et ducatur a centro circuli A ad polygoni latus Θ K normalis A H. Manifeſtum quidem eſt ſpatium, quod ſub polygoni ambitu, et ſub A H continetur, polygoni eſſe duplum. Itaque intelligatur coni vertex eſſe punctum Λ; junctaque a puncto Λ ad H Λ H, quæ normalis utique eſt ad Θ K; quemadmodum in lemmate noni theorematis demonſtratum eſt. Quoniam igitur inſcriptum polygonum æquilaterum, conuſque iſoſceles eſt; quæ a puncto Λ ad unumquodque polygoni latus normales ducuntur ipſi Λ H æquales ſunt. Harum enim unaquæque poteſt quadrata, quæ cum ab axe, tum a recta ipſi A H æquali deſcribuntur. Propterea et ſpatium, quod ſub polygoni ambitu, et ſub Λ H continetur, duplum eſt ſuperficiei pyramidis. Quod enim ſpatium ſub unoquoque latere, rectaque ipſi Λ H æquali, quæ a vertice ad ipſum latus ducitur, continetur; id duplum eſt trianguli, quod ſub ipſa conſtituitur. Quare ut A H ad H Λ, ita ſe habet polygonum, ad pyramidis ſuperficiem; ſumpto utique polygoni ambitu pro communi altitudine. Itaque ducta H N ipſi M Λ parallela; ut A M ad M Λ, ita ſe habebit A H ad H N. Habet autem A H ad H N majorem rationem, quam ad H Λ: major eſt enim Λ H quam H N. Habet igitur etiam A M ad M Λ; hoc eſt Γ ad Δ; majorem rationem, quam A H ad H Λ; hoc eſt quam polygonum ad pyramidis ſuperficiem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς πλὴ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος. Ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α, ἴση ἡ Β· τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου, ἡ Γ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Α κύκλον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Β.



Εἰλήφθω γὰρ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Ε, καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ, ἴσον ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε. Ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Τοῦτο μὲν ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου. Ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν Α κύκλον, λόγον ἔχων τὸν αὐτὸν, τῷ τῆς Γ πρὸς Β μήκει. Ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς Ε πρὸς Β δυνάμει· διὰ [a] τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τε-

PROP. XVI. Theor.

Cujuſlibet coni iſoſcelis ſuperficies eamdem ad baſim rationem habet, quam latus coni ad eam, quæ ex centro baſis coni.

Sit conus iſoſceles, cujus baſis circulus A. Sit autem ei quidem, quæ ex centro circuli A, æqualis B; lateri vero coni æqualis Γ. Oportet demonſtrare, coni ſuperficiem eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B.

Sumatur enim media inter B, Γ proportionalis E; et ponatur circulus Δ habens eam, quæ ex centro, ipſi E æqualem. Æqualis eſt igitur circulus Δ coni ſuperficiei. Hoc enim in ſuperiore theoremate demonſtratum eſt. Demonſtratum eſt autem circulum Δ eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B longitudine. Utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius E ad B poteſtate: eo quod circuli ſe

[u] νενοήσθω [w] ἡ Λ Η ἥτις κάθετος γὰρ ἐστὶ ἐπὶ τὴν Θ Κ [x] ἀγομένης, ſic MS. [y] κοινῆς ὕψης [z] λαμβανομένης [a] τοῦτο

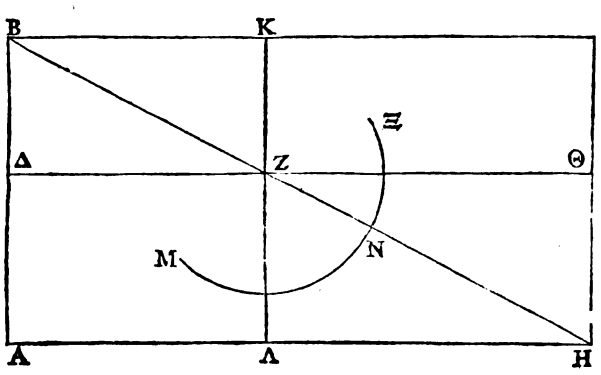
Digitized by Google

invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris deſcribuntur; pariterque etiam ut quadrata, quæ deſcribuntur ab iis, quæ ex circulorum centris. Quod enim de diametris, idem etiam de eorum dimidiis dicendum eſt. At vero iis, quæ ex centris, ipſe B, E æquales ſunt. Conſtat igitur ſuperficiem coni eamdem ad circulum A rationem habere, quam Γ ad B longitudine.

τράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως ἢ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων. Εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ τὰ ἥμισυ, τετέσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. Ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν, αἱ B, E. Δῆλον ἔν, ὅτι ἡ ὑπεφάνεια τᾶ κώνᾳ, πρὸς τὸν A κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς B μήκει.

LEMMA.

Sit parallelogrammum BAH, ejuſque diameter BH. Secetur latus BA utcunque in puncto Δ: et ducatur per punctum Δ parallela ipſi AH, ΔΘ; et per punctum Z ipſi BA parallela, KΛ. Dico ſpatium, quod ſub BA, AH continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; ſpatioque, quod continetur ſub ΔA, et utraque ſimul ΔZ, AH.



Quoniam enim ſpatium quidem; quod ſub BA, AH continetur, totum eſt ſpatium BH; ſpatium vero, quod continetur ſub BΔ, ΔZ, eſt ſpatium BZ; denique ſpatium, quod continetur ſub ΔA, et utraque ſimul ΔZ, AH, eſt gnomon MNΞ: nam ſpatium, quod continetur ſub ΔA, AH æquale eſt ſpatio KH; eo quod complementum KΘ æquale eſt complemento ΔΛ: et ſpatium, quod continetur ſub ΔA, ΔZ, æquale eſt ſpatio ΔΛ. Ideo totum ſpatium BH, nempe illud, quod ſub BA, AH continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ, et gnomoni MNΞ; qui quidem ſpatio, quod ſub ΔA, et utraque ſimul AH, ΔZ continetur, æqualis eſt.

ΛΗΜΜΑ.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ BAH, καὶ διάμετρος αὐτᾶ ἔστω ἡ BH. Τετμήσθω ἡ BA πλαγιὰ ὡς ἔτυχεν κατὰ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ AH, ἡ ΔΘ· διὰ δὲ τοῦ Z τῇ BA, ἡ KΛ. Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ BA, AH ἴσον ἐστὶ τῷτε ὑπὸ BΔ, ΔZ, [b] καὶ ὑπὸ ΔA, καὶ συναμφοτέρᾳ τ[δ] [c]ΔZ, AH.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ BA, AH, ὅλον ἐστὶ τὸ BH· τὸ δὲ ὑπὸ BΔ, ΔZ, τὸ BZ· τὸ δὲ ὑπὸ ΔA, καὶ συναμφοτέρᾳ τῆς ΔZ, AH, ὁ MNΞ γνώμων· τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔA, AH, ἴσον ἐστὶ τῷ ΚH· διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ KΘ παραπλήρωμα, τῷ ΔΛ παραπληρώματι· τὸ δὲ ὑπὸ ΔA, ΔZ, τῷ ΔΛ. Ὅλον ἄρα τὸ BH, ὅπερ ἐστὶ τὸ BA, AH, ἴσον ἐστὶ τῷπε ὑπὸ BΔ, ΔZ, καὶ τῷ MNΞ γνώμονι, ὅς ἐστιν ἴσος τὸ ὑπὸ ΔA, καὶ συναμφοτέρᾳ τ[δ] AH, ΔZ.

EUTOCIUS.

Et quoniam ſpatium, quod ſub BA, AH continetur, æquale eſt tum ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ, tum ſpatio, quod continetur ſub AΔ, et utraque ſimul ΔZ, AH; eo quod ΔZ parallela eſt ipſi AH. Quoniam enim ΔZ ipſi AH eſt parallela; ut BA ad AH, ita ſe habet BΔ ad ΔZ. Propterea ſpatium, quod ſub extremis BA, ΔZ continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis BΔ, AH. Quod autem ſpatium ſub BA, ΔZ continetur, id, per primum theorema ſecundi Elementorum libri, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; et ſpatio, quod continetur ſub AΔ, ΔZ. Igitur etiam ſpatium, quod continetur ſub BΔ, AH, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; et ſpatio, quod continetur ſub AΔ, ΔZ. Commune addatur ſpatium, quod ſub ΔA, AH continetur. Igitur ſpatium, quod ſub BΔ, AH continetur, una cum ſpatio, quod continetur ſub ΔA, AH; quod quidem illud eſt, quod ſub BA, AH continetur; æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub BΔ, ΔZ; et ſpatio, quod continetur ſub AΔ, ΔZ; et adhuc ſpatio, quod continetur ſub AΔ, AH.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν BA, AH, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν BΔ, ΔZ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς AΔ, καὶ συναμφοτέρᾳ τῆς ΔZ, AH, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔZ τῇ AH. Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΔZ τῇ AH, ἐστὶν ὡς ἡ BA πρὸς AH, ἡ BΔ πρὸς ΔZ. Καὶ διὰ τοῦτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν BA, ΔZ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων τῶν BΔ, AH. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν BA, ΔZ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ BΔ, ΔZ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν AΔ, ΔZ· διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τᾶ β' βιβλίᾳ τῆς Στοιχειώσεως. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν BΔ, AH ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ BΔ, ΔZ, καὶ τῷ ὑπὸ AΔ, ΔZ. Κοινὸν προκείσθω τὸ ὑπὸ ΔA, AH. Τὸ ἄρα ὑπὸ BΔ, AH, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΔA, AH, ὅπερ ἐστὶ τὸ ὑπὸ BA, AH, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ BΔ, ΔZ, καὶ τῷ ὑπὸ AΔ, ΔZ, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ AΔ, AH.

PROP. XVII. THEOR.

Si conus iſoſceles plano ſecetur baſi parallelo, coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana inter-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων

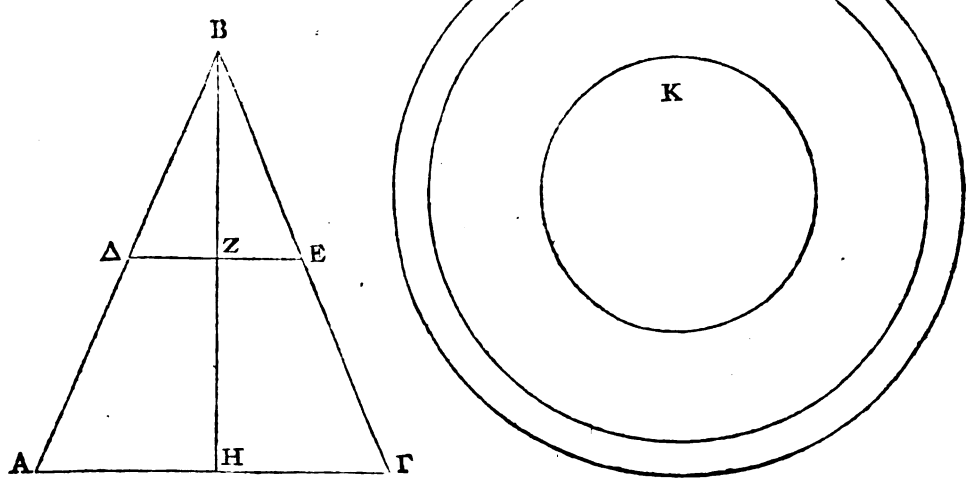
[b] καὶ τῷ ὑπὸ

[c] ΔZAA

Digitized by Google

[a] ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

jicitur, æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter coni latus, quod interjicitur inter parallela plana, et rectam utrique earum æqualem, quæ ex centris circulorum, qui in parallelis ſunt planis.



Ἔστω κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ· ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ΒΗ. Κύκλος δέ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστὶ τῆς τε ΑΔ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΗΑ. Ἔστω δὲ κύκλος ὁ Θ. Λέγω ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ.

Sit conus, cujus triangulum, quod per axem agitur, triangulo ΑΒΓ æquale ſit; et ſecetur plano baſi parallelo, quod ſectionem faciat ΔΕ: ſitque coni axis ΒΗ. Ponatur autem quidam circulus, cujus ea, quæ ex centro, media ſit proportionalis inter ΑΔ, et utramque ſimul ΔΖ, ΗΑ. Atque hic quidem circulus ſit Θ. Dico, circulum Θ coni ſuperficiei, quæ inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur, æqualem eſſe.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Λ, Κ. Καὶ τοῦ μὲν Κ κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, τοῦ δὲ Λ, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΑ, ΑΗ. Ὁ μὲν ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΒ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου· τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Κ κύκλου· τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΔΑ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Κ, Θ κύκλων. Ὥστε καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς Κ, Θ κύκλοις. Ἀλλ' ὁ μὲν Λ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΓ κώνου. Ὁ δὲ Κ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου. Λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.

Sit conus, cujus triangulum, quod per axem agitur, triangulo ΑΒΓ æquale ſit; et ſecetur plano baſi parallelo, quod ſectionem faciat ΔΕ: ſitque coni axis ΒΗ. Ponatur autem quidam circulus, cujus ea, quæ ex centro, media ſit proportionalis inter ΑΔ, et utramque ſimul ΔΖ, ΗΑ. Atque hic quidem circulus ſit Θ. Dico, circulum Θ coni ſuperficiei, quæ inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur, æqualem eſſe.

Ponantur enim circuli Λ, Κ. Atque ea quidem, quæ ex centro circuli Κ, poſſit ſpatium, quod ſub ΒΔ, ΔΖ continetur; quæ vero ex centro circuli Λ, ſpatium poſſit, quod continetur ſub ΒΑ, ΑΗ. Igitur circulus Λ æqualis eſt ſuperficiei coni ΑΒΓ; et circulus Κ æqualis eſt ſuperficiei coni ΔΕΒ. Et quoniam ſpatium, quod ſub ΒΑ, ΑΗ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΒΔ, ΔΖ, ſpatio quo, quod continetur ſub ΑΔ, et utraque ſimul ΔΖ, ΑΗ; eo quod ΔΖ ipſi ΑΗ eſt parallela: ac ſpatium quidem, quod ſub ΑΒ, ΑΗ continetur, ea poteſt quæ ex centro circuli Λ; ſpatium vero, quod continetur ſub ΒΔ, ΔΖ, ea poteſt, quæ ex centro circuli Κ; denique ſpatium, quod continetur ſub ΔΑ, et utraque ſimul ΔΖ, ΑΗ, ea poteſt, quæ ex centro circuli Θ. Ideo quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Λ, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur ab iis, quæ ex centris circulorum Κ, Θ. Quare etiam circulus Λ æqualis eſt circulis Κ, Θ. Æqualis eſt autem circulus quidem Λ ſuperficiei coni ΒΑΓ; circulus vero Κ ſuperficiei coni ΔΒΕ. Reliqua igitur, quæ inter parallela plana ΔΕ, ΑΓ interjicitur, coni ſuperficies circulo Θ eſt æqualis.

[a] τῇ ἐπιφανείᾳ

Digitized by Google

LEMMATA.

1. Coni, qui æquales habuerint altitudines, eamdem quam baſes rationem habent. Et qui baſes habuerint æquales, eamdem quam altitudines habent rationem.

2. Si cylindrus plano ſecetur baſi parallelo, ut cylindrus ad cylindrum, ita ſe habet axis ad axem.

3. Coni eamdem quam cylindri rationem habent, qui eamdem ac cylindri baſim habuerint.

4. Æqualium conorum reciprocantur baſes, et altitudines. Et quorum baſes, et altitudines reciprocantur, hi ſunt æquales.

5. Et coni, quorum, quæ in baſibus ſunt, diametri eamdem quam axes, hoc eſt altitudines, rationem habuerint, rationem habent inter ſe invicem triplam rationis diametrorum, quæ ſunt in baſibus.

Hæc autem omnia ab iis, qui ante nos fuerunt, demonſtrata ſunt.

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α'. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς [e] βάσεσι. [f] Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, [g] ὡς ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι, οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. [h] Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσί.

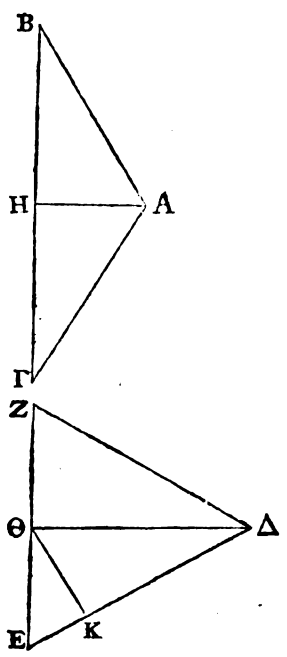
ε'. Καὶ οἱ κῶνοι ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσι, τουτέστι τοῖς ὕψεσι, πρὸς [i] ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

PROP. XVIII. THEOR.

Si duo ſint coni iſoſceles, et alterius quidem ſuperficies alterius baſi æqualis ſit; quæ autem a centro baſis ad coni latus normalis ducitur, æqualis ſit altitudini, coni æquales erunt.

Sint duo coni iſoſceles ABΓ, ΔEZ: et coni quidem ABΓ baſis ſuperficiei coni ΔEZ æqualis ſit; altitudo autem AH æqualis ſit rectæ KΘ, quæ a baſis centro Θ ad unum coni latus, puta ΔE, normalis ducitur: dico conos æquales eſſe.



Quoniam enim æqualis eſt coni ABΓ baſis ſuperficiei coni ΔEZ, et quæ æqualia ſunt, ea ad idem eamdem habent rationem; ideo ut coni BAΓ baſis ad baſim coni ΔEZ, ita ſe habet ſuperficies coni ΔEZ ad baſim coni ΔEZ. Ut autem ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet ΔΘ ad ΘK. Demonſtratum eſt enim, cujuſlibet coni iſoſcelis ſuperficiem eamdem ad baſim rationem habere, quam coni latus ad eam, quæ ex centro baſis; hoc eſt quam ΔE ad EΘ. Præterea ut EΔ ad ΘE, ita ſe habet ΔΘ ad ΘK. Æquiangula enim ſunt triangula. Æqualiſque ΘK ipſi AH. Ut igitur coni BAΓ baſis ad baſim coni ΔEZ, ita ſe habet coni ΔEZ altitudo ad altitudinem coni ABΓ. Conorum igitur ABΓ, ΔEZ baſes, et altitudines reciprocantur. Eſt igitur conus BAΓ cono ΔEZ æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Ἐὰν ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ ἢ τὸ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἡ ἢ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου καθετὸς ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

Ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, οἱ ABΓ, ΔEZ· καὶ τοῦ ABΓ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ· τὸ δὲ ὕψος τὸ AH, ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ Θ, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου, οἷον ἐπὶ τὴν ΔE [k] καθέτῳ ἠγμένῃ τῇ KΘ· λέγω ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ ABΓ, τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ, τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὡς ἄρα ἡ τοῦ BAΓ βάσις, πρὸς τὴν τοῦ ΔEZ βάσιν, [l] οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔEZ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔEZ. Ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, [m] οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘK. Ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστιν ἡ ΔE πρὸς EΘ. Ὡς δὲ ἡ EΔ πρὸς ΘE, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘK. Ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘK τῇ AH. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ BAΓ, πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔEZ, [n] οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΔEZ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ABΓ. [o] Τῶν ABΓ, ΔEZ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ἐστὶ ὁ BAΓ τῷ ΔEZ κώνῳ.

[e] ὕψεσιν τῶν ἴσων κώνων [f] καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν in MS. desunt. [g] In MS. ὡς deest. [h] καὶ [i] ἀλλήλων [k] κάθετον [l] οὗ ἐπιφάνεια [m] οὗ ἡ EΘ [n] οὗ τὸ ὕψος [o] τοῦ

Digitized by Google

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϑ'.

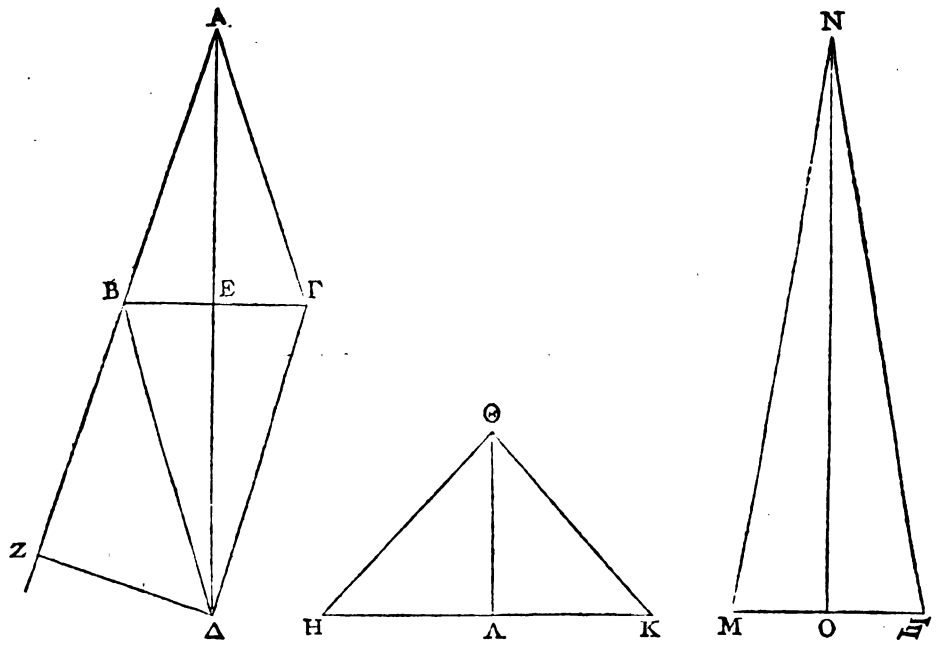
Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

Ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ ΑΔ. Ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ ΗΘΚ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθέτῳ ἐπὶ τὴν ΑΒ, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένην. Ἔστω δὲ ἡ ΔΖ, τὸ δὲ ὕψος τοῦ ΘΗΚ κώνου, ἔστω τὸ ΘΛ, ἴσον δή ἐστι τὸ ΘΛ τῇ ΔΖ. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ ῥόμβῳ.

PROP. XIX. Theor.

Cuilibet ex iſoſcelibus conis compoſito rhombo æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat alterius ex conis, qui rhombum componunt, ſuperficiei æqualem; altitudinem vero æqualem rectæ, quæ ab alterius coni vertice ad unum coni alterius latus normalis ducitur.

Sit rhombus ex iſoſcelibus conis compoſitus ΑΒΓΔ, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΒΓ deſcribitur, et altitudo ΑΔ. Ponatur autem alius quidam conus ΗΘΚ baſim quidem habens ſuperficiei coni ΑΒΓ æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad ΑΒ, aut eam, quæ ipſi in directo jacet, normalis ducitur. Ea ſit ΔΖ; et coni ΘΗΚ altitudo ſit ΘΛ, quæ quidem ipſi ΔΖ æqualis eſt. Dico conum rhombo æqualem eſſe.



Ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ ΜΝΞ, τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΑΔ. Καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ ΝΟ. Ἐπεὶ οὖν ἡ ΝΟ, τῇ ΑΔ ἴση ἐστὶν, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΝΟ πρὸς ΔΕ, [p] οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ὡς δὲ ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας. Ὡς ἄρα ὁ ΜΝΞ κῶνος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΜΝΞ, τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ, ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΗΘΚ· ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ, πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ. Ἡ γὰρ βάσις τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ. Ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστι ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. Ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΝΟ, ὑπέκειτο γάρ· ἡ δὲ ΔΖ τῇ ΛΘ. [q] Ὡς

Ponatur enim alius conus ΜΝΞ, qui baſim quidem habeat coni ΑΒΓ baſi æqualem, altitudinem vero æqualem ipſi ΑΔ. Altitudo coni illius ſit ΝΟ. Quoniam igitur ΝΟ æqualis eſt ipſi ΑΔ, ut ΝΟ ad ΔΕ, ita ſe habet ΑΔ ad ΔΕ. Ut autem ΑΔ ad ΔΕ, ita ſe habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Ut autem ΝΟ ad ΔΕ ita ſe habet ΜΝΞ conus ad conum ΒΓΔ; eo quod eorum baſes ſunt æquales. Ut igitur conus ΜΝΞ ad conum ΒΓΔ, ita ſe habet rhombus ΑΒΓΔ ad conum ΒΓΔ. Æqualis eſt igitur conus ΜΝΞ rhombo ΑΒΓΔ. Et quoniam coni ΑΒΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni ΗΘΚ; ut coni ΑΒΓ ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet baſis coni ΗΘΚ ad baſim coni ΜΝΞ. Baſis enim coni ΑΒΓ baſi coni ΜΝΞ eſt æqualis. Ut autem coni ΑΒΓ ſuperficies ad propriam baſim, ita ſe habet ΑΒ ad ΒΕ; hoc eſt ΑΔ ad ΔΖ. Triangula enim ſunt ſimilia. Ut igitur baſis coni ΗΘΚ ad baſim coni ΜΝΞ, ita ſe habet ΑΔ ad ΔΖ. Æqualis eſt autem ΑΔ ipſi ΝΟ, quippe quæ æqualis poſita eſt; et ΔΖ ipſi ΘΛ. Ut

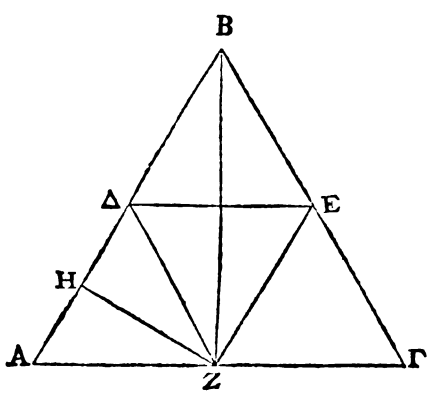
[p] In MS. pro οὕτως ſemper eſt οὗ. [q] ὅτι ἄρα

Digitized by Google

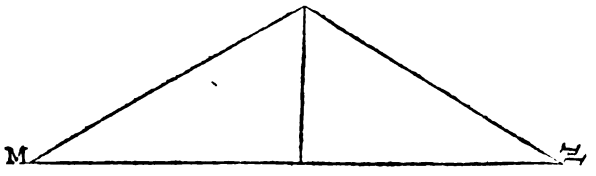
igitur basis coni HΘK ad basim coni MNΞ, ita se habet altitudo NO ad altitudinem ΘΛ. Conorum igitur HΘK, MNΞ bases, et altitudines reciprocantur. Igitur coni æquales sunt. Demonstratum autem est, conum MNΞ æqualem esse rhombo ABΓΔ: igitur etiam conus HΘK rhombo ABΓΔ est æqualis.

PROP. XX. THEOR.

Si conus isosceles plano secetur basi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus describatur verticem habens centrum basis; quique oritur rhombus auferatur a toto cono; residuo æqualis erit conus, qui basim quidem habeat coni superficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro basis ad unum coni latus normalis ducitur.



N



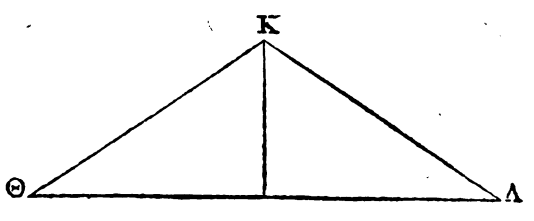
Sit conus isosceles ABΓ, planoque secetur basi parallelo, quod sectionem faciat ΔE. Centrum autem basis sit punctum Z, et a circulo, qui circa diametrum ΔE est, conus describatur verticem habens punctum Z. Erit utique rhombus BΔZE ex isosceli bus conis compositus. Ponatur autem conus quidam KΘΛ, cujus quidem basis superficiei, quæ inter ΔE, AΓ interjicitur, æqualis sit, altitudo vero æqualis rectæ ZH, quæ a puncto Z ad AB normalis ducitur. Dico, si a cono ABΓ ablatus esse intelligatur rhombus BΔZE, conum ΘKΛ residuo æqualem fore.

Ponantur enim duo coni MNΞ, OΠP ejusmodi, ut coni quidem MNΞ basis coni ABΓ superficiei æqualis sit, et altitudo æqualis ipsi ZH; hinc autem conus MNΞ æqualis est cono ABΓ. Si enim duo sint coni isosceles, et alterius superficies alterius basi æqualis sit, et amplius quæ a centro basis ad coni latus normalis ducitur, æqualis sit altitudini, coni æquales erunt. Coni vero OΠP basis æqualis sit superficiei coni ΔBE,

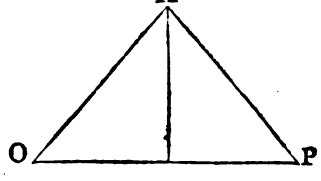
ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, ἔστως τὸ ΝΟ ὕψος πρὸς τὸ ΘΛ. Τῶν ΗΘΚ, ΜΝΞ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ἐδείχθη δὲ ὁ ΜΝΞ ἴσος τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ· καὶ ὁ ΗΘΚ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου, κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθετῳ ἠγμένῃ.



Π



Ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ. Κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΔΕ κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Ζ. Ἔστω δὴ ῥόμβος ὁ ΒΔΖΕ, ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος. Ἐκκείσθω δή τις κῶνος ὁ ΚΘΛ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἔστω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθετοῦ ἐπὶ τὴν ΑΒ τὴν ΖΗ, ἔστω ἴσον τῇ ΖΗ. Λέγω ὅτι ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κώνου νοηθῇ ἀφῃρημένος ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ ΘΚΛ κῶνος.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ [e] δύο κῶνοι οἱ ΜΝΞ, ΟΠΡ, ὥστε τὴν μὲν τοῦ ΜΝΞ βάσιν ἴσην εἶναι τῇ ΑΒΓ κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΖΗ· διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ ΜΝΞ κῶνος τῷ ΑΒΓ κώνῳ. Ἐὰν γὰρ ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἔτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου ἀγομένη καθετος, τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι. Τὴν δὴ τοῦ ΟΠΡ κώνου βάσιν ἴσην εἶναι τῇ

[f] πρὸς τὸ ΘΛ τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΧ, οὕτως τὸ ΝΟ ὕψος πρὸς τὸ ΘΛ. Τοῦ ΗΘΚ, ΜΝΞ ἄρα κώνου ἀντιπεπόνθασιν [e] οἱ δύο κῶνοι

ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΕ κώνου, ὕψος δὲ τῇ ΖΗ· διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος, τῷ ΒΔΖΕ ῥόμβῳ. Τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη. Ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ ΒΔΕ ἐπιφανείας, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ· ἀλλ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ [t] ΜΝΞ κώνου· ἡ δὴ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΟΠΡ· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ. Ἡ ἄρα τοῦ ΜΝΞ βάσις ἴση [w] ἐστὶ βάσεσι τῶν ΘΚΛ, ΟΠΡ· καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἴσος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΜΝΞ κῶνος τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓ κώνῳ, ὁ δὲ ΠΟΡ, τῷ ΒΔΕΖ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚΛ κῶνος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

and altitudo æqualis ipſi ZH; atque hinc conus ΟΠΡ æqualis eſt rhombo ΒΔΖΕ. Hoc enim ſupra demonſtratum eſt. Quoniam vero coni ΑΒΓ ſuperficies componitur ex ſuperficie coni ΒΔΕ, atque ex ea, quæ inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur: et coni quidem ΑΒΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni ΜΝΞ; ſuperficies vero coni ΔΒΕ æqualis baſi coni ΟΠΡ; quæ denique inter ΔΕ, ΑΓ interjicitur, æqualis baſi coni ΘΚΛ. Ideo baſis coni ΜΝΞ conorum ΘΚΛ, ΟΠΡ baſibus eſt æqualis: hi autem coni ſub eadem altitudine conſtituuntur. Æqualis eſt igitur conus ΜΝΞ conis ΘΚΛ, ΟΠΡ. Sed conus quidem ΜΝΞ æqualis eſt cono ΑΒΓ; conus vero ΠΟΡ rhombo ΒΔΕΖ. Reliquus igitur conus ΘΚΛ reſiduo eſt æqualis.

ΠΡΟΤ. κα'.

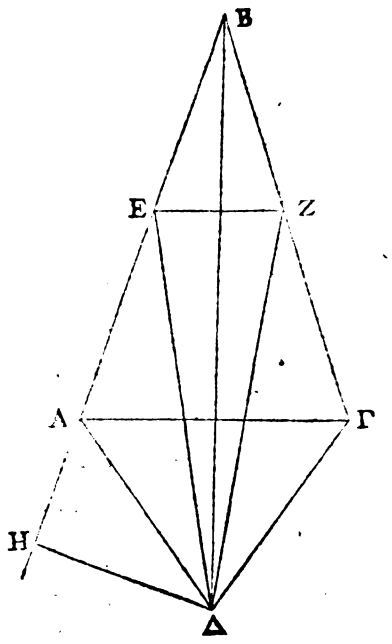
Ἐὰν ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου, ὁ ἕτερος κῶνος ὑπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου [x] κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ, κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ· ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ὑπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ὑπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθήκουσῃ.

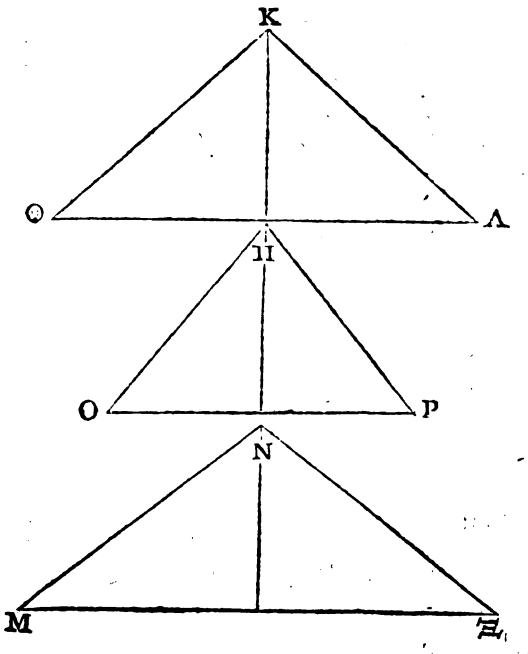
Ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθήτω ὁ ἕτερος κῶνος ὑπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον [u] τὴν ΕΖ κύκλου, κῶνος ἀναγεγράφθω

PROP. XXI. Theor.

Si rhombi ex iſoſcelibus conis compoſiti conus alter plano ſecetur baſi parallelo; et ab eo, qui oritur, circulo conus deſcribatur, eumdem atque alter conus verticem habens; quique oritur, rhombus a toto rhombo auferatur; reſiduo æqualis erit conus, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei æqualem, quæ inter parallela plana interjicitur, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a vertice coni alterius ad alterius coni latus normalis ducitur.

Sit rhombus ex iſoſcelibus conis compoſitus ΑΒΓΔ; conuſque alter plano ſecetur baſi parallelo, quod ſectionem faciat ΕΖ; et a circulo, qui circa diametrum ΕΖ eſt, conus deſcribatur verticem habens punctum Δ. Orietur





τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. Ἔστω δὴ γεγονὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΖΔ, καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. Ἐγγεγράφθω δέ τις κῶνος ὁ ΘΚΛ, τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου

utique rhombos ΕΒΖΔ, qui quidem intelligatur ablatus eſſe a toto rhombo. Ponatur autem conus quidam ΘΚΛ, baſim quidem habens ſuperficiei, quæ inter ΑΓ, ΕΖ interjicitur, æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a

[t] τούτοις [u] ΜΝΞ κώνου. Ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ in MS. deſunt. [w] ἐστὶ ταῖς βάσεσι [x] κώνου κύκλος

Digitized by Google

puncto Δ ad BA, aut eam, quæ ipſi in directo jacet, normalis ducitur. Dico, conum ΘΚΛ ei, quod diximus, reſiduo æqualem eſſe.

Ponantur enim duo coni MNΞ, ΟΠΡ. Ac coni quidem MNΞ baſis coni ABΓ ſuperficiei æqualis ſit, et altitudo rectæ ΔH; æqualis eſt autem ex iis, quæ demonſtrata ſunt, conus MNΞ rhombo ABΓΔ; coni vero ΟΠΡ baſis æqualis ſit ſuperficiei coni EBZ, et altitudo rectæ item ΔH; eſt autem pariter conus ΟΠΡ rhombo EBZΔ æqualis. Quoniam vero coni ABΓ ſuperficies pariter componitur ex ſuperficie coni EBZ, atque ex ea, quæ inter EZ, AΓ interjicitur: et coni quidem ABΓ ſuperficies æqualis eſt baſi coni MNΞ; ſuperficies vero coni EBZ æqualis baſi coni ΟΠΡ; quæ denique inter EZ, AΓ interjicitur, æqualis baſi coni ΘΚΛ: ideo baſis coni MNΞ conorum ΟΠΡ, ΘΚΛ baſibus eſt æqualis. Hi autem coni ſub eadem altitudine conſtituuntur. Æqualis eſt igitur conus MNΞ conis ΘΚΛ, ΟΠΡ. Sed conus quidem MNΞ æqualis eſt rhombo ABΓΔ; conus vero ΟΠΡ rhombo EBZΔ. Reliquus igitur conus ΘΚΛ reſiduo eſt æqualis.

καθέτῳ ἀγομένη ἀπὶ τὴν BA, ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ. Λέγω ὅτι ὁ ΘΚΛ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ σφηνίσκῳ.

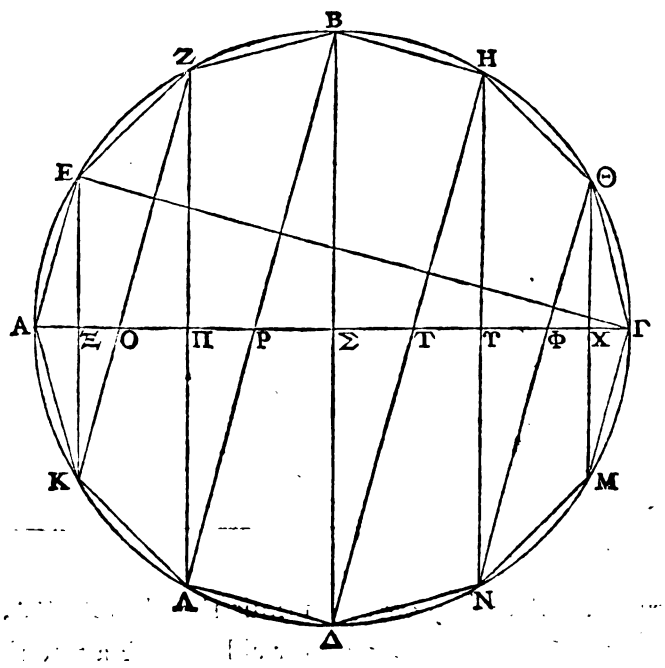
Ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι, οἱ MNΞ, ΟΠΡ. Καὶ ἡ μὲν βάσις τοῦ MNΞ κώνου ἴση ἔστω τῇ φαινομένῃ τοῦ ABΓ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· διὰ δὴ τὰ προδεδειγμένα, ἴσος ἐστὶν ὁ MNΞ κῶνος τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ· τοῦ δὲ ΟΠΡ κώνου, ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ φαινομένῃ τοῦ EBZ κώνου, ὁ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔH· ὁμοίως δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Ἐπεὶ δὲ ὁμοίως ἡ φαινομένη τοῦ ABΓ κώνου, σύγκειται ἐκ τῆς τοῦ EBZ, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν EZ, AΓ· ἀλλὰ ἡ μὲν τοῦ ABΓ κώνου φαινομένη ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ MNΞ, ἡ δὲ τοῦ EBZ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΟΡΠ κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν EZ, AΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ· ἡ ἄρα βάσις τοῦ MNΞ ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσι τῶν ΟΠΡ, ΘΚΛ. Καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Καὶ ὁ MNΞ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. Ἀλλ' ὁ μὲν MNΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ABΓΔ ῥόμβῳ, ὁ δὲ ΟΠΡ κῶνος τῷ EBZΔ ῥόμβῳ. Λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ ΘΚΛ, ἴσος ἐστὶ τῷ σφηνίσκῳ τῷ λοιπῷ.

PROP. XXII. Theor.

Si circulo polygonum inſcribatur parilaterum idemque æquilaterum, rectæque ducantur polygoni latera jungentes, quæ unicuilibet ex iis, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur, parallelæ ſint; quæ jungunt omnes polygoni latera, hæ ad circuli diametrum eamdem habent rationem, quam quæ dimidiis polygoni lateribus, præterquam uni, ſubjicitur, ad latus polygoni.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἁπτόμεναι τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιαῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἁπτόμεναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὸν αὐτὸν ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.



Sit circulus ABΓΔ; eique polygonum inſcribatur AEZBHΘΓMNΔΛK; et jungantur EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Conſtat utique haſce rectas ei parallelas eſſe, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur. Dico igitur omnes, quas diximus, rectas eamdem ad circuli diametrum rationem habere, quam ΓE ad EA.

Ἔστω κύκλος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ AEZBHΘΓMNΔΛK· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EK, ZΛ, BΔ, HN, ΘM. Δῆλον δὴ ὅτι παράλληλοί εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ. Λέγω δή, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν AΓ, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς ΓE πρὸς EA.

Jungantur enim ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Parallela igitur eſt ZK quidem ipſi EA; BΛ vero ipſi ZK; et amplius ΔH quidem ipſi BΛ; ΘN vero ipſi ΔH; denique ΓM ipſi ΘN. Et quoniam duæ ſunt rectæ parallelæ EA, KZ,

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ZK, ΛB, HΔ, ΘN. Παράλληλος ἄρα ἡ μὲν ZK τῇ EA, ἡ δὲ BΛ τῇ ZK· καὶ ἔτι ἡ μὲν ΔH τῇ BΛ, ἡ δὲ ΘN τῇ ΔH, καὶ ἡ ΓM τῇ ΘN. Καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ

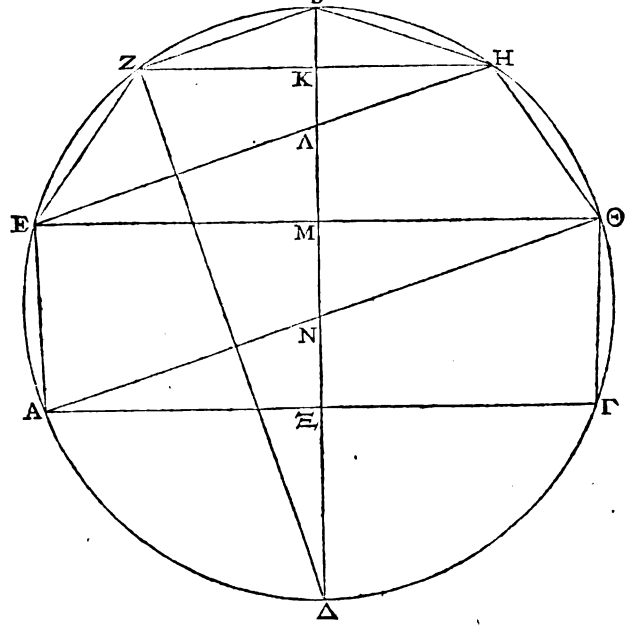
ΕΑ, ΚΖ, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΑΟ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΞ, πρὸς ΞΑ, ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δὲ ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ· ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ· ὡς δὲ ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, ἔτως ἡ ΒΣ πρὸς ΣΡ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ· ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΥ πρὸς ΥΤ· καὶ ἔτι ὡς ἡ μὲν ΗΥ πρὸς ΥΤ, ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ· ὡς δὲ ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ· καὶ ἔτι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ. Καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστὶν ὡς εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, ἔτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, ἔτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, ἔτως πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.

ductæque item duæ ΕΚ, ΑΟ; ideo ut ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΚΞ ad ΞΟ; et ut ΚΞ ad ΞΟ, ita ΖΠ ad ΠΟ; et ut ΖΠ ad ΠΟ, ita ΛΠ ad ΠΡ; et ut ΛΠ ad ΠΡ, ita ΒΣ ad ΣΡ; et amplius ut ΒΣ ad ΣΡ, ita ΔΣ ad ΣΤ; et ut ΔΣ ad ΣΤ, ita ΗΥ ad ΥΤ; et amplius ut ΗΥ ad ΥΤ, ita ΝΥ ad ΥΦ; et ut ΝΥ ad ΥΦ, ita ΘΧ ad ΧΦ; denique ut ΘΧ ad ΧΦ, ita ΜΧ ad ΧΓ. Igitur omnes ſe habent ad omnes, ut una ad unam. Ut igitur ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habent ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ. Ut autem ΕΞ ad ΞΑ, ita ſe habet ΓΕ ad ΕΑ. Ut igitur ΓΕ ad ΕΑ, ita ſe habent omnes ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ ad diametrum ΑΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον, χωρὶς τῆς βάσεως, ἴσας καὶ ἀρτίους, ἀχθῶσιν δὲ δοθεῖαι παρὰ τὰ βάσιν τοῦ τμήματος, τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰ πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

Εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓ, διήχθω τις δοθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιόπλευρόν τε, καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἵτινες εἰσὶ παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, ἔτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ.



Πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΑΘ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶ τῇ ΒΖ. Διὰ δὴ ταῦτα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΚΒ, ἥτε ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ. Καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα. Ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ [z] πρὸς ΒΞ, ἔτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, [a] ἔτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, [b] ἔτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.

Circulo ΑΒΓ recta quædam ΑΓ; ſegmentoque ΑΒΓ ſuper ΑΓ polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe ΑΓ, æqualia numeroque paria; ducanturque ΖΗ, ΕΘ, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſint. Dico, ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habere ΔΖ ad ΖΒ.

Rurſus enim pariter jungantur ΗΕ, ΑΘ; quæ quidem ipſi ΖΒ parallelæ ſunt. Eadem vero ratione, ut ΚΖ ad ΚΒ, ita ſe habet tum ΗΚ ad ΚΛ, tum ΕΜ ad ΜΛ, tum ΜΘ ad ΜΝ, tum ΞΑ ad ΞΝ. Ut igitur omnes ad omnes, ita ſe habet una ad unam. Igitur ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habet ΖΚ ad ΚΒ. Ut autem ΖΚ ad ΚΒ, ita ſe habet ΔΖ ad ΖΒ. Ut igitur ΔΖ ad ΖΒ, ita ſe habent ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ

PROP. XXIII. Theor.

Si circuli ſegmento polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe, æqualia numeroque paria, rectæque ducantur ſegmenti baſi parallelæ, polygoni latera jungentes; quæ ductæ ſunt omnes, et adhuc ipſius baſis dimidia ad ſegmenti altitudinem eamdem habent rationem, quam quæ a circuli diametro ad polygoni latus ducitur, ad latus polygoni.

Ducatur enim in circulo ΑΒΓ recta quædam ΑΓ; ſegmentoque ΑΒΓ ſuper ΑΓ polygonum inſcribatur latera habens, excepta baſe ΑΓ, æqualia numeroque paria; ducanturque ΖΗ, ΕΘ, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſint. Dico, ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habere ΔΖ ad ΖΒ.

Rurſus enim pariter jungantur ΗΕ, ΑΘ; quæ quidem ipſi ΖΒ parallelæ ſunt. Eadem vero ratione, ut ΚΖ ad ΚΒ, ita ſe habet tum ΗΚ ad ΚΛ, tum ΕΜ ad ΜΛ, tum ΜΘ ad ΜΝ, tum ΞΑ ad ΞΝ. Ut igitur omnes ad omnes, ita ſe habet una ad unam. Igitur ut ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ, ita ſe habet ΖΚ ad ΚΒ. Ut autem ΖΚ ad ΚΒ, ita ſe habet ΔΖ ad ΖΒ. Ut igitur ΔΖ ad ΖΒ, ita ſe habent ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ ad ΒΞ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

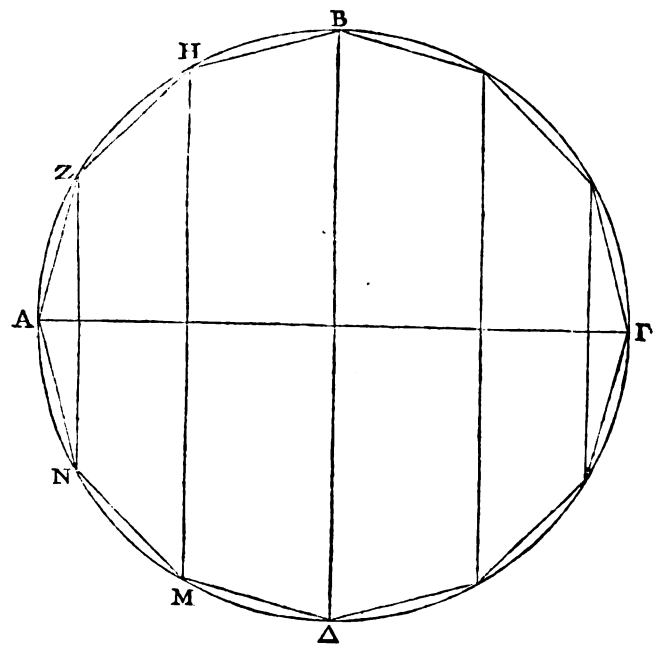
Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ

PROP. XXIV. Theor.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ip-

[y] ὡς τὸν λόγον [z] πρὸς ἕν [a] ἕν [b] ἕν

ſius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Sint autem AΓ, BΔ diametri. Quod ſi, manente diametro AΓ, circulus, in quo eſt polygonum, circumagatur, conſtat fore, ut ejus quidem circumferentia ſecundum ſphæræ ſuperficiem feratur; polygoni autem anguli, exceptis qui ad puncta A, Γ ſunt, ferantur ſecundum circulorum orbes, qui recti ad circulum ABΓΔ in ſphæræ ſuperficie deſcripti ſunt. Atque horum diametri erunt rectæ, quæ ipſi BΔ parallelæ polygoni angulos jungunt. Porro polygoni latera ſecundum conos quoſdam ferentur; nimirum latera quidem AZ, AN ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ZN deſcribitur, et vertex punctum A. Latera vero ZH, MN ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum MH deſcribitur, et vertex punctum illud, in quo eadem ZH, MN producta ſecum invicem, et cum AΓ concurrunt; denique latera BH, MΔ ſecundum coni ſuperficiem, cujus baſis circulus, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, et vertex illud punctum, in quo eadem BH, ΔM producta concurrunt ſecum invicem, et cum AΓ. Pariter et in altero ſemicirculo ferentur latera ſecundum coni ſuperficies hiſce itidem ſimiles. Atque ita quidem inſcripta erit ſphæræ quædam figura iis, quas diximus, ſuperficiebus comprehenſa, cujus ſuperficies minor erit ſphæræ ſuperficie. Diviſa enim ſphæra acto per BΔ plano, rectoque ad circulum ABΓΔ, ſuperficies cum alterius hemiſphærii, tum figuræ eidem inſcriptæ eoſdem in uno plano terminos habent; ſiquidem utriuſque ſuperficiei terminus eſt circumferentia circuli, qui rectus ad circulum ABΓΔ circa diametrum BΔ deſcribitur; et utraque ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, comprehenditur. Pariter etiam figuræ, quæ in altero hemiſphærio eſt, ſuperficies minor eſt hemiſphærii ſuperficie. Tota igitur ſuperficies figuræ, quæ in ſphæra eſt, ſphæræ ſuperficie eſt minor.



ἢ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτῆ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Αἱ δὲ ΑΓ, ΒΔ διάμετροι ἔστωσαν. Ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου, περιενεχθῇ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔχων τὸ πολύγωνον, δῆλον ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτῆ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τ᾽ σφαίρας ἐνεχθήσεται· αἱ δὲ τῆ πολυγώνε γωνίαι, χωρὶς τῶν [c] πρὸς Α, Γ σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τ᾽ ΑΒΓΔ κύκλον. Διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται, αἱ ἐπιζευγνύσαι τὰς γωνίας τῆ πολυγώνε ταῖς τὴν ΒΔ ἴσαι. Αἱ δὲ τῆ πολυγώνε πλευραὶ κατὰ τινῶν κώνων ἐνεχθήσονται· αἱ μὲν ΑΖ, ΑΝ κατ᾽ ἐπιφανείας κώνε, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τ᾽ ΖΝ, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον. Αἱ δὲ ΖΗ, ΜΝ κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΜΗ, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ᾽ ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΖΗ, ΜΝ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΑΓ· αἱ δὲ ΒΗ, ΜΔ πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστι ὁ κύκλος, ὁ περὶ διάμετρον τ᾽ ΒΔ, ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ᾽ ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΒΗ, ΔΜ, ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΓΑ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, πάλιν ὁμοίων ταύταις. Ἔστω δή τι σχῆμα ἐγγραφόμενον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, τῶν προειρημένων, οὗ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔστω τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Διαιρεθήσεται δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τῇ κατὰ τὴν ΒΔ ὀρθῇ, πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, ἡ ἐπιφάνεια τῇ ἑτέρᾳ ἡμισφαιρίῳ, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τ᾽ σχήματος τ᾽ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὰ αὐτὰ πέρατα ἕξουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶ τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καὶ εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τ᾽ ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τ᾽ ἐπιπέδου τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν αὐτῇ. Ὁμοίως δὲ καὶ τ᾽ ἐν ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τ᾽ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τ᾽ σχήματος τ᾽ ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐλάσσων ἐστὶ τ᾽ ἐπιφανείας τ᾽ σφαίρας.

EUTOCIUS.

Et multitudinem laterum polygoni quaternarius metiatur. Id demum in cauſa eſt cur quaternarium po-

Τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν τῆ πολυγώνε μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Ὑπὸ τετράδος βούλεται μετρεῖσθαι τὰς πλευρὰς τοῦ

[c] πρὸς τοῖς ΑΓ

πολυγώνε, διὰ τὸ τῦ κύκλε κινεμένε περὶ τὴν ΑΓ διάμετρον, πάσας τὰς πλευρὰς κατὰ κωνικῶν φέρεσθαι ἐπιφανειῶν, χρησίμε ἐσομένου αὐτῷ ἐν τοῖς ἑξῆς τῦ τοιύτου. Μὴ γὰρ ὑπὸ τετράδος μετρουμένων τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, κἂν ἀρτίο πλευρον ᾖ, ἃ πάσας δυνατὸν κατὰ κωνικῶν φέρεσθαι ἐπιφανειῶν· ὡς καταναῆσαι ἔνεσιν ἐπὶ τῶν τοῦ ἑξαγώνου πλευρῶν, δύο γὰρ τὰς ἀπεναντίον αὐτοῦ παραλλήλους πλευρὰς κατὰ κυλινδρικῆς φέρεσθαι ἐπιφανείας συμβαίνει. Ὅπερ, ὡς εἴρηται, ἃ χρήσιμον αὐτῷ πρὸς τὰ ἑξῆς.

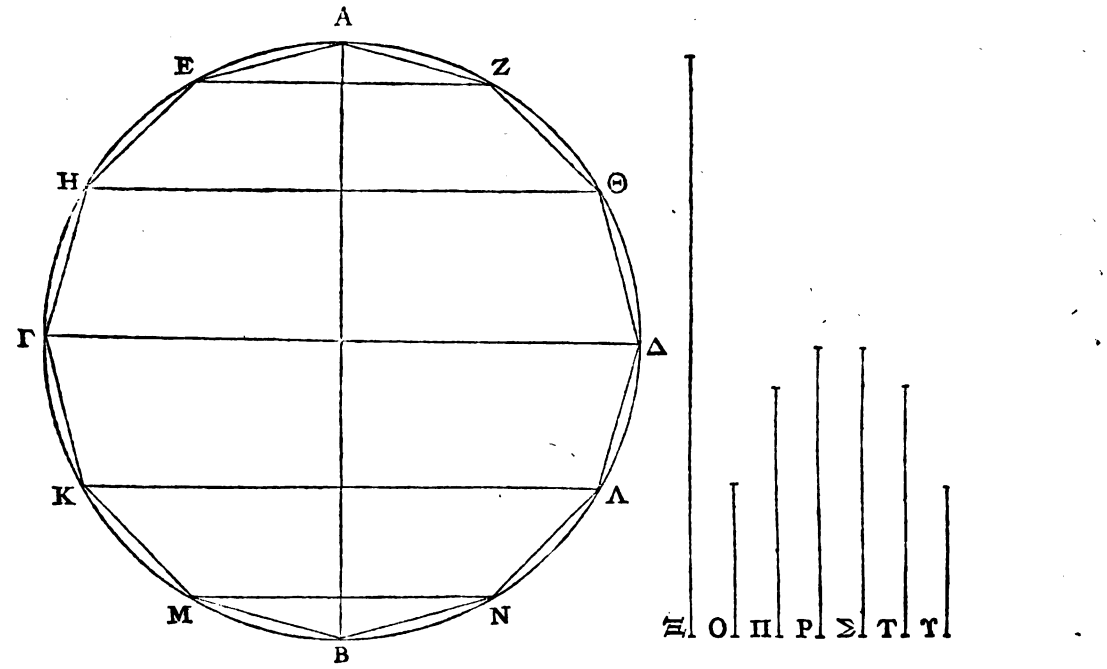
lygoni latera metiri velit, quod circumacto circulo diametrum AΓ, latera omnia ſecundum conicas ſuperficies ferantur; quod ipſi in iis, quæ ſequuntur, uſui futurum eſt. Niſi enim polygoni latera quaternarius metiatur, quamvis parilaterum ſit, fieri tamen non poteſt, ut omnia ſecundum conicas ſuperficies ferantur: quod in hexagoni lateribus videre licet, cujus duo oppoſita latera, quæ parallela ſibi invicem ſunt ſecundum cylindricam ſuperficiem feruntur. Hoc autem, ut diximus, ipſi in iis, quæ ſequuntur, uſui non eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κε'.

Ἡ τῆ ἐγγραφομένε σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, ᾧ ἡ ἐκ τῦ κέντρε δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπότε τ῀ πλευρᾶς τ῀ σχήματος, καὶ τ῀ ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυύσαις τὰς πλευρὰς [d] τῦ πολυγώνε, ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, καὶ παραλλήλες ὅσας τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τῦ πολυγώνε ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΓΒΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, ᾧ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρένται· καὶ ἀπὸ τ῀ πολυγώνε τ῀ ἐγγεγραμμένε νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγεγραμμένον σχῆμα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, παράλληλοι ὅσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ. Κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ, ᾧ ἡ ἐκ τ῀ κέντρε δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπότε τῆς ΑΕ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΗΘ, ΓΛ, ΚΛ, ΜΝ. Λέγω ὅτι ὁ κύκλος ὅτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένε σχήματος.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΓΒΔ, eique inſcribatur polygonum æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ab inſcripto polygono figura quædam in ſphæra deſcripta eſſe; junganturque ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, quæ quidem rectæ, quæ duobus polygoni lateribus ſubjicitur, párallelæ ſint. Ponatur autem circulus quidam Ξ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod ſub ΑΕ, rectaque ipſis ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ æqualis continetur. Dico, hunc circulum figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficiei æqualem eſſe.



Ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Καὶ τῦ μὲν Ο, ἡ ἐκ τ῀ κέντρε δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπότε τ῀ ΕΑ, καὶ τῆς ἡμισείας τ῀ ΕΖ· ἡ δὲ ἐκ τ῀ κέντρε τ῀ Π, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τ῀ ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΕΖ, ΗΘ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρε τ῀ Ρ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τ῀ ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΗΘ, ΓΔ· ἡ δὲ ἐκ τ῀ κέντρε τ῀ Σ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τ῀ ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓΔ, ΚΛ· ἡ δὲ ἐκ κέντρε τῦ Τ, δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπότε τῆς ΑΕ, καὶ τ῀ ἡμισείας τῶν ΚΛ, ΜΝ· ἡ δὲ ἐκ τ῀ κέντρε τ῀ Υ, δυνάσθω τὸ περιε-

Ponantur enim circuli Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ. Atque ea, quæ ex centro circuli Ο, poſſit ſpatium, quod ſub ΕΑ, et dimidia ipſius ΕΖ; quæ ex centro circuli Π, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΑ, et dimidia ipſarum ΕΖ, ΗΘ; quæ ex centro circuli Ρ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΑ, et dimidia ipſarum ΗΘ, ΓΔ; quæ ex centro circuli Σ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ipſarum ΓΔ, ΚΛ; quæ ex centro circuli Τ, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ipſarum ΚΛ, ΜΝ; quæ denique ex centro circuli Υ, ſpatium poſſit, quod continetur ſub ΑΕ, et dimidia ip-

[d] τοῦ πολυγώνε τετραγώνες οὔσας

ſius MN. Hinc autem æqualis eſt circulus O ſuperficiei coni AEZ; circulus Π coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter EZ, HΘ; circulus P ei, quæ interjicitur inter HΘ, ΓΔ; circulus Σ ei, quæ interjicitur inter ΔΓ, KΛ; et amplius circulus quidem T æqualis eſt ſuperficiei coni, quæ interjicitur inter KΛ, MN; circulus vero Υ coni MBN ſuperficiei eſt æqualis. Omnes igitur circuli inſcriptæ figuræ ſuperficiei æquales ſunt. Ac manifeſtum eſt eas, quæ ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, poſſe ſpatium, quod ſub AE, ipſarumque EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN dimidiis ſemel atque iterum ſumptis continentur; quæ quidem totæ ſunt EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Quæ igitur ex circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ centris, hæ poſſunt ſpatium, quod continetur ſub AE, omnibuſque ſimul EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Poteſt autem, et quæ ex centro circuli Ξ, ſpatium, quod ſub AE, continetur, eaque, quæ ex omnibus ſimul componitur EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Poteſt igitur, quæ ex circuli Ξ centro, eas omnes quæ ex centris circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ. Æquales eſt igitur circulus Σ circulis O, Π, P, Σ, T, Υ. Demonſtratum autem eſt, circulos O, Π, P, Σ, T, Υ figuræ, quam diximus, ſuperficiei æquales eſſe. Igitur etiam circulus Ξ figuræ ſuperficiei eſt æqualis.

χόμενον ὑπότε τ̃ AE, καὶ τ̃ ἡμισείας τ̃ MN. Διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν O κύκλος ἴσος ἐϛὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ AEZ κώνου· ὁ δὲ Π τῇ ἐπιφανείᾳ τ̃ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν EZ, HΘ· ὁ δὲ P τῇ μεταξὺ τῶν HΘ, ΓΔ· ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΓ, KΛ· καὶ ἔτι ὁ μὲν T ἴσος ἐϛὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τ̃ κώνου τῇ μεταξὺ τ̃ KΛ, MN· ὁ δὲ Υ τῇ τ̃ MBN κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐϛί. Οἱ πάντες ἄρα κύκλοι ἴσοι εἰσὶ τῇ τ̃ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ φανερὸν ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλων, [c] δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπότε τ̃ AE καὶ δὶς τῶν ἡμίσεων τῆς EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN· αἱ ὅλοι εἰσὶν αἱ EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Αἱ ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλων [f] δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπότε τ̃ AE καὶ πασῶν τ̃ EZ, HΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τ̃ κέντρου τ̃ Ξ κύκλου [g] δύναται τὸ ὑπὸ τῆς AE, καὶ τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τ̃ EZ, EΘ, ΓΔ, KΛ, MN. Ἡ ἄρα ἐκ τ̃ κέντρου τ̃ Ξ κύκλου δύναται τὰς ἐκ τῶν κέντρων τῶν O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλων. Καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ, ἴσος ἐϛὶ τοῖς O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλοις. Οἱ δὲ O, Π, P, Σ, T, Υ κύκλοι ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τ̃ σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἔϛαι τῇ ἐπιφανείᾳ τ̃ σχήματος.

PROP. XXVI. Theor.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

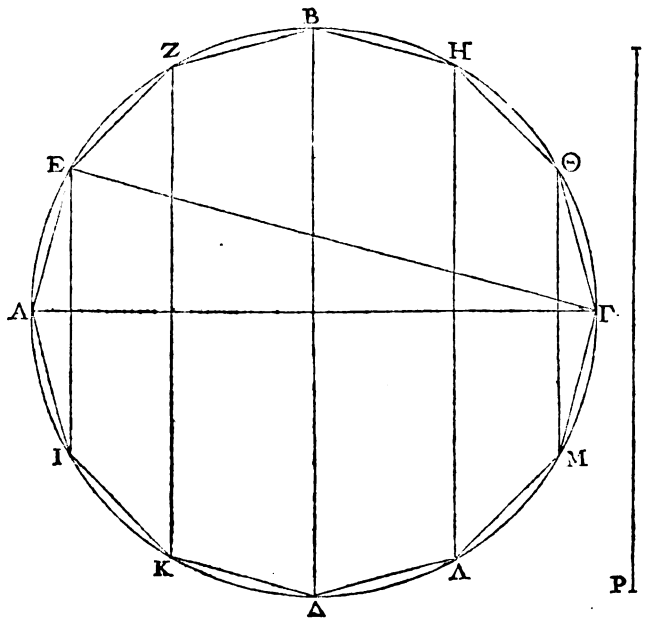
Figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, minor eſt quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

Sit in ſphæra maximus circulus ABΓΔ, eique polygonum inſcribatur pariangulum et æquilaterum, cujus latera quaternarius metiatur; et intelligatur ſuper id conſtituta eſſe ſuperficies, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur. Dico, inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τ̃ κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ἐλάσσων ἐϛὶν ἢ τετραπλασία τ̃ μεγίϛου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἔϛω ἐν σφαίρᾳ μέγιϛος κύκλος ὁ ABΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνιον ἰσόπλευρον, ὃ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετρῶνται· καὶ ἐπ' αὐτ̃ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ἀπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. Λέγω ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τ̃ ἐγγραφέντος, ἐλάσσων ἐϛὶ ἢ τετραπλασία τ̃ μεγίϛου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Jungantur enim, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur, rectæ EI, ΘM, eiſdemque parallelæ ZK, ΔB, HΛ. Ponatur autem circulus quidam P, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod ſub EA, rectaque omnibus ſimul EI, ZK, BΔ, HΛ, ΘM æquali continetur. Æqualis eſt igitur hic circulus per id, quod ſupra demonſtratum eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiei. Et quoniam demonſtratum eſt, ut recta omnibus ſimul EI, ZK, BΔ, HΛ,



Ἐπεζεύχθωσαν δὲ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαι τ̃ πολυγώνου, αἱ [h] EI, ΘM, καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ ZK, ΔB, HΛ. Ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ P, οὗ ἡ ἐκ τ̃ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς EA, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς EI, ZK, BΔ, HΛ, ΘM. Διὰ δὴ τὸ προδεδειχθὲν ἴσος ἐϛὶν ὁ κύκλος τῇ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὅτι ἐϛὶν ὡς ἡ ἴση πάσαις ταῖς EI, ZK, BΔ, HΛ, ΘM, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν AΓ,

[c] δύνανται [f] δύνανται [g] δύνανται [h] EIΘM

Digitized by Google

[1] οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ· τὸ ἄρα ὑπὸ τ῀ ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις, καὶ τῆς ΕΑ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τ῀ Ρ κύκλου, [k] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τ῀ ΑΓ, ΓΕ. Ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ ἔλασσόν ἐστι τ῀ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τ῀ κέντρου τ῀ Ρ, τ῀ ἀπὸ τῆς ΑΓ. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τ῀ κέντρου τ῀ Ρ τῆς ΑΓ· ὥστε ἡ διάμετρος τ῀ Ρ κύκλου, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τ῀ ΑΒΓΔ κύκλου. Καὶ δύο ἄρα τῶν ΑΒΓΔ κύκλων διάμετροι, μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τ῀ Ρ κύκλου· καὶ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τ῀ ΑΒΓΔ κύκλου, τουτέστι τῆς ΑΓ, μεῖζόν ἐστι τ῀ ἀπὸ τ῀ τ῀ Ρ κύκλου διαμέτρου. Ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τ῀ ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τ῀ Ρ κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ πρὸς τὸν Ρ κύκλον. Τέσσαρες ἄρα κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, μείζους εἰσὶ τ῀ Ρ κύκλου. Ὁ ἄρα κύκλος ὁ Ρ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τ῀ μεγίστου κύκλου. Ὁ [l] δὲ Ρ κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρημένῃ ἐπιφανείᾳ τ῀ σχήματος. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τ῀ σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ τετραπλασία τ῀ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν [m] ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τ῀ σχήματος τ῀ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος [n] δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τ῀ κέντρου τ῀ σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τ῀ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

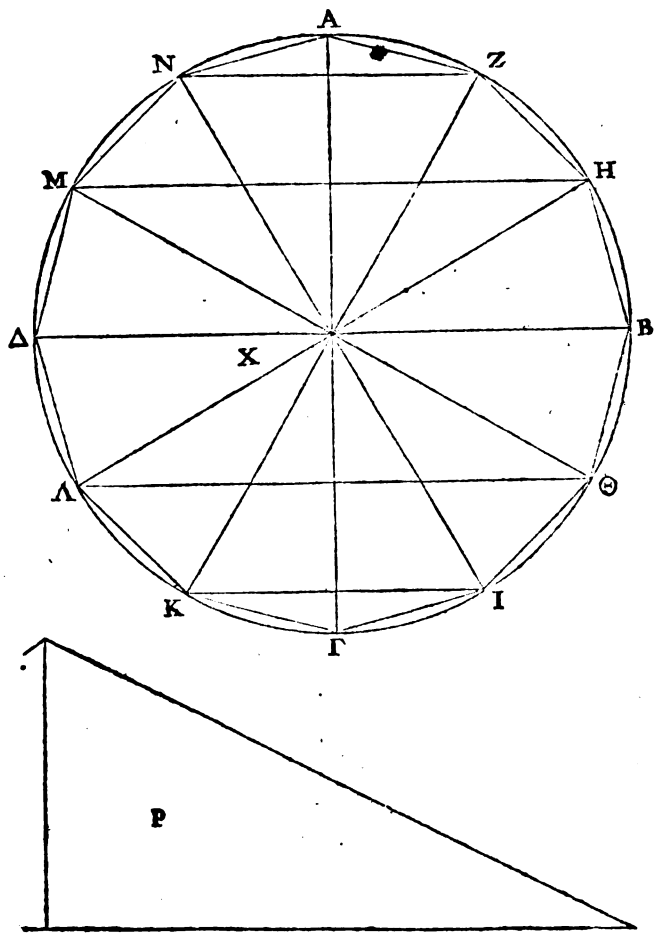
Ἔστω ἡ σφαῖρα ἧς ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον. Ἔστω δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ Ρ, βάσιν μὲν ἔχων [o] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τ῀ σχήματος τ῀ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τ῀ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τ῀ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Δεικτέον ὅτι ὁ κῶνος ὁ Ρ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

Ἀπὸ γὰρ τ῀ κύκλων ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΖΝ, ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ, κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν, κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέν-

ΘM æqualis ad circuli diametrum ΑΓ, ita ſe habere ΓΕ ad ΕΑ; ideo ſpatium, quod ſub recta iis omnibus, quas diximus, æquali, et ſub ΕΑ continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Ρ, ſpatio eſt æquale, quod continetur ſub ΑΓ, ΓΕ. Spatium autem, quod continetur ſub ΑΓ, ΓΕ, minus eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΑΓ. Igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli Ρ deſcribitur, minus eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΑΓ. Minor eſt igitur ea quæ ex centro circuli Ρ, quam ΑΓ; ideoque circuli Ρ diameter minor dupla diametri circuli ΑΒΓΔ. Igitur etiam duæ circuli ΑΒΓΔ diametri majores ſunt diametro circuli Ρ; quadratumque quod a diametro circuli ΑΒΓΔ, hoc eſt ΑΓ, quater deſcribitur, majus eſt quadrato, quod deſcribitur a diametro circuli Ρ. Ut autem quadratum, quod ab ΑΓ quater deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a diametro circuli Ρ ita ſe habent quatuor circuli ΑΒΓΔ ad circulum Ρ. Igitur quatuor circuli ΑΒΓΔ majores ſunt circulo Ρ. Circulus igitur Ρ minor eſt quadruplo maximi circuli. Demonſtratum autem eſt, circulum Ρ figuræ, quam diximus, ſuperficiei æqualem eſſe. Igitur figuræ, quam diximus, ſuperficies minor eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

PROP. XXVII. Theor.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur.



Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ, eademque alia, quæ in ſuperiore theoremate. Sit autem Ρ conus rectus, baſim quidem habens inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonſtrare conum Ρ figuræ ſphæræ inſcriptæ æqualem eſſe.

Deſcribantur a circulis, qui circa diametros ΖΝ, ΗΜ, ΘΛ, ΙΚ ſunt, coni verticem habentes ſphæræ centrum. Atque

[1] ἔ [k] καὶ ἐστὶ τῷ ὑπὸ [l] δὲ ex MS. [m] κῷ ἐστὶ [n] ὕψος δὲ κῷ τῇ [o] ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν

erit ſolidus rhombus compoſitus tum ex cono, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum Z N deſcribitur, vertex vero punctum A; tum ex cono, cujus quidem baſis idem eſt circulus, vertex vero punctum X. Qui quidem rhombus cono eſt æqualis, qui baſim quidem habeat coni N A Z ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad A Z normalis ducitur. Rurſus etiam reſiduum rhombi, quod coni ſuperficie, quæ inter parallela plana per Z N, H M acta interjicitur, conorumque Z N X, H M X ſuperficiebus comprehenditur, æquale eſt cono, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei æqualem, quæ interjicitur inter parallela plana per Z N, H M acta, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad Z H normalis ducitur. Hæc enim demonſtrata ſunt. Amplius vero etiam coni reſiduum, quod comprehenditur coni ſuperficie, quæ inter parallela plana per H M, B Δ acta interjicitur, et ſuperficie coni M H X, et adhuc circuli, qui circa diametrum B Δ deſcribitur, æquale eſt cono, qui baſim quidem habeat coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana per H M, B Δ acta interjicitur æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad B H normalis ducitur. Pariter et in altero hemiſphærio rhombus X K Γ I, conorumque reſidua tot tantiſque conis æqualia erunt, quot quantique ii ſunt quos ſupra diximus. Itaque conſtat totam figuram ſphæræ inſcriptam omnibus, quos diximus, conis æqualem eſſe. Hi autem coni æquales ſunt cono P; quoniam conus P altitudinem quidem habet unicuique conorum, quos diximus, altitudini æqualem, baſim vero æqualem omnibus eorumdem baſibus. Conſtat igitur inſcriptam ſphæræ figuram expoſito cono eſſe æqualem.

τρον. Ἔσαι δὴ ῥόμβος στερεὸς ἔκτε κώνε, ἧ βάσις μέν ἐσι ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν Z N, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον· καὶ τῆ κώνε ἧ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ X σημεῖον. Καὶ ἴσος ἐσὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μέν ἔχοντι τὴν ἐπιφανείαν τῆ N A Z, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆ X ἐπὶ τὴν A Z καθέτῳ ἠγμένῃ. Πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλελειμμένον τῆ ῥόμβε τὸ περιεχόμενον ὑπότε τῆς ἐπιφανείας τῆ κώνε τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς Z N, H M, καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων τῆ τε Z N X, καὶ τῆ H M X, ἴσον ἐσὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆ κώνε, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς Z N, H M, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆ X ἐπὶ τὴν Z H καθέτῳ ἠγμένῃ. Δεδεικται γὰ ταῦτα. Ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τῆ κώνε περιεχομένε ὑπότε τῆς ἐπιφανείας τῆ κώνε τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς H M, B Δ, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆ M H X κώνε, καὶ τῆ κύκλε τῆ περὶ διάμετρον τὴν B Δ, ἴσον ἔσαι κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆ κώνε τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς H M, B Δ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆ X ἐπὶ τὴν B H καθέτῳ ἠγμένῃ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ ὅτε ῥόμβος ὁ X K Γ I, καὶ τὰ περιλείμματα τῶν κώνων ἴσα ἔσαι τοσούτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις, ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν. Δῆλον δ' ὅτι καὶ ὅλον τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἴσον ἐσὶ πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. Οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶ τῷ P κώνῳ· ἐπειδὴ ὁ P κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἑκάσῳ ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων· βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς βάσεσιν αὐτῶν. Δῆλον δ', ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐσὶ τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

PROP. XXVIII. THEOR.

Figura ſphæræ inſcripta, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, minor eſt quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Qui enim conus inſcriptæ ſphæræ figuræ eſt æqualis, baſim quidem habens figuræ inſcriptæ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro circuli ad unum inſcripti polygoni latus normalis ducitur, hic ſit P. Sit autem conus Ξ baſim quidem habens circulo A B Γ Δ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro circuli A B Γ Δ.

Quoniam igitur conus P baſim quidem habet inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto X ad A Z normalis ducitur; demonſtratumque eſt inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe

ΠΡΟΤ. κή.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τ κωνικῶν, ἔλασσόν ἐσιν ἢ τετραπλάσιον τῆ κώνε, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίσῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τῆ κέντρε τῆς σφαίρας.

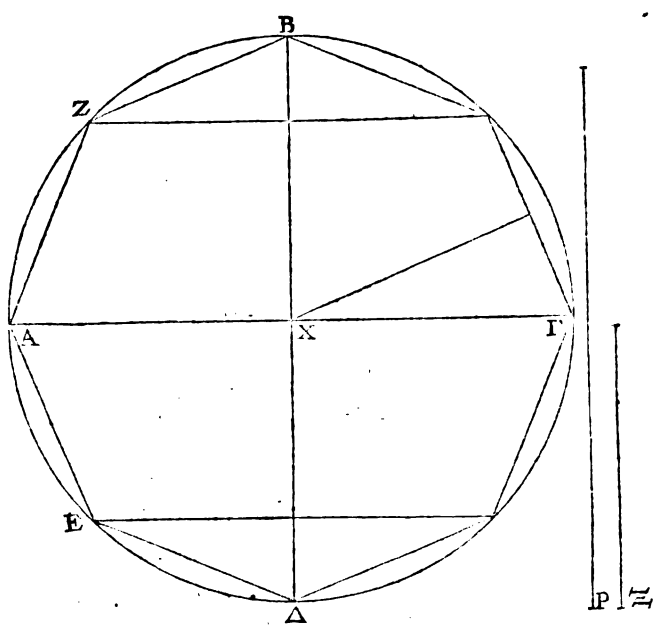
Ἔσω γὰρ ὁ γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένε σχήματος, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρε τοῦ κύκλε καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνε ὁ P. Ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔσω, βάσιν ἔχων ἴσην τῷ A B Γ Δ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τῆ κέντρε A B Γ Δ κύκλε.

Ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆ ἐγγεγραμμένε σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ [P] ἴσον τῇ ἀπὸ τῆ X καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν A Z, ἐδείχθη δὲ ἐπιφάνεια τῆ ἐγγεγραμμένε σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίσε

[P] In MS. ἴσοι deeſt.

Digitized by Google

κύκλε, ἐστὶν ἄρα ἡ τοῦ P κώνε βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνε. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ P ἔλασσον τοῦ ὕψες τοῦ Ξ κώνε. Ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψες, δῆλον ὡς καὶ αὐτὸς ὁ P κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνε. Ἀλλὰ καὶ ὁ P κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνε.



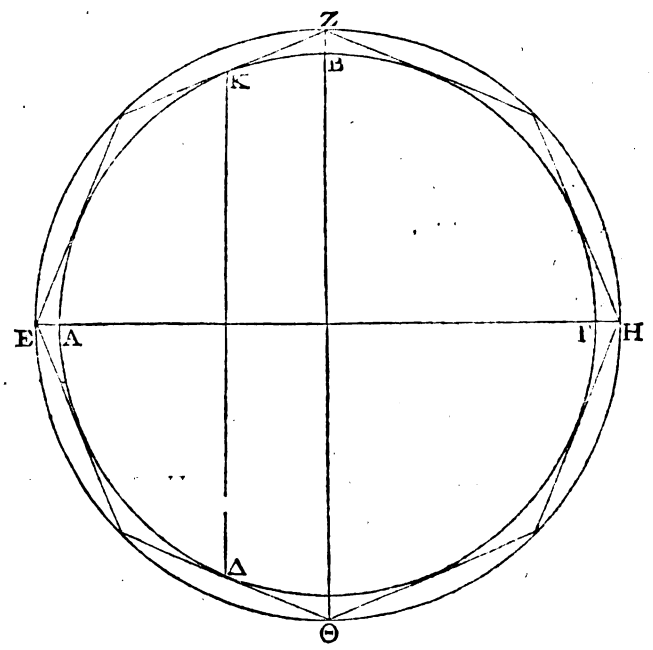
quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra; ideo baſis coni P minor eſt quadrupla baſis coni Ξ. Minor eſt autem et coni P altitudo coni Ξ altitudine. Quoniam igitur conus P baſim quidem habet minorem quadrupla baſis coni Ξ, altitudinem vero minorem altitudine; conſtat eumdem conum P quadruplo coni Ξ minorem eſſe. Eſt autem conus P inſcriptæ figuræ æqualis. Igitur inſcripta figura minor eſt quadrupla coni Ξ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθ'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, περὶ δὲ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσόγωνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον, κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ ΑΒΓΔ, μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τότε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. Δῆλον δὴ ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ ΑΒΓΔ κύκλε κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται· ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ΕΖΗΘ, κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται. Αἱ δὲ ἁφαὶ καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραὶ, γράφουσι κύκλες ὀρθοὺς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ. Αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνε χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η σημείοις, κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται, ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνε κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ[q] ἐπὶ *τοῦ πρώτε. Ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, περὶ μὲν

PROP. XXIX. Theor.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; circuloque ΑΒΓΔ circumſcribatur polygonum æquiangulum et æquilaterum; et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur. Circumſcriptum autem circulo polygonum circumſcriptus circulus comprehendat, cujus idem ſit centrum ac circuli ΑΒΓΔ; et manente ΕΗ, planum in quo polygonum ΕΖΗΘ, et circulus eſt, circumagatur. Conſtat igitur fore, ut circuli quidem ΑΒΓΔ circumferentia ſecundum ſphæræ ſuperficiem feratur; circumferentia vero circuli ΕΖΗΘ feratur ſecundum ſuperficiem alterius ſphæræ, cujus idem ſit ac minoris centrum. Porro contactus laterum polygoni circulos in minore ſphæra deſcribent ad circulum ΑΒΓΔ rectos. At polygoniam anguli, exceptis, qui ad puncta Ε, Η ſunt, ſecundum circumferentias circulorum ferentur, qui recti ad circulum ΕΖΗΘ in ſuperficie majoris ſphæræ deſcripti ſunt; latera vero ferentur ſecundum conicas ſuperficies, ut in priore theoremate. Quæ igitur figura ſub conicis ſuperficiebus comprehenditur, minori quidem ſphæræ circumſcripta erit, ma-



[q] ἐπὶ τοῦ πρώτε ex MS.

* Sive, τῷ πρὸ τούτε.

Digitized by Google

jori vero inſcripta. At vero circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ſphæræ ſuperficie majorem eſſe, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim KΔ circuli alicujus eorum, qui in minore ſphæra ſunt, diameter; et K, Δ puncta, in quibus duo circumſcripti polygoni latera circulum ΑΒΓΔ contingunt. Diviſa autem ſphæra acto per KΔ plano, rectoque ad circulum ΑΒΓΔ, dividetur utique ab eodem plano et circumſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficies. Ac manifeſtum eſt ejuſmodi ſuperficies eoſdem in plano terminos habere; utriuſque enim terminus eſt circumferentia circuli, qui rectus ad circulum ΑΒΓΔ circa diametrum KΔ deſcribitur; et utramque ad eaſdem partes cavam eſſe, alteramque ab altera, et a plano, quod eoſdem ac ipſa terminos habet, comprehendi. Minor eſt igitur, quæ comprehenditur ſegmenti ſphærici ſuperficies, circumſcriptæ eidem ſegmento figuræ ſuperficie. Pariter etiam reliqui ſegmenti ſphærici ſuperficies minor eſt ſuperficie figuræ eidem ſegmento circumſcriptæ. Conſtat igitur totam ſuperficiem ſphæræ circumſcriptæ eidem figuræ ſuperficie minorem eſſe.

PROP. XXX. THEOR.

Figuræ ſphæræ inſcriptæ ſuperficiei æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ ſunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur.

Quæ enim circumſcribitur figura minori ſphæræ, eadem majori inſcribitur. Demonſtratum autem eſt inſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficiem, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualem eſſe circulum, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, et parallelæ ſunt alicui earum, quæ duobus polygoni lateribus ſubjiciuntur. Conſtat igitur id, quod ſupra poſitum eſt.

PROP. XXXI. THEOR.

Circumſcriptæ ſphæræ figuræ ſuperficies major eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra.

Sit enim ſphæra, et circulus, eademque alia, quæ antea dicta ſunt. Circulus autem Λ æqualis ſit ſuperficiei propoſitæ figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ.

Quoniam igitur circulo EZHΘ inſcriptum eſt polygonum æquilaterum et pariangulum;

[r] *αἱ δύο πλευραὶ* in MS. deſunt. [s] *διηρημένης* ſic MS.

τῷ ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ὕτως δειχθήσεται. Ἔσω γὰρ ἡ ΚΔ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, τῶν Κ, Δ σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου [r] αἱ δύο πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. [s] Διηρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου κατὰ τὸν ΚΔ ὀρθὸν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. Καὶ φανερὸν ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια περὶ διάμετρον τὴν ΚΔ, ὀρθὸν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι. Καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. Ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτόν. Δῆλον ἄρα, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ'.

[t] Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, ὅσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν. Τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, δέδεικται ὅτι [u] τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπότε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, ὅσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινουσῶν. Δῆλον ἄρα ἐστὶ τὸ προειρημένον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα'.

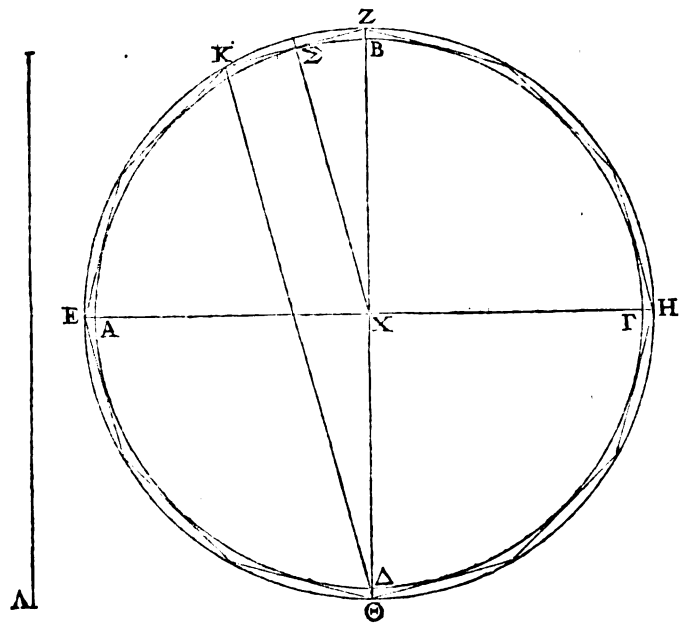
Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

Ἔσω γὰρ ἥτε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις. Καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

Ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ ΕΖΗΘ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται, καὶ ἀρτιογώνιον, αἱ ἐπιζευγνύουσαι

[t] Τῆς ἐπιφανείας [u] τῆς ἐπιφανείας ἴσος ὁ κύκλος ἐστὶν

τὰς δ̄ πολυγώνε γωνίας παράλληλοι ὄσαι τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ τ̄ αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΚΘ πρὸς ΚΖ. Ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπότε μιᾶς πλευρᾶς τ̄ πολυγώνε ᵂ καὶ τ̄ ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τ̄ πολυγώνε, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΖΘ, ΘΚ. Ὥστε ἡ ἐκ δ̄ κέντρε δ̄ Λ κύκλε ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΖΘ, ΘΚ. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ δ̄ κέντρε δ̄ Λ κύκλε τῆς ΘΚ. Ἡ δὲ ΘΚ ἴση ἐστὶ τῇ διαμετρῷ δ̄ ΑΒΓΔ κύκλε· διπλασία γάρ ἐστι τῆς ΧΣ, ὅσης ἐκ τ̄ κέντρε τ̄ ΑΒΓΔ κύκλε. Δῆλον ἄν ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τετράκις ἡ ἐπιφάνεια δ̄ περιγεγραμμένε σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, δ̄ μεγίστε κύκλε δ̄ ἐν τῇ σφαίρᾳ.



quæ rectæ diametro ΘZ parallelæ polygoni angulos jungunt, eamdem ad ΘZ rationem habent, quam ΚΘ ad ΚZ. Æquale est igitur ſpatium quod ſub uno polygoni latere continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ polygoni angulos jungunt, ſpatio, quod continetur ſub ΖΘ, ΘΚ. Quare ea, quæ ex centro circuli Λ poteſt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub ΖΘ, ΘΚ. Igitur ea, quæ ex centro circuli Λ major eſt quam ΘΚ. ΘΚ autem æqualis eſt diametro circuli ΑΒΓΔ; quippe quæ dupla eſt rectæ ΧΣ, quæ ex centro circuli ΑΒΓΔ ducitur. Conſtat igitur circulum Λ, hoc eſt figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem, majorem eſſe quadrupla circuli maximi omnium qui ſunt in ſphæra.

EUTOCIUS.

Ἡ δὲ ΚΘ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τ̄ ΑΒΓΔ κύκλε. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τ̄ Χ ἐπιζεύξωμεν δὴ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ ἐφάπτεται ἡ ΚΖ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, τυχόμενον τὸ Σ, ὁμοίως δὲ καὶ τὴν ΧΚ· ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΧΚ τῇ ΧΖ, εἰσὶ δὴ καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τὸ Σ· ἴση ἄρα ἡ ΚΣ τῇ ΣΖ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΖΧ τῇ ΧΘ ἴση. Παράλληλος ἄρα ἡ ΧΣ τῇ ΚΘ. Καὶ διὰ τοῦτο ἔσται ὡς ἡ ΘΖ πρὸς ΖΧ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΧΣ. Διπλὴ δὲ ἡ ΘΖ τῆς ΧΖ. Διπλὴ ἄρα καὶ ἡ ΚΘ τῆς ΧΣ ἐκ τ̄ κέντρε οὔσης τ̄ ΑΒΓΔ κύκλε.

ΘΚ autem æqualis eſt diametro ciculi ΑΒΓΔ. Si enim recta jungatur a puncto Χ ad id punctum, in quo ΚΖ circulum ΑΒΓΔ contingit, quod Σ eſſe intelligatur; jungaturque pariter recta ΧΚ: quoniam æqualis eſt ΧΚ ipſi ΧΖ, quique anguli ad punctum Σ ſunt, recti; ideo etiam ΚΣ ipſi ΣΖ eſt æqualis. At vero æqualis etiam eſt ΖΧ ipſi ΧΘ. Parallela igitur eſt ΧΣ ipſi ΚΘ. Propterea, ut ΘΖ ad ΖΧ, ita ſe habet ΚΘ ad ΧΣ. Dupla eſt autem ΘΖ ipſius ΧΖ. Dupla eſt igitur etiam ΚΘ ipſius ΧΣ; quæ quidem ex centro eſt circuli ΑΒΓΔ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ'.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ δ̄ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ δ̄ κέντρε τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, ἐγγέγραπται ˣ ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. Τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν, δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ δ̄ σχήματος, ʸ ὕψος ἢ ἴσον τῇ ἀπὸ δ̄ κέντρε τ̄ σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τ̄ πολυγώνε καθέτῳ ἠγμένῃ. Αὕτη δέ ἐστιν ἴση τῇ ἐκ τ̄ κέντρε τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. Δῆλον ἄν ἐστι τὸ προτεθέν.

PROP. XXXII. Theor.

Figuræ minori ſphæræ circumſcriptæ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quæ enim circumſcribitur figura minori ſphæræ, eadem majori inſcribitur. Demonſtratum autem eſt inſcriptæ figuræ, quæ conicis ſuperficiebus comprehenditur, æqualem eſſe conum, qui baſim quidem habeat circulum figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a ſphæræ centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Atque hæc quidem æqualis eſt ei, quæ ex centro minoris ſphæræ. Conſtat igitur id, quod ſupra poſitum eſt.

ᵂ καὶ ταῖς πάσαις ˣ αὕτη ʸ ὕψος δὲ τῇ

Digitized by Google

PROP. XXXIII. THEOR.

Ex hoc autem manifeſtum eſt, figuram minori ſphæræ circumſcriptam majorem eſſe quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quoniam enim figuræ æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat ejuſdem ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ a centro ſphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur, hoc eſt ei, quæ e minoris ſphæræ centro; ſuperficies autem figuræ ſphæræ circumſcriptæ major eſt quadrupla circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra. Ideo figura ſphæræ circumſcripta major erit quadrupla coni, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Nam et qui ipſi æqualis eſt conus, major eſt quadruplo ejus, quem diximus, coni; cum et baſim habeat majorem quadrupla, et æqualem altitudinem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου, οὗ βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἅπτὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τυτέστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας· ἔστι δὲ ἡ ἐπιφάνεια οὗ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία οὗ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Μείζων ἄρα ἢ τετραπλάσιον ἔσται τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν οὗ κώνου, βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐπειδὴ καὶ [z] ὁ κῶνος ἴσος αὐτῷ, μείζων ἢ τετραπλάσιος γίνεται τοῦ εἰρημένου. Βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ τετραπλασίαν ἔχει, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XXXIV. THEOR.

Si ſphæræ figura inſcripta ſit, itemque alia circumſcripta, circumactis polygonis iis, quæ ſupra conſtructa ſunt, ſimilibus; circumſcriptæ figuræ ſuperficies ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habet ejus duplam, quam habet latus circumſcripti maximo circulo polygoni ad latus polygoni eidem circulo inſcripti: ipſa autem figura circumſcripta ad inſcriptam rationem habet ejuſdem rationis triplam.

Sit in ſphæra maximus circulus ΑΒΓΔ; eique inſcribatur polygonum æquilaterum, et ipſius laterum multitudinem quaternarius metiatur; circumſcribatur item circulo polygonum aliud inſcripto ſimile, circumſcriptique polygoni latera circulum contingant in punctis circumferentiarum mediis, quæ ab inſcripti polygoni lateribus ſecantur. Sint autem ΕΗ, ΘΖ ejus circuli, qui circumſcriptum polygonum comprehendit, diametri ad angulos inter ſe invicem rectos ſimilique modo poſitæ ac diametri ΑΓ, ΒΔ: atque intelligantur junctæ eſſe ad oppoſitos polygoni angulos rectæ lineæ, quæ quidem ſibi invicem rectiſque ΒΖ, ΘΔ parallelæ erunt. Itaque, manente diametro ΕΗ, actiſque in orbem polygonorum ambitibus, circumſcribetur ſphæræ figura, aliaque item inſcribetur. Oportet igitur demonſtrare, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΛ ad ΑΚ: ipſam autem figuram circumſcriptam ad inſcriptam habere rationem ejuſdem rationis triplam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων, τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένοις, ἡ ἐπιφάνεια οὗ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ οὗ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα [a] τὸ ἐγγεγραμμένον, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον, ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. Αἱ δὲ ΕΗ, ΖΘ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλοις οὗ κύκλου περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς ΑΓ, ΒΔ διαμέτροις· καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἱ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΒΖ, ΘΔ παράλληλοι. Μενούσης δὴ τῆς ΕΗ διαμέτρου, καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὸν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, τὸ μὲν περιγεγραμμένον σχῆμα ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον. Δεικτέον ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ· τὸ δὲ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

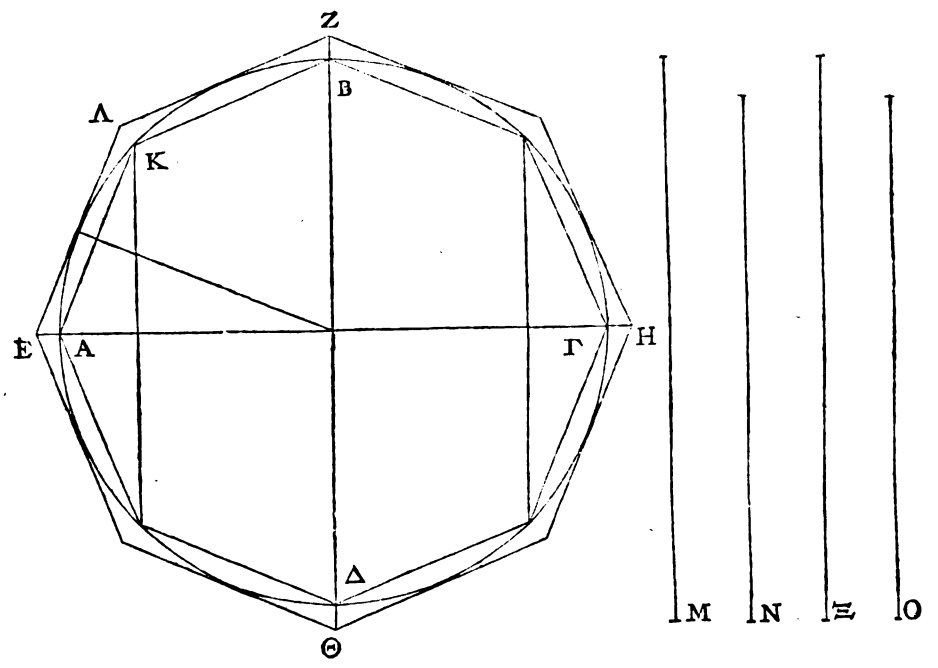
[z] ὁ κῶνος ὁ ἴσος

[a] τὸ ἐγγεγραμμένον, in MS. deſunt.

Digitized by Google

Ἔστω γὰρ ὁ μὲν Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν· ὁ δὲ Ν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου. Δυνατὴ ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν Μ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΛ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἁπτομέναις τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, τὸ ὑπὸ τὰς ΑΚ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις [b] τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας, καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων. Ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν [c] πρὸς ἄλληλα ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. Ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Μ, Ν κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. Ὥστε καὶ αἱ τοῦ Μ, Ν διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσι τῶν διαμέτρων· οἵτινες ἴσοι εἰσὶ ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου, καὶ ἐγγεγραμμένου. Δῆλον ἄν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

Εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Μ, ὁ δὲ Ο βάσιν ἔχων τὸν κύκλον ἴσον τῷ Ν· ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ Ο τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ΑΚ καθετὸν ἠγμένην. Ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ο τῷ ἐγγεγραμμένῳ. Δέδεικται γὰρ ταῦτα. Καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ, ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ΑΚ καθετὸν ἀγομένην.



Sit enim circulus quidem M figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiei æqualis; circulus autem N æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Itaque ea, quæ ex centro circuli M, poteſt ſpatium, quod ſub ΕΛ continetur, rectaque iis omnibus æquali, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt: et ea, quæ ex centro circuli N, illud poteſt, quod continetur ſub ΑΚ, æqualique recta iis omnibus, quæ angulos jungunt polygoni inſcripti. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, ſimilia utique erunt et ſpatia, quæ ſub rectis, quas diximus, hoc eſt iis, quæ polygonorum angulos jungunt, et ſub eorumdem lateribus continentur. Quare eamdem inter ſe invicem rationem habent, quam polygonorum latera poteſtate. Quam autem habent rationem ſpatia, quæ ſub iis, quas diximus, rectis continentur, hanc habent poteſtate inter ſe invicem eæ, quæ ex circulorum M, N centris. Habent igitur etiam circulorum M, N diametri inter ſe invicem eamdem rationem, quam polygonorum latera. Circuli autem inter ſe invicem rationem habent ejus duplam, quam habent diametri: æqualeſque ſunt ſuperficiebus figurarum tum circumſcriptæ tum inſcriptæ. Conſtat igitur, figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficiem ad ſuperficiem inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet ΕΛ ad ΑΚ.

Sumantur modo duo coni Ο, Ξ. Et conus quidem Ξ baſim habeat circulum circulo M æqualem; conus vero Ο baſim habeat circulum æqualem circulo N: at vero altitudinem habeat conus Ξ eam, quæ ex ſphæræ centro; et conus Ο rectam, quæ a centro ejuſdem ad ΑΚ normalis ducitur. Æqualis eſt igitur conus quidem Ξ figuræ ſphæræ circumſcriptæ; conus vero Ο inſcriptæ. Hæc enim demonſtrata ſunt. Et quoniam polygona ſimilia ſunt, eamdem habet rationem ΕΛ ad ΑΚ, quam ea, quæ ex centro ſphæræ ad eam, quæ a centro ſphæræ ad

[b] τῷ πολυγώνῳ τῷ ἐγγεγραμμένῳ in MS. deſunt. [c] πρὸς ἀλλήλας

Digitized by Google

AK normalis ducitur. Eamdem igitur rationem habet altitudo coni Ξ ad coni O altitudinem, quam EΛ ad AK. Habet autem etiam diameter circuli M ad circuli N diametrum eamdem rationem quam EΛ ad AK. Conorum igitur Ξ, O diametri, quæ in baſibus ſunt diametri eamdem habent rationem, quam altitudines. Igitur coni ſunt ſimiles: ac propterea conus Ξ ad conum O rationem habet ejus triplam, quam diameter circuli M habet ad diametrum circuli N. Conſtat igitur, etiam figuram circumſcriptam ad inſcriptam rationem habere ejus triplam, quam habet EΛ ad AK.

Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου, ὃν ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. Τῶν ἄρα Ξ, Ο κώνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον. Ὅμοιοι ἄρα εἰσίν· καὶ διὰ αὐτὸ τριπλασίονα λόγον ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον, ἤπερ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου. Δῆλον ὅν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

EUTOCIUS.

Habet autem etiam diameter circuli M ad diametrum circuli N eamdem rationem, quam EΛ ad AK. Si enim jungantur HΛ, et ΓK; cum anguli, qui ad puncta ſunt K et Λ, ſint recti, et AK ipſi ΛE parallela; æquiangulum utique eſt triangulum HΛE triangulo ΓKA. Propterea, ut HΛ ad ΛE, ita ſe habet ΓK ad KA. Sed ut HΛ quidem ad ΛE, ita ſe habent rectæ omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli, qui circumſcripto polygono circumſcriptus eſt; ut vero ΓK ad KA, ita rectæ omnes, quæ inſcripti polygoni angulos jungunt, ad diametrum circuli ABΓΔ. Ut igitur rectæ omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt ad diametrum circuli, qui eidem polygono circumſcriptus eſt, ita ſe habent rectæ omnes, quæ inſcripti polygoni angulos jungant, ad diametrum circuli ABΓΔ. Ut autem diameter ad latus, ita ſe habet diameter ad latus; quoniam et ut HE ad EΛ, ita ΓA ad AK. Igitur etiam ex æquo, ut rectæ, quæ jungunt, omnes ad EΛ, ita ſe habent rectæ, quæ jungunt, omnes ad AK. Sed ut illæ quidem omnes ad latus EΛ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub omnibus, et ſub EΛ continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli M, ad quadratum, quod ab EΛ deſcribitur, ſumpta EΛ pro communi altitudine: ut vero hæ omnes ad AK, ita ſe habet ſpatium, quod ſub omnibus, et ſub AK continetur; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadratum, quod ab AK deſcribitur, AK pariter pro communi altitudine ſumpta. Ut igitur quadratum, quod ab ea, quæ ex centro circuli M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab EΛ, ita ſe habet quadratum quod ab ea quæ ex centro circuli N deſcribitur ad quadratum quod deſcribitur ab AK. Igitur etiam ut ea, quæ ex centro circuli M ad EΛ, ita ſe habet ea quæ ex centro circuli N, ad AK. Et permutando, ut ea, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N, ita EΛ ad AK. Denique, ſumptis præcedentium duplis, ut diameter circuli M ad circuli N diametrum, ita EΛ ad AK.

Ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΗΛ, ΓΚ, [d] ὀρθῶν γωνιῶν τῶν πρὸς τοῖς Κ, Λ, καὶ παραλλήλου τῆς ΑΚ τῇ ΛΕ· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΛΕ τρίγωνον [e] τῷ ΓΚΑ τριγώνῳ. Καὶ διὰ τοῦτο ὅζιν ὡς ἡ ΗΛ πρὸς ΛΕ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΚΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΗΛ πρὸς ΛΕ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἁπτόμεναι τῶν περιγεγραμμένης γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ περὶ τὸ περιγεγραμμένον κύκλου διάμετρον· ὡς δὲ ἡ ΓΚ πρὸς ΚΑ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τῆς ἐγγεγραμμένης γωνίας πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς ἄρα πᾶσαι αἱ ἁπτόμεναι τὰς τῆς περιγεγραμμένης γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου διάμετρον, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τῆς ἐγγεγραμμένης γωνίας, πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετρον. Ὡς δὲ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν, οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν· ἐπεὶ καὶ ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΛ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΚ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν ΕΛ, οὕτως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι πρὸς τὴν ΑΚ. Ἀλλ' ὡς πᾶσαι πρὸς τὴν πλευρὰν τὴν ΕΛ, οὕτως τὸ ὑπὸ παντῶν καὶ τῆς ΕΛ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΛ, τῆς ΕΛ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· ὡς δὲ πᾶσαι πρὸς τὴν ΑΚ, οὕτως τὸ ὑπὸ παντῶν καὶ τῆς ΑΚ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΚ· κοινοῦ ὕψους πάλιν λαμβανομένης τῆς ΑΚ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν, πρὸς τὸ [f] ἀπὸ ΑΚ. Καὶ ὡς ἄρα αὐτὴ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ πρὸς τὴν ΕΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν πρὸς τὴν ΑΚ. Ἐναλλὰξ [g] ἄρα ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ, πρὸς τὴν ἐκ κέντρου τοῦ Ν, οὕτως ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ Μ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν, ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

PROP. XXXV. THEOR.

Cujuſlibet ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa.

Sit enim ſphæra aliqua, et circulus A maximi circuli quadruplus. Dico, circulum A ſphæræ ſuperficiei æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo ſphæræ ſuperficies major circulo. Duæ autem ſunt magnitudines inæquales, ſuper-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λε'.

Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασιά ἐστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

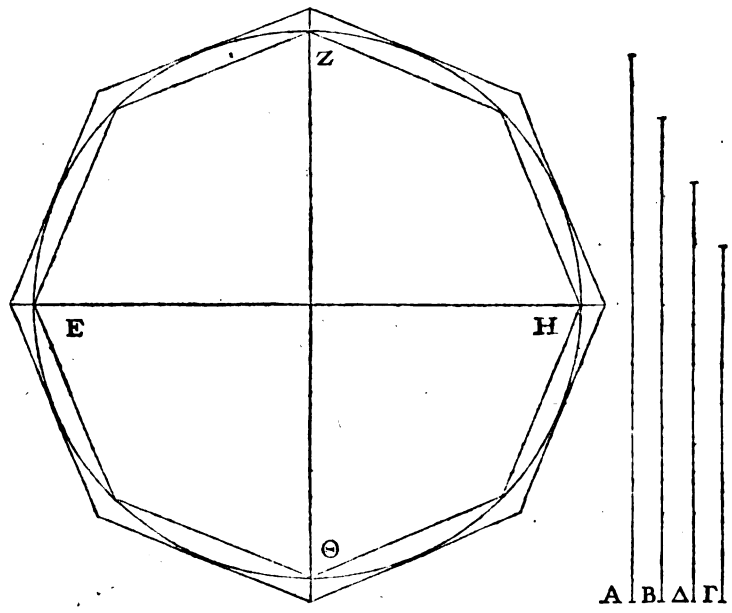
[h] Ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, ἧς ἔστω τετραπλάσιος Σ μεγίστου κύκλου ὁ Α. Λέγω ὅτι ὁ Α ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶ, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. [i] Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἤτε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας, καὶ ὁ

[d] ὀρθω - - - - γινομένων [e] τῷ ΓΚΑ τριγώνῳ in MS. deſunt. [f] In MS. ἀπὸ deeſt. [g] In MS. ἄρα deeſt.
[h] Ὡς γὰρ [i] Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἤτε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας in MS. deſunt.

Digitized by Google

Α κύκλος. Δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα, λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. Εἰλήφθωσαν αἱ Β, Γ, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. Νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· νοείσθω δὴ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ, καὶ τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ. Καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶ ἐλάσσων. Καὶ τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ, διπλάσιός ἐστι ὁ τῆς Β πρὸς τὴν Γ· τῆς δὲ πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου, διπλάσιος ὁ τῆς ἐπιφανείας περιγεγραμμένου στερεοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, πρὸς τὴν [l] ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Α κύκλον. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστί. Δέδεικται δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἡ τετραπλάσια· τοῦ δὲ μεγίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστιν ὁ Α κύκλος. Οὐκ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου. Λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. Εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω· καὶ ὁμοίως εὑρήθησαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ τὴν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ. Καὶ ἐγγεγράφθω καὶ περιγεγράφθω πάλιν πολύγωνον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς Β πρὸς Δ. Καὶ τὰ διπλάσια ἄρα. Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας. Ὅπερ ἄτοπον. Ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγεγραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου· ἡ δὲ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. [m] Οὐκ



ficies ſphæræ, et circulus A. Fieri igitur poteſt, ut inæquales duæ rectæ ſumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat minorem, quam ſphæræ ſuperficies ad circulum. Sumantur B, Γ; mediaque inter B, Γ proportionalis ſit Δ. Intelligatur autem ſphæra ſecta eſſe plano per centrum acto ſecundum circulum ΕΖΗΘ; circuloque polygonum inſcriptum, circumſcriptumque eſſe, ita ut circumſcriptum inſcripto ſimile ſit, et circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam B ad Δ. Igitur dupla etiam ratio dupla ratione eſt minor. Ac rationis quidem ipſius B ad Δ dupla eſt ratio ipſius B ad Γ; rationis vero lateris circumſcripti polygoni ad latus inſcripti dupla ratio ſuperficiei circumſcripti ſolidi ad ſuperficiem inſcripti. Igitur figuræ ſphæræ circumſcriptæ ſuperficies, ad ſuperficiem inſcriptæ minorem rationem habet, quam ſphæræ ſuperficies ad circulum A. Quod eſt abſurdum. Superficies enim figuræ ſphæræ circumſcriptæ major eſt ſphæræ ſuperficie; ſuperficies vero inſcriptæ minor eſt circulo A. Demonſtratum enim eſt, inſcriptæ figuræ ſuperficiem minorem eſſe quadruplam circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra: circulus autem A maximi circuli eſt quadruplus. Non eſt igitur major ſphæræ ſuperficies circulo A. Dico autem, neque minorem eſſe. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor: pariterque rectæ inveniantur B, Γ ita ut B ad Γ rationem habeat minorem, quam circulus A ad ſphæræ ſuperficiem; mediaque inter B, Γ proportionalis ſit Δ. Rurſus autem inſcribatur, et circumſcribatur polygonum, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam B ad Δ. Igitur dupla etiam harum rationum alterum alterius minora ſunt. Circumſcriptæ igitur polygonæ ſuperficies ad ſuperficiem inſcriptæ minorem rationem habet, quam circulus A ad ſphæræ ſuperficiem. Quod eſt abſurdum. Superficies enim figuræ circumſcriptæ major eſt circulo A; ſuperficies vero inſcriptæ minor ſphæræ ſuperficie. Neque igi-

[k] τοῦ περιγεγραμμένου

[l] In MS ἐπιφάνεια deeſt.

[m] Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας in MS. deſunt.

Digitized by Google

tur minor eſt ſphæræ ſuperficies circulo A. Demonſtratum autem eſt neque majorem eſſe. Æqualis eſt igitur ſphæræ ſuperficies circulo A, hoc eſt quadruplo maximi circuli.

PROP. XXXVI. THEOR.

Quælibet ſphæra coni eſt quadrupla, baſim quidem habentis circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

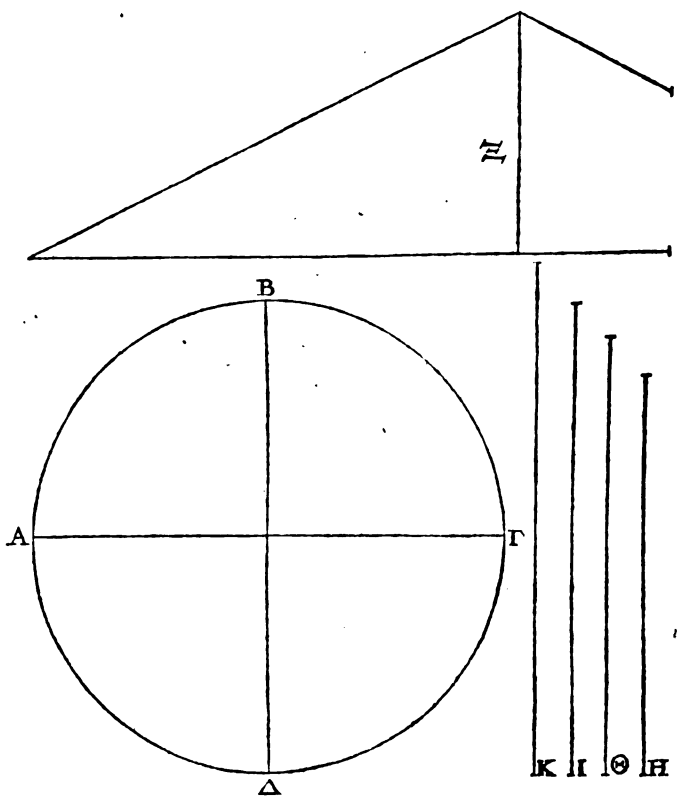
Sit enim ſphæra aliqua, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ. Si igitur ſphæra quadrupla non eſt ejus, quem diximus, coni, ſit ea, ſi fieri poteſt, major quadrupla. Sit autem conus Ξ baſim quidem habens quadruplam circuli ΑΒΓΔ, altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro ſphæræ. Major eſt igitur ſphæra cono Ξ. Duæ autem erunt magnitudines inæquales ſphæra, et conus. Fieri igitur poteſt, ut inæquales duæ rectæ ſumantur, ita ut major ad minorem rationem habeat, quam ſphæra ad conum Ξ. Hæ ſint, Κ, Η. Sumptæque aliæ item duæ, ita ut Κ æque excedat Ι, atque Ι excedit Θ, et Θ excedit Η. Intelligatur autem inſcriptum eſſe circulo ΑΒΓΔ polygonum, cujus laterum multitudinem quaternarius metiatur, itemque aliud circumſcriptum ſimile inſcripto, ut in ſuperioribus theorematibus; et circumſcripti polygoni latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Κ ad Ι. Ac ſint ΑΓ, ΒΔ diametri inter ſe invicem ad angulos rectos. Si igitur, manente diametro ΑΓ, planum, in quo polygona ſunt, circumagatur, inſcribetur ſphæræ figura, aliaque item circumſcribetur: et circumſcripta ad inſcriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ΑΒΓΔ circumſcripti ad latus inſcripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam Κ ad Ι. Habet igitur circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet Κ ad Ι. At vero etiam Κ ad Η rationem habet tripla ejus majorem quam habet Κ ad Ι. Hoc enim ex lemmatibus manifeſtum eſt. Multo igitur magis circumſcripta figura

ἄρα ὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τ̃ σφαίρας τ̃ Α κύκλου. Ἐδείχθη δὲ, ὅτι ὐδὲ μείζων. Ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τ̃ης σφαίρας ἴση ἐστὶ τ̣ῷ Α κύκλῳ, τουτέστι τ̣ῷ τετραπλασίῳ τ̃ μεγίστου κύκλου.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λς'.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλάσιά ἐστι κώνυ, βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσιν τ̣ῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τ̃ῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τ̃ κέντρου τ̃ης σφαίρας.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα τις, καὶ ἐν αὐτ̃ῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. Εἰ ὖν μή ἐστιν ἡ σφαίρα τετραπλάσια τοῦ εἰρημένυ κώνυ, ἔστω, εἰ δυνατὸν, μείζων ἢ τετραπλάσια. Ἔστω δὴ ὁ Ξ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετραπλάσιαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλυ, ὕψος δὲ ἴσον τ̃ῇ ἐκ τ̃ κέντρυ τ̃ης σφαίρας. Μείζων ἄρ' ἐστὶν ἡ σφαῖρα τ̃ Ξ κώνυ. Ἔστω δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτε σφαῖρα καὶ ὁ κῶνος. Δυνατὸν ἄρ' ἐστὶ δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσυς, ὥστ' ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἢ ἐλάσσονα, ἤπερ[a] ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. Ἔστωσαν ἄρα αἱ Κ, Η. Αἱ δὴ Ι, Θ εἰλήφθωσαν, ὥστε τ̣ῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν Κ τ̃ Ι, καὶ τὴν Ι τ̃ Θ, καὶ τὴν Θ τ̃ Η. Νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, ὃ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τ̣ῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον· ἡ δὲ τ̃ περιγεγραμμένυ πολυγώνυ πλευρὰ πρὸς τὴν τ̃ ἐγγεγραμμένυ, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τ̃ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. Καὶ ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. Εἰ ὖν μενούσης τ̃ης ΑΓ διαμέτρυ, περιενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσται τὸ σχῆμα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τ̃ῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον· καὶ ἔξει τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τ̃ περιγεγραμμένυ πρὸς τὴν τ̃ ἐγγεγραμμένυ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. Ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλασίονα τοῦ Κ πρὸς Ι. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Κ πρὸς Η μείζονα λόγον, ἢ τριπλάσιον ἤπερ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. Τ̃το γὰρ φανερὸν διὰ λημμάτων. Πολ-



[a] In MS. ἐλάσσονα deeſt.

Digitized by Google

λῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸ Ξ κῶνον· οὐ ἐναλλάξ. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ γὰρ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον μεῖζόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον ἔλασσον τοῦ Ξ κώνου· διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος τετραπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσον τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ εἰρημένου κώνου, ἢ τετραπλάσιον. Οὐκ ἄρα μείζων ἢ τετραπλάσια ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. Ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἢ τετραπλάσια· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. Εἰλήφθωσαν δὴ αἱ Κ, Η εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Κ μείζονα εἶναι τῆς Η, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν, τοῦ ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Καὶ αἱ Θ, Ι ἐκκείσθωσαν καθὼς πρότερον, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον νοείσθω πολύγωνον ἐγγεγραμμένον, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι· καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευασμένα τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον. Ἕξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι. Ἕξει ἄρα καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ [o] πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. Ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ Κ πρὸς τὴν Η. Ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. Ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἔλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μεῖζον τοῦ Ξ κώνου. Οὐκ ἄρα οὐδὲ ἔλασσόν ἐστιν ἡ τετραπλάσια ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου, οὗ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσον τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἐδείχθη δὲ οὔτι οὐδὲ μείζων. Τετραπλάσια ἄρα.

ad inſcriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem; quam ſphæra ad conum Ξ: et permutando. Quod fieri non poteſt. Circumſcripta enim figura major eſt ſphæra; inſcripta autem minor cono Ξ; eo quod conus quidem Ξ quadruplus eſt coni, qui baſim habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ; figura vero inſcripta minor eſt quadrupla ejus, quem diximus, coni. Non eſt igitur ſphæra minor quadrupla coni ejus, quem diximus. Sit minor, ſi fieri poteſt, quadrupla: et ſphæra quidem minor eſt cono Ξ. Sumantur autem rectæ K, H, ita ut K major ſit quam H, et minorem ad ipſam rationem habeat, quam conus Ξ ad ſphæram. Exponantur item, ut ſupra, Θ, I; circuloque ΑΒΓΔ intelligatur polygonum inſcriptum, itemque aliud circumſcriptum eſſe, ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat quam K ad I: aliaque demum eodem, quo ſupra modo conſtructa ſint. Igitur circumſcripta figura ſolida ad inſcriptam rationem habebit ejus triplam, quam habet latus polygoni circulo ΑΒΓΔ circumſcripti ad latus inſcripti. Habet autem latus ad latus minorem rationem, quam K ad I. Habebit igitur circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem ejus tripla, quam habet K ad I. At vero etiam K ad H majorem rationem habet tripla ejus quam habet K ad I. Igitur circumſcripta figura ad inſcriptam minorem rationem habet, quam K ad H. K autem ad H minorem habet rationem, quam conus Ξ ad ſphæram. Quod fieri non poteſt. Inſcripta enim figura minor eſt ſphæra; circumſcripta vero major cono Ξ. Neque igitur minor eſt ſphæra quadrupla coni, qui baſim quidem habeat circulo ΑΒΓΔ æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Demonſtratum autem eſt, neque majorem eſſe. Eſt igitur quadrupla.

EUTOCIUS.

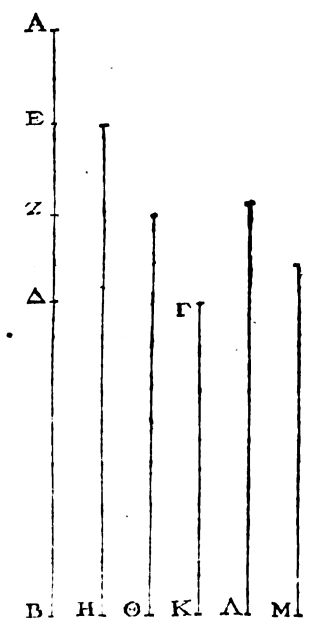
Αἱ δὲ Ι, Θ εἰλήμμέναι, ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν, τὴν Κ τῆς Ι, καὶ τὴν Ι τῆς Θ, καὶ τὴν Θ τῆς Η. Τὸ προκείμενόν ἐστι, δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν ἀριθμητικῇ ἀναλογίᾳ, ὃ ταυτόν ἐστι τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν. [p] Ποιεῖτε δὲ τοῦτο οὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΚ ἄνισοι· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσης τῇ ΓΚ, τῆς ΒΔ, ἡ λοιπὴ ἡ ΑΔ τετμήσθω τριχὰ

Sumptæque aliæ item duæ Ι, Θ; ita ut K æque excedat I, atque I excedit Θ, et Θ excedit H. Nimirum hoc propoſitum eſt: Datis duabus rectis, duas proportionales medias ſecundum arithmeticam proportionem invenire; hoc eſt hujuſmodi, quod eodem recidit, ut æqualiter ſe invicem excedant. Id autem hoc plane modo conficitur. Sint datæ duæ rectæ, eademque inæquales ΑΒ, ΓΚ: ablataque ab ΑΒ ipſi ΓΚ æquali ΒΔ,

[o] πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ in MS, deſunt. [p] Ποιεῖται

Digitized by Google

quæ reliqua eſt A Δ in tres æquas partes ſecetur in punctis E, Z: ponantur æquales alteri quidem E B, H; alteri vero B Z, Θ. Atque hæ duæ H, Θ propoſitum conficient. Dico porro A B ad Γ K rationem habere majorem ejus tripla, quam habet eadem A B ad H. Ut enim A B ad H, ita fiat H ad aliam quamdam Λ. Et quoniam qua ſui parte A B excedit H, hac ſui parte etiam H excedit Λ: et pars ipſius A B major eſt eadem ipſius H parte; ideo majore A B excedit H, quam H excedat Λ. Qua vero parte A B excedit H, eadem H excedit Θ. Igitur majore H excedit Θ, quam H excedat Λ: ideoque Λ major eſt quam Θ. Quod ſi rurſus ut H ad Λ, ita fiat Λ ad M; multo magis hæc major erit quam Γ K. Et quoniam quatuor rectæ A B, H, Λ, M continuo proportionales ſunt; A B ad M rationem habet ejus triplam, quam habet A B ad H. Quare A B ad Γ K rationem habet majorem ejus tripla, quam habet eadem A B ad H.



κατὰ τὰ E, Z· καὶ τῇ μὲν E B ἴση κείσθω ἡ H, τῇ δὲ B Z ἴση ἡ Θ. Ἔσονται δὴ αἱ H, Θ ποιῦσαι τὸ προκείμενον. Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ A B πρὸς τὴν Γ K μείζονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει, τὸν ὃν ἔχει ἡ A B πρὸς τὴν H. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ A B πρὸς τὴν H, οὕτως ἡ H πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν Λ. Καὶ ἐπεὶ ᾧ μέρει ἐστὶν ἡ A B ὑπερέχει τῆς H, τούτῳ καὶ ἡ H ἐστὶν ὑπερέχει τῆς Λ· τὸ δὲ αὐτὸ μέρος τῆς A B μεῖζόν ἐστι τοῦ μέρους τῆς H· μείζονι ἄρα ὑπερέχει ἡ A B τῆς H, [q] ἤπερ ἡ H τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ A B τῆς H, καὶ ἡ H τῆς Θ. Μείζονι ἄρα ὑπερέχει ἡ H τῆς Θ, ἤπερ ἡ H τῆς Λ· ὥστε μείζων ἡ Λ, τῆς Θ. Ἐὰν δὴ πάλιν ποιήσωμεν ὡς τὴν H πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὴν Λ πρὸς M, πολλῷ μείζων ἔσται τῆς Γ K. Καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι αἱ A B, H, Λ, M, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ἡ A B πρὸς τὴν M, τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ A B πρὸς H. Ὥστε ἡ A B πρὸς τὴν Γ K μείζονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν H.

PROP. XXXVII. THEOR.

Hiſce vero demonſtratis, manifeſtum eſt, quemlibet cylindrum, qui baſim quidem habeat circulo maximo omnium, qui ſunt in ſphæra, æqualem, altitudinem vero æqualem ſphæræ diametro, ſeſquialterum eſſe ſphæræ: ipſius autem ſuperficiem, una cum baſibus, ſphæræ ſuperficiei eſſe ſeſquialteram.

Nam cylindrus quidem, quem diximus, ſexcuplex eſt coni, qui eamdem ac ipſe baſim habeat, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro: ſphæra autem demonſtrata eſt ejuſdem coni eſſe quadrupla. Conſtat igitur cylindrum ſeſquialterum eſſe ſphæræ. Rurſus, quoniam demonſtratum eſt, cylindri ſuperficiem, exceptis baſibus, circulo æqualem eſſe, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter latus cylindri, et baſis diametrum: cylindri autem, quem diximus, ſphæræ circumſcripti latus æquale eſt diametro baſis; conſtat utique mediam illam proportionalem baſis diametro æqualem eſſe. Circulus autem, qui habeat eam, quæ ex centro, baſis diametro æqualem, quadruplus eſt ipſius baſis, hoc eſt circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra. Igitur cylindri ſuperficies, exceptis baſibus, erit circuli maximi quadrupla. Tota igitur cylindri ſuperficies, una cum baſibus, ſexcuplex erit maximi circuli. Eſt autem ſphæræ ſuperficies quadrupla maximi circuli. Igitur tota cylindri ſuperficies ſphæræ ſuperficiei eſt ſeſquialtera.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων, φανερὸν ὅτι πᾶς κύλινδρος, βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός [r] ἐστι τῆς σφαίρας· [s] καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου, τὴν μὲν βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλάσια οὖσα. Δῆλον οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. Πάλιν, ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως· τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου περὶ τὴν σφαῖραν, ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, δῆλον ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον, ἴση γίνεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως. Ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως, τετραπλάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου, χωρὶς τῶν βάσεων, τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλάσια ἔσται τοῦ μεγίστου κύκλου. Ἔστι δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου. Ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡμιόλιά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

PROP. XXXVIII. THEOR.

Figuræ ſphæræ ſegmento inſcriptæ ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro,

ΠΡΟΤ. κή'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ

[q] ἤπερ ἡ H τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ A B τῆς H in MS. desunt. [r] ὅτι [s] καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμίολια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ex MS.

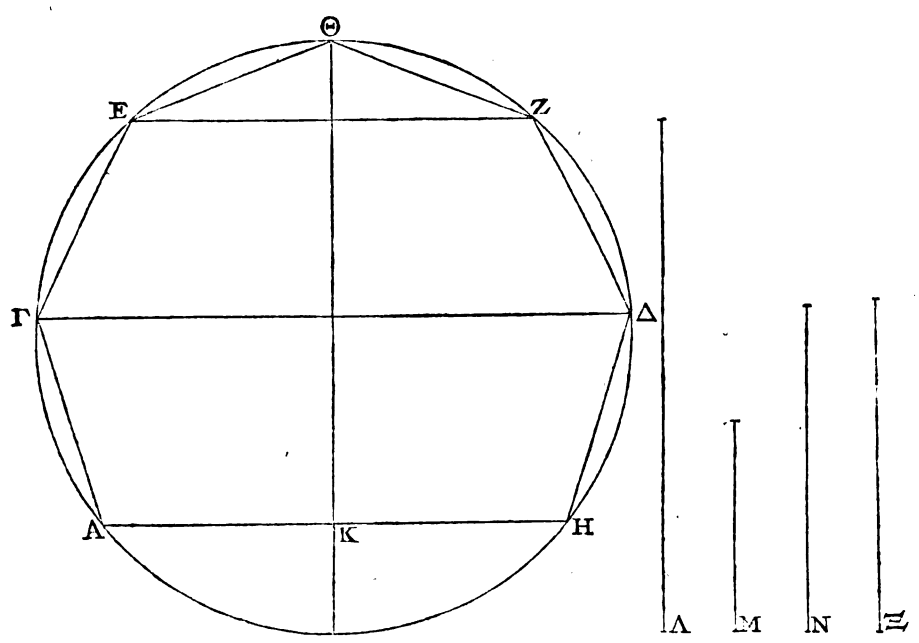
Digitized by Google

κέντρα ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τῶν ἐγγεγραμμένων πολυγώνων ἐν τῷ τμήματι τοῦ μείζονος κύκλου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς [t] παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος, σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τῶν τμήματος βάσεως.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμῆμα, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΗ κύκλος. Ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτὸ, οἷον εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΗΘ, καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον τὸ ΑΓΕΘΖΔΗ, χωρὶς τῆς ΑΗ πλευρᾶς. Καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Λ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς, καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν ΕΖ, ΓΔ, καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς ΑΚ. Δεικτέον [u] ἐστὶν, ὅτι ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

potest ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere polygoni maximi circuli ſegmento inſcripti, rectaque iis omnibus æquali, quæ ſegmenti ipſius baſi parallelæ ſunt, una cum dimidia baſis ſegmenti.

Sit ſphæra, et in ipſa ſegmentum, cujus baſis circulus, qui circa ΑΗ deſcribitur. Inſcribatur eidem figura, qualis dicta eſt, conicis ſuperficiebus comprehenſa; et maximus circulus ΑΗΘ; et polygonum parilaterum ΑΓΕΘΖΔΗ, latere ΑΗ excepto. Sumatur autem circulus Λ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub latere ΑΓ, et ſub omnibus ΕΖ, ΓΔ, et amplius ſub dimidia baſis, hoc eſt ΑΚ. Oportet igitur demonſtrare, circulum Λ figuræ ſuperficiei æqualem eſſe.



Εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς, καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. Γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. Εἰλήφθω δὲ καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ, καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς ΕΖ, ΓΔ. Ἔσται δὴ τὸς ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. Καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ Ξ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν ΓΔ, ΑΗ. Καὶ αὐτὸς ἄρ ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. Πάντες ἄρ οἱ κύκλοι ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ· καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς ΑΓ, καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΓΔ, καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ ΑΚ. Ἠδύνατο δὴ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, ἴσον τῷ

Sumatur circulus Μ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub latere ΕΘ, et dimidia ipſius ΕΖ. Æqualis eſt igitur circulus Μ coni ſuperficiei, cujus quidem baſis circulus, qui circa ΕΖ deſcribitur, vertex vero punctum Θ. Sumatur item alius circulus Ν, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΕΓ, et dimidia utriuſque ΕΖ, ΓΔ. Æqualis hic erit coni ſuperficiei, quæ inter parallela plana interjicitur per ΕΖ, ΓΔ acta. Pariter alius ſumatur circulus Ξ, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium, quod continetur ſub ΑΓ, et dimidia utriuſque ΓΔ, ΑΗ. Æqualis eſt igitur hic quoque coni ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ΑΗ, ΓΔ. Omnes igitur circuli æquales erunt toti figuræ ſuperficiei; quæque ex eorum centris poterunt ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno latere ΑΓ, rectaque ipſis ΕΖ, ΓΔ, et dimidiæ baſis ΑΚ æquali. Poterat autem ea quoque, quæ ex cen-

[t] παραλλήλαις

[u] In MS. ἄν deeſt.

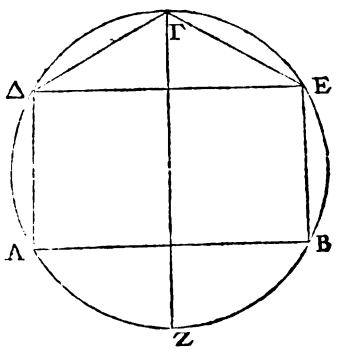
Digitized by Google

tro circuli Λ huic ipſi æquale ſpatium. Igitur circulus Λ æqualis eſt circulis M, N, Ξ. Quare etiam inſcriptæ figuræ ſuperficiei.

αὐτῷ χωρίῳ. Ὁ ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἔσται τοῖς Μ, Ν, Ξ κύκλοις. Ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

PROP. XXXIX. THEOR.

Secetur ſphæra plano non per centrum acto, et maximus in ea circulus AEZ id ipſum, a quo ſecatur, planum ad rectos angulos ſecans: inſcribaturque ſegmento ABΓ polygonum æquilaterum et parilaterum, baſe AB excepta. Si igitur, pariter ac in ſuperioribus theorematibus, figura, manente ΓZ, circumagatur, anguli quidem Δ, E, A, B ſecundum circulos, quorum diametri ΔE, AB; latera vero figuræ ſecundum conicas ſuperficies ferentur. Atque orietur ſolida figura conicis ſuperficiebus comprehenſa, baſim quidem habens circulum, cujus diameter AB, verticem vero punctum Γ. Pariter autem ac in ſuperioribus theorematibus, ſuperficiem habebit minorem ſegmenti, a quo comprehenditur, ſuperficie. Idem eſt enim tam ſegmenti quam figuræ terminus circumferentia circuli, cujus diameter AB: et utraque harum ſuperficierum ad eaſdem partes cava eſt, alteraque ab altera comprehenditur.



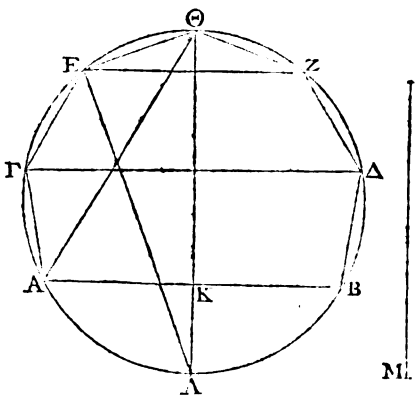
ΠΡΟΤΑΣΙΣ λθ'.

Τετμήθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ, ἡ δὲ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ AEZ, τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω [w] εἰς τὸ ABΓ τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς AB. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον ἐὰν, μενούσης τῆς ΓZ, περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν Δ, E, A, B γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ ΔE, AB· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος, κατὰ κωνικὰς ἐπιφανείας. Καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, βάσιν μὲν ἔχον κύκλον οὗ διάμετρος ἡ AB, κορυφὴν δὲ τὸ Γ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, πλὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἕξει, τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας οὗ περιλαμβάνοντος. Τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦτε τμήματος, καὶ τοῦ σχήματος [x] ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ AB· καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραί εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.

PROP. XL. THEOR.

Superficies figuræ ſphæræ ſegmento inſcriptæ minor eſt circulo, cujus ea quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ABZE. Sit item in ſphæra ſegmentum, cujus baſis circulus, qui circa diametrum AB deſcribitur; eique inſcribatur figura, quam diximus. Circuli autem ſegmento inſcribatur polygonum; et reliqua eadem fiant, quæ ſupra; ducto ſphæræ diametro ΘΛ, junctiſque ΛE, ΘA. Denique ſit circulus M, cujus ea, quæ ex centro, ſit ipſi AΘ æqualis. Oportet demonſtrare, circulum M majorem eſſe figuræ ſuperficie.



Demonſtratum eſt enim figuræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub EΘ, omnibuſque EZ, ΓΔ, KA continetur. At vero illud quoque demonſtratum eſt, ſpatium, quod ſub EΘ, omnibuſque EZ, ΓΔ, KA continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub EΛ, et KΘ: et ſpatium, quod continetur ſub EΛ, et KΘ, minus eſt quadrato, quod ab AΘ deſcribitur; eo

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ABZE. Καὶ ἔστω τμῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, [y] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν AB· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρημένον σχῆμα. Καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγωνον, καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας οὔσης τὴν ΘΛ, ἐπεζευγμένων δὲ τὰς ΛE, ΘA. Καὶ ἔστω κύκλος ὁ M [z] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [a] ἴση ἔστω τῇ AΘ. Δεικτέον ὅτι ὁ M κύκλος μείζων ἐστὶ τοῦ σχήματος ἐπιφανείας.

Ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς EΘ, καὶ τῆς EZ, ΓΔ, KA. Τὸ δὲ ὑπὸ τῆς EΘ, καὶ τῶν EZ, ΓΔ, KA δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν EΛ, KΘ περιεχομένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν EΛ, KΘ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς AΘ· καὶ γὰρ τοῦ

[w] εἰς τὸ τμῆμα πολύγωνον [x] ἡ περιφάνεια [y] οὗτω [z] οὗτος [a] ἴση ὥστε τῇ [b] οὗτως in MS. ut ſemper pro οὗ.

Digitized by Google

ὑπὸ ΛΘ, ΘΚ, [c] ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ. Φανερὸν ἄν ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστιν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ. Δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

quod quadrato, quod ab ΑΘ describitur, æquale est spatium, quod continetur sub ΛΘ, et ΘΚ. Manifestum est igitur eam, quæ ex centro circuli, qui figuræ superficiei æqualis est, minorem ea esse, quæ ex centro circuli Μ. Itaque constat, circulum Μ majorem esse figuræ superficie.

EUTOCIUS.

Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΕΘ, καὶ τῶν ΕΖ, ΓΔ, ΚΛ δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΛ, ΚΘ. Ἐν γὰρ τῷ τρίτῳ καὶ εἰκοστῷ θεωρήματι δέδεικται, ὅτι αἱ ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ, πρὸς τὴν ΘΚ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΛΕ πρὸς ΕΘ. Ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τῷ δὲ ὑπὸ ΕΛ, ΚΘ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΘΑ· καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ ΛΘ, ΘΚ, ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ, ὡς ἔστι δῆλον, ἐπιζευγνυμένης τῆς ΑΛ, καὶ διὰ τοῦτο ὁμοίου γινομένου τοῦ ΘΑΚ τριγώνου τῷ ΘΑΛ. Ἔστι γὰρ ὡς ἡ ΛΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΚ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς μέσης.

Sed demonstratum est spatium, quod continetur sub ΕΘ, omnibusque ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ, æquale esse spatio, quod continetur sub ΕΛ, et ΚΘ. Demonstratum est enim in theoremate vigesimo tertio omnes ΕΖ, ΓΔ, ΚΑ ad ΘΚ eamdem rationem habere, quam ΛΕ ad ΕΘ. Quare spatium, quod sub extremis continetur, id spatio æquale est, quod continetur sub mediis. At vero spatium, quod sub ΕΛ, ΚΘ continetur, minus est qudrato, quod a ΘΑ describitur; quippe eo quoque est minus, quod continetur sub ΛΘ, ΘΚ; quadratoque, quod a ΘΑ describitur, est æquale: hoc autem manifestum est, si ΑΛ jungatur, et propterea triangulum ΘΑΚ triangulo ΘΑΛ simile fiat. Ut enim ΛΘ ad ΘΑ, ita se habet ΑΘ ad ΘΚ: spatiumque, quod sub extremis continetur, quadrato æquale est, quod a media describitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μα'.

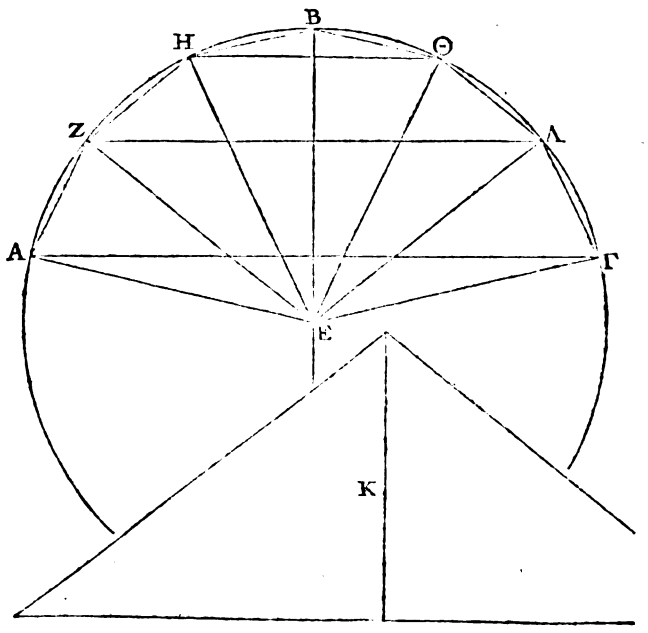
Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι, ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν [d] πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθεζῆς ἠγμένην.

PROP. XLI. THEOR.

Figura segmento inscripta, quæ conicis superficiebus comprehenditur, una cum cono qui basim quidem habeat eamdem ac figura, verticem vero sphæræ centrum, æqualis est cono, qui basim quidem habeat figuræ superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro sphæræ ad unum polygoni latus normalis ducitur.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ· καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, χωρὶς τῆς ΑΓ, ὁμοίως τοῖς πρότερον· καὶ, μενούσης τῆς ΒΕ, περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ, κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. Καὶ εἰλήφθω κώνος ὁ Κ, βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθετῷ ἠγμένην. Δεικτέον ὅτι ὁ Κ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ [e] σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ τῷ ΑΕΓ.

Sit enim sphæra, et maximus in ea circulus; segmentumque minus semicirculo, ΑΒΓ; centrumque Ε. Inscribatur autem segmento ΑΒΓ, pariter ac in superioribus theorematibus, polygonum æquilaterum, latere ΑΓ excepto: et sphæra, manente ΒΕ, circumacta figuram quamdam efficiat conicis superficiebus comprehensam; et a circulo, qui circa diametrum ΑΓ est, conus describatur verticem habens sphæræ centrum. Sumatur porro conus Κ, basim quidem habens figuræ superficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro Ε ad unum polygoni latus normalis ducitur. Oportet demonstrare, conum Κ figuræ, quam diximus, una cum cono ΑΕΓ, æqualem esse.



Ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύ-

Describantur coni etiam a circulis, qui

[c] ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ in MS. desunt. [d] πλευρὰν τῆ [e] τμήματι

circa diametros HΘ, ZΛ ſunt, verticem habentes punctum E. Itaque rhombus quidem ſolidus HBΘE æqualis eſt cono, cujus baſis æqualis eſt coni HBΘ ſuperficiei, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad HB normalis ducitur. Reſiduum vero, quod comprehenditur ſuperficie, quæ inter parallela plana per HΘ, ZΛ acta interjicitur, et conicis ſuperficiebus ZEΛ, HEΘ, æquale eſt cono, cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per HΘ, ZΛ, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad ZH normalis ducitur. Rurſus reſiduum, quod comprehenditur ſuperficie, quæ inter parallela plana per ZΓ, AΛ acta interjicitur, et conicis ſuperficiebus AEΓ, ZEΛ, æquale eſt cono, cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei, quæ interjicitur inter parallela plana acta per ZΛ, AΓ, et altitudo rectæ, quæ a puncto E ad ZA normalis ducitur. Igitur coni, quos diximus, æqualis ſunt figuræ, una cum cono AEΓ: et altitudinem quidem habent rectæ æqualem, quæ a puncto E ad unam polygoni latus normalis ducitur, baſes vero æquales figuræ AZHBΘΛΓ ſuperficiei. Habet autem etiam conus K eamdem altitudinem, et baſim figuræ ſuperficiei æqualem. Igitur conus K æqualis eſt iis, quos diximus, conis. Demonſtratum autem eſt, conos, quos diximus, æquales eſſe cum figuræ, tum cono AEΓ. Igitur etiam conus K cum figuræ tum cono EAΓ eſt æqualis.

Hinc autem manifeſtum eſt, conum, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circuferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex ſphæræ centro; inſcripta figura, una cum cono, majorem eſſe. Conus enim, quem diximus, major eſt cono figuræ ipſi æquali, una cum cono baſim quidem habente ipſius ſegmenti baſim, verticem vero ſphæræ centrum; nimirum cono baſim quidem habente figuræ ſuperficiei æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a centro ad unum polygoni latus normalis ducitur. Major eſt enim, ut demonſtratum eſt, baſis baſe, et altitudo altitudine.

PROP. XLII. THEOR.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ABΓ, a quo ſegmentum ſecetur minus ſemicirculo, id nempe, quod AB ſecat. Centrum autem ſit Δ; junganturque a centro Δ ad puncta A, B rectæ AΔ, ΔB; eique, qui inde oritur, ſectori polygonum circumſcribatur, et polygono circulus. Habebit ſane eumdem centrum atque circulus ABΓ. Quod ſi polygonum, manente EK, circumactum eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; circumſcriptus circulus ſecundum ſphæræ ſuperficiem

κλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς HΘ, ZΛ, κορυφὴν ἔχοντες τὸ E σημεῖον. Οὐκοῦν ὁ μὲν HBΘE ῥόμβος στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ HBΘ κώνου, τὸ ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν HB ἀγομένῃ καθετῷ. Τὸ δὲ περίλημμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HΘ, ZΛ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ZEΛ, HEΘ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HΘ, ZΛ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ZH καθετῷ ἠγμένῃ. Πάλιν τὸ περίλημμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZΛ, AΓ, καὶ τῶν κωνικῶν τῶν AEΓ, ZEΛ, ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZΛ, AΓ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ZA καθέτῳ ἠγμένῃ. Οἱ οὖν εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι, καὶ μετὰ τοῦ AEΓ κώνου· καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσι τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ μίαν τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δὲ βάσεις [f] ἴσους τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ AZHBΘΛΓ σχήματος. Ἔχει δὲ καὶ ὁ K κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος, καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κώνοις. Οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι, καὶ τῷ AEΓ κώνῳ. Καὶ ὁ K ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷτε σχήματι, καὶ τῷ EAΓ κώνῳ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κώνῳ. Ὁ γὰρ περιειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ ἴσου σχήματι, σὺν τῷ κώνῳ [g] τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τετάρτην τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὴ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. Ἤτε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ, δέδεικται γὰρ τοῦτο, καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

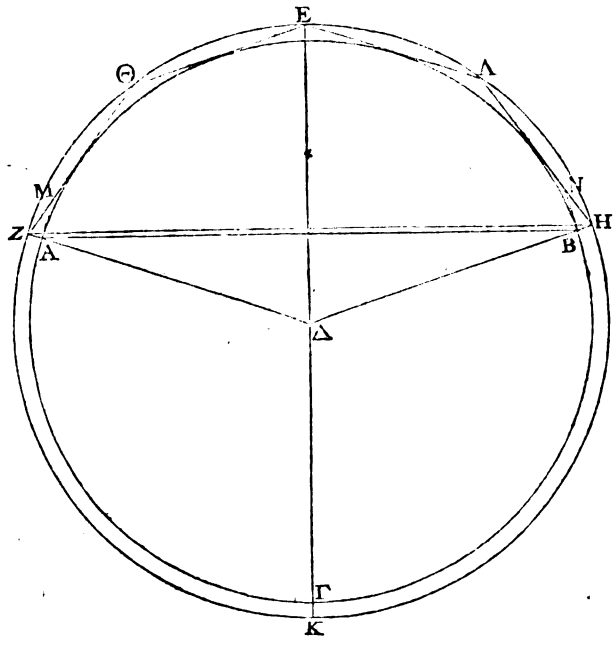
ΠΡΟΤΑΣΙΣ μβ'.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ABΓ, καὶ τετμήσθω ἔλασσον ἡμικυκλίου ὁ ἀποτέμνει ἡ AB. Καὶ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὰ A, B ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΔ, ΔB· καὶ περὶ τὸ γενηθὲν τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. Ἐξει δὴ, αὐτὸ κέντρον τῷ ABΓ κύκλῳ. Ἐὰν δὴ, μενούσης τῆς EK, περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας

[f] ἴσας [g] τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος

Digitized by Google

οἰσθήσεται σφαίρας· καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους [h] γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἁπτόμεναι τῶν γωνιῶν τοῦ πολυγώνου, ἴσαι παράλληλοι τῇ AB. Τὰ δὲ σημεῖα καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ, κύκλους γράψουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφὰς, παράλληλοι οὖσαι τῇ AB· αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται. Καὶ ἔσται τὸ περιγεγραφὲν σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ZH κύκλος. Ἡ δὲ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν AB κύκλος.



feretur; et anguli polygoni circulos describent, quorum diametri ipsi AB parallelæ polygoni angulos jungunt. At puncta, in quibus polygoni latera minorem circulum contingunt, describent circulos in minore sphæra, quorum diametri sunt rectæ, quæ ipsi AB parallelæ jungunt contactus: ipsa autem latera ferentur secundum conicas superficies. Atque ita figura circumscribetur conicis superficiebus comprehensa, cujus basis erit circulus, qui circa diametrum ZH describitur. Figuræ autem, quam diximus, superficies major est superficie minoris segmenti, cujus basis est circulus, qui describitur circa diametrum AB.

[i] Ἠχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ AM, BN. Κατὰ κωνικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου οὗ AMΘΕΛNB, ἕξει μείζονα τὴν ἐπιφανείαν τοῦ τμήματος οὗ σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν AB κύκλος [j] ἐστί. Πέρας γὰρ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τῷ αὐτῷ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον [k] τὴν AB κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμῆμα ὑπὸ οὗ σχήματος. Ἀλλ' ἡ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ZM, HN ἐπιφάνεια κώνου, μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης ὑπὸ τῶν MA, NB· ἡ μὲν γὰρ ZM τῆς MA μείζων ἐστὶ, ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει, ἡ δὲ NH τῆς NB. Ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι. Δῆλον οὖν, ὅτι καὶ οὗ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

Ducantur enim contingentes AM, BN. Ferentur utique secundum conicam superficiem: quæ a polygono fit et figura, AMΘΕΛNB, superficiem habebit majorem sphæræ segmento, cujus basis est circulus, qui describitur circa diametrum AB. Nam terminum in uno eodemque plano circulum habent, qui describitur circa diametrum AB; segmentumque a figura comprehenditur. At vero coni superficies, quæ fit a rectis ZM, HN major est ea, quæ fit a MA, NB; cum ZM major sit quam MA, utpote quæ recto angulo subjicitur, et NH quam NB. Quod si aliquando contigerit, superficies major est superficie. Hæc enim in lemmatibus demonstrata sunt. Manifestum est igitur, circumscriptæ figuræ superficiem superficie segmenti minoris sphæræ majorem esse.

EUTOCIUS.

[l] Ἕξει δὴ καὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ABΓ κύκλῳ. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ Θ, E, Λ ἴσαι ἔσονται, διὰ τὸ καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυμένας εὐθείας καθέτους εἶναι ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, καὶ αὐτὰς δὲ τὰς ἐφαπτομένας δίχα τέμνεσθαι πρὸς τῇ ἁφῇ.

[m] Ὅταν δὲ τοῦτο [n] ᾖ, μείζων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἐπεὶ γὰρ ἡ MZ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας φέρεται, κατὰ κολούρου κώνου ἐπιφανείας οἰσθήσεται, ἧς ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε ZM, καὶ τῆς ἡμισείας

Habebit sane eumdem centrum, atque circulus ABΓ. Si enim a puncto Δ ad Θ, E, Λ, rectæ jungantur, æquales erunt; eo quod quæ ab eodem Δ ad contactus junguntur, normales ad contingentes sunt, ipsasque contingentes in duas æquas partes ad contactum secant.

Quando vero hoc contigerit, superficies major est superficie. Quoniam enim MZ secundum conicam superficiem fertur, feretur utique secundum superficiem coni mutili, cui circulus æqualis est, cujus ea, quæ ex centro, media est proportionalis inter ZM, et dimidiam

[h] γράψασαι [j] In MS. ἐστί deest [k] τὸν [l] μείζων γὰρ

Digitized by Google

utriuſque ſimul ZH, et MN. Pariter vero ſuperficiei coni mutili, quæ ex MA oritur, æqualis eſt circulus, cujus ea, quæ ex centro, media proportionalis eſt inter MA, et dimidiam utriuſque ſimul AB, et MN. Ac ZM quidem major eſt quam MA; ZH vero major quam AB. Igitur major eſt etiam media quam media, hoc eſt ſuperficies quam ſuperficies. Quæ igitur ſuperficies rectis ZM, NH concluditur, major eſt ſuperficie, quæ concluditur rectis MA, NB.

συναμφοτέρᾳ τῆς ΖΗ καὶ τῆς ΜΝ. Ὁμοίως δὴ καὶ τῇ ὑπὸ τῆς ΜΑ γινομένῃ [m] κολούρῳ κώνου ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον [n] λόγον ἔχει τῆς ΜΑ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς ΑΒ καὶ ΜΝ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΖΜ μείζων τῆς ΜΑ, ἡ δὲ ΖΗ τῆς ΑΒ. Μείζων ἄρα καὶ ἡ μέση τῆς μέσης, ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΜ, ΝΗ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΜΑ, ΝΒ ἐπιφανείας.

PROP. XLIII. Theor.

Ac manifeſtum eſt, figuræ ſectori circumſcriptæ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod continetur ſub uno polygoni latere, et rectis omnibus, quæ polygoni angulos jungunt, et amplius dimidia baſis ejus, quod diximus, polygoni.

Quæ enim circumſcribitur figura ſectori, eadem majoris ſphæræ ſegmento inſcribitur. Hoc autem ex iis conſtat, quæ ſupra ſcripta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μγ'.

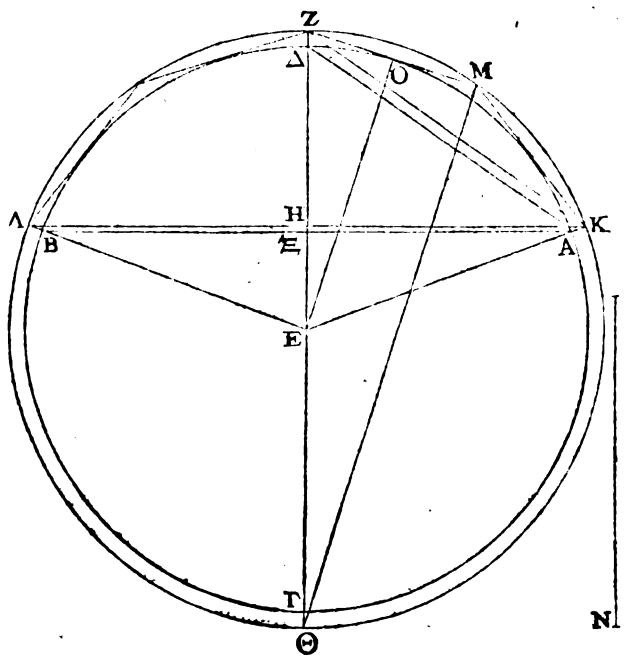
Καὶ φανερὸν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸ τμῆμα, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, καὶ τῶν ὅλων πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, [o] καὶ τὸ ἐπὶ ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τμήματι, ἐγγεγραμμένον σχῆμά ἐστιν εἰς τὸ τμῆμα τὸ μείζονος σφαίρας. Τοῦτο δὲ δῆλον, διὰ τὸ προγεγραμμένον.

PROP. XLIV. Theor.

Figuræ ſegmento circumſcriptæ ſuperficies major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΔΒΓ, et centrum Ε. Circumſcribatur autem ſectori polygonum ΛΖΚ, et huic ipſi circulus; et oriatur figura, ut ſupra. Sit etiam circulus Ν, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno polygoni latere, rectiſque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipſius ΚΛ. Atque hoc, quod diximus, ſpatium æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΜΘ, et ſub ΖΗ, quæ quidem eſt ſegmenti majoris ſphæræ altitudo. Hoc enim ſupra demonſtratum eſt. Igitur ea, quæ ex centro circuli Ν, poteſt ſpatium ei æquale, quod ſub ΜΘ et ΗΖ continetur. At vero ΗΖ major eſt quam ΔΞ, quæ altitudo eſt minoris ſegmenti. Si enim jungatur ΚΖ, parallela erit rectæ ΔΑ. Eſt autem etiam



ὁ ΑΔΒΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ περὶ τὸ τμῆμα περιγεγράφθω τὸ ΛΖΚ πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω· καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρότερον. Καὶ ἔστω κύκλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΚΛ. Ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΜΘ καὶ ΖΗ, ἡ δή ἐστιν ὕψος τοῦ τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας. Τοῦτο γὰρ προδέδεικται. Τοῦ ἄρα Ν κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΜΘ, ΗΖ περιεχομένῳ. [p] Ἀλλ' ἡ μὲν ΗΖ μείζων ἐστὶ τῆς ΔΞ, ἥ ἐστιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΚΖ, ἔσται παράλληλος τῇ ΔΑ.

[m] Σολούρου [n] λόγον ἐπὶ [o] καὶ ἐπὶ τῆς ἡμισείας [p] καὶ ἄλλη μέν

Ἔστι γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ ΖΕ. Ὅμοιον ἄρα τὸ ΖΚΗ τρίγωνον τῷ ΔΑΞ τριγώνῳ. Καί ἐστι μείζων ἡ ΖΚ τῆς ΑΔ. Μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΔΞ. Ἴση δὲ ἡ ΜΘ τῇ διαμέτρῳ τῇ ΓΔ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ Ε, Ο, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΜΟ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΘΕ τῇ ΕΖ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΟ τῇ ΜΘ. Διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῆς ΕΟ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ΓΔ διπλασία ἐστὶ τῆς ΕΟ. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΘ τῇ ΓΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΞ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ. Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ. Ὁ γὰρ Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν τομέα σχήματος.

ΑΒ ipſi ΚΛ parallela, et ΖΕ communis. Igitur ſimile eſt triangulum ΖΚΗ triangulo ΔΑΞ. Major eſt autem ΖΚ quam ΑΔ. Major eſt igitur etiam ΖΗ quam ΔΞ. Præterea ΜΘ diametro ΓΔ eſt æqualis. Si enim jungatur Ε, Ο, cum ΜΟ æqualis ſit rectæ ΟΖ, et ΘΕ rectæ ΕΖ, parallela utique eſt ΕΟ ipſi ΜΘ. Igitur ΜΘ ipſius ΕΟ eſt dupla. Dupla eſt autem etiam ΓΔ ipſius ΕΟ. Eſt igitur ΜΘ æqualis ipſi ΓΔ. Denique ſpatium quod ſub ΓΔ, ΔΞ continetur, æquale eſt quadrato, quod ab ΑΔ deſcribitur. Igitur figuræ ΚΖΛ ſuperficies major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; ejus ſcilicet, qui circa diametrum ΑΒ deſcribitur. Nam circulus Ν æqualis eſt ſuperficiei figuræ ſectori circumſcriptæ.

EUTOCIUS.

Ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ ΚΖΛ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, καὶ τὰ ἑξῆς. Ἀπαφέστερον δοκεῖ συνῆχθαι τὸ εἰρημένον· λέγοις δ' ἂν σαφῶς οὕτως. Ἐπειδὴ ὁ Ν κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν δύναται τὸ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΜΘ, ΖΗ, μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ· ἡ μὲν γὰρ ΜΘ ἴση δέδεικται τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΖΗ μείζων τῆς ΔΞ· Ὁ Ν ἄρα κύκλος μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΔΑ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου, μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, [r] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΑ.

Figuræ igitur ΚΖΛ ſuperficies major eſt circulo; et quæ ſequuntur. Subobſcure id collegiſſe videtur; quod clarius hoc pacto colligas. Quoniam circulus Ν æqualis eſt ſuperficiei figuræ; quæque ex centro circuli Ν, poteſt ſpatium, quod ſub ΜΘ, ΖΗ continetur, idque majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓΔ, ΔΞ; demonſtratum eſt enim ΜΘ æqualem eſſe ipſi ΓΔ, et ΖΗ majorem quam ΔΞ; ideo circulus Ν major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, poteſt ſpatium, quod continetur ſub ΓΔ, ΔΞ. Quod autem ſpatium ſub ΓΔ, ΔΞ continetur, id quadrato æquale eſt, quod a ΔΑ deſcribitur. Igitur circulus Ν, hoc eſt circumſcriptæ figuræ ſuperficies, major eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΔΑ eſt æqualis.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ με'.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ, ἡ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ, ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τὸ μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον ἐστὶ τὸ αὐτό. Δῆλον δ' ἂν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ τῶν προγεγραμμένων.

PROP. XLV. Theor.

Quinetiam figura ipſa ſectori circumſcripta, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et vertex ipſius centrum, æqualis eſt uno, cujus baſis æqualis eſt ſuperficiei figuræ, et altitudo rectæ, quæ a centro ad latus normalis ducitur; quæ quidem æqualis eſt ei, quæ ex centro ſphæræ.

Quæ enim circumſcribitur figura ſectori, eadem ſegmento majoris ſphæræ, cujus idem eſt centrum, inſcribitur. Conſtat igitur quod dictum eſt ex iis, quæ ſupra ſcripta ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μς'.

Ἐκ τούτων δὲ φανερὸν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ, μεῖζόν ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου.

PROP. XLVI. Theor.

Hinc autem manifeſtum eſt, circumſcriptam figuram, una cum cono, majorem eſſe cono, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti minoris ſphæræ ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero rectam ei æqualem, quæ ex centro ſphæræ.

[q] γὰρ ex MS. [r] ὅτου;

Digitized by Google

Qui enim conus figuræ, una cum cono, æqualis fuerit, hic baſim quidem habebit majorem eo, quem diximus, circulo; altitudinem vero ei æqualem, quæ ex centro minoris ſphæræ.

Ὁ γὰρ ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, τὴν μὲν βάσιν μείζονα ἕξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὴ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

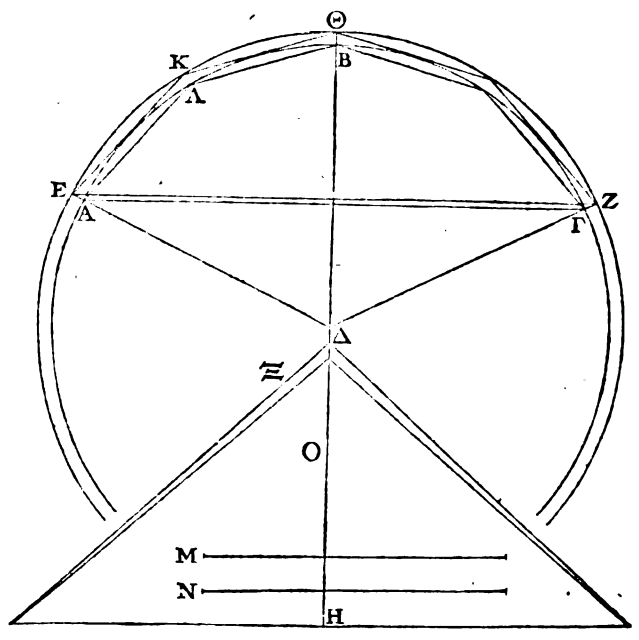
PROP. XLVII. THEOR.

Sit rurſus ſphæra, et maximus in ea circulus, et ſegmentum minus ſemicirculo ABΓ; et centrum punctum Δ: et ſectori ABΓ inſcribatur polygonum æquiangulum, et huic ſimile aliud circumſcribatur, lateraque lateribus parallela ſint. Circumſcribatur item circumſcripto polygono circulus: et pariter ac in ſuperioribus theorematibus circuli, manente HB, circumacti figuras efficiant conicis ſuperficiebus comprehenſas. Oportet demonſtrare, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem figuræ inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam latus circumſcripti polygoni habet ad latus polygoni inſcripti: figuram autem ipſam, una cum cono, rationem habere ejuſdem rationis triplam.

ΠΡΟΤ. μζ'.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ· καὶ κέντρον τὸ Δ· καὶ εἰς τὸν ΑΒΓ τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τέτμηται ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς. Καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον· καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον, μενούσης τῆς HB, περιενεχθέντες οἱ κύκλοι, ποιήσουσι σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου· τὸ δὲ σχῆμα, σὺν τῷ κώνῳ, τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

Sit enim circulus M, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno polygoni latere circumſcripti, et rectis omnibus, quæ angulos jungunt, et amplius dimidia ipſius EZ. Atque erit circulus M circumſcriptæ figuræ ſuperficiei æqualis. Sumatur autem etiam circulus N, cujus ea, quæ ex centro, poſſit ſpatium ei æquale, quod continetur ſub uno inſcripti polygoni latere, rectiſque omnibus, quæ angulos jungunt, una cum dimidia ipſius AΓ. Atque erit hic circulus æqualis ſuperficiei figuræ inſcriptæ. Sed ea, quæ diximus, ſpatia ſeſe habent invicem ut quadratum, quod a latere EK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a latere AΛ. Ut igitur polygonum ad polygonum, ita ſe habet circulus M ad circulum N. Manifeſtum eſt igitur, circumſcriptæ figuræ ſuperficiem ad ſuperficiem figuræ inſcriptæ rationem habere ejus duplam, quam habet EK ad AΛ; eamdem ſcilicet, quam polygonum habet ad polygonum.



Ἔστω γὰρ ὁ Μ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας, καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς EZ. Ἔστω δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Εἰλήφθω δὴ καὶ ὁ Ν κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δυνάται τῷ περιεχομένῳ ὑπότε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΑΓ. Ἔστω δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς EK πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΛ πλευρᾶς. Καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν Ν κύκλον. Φανερὸν οὖν ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ EK πρὸς τὴν ΑΛ· τὸν δὲ αὐτὸν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον.

Ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ Μ ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαί-

[a] ἴση [b] καὶ τὰς τῶν

Digitized by Google

ρας. Ἴσος δὴ ἔστι ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, ἧς βάσις ὁ περὶ τὴν Ε Ζ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ. Καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ Ο, βάσιν μὲν ἴσην ἔχων τῷ Ν, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν Α Λ κάθετον ἠγμένην. Ἔστι δὴ καὶ ἔστι ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, ἧς βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν Α Γ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ κέντρον. Ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Ε Κ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, [u] ἔστως ἡ Α Λ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῷ Δ ἐπὶ τὴν Α Λ κάθετον ἠγμένην· ἔστω ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ Ε Κ πρὸς τὴν Α Λ, [w] ἔστως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου, καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, οὗ ἐστι βάσις τοῦ Ξ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, οὗ ἐστι βάσις τοῦ Ο, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου. Ὅμοιοι [x] ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. Ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. Φανερὸν ἄρα, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ Ε Κ πρὸς Α Λ.

quæ ex centro minoris ſphæræ. Æqualis eſt igitur hic conus figuræ circumſcriptæ, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa E Z deſcribitur, et vertex punctum Δ. Sit alius conus O baſim quidem habens circulo N æqualem, altitudinem vero æqualem rectæ, quæ a puncto Δ ad Α Λ normalis ducitur. Et hic quidem conus æqualis erit figuræ inſcriptæ, una cum cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum Α Γ deſcribitur, et vertex punctum Δ. Hæc enim omnia antea ſcripta ſunt. Et quoniam ut E K ad eam, quæ ex centro minoris ſphæræ, ita ſe habet Α Λ ad rectam, quæ a centro Δ ad Α Λ normalis ducitur: demonſtratum autem eſt, ut E K ad Α Λ, ita ſe habere eam, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N, et diametrum ad diametrum; ideo ut diameter circuli, qui baſis eſt coni Ξ, ad diametrum circuli, qui coni O eſt baſis, ita ſe habebit coni Ξ altitudo ad altitudinem coni O. Coni igitur ſimiles ſunt. Igitur conus Ξ ad conum O rationem habet ejus triplam, quam diameter habet ad diametrum. Manifeſtum igitur eſt, circumſcriptam figuram, una cum cono, ad figuram inſcriptam, una cum cono, rationem habere ejus triplam, quam E K habet ad Α Λ.

Ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Ε Κ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Λ πλευρᾶς. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ Δ Λ Κ, παραλλήλῳ οὔσῃ τῆς Ε Κ τῇ Α Λ, ἐστὶν ὡς [y] ἡ Ε Δ πρὸς Δ Α, ἡ Ε Κ πρὸς Α Λ. Ὡς δὲ ἡ Ε Δ πρὸς Δ Α, ἡ Ε Ζ πρὸς Α Γ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Ε Κ πρὸς Α Λ, ἡ Ε Ζ πρὸς Α Γ· καὶ ἡμίσεια τῆς Ε Ζ πρὸς τὴν ἡμίσειαν τῆς Α Γ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυσῶν τὰς γωνίας τῶν πολυγώνων δειχθήσεται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας, ὃν ἡ Ε Κ πρὸς Α Λ. Καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, ἔστως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἄρα ἡ Ε Κ πρὸς Α Λ, ἔστως πᾶσαι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ περιγεγραμμένου γωνίας μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ μείζονος τμήματος, πρὸς πάσας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰς τοῦ ἐγγεγραμμένου γωνίας, μετὰ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῆς Ε Κ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Α Λ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς Ε Κ καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς Α Λ καὶ πασῶν. Τὰ γὰρ ὅμοια εὐθύγραμμα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. Καὶ τοῦ μὲν τῆς Ε Κ πρὸς Α Λ λόγου διπλασίων ὁ τοῦ ὑπὸ τῆς Ε Κ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς Α Λ. Τῶν δὲ ἐπιζευγνυουσῶν τὰς τοῦ μείζονος, πρὸς τὰς ἐπιζευγνύσας τὰς τοῦ [z] ἐλάσσονος, διπλασίων ἐστὶν ὁ τοῦ ὑπὸ τῆς Ε Κ, καὶ πασῶν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς Α Λ καὶ πασῶν. Ὅμοια γὰρ καὶ ταῦτα, διὰ τὸ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχειν.

Sed ea, quæ diximus, ſpatia ſeſe habent invicem, ut quadratum, quod a latere E K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a latere Α Λ. Si enim jungatur Δ Λ K, cum E K parallela ſit ipſi Α Λ, ut E Δ ad Δ Α, ita ſe habet E K ad Α Λ. Ut autem E Δ ad Δ Α, ita ſe habet E Z ad Α Γ. Igitur et ut E K ad Α Λ, ita ſe habet E Z ad Α Γ; dimidiaque ipſius E Z ad dimidiam ipſius Α Γ. Pariter de cæteris omnibus, quæ polygonorum angulos jungunt, illud demonſtrabitur; eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam E K ad Α Λ. Igitur ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes. Ut igitur E K ad Α Λ, ita ſe habent omnes, quæ circumſcripti polygoni angulos jungunt, una cum dimidia baſis majoris ſegmenti, ad omnes, quæ angulos jungunt inſcripti polygoni, una cum dimidia baſis ſegmenti minoris. Quare et ut quadratum, quod ab E K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Α Λ, ita ſpatium, quod ſub E K, omnibuſque ſimul continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Α Λ, ſimulque item omnibus. Quæ enim rectilinea ſimilia ſunt, hæc duplam reſpondentium ſibi invicem laterum rationem habent. Ac rationis quidem ipſius E K ad Α Λ dupla eſt ratio quadrati, quod ab E K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Α Λ. Rationis vero rectarum omnium, quæ majoris polygoni angulos jungunt, ad rectas omnes, quæ angulos jungunt polygoni minoris, dupla eſt ratio ſpatii, quod ſub E K, omnibuſque ſimul continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Α Λ, ſimulque item omnibus. Nam hæc quoque ſpatia ſimilia ſunt, quippe quæ latera habent proportionalia.

[u] ἔστως ex MS. [w] ἔστως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου in MS. desunt. [x] ἄρα ex MS. [y] Ε Δ πρὸς Δ Α ex MS. [z] ἐλάττονος

Digitized by Google

Atque ut EK ad eam, quæ ex centro minoris ſphæræ, ita ſe habet AΛ ad rectam, quæ a centro ad AΛ normalis ducitur. Si enim recta a centro ad contactum juncta fuerit; erit utique, quæ juncta fuit recta, ad utramque EK, AΛ normalis. Atque ut EΔ ad ΔA, hoc eſt EK ad AΛ, ita ſe habebit quæ a centro ad contactum juncta eſt; nimirum ea, quæ ex centro minoris ſphæræ, ad eam, quæ ducta a centro ad AΛ normalis fuerit.

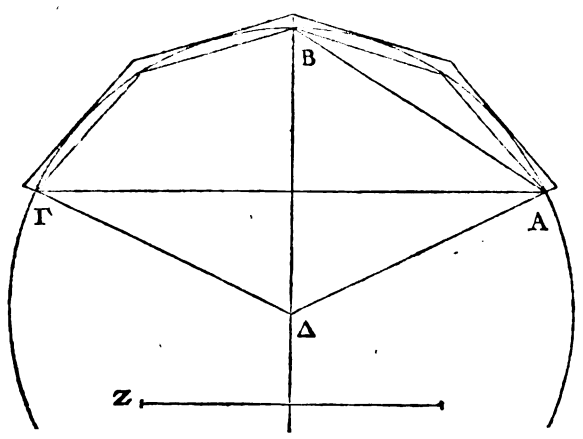
Demonſtratum autem eſt, ut EK ad AΛ, ita ſe habere eam, quæ ex centro circuli M, ad eam, quæ ex centro circuli N. Quoniam nimirum demonſtratum eſt, ut polygonum ad polygonum, ita ſe habere circulum M ad circulum N; hoc eſt quadratum, quod ab ea quæ ex centro circuli M deſcribitur, ad quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N.

PROP. XLVIII. THEOR.

Cujuſlibet ſegmenti ſphæræ, hemiſphærio minoris, ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſphæræ ſegmenti.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ABΓ, ſegmentumque minus hemiſphærio, cujus baſis circulus, qui circa AΓ deſcribitur, ad circulum ABΓ rectus: et ſumatur circulus Z, cujus ea, quæ ex centro, ſit rectæ AB æqualis. Oportet demonſtrare, ſegmenti ABΓ ſuperficiem circulo Z æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, major ſit ſuperficies circulo Z: et ſumatur centrum Δ; et rectæ a centro Δ ad puncta A, Γ junctæ producantur. Duæ autem cum ſint magnitudines inæquales, ſuperficies ſegmenti, et circulus Z, ſectori ABΓ inſcribatur polygonum æquilaterum et æquiangulum, itemque aliud huic ſimile circumſcribatur; ita ut circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam ſegmenti ſphæræ ſuperficies ad circulum. Circumacto autem, ut antea, circulo, duæ erunt figuræ conicis ſuperficiebus comprehenſæ; altera quidem circumſcripta, altera vero inſcripta: et circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſe habebit ad ſuperficiem inſcriptæ, ut circumſcriptum polygonum ad inſcriptum. Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti.



Καί ἐστιν ὡς ἡ EK πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ AΛ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ AΛ κάθετον ἠγμένην. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζεύξωμεν εὐθεῖαν, [a] ἔσαι ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἐπ' ἀμφοτέρας τὰς EK, AΛ. [b] Καὶ ἔσαι ὡς ἡ EΔ πρὸς ΔA, τουτέστιν ἡ EK πρὸς AΛ, [c] ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφήν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν AΛ κάθετον.

Ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς AΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου. Ἐπεὶ δέδεικται ὅτι ἐστὶν, ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μή.

Παντὸς τμήματος σφαίρας, ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου, ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

Ἔστω σφαῖρα, ἧς μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ ABΓ, καὶ τμῆμα ἐν αὐτῇ ἔλασσον ἡμισφαιρίου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν AΓ κύκλος, πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ ABΓ κύκλῳ· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Z, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ AB. [d] Δεῖ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ABΓ τμήματος, ἴση ἐστὶ τῷ Z κύκλῳ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου· καὶ εἰλήφθω τὸ Δ κέντρον· καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ [e] τὰ A, Γ ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. Καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος, καὶ τοῦ Z κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὴν ABΓ τομέα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ [f] ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω· ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος [g] τὸ σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. Περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσαι δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα, ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσαι, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ, πρὸς

[a] ἔσται [b] καὶ ἔσται ὡς ἡ EΔ [c] ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθεῖσαι, τουτέστιν [d] Δεῖ δεῖξαι ex MS.
[e] τὸ [f] ἀρτιογώνιον [g] πρὸς τὸν Z κύκλον.

Digitized by Google

τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν. Ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τοῦ εἰρημένου τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὸ Ζ κύκλον· μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος. Καὶ ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ Ζ κύκλου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων ὅσα τοῦ τηλικούτου κύκλου. Ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφανείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος. Οὐκ ἄρα μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου. Ἐδείχθη δὲ ὡς οὐδὲ ἔλασσων. Ἴση ἄρα.

Circumſcriptum autem polygonum ad inſcriptum minorem rationem habet, quam ejus, quod diximus, ſegmenti ſuperficies ad circulum Z; majorquè eſt circumſcriptæ figuræ ſuperficies ſuperficie ſegmenti. Igitur etiam inſcriptæ figuræ ſuperficies major eſt circulo Z. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt, figuræ, quam diximus, ſuperficiem minorem eſſe hujuſmodi circulo. Sit rurſus circulus major ſuperficie: pariterque circumſcribantur, inſcribanturque ſimilia polygona; et circumſcriptum ad inſcriptum minorem rationem habeat, quam circulus ad figuræ ſuperficiem. Non eſt igitur minor ſuperficies circulo Z. Demonſtratum autem eſt, neque majorem eſſe. Eſt igitur æqualis.

EUTOCIUS.

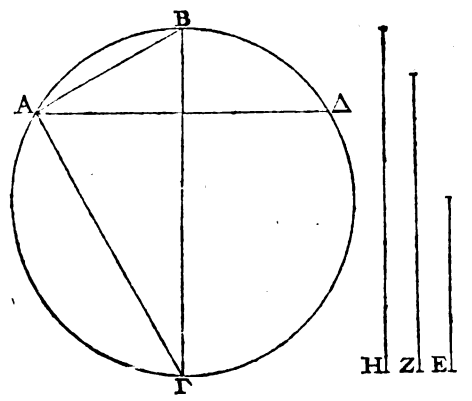
Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ πρὸ τούτου, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ἴσου τῇ ὑποφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ ἴσου τῇ ὑποφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου, οὕτως ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐκ τῶν κέντρων. Καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἄρα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Utraque enim ratio dupla eſt ejus, quam habet latus polygoni circumſcripti ad latus inſcripti. Illud enim in ſuperiore theoremate demonſtratum eſt: ut ea, quæ ex centro circuli circumſcripti polygoni ſuperficiei æqualis, ad eam, quæ ex centro circuli æqualis ſuperficiei polygoni inſcripti, ita ſe habere circumſcripti polygoni latus ad latus polygoni inſcripti. Circuli autem duplam earum, quæ ex centro, inter ſe invicem rationem habent. Igitur etiam ſuperficies ad ſuperficiem duplam habent rationem lateris ad latus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μθ'.

[h] Ἐὰν μεῖζον ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

Ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ, τῷ κατὰ τὴν ΑΔ· καὶ τὸ ΑΒΔ ἔλασσον ἔστω [i] ἡμισφαιρίου. Καὶ διάμετρος ἡ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ· καὶ ἀπὸ τῶν ΒΓ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ. Καὶ ἔστω ὁ μὲν Ε κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ· ὁ δὲ Ζ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΓ· ὁ δὲ Η κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΓΒ. Καὶ ὁ Η κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυσὶ κύκλοις τοῖς Ε, Ζ. Ὁ δὲ Η κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σφαίρας· ἐπειδήπερ ἑκατέρα



PROP. XLIX. THEOR.

Quod ſi majus hemiſphærio ſegmentum ſit, pariter ejus ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ quæ a vertice ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti.

Sit enim ſphæra, et maximus in ea circulus: et intelligatur recto plano ſecta eſſe per ΑΔ acto; ſegmentumque ΑΒΔ minus ſit hemiſphærio. Diameter autem ΒΓ rectus ſit ad ΑΔ; et jungantur a punctis Β, Γ ad Α rectæ ΒΑ, ΑΓ. Porro ſit circulus quidem Ε, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΑΒ; circulus vero Ζ, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΑΓ: denique circulus Η, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit ipſi ΓΒ. Itaque circulus Η duobus circulis Ε, Ζ eſt æqualis. Circulus autem Η æqualis eſt toti ſphæræ ſuperficiei; quoniam utraque ſuperficies quadrupla

[h] Καὶ ἰσὴν

[i] ἡμισαιρίῳ

Digitized by Google

eſt circuli, qui circa diametrum B Γ deſcribitur; et circulus E æqualis ſuperficiei ſegmenti A B Δ; hoc enim de minore hemiſphærio demonſtratum eſt. Reliquus igitur circulus Z æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti A Γ Δ; quod quidem ſegmentum majus eſt hemiſphærio.

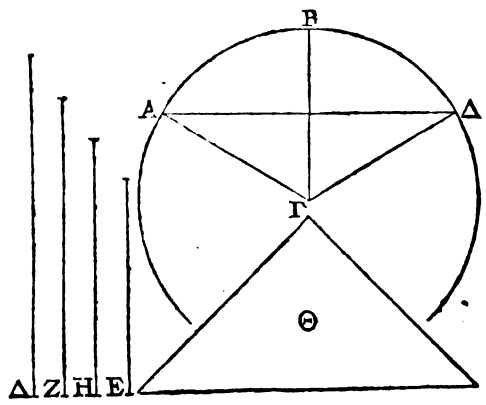
τετραπλασία ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν Β Γ κύκλου· ὁ δὲ Ε κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Α Β Δ τμήματος, δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου. Λοιπὸς ἄρα ὁ Ζ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ Α Γ Δ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ὃ δή ἐστι μείζων ἡμισφαιρίου.

PROP. L. Theor.

Cujuſlibet ſphæræ ſectori æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat ſuperficiei ſphæræ ſegmenti, quod in ſectore eſt, æqualem, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ.

Sit ſphæra; et maximus in ea circulus A B Δ; et centrum, punctum Γ. Sit autem conus, qui baſim quidem habeat circulum æqualem ſuperficiei, quæ ſecundum A B Δ circumferentiam eſt, altitudinem vero rectam æqualem ipſi B Γ. Oportet demonſtrare, ſectorem A B Γ Δ ei, quem diximus, cono æqualem eſſe.

Si enim non eſt æqualis, major ſit ſector cono: ponaturque conus Θ, qualis dictus eſt. Duæ autem cum ſint magnitudines inæquales, ſector, et conus Θ, inveniantur duæ lineæ Δ, E, quarum major ſit Δ; habeatque Δ ad E minorem rationem, quam ſector ad conum. Sumantur item duæ lineæ Z, H; ita ut Δ æque excedat Z, atque Z excedit H, et H excedit E: planoque circuli ſectori circumſcribatur polygonum æquilaterum et pariangulum, itemque aliud huic ſimile inſcribatur; ita ut circumſcripti latus ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Z. Circumacto autem, pariter ac in ſuperioribus theorematibus, circulo, duæ oriantur figuræ conicis ſuperficiebus comprehenſæ. Igitur circumſcripta figura, una cum cono, qui verticem habet punctum Γ, ad figuram inſcriptam, una cum eodem cono, rationem habet ejus triplam, quam habet circumſcripti polygoni latus ad latus polygoni inſcripti. Circumſcripti autem latus ad latus inſcripti minorem rationem habet, quam Δ ad Z. Igitur circumſcripta ſolida figura, quam diximus, ad inſcriptam rationem habebit minorem ejus tripla, quam habet Δ ad Z. Habet autem Δ ad E rationem majorem ejus tripla, quam Δ habet ad Z. Habet igitur circumſcripta ſectori ſolida figura ad figuram inſcriptam minorem rationem, quam



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ν'.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

Ἔστω σφαῖρα, ἧς ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ Α Β Δ, ἧς κέντρον τὸ Γ. Καὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν Α Β Δ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ Β Γ. Δεικτέον ὅτι ὁ τομεὺς ὁ Α Β Γ Δ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κώνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. Δύο δὴ μεγέθων ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὑρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Δ, Ε, μείζων δὲ ἡ Δ τῆς Ε, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἡ Δ πρὸς Ε, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Ζ, Η, ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ Δ τῆς Ζ, καὶ ἡ Ζ τῆς Η, καὶ ἡ Η τῆς Ε· καὶ περὶ τὸ ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον, καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, [k] ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχει πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἤπερ ἔχει ἡ Δ πρὸς Ζ. Καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου, γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ κορυφὴν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. Ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς Ζ. Ἐλάσσονα λόγον ἄρα ἔχει, ἢ τριπλάσιον, τὸ εἰρημένον στερεὸν σχῆμα τοῦ Δ πρὸς Ζ. Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τριπλάσιον τοῦ Δ πρὸς Ζ. Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τοῦ τομέως, πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Δ πρὸς

[k] ὅπως ex MS.

Digitized by Google

Ε. Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ σφηνοειδὴς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. [l] Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ σφηνοειδὴς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Καὶ ἐναλλάξ. Μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον σφηνοειδὲς σχῆμα τοῦ τμήματος. Καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ, μεῖζόν ἐστι τοῦ Θ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω, ἔλασσον ὂν τοῦ τηλικούτου κώνου, τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ εἰρημένῳ κύκλῳ, καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Οὐκ ἄρα ὁ σφηνοειδὴς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ Θ κώνου. Ἔσω δὴ πάλιν ὁ Θ κῶνος τοῦ σφηνοειδοῦς τομέος μείζων· πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε, μείζων αὐτῆς ὅσα, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, τοῦ ὃν ἔχει ὁ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. Καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ Ζ, Η, ὥστε εἶναι τὰς δύο πλευρὰς τὰς αὐτὰς· καὶ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου ἀρτιογωνίου ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω, ἢ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ· καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν σφηνοειδῆ τομέα σφηνοειδῆ σχήματα. Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν τομέα σφηνοειδὲς σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει ὁ Θ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. Ὥστε καὶ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ τὸ ἐγγεγραμμένον σφηνοειδὲς ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμμένον. Μεῖζων δέ ἐστιν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς αὐτὸν σχήματος. [n] Μεῖζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Δέδεικται γὰρ τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικοῦτος κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα. Ἴσος ἄρα ὁ τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

Δ ad Ε. Δ autem ad Ε minorem rationem habet, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Igitur circumſcripta ſectori ſolida figura ad figuram inſcriptam minorem habet rationem, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Et permutando. Major eſt autem circumſcripta ſolida figura ſectore. Major eſt igitur etiam figura ſectori inſcripta cono Θ. Quod fieri non poteſt. Demonſtratum enim eſt in ſuperioribus theorematibus, cono ejuſmodi minorem eſſe; nempe illo, qui baſim quidem habeat circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti; altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Hic autem conus eſt, quem diximus Θ; quippe baſim habet circulum æqualem ſuperficiei ſegmenti; hoc eſt ei, quem diximus, circulo; et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Non eſt igitur ſolidus ſector major cono Θ. Rurſus autem conus Θ major ſit ſolido ſectore: pariterque Δ ad Ε, cujus major eſt Δ, minorem rationem habeat, quam conus ad ſectorem. Et ſumatur pariter Ζ, Η, ita duo latera eadem ſint; et latus polygoni parianguli plano ſectori circumſcripti ad latus inſcripti minorem rationem habeat, quam Δ ad Ζ; orianturque circa ſolidum ſectorem ſolidæ figuræ. Eodem igitur modo demonſtrabimus, circumſcriptam ſolido ſectori figuram ad figuram inſcriptam minorem rationem habere, quam Δ ad Ε; et quam conus Θ ad ſectorem. Quare etiam ſector ad conum minorem habet rationem, quam inſcripta ſegmento ſolida figura ad figuram circumſcriptam. Major eſt autem ſector inſcripta eidem figura. Major eſt igitur conus Θ figura circumſcripta. Quod fieri non poteſt. Illud enim demonſtratum eſt, ejuſmodi conum figura ſectori circumſcripta minorem eſſe. Eſt igitur ſector cono Θ æqualis.

EUTOCIUS.

Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σφηνοειδὲς σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ σφηνοειδὴς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. Εἰ γὰρ τὸ περιγεγραμμένον σφηνοειδὲς πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα ἢ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Ζ· ἡ δὲ Δ πρὸς Ε μείζονα ἢ τριπλασίονα· τὸ ἄρα περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ Δ πρὸς

Circumſcripta igitur ſectori ſolida figura ad inſcriptam minorem rationem habet, quam ſolidus ſector ad conum Θ. Si enim circumſcripta ſolida figura ad inſcriptam minorem rationem habet ejus tripla, quam habet Δ ad Ζ; Δ vero ad Ε tripla hujus rationis majorem; circumſcripta figura ad inſcriptam minorem utique rationem habet,

[l] ἢ τὸ [m] ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ σφηνοειδὴς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον in MS. deſunt. [n] Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος in MS. deſunt.

Digitized by Google

quam Δ ad E. Habet autem Δ ad E minorem rationem quam ſector ad conum. Habet igitur etiam circumſcripta figura ad inſcriptam rationem minorem, quam ſector ad conum.

Eutocii Aſcalonitæ commentarius in primum Archimedis librum de ſphæra, et cylindro, ex editione ab Iſidoro Mileſio Mechanico præceptore noſtro recognita.

E. Ἡ δὲ Δ πρὸς [o] Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. Καὶ τὸ περιγεγραμμένον ἄρα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον.

[p] Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παρανεωτερίσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

[o] ἐλάσσονα λόγον ἔχει in MS. deſunt.

[p] Hic Commentariorum finis in MS. non inveniatur.

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE SPHÆRA ET CYLINDRO

LIBER SECUNDUS,

CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν * ἀπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς πρότάσεις ἀπέστειλα Κώνωνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις· ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· καὶ δὴ ὅτι παντὸς [a] τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, [b] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ· καὶ δὴ ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιόλια τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· καὶ δὴ ὅτι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων ἢ προβλημάτων γράφεται [c] διὰ τούτων θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβ-

ARCHIMEDES DOSITHEO SAL.

ANTEA quidem mandasti mihi, ut quorum problematum propositiones ipse ad Cononem miseram, horum demonstrationes conscriberem. Contingit autem, ut plurima ex his per theoremata exponantur, quorum antea ad te misi demonstrationes: cujusmodi est illud, cujuslibet sphæræ superficiem quadruplam esse circuli maximi omnium, qui sunt in sphæra; itemque illud, cujuslibet segmenti sphæræ superficiei æqualem esse circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est rectæ lineæ, quæ a vertice segmenti ad basis circumferentiam ducitur; quinetiam illud, cujuslibet sphæræ cylindrum, qui basim quidem habeat circulum maximum omnium, qui sunt in sphæra, altitudinem vero æqualem sphæræ diamètro, magnitudine sesquialterum esse sphæræ; ipsius autem superficiem sphæræ superficiei esse sesquialteram: illud denique, quemlibet sectorem solidum æqualem esse cono, qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei segmenti sphæræ, quod est in sectore, altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro sphæræ. Quæcunque igitur theoremata et problemata per theo-

[a] In MS. τμήματος deest. [b] ἧτως [c] δι' αὐτῶν τούτων

* Forte ἐπέστειλας.

Digitized by Google

mata iſta exponuntur, hoc in libro conſcripta ad te miſi: quæcunque vero per aliam inveniuntur contemplationem, quæ tum ad helicas tum ad conoidas pertinent, dabo operam ut ad te quamprimum mittam. Problematum autem hoc primum erat,

λιῳ γράψας ἀπέσταλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, ταῦτα περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι. Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων, τόδε,

PROP. I. Prob.

Data ſphæra, planum ſpatium invenire ſphæræ ſuperficiei æquale.

Hoc vero manifeſtum eſt; cum ex iis, quæ diximus, theorematibus demonſtratum ſit. Quadruplum enim circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra, cum planum ſpatium eſt, tum ſphæræ ſuperficiei æquale.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

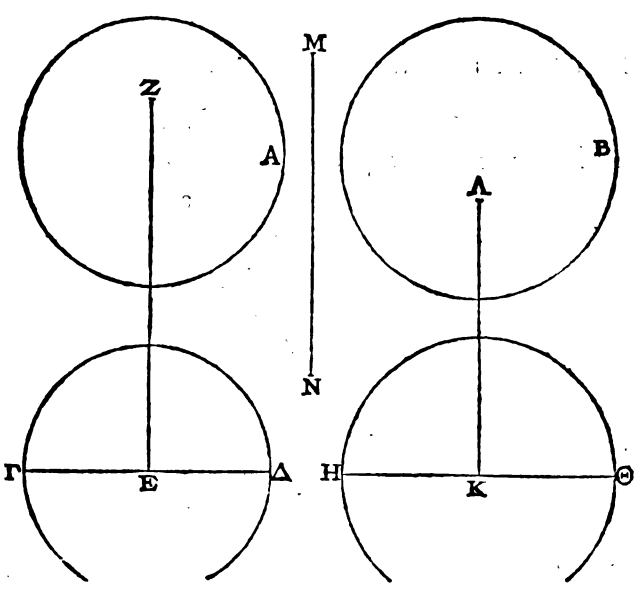
Σφαίρας δοθείσης, ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν, ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

Ἔστι δὲ τοῦτο φανερὸν, δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. Τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ, καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

PROP. II. Prob.

Alterum hoc erat: dato cono, vel cylindro, ſphæram invenire cono, vel cylindro æqualem.

Sit datus conus, vel cylindrus A, et ipſi A æqualis ſphæra B: et ponatur coni, vel cylindri A ſeſquialter cylindrus Γ Z Δ; ſphæræ autem B ſeſquialter cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum H Θ deſcribitur, axis vero K Λ ſphæræ B diametro æqualis. Æqualis eſt igitur cylindrus E cylindro K. Æqualium autem cylindrorum baſes et altitudines reciprocantur. Ut igitur circulus E ad circulum K, hoc eſt, ut quadratum, quod a Γ Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H Θ: ita ſe habet K Λ ad E Z. Æqualis eſt autem K Λ ipſi H Θ. Qui enim cylindrus ſeſquialter eſt ſphæræ diametro æqualem; circuluſque K maximus eſt omnium, qui ſunt in ſphæra. Ut igitur quadratum, quod a Γ Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H Θ, ita ſe habet H Θ ad E Z. Sit modo quadrato quod deſcribitur ab H Θ æquale ſpatium, quod continetur ſub Γ Δ, M N. Ut igitur Γ Δ ad M N, ita ſe habet quadratum, quod a Γ Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H Θ; hoc eſt H Θ ad E Z. Et permutando, ut Γ Δ ad H Θ, ita ſe habet H Θ ad M N, et M N ad E Z. Utraque autem Γ Δ, E Z data eſt. Datæ ſunt igitur inter datas duas rectas Γ Δ, E Z proportionales mediæ H Θ, M N. Utraque igitur H Θ, M N eſt data.



Componetur autem problema hoc pacto. Sit datus conus, vel cylindrus A. Oportet autem cono vel cylindro A æqualem ſphæram invenire.

ΠΡΟΤ. β'.

Τὸ δοθὲν ἢ κώνου δοθέντος, ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Ἔστω ὁ διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α, κ τῷ Α ἴση ἡ Β σφαῖρα· καὶ κείσθω [d] τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ Γ Ζ Δ, τῆς δὲ Β σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, [d] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν Η Θ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ Κ Λ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς Β σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. Τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, τετάρτου ὡς τὸ ἀπὸ [e] Γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η Θ, οὕτως ἡ Κ Λ πρὸς Ε Ζ. Ἴση δὲ ἡ Κ Λ τῇ Η Θ. Ὁ δὲ ἡμιόλιος κύλινδρος τοῦ σφαίρας ἴσην ἔχει τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ Κ κύκλος μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Η Θ, [e] οὕτως ἡ Η Θ πρὸς [f] τὴν Ε Ζ. Ἔστω τῷ ἀπὸ Η Θ ἴσον τὸ ὑπὸ Γ Δ, Μ Ν. Ὡς ἄρα ἡ Γ Δ πρὸς Μ Ν, οὕτως τὸ ἀπὸ Γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Η Θ, τουτέστιν ἡ Η Θ πρὸς Ε Ζ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ Γ Δ πρὸς τὴν Η Θ, [f] οὕτως ἡ Η Θ πρὸς τὴν Μ Ν, καὶ ἡ Μ Ν πρὸς Ε Ζ. Καί ἐστι δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν Γ Δ, Ε Ζ. Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Γ Δ, Ε Ζ, δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ Η Θ, Μ Ν. Δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα [g] τῶν Η Θ, Μ Ν.

Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος, ἢ κύλινδρος ὁ Α. Δεῖ δὴ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

[d] οὗτω [e] οὕτως [f] τὴν [g] τῶν τῆς Η Θ

Digitized by Google

Ἔστω τοῦ Α κώνου, ἢ κυλίνδρου, ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΕΖ. Καὶ εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογον, αἱ ΗΘ, ΜΝ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτω τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, τὴν πρὸς τῷ ΜΝ, πρὸς τὴν ΕΖ· καὶ νοείσθω κύλινδρος, [h] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ ΗΘ διαμέτρῳ. Λέγω δὴ ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ.

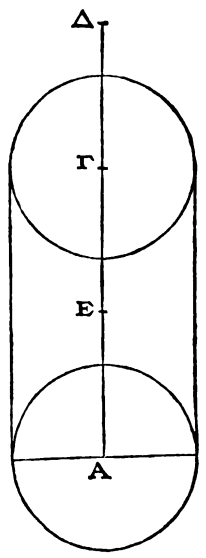
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΗΘ, ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ· καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, οὕτως ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον· ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ. Τῶν ἄρα Ε, Κ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἴσος ἄρα ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. Ὁ δὲ Κ κύλινδρος τῆς σφαίρας, ἧς διάμετρος ἡ ΗΘ ἡμιόλιός ἐστι. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα ἧς ἡ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ ΗΘ, τουτέστιν ἡ Β, ἴση ἐστὶ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

Sit coni vel cylindri A ſeſquialter cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΓΔ, deſcribitur, et axis ΕΖ. Sumanturque inter ΓΔ, ΕΖ duæ proportionales mediæ ΗΘ, ΜΝ; ita ut quemadmodum ΓΔ ad ΗΘ, ita ſe habeat ΗΘ ad ΜΝ, et ΜΝ ad ΕΖ: atque intelligatur cylindrus, cujus baſis circulus, qui circa diametrum ΗΘ deſcribitur, et axis ΚΛ diametro ΗΘ æqualis. Dico cylindrum Ε cylindro Κ æqualem eſſe.

Quoniam enim ut ΓΔ ad ΗΘ, ita ſe habet ΜΝ ad ΕΖ; itemque permutando, æqualiſque eſt ΗΘ ipſi ΚΛ. Ideo ut ΓΔ ad ΜΝ, hoc eſt ut quadratum, quod a ΓΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΘ, ita ſe habet circulus Ε ad circulum Κ; et ut circulus Ε ad circulum Κ, ita ΚΛ ad ΕΖ. Cylindrorum igitur Ε, Κ baſes et altitudines reciprocantur. Æqualis eſt igitur cylindrus Ε cylindro Κ. Cylindrus autem Κ ſphæræ, cujus diameter ΗΘ, eſt ſeſquialter. Igitur etiam ſphæra, cujus diameter ipſi ΗΘ eſt æqualis, hoc eſt ſphæra Β, æqualis eſt cono, vel cylindro Α.

EUTOCIUS.

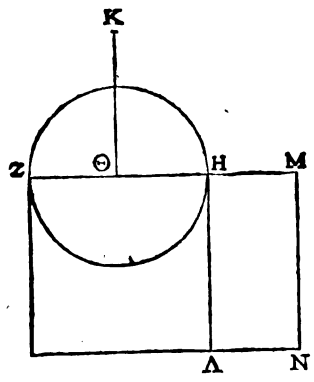
Σαφῶς ἡμῖν τὰ ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ θεωρημάτων γεγραμμένων, ἀκόλουθος καὶ ἡ κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐν τοῖς δευτέροις θεωρήμασι σπουδή. Φησὶ δὲ πρῶτον ἐν τῷ β θεωρήματι· εἰλήφθω τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος. Τοῦτο δὲ διχῶς δυνατόν ἐστιν [i] εἰπεῖν, ἤτοι τῆς βάσεως τῆς αὐτῆς σωζομένης ἐν ἀμφοτέροις, ἢ τοῦ ὕψους. Καὶ ἵνα σαφέστερον γένηται τὸ λεγόμενον, νενοήσθω κῶνος, ἢ κύλινδρος, οὗ βάσις μὲν ὁ Α κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΑΓ. Καὶ δέον ἔστω αὐτοῦ κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιον κύλινδρον εὑρεῖν. Ὑποκείσθω δὴ πρότερον ὁ ΑΓ κύλινδρος, καὶ προσκεβλήσθω τὸ ΑΓ ὕψος τοῦ κυλίνδρου, καὶ κείσθω τῆς ΑΓ ἡμίσεια ἡ ΓΔ. Ἡ ἄρα ΑΔ ἡμιόλιά ἐστι τῆς ΑΓ. Ἐὰν δὴ νοήσωμεν κύλινδρον, βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΔ εὐθεῖαν, ἡμιόλιος [k] ἔσται τοῦ προτεθέντος τοῦ ΑΓ. Οἱ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Εἰ δὲ κῶνος εἴη ὁ ΑΓ, τμηθείσης τῆς ΑΓ δίχα, ὡς κατὰ τὸ Ε, ἐὰν πάλιν νοηθῇ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΕ, ἔσται ἡμιόλιος τοῦ ΑΓ. Ὁ γὰρ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν Α κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΑΓ εὐθεῖαν, τῷ μὲν ΑΓ κώνου τριπλάσιός ἐστι, τοῦ δὲ ΑΕ κυλίνδρου διπλάσιος. Ὥστε δῆλον, ὅτι καὶ ὁ ΑΕ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ ΑΓ κώνου. Οὕτως μὲν δὴ, τῆς αὐτῆς βάσεως σωζομένης, ἔν τε τῷ προτεθέντι, καὶ ἐν τῷ λαμβανομένῳ, γενήσεται τὸ πρόβλημα. Ἔστι δὲ καὶ, τῆς βάσεως διαφόρου τυγχανούσης, τοῦ δὲ ὕψους τοῦ αὐτοῦ μένοντος, τὸ αὐτὸ ποιεῖν. Ἔστω γὰρ πάλιν κῶνος ἢ κύλινδρος,

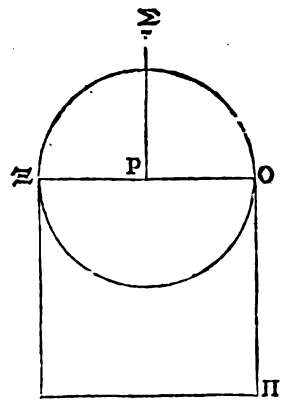


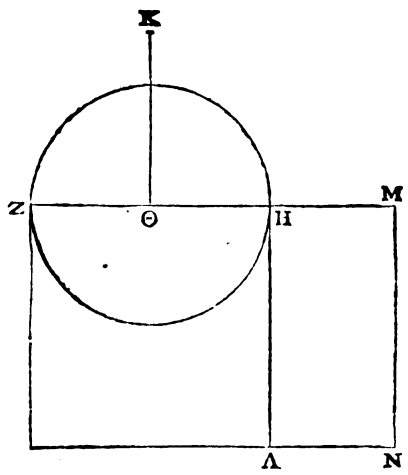
Cum, quæ primo in libro ſunt, theoremata ſatis, opinor, perſpicue a nobis ſint explicata, ſequitur, ut ea quoque, quæ ſunt in ſecundo, eadem cura perſequamur. Ac primum quidem hoc in ſecundo theoremate dicit: ſumatur cylindrus dati coni, vel cylindri ſeſquialter. Hoc autem poteſt duobus dici modis; nimirum ſervata in utroque eadem vel baſe, vel altitudine. Quod ut clarius fiat, intelligatur conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis ſit circulus A, altitudo vero ΑΓ. Oporteat autem cylindrum invenire coni, aut cylindri hujus ſeſquialterum. Ponatur primo ΑΓ cylindrus eſſe; productaque ejus altitudine ΑΓ, abſcindatur ΓΔ ipſius ΑΓ dimidia. Eſt igitur ΑΔ ſeſquialtera ipſius ΑΓ. Itaque ſi intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam ΑΔ, ſeſquialter erit propoſiti cylindri ΑΓ. Qui enim coni, et cylindri ſuper eadem baſe conſtituti ſunt, hi ſeſe habent invicem ut altitudines. Quod ſi ΑΓ conus fuerit, ſecta ΑΓ in duas æquas partes in puncto Ε, ſi rurſus intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero ΑΕ, hic erit coni ΑΓ ſeſquialter. Cylindrus enim baſim quidem habens circulum A, altitudinem vero rectam ΑΓ, coni quidem ΑΓ eſt triplus, cylindri vero ΑΕ duplus. Quare conſtat cylindrum ΑΕ ſeſquialterum eſſe coni ΑΓ. Atque ita quidem, eadem in utroque cum propoſito tum ſumpto baſe ſervata, problema conficietur. Quinetiam ſi baſis diverſa, et altitudo eadem fuerit, hoc ipſum fiet. Sit enim rurſus conus, aut cylindrus, cujus quidem baſis circulus

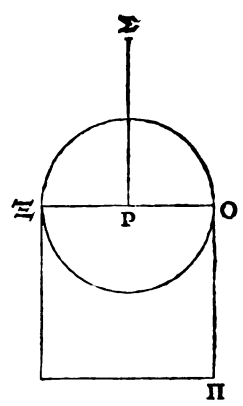
[h] ἔτω [i] ποιεῖν [k] ἄξεται

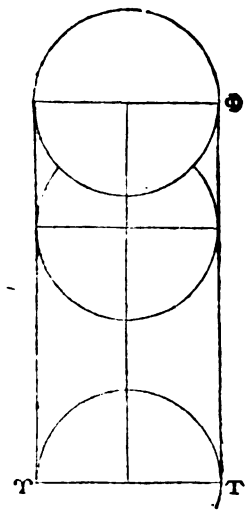
ZH, altitudo vero recta ΘK: oportet autem cylindrum invenire, coni aut cylindri hujus ſeſquialterum, cujus altitudo ſit ipſi ΘK æqualis. Deſcribatur a circuli diametro ZH quadratum ZΛ; productaque ZH, abſcindatur ejus dimidia HM; compleaturque parallelogrammum ZN. Seſquialterum igitur eſt cum ZN ipſius ZΛ, tum MZ ipſius ZH. Conſtituatur modo quadratum ΞΠ parallelogrammo ZN æquale; deſcribaturque circa unum ejuſdem latus ΞO, velut diametrum, circulus. Erit utique circulus ΞO circuli ZH ſeſquialter. Circuli enim ſeſe habent invicem ut quadrata, quæ a diametris deſcribuntur. Itaque ſi rurſus intelligatur cylindrus baſim quidem habens circulum ΞO, altitudinem vero ipſi ΘK æqualem; ſeſquialter erit cylindri, cujus quidem baſis circulus ZH, altitudo vero recta ΘK. Quod ſi conus fuerit, iiſdem pariter confectis, conſtitutoque quadrato tertiæ parti parallelogrammi ZN æquali, cujuſmodi eſt ΞΠ, circuloque circa ejuſdem latus ΞO deſcripto; ſi intelligatur cylindrus ab hoc circulo excitatus eſſe altitudinem habens ΘK, hic erit propoſiti coni ſeſquialter. Quoniam enim parallelogrammum ZN quadrati quidem ΞΠ eſt triplum, quadrati vero ZΛ ſeſquialterum; erit utique idem ZΛ ipſius ΞΠ duplum. Propterea et circulus circuli, et cylindrus cylindri duplus erit. At vero cylindrus baſim quidem habens circulum ZH, altitudinem vero ΘK, triplus eſt coni circa eamdem baſim, et altitudinem deſcripti. Quare et cylindrus baſim quidem habens circulum ΞO, altitudinem vero ipſi ΘK æqualem, ſeſquialter eſt coni propoſiti. Jam ſi oportuerit neque altitudinem, neque baſim eamdem eſſe, problema duobus pariter modis conficietur. Qui enim quæritur cylindrus, habuerit utique aut baſim, aut altitudinem datæ cuidam æqualem. Ac quæ data eſt, ſit primum baſis, puta circulus ΞO. Oporteat autem cylindrum invenire, quem a baſe ΞO excites, dati coni, aut cylindri ſeſquialterum. Sumatur eo, quo ſupra diximus, modo cylindrus ΦΥ dati coni, aut cylindri ſeſquialter, eamdemque atque propoſitus baſim habens: et fiat, ut quadratum quod a ΞO deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΥ, ita cylindri ΦΥ altitudo ad PΣ. Igitur cylindrus, qui a baſe ΞO excitatur, altitudinem habens PΣ cylindro ΦΥ æqualis eſt: reciprocantur enim inter ſe

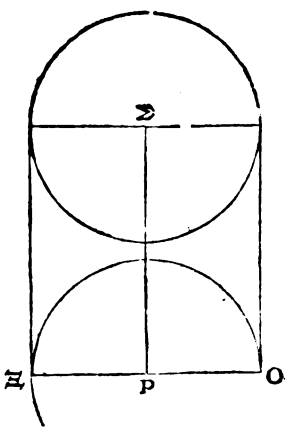












ἓ βάσις ὁ ΖΗ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΘΚ εὐθεῖα, ἓ δέον ἔσω ἡμιόλιον [l] κύλινδρον εὑρεῖν, ὕψος ἔχοντα ἴσον τῇ ΘΚ. Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΖΗ διαμέτρου τοῦ κύκλου τετράγωνον τὸ ΖΛ, καὶ προσεκβληθείσης τῆς ΖΗ, [m] κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ΗΜ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΝ παραλληλόγραμμον. Τὸ ἄρα ΖΝ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ΖΛ, καὶ ἡ ΜΖ [n] τῆς ΖΗ. Συνεστάτω δὴ τῷ ΖΝ παραλληλογράμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ ΞΠ· καὶ περὶ διάμετρον μίαν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ τὴν ΞΟ κύκλος περιγεγράφθω. [o] Ἔσται δὴ ὁ ΞΟ ἡμιόλιος τοῦ ΖΗ. Οἱ γὰρ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Καὶ ἐὰν πάλιν νοηθῇ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν ΞΟ κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΘΚ, [p] ἔσται ἡμιόλιος τοῦ κυλίνδρου [q] οὗ βάσις μὲν ὁ ΖΗ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΘΚ. Εἰ δὲ κῶνος εἴη, ὁμοίως τὰ ποιήσαντες, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ΖΝ παραλληλογράμμου ἴσον συνεστάμενοι τετράγωνον, ὡς τὸ ΞΠ· καὶ περὶ τὴν πλευρὰν αὐτοῦ ΞΟ κύκλον γράψαντες, ἐὰν νοήσωμεν ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρον ὕψος ἔχοντα τὴν ΘΚ· ἕξομεν αὖτον ἡμίολιον τοῦ προτεθέντος κώνου. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΖΝ παραλληλόγραμμον τοῦ ΞΠ τετραγώνου τριπλάσιον, τοῦ δὲ ΖΛ ἡμιόλιον· τὸ ΖΛ τοῦ ΞΠ [r] ἔσται διπλάσιον. Καὶ διὰ τοῦτο [s] καὶ ὁ κύκλος τοῦ κύκλου διπλάσιος, καὶ ὁ κύλινδρος τοῦ κυλίνδρου. Ἀλλ' ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν ΖΗ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΘΚ, τριπλάσιός ἐστι τοῦ, περὶ τὸν αὐτὴν βάσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ κώνου. Ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν ΞΟ κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΘΚ, ἡμιόλιός ἐστι τοῦ προκειμένου κώνου. Εἰ [t] δὴ δέοι μήτε τὸν ἄξονα τὸν αὐτὸν εἶναι, μήτε τὴν βάσιν, γενήσεται τὸ πρόβλημα πάλιν διχῶς. Ἡ γὰρ τὴν βάσιν ἕξει ἴσην τῇ δοθείσῃ, ἢ τὸν ἄξονα ὁ προσειζόμενος κύλινδρος. Ἔστω γὰρ πρότερον ἡ βάσις διδομένη, ὡς ὁ ΞΟ κύκλος. Καὶ δέον ἔστω κύλινδρον εὑρεῖν ἡμιόλιον τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου, ἀπὸ βάσεως τῆς ΞΟ. Εἰλήφθω, ὡς προείρηται, τοῦ δοθέντος κώνου, ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ προτεθέντι ὁ ΦΥ· καὶ γεγονέτω ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΞΟ, πρὸς τὸ [u] ἀπὸ ΤΥ, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΦΥ πρὸς [w] τὴν ΡΣ. Ἔσται ἄρα ὁ κύλινδρος ὁ ἀπὸ τῆς ΞΟ βάσεως, ὕψος ἔχων τὴν ΡΣ, ἴσος τῷ ΦΥ· ἀντιπεπόνθασι γὰρ αἱ βάσεις [x] τοῖς ὕψεσι· καὶ γενομένης ἂν εἴη τὸ ἐπί-

[l] In MS. κύλινδρον deeſt. [m] κείσθω αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ΗΜ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΝ in MS. deſunt. [n] τῇ ΖΗ [o] ἔστω [p] ἔστω [q] οὗτος [r] ἔστω [s] In MS. καὶ deeſt. [t] δὲ ex MS. [u] ἀπὸ τοῦ ΤΥ [w] τὴν ΡΟ ἔστω [x] ταῖς

Digitized by Google

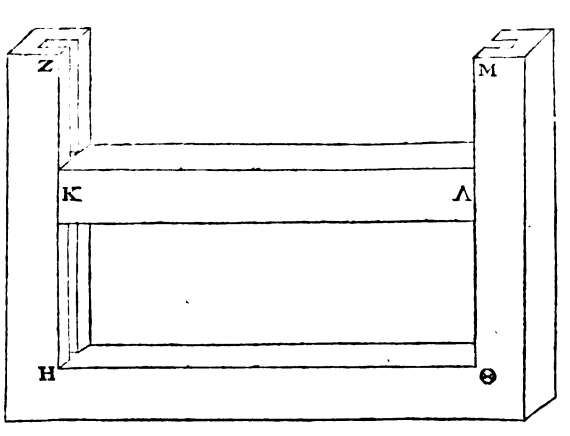
ταγμα. Εἰ δὲ μὴ ἡ βάσις ᾖ διδομένη, ἀλλὰ ὁ ἄξων, τῷ αὐτῷ λόγῳ ποιηθέντος τοῦ Φ Υ, γενήσεται τὰ τῆς προτάσεως.

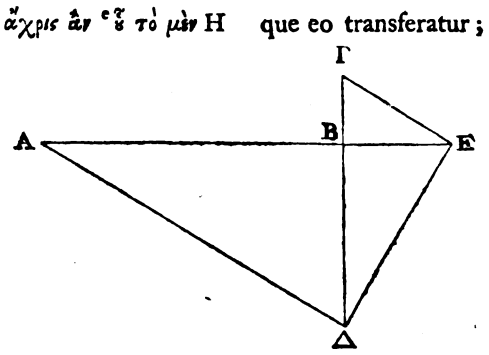
ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β.

Τούτῳ ληφθέντος, ἐπεὶ δι' ἀναλύσεως αὐτῶν προέζη τὰ τῶ προβλήματος, λῆξάσης τῆς ἀναλύσεως εἰς τὸ δεῖν δύο δοθεισῶν δύο μέσας ἀνάλογον παρεμβαλεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, φησὶν ἐν τῇ συνθέσει, εὑρήσθαι. Τὴν δὲ εὕρεσιν τούτων, ὑφ' αὐτῶ μὲν γεγραμμένῳ οὐδὲ ὅλως εὑρίσκομεν. Πολλῶν δὴ κλεινῶν ἀνδρῶν γραφαῖς [y] ἐντυχήκαμεν, τὸ πρόβλημα τοῦτο ἐπαγγελλομέναις, ὧν τὴν Εὐδόξου τοῦ Κνιδίου παρητησάμεθα [z] γράφειν. Ἐπειδὴ φησι μὲν ἐν προοιμίοις διὰ καμπύλων γραμμῶν αὐτὴν ηὑρηκέναι, ἐν ᾗ τῇ ἀποδείξει πρὸ τοῦ μὴ κεχρῆσθαι καμπύλαις γραμμαῖς· ἀλλὰ καὶ διηρημένην ἀναλογίαν [a] εὑρών, ὡς συνεχεῖ χρῆται· ὅπερ ἴσως ἄτοπον ὑπονοῆσαι. Τί λέγω περὶ Εὐδόξου, ἀλλὰ πρὸς τῶν καὶ μετρίως πρὸς γεωμετρίαν ἀνεσταμμένων; Ἵνα δὲ ἡ τῶν εἰς ἡμᾶς ἐληλυθότων ἀνδρῶν ἔννοια ἐμφανὴς γένηται, ὁ ἑκάστου τῆς εὑρέσεως τρόπος καὶ ἐνταῦθα γραφήσεται.

ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὰ Δ, Ε. Καὶ κατεσκευάσθω ὀρθὴ γωνία ἡ ὑπὸ Ζ Η Θ· καὶ ἐν ἑνὶ σκέλει, οἷον τῷ Ζ Η, κινείσθω κανών ὁ Κ Λ ἐν σωλῆί τινι ὄντι ἐν τῷ Ζ Η ἄτως, ὥστε παράλληλον αὐτὸν διαμένειν τῷ Η Θ. [b] Ἔσαι δὴ τοῦτο, ἐὰν καὶ ἕτερον κανόνιον νοηθῇ συμφυὲς τῷ Θ Η, παράλληλον τῷ Ζ Η, ὡς τὸ Θ Μ. Σωλῆσι [c] χθεισῶν γὰρ τῶν ἄνωθεν ὑπφανειῶν τῶν Ζ Η, Θ Μ σωλῆσι πελεκινοειδέσι, καὶ τύλων συμφυῶν γενομένων τῷ Κ Λ εἰς τοὺς εἰρημένους σωλῆνας, [d] ἔσαι ἡ κίνησις τοῦ Κ Λ παράλληλος ἀεὶ τῷ Η Θ. Τούτων οὖν κατασκευασμένων, κείσθω τὸ ἓν σκέλος τῆς γωνίας Ζ Η Θ τυχὸν τὸ Η Θ, φαῦον τοῦ Γ· καὶ μεταφερέσθω ἥτε γωνία, καὶ ὁ Κ Λ κανών, ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν [e] ἕ τὸ μὲν Η σημεῖον ἐπὶ τῆς Β Ε εὐθείας ᾖ, τοῦ Η Θ σκέλους φαύοντος τοῦ Γ· ὁ δὲ Κ Λ κανὼν κατὰ μὲν τὸ Κ [f] φαύῃ τῆς Β Δ εὐθείας, κατὰ δὲ τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ Α. Ὥστε εἶναι, ὡς ἔχει ὅλη τῆς καταγραφῆς, τὴν μὲν ὀρθὴν γωνίαν θέσιν ἔχουσαν, ὡς τὴν ὑπὸ Γ Ε Δ· τὸν δὲ Κ Λ κανόνα θέσιν ἔχειν, οἵαν ἔχει ἡ Δ Α. Τούτων γὰρ [g] γενομένων ἔσαι τὸ προκείμενον. Ὀρθῶν γὰρ οὐσῶν τῶν πρὸς [h] τοῖς Δ, Ε, ἐστὶν ὡς ἡ Γ Β πρὸς Β Ε, ἡ Ε Β πρὸς Β Δ, καὶ ἡ Δ Β πρὸς Β Α.





[y] ἐντετυχήκαμεν [z] γραφὴν [a] εὑρεῖν [b] ἔσω [c] σθεισῶν [d] ἔσω [e] In MS. ἕ deeſt. [f] φάυει [g] γεναμένων ἔσω [h] τοῖς Λ Ε

IN SECUNDI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

Sumpto eo, ex cujus reſolutione, quæ ad problema pertinent, fluxerunt; cum reſolutio ipſa eo demum exierit, ut inter datas duas rectas duæ proportionales mediæ proportione continua inveniendæ ſint; illud in compoſitione dicit, inveniantur. Quo autem pacto eaſdem ipſe invenerit, compertum plane mihi non eſt. Cum autem in multorum illuſtrium virorum ſcripta inciderim, in quibus plures problematis hujus conficiendi rationes traduntur, unam Eudoxi Gnidii rejeci. Quippe quum in Proæmiis per curvas lineas illam ſe inveniſſe dicat, nullas in demonſtratione curvas lineas adhibet; diſcretaque, quam inſtituit, proportione tamquam continua utitur; quod abſurdum utique erat cogitaſſe. Quid de Eudoxo dico, cum de illis quoque dici poſſit, qui mediocriter in Geometria verſati ſunt? Ut autem eorum intelligentia, quorum ſcripta ad nos pervenerunt, cognoſcatur, qua quiſque ratione Problema illud confecerit, deinceps ſcribetur.

QUA PLATO.

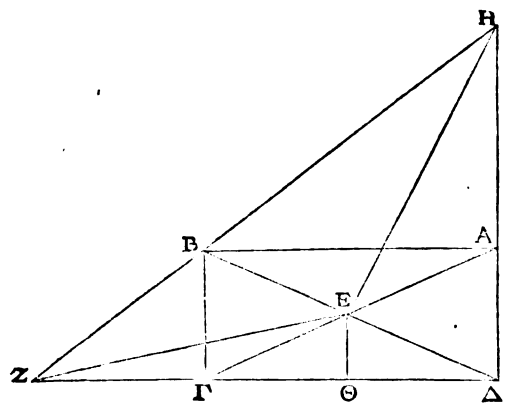
Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Sint datæ duæ rectæ, AB, BΓ ad angulos inter ſe invicem rectos, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Producantur in directum ad puncta Δ, E. Conſtruatur autem rectus angulus ZHΘ: cujus in uno crure, puta ZH, per ſtrigem aliquam, quæ ducta in ipſo ſit, regula KΛ ita moveatur, ut cruri alteri HΘ parallela maneat. Hoc vero fiet, ſi ipſi ΘH intelligatur regula alia inſerta eſſe cruri ZH parallela, cujuſmodi eſt ΘM. Cum enim ſtriatæ deſuper ſint ſuperficies ZH, ΘM ſtrigibus ſecuriclatis; compactis utique in regulam KΛ ligneis clavis, iiſdemque in eas, quas diximus, ſtriges inſertis; KΛ ipſi HΘ parallela continuo movebitur. His ita confectis, admoveatur utrumlibet crus anguli ZHΘ, HΘ ad punctum Γ: et tum angulus, tum regula KΛ uſque eo transferatur; donec, crure HΘ per punctum Γ tranſeunte, punctum quidem H ſuper rectam BE cadat; regula vero KΛ ab una parte, puncto ipſius K, rectam BΔ, et ab altera rectam ΔA contingat. Nimirum figuræ hujus ſpecies exhibeatur: ita ut rectus quidem angulus eodem, quo ΓEΔ, ſitu jaceat; regula vero KΛ eodem, quo recta ΔA. Hæc enim ſi ita fiant, quod propoſitum eſt conficietur. Nam anguli, qui ad puncta ſunt Δ, E cum ſint recti; ut ΓB ad BE, ita ſe habuerit tum EB ad ΔB, tum BΔ ad BA.

Digitized by Google

QUA HERO

In Mechanicis inſtitutionibus, libriſque de telis fabricandis.

Sint datæ duæ rectæ A B, B Γ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter ſe invicem, ut rectum, qui ad punctum B eſt, angulum comprehendant: et compleatur parallelogrammum; junganturque A Γ, B Δ. Manifeſtum igitur eſt eaſdem, rectæ cum ſint, in duas æquas partes ſeſe invicem ſecare. Qui enim circulus circa earum alteram deſcribitur, hic per alterius quoque extrema tranſibit; eo quod parallelogrammum rectangulum eſt. Producantur ΔΓ, Δ A ad puncta Z, H: atque intelligatur regula Z B H circa clavum aliquem ligneum moveri puncto B infixum. Moveatur autem uſque eo circa hunc clavum, donec æquales abſciderit rectas, quæ a puncto E ducuntur; hoc eſt E H, E Z. Intelligatur vero eas abſcidiſſe ubi primum ad ſitum pervenerit Z B H; atque ſint, ut dictum eſt, E H, E Z. Ducatur modo a puncto E ad ΓΔ normalis EΘ. Secat utique ipſam ΓΔ in duas æquas partes. Quoniam igitur ΓΔ in duas æquas partes in puncto Θ ſecatur, eidemque apponitur Γ Z; ſpatium quod ſub Δ Z Γ continetur, una cum quadrato, quod a ΓΘ deſcribitur, quadrato æquale eſt, quod deſcribitur a Θ Z. Commune addatur quadratum, quod deſcribitur ab EΘ. Quod igitur ſpatium ſub Δ Z Γ continetur, una cum quadratis, quæ a ΓΘ, Θ E deſcribuntur, id æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a Z Θ, Θ E. Æquale autem eſt quadratis quidem, quæ a ΓΘ, Θ E deſcribuntur, quadratum, quod a Γ E deſcribitur; quadratis vero, quæ deſcribuntur a Z Θ, Θ E, quadratum, quod deſcribitur ab E Z. Quod igitur ſpatium ſub Δ Z Γ continetur, una cum quadrato, quod a Γ E deſcribitur, id æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab E Z. Eadem ratione demonſtrabitur, etiam ſpatium, quod ſub Δ H A continetur, una cum quadrato, quod ab A E deſcribitur, æquale eſſe quadrato, quod deſcribitur ab E H. Æqualis eſt autem tum A E ipſi E Γ, tum H E ipſi E Z. Igitur etiam ſpatium, quod ſub Δ Z Γ continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur, ſub Δ H A. At vero ſi ſpatium, quod ſub extremis continetur, ſpatio æquale ſit, quod continetur ſub mediis, quatuor hæ rectæ proportionales invicem ſunt. Igitur, ut Z Δ ad Δ H, ita ſe habet A H ad Γ Z. Ut autem Z Δ ad Δ H, ita ſe habet tum Z Γ ad Γ B, tum B A ad A H. Ductæ enim ſunt in triangulo Z Δ H parallelæ alteri quidem lateri Δ H, Γ B; alteri vero Δ Z, A B. Ut igitur B A ad A H, ita ſe habet A H ad Γ Z, et Γ Z ad Γ B. Proportionales igitur mediæ inter A B, B Γ ſunt A H, Z Γ: quæ inveniendæ proponebantur.



ΩΣ ΗΡΩΝ

Ἐν Μηχανίκαις εἰσαγωγαῖς, καὶ ἐν τοῖς βελοποικοῖς.

Ἔϛωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν ὥϛε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ Β· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Β Δ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Γ, Β Δ. Φανερὸν δή, ὅτι ἴσαι ἔσαι δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας. Ὁ γὰρ περὶ μίαν αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τῶν περάτων τὴν ἑτέρας, διὰ τὸ ὀρθογώνιον εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ Δ Γ, Δ Α ὅπῃ τὰ Ζ, Η, καὶ νοείσθω κανόνιον ὡς τὸ Ζ Β Η, κινούμενον περί τινα τύλον μένοντα πρὸς τῷ Β. Καὶ κινείσθω ἕως ἀποτέμοι ἴσας τὰς ἀπὸ τοῦ Ε, τουτέϛι τὰς Ε Η, Ε Ζ. Καὶ νοείσθω ἀποτεμὼν, καὶ ϛάϛιν ἔχον τὴν Ζ Β Η, [i] ἴσων, ὡς εἴρηται, γινομένων τῶν Ε Η, Ε Ζ. Ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν Γ Δ κάθετος ἡ Ε Θ. Δίχα δὴ τέμνει, [k] δῆλον ὅτι τὴν Γ Δ. Ἐπεὶ οὖν δίχα τέμνεται ἡ Γ Δ κατὰ τὸ Θ, καὶ πρόσκειται ἡ Γ Ζ, τὸ ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Θ, ἴσον ἐϛὶν τῷ ἀπὸ Θ Ζ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ Ε Θ. Τὸ ἄρα ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τῶν ἀπὸ Γ Θ, Θ Ε, ἴσον ἐϛὶ τοῖς ἀπὸ Ζ Θ, Θ Ε. Καί ἐϛι τοῖς μὲν ἀπὸ Γ Θ, Θ Ε, ἴσον τὸ ἀπὸ Γ Ε· τοῖς δ' ἀπὸ Ζ Θ, Θ Ε, ἴσον τὸ ἀπὸ Ε Ζ. Τὸ ἄρα ὑπὸ Δ Ζ Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ Γ Ε, ἴσον τῷ ἀπὸ Ε Ζ. Ὁμοίως δὴ δειχθήϛεται, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ Δ Η Α μετὰ τοῦ ἀπὸ Α Ε, [l] ἴσον ἐϛὶ τῷ ἀπὸ Ε Η. Καί ἐϛιν ἴϛη ἡ μὲν Α Ε τῇ Ε Γ, ἡ δὲ Η Ε τῇ Ε Ζ. Καὶ τὸ ὑπὸ Δ Ζ Γ ἄρα ἴσον ἐϛὶ τῷ ὑπὸ Δ Η Α. Ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέϛαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰϛι. Ἔϛιν ἄρα ὡς Ζ Δ πρὸς Δ Η, οὕτως ἡ Α Η πρὸς Γ Ζ· Ἀλλ' ὡς ἡ Ζ Δ πρὸς Δ Η, οὕτως ἡ Ζ Γ πρὸς Γ Β, καὶ ἡ Β Α πρὸς Α Η. Τριγώνου γὰρ τοῦ Ζ Δ Η παρὰ μίαν μὴ τὴν Δ Η, ἦκται ἡ Γ Β, παρὰ δὲ τὴν Δ Ζ ἡ Α Β. Ὡς ἄρα ἡ Β Α πρὸς Α Η, οὕτως ἡ Α Η πρὸς Γ Ζ, καὶ ἡ Γ Ζ πρὸς Γ Β. Τῶν ἄρα Α Β, Β Γ μέσαι ἀνάλογόν εἰϛι αἱ Α Η, Γ Ζ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

QUA PHILO BYZANTINUS.

Sint datæ duæ rectæ A B, B Γ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat. Ponantur ita inter ſe invicem, ut rectum, qui ad punctum B eſt, angulum comprehendant: et juncta A Γ, deſcribatur circa ipſam ſemicirculus A B E Γ: ducanturque A Δ, et Γ Z, altera quidem ad B A, altera vero ad Γ B, utraque ad angulos rectos. Admoveatur autem ad punctum B regula rectas abſcindens A Δ, Γ Z: eademque moveatur uſque eo circa id punctum, donec quæ recta a puncto B ad Δ du-

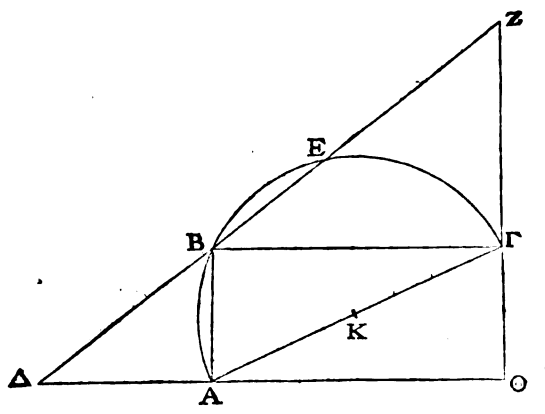
ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.

Ἔϛωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ Α Β, Β Γ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Κείσθωσαν, ὥϛε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ Β· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς Α Γ, γεγράφθω περὶ [m] αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ Α Β Ε Γ· καὶ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν, τῇ μὲν Β Α, ἡ Α Δ, τῇ δὲ Β Γ ἡ Γ Ζ. Καὶ παρακείσθω κανὼν κινούμενος πρὸς τῷ Β, τέμνων τὰς Α Δ, Γ Ζ· καὶ κεκινήσθω περὶ μὲν τὸ Β, ἄχρις ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Δ

[i] ἴσην [k] δηλονότι [l] ἴσον τὸ [m] αὐτῶν

Digitized by Google

ἴση γέγηται τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Ζ, τετέσι τῇ μεταξὺ τῆς τε περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ΓΖ. Νενοήσθω οὖν ἔχον τὸ κανόνιον σχῆμα, οἷαν [n] ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης, ὡς εἴρηται, τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι αἱ ΑΔ, ΓΖ μέσαι ἀνάλογόν εἰσι τῶν ΑΒ, ΒΓ. Νενοήσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ ΔΑ, ΖΓ, καὶ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ Θ. Φανερὸν δὴ ὅτι παραλλήλων ὐσῶν τῶν ΒΑ, ΖΘ, ἡ πρὸς [o] τὸ Θ γωνία ὀρθή ἐστι· καὶ ὁ ΑΕΓ κύκλος ἀναπληρούμενος ἥξει καὶ ἐφὰ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΕΖ, καὶ τὸ ὑπὸ ΕΔΒ ἄρα [p] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΒΖΕ. Ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΕΔΒ, ἴσον ὅτι τῷ ὑπὸ ΘΔΑ· ἑκάτερον γὰρ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ὑπὸ τοῦ Δ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΒΖΕ ἴσον τῷ ὑπὸ ΘΖΓ· ἑκάτερον γὰ ὁμοίως ἴσον ἐστὶ [q] τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ Ζ. Ὡς τε καὶ τὸ ὑπὸ ΘΔΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΓ· καὶ ἐφὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς ΔΑ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΖ, οὕτως ἥ τε ΒΓ πρὸς ΓΖ, καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ. Τριγώνου γὰρ τοῦ ΔΘΖ, παρὰ μὲν τὴν ΔΘ, ἦκται ἡ ΒΓ, παρὰ δὲ τὴν ΘΖ ἡ ΒΑ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΓΖ πρὸς ΔΑ καὶ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ· ὅπερ προέκειτο δεῖξαι.



Ἰστέον δέ, ὅτι ἡ τοιαύτη κατασκευὴ σχεδόν ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ [r] Ἥρωνος κατασκευῇ. Τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον ταυτόν ἐστι τῷ τῆς τοῦ Ἥρωνος κατασκευῆς, καὶ αὐταὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι πλευραὶ αἱ ΘΑ, ΘΓ, καὶ ὁ πρὸς τῷ Β κινούμενος κανών. Ταύτῃ δὲ μόνον διαφέρει, ὅτι ἐκεῖ μὲν μέχρι τοσούτου ἐκινοῦμεν τὸν Β τὸν κάνονα, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς ΑΓ, τετέσι τοῦ Κ, ἴσαι ὑπ' αὐτοῦ ἀπετέμνοντο πρὸς ταῖς ΘΔ, ΘΖ προσπίπτουσαις, ὡς αἱ ΚΔ, ΚΖ· ἐνταῦθα δὲ ἄχρις ἂν ἡ ΔΒ ἴση γένηται τῇ ΕΖ. Ἐφ' ἑκατέρας δὲ κατασκευῆς τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖ. Τὸ δὲ νῦν εἰρημένον πρὸς χρῆσιν εὐθετώτερον· τὰς γὰρ ΔΒ, ΕΖ ἴσας τηρεῖν ἐνδέχεται, διῃρημένου τοῦ ΔΖ κανόνος εἰς ἴσα καὶ συνεχῆ. Πολὺ γὰρ εὐκολώτερον τοῦ καχλίνῳ διαπειράζειν τὰς ἀπὸ τοῦ Κ ἴσας πρὸς [s] τὰ Δ, Ζ.

citur rectæ æqualis fiat, quæ ducitur a puncto E ad Z; nempe illi, quæ inter circumferentiam circuli, et ΓZ interjicitur. Itaque intelligatur regula hæc ad ſitum perveniſſe ΔBEZ, ubi primum fuerit ΔB ipſi EZ, ut dictum eſt, æqualis. Dico rectas AΔ, ΓZ medias inter AB, BΓ proportionales eſſe. Intelligantur enim productæ eſſe rectæ ΔA, ZΓ, eædemque in puncto Θ concurriſſe. Manifeſtum utique eſt, cum BA, ZΘ parallelæ ſint, angulum, qui ad punctum Θ eſt, rectum eſſe: ideoque fore, ut ſi circulus AEΓ perficiatur, per id punctum tranſeat. Quoniam igitur æqualis eſt BΔ ipſi EZ, æquale etiam eſt ſpatium, quod ſub EΔB continetur, ſpatio, quod continetur ſub BZE. Æquale autem eſt ſpatium quidem, quod ſub EΔB continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΘΔA: utrumque enim quadrato eſt æquale, quod a recta, quæ circulum a puncto Δ contingit, deſcribitur. Spatium vero, quod ſub BZE continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΘZΓ: utrumque enim pariter quadrato eſt æquale, quod a recta deſcribitur, quæ circulum contingit a puncto Z. Igitur etiam ſpatium, quod ſub ΘΔA continetur, ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub ΘZΓ: et propterea ut ΔΘ ad ΘZ, ita ſe habet ΓZ ad ΔA. Ut autem ΘΔ ad ΘZ, ita ſe habet tum BΓ ad ΓZ, tum ΔA ad AB. Ductæ enim ſunt in triangulo ΔΘZ parallelæ alteri quidem lateri ΔΘ, BΓ; alteri vero ΘZ, BA. Ut igitur BΓ ad ZΓ, ita ſe habet ΓZ ad ΔA et ΔA ad AB: quod demonſtrandum proponebatur.

Illud vero ſciendum eſt, conſtructionem hanc eamdem fere, quæ Hieronis, eſſe. Nam parallelogrammum BΘ idem eſt atque illud Hieronis; eædemque ſunt productæ rectæ ΘA, ΘΓ; itemque regula, quæ circa punctum B movetur. Hoc uno inter ſe differunt, quod regula in illa quidem uſque eo circa punctum B movebatur, donec rectas æquales abſcinderet, quæ a puncto rectam AΓ in duas æquas partes ſecante, hoc eſt K, ad ΘΔ, ΘZ ducuntur, cujuſmodi ſunt KΔ, KZ; in hac vero eo uſque movetur, donec ΔB ipſi EZ æqualis fiat. Cæterum in utraque res eodem recidit. Sed altera, quam modo diximus, uſui accommodatior eſt: cum obtineatur, ut ΔB, EZ æquales deprehendantur, regula in æquas partes eaſque continuas diviſa. Quod ſane longe facilius eſt, quam circino explorare, an quæ a puncto K ad Δ, Z ducuntur, æquales ſint.

[t] ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ ΒΑΓ, ὀρθὴν περιέχουσαι γωνίαν τὴν πρὸς τῷ Α. [u] Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΑΓ, κύκλου καὶ [w] περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΚΘΛ· καὶ πάλιν κέντρῳ [x] τῷ Γ, καὶ διαστήματι τῷ ΑΒ, κύκλου [y] περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΘΝ, καὶ τεμνέτω τὴν ΚΘΛ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπι-

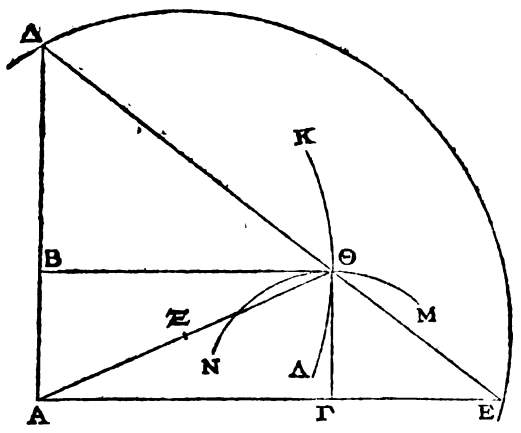
QUA APOLLONIUS.

Sint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oporteat, BAΓ: eædemque rectam, qui ad punctum A eſt, angulum comprehendant. Deſcribatur centro quidem B, intervallo vero AΓ circumferentia circuli KΘΛ: rurſuſque centro Γ, et intervallo AB circumferentia circuli MΘN; quæ quidem priorem illam KΘΛ in puncto Θ ſecet; et jungantur ΘA,

[n] ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης ὡς εἴρηται τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι in MS. deſunt. [o] τὸ Γ [p] In MS. ἴσον deeſt. [q] τῷ ex MS. [r] Ἥρωνος. Τὸ γὰρ ΒΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτό ἐστι τῷ ληφθέντι ἐπὶ τῆς Ἥρωνος κατασκευῆς καὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι [s] τὸ ΚΖ [t] Hæc in MS. deſunt. [u] κὴ ex MS. [w] περιφέρειαν [x] τῷ Λ [y] περιφέρειαν

Digitized by Google

Θ B, Θ Γ. Parallelogrammum igitur eſt B Γ, ejuſque diameter Θ A. Secetur Θ A in duas æquas partes in puncto Ξ: centroque Ξ circulus deſcribatur qui rectas A B, A Γ ſecet ad puncta Δ, E productas; ita ut puncta Δ, E, et Θ in directo jaceant. Hoc autem fiet, ſi regula rectas A Δ, A E ſecans uſque eo circa punctum Θ moveatur, donec rectæ, quæ a puncto Ξ ad Δ, E ducuntur, æquales fiant.



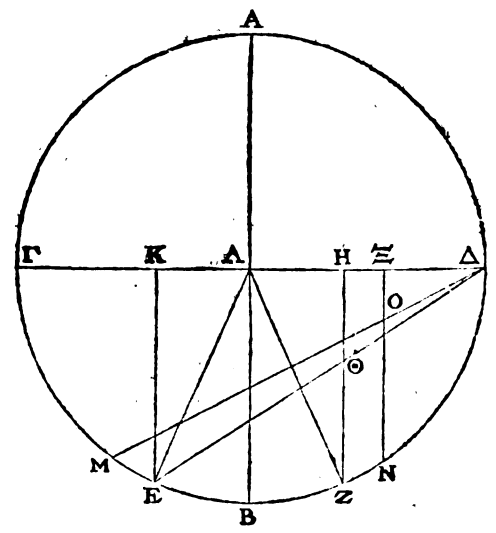
Hoc enim quando contigerit, confectum erit quod quæritur. Nam conſtructio eadem quæ Hieronis, et Philonis eſt. Quare conſtat eamdem quoque demonſtrationem huic convenire.

ζεύχθωσαν αἱ Θ A, Θ B, Θ Γ. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ B Γ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ Θ A. Τετμήσθω δίχα ἡ Θ A τῷ Ξ· καὶ κέντρῳ τῷ Ξ γεγράφθω κύκλος τέμνων τὰς A B, A Γ ἐκβληθείσας κατὰ τὰ Δ, E· ὥς τε μέντοι τὰ Δ, E ἐπ' εὐθείας εἶναι τῷ Θ. Ὅπερ ἂν γένοιτο κανονίς κινεμένη περὶ τὸ Θ, τέμνοντος τὰς A Δ, A E, καὶ παραγομένη ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὰ Δ, E ἴσαι γένωνται.

Τούτου γὰρ γινομένου, [z] ἔσται τὸ ζητούμενον. Ἡ γὰρ αὐτὴ κατασκευή ἐστι τῇ ὑπὸ Ἥρωνος καὶ Φίλωνος γεγραμμένῃ. Καὶ [a] δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἀπόδειξις ἡ αὐτὴ ἁρμόσει.

QUA DIOCLES IN LIBRO DE IGNIARIIS.

Ducantur in circulo duæ diametri ad angulos inter ſe invicem rectos A B, Γ Δ: et abſcindantur ab utraque parte puncti B æquales duæ circuli circumferentiæ E B, B Z: ductaque per punctum Z recta Z H ipſi A B parallela, jungatur Δ E. Dico rectas Z H, H Δ duas eſſe proportionales medias inter Γ H, H Θ. Ducatur enim per punctum E ipſi A B parallela E K. Æqualis eſt igitur tum E K ipſi Z H, tum K Γ ipſi H Δ. Quod quidem manifeſtum fuerit, rectis lineis a puncto Λ ad E, et Z junctis. Æquales enim ſunt anguli Γ Λ E, Z Λ Δ; ſique recti, qui ad puncta ſunt K et H. Igitur omnia etiam omnibus æqualia ſunt; cum Λ E ipſi Λ Z ſit æqualis; ideoque etiam reliqua Γ K reliquæ H Δ. Quoniam igitur ut Δ K ad K E, ita ſe habet Δ H ad H Θ; et ut Δ K ad K E, ita E K ad K Γ; media enim inter Δ K, K Γ proportionalis eſt E K; ideo ut Δ K ad K E, et E K ad K Γ, ita ſe habet Δ H ad H Θ. Æqualis eſt autem tum Δ K ipſi Γ H, tum K E ipſi Z H, tum K Γ ipſi H Δ. Ut igitur Γ H ad H Z, ita ſe habet Z H ad H Δ, et Δ H ad H Θ. Itaque ſi ab utraque puncti B parte æquales ſumantur circumferentiæ M B, B N; et per punctum N ducatur N Ξ ipſi A B parallela; jungaturque Δ M, erunt rurſus inter Γ Ξ, Ξ O proportionales mediæ N Ξ, Ξ Δ. Ductis autem hoc pacto pluribus parallelis, iiſque continuis inter puncta B, Δ; poſitiſque circumferentiis iis, quæ inter has, et punctum B interjiciuntur, æqualibus aliis a puncto B ad Γ circumferentiis; junctiſque ordine a puncto Δ ad alia puncta eodem modo, quo Δ E, Δ M junctæ ſunt, rectis lineis: ſecabuntur utique parallelæ, quæ inter puncta B, Δ interjiciuntur, in aliquibus punctis, cujuſmodi ſunt in appoſita figura O, Θ. Quæ puncta ſi admota regula juncta rectis lineis fuerint, deſcribetur in circulo quædam linea, in qua ſumpto quolibet puncto, ductaque per ipſum recta



ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.

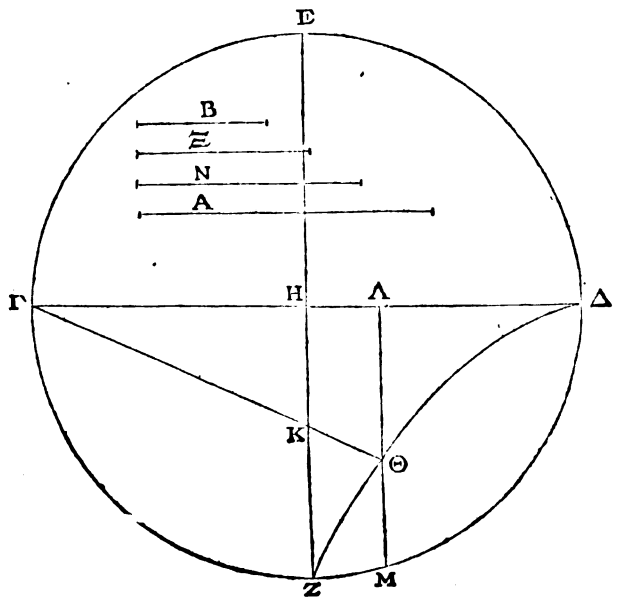
Ἐν κύκλῳ ἤχθωσαν δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ A B, Γ Δ· καὶ δύο περιφέρειαι ἴσαι ἀπειλήφθωσαν ἐφ' ἑκατέρα τοῦ B αἱ E B, B Z· καὶ διὰ τοῦ Z παράλληλος τῇ A B, ἤχθω ἡ Z H, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Δ E. Λέγω ὅτι τῶν Γ H, H Θ δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσι αἱ Z H, H Δ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ E τῇ A B παράλληλος ἡ E K. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν E K τῇ Z H, ἡ δὲ K Γ τῇ H Δ. Ἔσαι γὰρ τοῦτο δῆλον, ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὰ E, Z ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. Ἴσαι γὰρ γίνονται αἱ ὑπὸ Γ Λ E, Z Λ Δ, καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς K, H. Καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν, [b] ἀφ' ἑνὸς τὴν Λ E τῇ Λ Z ἴσην εἶναι· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ Γ K τῇ H Δ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Δ K πρὸς K E, ἡ Δ H πρὸς H Θ· ἀλλ' ὡς ἡ Δ K πρὸς K E, ἡ E K πρὸς K Γ· μέση γὰρ ἀνάλογον ἡ E K τῶν Δ K, K Γ· ὡς ἄρα ἡ Δ K πρὸς K E, καὶ ἡ E K πρὸς K Γ, οὕτως ἡ Δ H πρὸς H Θ. Καί ἐστιν ἴση ἡ μὲν Δ K τῇ Γ H, ἡ δὲ K E τῇ Z H, ἡ δὲ K Γ τῇ H Δ. Ὡς ἄρα ἡ Γ H πρὸς H Z, ἡ Z H πρὸς H Δ, οὕτω ἡ Δ H πρὸς H Θ. Ἐὰν δὴ παρὰ ἑκατέρα τῶν B πληθῶσι περιφέρειαι ἴσαι [c] M B, B N· καὶ διὰ μὲν τοῦ N παράλληλος ἀχθῇ τῇ A B ἡ N Ξ, ἐπιζευχθῇ δὲ ἡ Δ M, ἔσονται πάλιν τῶν Γ Ξ, Ξ O μέσαι ἀνάλογον αἱ N Ξ, Ξ Δ. Πλείονων δ' ὄντων καὶ συνεχῶν παραλλήλων ἐκβληθεισῶν μεταξὺ τῶν B, Δ, καὶ ταῖς ἀπολαμβανομέναις ὑπ' αὐτῶν περιφερείαις πρὸς τῷ B ἴσων τεθεισῶν ἀπὸ τοῦ B ὡς ἐπὶ τὸ Γ, καὶ δὴ τεταγμένα σημεῖα ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν ἀπὸ τοῦ Δ, ὡς τῶν [d] ὁμοίως ταῖς Δ E, Δ M· τμηθήσονται αἱ παράλληλοι αἱ μεταξὺ τῶν B, Δ κατά τινα σημεῖα, [e] ὡς ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς τὰ O, Θ. Ἐφ' ἃ κανόνος παραθέσει ἐπιζεύξαντες εὐθείας, ἔξομεν καταγεγραμμένην ἐν τῷ κύκλῳ τινὰ γραμμήν, ἐφ' ἧς ἐὰν λημφθῇ τυχὸν σημεῖον, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ A B [f] ἔσονται ἡ

[a] ἴσω [a] δηλονότι [b] διὰ τὸ τὴν A B [c] αἱ M B [d] ὁμοίων [e] In MS. ὡς deeſt. [f] ἴσω ἡ

Digitized by Google

ἐλχθεῖσα, καὶ ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆ διαμέτρυ πρὸς τῷ Δ μέσαι ἀνάλογον τῆς τε ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς ὑπὸ τῆς διαμέτρυ πρὸς τῷ Γ σημείῳ, καὶ τῦ μέρους αὐτῆς τοῦ ἀπὸ [g] τοῦ ἐν τῇ γραμμῇ σημείυ ἐπὶ τὴν Γ Δ διάμετρον.

Τούτων προπαρασκευασμένων, ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ Α, Β. Καὶ ἔστω κύκλος ἐν ᾧ δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ Γ Δ, Ε Ζ· καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ἡ διὰ τῶν συνεχῶν σημείων γραμμή, ὡς προείρηται, ἡ Δ Θ Ζ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ Γ Η πρὸς Η Κ· καὶ διῆχθω ἡ Γ Κ, καὶ ἐκβληθεῖσα τεμνέτω τὴν γραμμὴν κατὰ τὸ Θ· καὶ διὰ τῦ Θ τῇ Ε Ζ παράλληλος ἤχθω ἡ Λ Μ. Διὰ ἄρα τὰ προγεγραμμένα τῶν Γ Λ, Λ Θ μέσαι ἀνάλογόν εἰσι αἱ Μ Λ, Λ Δ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ Λ πρὸς Λ Θ, οὕτως ἡ Γ Η πρὸς Η Κ, ὡς δὲ ἡ Γ Η πρὸς Η Κ, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Β· ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ταῖς Γ Λ, Λ Μ, Λ Δ, Λ Θ παρεμβάλωμεν μέσας τῶν Α, Β, ὡς τὰς Ν, Ξ, ἔσονται εἰλημμέναι τῶν Α, Β μέσαι ἀνάλογον αἱ Ν, Ξ. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.



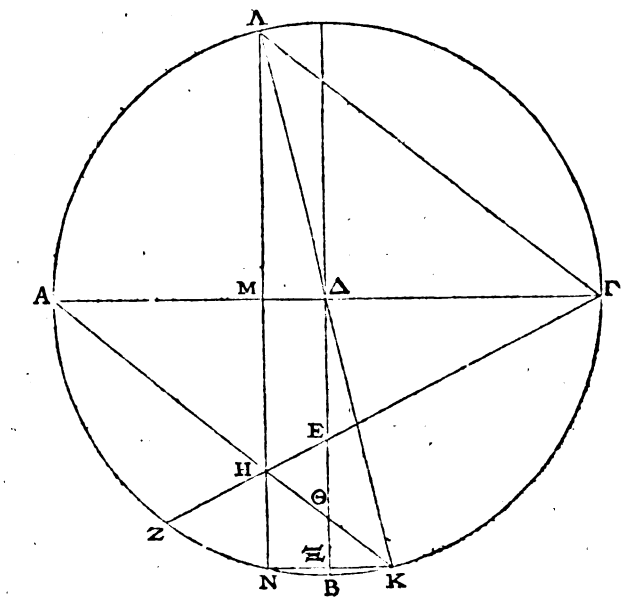
ipsi Λ Β parallela; erunt quæ ducta est, quamque ipsa a diametro versus punctum Δ abscindit, proportionales mediæ inter eam, quam abscindit item a diametro versus punctum Γ, eamque ejus partem, quæ puncto in linea sumpto, et diametro Γ Δ concluditur.

His ita confectis, sint datæ duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias invenire oportet, A, B. Sit autem circulus cujus duæ diametri Γ Δ, Ε Ζ ad rectos angulos sese invicem secent: describaturque in eo per continua puncta, ut supra dictum est, linea Δ Θ Ζ. Porro fiat, ut A ad B ita Γ Η ad Η Κ; junctaque Γ Κ eademque producta lineam ipsam secet in puncto Θ; et ducatur per id punctum ipsi Ε Ζ parallela Λ Μ. Itaque ex his, quæ supra diximus, mediæ inter Γ Λ, Λ Θ proportionales sunt Μ Λ, Λ Δ. Et quoniam ut Γ Λ ad Λ Θ, ita se habet Γ Η ad Η Κ; et ut Γ Η ad Η Κ, ita Α ad Β; si mediæ inter Α, Β interjiciantur Ν, Ξ pro eadem illa ratione, quam invicem habent Γ Λ, Λ Μ, Λ Δ, Λ Θ; sumptæ utique fuerint mediæ inter Α, Β proportionales Ν, Ξ. Quod facere oportebat.

ΩΣ ΠΑΠΠΟΣ [a] Ἐν Μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς.

QUA PAPPUS In mechanicis Institutionibus.

Προέθετο μὲν ὁ Πάππος κύβον εὑρεῖν πρὸς τὸν δοθέντα κύβον λόγον ἔχοντα δεδομένον. Καὶ ὡς πρὸς τὴν τοιαύτην [b] πρότασιν καὶ τὰ ἀπὸ τῆς ἀποδείξεως αὐτῷ προέρχεται. Δῆλον δὲ ὅτι τύτυ εὑρισκομένυ, καὶ τὸ προκείμενον εὑρίσκεται. Δύο γὰρ δοθεισῶν εὐθειῶν, [i] ἐὰν ὀφειλυσῶν μέσων εὑρεθῆναι, ἡ δευτέρα εὑρέθη, καὶ ἡ τρίτη αὐτόθεν δοθήσεται. Γεγράφθω γάρ, ὡς φησὶν αὐτὸς κατὰ λέξιν, ἡμικύκλιον τὸ Α Β Γ· καὶ ἀπὸ τῦ Δ κέντρυ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ Δ Β, καὶ κινείσθω κανόνιον περὶ τὸ Α σημεῖον· ὥστε τὸ μὲν ἓν πέρας αὐτῦ πεπερεῖσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ Α [k] σημεῖον, τὸ δὲ λοιπὸν μῆκος, ὡς πρὸς κέντρον περὶ τὸ τυλάριον κινείσθω μεταξὺ τῶν Β, Γ. Τούτων δὲ κατασκευασμένων ἐπιτετάχθω δύο κύβους εὑρεῖν, λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους τὸν ἐπιταχθέντα. Καὶ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τῶν Β Δ πρὸς Δ Ε· καὶ διῆχθω ἡ Γ Ε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ. Παρεγέσθω δὴ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν Β, Γ, ἕως [l] οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτῦ μέρος μεταξὺ τῶν Ζ Ε, Ε Β εὐθειῶν, ἴσον γένηται τῷ μι-



Proposuit sibi Pappus cubum invenire, qui ad datum cubum datam rationem habeat. Quæ autem demonstratio ab eo instituitur rei huic conficiendæ inservit. Manifestum enim est, cubo hoc invento, quod propositum nobis est inventum iri. Datis siquidem duabus rectis; si mediæ inter ipsas inveniendæ sint, et secunda inventa fuerit, inventa erit et tertia. Describatur, ut ipse dicit, semicirculus ΑΒΓ; ducaturque a puncto Δ ad rectos angulos Δ Β: et moveatur regula circa punctum Α; ita ut ejus termini, alter quidem clavo cuidam ligneo ad punctum Α infixus sit, alter vero circa hunc clavum tamquam centrum inter puncta Β et Γ circumagatur. His ita confectis, propositum sit duos cubos invenire, qui propositam inter se invicem rationem habeant. Fiat ratio, quam habet Β Δ ad Δ Ε, eadem quæ data: junctaque Γ Ε producatur ad punctum Ζ. Circumagatur autem regula inter puncta Β, Γ usque eo, donec quæ pars ejus inter rectas Ζ Ε, Ε Β interjicitur, æqualis sit parti illi, quæ interjicitur inter rectam

[g] In MS. τοῦ deest. [h] πρόθεσιν [i] ἐὰν τῶν ὀφειλυσῶν μέσων ἡ δευτέρα [k] σημεῖον ἴσον. Τὸ [l] ἂν

Digitized by Google

BE, et circumferentiam BKΓ. Hoc enim explorando, transferendoque regulam facile aſſequemur. Itaque factum ſit, et regula eo, quo AK, ſitu jaceat; ita ut HΘ, ΘK æquales invicem ſint. Dico cubum, qui ab BΔ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΘ, propoſitam rationem habere: hoc eſt eamdem, quam BΔ ad ΔE. Intelligatur enim circulus completus eſſe: junctaque KΔ, eademque ad punctum Λ producta, jungatur ΛH. Parallela igitur eſt BΔ ipſi ΛH; eo quod æquales ſunt, KΘ quidem ipſi HΘ, KΔ vero ipſi ΔΛ. Jungantur AΛ et ΛΓ. Quoniam igitur rectus eſt angulus AΛΓ utpote qui ſemicirculo inſiſtit, normaliſque ΛM; ideo ut quadratum, quod ab ΛM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a MA, hoc eſt ΓM ad MA, ita ſe habet quadratum, quod ab AM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a MH. Communis addatur ratio ipſius AM ad MH. Quæ igitur ratio ex ratione componitur, quam habet tum ΓM ad MA tum AM ad MH; hoc eſt ea, quam ΓM habet ad MH; hæc eadem eſt atque ratio quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab AM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a MH, tum AM ad MH. Ratio autem quæ componitur ex ratione, quam habet tum quadratum, quod ab AM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a MH, tum AM ad MH, eadem eſt atque ratio, quam habet cubus, qui ab AM deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a MH. Igitur et ratio, quam ΓM habet ad MH, eadem eſt atque ratio, quam habet cubus, qui ab AM deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a MH. Ut autem ΓM ad MH, ita ſe habet ΓΔ ad ΔE; et ut AM ad MH, ita AΔ ad ΔΘ. Igitur etiam ut BΔ ad ΔE, quæ quidem data eſt ratio, ita ſe habet cubus, qui a BΔ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΔΘ. Cum igitur duæ inter rectas BΔ, ΔE proportionales mediæ inveniendæ ſint, rectarum ſecunda eſt ΔΘ. Quod ſi ut BΔ ad ΔΘ, ita fiat ΘΔ ad aliam quamdam, hæc erit tertia. Illud vero animadvertendum eſt, conſtructionem hanc eamdem atque illam eſſe, quam Diocles tradidit. Hoc uno inter ſe differunt, quod ibi quidem Diocles deſcripta linea quadam inter A, et B per continua puncta, ſumit in ea punctum H, producta ΓE, eademque lineam, quam diximus, ſecante; hic vero Pappus id punctum exhibet circumacta circa punctum A regula AK. Quod enim punctum H idem ſit, utcunque ſumatur, ſive ut Diocles præcipit, ſive ut Pappus, regulæ ope, ita facile colligitur. Producta MH ad punctum N, jungatur KN. Quoniam igitur æqualis eſt KΘ ipſi ΘH, et HN ipſi ΘB parallela; ideo etiam KΞ ipſi ΞN eſt æqualis. Communis eſt autem ΞB eademque ad rectos angulos: nam KN ab ea, quæ per centrum ducitur, in duas æquas partes, et ad rectos angulos ſecatur. Æqualis eſt igitur etiam baſi baſis, et quod conſequitur, circumferentiæ BN, KB circumferentia. Punctum igitur H idem eſt quod in linea Dioclis: quinetiam demonſtratio eadem fuerit. Quippe aiebat Diocles, ut ΓM ad MN, ita ſe habet MN ad ad MA, et AM ad MH. Æqualis eſt autem MN ipſi MΛ: nam diameter eamdem ad rectos angulos ſecat. Ut igitur ΓM ad MΛ, ita ſe habet ΛM ad MA, et AM ad MH. Igitur mediæ inter ΓM, MH proportionales ſunt ΛM, MA. Ut autem ΓM ad MH, ita ſe habet ΓΔ ad ΔE: et ut ΓM ad MΛ, ita AM ad MH; hoc eſt ΓΔ ad ΔΘ. Cum igitur inter rectas ΓΔ, ΔE duæ mediæ inveniendæ ſint, rectarum ſecunda eſt ΔΘ; quam quidem et Pappus exhibuit.

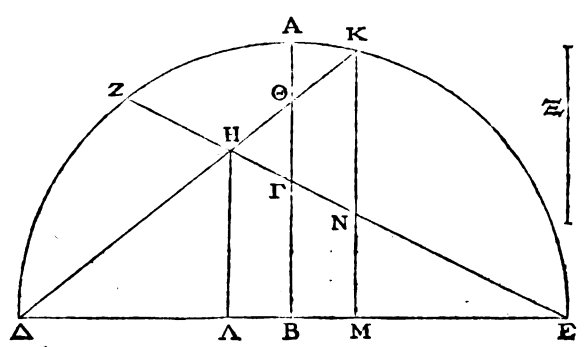
ταξὺ τῆς BE εὐθείας, καὶ τῆς BKΓ περιφερείας. Τοῦτο γὰρ πειράζοντες, καὶ μετάγοντες τὸ κανόνιον ῥαδίως ποιήσωμεν. Γεγονέτω δή, καὶ ἐχέτω θέσιν τὴν AK, ὥς τε ἴσας εἶναι τὰς HΘ, ΘK. Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς BΔ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον, λόγον ἔχει τὸν ὁποταχθέντα, τουτέστι τὸν BΔ πρὸς ΔE. Νενοήσθω γὰρ ὁ κύκλος ἀναπεπληρωμένος· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ KΔ ἐκβεβλήσθω [m]ἐπὶ τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛH. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ BΔ [n]τῇ ΛH, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν KΘ τῇ HΘ, τὴν δὲ KΔ τῇ ΔΛ. Ἐπεζεύχθω δὴ ἥτε AΛ καὶ ἡ [o]ΛΓ. Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ AΛΓ, ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ, καὶ κάθετος ἡ ΛM, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ ΛM πρὸς τὸ ἀπὸ MA, τουτέστιν ἡ ΓM πρὸς MA, οὕτως τὸ ἀπὸ AM πρὸς τὸ ἀπὸ MH. Κοινὸς προσκείσθω ὁ τῶν AM πρὸς MH λόγος. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος, ἔκ τε τοῦ τῶν ΓM πρὸς MA, καὶ τοῦ τῶν AM πρὸς MH, τουτέστιν ὁ τῶν ΓM πρὸς MH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς AM πρὸς τὸ ἀπὸ MH, καὶ τοῦ τῶν AM πρὸς MH. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκτε τοῦ ἀπὸ τῆς AM πρὸς τὸ ἀπὸ MH, καὶ τοῦ τῶν AM πρὸς MH, [p]ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς AM κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς MH. Καὶ ὁ τῶν ΓM ἄρα πρὸς MH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς AM κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς MH. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓM πρὸς MH, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς ΔE· ὡς δὲ ἡ AM πρὸς MH, ἡ AΔ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ BΔ πρὸς ΔE, τουτέστιν ὡς ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς BΔ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΘ κύβον. [q]Τῶν ἄρα ὀφειλουσῶν εὑρεθῆναι δύο μέσων ἀνάλογον τῶν BΔ, ΔE, δευτέρα ἐστὶν ἡ ΔΘ. Καὶ ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν BΔ πρὸς ΔΘ, τὴν ΘΔ πρὸς ἄλλο τινά, ἔσαι καὶ ἡ τρίτη [r]εὑρημένη. Περιέχειν δὲ χρὴ, ὡς καὶ ἡ τοιαύτη κατασκευὴ ἡ αὐτή ἐστι τῇ τοῦ Διοκλέους εἰρημένῃ. Τούτῳ μόνον διαφέρουσα, τῷ ἐκεῖνον μὲν γραμμήν τινα καταγράφειν διὰ συνεχῶν σημείων μεταξὺ τῶν A, B· ἐφ' ἧς ἐλαμβάνετο τὸ H, ἐκβαλλομένης τῆς ΓE, καὶ τεμνούσης τὴν εἰρημένην γραμμήν· ἐνταῦθα δὲ τὸ H πείζεται, διὰ τοῦ AK κανόνος κινουμένου περὶ τὸ A. Ὅτι γὰρ τὸ H τὸ αὐτό ἐστι, εἴτε ὡς ἐνταῦθα διὰ τοῦ κανόνος ληφθῇ, εἴτε ὡς ἔφη Διοκλῆς, μάθοιμεν ἂν οὕτως. Ἐκβεβλήσθω τῆς MH κατὰ τὸ N, ἐπεζεύχθω ἡ KN. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ KΘ τῇ ΘH, καὶ παράλληλος ἡ HN τῇ ΘB, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ KΞ τῇ ΞN. Καὶ κοινὴ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΞB· ἡ γὰρ KN δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς διὰ τοῦ κέντρου. Καὶ βάσις ἄρα βάσει ἴση, καὶ ἓν δὲ τοῦτο καὶ ἡ KB περιφέρεια τῇ BN. Τὸ ἄρα H ἔστι τὸ ὂν τῇ γραμμῆς τῇ Διοκλέους· καὶ ἡ ἀπόδειξις δὲ αὐτή ἐστιν. Ἔφασκεν γὰρ ὁ Διοκλῆς, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓM πρὸς MN, οὕτως ἡ MN πρὸς MA, καὶ ἡ AM πρὸς MH. Ἴση δέ ἐστιν [s]ἡ MN τῇ MΛ· ἡ γὰρ διάμετρος πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓM πρὸς MΛ, οὕτως ἡ ΛM πρὸς MA, καὶ ἡ AM πρὸς MH. Τῶν ἄρα ΓM, MH μέσαι ἀνάλογόν εἰσι αἱ ΛM, [t]MA. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓM πρὸς MH, ἡ ΓΔ πρὸς ΔE· ὡς δὲ ἡ ΓM πρὸς MΛ, ἡ AM [u]πρὸς MH, τουτέστιν ἡ ΓΔ πρὸς ΔΘ. Καὶ τῶν δύο μέσων ἄρα τῶν ΓΔ, ΔE, δευτέρα ἐστὶν ἡ ΔΘ, ἣν τινα ἐπορίσατο καὶ ὁ Πάππος.

[m] ἐπὶ pro ἐστὶ ex MS. [n] τῇ ΔH in MS. desunt. [o] AΓ [p] τουτέστιν ὁ τῆς ΓM πρὸς MH λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς AM κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς MH. Ἀλλ' ὡς μὲν &c. [q] τῶν γὰρ [r] εὑρημένη [s] MN pro HM, ex MS. [t] MA. Ἀλλ' ὡς &c. usque ad literam [u], in MS. desunt.

Digitized by Google

ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.

Ἐξωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΒΓ. Δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΒΓ [x] δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒΕ· καὶ κέντρῳ τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΔΑΕ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖα ἐπεζευχθεῖσα διήχθω ἐπὶ τὴν Ζ· καὶ ὑπό τινα τῶν Δ διήχθω τις εὐθεῖα ἥτις, ὡς τε ἴσην εἶναι τὴν ΗΘ τῇ ΘΚ. Τοῦτο γὰρ δυνατόν. Καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Η, Κ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετοι αἱ ΗΛ, ΚΝΜ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΗ, ἡ ΜΒ πρὸς ΒΛ, ἴση δὲ ἡ ΚΘ τῇ ΘΗ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΒ τῇ ΒΛ, ὡς τε καὶ λοιπὴ ἡ ΜΕ τῇ ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΔΜ τῇ ΛΕ ἐστὶν ἴση· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΛΕ [y] πρὸς ΕΜ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ· ὡς δὲ ἡ ΛΕ πρὸς ΕΜ, ἡ ΗΛ πρὸς ΝΜ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΜ πρὸς ΜΚ, ἡ ΚΜ πρὸς ΜΕ· ὡς ἄρα ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΔΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΚ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ· ἴση γάρ ἡ ΔΒ τῇ ΒΑ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΛΕ πρὸς ΕΒ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΜΔ πρὸς ΔΒ, ἡ ΚΜ πρὸς ΘΒ· ὡς δὲ ἡ ΛΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΗΛ πρὸς ΓΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΚΜ πρὸς ΘΒ, ἡ ΗΛ πρὸς ΓΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ, [z] ἡ ΘΒ πρὸς ΓΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΚΜ πρὸς ΗΛ, ἡ ΜΔ πρὸς ΔΛ, τουτέστιν ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ [a] ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΒ, ἡ ΒΘ πρὸς ΒΓ. Εἰλήφθω τῶν ΘΒ, ΒΓ μέση ἀνάλογον ἡ Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ· ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ· ἡ δὲ ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς Ξ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ, ἡ ΒΘ πρὸς Ξ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς Ξ, ἡ Ξ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΒΘ, ΘΒ πρὸς Ξ, καὶ ἡ Ξ πρὸς ΒΓ. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αὕτη ἡ αὐτή ἐστι, τῇτε ὑπὸ Πάππου καὶ Διοκλέους [b] εἰρημένη.



QUA SPORUS.

Sint datæ inæquales duæ rectæ AB, BΓ. Oportet autem duas inter AB, BΓ proportionales medias proportione continua invenire. Ducatur a puncto B ipsi AB ad rectos angulos ΔBE; describaturque centro quidem B, intervallo vero BA, semicirculus ΔAE. Porro juncta a puncto E ad Γ recta producatur ad punctum Z: et ducatur a puncto Δ recta quædam ejusmodi, ut HΘ ipsi ΘK æqualis sit. Hoc enim fieri potest. Ducantur denique a punctis H, K ad ΔE normales HΛ, KNM. Quoniam igitur ut KΘ ad ΘH, ita se habet MB ad BΛ; æqualisque est KΘ ipsi ΘH; ideo etiam MB ipsi BΛ, et reliqua ME reliquæ ΛΔ est æqualis. Igitur tota etiam ΔM toti ΛE æqualis est: et propterea ut MΔ ad ΔΛ, ita se habet AE ad EM. Ut autem MΔ ad ΔΛ, ita se habet KM ad HΛ; et ut ΛE ad ad EM, ita HΛ ad NM. Rursus quoniam ut ΔM ad MK, ita se habet KM ad ME; ideo ut ΔM ad ME, ita se habet quadratum, quod a ΔM describitur, ad quadratum, quod describitur a MK; hoc est quadratum, quod a ΔB, sive AB, describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ: æqualis est enim ΔB ipsi BA. Rursus quoniam ut MΔ ad ΔB, ita se habet ΛE ad EB: ut autem MΔ ad ΔB, ita KM ad ΘB; et ut ΛE ad EB, ita HΛ ad ΓB: ideo etiam ut KM ad ΘB, ita se habet HA ad ΓB; et permutando, ut KM ad HΛ, ita ΘB ad ΓB. Ut autem KM ad HΛ, ita se habet MΔ ad ΔΛ; hoc est ΔM ad ME; hoc est quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB. Igitur etiam ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘB, ita se habet BΘ ad BΓ. Sumatur media inter ΘB, BΓ proportionalis Ξ. Quoniam igitur ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ, ita se habet BΘ ad BΓ: et quadratum quidem, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΘ, rationem habet ejus duplam, quam habet AB ad BΘ; BΘ vero ad BΓ rationem habet ejus item duplam, quam ΘB habet ad Ξ: ideo etiam ut AB ad BΘ, ita se habet BΘ ad Ξ. Ut autem ΘB ad Ξ, ita se habet Ξ ad BΓ. Igitur etiam ut AB ad BΘ, ita se habet ΘB ad Ξ, et Ξ ad BΓ. Illud autem manifestum est, constructionem hanc eamdem atque illam esse, quam Diocles, et Pappus tradidit.

ΩΣ ΜΕΝΕΧΜΟΣ.

Ἐξωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [c] αἱ Δ, Ε. Δεῖ δὴ [d] τῶν Δ, Ε δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Γεγονέτω· καὶ ἔξωσαν αἱ Β, Γ. Καὶ ἐκκείσθω δεδομένη εὐθεῖα [e] ἡ ΑΗ πεπερασμένη κατὰ τὸ Α· καὶ πρὸς τῷ Α τῇ Γ ἴση κείσθω [f] ἡ ΑΖ· καὶ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΘ, καὶ τῇ Β ἴση κείσθω ἡ ΖΘ. Ἐπεὶ οὖν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν [g] αἱ Δ, Β, Γ, τὸ ὑπὸ [h] τῶν Δ, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β. [i] Τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ, τουτέστι τῆς ΑΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΖΘ. Ἐπὶ παραβολῆς ἄρα [k] τὸ Θ, διὰ τοῦ Α γε-

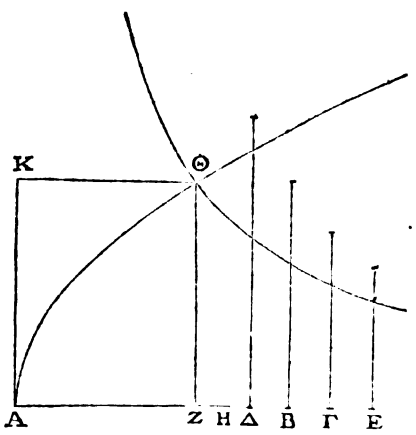
QUA MENECHMUS.

Sint datæ duæ rectæ Δ, Ε. Oportet autem duas inter Δ, Ε proportionales medias invenire. Inventæ fuerint: eæque sint B, et Γ. Exhibeatur autem recta AH positione data, eademque terminata ad punctum A: ponaturque ad id punctum ipsi Γ æqualis AZ: et ducatur ad rectos angulos ZΘ, eaque ipsi B æqualis fiat. Quoniam igitur tres proportionales rectæ sunt Δ, B, Γ; spatium, quod sub Δ, Γ continetur, æquale est quadrato, quod a B describitur. Quod igitur spatium continetur sub data Δ et Γ, hoc est AZ, id quadrato æquale est, quod describitur a B, hoc est a ZΘ. Itaque punctum Θ

[w] Ἐξωσαν δύο δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι. [x] δύο εὐθείας. [y] πρὸς ΘΜ. [z] ἡ ΘΓ. [a] ΑΘ. [b] γεγραμμένη.
[c] αἱ ΑΕ. [d] τῶν ΑΕ. [e] ἡ δὴ πεπερασμένη κατὰ τὸ Δ καὶ πρὸς τὸ Δ. [f] ἡ ΔΖ. [g] αἱ ΑΒΓ. [h] τῶν ΑΓ.
[i] τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς Δ καὶ τῆς Γ in MS. desunt. [k] τὸ pro τῆς ex MS.

Digitized by Google

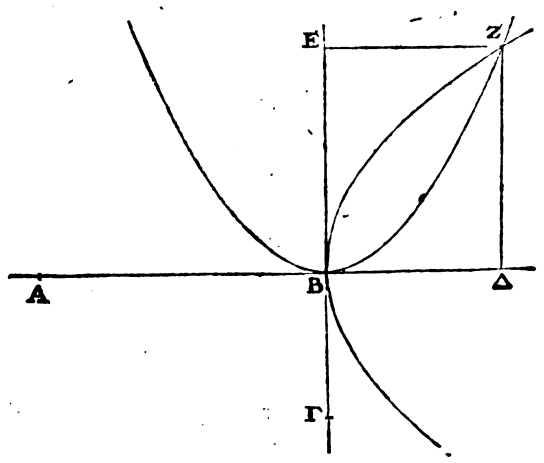
in parabola eſt per punctum A deſcripta. Ducantur parallelæ ΘK, AK. Et quoniam datum eſt ſpatium, quod ſub B, Γ continetur; quippe æquale eſt illi, quod ſub Δ, E; ſpatium quoque datum eſt, quod continetur ſub KΘZ. Itaque punctum Θ in hyperbola eſt deſcripta inter aſymptotos KA, AZ. Datum eſt igitur punctum Θ; atque adeo etiam Z. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ quidem rectæ Δ, E; quæ vero poſitione data eſt AH, terminata ad punctum A; et deſcribatur per punctum A parabole, cujus quidem axis AH; rectum vero figuræ latus Δ. Quæ autem ad rectos angulos ad AH ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ipſi Δ applicantur, latitudinemque habent rectas, quæ ab ipſis ad punctum A abſcinduntur. Deſcribatur, eaque ſit AΘ: et ſit AK ad rectos angulos. Deſcribatur porro inter aſymptotos KA, AZ hyperbole, a qua ſi rectæ ducantur ipſis KA, AZ parallelæ, ſpatium conficient ei æquale, quod ſub Δ, E continetur: atque hæc quidem hyperbole parabolen ſecuerit. Secet in puncto Θ; et ducantur normales ΘK, ΘZ. Quoniam igitur quadratum, quod a ZΘ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Δ, Γ continetur, ut Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZΘ ad ZA. Rurſus quoniam ſpatium, quod ſub Δ, E continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΘZA; ut Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZA ad E. Ut autem Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZΘ ad ZA. Igitur etiam ut Δ ad ZΘ, ita ſe habet ZΘ ad ZA, et ZA ad E. Ponatur ipſi ΘZ æqualis B; et ipſi AZ æqualis Γ. Ut igitur Δ ad B, ita ſe habet B ad Γ, et Γ ad E. Igitur Δ, B, Γ, E deinceps proportionales ſunt. Quas invenire oportebat.



γραμμένης. Ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ ΘK, AK. Καὶ ἐπεὶ δοθὲν τὸ ὑπὸ B, Γ· ἴσον γάρ ὅτι τῷ ὑπὸ Δ, E· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ KΘZ. Ἐπὶ ὑπερβολῆς ἄρα τὸ Θ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς KA, AZ. Δοθὲν ἄρα τὸ Θ, ὥς τε καὶ τὸ Z. Συντεθήσεται δὴ ὕτως. Ἔστωσαν αἱ μὲν δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ Δ, E· ἡ δὲ τῇ θέσει ἡ AH πεπερασμένη κατὰ τὸ A, καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ A παραβολὴ, ἧς ἄξων μὲν ἡ AH, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ Δ. Αἱ δὲ καταγόμεναι ὅπη τὴν AH ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ δυνάσθωσαν τὰ παρὰ τὴν Δ παρακείμενα χωρία, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ A σημείῳ. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ AΘ· καὶ ὀρθὴ ἡ AK. Καὶ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς KA, AZ γεγράφθω ὑπερβολὴ, ἀφ' ἧς αἱ παρὰ τὰς KA, AZ ἀχθεῖσαι ποιήσουσι τὸ χωρίον ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, E· * τεμεῖ δὴ τὴν παραβολήν. Τεμνέτω κατὰ τὸ Θ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΘK, ΘZ. Ἐπεὶ ἓν τὸ ὑπὸ ZΘ, ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ZΘ, ἡ ZΘ πρὸς ZA. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Δ, E ἴσον ὅτι τῷ ὑπὸ ΘZA, ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ZΘ, ἡ ZA πρὸς τὴν E. Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ZΘ, ἡ ZΘ πρὸς ZA. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν ZΘ, ἡ ZΘ πρὸς ZA, ἡ ἡ ZA πρὸς E. Κείσθω τῇ μὲν ΘZ [1]ἴση ἡ B, τῇ δὲ AZ ἴση ἡ Γ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν B, ἡ B πρὸς τὴν Γ, καὶ ἡ Γ πρὸς E. Αἱ Δ, B, Γ, E ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

ALITER.

Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter ſe invicem rectos AB, BΓ: et mediæ inter ipſas fiant ΔB, BE; ita ut quemadmodum ΓB ad BΔ, ita ſe habeat BΔ ad BE, et BE ad BA; et ducantur normales ΔZ, EZ. Quoniam igitur ut ΓB ad BΔ, ita ſe habet ΔB ad BE; ſpatium, quod ſub ΓBE, hoc eſt ſub data et BE, continetur, æquale eſt quadrato, quod a BΔ, hoc eſt ab EZ, deſcribitur. Et quoniam ſpatium, quod ſub data, et BE continetur, æquale eſt quadrato, quod ab EZ deſcribitur; punctum Z parabolen contingit circa axem BE deſcriptam. Rurſus quoniam ut AB ad BE, ita ſe habet BE ad BΔ; ſpatium, quod ſub ABΔ, hoc eſt ſub data, et BΔ, continetur, æquale eſt quadrato, quod ab EB, hoc eſt ΔZ, deſcribitur: et propterea punctum Z parabolen contingit deſcriptam circa axem BΔ. Contigerat autem et datam alteram circa axem BE deſcriptam. Datum eſt igitur punctum Z. Normales autem ſunt ZΔ, ZE. Data ſunt igitur et puncta Δ, E. Componetur autem problema hoc pacto. Sint datæ duæ rectæ ad angulos inter ſe invicem rectos AB, BΓ: producanturque indefinite a puncto B, BΔ, BE. Deſcriba-



ΑΛΛΩΣ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ AB, BΓ· καὶ γεγονέτωσαν αὐτῶν μέσαι αἱ ΔB, BE· ὥς τε εἶναι, ὡς τὴν ΓB πρὸς BΔ, ὕτως τὴν BΔ πρὸς BE, καὶ τῷ BE πρὸς BA· καὶ ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ ΔZ, EZ. Ἐπεὶ ἓν ἐστιν ὡς [m]ἡ ΓB πρὸς BΔ, ὕτως ἡ ΔB πρὸς BE· τὸ ἄρα ὑπὸ ΓBE, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς BE, ἴσον ὅτι τῷ ἀπὸ τῆς BΔ, τουτέστι τῇ EZ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς BE, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EZ, τὸ Z ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν BE. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ AB πρὸς BE, ἡ BE πρὸς BΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ ABΔ, τουτέστι τὸ ὑπὸ δοθείσης καὶ τῆς BΔ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EB, τουτέστι [n]τῇ ΔZ· τὸ Z ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν BΔ. Ἥπται δὲ καὶ ἑτέρας δοθείσης τῆς περὶ τὴν BE. Δοθὲν ἄρα τὸ Z. Καὶ κάθετοι αἱ ZΔ, ZE. Καὶ δοθέντα [o]ἄρα τὰ Δ, E. Συντεθήσεται δὲ ὕτως. Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ AB, BΓ· καὶ ἐκβεβλήθωσαν ἐπ' ἄπειρον ἀπὸ τοῦ B, [p]BΔ, BE. Καὶ γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν BE παρα-

[1] ἴση ἡ HB [m] ὡς ἡ ΓB πρὸς BΔ ex MS. [n] τῆς EZ [o] ἄρα ex MS. [p] BΔ, BE in MS. desunt.

* Sive τέμῃ, sive etiam τέμνει

Digitized by Google

βολὴ, ὡς τε τὰς καταγομένας ὀρθὰς τὴν ΒΕ δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν ΒΓ. Πάλιν γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν ΔΒ παραβολὴ, ὡς τε τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν ΑΒ. Τέμνουσι δὴ ἀλλήλας αἱ παραβολαί. Τεμνέτωσαν κατὰ τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΖΔ, ΖΕ. Ἐπεὶ οὖν ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ ΖΕ, τουτέστιν ἡ ΔΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΔ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. Πάλιν ἐπεὶ ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ ΖΔ, τουτέστιν ἡ ΕΒ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΒ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, ἡ ΒΕ πρὸς ΒΑ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς ΔΒ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΒΕ, καὶ ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ. Ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Γράφεται δὲ ἡ παραβολὴ διὰ τοῦ εὑρεθέντος διαβήτου τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ τῷ ἡμετέρῳ Διδασκάλῳ, γραφέντος δὲ ὑπ' αὐτοῦ εἰς τὸ γενόμενον αὐτῷ Ὑπόμνημα τῶν Ἡρωνος [q] καμαεικῶν.

Η ΑΡΧΙΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι [r] αἱ ΑΔ, Γ. Δεῖ δὴ [s] τῶν ΑΔ, Γ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν. Γεγράφθω περὶ τὴν μείζονα τὴν ΑΔ κύκλος ὁ ΑΒΔΖ· καὶ τῇ Γ ἴση ἐνηρμόσθω ἡ ΑΒ· καὶ ἐκβληθεῖσα συμπιπτέτω τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐφαπτομένῃ τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Π· παρὰ δὲ τὴν ΠΔ ἤχθω ἡ ΒΕΖ. Καὶ νενοήσθω ἡμικυλίνδριον ὀρθὸν ὀρθῇ τῇ ΑΒΔ ἡμικυκλίῳ· ἐπὶ δὲ τὴν ΑΔ ἡμικύκλιον ὀρθόν, ἐν τῷ τοῦ ἡμικυλινδρίου παραλληλογράμμῳ κείμενον. Τοῦτο δὴ τὸ ἡμικύκλιον φερέσθω διαγόμενον, ὡς ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Β, μένοντος τοῦ Α πέρατος τῆς διαμέτρου· [t] τέμνει τὴν κυλινδρικὴν ὀπιφάνειαν ἐν τῇ φερομένῃ, καὶ γράφει ἐν αὐτῇ γραμμήν τινα. Πάλιν ἤτοι, τῆς ΑΔ μενούσης, τὸ ΑΠΔ τρίγωνον περιενεχθὲν τὴν ἐναντίαν τῷ ἡμικυκλίῳ κίνησιν, κωνικὴν ποιήσει ἐπιφάνειαν [u] τῇ ΑΠ εὐθείᾳ, ἡ δὲ φερομένη συνβαλεῖ τῇ κυλινδρικῇ γραμμῇ κατά τι σημεῖον· ἅμα δὲ καὶ τὸ Β περιγράψει ἡμικύκλιον ἐν τῇ τοῦ κώνου ὀπιφανείᾳ. Ἐχέτω δὲ θέσιν κατὰ τὸν τόπον τῆς συμπτώσεως τῶν γραμμῶν τὸ κινούμενον ἡμικύκλιον, ὡς τὸ τοῦ ΔΚΑ· τὸ δὲ ἀντὶ φεριαγόμενον τρίγωνον τὸ τοῦ ΔΛΑ· τὸ ἄρα τῶν εἰρημένης συμπτώσεως σημεῖον ἔσται τὸ Κ. Ἔστω δὲ καὶ τὸ ληφθὲν τοῦ Β γραφόμενον ἡμικύκλιον τὸ ΒΜΖ, κοινὴ δὲ αὐτοῦ τομὴ, καὶ τοῦ ΒΔΖΑ κύκλου ἔστω ἡ ΒΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ὀρθὴ τοῦ τοῦ ΒΔΑ ἡμικυκλίου ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω, φανεῖται δὴ ἐπὶ τὸ τοῦ κύκλου φερομένην, ληφθὲν τὸ ὀρθὸν ἔσεσθαι τὸν κύλινδρον. Πιπτέτω, καὶ ἔστω ἡ ΚΙ· καὶ ἡ ληφθεῖσα τοῦ Ι ἐπὶ τὸ Α ὀρθὴ συμβαλέτω τῇ ΒΖ κατὰ τὸ Θ· ἡ δὲ ΑΛ τῷ ΒΜΖ ἡμικυκλίῳ κατὰ τὸ Μ· ἐπεζεύχθωσαν δὴ

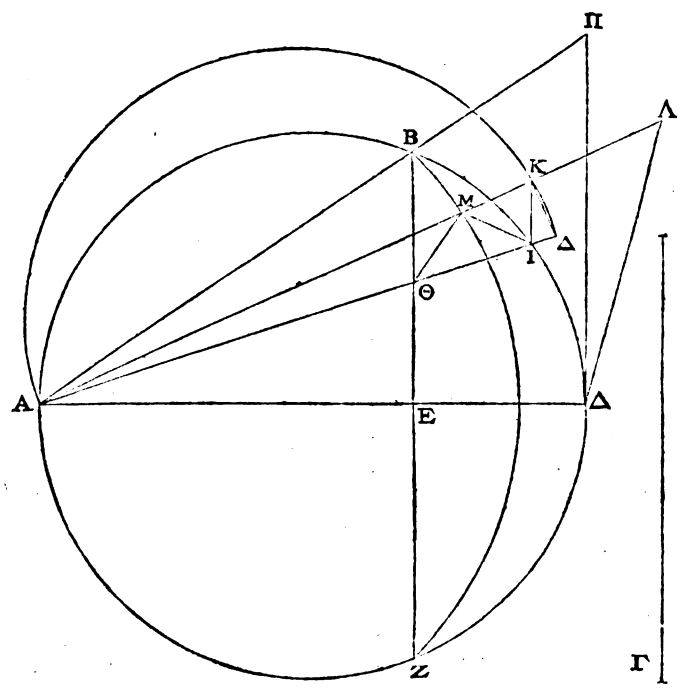
[q] μακαριῶν [r] αἱ ΑΒΓ [s] τῶν ΑΒΓ [t] τεμεῖ [u] τῆς ΑΠ εὐθείας, εἰ δὴ

tur autem circa axem ΒΕ parabole, ita ut quæ ad ΒΕ ducuntur, possint spatia, quæ ipsi ΒΓ applicantur. Rursusque circa axem ΒΔ parabole describatur, ita ut quæ ad ΔΒ ducuntur, possint spatia, quæ applicantur ipsi ΑΒ. Hæ parabolæ utique invicem secantur. Secentur in puncto Ζ: et ducantur a puncto Ζ normales ΖΔ, ΖΕ. Quoniam igitur ducta est in parabola ΖΕ, hoc est ΔΒ, spatium, quod sub ΓΒΕ continetur, æquale est quadrato, quod a ΒΔ describitur. Propterea ut ΓΒ ad ΒΔ, ita se habet ΔΒ ad ΒΕ. Rursus quoniam ducta est in parabola ΖΔ, hoc est ΕΒ, spatium, quod sub ΔΒΑ continetur, æquale est quadrato, quod ab ΕΒ describitur. Propterea ut ΔΒ ad ΒΕ, ita se habet ΒΕ ad ΒΑ. Ut autem ΔΒ ad ΒΕ, ita se habet ΓΒ ad ΔΒ. Igitur etiam ut ΓΒ ad ΔΒ, ita se habet ΒΔ ad ΒΕ, et ΕΒ ad ΒΑ. Quas invenire oportebat.

Describitur autem parabole circini ope ab Isidoro Milesio Mechanico Præceptore nostro inventi, effictique in Commentario, quem in Heronis librum de fornicatis parietibus conscripsit.

QUA ARCHITAS, UT EUDEMUS TRADIT.

Sint datæ duæ rectæ ΑΔ, Γ. Oportet autem duas inter ΑΔ, Γ proportionales medias invenire. Describatur circa majorem ΑΔ circulus ΑΒΔΖ; eique ΑΒ accommodetur Γ ipsi æqualis; quæ quidem producta concurrat in puncto Π cum recta circulum ad punctum Δ contingente: ducaturque ΒΕΖ contingenti ΠΔ parallela. Intelligatur autem rectus esse ad semicirculum quidem ΑΒΔ semicylindrus; ad rectam vero ΑΔ semicirculus, idemque in semicylindri parallelogrammo positus. Itaque hic semicirculus si, manente diametri termino Α, a puncto Δ versus Β circumagatur, cylindricam superficiem secabit, et lineam quamdam in ipsa describet. Rursus autem si, manente ΑΔ, circumagatur triangulum ΑΠΔ motu priori illi contrario, conicam superficiem describet recta ΑΠ; quæ quidem circumacta in puncto aliquo cum cylindrica superficie concurret; dum punctum ejus Β semicirculum in conica superficie describet. Ubi igitur primum hæ lineæ invicem concurrunt, circumactus quidem semicirculus eodem, quo ΔΚΑ, situ jaceat; triangulum vero huic occurrens eodem, quo ΔΛΑ: et in quo concurrunt puncto, hoc



sit Κ. Porro semicirculus, qui a puncto Β describitur, sit ΒΜΖ; communisque ipsius, et circuli ΒΔΖΑ sectio, ΒΖ: et ducetur a puncto Κ ad semicirculi ΒΔΑ planum normalis; quæ utique, cum cylindrus rectus sit, in circuli circumferentiam cadet. Itaque cadat, eaque sit ΚΙ: et occurrat recta quidem, quæ a puncto Ι ad Α jungitur, ipsi ΒΖ in puncto Θ; recta vero ΑΛ semicirculo ΒΜΖ in puncto Μ: rectæque jungantur ΚΔ,

Digitized by Google

MI, MΘ. Quoniam igitur uterque ſemicirculus ΔKA, BMZ rectus ad ſubjectum planum eſt, communis etiam ipſorum ſectio MΘ ad planum circuli eſt recta: quare MΘ recta etiam eſt ad BZ. Quod igitur ſpatium ſub ΘB, ΘZ continetur; hoc eſt illud, quod continetur ſub ΘA, ΘI, id quadrato æquale eſt, quod a MΘ deſcribitur. Hinc triangulum AMI utrique horum eſt ſimile MIΘ, MAΘ; rectuſque angulus IMA. Eſt autem rectus etiam angulus ΔKA. Parallelæ ſunt igitur KΔ, MI. Et propter triangulorum ſimilitudinem, ut ΔA ad AK, hoc eſt, ut KA ad AI, ita ſe habebit IA ad AM. Hæ igitur quatuor ΔA, AK, AI, AM proportionales deinceps ſunt. Æqualis eſt autem AM ipſi Γ, quoniam et ipſi AB æqualis eſt. Datis igitur duabus AΔ, Γ, duæ proportionales mediæ inventæ ſunt AK, AI.

καὶ αἱ KΔ, MI, MΘ. Ἐπεὶ ἓν ἑκάτερον τῶν ΔKA, BMZ ἡμικυκλίων ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ MΘ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ· ὥς τε καὶ πρὸς τὴν BZ ὀρθή ἐστιν ἡ MΘ. Τὸ ἄρα [w] ὑπὸ τῶν ΘB, ΘZ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘA, ΘI, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ MΘ. Ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ AMI τείγωνον ἑκατέρῳ τῶν MIΘ, MAΘ· καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ IMA. Ἐστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔKA ὀρθή. Παράλληλοι ἄρα εἰσὶν αἱ KΔ, MI. [x] Καὶ ἔστιν ἀνάλογον ὡς ἡ ΔA πρὸς AK, τουτέστιν ἡ KA πρὸς AI, οὕτως ἡ IA πρὸς AM, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶ τριγώνων. Τέσσαρες ἄρα αἱ ΔA, AK, AI, AM ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι. Καί ἐστιν ἡ AM ἴση τῇ Γ, ἐπεὶ καὶ τῇ AB. Δύο ἄρα δοθεισῶν τῶ, AΔ, Γ δύο μέσαι ἀνάλογον [y] εὕρηνται αἱ AK, AI.

QUA ERATOSTHENES.

Eratoſthenes Regi Ptolemæo Salutem.

Veterum tragœdorum quemdam introduxiſſe Minoem ferunt ſepulchrum Glauco extruentem. Qui cum percontando audiſſet centum illud pedes quaquaverſum patere; exiguum refers, inquit, regii ſepulchri modum; duplum id fiat. Cum autem cujuſque lateris craſſitudinem duplicaſſet; ſervata licet cubi figura, tamen erraſſe viſus eſt. Si enim ſolidi alicujus latera duplicaveris, ſuperficies quidem quadrupla fiet, ſolidum vero ipſum, octuplum. Quocirca illud a Geometris quæſitum eſt, quomodo aliquis datum ſolidum, eadem ſervata figura, duplicaret. Problema autem hujuſmodi cubi duplicatio vocabatur: quippe, cubo propoſito, qua illud ratione duplicari poſſet, quærebatur. Porro cum cœteri omnes diu de re hac ſuſpenſi fuiſſent, primus animadvertit Hippocrates Chius, ſi, datis duabus rectis, quarum major dupla minoris eſſet, ratio aliqua inveniretur duas proportionales medias proportione continua ſumendi; tunc cubum duplicatum iri: quo factum eſt, ut difficultas illa in aliam haud minorem difficultatem abierit. Tempore autem poſt aliquo, cum Delii, ingruente morbo, juſſi eſſent ab oracuło quamdem aram duplicare, in eamdem hanc difficultatem incidiſſe dicuntur. Itaque ad Geometras, qui tum in Platonis Academia florebant, quoſdam oratum miſere, ut rem ſibi expedirent. Hi autem cum animum in id acriter intendiſſent, quæſiſſentque, ſi qua ratio iniri poſſet, datis duabus rectis, duas medias ſumendi; dicuntur Architas Tarentinus, et Eudoxus propoſitum confeciſſe; alter quidem per ſemicylindros, alter vero per lineas, quæ curvæ vocantur. Verum contigit, ut hi, aliique omnes rem quidem demonſtrando aperire, non vero manu perficere, et uſui accommodare potuerint; niſi forte aliquo modo Menechmus, et hic quidem ipſe ſatis operoſe. Ego autem inſtrumentum quoddam facile excogitavi, cujus ope inter datas duas rectas non modo duæ mediæ, ſed quot quis imperaverit, invenientur. Porro id cum aſſecuti ſimus, generaliter quis poterit datum ſolidum parallelogrammis comprehenſum in cubum, aut ſimile aliud ſolidum mutare, ſervataque ſimilitudine augere. Quinetiam poterit templa Deum, et aras, et humidorum ſiccorumque menſuras, puta metretam et medimnum, mutare in cubum; et per hujus latus vaſa horum capacia metiri, quantum unumquodque contineat. Præterea inſtrumentum hoc iis quoque utile erit, qui catapultas, baliſtaſque augere volent. Hæc enim omnia proportionaliter au-

[z] ΩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.

Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν.

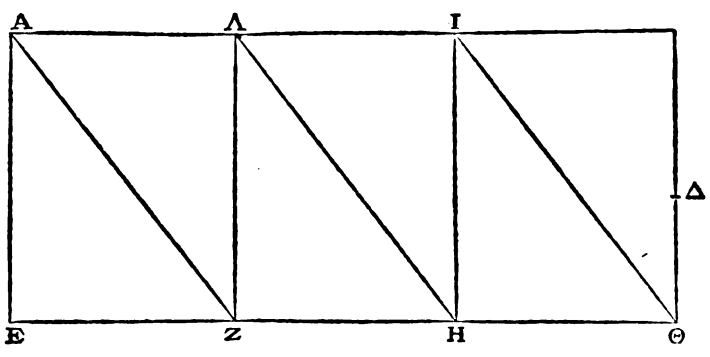
Τῶν ἀρχαίων τινὰ τραγῳδοποιῶν φασὶν, εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευάζοντα τάφον. Πυθόμενον δὲ ὅτι πανταχοῦ ἑκατόμπεδος εἴη, εἰπεῖν, μικρόν γ' ἔλεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιος ἔσω. [a] Τοῦ γὰρ κύβου μὴ σφαλεὶς, διπλασιάζων ἕκαστον κῶλον ἐν πάχει τάφου, ἐδόκει διημαρτηκέναι. Τῶν γὰρ πλευρῶν διπλασιαθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον [b] γίνεται τετραπλάσιον, τὸ δὲ στερεὸν ὀκταπλάσιον. Ἐζητεῖτο δὴ καὶ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις, τίνα ἂν τις τρόπον τὸ δοθὲν στερεὸν διαμένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν. Καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλημα, κύβου διπλασιασμός· ὑποθεμένοι γὰρ κύβον, ἐζήτουν τοῦτον διπλασιάσαι. Πάντων δὲ διαπορούντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, πρῶτον Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν, ὅτι ἐὰν εὑρεθῇ δύο εὐθειῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονός ἐστι διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος· ὥς τε τὸ ἀπόρημα αὐτὸ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλασσον ἀπόρημα κατέστρεφεν. Μετὰ χρόνον δέ [c] τινά φασιν Δηλίους, ὀπιβαλομένης [d] νόσου, κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν [e] ὀπιταχθέντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόρημα. [f] Διαπεμψομένους δὲ, τοὺς παρὰ τῷ Πλάτωνι ἐν Ἀκαδημίᾳ Γεωμέτρας ἀξιῶν αὐτοὺς εὑρεῖν τὸ ζητέμενον. Τῶν δὲ φιλοπόνως ὀπιδιδόντων ἑαυτοῖς, καὶ ζητούντων, [g] δύο δοθεισῶν δύο μέσας λαβεῖν, Ἀρχίτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι. Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλεμένων καμπύλων γραμμῶν. Συμβέβηκε δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτικῶς [h] γεγραφέναι, χειρουργῆσαι δὲ, καὶ εἰς χρείαν πεσεῖν μὴ δύνασθαι· πλὴν ὀλιγαχού τι τῷ Μενέχμῳ, καὶ ταῦτα δυσχερῶς. Ἐπινενόηται δέ τις ὑφ' ἡμῶν [i] ὀργανικὴ ῥαδία, δι' ἧς εὑρήσομεν, δύο τῶν δοθεισῶν οὐ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας ἄν τις ὀπιτάξῃ. Τούτου δὲ εὑρισκομένου, δυνησόμεθα καθύλου τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιεχόμενον εἰς κύβον καθισᾶναι, ἢ ἐξ ἑτέρου εἰς ἕτερον [k] σχηματίζειν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν, καὶ ἐπαύξειν διατηροῦντας τὴν ὁμοιότητα. Ὡς τε καὶ βωμοὺς, καὶ ναοὺς, δυνησόμεθα δὲ καὶ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω δ' οἷον μετρητὴν μέδιμνον, εἰς κύβον [l] καθισᾶναι, καὶ διὰ τῆς τούτου πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τούτων δεκτικὰ ἀγγεῖα, πόσον χωρεῖ. Χρήσιμον δὲ ἔσαι τὸ ὀπιτόνημα, καὶ τοῖς βελομένοις ἐπαύξειν καταπαλτικὰ, καὶ λιθόβολα ὄργανα. Δεῖ γὰρ ἀνάλο-

[w] ὑπὸ τῶν ΘBZ τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘAI, ἴσον [x] καὶ ἔστω καλῶ μὴ σφαλεὶς διπλασίαζειν ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου [b] γὰρ ταχθέντας deeſt. [f] διαμεμψαμένους [g] δύο τῶν δοθεισῶν τίζειν [l] καθιστάσθαι

[y] εὕρηνται [z] Ὡς Ἐρατοσθένης φησὶ [a] τοῦ δὲ τοῦ [c] τινὰς φασὶ [d] νόσου in MS. deeſt. [e] in MS. ἐπι- [h] ἀπογεγραφέναι [i] ὀργανικὴ λῆψις ῥαδία [k] μετασχημα-

Digitized by Google

γον ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πάχη, καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς [m] κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νεῦρα, εἰ μέλλει καὶ ἡ βολὴ ἀνάλογον ἐπαυξηθῆναι. Ταῦτα δὲ οὐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς τῶν μεσῶν εὑρέσεως. Τὴν δὲ ἀπόδειξιν καὶ τὴν κατασκευὴν τοῦ λεχθέντος ὀργάνου ὑπογέγραφά σοι. Δεδόσθωσαν δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, αἱ ΑΕ, Δ Θ. Καὶ κείσθω ὁπῇ τυχος εὐθείας τὸ ΕΘ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ· καὶ ὁπῇ τῆς ΕΘ τρία συνεστάτω παραλληλόγραμμα ἐφεξῆς, τὰ ΑΖ, ΖΙ, ΙΘ· καὶ ἤχθωσαν διάμετροι ἐν αὐτοῖς, αἱ ΑΖ, ΛΗ, ΙΘ· ἔσονται δὴ αὗται παράλληλοι. Μένοντος δὴ τοῦ μέσου παραλληλογράμμου τοῦ ΖΙ, συνωσθήτω, τὸ μὲν ΑΖ ἐπάνω τοῦ μέσου, τὸ δὲ ΙΘ ὑποκάτω, καθάπερ ὅπῃ τοῦ δευτέρου σχήματος, ἕως οὗ γένηται τὰ Α, Β, Γ, Δ κατ' εὐθείαν· καὶ διήχθω ἀφ' ὧν Α, Β, Γ, Δ [n] σημείων εὐθεῖα, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΕΘ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Κ. [o]Ἔστω δὴ ὡς ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, ἐν μὲν ταῖς ΑΕ, ΖΒ παραλλήλοις, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ· ἐν δὲ ταῖς ΑΖ, ΒΗ ὡσαύτως παραλλήλοις, ἡ ΖΚ [p] πρὸς ΚΗ. Ὡς ἄρα ἡ ΑΚ πρὸς ΚΒ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, καὶ ἡ ΚΖ πρὸς ΚΗ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ, ἐν μὲν ταῖς ΒΖ, ΓΗ παραλλήλοις, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ· ἐν δὲ ταῖς ΒΗ, ΓΘ ὡσαύτως, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ· ὡς ἄρα ἡ ΒΚ πρὸς ΚΓ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΖΚ πρὸς ΗΚ, ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ, [q] ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ· ὡς δὲ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ, καὶ ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. [r]Εὕρηνται ἄρα τῶν ΑΕ, Δ Θ δύο μέσαι, αἵτε ΒΖ καὶ ἡ ΓΗ.



genda sunt, crassitudines, magnitudines, foramina, schoenicides, quique iis inseruntur funes; siquidem jactus ipse augeri proportionaliter debeat. Neque vero hoc fieri potest, quin mediæ inveniantur. Sed instrumenti, quod diximus, constructionem, demonstrationemque hic tibi descriptam subjeci. Datæ sint inæquales duæ rectæ, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat, AE, Δ Θ. Ponatur AE ad rectos angulos super recta aliqua EΘ: et excitentur super EΘ tria parallelogramma deinceps posita AZ, ZI, IΘ: ducanturque in iisdem diametri AZ, ΛH, IΘ; quæ quidem parallelæ invicem erunt. Itaque, manente medio parallelogrammo ZI, propellantur extrema, alterum quidem supra medium, alterum vero infra; ut in secunda figura, donec puncta A, B, Γ, Δ in directo jaceant: et ducatur per hæc puncta A, B, Γ, Δ recta, quæ cum EΘ producta in puncto K concurrat. Igitur ut AK ad KB, ita se habebit; in parallelis quidem AE, ZB; EK ad KZ; in parallelis vero AZ, BH; ZK ad KH. Quare ut AK ad KB, ita se habebit EK ad KZ et KZ ad KH. Rursus quoniam ut BK ad KΓ, ita se habet; in parallelis quidem BZ, ΓH; ZK ad KH; in parallelis vero BH, ΓΘ; HK ad KΘ; ideo ut BK ad KΓ, ita se habebit ZK ad KH, et HK ad KΘ. Ut autem ZK ad KH, ita se habet EK ad KZ. Igitur ut EK ad KZ, ita etiam se habebit ZK ad KH, et HK ad KΘ. Se habet autem, ut EK quidem ad KZ, ita AE ad BZ; ut ZK vero ad KH, ita BZ ad ΓH; denique ut HK ad KΘ, ita ΓH ad ΔΘ. Se habet igitur, ut AE ad BZ, ita BZ ad ΓH, et ΓH ad ΔΘ. Inventæ sunt igitur inter duas AE, ΔΘ duæ mediæ BZ et ΓH.

Ταῦτα μὲν οὖν τῶν γεωμετρουμένων ὑπεφανειῶν [s]ἀποδέδεικται. [t]Ἵνα δὲ καὶ ὀργανικῶς δυνώμεθα τὰς δύο μέσας λαμβάνειν, διαπήγνυται πλινθίον ξύλινον, ἢ ἐλεφάντινον, ἢ χαλκοῦν ἔχον τρεῖς [u]πινακίσκους ἴσους ὡς λεπτοτάτους· ὧν ὁ μὲν μέσος ἐνήρμοσαι, οἱ δὲ δύο ἐπωσοί εἰσιν ἐν χολέδραις, τοῖς δὲ μεγέθεσι καὶ ταῖς συμμετρίαις, ὡς ἕκαστοι ἑαυτοὺς πείθουσι. Τὰ μὲν γὰρ τῆς ἀποδείξεως ὡσαύτως συντελεῖται. Πρὸς δὲ τὸ ἀκριβέστερον λαμβάνεσθαι τὰς γραμμὰς φιλοτεχνητέον, ἵνα ἐν τῷ συνάγεσθαι τοὺς πινακίσκους τὰλλα διαμένῃ πάντα, καὶ ἄχρα, καὶ [w]ὁμαλῶς συναπτόμενα ἀλλήλοις. Ἐν δὲ τῷ ἀναθήματι, τὸ μὲν ὀργανικὸν χαλκοῦν ἐστι, καὶ καθήρμοσαι ὑπ' αὐτὴν τὴν στεφάνην τῆς στήλης οὗπερ [x]μεμολυβδοχημένον. Ὑπ' αὐτοῦ δὲ ἡ ἀπόδειξις συντομώτερον φραζομένη, καὶ τὸ σχῆμα, μετ' αὐτὸ δὲ ἐπίγραμμα. Ὑπογεγράφθω σοι καὶ ταῦτα, ἵνα ἔχεις καὶ ὡς ἐν τῷ ἀναθήματι. Τῶν δὲ δύο σχημάτων τὸ δεύτερον γέγραπται ἐν τῇ στήλῃ.

Δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Δεδόσθωσαν αἱ ΑΕ, Δ Θ. Συνάγω δὴ

Atque hæc quidem in geometricis superficiebus demonstrata sunt. Ut autem etiam per instrumentum duæ mediæ sumi possint, laterculus elaboretur vel ligneus, vel eburneus, vel æreus, in quo æquales tres tabellæ sint quam maxime exiles; quarum media fixa sit, duæ vero aliæ in strigibus mobiles, ea magnitudine, eaque forma, qua cuique libuerit. Quod autem ad demonstrationem attinet, ea similiter conficietur. Illud vero diligenter animadvertendum est, ut tabellis invicem subeuntibus, cætera omnia parallela maneant, eademque non hiantia, sed æqua lege inter se aptata et connexa. In donario instrumentum æreum est, idque plumbo ferruminatum sub ipsa columnæ corona collocatum fuit. Demonstratio infra ipsum est breviore sermone peracta, itemque figura, et post ipsam epigramma. Igitur hæc quoque subjiciantur; quo rem, etiam ut in donario est, cognoscas. Duarum autem figurarum secunda in columna insculpta est.

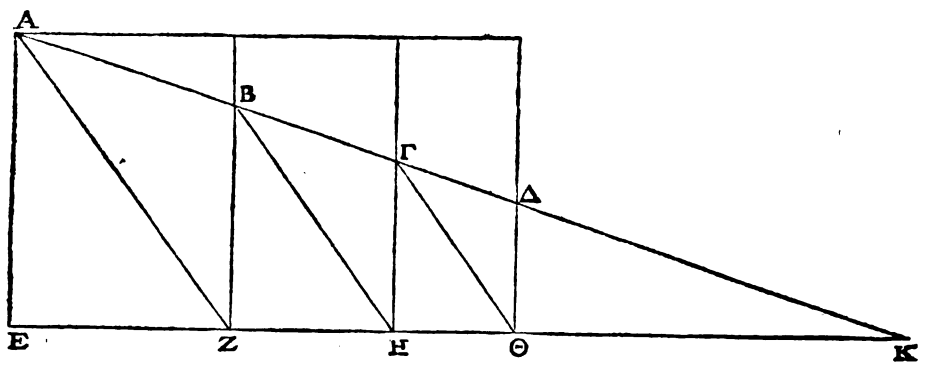
Datis duabus rectis, duas proportionales medias proportione continua invenire. Datæ sint AE, Δ Θ. Col-

[m] καταμετρήσεις [n] In MS. σημεῖων deest. [o] ἔστω ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ. Ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΝ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ. [p] πρὸς ΚΝ [q] καὶ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΗ πρὸς ΚΘ, ἡ ΚΓ πρὸς ΔΘ. Καὶ [r] εὕρηνται [s] ἀποδέδεικται pro ἀποδίκται ex MS. [t] πυνακίσας [u] ὁμαλὼς [x] μεμολυβδοχιμένον

Digitized by Google

ligo tabellas, quæ in inſtrumento ſunt, donec puncta A, B, Γ, Δ in directo jaceant: quæ utique intelligantur ita ſe habere, ut eſt in figura ſecunda. Ut igitur AK ad KB, ita ſe habet; in parallelis quidem AE, BZ; EK ad KZ; in parallelis vero AZ, BH; ZK ad KH. Quare ut EK ad KZ, ita ſe habet KZ ad KH: et ut

τῦς ἐν τῷ ὀργάνῳ πίνακας, ἕως ἂν κατ' εὐθεῖαν γένηται τὰ A, B, Γ, Δ σημεῖα· νοείσθω δή, ὡς ἔχῃ ὅπερ τῷ δευτέρᾳ σχήματος. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AK πρὸς KB, ἐν μὲν ταῖς AE, BZ παραλλήλοις, ἡ EK πρὸς KZ· ἐν δὲ ταῖς AZ, BH, ἡ ZK πρὸς KH. Ὡς ἄρα ἡ EK πρὸς KZ, ἡ



ipſæ inter ſe invicem, ita AE ad BZ, et BZ ad ΓH. Eodem modo id quoque demonſtrabitur, ut ZB ad ΓH, ita ſe habere ΓH ad ΔΘ. Proportionales ſunt igitur AE, BZ, ΓH, ΔΘ: et propterea inter datas duas rectas duæ mediæ inventæ ſunt. Quod ſi datæ rectæ æquales ipſis AE, ΔΘ non fuerint; ubi proportionales AE, ΔΘ illis fecerimus, duas inter has ſumemus proportionales medias; regrediendoque ad illas mandatum perficiemus. Sin autem jubeamur plures adhuc medias invenire; diſpoſitis utique in inſtrumento tabellis una pluribus, quam quæ inveniri debent mediæ, id aſſequemur. Cujus rei demonſtratio eadem eſt.

ΚΖ πρὸς ΚΗ· ὡς δὲ αὗται [x] πρὸς ἀλλήλας, ἥπτε AE πρὸς BZ, καὶ ἡ BZ [y] πρὸς ΓH. Ὡσαύτως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἡ ZB πρὸς ΓH, ἡ ΓH πρὸς ΔΘ. Ἀνάλογον ἄρα αἱ AE, BZ, ΓH, ΔΘ· εὕρηνται ἄρα δύο τῶν δοθεισῶν δύο μέσαι. Ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι μὴ ἴσαι ὦσι ταῖς AE, ΔΘ, ποιήσαντες αὐταῖς ἀνάλογον τὰς AE, ΔΘ, τούτων ληψόμεθα τὰς μέσας, καὶ ἐπανοίσομεν ἐπ' ἐκείνας, καὶ ἐσόμεθα πεποιηκότες τὸ ὁπίταχθέν. Ἐὰν δὲ πλείους μέσας ὁπίταχθῇ εὑρεῖν, εἰ ἐνὶ πλείους πινακίσκους κατασκοσόμεθα ἐν τῷ ὀργανίῳ τῶ ληφθησομένων μέσων, ταυτὸν γενήσεται. Ἡ δὲ ἀπόδειξις ἡ αὐτή.

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγα διπλάσιον, ὦ γαθὲ, τεύχειν
Φράζεαι, τλῆ στερεὸν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι, τὸ δέ τοι πάρα, κἂν σύ γε μάνδρῃ,
Ἢ σίγον, ἢ κοίλα φρεάτος εὐρὺ κύτος
Τῆδ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
Συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων.
Μὴ δή σύ γ' Ἀρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
Μὴ δὲ Μενεχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
Δίζεαι· μηδ' εἴ τι θεοδέος Εὐδόξοιο
Καμπυλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖσδε δὴ ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις
Ῥεῖά κεν, ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος.
Εὐαίων [z] Πτολεμαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ [a] συνηβῶν
Πάνθ' ὅσα καὶ μύσταις κὴ βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω. τὸ δ' ἐς ὕστερον, ὑράνιε Ζεῦ,
Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε [b] χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δέ τις [c] ἄνθεμα λεύσσων·
Τῶ Κυρηναίου τοῦτ' Ἐρατοσθένεος.

QUA NICHOMEDES
In libro de lineis conchoidibus.

Deſcribit etiam Nicodemes in libro, quem de conchoidibus lineis inſcripſit, inſtrumenti cujuſdam conſtructionem, cujus ope eadem res abſolvitur. Quo quidem in libro magnifice ſeſe jactare videtur, et Eratoſthenis inventa irridere, utpote quæ ardua ſunt, minuſque Geometrica. Itaque ut iis, qui problemati huic operam dederunt, grata res fiat, ſimulque Nicomedes cum Eratoſthene conferri poſſit, cæteris, quos adhuc attulimus, hunc quoque adjungimus hoc fere modo ſcribentem. Intelligendæ ſunt duæ regulæ ad angulos in-

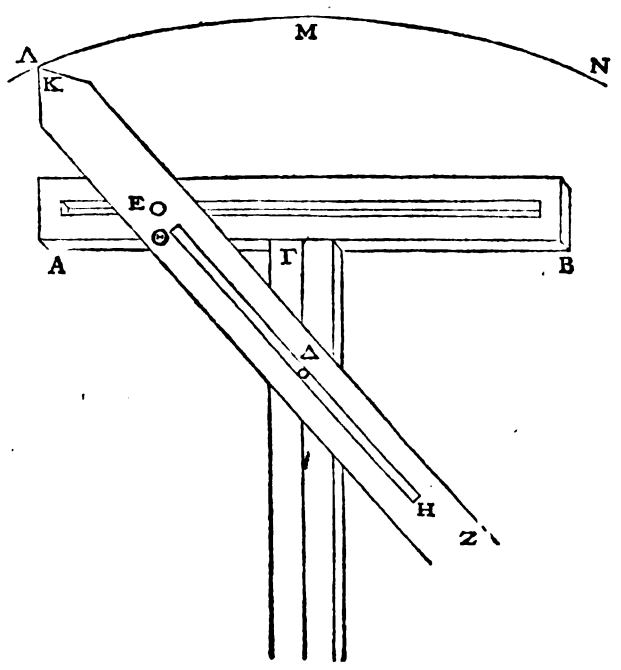
ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ
Ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν.

Γράφει δὴ καὶ Νικομήδης, ἐν τῷ [d] ὀπτογραμμένῳ περὶ αὐτῆ περὶ κογχοειδῶν συγγράμματι, ὀργάνου κατασκευὴν τινὰ αὐτὴν ἀποπληροῦντος [e] χρείαν. Ἐφ' ᾧ καὶ μεγάλα μὲν σεμνυνόμενος φαίνεται ὁ ἀνὴρ, πολλὰ δὴ τοῖς Ἐρατοσθένους ἐπαγγελῶν εὑρήμασιν, ὡς ἀμηχάνοις τε ἅμα κὴ γεωμετρικῆς [f] ἕξεως ὑστερημένοις, [g] τῦτε ἀνελλειπῦς. Τῶν τοίνυν, περὶ τὸ πρόβλημα πεπονημένων, τῆς τε πρὸς Ἐρατοσθένη συγκρίσεως ἕνεκα, κὴ αὐτὸν τοῖς ἤδη γεγραμμένοις συνάπτομεν δυνάμει γράφοντα ἕτως.

[x] πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν [y] πρὸς KH [z] Ita MS. [a] Ita MS. [b] χειρὸς [c] ἀνθ' ἱμαλεύσων [d] περιγεγραμμένῳ [e] χρείας [f] ἕξεως pro δέξεως ex MS. [g] τῦτε ἀνελλειπῦς pro -ῦ τ' ἐὰν ἐλλείποιν ex MS.

Digitized by Google

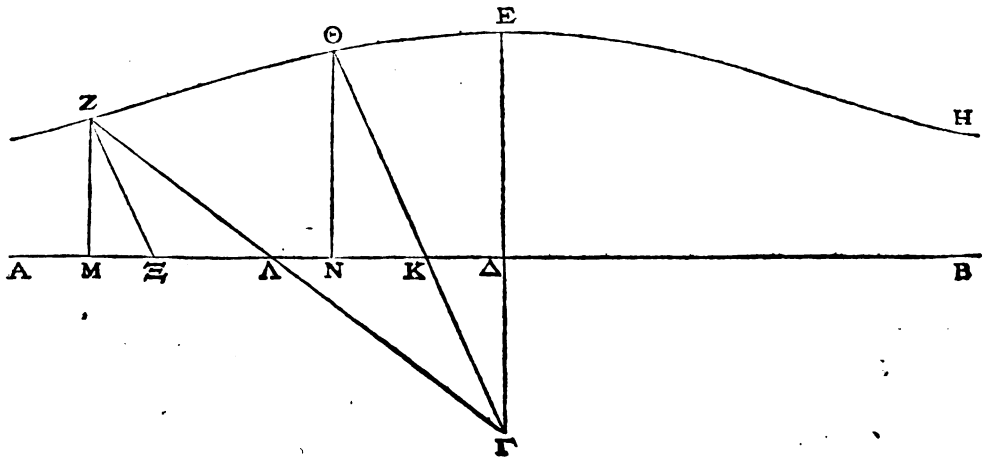
Νοεῖν χρὴ κανόνας δύο πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις συμβεβλημένους ἔτως, ὥς τε μίαν ἀποσώζειν αὐτοὺς ὁπῳανσιαν καθάπερ εἰσὶν οἱ A B, Γ Δ· ἐν δὲ τῷ A B σωλῖα [h] πελεκινοειδῆ, εἰς ὃν ἐχελώνιον διατρέχειν δυνήσεται. Ἐν δὲ τῷ Γ Δ κατὰ τὸ μέρος τὸ πρὸς τὸ Δ, [i] ᾗ μέσῳ τῷ διαίρουσαν εὐθεῖαν τὸ πλάτος αὐτοῦ, κυλίνδριον συμφυὲς τῷ κανόνι, ᾗ βραχὺ ὑπερέχον τῆς ἄνωθεν ὁπῳανείας αὐτοῦ τοῦ κανόνος. Ἄλλον κανόνα, ὡς τὸν E Z, μετὰ βραχύ τι διάσημα τοῦ πρὸς τὸ Z πέρατος ἀνατομὴν ἔχοντα, ὡς τὴν H Θ, δυναμένῳ [k] περιλαίνειν τῷ πρὸς τῷ Δ κυλινδρίῳ· πρὸς δὲ τῷ E ὀπῇ στρογγύλῃ, ἣ τις ἐγκείσεται εἰς τὸ ἀξώνιον, συμφυὲς τῷ διατρέχοντι χελωναρίῳ ἐν τῷ περιεκτικοειδεῖ σωλῆνι, τῷ ὄντι ἐν τῷ A B κανόνι. Ἐναρμοδέντος τοίνυν τοῦ E Z κανόνος, κατὰ μὲν τὴν H Θ ἀνατομὴν, ἐν τῷ πρὸς Δ κυλινδρίῳ, κατὰ ᾗ τὸ E ὀπὴν ἐν τῷ ἀξωνίῳ τῷ συμφυεῖ τῷ χελωναρίῳ· ἐάν τις ὁπλαζόμενος τοῦ Κ ἄκρου τοῦ κανόνος κινῇ αὐτὸν ὅπῃ τὰ πρὸς τὸ A μέρη, ἔπειτα ὅπῃ τὰ πρὸς τὸ B· τὸ μὲν E σημεῖον ἀεὶ ἐπὶ τοῦ A B κανόνος ἐνεχθήσεται, ἡ ᾗ H Θ ἀνατομὴ ὅπῃ τῷ πρὸς τὸ Δ κυλινδρίῳ κινηθήσεται· ἀεὶ τῆς μέσης [l] τοῦ E Z κανόνος εὐθείας ἐν τῇ κινήσει ἁψῷ τοῦ ἄξονος τοῦ πρὸς τῷ Δ κυλινδρίῳ γομένης, τῆς δὲ E Κ ὑπερεχούσης τοῦ κανόνος ἀεὶ τῆς αὐτῆς μενούσης. Ἐὰν τοίνυν πρὸς τὸ Κ ὑπονοήσωμέν τι γραφεῖον ἐφαπτόμενον τοῦ ἐδάφους, γραφήσεταί τις γραμμὴ, οἵα ἔζιν ἡ Λ M N, ἥντινα καλεῖ Νικομήδης κογχοειδῆ πρώτην γραμμήν· καὶ διάσημα μὲν τῆς γραμμῆς τὸ E Κ, μέγεθος τοῦ κανόνος· πόλον δὲ, τὸ Δ.



Ταύτῃ δὴ τῇ γραμμῇ συμβαῖνον δεῖκνυσι, τὸ ἀεὶ ἐπ' ἔλαττον μὲν συμπορευόμενος τῷ A B κανόνι· καὶ ἐάν τις εὐθεῖα διαχθῇ μεταξὺ τῆς τε γραμμῆς καὶ τοῦ A B κανόνος, ὅτι πάντως τέμνει τὴν γραμμήν. Καὶ τὸ μὲν πρότερον τῶν συμβαινόντων ἐστὶν εὐκατανόητον, ἐφ' ἑτέρας καταγραφῆς, κανόνος τε νοουμένου τοῦ A B, [n] πόλου δὲ τοῦ Γ, διαστήματος δὲ τοῦ Δ E, γραμμῆς δὲ κογχοειδοῦς τῆς Z E H. Προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ Γ δύο αἱ Γ Θ, Γ Z, ἴσων δῆλον ὅτι γινομένων τῶν Κ Θ, Λ Z. Λέγω ὅτι ἡ Z M καθέτος ἐλάττων τῆς Θ N καθέτου. Μείζονος γὰρ ὄσης ἡ ὑπὸ M Λ Γ γωνίας ἡ ὑπὸ N K Γ,

vicem rectos ita inter ſe aptatæ et connexæ, ut in una eademque ſuperficie utraque jaceat; cujuſmodi ſunt A B, et Γ Δ: et in A B quidem ſtrix ſecuriclata, in qua ligula moveri poſſit. In Γ Δ vero ab ea parte, in qua eſt Δ, puſillus cylindrus regulæ infixus, atque e ſuperficie ejuſdem regulæ paululum extans; utique in recta, quæ media ipſius latitudinem dividit. Intelligenda item eſt alia regula, puta E Z, modico ab ejus termino Z intervallo rimam habens, puta H Θ, quæ circa cylindrum Δ circumagi poſſit: et ad E foramen rotundum, cui axiculus inſeri debet ligulæ infixus, quæ in ſtrige ſecuriclata, quæ in A B eſt, movetur. Itaque accommodata regula E Z, qua quidem rima H Θ eſt, ad cylindrum Δ; qua vero foramen E, ad axiculum ligulæ inſertum: ſi quis, ſumpto regulæ hujus extremo K, eam primum moveat verſus partes A, deinde verſus partes B; punctum quidem E continuo movebitur in regula A B, rima vero H Θ, in cylindro Δ; utique cum eo ut recta, quæ media regulam E Z dividit, per cylindri Δ axem tranſire intelligatur, reliqua regulæ parte E K eadem continuo manente. Quæ cum ita ſint, ſi intelligatur graphium aliquod per K trajectum pavimentum contingere, deſcribetur quædam linea, cujuſmodi eſt Λ M N, quam primam conchoiden lineam Nicomedes vocat; atque intervallum quidem lineæ E K vocat magnitudinem regulæ; punctum vero Δ, polum.

Itaque demonſtrat duo hæc potiſſimum huic lineæ contingere: ut ad regulam A B continuo magis magiſque accedat; et ſi qua recta inter regulam A B et ipſam ducatur, ab hac omnino ſecetur. Horum autem primum facile in figura altera deprehenditur, in qua A B regula eſſe intelligitur; Γ polus; Δ E intervallum; de-



nique Z E H linea conchois. Cadant a puncto Γ hæ duæ Γ Θ, Γ Z; æqualibus videlicet inter ſe invicem K Θ, Λ Z. Dico normalem Z M, Θ N normali minorem eſſe. Major enim cum ſit angulus M Λ Γ angulo N K Γ, qui re-

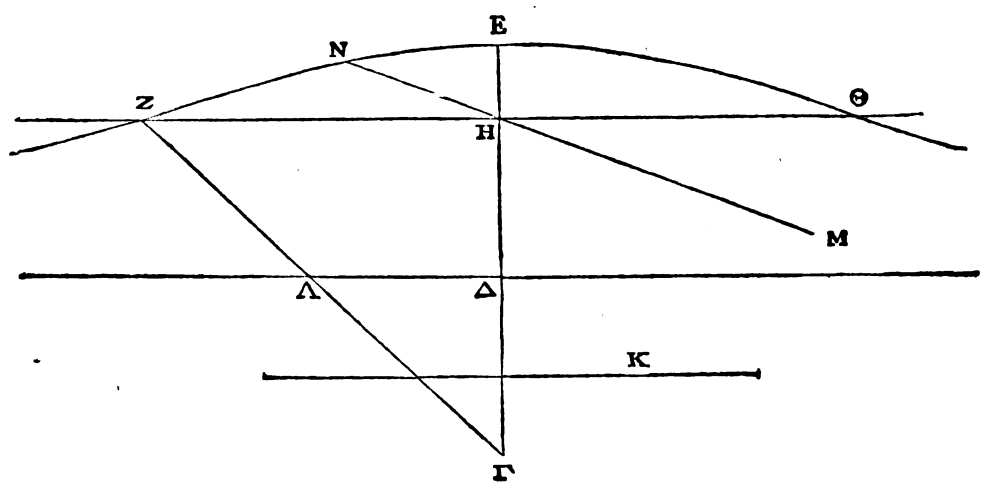
[h] πελεκοειδῆ [i] πρὸς [k] περιμένειν [l] τοῦ Z [m] πολὸν [n] πολῶ

liquus eſt ad duos rectos, MΛZ, reliquo NKΘ eſt minor. Propterea cum anguli ad puncta M, N ſint recti; major eſt angulus ad punctum Z angulo ad punctum Θ. Quod ſi angulo ad Θ æqualis conſtituatur angulus MZΞ; KΘ, hoc eſt ΛZ, ad ΘN eamdem habebit rationem, quam ΞZ ad ZM. Quare ZΛ minorem ad ΘN rationem habet, quam ad ZM: ideoque ΘN major eſt quam ZM.

Alterum erat: rectam, quæ inter AB, et lineam ducitur, lineam ipſam ſecare; quod item hoc pacto dignoſcitur. Quæ enim ducitur recta, aut parallela eſt ipſi AB, aut non parallela. Sit primo parallela, veluti ZHΘ. Fiat autem ut ΔH ad HΓ, ita ΔE ad aliam quamdam, puta K: deſcriptaque centro quidem Γ, intervallo vero

λοιπὴ ἡ λοιποῦσα εἰς τὰς δύο ὀρθὰς ἡ ὑπὸ ΜΛΖ λοιπῆς τῆ ὑπὸ ΝΚΘ ἐστὶν ἐλάσσων. Καὶ διὰ τοῦτο ὀρθῶν ὄντων τῶν πρὸς τοῖς Μ, Ν, μείζων ἐστὶ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ τῆ πρὸς τῷ Θ. Καὶ ἐὰν τῆ πρὸς τῷ Θ ἴσην συνισώμεθα τὴν ὑπὸ ΜΖΞ, ἡ ΚΘ, τουτέστιν ἡ ΛΖ, πρὸς ΘΝ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἡ ΞΖ πρὸς ΖΜ. Ὡς τε ἡ ΖΛ πρὸς τὴν ΘΝ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν ΖΜ· καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἡ ΘΝ τῆς ΖΜ.

Τὸ δὲ δεύτερον ὧδε τὸ, τὴν διαγομένην εὐθεῖαν μεταξὺ τῆς τε ΑΒ καὶ τῆς γραμμῆς τέμνειν τὴν γραμμήν· ὃ καὶ τοῦτο δὲ ὕτω γίνεται γνώριμον. Ἡ γὰρ διαγομένη, ἤτοι παράλληλός ἐστι τῆ ΑΒ, [P] ἢ οὔ. Ἔστω πρότερον παράλληλος ὡς ἡ ΖΗΘ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ ΔΗ πρὸς ΗΓ, ὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν Κ· καὶ κέντρῳ τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῆ Κ φερεια-

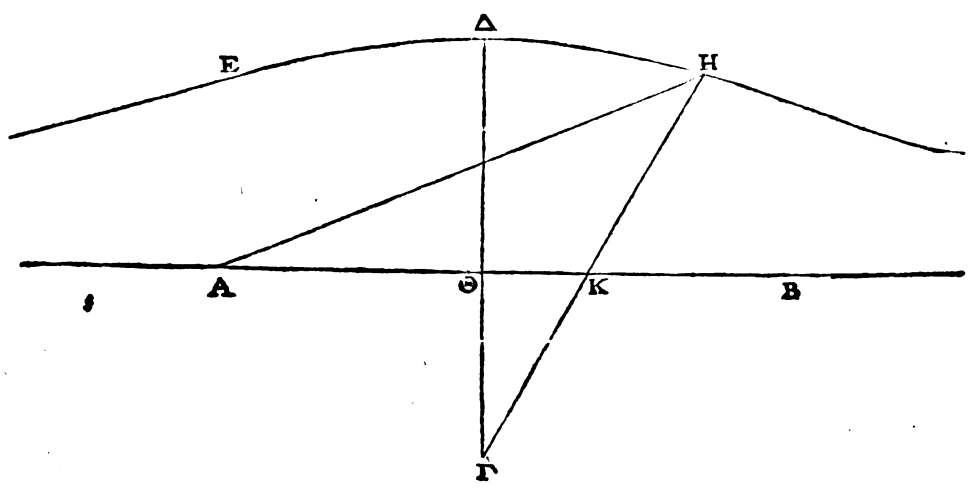


K circumferentia ſecet ZH in puncto Z: et jungatur ΓZ. Ut igitur ΔH ad HΓ, ita ſe habet ΛZ ad ZΓ. Ut autem ΔH ad HΓ, ita ſe habet ΔE ad K, hoc eſt ΓZ. Æqualis eſt igitur ΔE ipſi ΛZ: quod fieri non poteſt. Oportet enim punctum Z ad lineam eſſe. At vero, quæ ducitur recta, parallela non ſit, cujuſmodi eſt MHN: ducaturque per punctum H, ZH ipſi AB parallela. Occurret igitur ZH, atque adeo multo magis MN ipſi lineæ. Itaque cum hæc ex inſtrumenti conſtructione conſequantur, quod in rem noſtram facit hoc pacto demonſtratur.

Dato rurſus angulo A, punctoque extra ipſum Γ, ducere rectam ΓH, atque in ea KH datæ æqualem efficere. Ducatur a puncto Γ ad AB normalis ΓΘ, eaque producatur. Sit autem ΔΘ æqualis datæ: et polo quidem Γ,

φέρεια γραφεῖσα τεμνέτω τὴν ΖΗ κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ πρὸς ΗΓ, ὕτως ἡ ΛΖ πρὸς ΖΓ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΔΗ πρὸς ΗΓ, ὕτως ἦν ἡ ΔΕ πρὸς τὴν Κ, τουτέστι τὴν ΓΖ. Ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῆ ΛΖ [Q] ὅπερ ἀδύνατον. Δεῖ γὰρ εἶναι τὸ Ζ πρὸς τῆ γραμμῆ. Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ [r] διαγομένη παράλληλος, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΜΗΝ· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Η παράλληλος τῆ ΑΒ, ἡ ΖΗ. Ἡ ἄρα ΖΗ συμπεσεῖται τῆ γραμμῆ, ὡς τε πολλῷ μᾶλλον ἡ ΜΝ. Τούτων δὲ ὄντων τῶν παρακολουθημάτων διὰ τοῦ ὀργάνου, τὸ χρήσιμον εἰς τὸ προκείμενον δείκνυται οὕτως.

Πάλιν γωνίας δοθείσης τῆς Α, καὶ σημείου ἐκτὸς τοῦ Γ, ἀγαγεῖν τὴν ΓΗ, καὶ ποιῆσαι τὴν ΚΗ ἴσην τῆ δοθείσῃ. Ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὴν ΑΒ, ἡ ΓΘ, καὶ



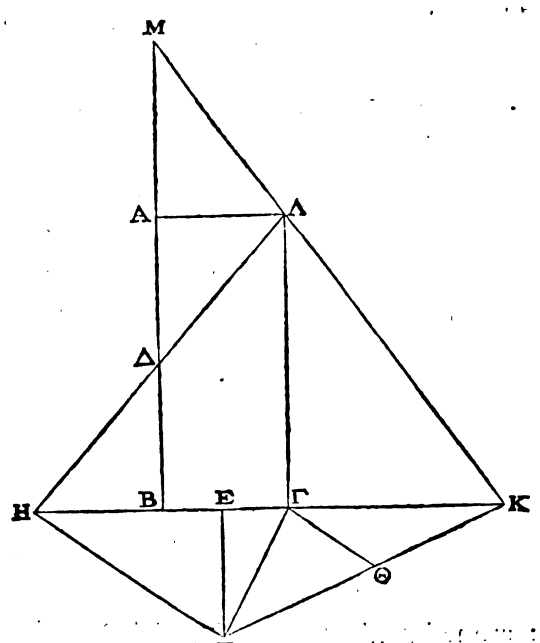
intervallo vero data ΔΘ, denique regula AB, prima deſcribatur linea conchois EΔZ; quæ quidem cum ipſa

ἐκβεβλήσθω. Καὶ τῆ δοθείσῃ ἴση ἔστω ἡ ΔΘ· καὶ [s] πόλῳ μὲν τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ δοθέντι τῷ ΔΘ, κύκλου δὲ τοῦ ΑΒ, γε-

[P] καὶ τοῦτο δῆλος. Οὕτω γὰρ γνώριμον. [Q] ἢ ὕτως [r] ὅπερ ex MS. [s] διαλειομένη [s] πολῷ

γράφθω κογχοειδὴς γραμμὴ πρώτη ἡ ΕΕΖ. Συμβάλει ἄρα τῇ ΑΗ, διὰ τὸ προδεδιχθέν· συμβαλλέτω κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΗ. Ἴση ἄρα ἡ ΚΗ τῇ δοθείσῃ.

Τέτων δεδειγμένων, δεδόσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΓΛ, ΛΑ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλας, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς εὑρεῖν. Καὶ συνπεπληρώθω τὸ ΑΒΓΛ παραλληλόγραμμον· καὶ τετμήσθω δίχα ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ, τοῖς Δ, Ε σημείοις· καὶ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἡ ΔΛ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΒ ἐκβληθείσῃ, κατὰ τὸ Η. Τῇ δὲ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ· καὶ προσβεβλήσθω ἡ ΓΖ ἴση οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος [t] ἡ ΓΘ. Καὶ γωνίας οὔσης τῆς ὑπὸ τῶν ΚΓΘ, ἀποδεδέντος τοῦ Ζ, δίχθω ἡ ΖΘΚ, ποιοῦσα [u] ἴσην τὴν ΘΚ τῇ ΑΔ, ἢ τῇ ΓΖ. Τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ἐδείχθη διὰ τῆς κογχοειδοῦς. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΚΛ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ ΑΒ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Μ. Λέγω ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ ΓΛ πρὸς ΚΓ, ἡ ΚΓ πρὸς ΜΑ, καὶ ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΛ.



Ἐπεὶ ἡ ΒΓ τέτμηται δίχα τῷ Ε, καὶ πρόσκειταί αὐτῇ ἡ ΚΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΚΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΚ. Κοινὸν προσκείσθω, τὸ ἀπὸ ΕΖ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τῶν ἀπὸ ΓΕ, ΕΖ, τετέσι τοῦ ἀπὸ ΓΖ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΚΕ, ΕΖ, τουτέστι τῷ ἀπὸ ΚΖ. Καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ ΜΑ πρὸς ΑΒ, [w] ἡ ΜΛ πρὸς ΛΚ· ὡς δὲ ἡ ΜΛ πρὸς ΛΚ, ὅτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΜΑ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ. Καί ἐστι τῆς μὲν ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΔ, τῆς δὲ ΒΓ διπλῆ ἡ ΓΗ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΛΓ [x] τῇ ΑΔ. Ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ ΜΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΗΓ πρὸς ΓΚ. Ἀλλ' ὡς [y] ἡ ΗΓ πρὸς ΓΚ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΚ, διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ΗΖ, ΓΘ. Καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΖΚ πρὸς ΚΘ. Ἴση δὲ ὑπόκειται καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΘΚ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΓΖ [z] ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ τῷ ἀπὸ ΖΚ. Καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ ΜΔ, ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΑ· τῷ δὲ ἀπὸ ΖΚ, ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ ΒΚΓ, [a] μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ· ὧν τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΖ, ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ ΑΔ τῇ ΓΖ. Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΒΜΑ τῷ ὑπὸ ΒΚΓ. Ὡς ἄρα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΓ πρὸς ΑΜ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΜ πρὸς ΒΚ, ἡ ΓΛ πρὸς ΓΚ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΛ [b] πρὸς ΓΚ, ὅτως ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ. [c] Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΛΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΜΑ πρὸς ΑΛ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ, καὶ ἡ ΑΜ πρὸς ΑΛ.

AH, ut demonſtratum eſt, concurret. Concurrat utique in puncto H: et jungatur ΓH. Eſt igitur KH datæ æqualis.

Quæ cum demonſtrata ſint, dentur modo duæ rectæ ΓΛ, ΛΑ ad angulos inter ſe invicem rectos, quas inter duas proportionales medias proportione continua invenire oporteat. Compleatur parallelogrammum ΑΒΓΛ: et ſecetur utraque ΑΒ, ΒΓ in duas æquas partes punctis Δ et Ε: junctaque ΔΛ producatur, eademque cum ΓΒ producta in puncto H concurrat. Sit autem ΕΖ ad rectos angulos ipſi ΒΓ: et ducatur ΓΖ ipſi ΑΔ, æqualis: jungaturque ΖΗ; eidemque parallela ΓΘ. Porro dato angulo, qui a ΚΓΘ continetur, punctoque Γ, recta ducatur ΖΘΚ, in qua ΘΚ ipſi ΑΔ, vel ΓΖ æqualis fiat. Hoc enim per conchoiden lineam fieri poſſe demonſtratum eſt. Poſtremo juncta ΚΛ producatur, eademque in puncto M cum ΑΒ producta concurrat. Dico, ut ΓΛ ad ΚΓ, ita ſe habere tum ΚΓ ad ΜΑ, tum ΜΑ ad ΑΛ. Quoniam ΒΓ ſecta in duas æquas partes eſt in puncto Ε, eique addita ΚΓ; ſpatium, quod ſub ΒΚΓ continetur, una cum quadrato, quod a ΓΕ deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur ab ΕΚ. Commune addatur quadratum, quod deſcribitur ab ΕΖ. Spatium igitur, quod ſub ΒΚΓ continetur, una cum quadratis, quæ a ΓΕ, ΕΖ deſcribuntur; hoc eſt quadrato, quod a ΓΖ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a ΚΕ, ΕΖ; hoc eſt quadrato, quod deſcribitur a ΚΖ. Et quoniam ut ΜΑ ad ΑΒ, ita ſe habet ΜΛ ad ΛΚ; et ut ΜΛ ad ΛΚ, ita ΒΓ ad ΓΚ; ideo etiam ut ΜΑ ad ΑΒ, ita ſe habet ΒΓ ad ΓΚ. Eſt autem ipſius quidem ΑΒ dimidia ΑΔ; ipſius vero ΒΓ dupla ΓΗ; quoniam et ΛΓ ipſius ΑΔ eſt dupla. Igitur etiam ut ΜΑ ad ΑΔ, ita ſe habebit ΗΓ ad ΓΚ. Ut autem ΗΓ ad ΓΚ, ita ſe habet ΖΘ ad ΘΚ, propter parallelas ΗΖ, ΓΘ. Igitur etiam componendo, ut ΜΔ ad ΔΑ, ita ſe habebit ΖΚ ad ΚΘ. Ponitur autem ΑΔ æqualem eſſe ipſi ΘΚ; cum ipſi quoque ΓΖ æqualis ſit. Æqualis eſt igitur etiam ΜΔ ipſi ΖΚ; ideoque et quadratum, quod a ΜΔ deſcribitur, æquale quadrato, quod deſcribitur a ΖΚ. At quadrato quidem, quod a ΜΔ deſcribitur, æquale eſt ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΔΑ; quadrato vero, quod deſcribitur a ΖΚ, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub ΒΚΓ, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΓΖ. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, una cum quadrato, quod ab ΑΔ deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub ΒΚΓ, una cum quadrato, quod deſcribitur a ΓΖ: quadratum autem quod ab ΑΔ deſcribitur, quadrato, quod deſcribitur a ΖΓ, eſt æquale; quoniam ΑΔ ipſi ΓΖ eſt æqualis. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΒΜΑ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΒΚΓ. Ut igitur ΜΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΓ ad ΑΜ. Ut autem ΒΜ ad ΒΚ, ita ſe habet ΓΛ ad ΓΚ. Igitur etiam ut ΓΛ ad ΓΚ, ita ſe habet ΓΚ ad ΑΜ. Se habet autem etiam ut ΛΓ ad ΓΚ, ita ΜΑ ad ΑΛ. Se habet igitur ut ΛΓ ad ΓΚ, ita ΓΚ ad ΑΜ, et ΑΜ ad ΑΛ.

[t] ἡ ΓΘ ἴση οὖση τῇ ΑΛ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ ΓΘ. Καὶ γωνίας [u] ἴσην τὴν ΘΚΑ ΔΗ, τῇ ΓΖ [w] ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ. [x] τῆς ΑΒ. ἔτω [y] ἡ ΜΓ [z] ἴση ἐστὶ ἡ ἀπὸ ΜΔ. Ἴσον τὰ ὑπὸ ΒΜ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΑ [a] μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ. Ὡν τὸ ΑΒ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΖ. [b] πρὸς ΓΚ, ἡ ΓΚ [c] ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΛΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ ὡς ἄρα

Digitized by Google

PROP. III. Theor.

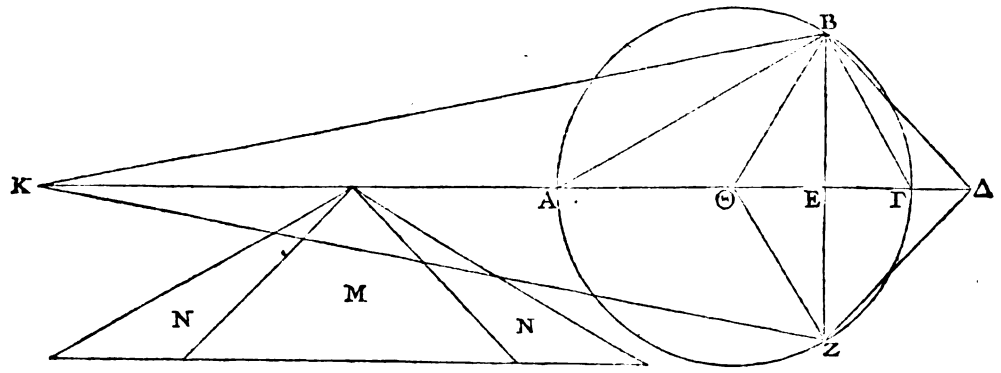
Cuilibet ſphæræ ſegmento æqualis eſt conus, qui baſim quidem habeat eamdem ac ſegmentum, altitudinem vero rectam, quæ ad ſegmenti altitudinem eamdem rationem habeat, quam utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti altitudo, ad reliqui ſegmenti altitudinem.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus, cujus diameter AΓ: et ſecetur ſphæra plano per BZ acto, eodemque recto ad AΓ; et centrum ſit punctum Θ. Fiat autem, ut utraque ſimul ΘA, AE ad AE, ita ΔE ad ΓE; rurſuſque fiat, ut utraque ſimul ΘΓ, ΓE ad ΓE, ita KE ad EA: et deſcribantur a circulo, qui circa diametrum BZ eſt, coni vertices habentes puncta K, Δ. Dico æqualem eſſe conum quidem BΔZ ſegmento ſphæræ, quod ad punctum Γ conſtituitur; conum vero BKZ ſphæræ ſegmento, quod conſtituitur ad punctum A.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν αὐτὸν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ σφαῖρα, τῷ διὰ τῶν BZ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΓ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. Καὶ πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΓΕ· καὶ πάλιν πεποιήσθω ὡς συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ· καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ, κορυφὰς [d] ἔχοντες τὰ Κ, Δ σημεῖα. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν BΔZ κῶνος τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ BKZ τῷ κατὰ τὸ Α σημεῖον.



Jungantur enim BΘ, ΘZ: atque intelligatur conus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum BZ deſcribitur, verticem vero punctum Θ. Sit item conus M, baſim quidem habens æqualem ſuperficiei ſphæræ ſegmenti BΓZ; nempe illius, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit rectæ BΓ; altitudinem vero æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ. Eſt autem conus M æqualis ſolido ſectori BΓΘZ. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Quoniam vero ut ΔE ad EΓ, ita ſe habet utraque ſimul ΘA, AE ad AE; ſe habebit, dividendo, ut ΓΔ ad ΓE, ita ΘA ad AE, hoc eſt ΓΘ ad AE; et permutando, ut ΔΓ ad ΓΘ, ita ΓE ad EA; et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓA ad AE: hoc eſt quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Ut igitur ΘΔ ad ΓΘ, ita ſe habet quadratum, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BE. Æqualis eſt autem ΓB ei, quæ ex centro circuli M, et BE ea eſt, quæ ex centro circuli, qui circa diametrum BZ deſcribitur. Ut igitur ΔΘ ad ΘΓ, ita ſe habet circulus M ad circulum, qui circa diametrum BZ deſcribitur. Æqualis eſt autem ΘΓ axi coni M. Ut igitur ΔΘ ad axem coni M, ita ſe habet cir-

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ BΘ, ΘZ· καὶ [c] νενοήσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Θ σημεῖον. Καὶ ἔστω κῶνος ὁ M, βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ὑπιφανείᾳ τοῦ BΓZ τμήματος τῆς σφαίρας· τοῦτο δ' [f] ἐστὶν οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ BΓ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἔστι δὴ ὁ M κῶνος ἴσος τῷ BΓΘZ στερεῷ τομεῖ. Τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἐπεὶ δέ ἐστιν ὡς ἡ ΔE πρὸς EΓ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΘA, AE πρὸς AE· διελόντι [g] ἔσται ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΓE, οὕτως ἡ ΘA πρὸς AE, τουτέστιν ἡ ΓΘ πρὸς AE· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ ἐστὶν, οὕτως ἡ ΓE πρὸς EA· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓA πρὸς AE· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ BE. [h] Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ BE. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΓB τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, ἡ δὲ BE ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλου. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον. Καί ἐστιν ἴση ἡ ΘΓ τῷ ἄξονι τοῦ M κώνου. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ

[d] ἔχοντα [e] νοείσθω [f] ἔστιν [g] ἐστὶν [h] ὡς ἄρα ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓA πρὸς AE, τουτέστι τὸ ἀπὸ BE πρὸς τὸ ἀπὸ EE. Ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ BE. ἴση

Digitized by Google

Μ κώνυ, ἔτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴσος ἄρα ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν Μ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ Β Δ Ζ Θ στερεῷ ῥόμβῳ. Τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέδεικται. Ἢ ἔτως. Ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Δ Θ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Μ κώνου, ἔτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον, [1]ἴσος ἄρα ὁ Μ κῶνος τῷ κώνῳ, [k]οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Δ Θ. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἀλλ' ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον, ὕψος δὲ τὸ Δ Θ, ἴσος ἐστὶ τῷ Β Δ Ζ Θ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Μ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ Β Δ Θ Ζ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἀλλ' ὁ Μ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ Β Γ Ζ Θ στερεῷ τομεῖ. Καὶ ὁ Β Γ Ζ Θ στερεὸς τμεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ Β Δ Ζ Θ στερεῷ ῥόμβῳ. Κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, [l]οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Ε Θ, λοιπὸς ἄρα ὁ Β Δ Ζ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ Β Ζ Γ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ὁ Β Κ Ζ κῶνος ἴσος τῷ Β Α Ζ τμήματι τῆς σφαίρας. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος, ἡ Θ Γ, Γ Ε πρὸς Γ Ε, ἔτως ἡ Κ Ε πρὸς Ε Α, διελόντι ἄρα ὡς ἡ Κ Α πρὸς Α Ε, ἔτως ἡ Θ Γ πρὸς Γ Ε. Ἴση δὲ ἡ Θ Γ τῇ Θ Α. Καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ Α πρὸς Α Θ, ἔτως ἡ Α Ε πρὸς Ε Γ. Ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ Κ Θ πρὸς Θ Α, ἡ Α Γ πρὸς Γ Ε, τετέστι τὸ ἀπὸ Β Α πρὸς τὸ ἀπὸ Β Ε. Κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ Ν, ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ [m]Α Β. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ὑπὸ τὴν φανείσῃ τοῦ Β Α Ζ τμήματος. Καὶ νοείσθω ὁ κῶνος ὁ Ν, ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ Β Θ Ζ Α στερεῷ τομεῖ. Τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς ἡ Κ Θ πρὸς Θ Α, ἔτως τὸ ἀπὸ Α Β πρὸς τὸ ἀπὸ Β Ε, τετέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον τὸν Β Ζ κύκλου, τετέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴση δὲ ἡ Α Θ τῷ ὕψει τοῦ Ν κώνου. Ὡς ἄρα ἡ Κ Θ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου, ἔτως ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Β Ζ κύκλον. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τετέστιν ὁ Β Θ Ζ Α τομεὺς τῷ Β Θ Ζ Κ σχήματι. Κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν Β Ζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ Ε Θ. Ὅλον ἄρα τὸ Α Β Ζ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ Β Ζ Κ κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Καὶ φανερὸν ὅτι γίγνεται καθόλου τμῆμα σφαίρας πρὸς κῶνον [n]τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον ὡς συναμφότερος, ἥτε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ καθετὸς τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὴν καθετὸν τοῦ λοιποῦ τμήματος.

culus Μ ad circulum, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur. Æqualis eſt igitur conus, qui baſim quidem habet circulum Μ, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ, rhombo ſolido Β Δ Ζ Θ. Hoc enim in lemmatibus primi libri demonſtratum eſt. Vel hoc pacto. Quoniam ut Δ Θ ad altitudinem coni Μ, ita ſe habet circulus Μ ad circulum, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur; ideo conus Μ æqualis eſt cono, cujus quidem baſis circulus, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur, altitudo vero Δ Θ. Reciprocantur enim ipſorum baſes, et altitudines. Sed conus, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur, altitudinem vero Δ Θ, æqualis eſt rhombo ſolido Β Δ Ζ Θ. Igitur etiam conus Μ æqualis eſt rhombo ſolido Β Δ Ζ Θ. Sed conus Μ æqualis eſt ſolido ſectori Β Γ Ζ Θ. Igitur ſolidus etiam ſector Β Γ Ζ Θ æqualis eſt rhombo ſolido Β Δ Ζ Θ. Igitur ablato communi cono, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum Β Ζ deſcribitur, altitudo vero Ε Θ, reliquus conus Β Δ Ζ ſphæræ ſegmento Β Ζ Γ eſt æqualis. Pariter vero demonſtrabitur etiam conum Β Κ Ζ ſphæræ ſegmento Β Α Ζ æqualem eſſe. Quoniam enim ut utraque ſimul Θ Γ, Γ Ε ad Γ Ε, ita ſe habet Κ Ε ad Ε Α; dividendo, ut Κ Α ad Α Ε, ita ſe habet Θ Γ ad Γ Ε. Æqualis eſt autem Θ Γ rectæ Θ Α. Igitur etiam permutando, ut Κ Α ad Α Θ, ita ſe habet Α Ε ad Ε Γ. Quare etiam componendo, ut Κ Θ ad Θ Α, ita ſe habet Α Γ ad Γ Ε; hoc eſt quadratum quod a Β Α deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Β Ε. Rurſus autem ponatur circulus Ν habens eam, quæ ex centro, ipſi Α Β æqualem. Circulus igitur Ν æqualis erit ſegmenti Β Α Ζ ſuperficiei. Atque intelligatur conus Ν æqualem habens altitudinem ei, quæ ex centro ſphæræ. Æqualis eſt igitur ſolido ſectori Β Θ Ζ Α. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Et quoniam demonſtratum eſt, ut Κ Θ ad Θ Α, ita ſe habere quadratum, quod ab Α Β deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Β Ε; hoc eſt quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli Ν, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro circuli circa diametrum Β Ζ deſcripti; hoc eſt circulus Ν ad circulum circa diametrum Β Ζ deſcriptum. Æqualis autem eſt Α Θ altitudini coni Ν. Ideo ut Κ Θ ad coni Ν altitudinem, ita ſe habet circulus Ν ad circulum circa diametrum Β Ζ deſcriptum. Æqualis eſt igitur conus Ν, hoc eſt ſector Β Θ Ζ Α, figuræ Β Θ Ζ Κ. Communis addatur conus, cujus quidem baſis circulus circa Β Ζ deſcriptus, altitudo vero Ε Θ. Totum igitur ſegmentum ſphæræ Α Β Ζ æquale eſt cono Β Ζ Κ: quod oportebat demonſtrare.

Illud quoque generaliter manifeſtum eſt, ſphæræ ſegmentum ita ſe habere ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, ut utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti normalis, ad reliqui ſegmenti normalem. Ut

[1] Ἴσος ἄρα ἐστὶ ὁ μ [k] ἔτω [l] ἔτω [m] ΑΒ. ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ in MS. deſunt. [n] τὴν ex MS.

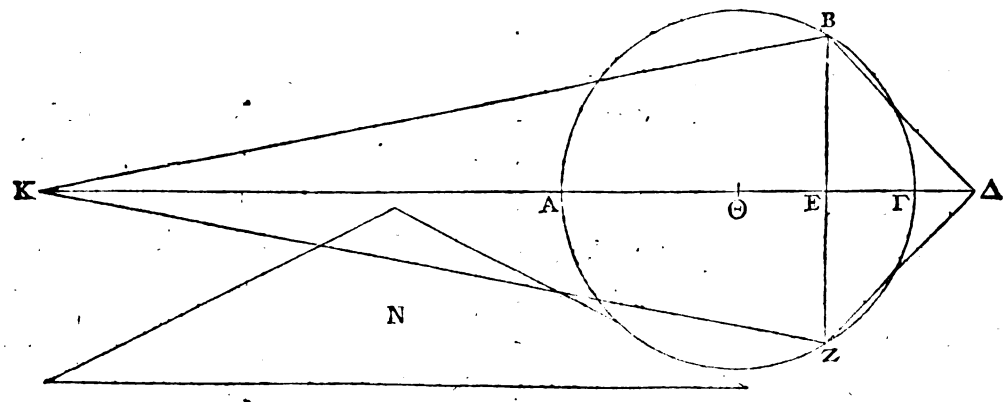
Digitized by Google

enim ΔE ad EΓ, ita ſe habet conus ΔZB, hoc eſt ſegmentum BΓZ, ad conum BΓZ.

Iiſdem poſitis, demonſtrabimus etiam conum KBZ æqualem eſſe ſphæræ ſegmento AZB. Sit enim conus N baſim quidem habens æqualem ſphæræ ſuperficiei, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. Æqualis igitur ſphæræ eſt conus. Demonſtratum enim eſt, ſphæram coni eſſe quadruplam, qui baſim quidem habeat maximum circulum, altitudinem vero eam, quæ ex centro ſphæræ. At vero etiam conus N ejuſdem coni eſt quadruplus: quoniam quadrupla eſt cum baſis, tum ſphæræ ſuperficies circuli maximi omnium, qui ſunt in ipſa. Et quoniam ut utraque ſimul ΘA, AE ad AE, ita ſe habet ΔE ad EΓ; dividendo, et permutando, ut ΘΓ ad ΓΔ ita ſe habet AE ad EΓ. Rurſus quoniam ut KE ad EA, ita ſe habet utraque ſimul ΘΓ, ΓE ad ΓE; dividendo, et permutando, ut KA ad ΓΘ, hoc eſt ad ΘA, ita ſe habet AE ad EΓ; hoc eſt ΘΓ ad ΓΔ. Et componendo. Æqualis eſt autem AΘ ipſi ΘΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΔΓ; ac tota KΔ ita ſe habet ad ΔΘ, ut ΔΘ ad ΔΓ; hoc eſt, ut KΘ ad ΘA. Quod igitur ſpatium ſub ΔΘ, ΘK continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΔK, ΘA. Rurſus quoniam ut KΘ ad ΘΓ, ita ſe habet ΘΔ ad ΓΔ; permutando, ut KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet ΘΓ ad ΓΔ. Ut autem ΘΓ ad ΓΔ ita demonſtratum eſt ſe habere AE ad EΓ. Ut igitur KΘ ad ΘΔ, ita ſe habet AE ad EΓ. Igitur etiam ut quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ. Demonſtratum autem eſt, ſpatium, quod ſub KΘ, ΘΔ continetur, æquale eſſe ſpatio, quod continetur ſub KΔ, AΘ. Ut igitur quadratum, quod a KΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub KΔ, AΘ continetur; hoc eſt, ut KΔ ad AΘ; ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub AE, EΓ; hoc eſt ad quadratum, quod deſcribitur ab EB. Æqualis eſt autem AΓ ei, quæ ex centro circuli N. Ut igitur quadratum, quod ab ea deſcribitur, quæ ex centro circuli N, ad quadratum, quod ſegmentum BΓZ, ad conum BΓZ.

Ὡς γὰρ ἡ ΔE πρὸς EΓ, ἕτως ὁ ΔZB κῶνος, τετράκις τὸ BΓZ τμῆμα πρὸς τὸν BΓZ κῶνον.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, [o] δείξομεν ὅτι καὶ ὁ KBZ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ AZB τμήματι τῆς σφαίρας. Ἔστω γὰρ ὁ N κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ. Ἡ γὰρ σφαῖρα δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ N κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστι τετραπλάσιος· ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως, καὶ ἡ ὑπερφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν αὐτῇ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘA, AE πρὸς AE, ἡ ΔE πρὸς EΓ· διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἡ AE πρὸς EΓ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ KE πρὸς EA, συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓE πρὸς ΓE· διελόντι, καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ KA πρὸς ΓΘ, τετράκις πρὸς ΘA, ἕτως ἡ AE πρὸς EΓ· τετράκις ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Καὶ συνθέντι. Ἴση ἡ ΔΘ τῇ ΘΓ. Ὡς ἄρα ἡ KΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ KΔ [p] πρὸς ΔΘ ἐστὶν ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τετράκις ὡς ἡ KΘ πρὸς ΘA. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘ, ΘK, τῷ ὑπὸ τῶν ΔK, ΘA. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ KΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΓΔ, ἐναλλὰξ, ὡς [q] ἡ KΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. Ὡς δὲ ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἡ AE πρὸς EΓ. Ὡς ἄρα ἡ KΘ πρὸς ΘΔ, [r] ἡ AE πρὸς EΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ KΔ πρὸς τὸ ὑπὸ KΘ, ΘΔ, τὸ ἀπὸ AΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν AE, EΓ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν KΘ, ΘΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ KΔ, AΘ. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ KΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν KΔ, AΘ, τετράκις ἡ KΔ πρὸς AΘ, τὸ ἀπὸ AΓ πρὸς τὸ ὑπὸ AE, EΓ, τετράκις πρὸς τὸ ἀπὸ EB. Καί ἐστιν ἴση ἡ AΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου νοῦ N κύκλου. Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ BE, τετράκις ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, οὕτως ἡ KΔ πρὸς AΘ· τουτέστιν



[o] In MS. δείξομεν deeſt [p] πρὸς AΘ [q] ἡ KΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ in MS. deſunt. [r] ἡ AΘ

Digitized by Google

ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τὸν Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ. Ἢ ὅτως. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΚ. Ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. Ἀλλ' ὅτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ. Καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα ἴση ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ, τῷ ἐκ τοιν κώνοιν συγκειμένῳ τοῖν ΒΔΖ, ΒΚΖ· ὧν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆς σφαίρας. Λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ κῶνος, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.

tum, quod describitur a BE; hoc est circulus N ad circulum circa diametrum BZ descriptum, ita se habet KΔ ad AΘ; hoc est KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis est igitur conus N, hoc est sphæra, rhombo solido BΔZK. Vel hoc pacto. Ut igitur circulus N ad circulum circa diametrum BZ descriptum, ita se habet KΔ ad coni N altitudinem. Æqualis est igitur conus N cono, cujus quidem basis est circulus circa diametrum BZ descriptus, altitudo vero ΔK. Reciprocantur enim ipsorum bases, et altitudines. Sed hic conus æqualis est rhombo solido BKZΔ. Igitur etiam conus N, hoc est sphæra, æqualis est rhombo solido BKZΔ, quod ex conis componitur BΔZ, BKZ: quorum quidem demonstratum est conum BΔZ sphæræ segmento BΓZ æqualem esse. Reliquus igitur conus BKZ æ- æqualis est sphæræ segmento BAZ.

EUTOCIUS.

Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ὡς γὰρ ὅλη αὐτῆς τῶν ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφῆς, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ [a] τῷ ΓΒΑ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ὅλῃ τιλὶ βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΒΕ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις. Καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, καὶ ἡ ΓΒ πρὸς ΒΕ. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ δὴ τῶν αὐτῶν δέδεικται, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΓΕ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ [b] πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Διὰ γὰρ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ἔστι πάλιν, ὡς ἡ μὲν ΑΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΓΕ· τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.

Et componendo, ut ΘΔ ad ΘΓ, ita ΓΑ ad ΑΕ; hoc est quadratum, quod a ΓΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a BE. Quoniam enim, ut in allata figura, in triangulo rectangulo ΓΒΑ, ducta ab angulo recto ad basim est normalis BE; quæ ad normalem sunt triangula, ea cum inter se invicem tum toti triangulo similia sunt. Propterea ut ΓΑ ad ΑΒ, ita se habet BA ad AE, et ΓΒ ad BE. Atque hinc etiam ut quadratum, quod a ΓΑ describitur, ad quadratum, quod describitur ab AB, ita se habet quadratum, quod a ΓΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a BE. Ut autem quadratum, quod a ΓΑ describitur, ad quadratum, quod describitur ab AB, ita se habet ΓΑ ad AE: ut enim prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima, ad quadratum, quod a secunda describitur. Ut igitur ΓΑ ad AE, ita se habet quadratum, quod a ΓΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a BE. Eadem ratione demonstratur ut ΓΑ ad ΓΕ, ita se habere quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BE. Rursus enim, propter triangulorum similitudinem, ut AΓ quidem ad ΓΒ, ita se habet BΓ ad ΓΕ; hoc est ut quadratum, quod ab AΓ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΒ, ita AΓ ad ΓΕ; ut vero quadratum, quod ab AΓ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΒ, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BE. Igitur etiam ut AΓ ad ΓΕ, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BE.

Εἶτα ἐφιζῆς δεικνύναι πειρώμενος τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσον τὸν ΒΚΖ κῶνον· ἐκτίθεται κῶνον τὸν Ν, βάσιν μὲν ἔχοντα ἴσην τῇ ὁμοφανείᾳ τοῦ ΒΑΖ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· φησὶν ὅτι ὁ Ν κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΖΑΒΘ στερεῷ τομεῖ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. Ἰστέον δή, ὅτι ἐν τῷ [c] πρώτῳ βιβλίῳ ἐ τὸν τοιοῦτον τομέα ἀπεδείκνυεν ἴσον ὄντα τῷ ὅτως λαμβανομένῳ [d] κώνῳ, ἀλλὰ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τοῦ κώνου ὁμοφανείας, καὶ σφαιρικῆς ὁμοφανείας ἐλάττονος ἡμισφαιρίου· ὃν τινα καὶ κυρίως ἐν τοῖς ὅροις τομέα στερεὸν καλεῖν ἐφαίνετο. Ἔφασκεν γάρ· τομέα δὲ στερεὸν καλέω, ὅταν σφαῖραν κῶνος τέμνει τὰν

Deinceps vero cum hoc sibi demonstrandum susciperet, segmento sphæræ BAZ æqualem esse conum BKZ; posito cono N basim quidem æqualem habente superficiei segmenti BAZ, altitudinem vero ei, quæ ex centro sphæræ; conum hunc æqualem esse dicit solido sectori ZABΘ, ut in primo libro demonstratum est. Illud autem sciendum est, eum primo in libro ejusmodi sectorem non huic quidem cono æqualem esse demonstrasse, sed ei, qui a superficie coni, et superficie sphæræ hemisphærio minore comprehenditur: quem quidem in definitionibus sectorem solidum proprio nomine vocat. Ait enim: sectorem vero solidum voco, quando sphæram

[a] τῷ ΓΒΑ ὀρθ. [b] τὸ ἀπὸ ΓΘΒ [c] πρὸς τὸ ἀπὸ

Digitized by Google

conus ſecuerit verticem habens ad ſphæræ centrum, figuram, quæ a ſuperficie coni, et ſuperficie ſphæræ, quæ intra conum eſt, comprehenditur. Quæ vero figura nunc propoſita eſt, ea ſane comprehenditur a ſuperficie coni verticem ad ſphæræ centrum habentis, et a ſuperficie ſphæræ; non tamen ea, quæ intra conum ſit. Itaque ejuſmodi figuram cono æqualem eſſe, qui baſim quidem æqualem habeat ſuperficiei ſphæræ, quæ ſegmentum comprehendit, altitudinem vero ei, quæ ex centro ſphæræ; ex iis, quæ tradita primo in libro ſunt, hoc pacto demonſtrabitur.

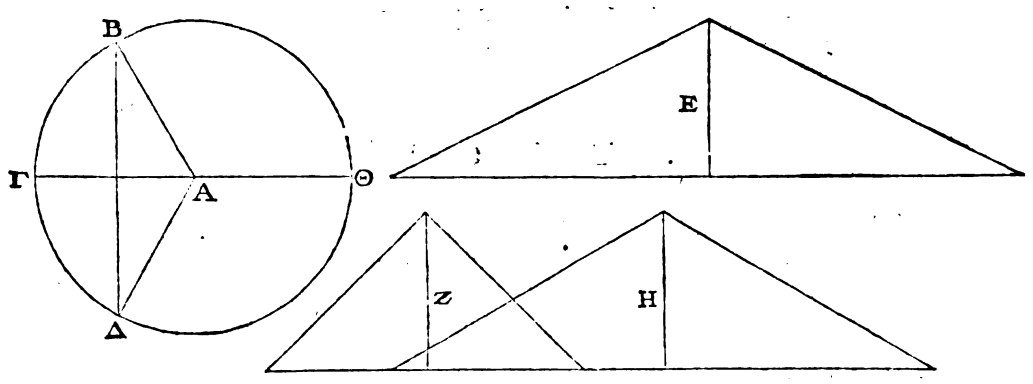
Intelligatur ſphæra ſeorſum poſita: eaque ſecetur plano aliquo, non per centrum; nempe circulo circa diametrum B Δ deſcripto: et ſit ſphæræ centrum punctum A. Intelligatur autem conus baſim quidem habens circulum circa diametrum B Δ deſcriptum, verticem vero punctum A: et ponatur conus E, cujus baſis æqualis ſit ſuperficiei ſphæræ, et altitudo ei, quæ ex ſphæræ centro. Hic igitur conus æqualis eſt ſphæræ; quippe coni eſt quadruplus baſim quidem habentis maximum ſphæræ circulum, altitudinem vero eamdem ac ſphæra; cujus quidem coni ſphæram ipſam quadruplam eſſe demonſtratum eſt. Ponantur item alii duo coni Z, H, quorum alter quidem Z baſim habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti B Γ Δ, et altitudinem æqualem ei, quæ ex centro ſphæræ; alter vero H baſim habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti B Θ Δ, et altitudinem eamdem. Itaque conus Z æqualis eſt ſectori verticem quidem habenti punctum A, baſim vero ſphæræ ſuperficiem B Γ Δ. Quoniam igitur coni E baſis conorum Z, H baſibus æqualis eſt, iique ſub eadem altitudine conſtituuntur; ideo conus E, hoc eſt ſphæra, conis Z, H eſt æqualis. Demonſtratum autem eſt, conum Z ſolido ſectori, qui ad B Γ Δ eſt, punctum A verticem habenti æqualem eſſe. Reliquus igitur conus H æqualis eſt reliquo ſegmento, baſim habenti ſegmenti B Θ Δ ſuperficiem, et altitudinem eam, quæ ex centro.

Rurſus autem dicit: æqualis eſt igitur conus N, hoc eſt ſector B Θ Z A, figuræ B Θ Z K. Quoniam enim colligendo concluſit, conum N æqualem eſſe cono, qui baſim quidem habeat circulum circa diametrum B Z deſcriptum, altitudinem vero Θ K: conus autem, cujus baſis eadem ſit, et altitudo E K, æqualis eſt ei, quem diximus, cono; et adhuc illi, qui eamdem habet baſim, et altitudinem E Θ; quippe ſe habent inter ſe invicem ut altitudines. Ideo communi ablato cono, qui eamdem habet baſim, et altitudinem E Θ, reliqua figura B Θ Z K cono eſt æqualis, qui baſim quidem habet circulum circa diametrum B Z deſcriptum, altitudinem vero Θ K; hoc eſt cono N, ſive ſectori B A Θ Z.

Poſtremo cum corollarium, quod ex demonſtratis ſponte fluit, in theorematis fine ſubjecerit; mox aliam ingreſſus demonſtrandi viam ſphæræ ſegmentum B A Z

κορυφὴν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπότε τᾶς ἐπιφανείας τᾶ κώνᾳ καὶ τᾶς ἐπιφανείας τᾶς σφαίρας ἐντὸς τᾶ κώνᾳ. Τὸ δὲ νῦν προκείμενον σχῆμα περιέχεται μὲν ὑπὸ κωνικᾶς ἐπιφανείας, τὰν κορυφὰν ἐχούσας ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶ σφαίρας, καὶ σφαιρικᾶς ἐπιφανείας, ἀλλ' ἃ τᾶς ἐντὸς ἀπολαμβανομένας τᾶ κώνᾳ. Ὅτι δὲ οὖν τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἴσον γίνεται τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν ἴσαν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾷ σφαιρικᾷ τᾷ περιεχούσᾳ τὸ τμᾶμα, ὕψος δὲ ἴσον τᾷ ἐκ τοῦ κέντρου τᾶς σφαίρας, δειχθήσεται οὕτως, διὰ τῶν ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ δεδειγμένων.

Νενοήσθω χωρὶς σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τῷ περὶ διάμετρον τὴν B Δ κύκλῳ· κέντρον δὲ τᾶς σφαίρας τὸ A. Καὶ νενοείσθω κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὰν B Δ κύκλον, κορυφὰν δὲ τὸ A σημεῖον· ἐκκείσθω δὲ κῶνος ὁ E, ᾧ ἃ μὲν βάσις ἴσα ἔστω τᾷ ἐπιφανείᾳ



τᾶς σφαίρας, ὕψος δὲ ἃ ἐκ τοῦ κέντρου τᾶς σφαίρας. [x] Ὁ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τᾷ σφαίρᾳ· τετραπλάσιος γάρ ἐστι τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὸ αὐτό· ὅπερ ἃ σφαῖρα ἐδείχθη τετραπλασία. Ἐκκείσθωσαν δὲ καὶ ἄλλοι δύο κῶνοι οἱ Z, H, ὧν ὁ μὲν Z βάσιν ἐχέτω [y] ἴσαν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὰν B Γ Δ τμάματος, ὕψος δὲ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τᾶς σφαίρας· ὁ δὲ H βάσιν μὲν ἴσαν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὸ B Θ Δ τμάματος, ὕψος δὲ τὸ αὐτό. Ὁ Z ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τομεῖ, [z] ἃ κορυφὰ μὲν τὸ A, ἐπιφάνεια δὲ σφαιρικὰ ἃ κατὰ τὰν B Γ Δ βάσις. Ἐπεὶ οὖν ἴσα ἐστὶν ἃ τοῦ E κώνου βάσις ταῖς τῶν Z, H κώνων βάσεσι, καί εἰσιν ἐπὶ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ E κῶνος, τουτέστι ἃ σφαῖρα τοῖς Z, H κώνοις. Ἀλλ' ὁ Z ἴσος ἐδείχθη τῷ κατὰ τὰν B Γ Δ σφηνὶ τομεῖ, κορυφὰν ἔχοντι τὸ A. Λοιπὸς ἄρα ὁ H κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ λοιπῷ τμάματι, βάσιν ἔχοντι τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κατὰ τὸ B Θ Δ τμάματος, ὕψος δὲ τὸ ἐκ τοῦ κέντρου.

Εἶτα πάλιν φησίν· ἴσος ἄρα ὁ N κῶνος, τουτέστιν ὁ B Θ Z A τομεύς, τῷ B Θ Z K ᾗμαπι. Ἐπεὶ γὰρ συνήχθη ὁ N κῶνος ἴσος ὢν κώνῳ [a] ᾧ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὰν B Z κύκλος, ὕψος δὲ ἃ Θ K· ὁ δὲ κῶνος, ᾧ βάσις μέν ἐστιν ἃ αὐτὰ, ὕψος δὲ ἃ E K, [b] ἴσος τούτῳ εἰρημένῳ κώνῳ, καὶ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν αὐτὰν, ὕψος δὲ τὰν E Θ· [c] πρὸς ἀλλήλους γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη. Κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν, ὕψος δὲ τὰν E Θ, λοιπὸν τὸ B Θ Z K ᾗμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὰν B Z κύκλον, ὕψος δὲ τὰν Θ K· τουτέστι τῷ N κώνῳ, τουτέστι τῷ B Λ Θ Z τομεῖ.

Ἐπαγαγὼν δὴ τὸ ἐκ τῶν συναχθέντων πόρισμα ὅτι τοῦ προβλήματος, ἐξῆς δ' ἑτέρας ἀποδείξεως συνάγει τὸ τελευταῖον μέρος τοῦ προβλήματος, τουτέστιν ὅτι τὸ B A Z τμᾶμα

[x] ἃ ἄρα E κωνος [y] ἴσην [z] ἔστω τὸ A κορυφὴ μὲν [a] ἔστω [b] ἴση [c] πρὸς ἀλλήλους

Digitized by Google

σφαίρας ἴσον ὂν τῷ ΒΚΖ κώνῳ. Καὶ, παρειῶν φησίν· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, [d] ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ ἐστίν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ· καὶ συνθέντι· ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ. Ἦν γὰρ ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΘΑ. Καὶ μετ' ὀλίγον· ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΘΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

Notentur enim K Δ, A Γ seorsum positæ: et ut K Θ ad Θ Δ, ita se habeat A E ad E Γ. Dico etiam ut quadratum, quod a K Δ describitur, ad spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ita se habere quadratum, quod describitur ab A Γ, ad spatium, quod continetur sub A E Γ. Quoniam enim ut K Θ ad Θ Δ, ita se habet A E ad Γ E; etiam componendo ut K Δ ad Δ Θ, ita se habet A Γ ad Γ E. Quare etiam quadratum, quod a K Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ Δ, se habet ut quadratum, quod ab A Γ describitur, ad quadratum, quod describitur ab E Γ. Rursus quoniam ut K Θ ad Θ Δ, ita se habet A E ad E Γ: et ut K Θ quidem ad Θ Δ, ita spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a Θ Δ describitur, sumpta Θ Δ communi altitudine. Ut vero A E ad E Γ, ita spatium, quod continetur sub A E Γ, ad quadratum, quod describitur ab E Γ, sumpta rursus communi altitudine A Γ. Ideo etiam ut spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a Θ Δ. describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub A E Γ, ad quadratum, quod describitur ab E Γ. Demonstratum autem est, ut quadratum, quod a Θ Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ K, ita se habere quadratum, quod describitur ab E Γ, ad quadratum, quod describitur a Γ A. Igitur etiam æqua proportione, ut spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a K Δ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub A E Γ, ad quadratum, quod describitur ab A Γ: et invertendo. Quod oportebat demonstrare.

Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ ΚΔ, ΑΓ· καὶ ἔστω ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. Λέγω ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ. Ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ· ἀλλ' ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, κοινοῦ ὕψους τῆς ΘΔ λαμβανομένης. Ὡς δὲ ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ [e] πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ, κοινοῦ, πάλιν ὕψους λαμβανομένης τῆς ΕΓ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. Ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ἀπὸ ΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΚ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ [f] ΓΑ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΕΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· καὶ ἀναπάλιν. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Intelligantur enim K Δ, A Γ seorsum positæ: et ut K Θ ad Θ Δ, ita se habeat A E ad E Γ. Dico etiam ut quadratum, quod a K Δ describitur, ad spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ita se habere quadratum, quod describitur ab A Γ, ad spatium, quod continetur sub A E Γ. Quoniam enim ut K Θ ad Θ Δ, ita se habet A E ad Γ E; etiam componendo ut K Δ ad Δ Θ, ita se habet A Γ ad Γ E. Quare etiam quadratum, quod a K Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Θ Δ, se habet ut quadratum, quod ab A Γ describitur, ad quadratum, quod describitur ab E Γ. Rursus quoniam ut K Θ ad Θ Δ, ita se habet A E ad E Γ: et ut K Θ quidem ad Θ Δ, ita spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a Θ Δ describitur, sumpta Θ Δ communi altitudine. Ut vero A E ad E Γ, ita spatium, quod continetur sub A E Γ, ad quadratum, quod describitur ab E Γ, sumpta rursus communi altitudine A Γ. Ideo etiam ut spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a Θ Δ. describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub A E Γ, ad quadratum, quod describitur ab E Γ. Demonstratum autem est, ut quadratum, quod a Θ Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ K, ita se habere quadratum, quod describitur ab E Γ, ad quadratum, quod describitur a Γ A. Igitur etiam æqua proportione, ut spatium, quod sub K Θ Δ continetur, ad quadratum, quod a K Δ describitur, ita se habet spatium, quod continetur sub A E Γ, ad quadratum, quod describitur ab A Γ: et invertendo. Quod oportebat demonstrare.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τμῆσαι δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγενέτω· ἡ δοθεῖσα σφαῖρα μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΒ· καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τμῆμα ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν· καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ ΑΔΒΕ κύκλῳ τομὴν τμῆμα ΔΕ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ.

PROP. IV. THEOR.

Tertium problema hoc erat: datam sphæram plano secare, ita ut segmentorum superficies eamdem ac quæ data est inter se invicem rationem habeant.

Factum sit: et maximus sphæræ circulus sit ΑΔΒΕ, ejusque diameter ΑΒ: et producatur planum ad ΑΒ rectum; quod quidem planum sectionem in circulo ΑΔΒΕ faciat ΔΕ; junganturque ΑΔ, ΒΔ.

Ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ὑπιφανείας τοῦ ΔΑΕ τμήματος, πρὸς τὴν ὑπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος δοθείς· ἀλλὰ τῇ ὑπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, [g] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ· τῇ δὲ ὑπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ· ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ

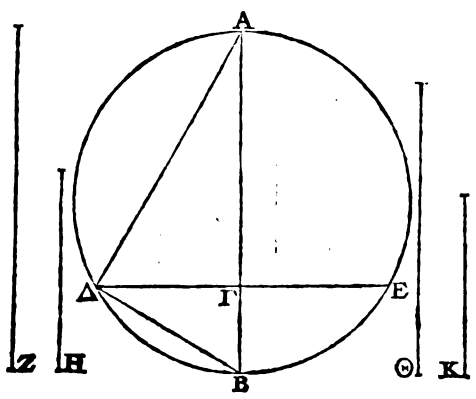
Quoniam igitur ratio superficiei segmenti ΔΑΕ ad segmenti ΔΒΕ superficiem data est: et superficiei quidem segmenti ΔΑΕ æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipsi ΑΔ est æqualis; superficiei vero segmenti ΔΒΕ æqualis est circulus, cujus ea, quæ ex centro, æqualis est ipsi ΔΒ; atque ut ii, quos diximus, circuli inter se invicem, ita se habet quadratum, quod ab ΑΔ

[d] ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ in MS. desunt. [e] πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΓ [f] ΓΔ [g] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ. Τῇ δὲ ὑπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ. In MS. desunt.

Digitized by Google

describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔB; hoc est ut AΓ ad ΓB: ideo ratio ipsius AΓ ad ΓB est data. Quare datum est punctum Γ. Recta autem ad AB est ΔE. Datum est igitur positione etiam planum, quod per ΔE agitur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit sphæra, cujus maximus circulus AΔBE, et diameter AB. Data autem ratio eadem sit quæ rectæ Z ad H: seceturque AB in puncto Γ, ita ut quemadmodum AΓ ad ΓB, ita se habeat Z ad H; et per punctum Γ plano sphæra secetur ad rectos angulos ipsi AB; sitque communis sectio ΔE; et jungantur AΔ, ΔB. Ponantur porro duo circuli Θ, K; alter quidem æqualem habens eam, quæ ex centro, ipsi AΔ; alter vero eam, quæ ex centro, æqualem habens ipsi ΔB. Æqualis est igitur circulus quidem Θ superficiei segmenti ΔAE, circulus vero K superficiei segmenti ΔBE. Hoc enim in primo libro demonstratum est. Et quoniam datus est angulus AΔB, normalisque est ΓΔ; ideo ut AΓ ad ΓB, hoc est Z ad H, ita se habet quadratum, quod ab AΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔB; hoc est quadratum, quod ab ea describitur, quæ ex centro circuli Θ, ad quadratum, quod describitur ab ea, quæ ex centro circuli K; hoc est segmenti ΔAE superficies ad superficiem sphæræ segmenti ΔBE.



Atque ut ii, quos diximus, circuli inter se invicem, ita se habet quadratum, quod ab AΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔB; hoc est ut AΓ ad ΓB. Quoniam enim, ut in allata figura, ducta est in triangulo rectangulo AΔB a recto ejus angulo normalis ΔΓ; hæc utique media proportionalis est inter segmenta basis; quæque ad normalem sunt triangula, ea sunt cum toti, tum sibi invicem similia. Quare ut BΓ ad ΔΓ, ita se habet BΔ ad ΔA; idemque de quadratis dicendum est, quæ ab his describuntur. Ut autem quadratum, quod a BΓ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΓΔ, ita se habet prima BΓ ad tertiam ΓA. Igitur etiam ut BΓ ad ΓA, ita se habet quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA. Ratio autem ipsius AΓ ad ΓB est data. Quare datum est punctum Γ. Quoniam enim ponitur sphæram datam esse, data etiam est ejus diameter AB. Data est autem ratio ipsius AΓ ad ΓB: et si data magnitudo pro data ratione secetur, utrumque segmentum est datum. Quare data est AΓ. Datum est autem punctum A, utpote quod in communi datarum positione linearum sectione est. Datum est igitur et punctum Γ.

EUTOCIUS.

[h] ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους ἔστως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τετέσιν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ. [h] Ὡς γὰρ ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΑΔΒ κάθετος ἦκται, καὶ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἡ ΔΓ, μέση ἀνάλογόν ἐστι τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ὅτι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις. Ὡς τέ ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΔΓ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἄρα. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, ἔστως ἡ πρώτη ἡ ΒΓ πρὸς τρίτην τὴν ΓΑ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ [i] πρὸς ΓΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ. Δοθεὶς δὲ λόγος ὁ ΑΓ πρὸς ΓΒ. Ὥς τε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. Ἐπεὶ γὰρ ἡ σφαῖρα ὑπόκειται δεδομένη, δέδοται ἄρα καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς ἡ ΑΒ. Καὶ δέδοται ὁ λόγος τῆς ΑΓ πρὸς ΓΒ· ἐὰν ᾖ δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ δέδοται ἑκάτερον τῶν τμημάτων. Ὥς τε δοθεῖσα ἔστιν ἡ ΑΓ. Καὶ δοθὲν τὸ Α, ἐπὶ γὰρ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστι θέσει δεδομένων γραμμῶν. Δέδοται ἄρα καὶ τὸ Γ.

[h] ὡς δὲ [i] πρὸς ΓΑ. Ἡ ΒΔ πρὸς ΔΑ δοθεὶς

Digitized by Google

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

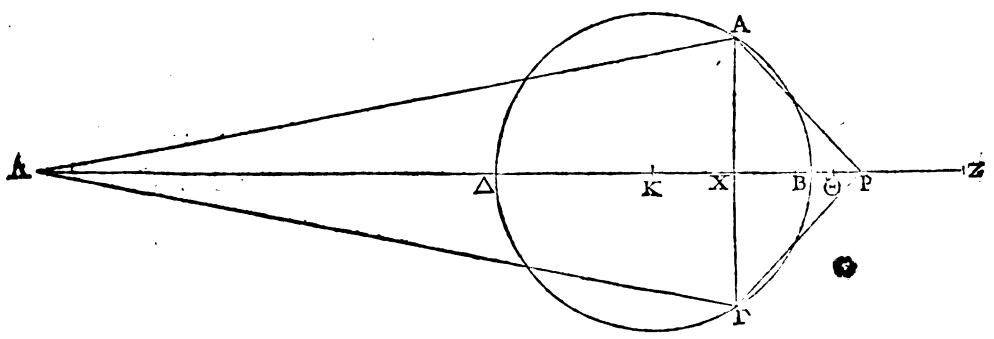
Τετμήσθω διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδῳ. Λόγος ἄρα τοῦ ΑΔΓ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. Τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ διάμετρος ἡ ΔΒ. Καὶ πεποιείσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, ἕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, ἕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΑΛΓ κῶνος τῷ ΑΔΓ τμήματι τῆς σφαίρας· ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς. Ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον ἕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ· ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν ὑπὸ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΚΔ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΡΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΔ πρὸς ΛΔ, συνθέντι ὡς ἡ ΡΚ πρὸς ΚΒ, τετράκις πρὸς ΚΔ, ἕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΛ ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛ, ΛΔ, τῷ ἀπὸ ΚΛ. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, ἕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ, συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ· διελόντι, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, ἕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΧ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον. Καὶ ἔσται ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, ἕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΧ. Ὡς τε καὶ ὡς ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ

PROP. V. Theor.

Datam ſphæram ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta eamdem ac quæ data eſt inter ſe invicem rationem habeant.

Sit data ſphæra ΑΒΓΔ: oportet autem eam plano ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant.

Secetur plano per ΑΓ. Ratio igitur ſegmenti ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ eſt data. Secetur item ſphæra per centrum, ſectioque ſit maximus circulus ΑΒΓΔ, ejuſque centrum Κ, et diameter ΔΒ. Fiat porro, ut utraque quidem ſimul ΚΔ; ΔΧ ad ΔΧ; ita ΡΧ ad ΧΒ; ut utraque vero ſimul ΚΒ; ΒΧ ad ΒΧ; ita ΛΧ ad ΧΔ; et jungantur ΑΛ, ΛΓ; ΑΡ, ΡΓ. Æqualis eſt igitur conus quidem ΑΛΓ ſegmento ſphæræ ΑΒΓ; conus vero ΑΡΓ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ. Data eſt igitur etiam ratio coni ΑΛΓ ad conum ΑΡΓ. Ut autem conus ad conum ita ſe habet ΛΧ ad ΧΡ; quoniam eamdem habent baſim circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur. Data igitur eſt etiam ratio ipſius ΛΧ ad ΧΡ. Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΒ



ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Et quoniam ut ΡΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΔ ad ΛΔ; componendo, ut ΡΚ ad ΚΒ, hoc eſt ad ΚΔ, ita ſe habet ΚΛ ad ΛΔ. Igitur etiam tota ΡΛ ſe habet ad totam ΚΛ, ut ΚΛ ad ΛΔ. Igitur ſpatium, quod ſub ΡΛ, ΛΔ continetur, æquale eſt quadrato, quod a ΚΛ deſcribitur. Ut igitur ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Et quoniam ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΔΧ ad ΧΒ; invertendo, et componendo, ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Igitur etiam ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΔΧ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ; ΒΧ ad ΒΧ; dividendo, ut ΛΔ ad ΔΧ ita ſe habet ΚΒ ad ΒΧ. Ponatur ipſi ΚΒ æqualis ΒΖ. Quod enim extra Ρ caſura ſit, manifeſtum eſt. Atque ut ΛΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΖΒ ad ΒΧ. Quare etiam ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Quoniam vero data eſt ratio cum

Digitized by Google

ipſius ΔΛ ad ΛX, tum ipſius PΛ ad ΛX; data eſt etiam ratio ipſius PΛ ad ΛΔ. Itaque quoniam ratio ipſius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet PΛ ad ΛΔ, tum ex ea, quam ΔΛ habet ad ΛX: atque ut PΛ quidem ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΔB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX; ut vero ΔΛ ad ΛX, ita ſe habet BZ ad ZX: ideo ratio ipſius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Fiat modo, ut PΛ ad ΛX, ita BZ ad ZΘ. Data eſt autem ratio ipſius PΛ ad ΛX. Data eſt igitur etiam ratio ipſius ZB ad ZΘ. Data eſt autem BZ, cum ei, quæ ex centro, ſit æqualis. Data eſt igitur etiam ZΘ. Igitur etiam ratio ipſius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, tum ex ea, quam BZ habet ad ZX. Ratio autem ipſius BZ ad ZΘ componitur tum ex ea, quam habet BZ ad ZX tum ex ea, quam ZX habet ad ZΘ. Communis auferatur ea, quam habet BZ ad ZX. Reliqua eſt igitur ratio, in qua ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur, hoc eſt datum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita ſe habet XZ ad ZΘ, hoc eſt ad datum. Data eſt autem recta ZΔ. Oportet igitur datam ΔZ ſecare in puncto X, atque facere ut XZ ad datam ZΘ, ita datum quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet; ſin autem hæc addantur, quæ hic reperta ſunt, nimirum ΔB duplam eſſe ipſius BZ, et BZ majorem quam ZΘ, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujuſmodi: datis duabus rectis ΔB, BZ, quarum altera ΔB alterius BZ dupla ſit, datoque item in BZ puncto Θ, ΔB ipſam in puncto X ſecare, atque facere, ut quadratum, quod a BΔ deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX, ita XZ ad ZΘ. Horum autem utrumque in fine reſolvetur, et componetur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data ratio eadem quæ rectæ Π ad Σ, majoris ad minus. Detur autem quædam ſphæra, eaque plano ſecetur per centrum acto; ſectioque ſit circulus ABΓΔ, ejuſque diameter BΔ, et centrum K. Ponatur porro ipſi KB æqualis BZ; ſeceturque BZ in puncto Θ, ita ut quemadmodum ΘZ ad ΘB, ita ſe habeat Π ad Σ; et amplius ſecetur BΔ in puncto X, ita ut quemadmodum XZ ad ΘZ, ita ſe habeat quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔX; et producatur per punctum X planum ad BΔ rectum. Dico, planum hoc ſphæram ita ſecare, ut quemadmodum majus ſegmentum ad minus, ita ſe habeat Π ad Σ.

πρὸς ΛX· καὶ τὸ PΛ ἄρα πρὸς ΔΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ ἓν ὁ τῆς PΛ πρὸς ΛX λόγος σύνηπται ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ἡ PΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΔΛ πρὸς ΛX· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ PΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX· ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛX, οὕτως ἡ BZ πρὸς ZX· ὁ ἄρα τῆς PΛ πρὸς ΛX λόγος σύνηπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ ἡ BZ πρὸς ZX. Πεποιήσθω ὡς ἡ PΛ πρὸς ΛX, ἡ BZ πρὸς ZΘ. Λόγος δὴ τοῦ PΛ πρὸς ΛX δοθείς· Λόγος ἄρα καὶ τῆς ZB πρὸς ZΘ δοθείς. Δοθεῖσα δὲ ἡ BZ, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ZΘ. Καὶ ὁ τοῦ BZ ἄρα λόγος πρὸς ZΘ συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ ἡ BZ πρὸς ZX. Ἀλλ' ὁ BZ πρὸς ZΘ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς BZ πρὸς ZX, καὶ τοῦ τῆς ZX πρὸς ZΘ. Κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τοῦ BZ πρὸς ZX. Λοιπὸς ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ BΔ, τουτέστι δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, οὕτως ἡ XZ πρὸς ZΘ, τουτέστι πρὸς δοθέν. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ZΔ θέσει δοθεῖσα. *Καὶ δὴ δοθεῖσαν τὴν ΔZ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ X, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν XZ πρὸς δοθεῖσαν τὴν ZΘ, οὕτως τὸ δοθὲν τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX. Τοῦτο οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προσκειμένων δὲ τῶν προβλημάτων, τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι ὅτε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔB τῆς BZ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν BZ τῆς ZΘ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται τὸ πρόβλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν θέσει τῶν ΔB, BZ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔB τῆς BZ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς BZ ὃ Θ, τεμεῖν [k] τὴν ΔB κατὰ τὸ X, καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, τὴν XZ πρὸς ZΘ. Ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε, καὶ συντεθήσεται.

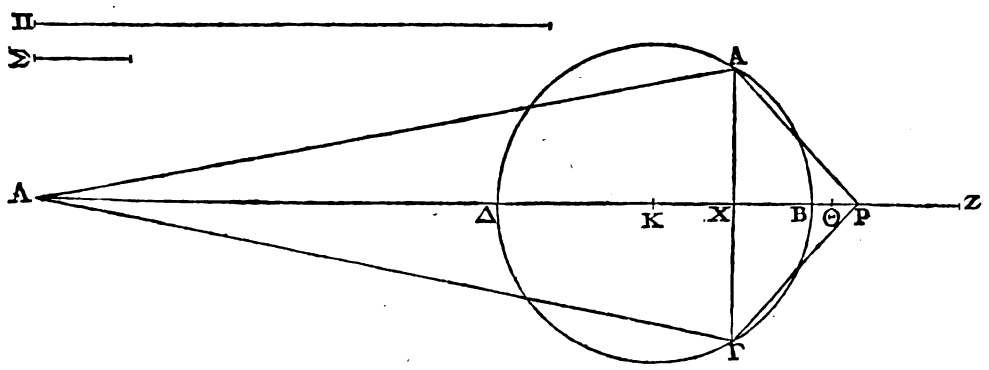
Συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως. Ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ, μεῖζον πρὸς ἐλάσσονα. Καὶ δεδόσθω τὶς σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω τομὴ ὁ ABΓΔ κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ BΔ, κέντρον δὲ τὸ K. Καὶ τῇ KB ἴση κείσθω ἡ BZ, καὶ τετμήσθω ἡ BZ κατὰ τὸ Θ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΘZ πρὸς ΘB, τὴν Π πρὸς Σ· καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ BΔ κατὰ τὸ X, ὥς τε εἶναι ὡς τὴν XZ πρὸς ΘZ, τὸ ἀπὸ BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX, καὶ διὰ τοῦ X ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὸ BΔ. Λέγω ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο [l] τέμνει τὴν σφαῖραν, ὥς τε εἶναι ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἐλάσσον, τὴν Π πρὸς Σ. Πεποιήσθω γὰρ ὡς

[k] τὴν AB [l] τεμεῖ

* Καὶ δὴ· Ut Eutocius: ſive ἄρα

μὲν συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, ἕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ,

Fiat enim, ut utraque quidem ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ΛΧ ad ΔΧ; ut utraque vero ſimul ΚΔ, ΔΧ, ad ΔΧ, ita ΡΧ ad ΧΒ; et jungantur ΑΛ, ΛΓ,



ΑΡ, ΡΓ. [m]Ἔσαι δὴ διὰ τὴν κατασκευὴν ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ ΡΛ, ΛΔ τῷ [n]ἀπὸ ΛΚ· καὶ ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ [o]πρὸς ΔΧ. Ὡς τε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ [p]ΡΛ, ΛΔ τῷ ἀπὸ ΛΚ ἐστὶν ἴσον, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΛΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἔσαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τετράγωνον ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, ἕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἴση δὲ ἐστὶν ἡ ΚΒ τῇ ΒΖ· ἔσαι ἄρα καὶ ὡς ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, ἕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ. Ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, ἕτως ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ. Ὥστε καὶ ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ, ἕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, ἕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ· καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, ἕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, ἕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. Ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, ἕτως ἡ Π πρὸς Σ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, τετράγωνον ὁ ΑΓΛ κώνος πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἕτως ἡ Π πρὸς Σ.

ΑΡ, ΡΓ. Itaque erit per conſtructionem, quemadmodum in analyſi demonſtravimus, ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ: atque ut ΚΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit ΒΔ ad ΔΧ. Quare etiam, ut quadratum, quod a ΚΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ, ita ſe habebit quadratum, quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ. Et quoniam ſpatium, quod continetur ſub ΡΛ, ΛΔ, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΛΚ; ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a ΛΚ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Igitur etiam, ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habebit quadratum quod a ΒΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΔΧ; hoc eſt, ut ΧΖ ad ΖΘ. Et quoniam, ut utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΒΧ, ita ſe habet ΛΧ ad ΧΔ, æqualiſque eſt ΚΒ ipſi ΒΖ; ideo etiam ut ΖΧ ad ΧΒ, ita ſe habebit ΛΧ ad ΧΔ. Et convertendo, ut ΧΖ ad ΖΒ, ita ſe habebit ΧΛ ad ΛΔ. Quare etiam ut ΛΔ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΧ. Et quoniam ut ΡΛ ad ΛΔ, ita ſe habet ΧΖ ad ΖΘ; atque ut ΔΛ ad ΛΧ, ita ΒΖ ad ΖΧ; ideo etiam æqua eademque perturbata proportione, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita ſe habebit ΒΖ ad ΖΘ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, ita ſe habebit ΖΘ ad ΘΒ. Ut autem ΖΘ ad ΘΒ, ita ſe habet Π ad Σ. Igitur etiam ut ΛΧ ad ΧΡ, hoc eſt conus ΑΓΛ ad conum ΑΡΓ, hoc eſt ſegmentum ſphæræ ΑΔΓ ad ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ, ita ſe habet Π ad Σ.

EUTOCIUS.

Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἡ ΛΔ [p]πρὸς ΔΚ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἐν γὰρ τῷ πρὸ τούτου συνήγετο ἕτως· ἐπεί ἐστιν συναμφότερος ἡ ΚΔ, ΔΧ πρὸς ΔΧ, ἕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι ὡς ἡ ΚΔ πρὸς ΔΧ, ἡ ΡΒ πρὸς ΒΧ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΚΔ, τουτέστιν ἡ ΚΒ, πρὸς ΒΡ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἕτως συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΧΒ, διελόντι,

Eadem vero ratione, qua ſupra, per conſtructionem, ut ΛΔ ad ΔΚ, ita ſe habet ΚΒ ad ΒΡ, et ΔΧ ad ΧΒ. Nam in ſuperiore theoremate ita collegit: quoniam ut utraque ſimul ΚΔ, ΔΧ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΧ ad ΧΒ; dividendo, ut ΚΔ ad ΔΧ, ita ſe habet ΡΒ ad ΒΧ; et permutando, ut ΚΔ, hoc eſt ΚΒ, ad ΒΡ, ita ΔΧ ad ΧΒ. Rurſus quoniam ut ΛΧ ad ΧΔ, ita ſe habet utraque ſimul ΚΒ, ΒΧ ad ΧΒ; dividendo, et per-

[m] ἔστι [n] ἀπὸ ex MS. [o] πρὸς ΔΧ. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς ΛΔ, ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ. Ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ· τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ &c. [p] πρὸς ΑΚ

Digitized by Google

mutando, ut ΛΔ ad ΔK, ita ſe habet ΔX ad XB. Ut autem ΔX ad XB, ita ſe habebat KB ad BP. Ut igitur ΛΔ ad ΔK, ita ſe habet ΔX ad XB, et KB ad BP. Igitur etiam tota PΛ ſe habet ad totam KΛ, ut KΛ ad ΛΔ. Ut enim una ad unam, ita ſe habent omnes ad omnes. Ut igitur PΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a KΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Quoniam enim ut PΛ ad KΛ, ita ſe habet KΛ ad ΛΔ; ideo ut prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda. Ut igitur PΛ ad ΛΔ, ita ſe habet quadratum, quod a PΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KΛ. Se habet autem ut quadratum, quod a PΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KΛ, ita quadratum, quod a KΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Hæ enim rectæ propotionales invicem ſunt. Se habet igitur ut PΛ ad ΛΔ ita quadratum, quod a KΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΛΔ. Ponatur ipſi KB æqualis BZ. Quod enim extra P caſura ſit, manifeſtum eſt. Quoniam enim ut XΔ ad XB, ita ſe habet KB ad BP, majorque eſt ΔX quam BX; ideo major eſt etiam KB quam BP. Cadit igitur punctum Z extra punctum P.

Quoniam vero data eſt ratio cum ipſius ΔΛ ad ΛX, tum ipſius PΛ ad ΛX; data eſt etiam ratio ipſius PΛ ad ΛΔ. Quoniam enim ut utraque ſimul KB, BX ad BX, hoc eſt ZX ad XB, ita ſe habet ΛX ad XΔ; convertendo, ut XZ ad ZB, ita ſe habet XΛ ad ΛΔ; et invertendo, ut BZ ad ZX, ita ΛΔ ad ΛX. Data eſt autem ratio ipſius BZ ad ZX. Nam ZB æqualis eſt ei, quæ a ſphæræ centro ducitur; et BX, ideoque tota etiam XZ data eſt, datis utique prioris illius terminis B et X; eo quod ſphæra plano per AΓ, ut ponitur, ſecta, ΔB ipſi AΓ ad rectos angulos eſt. Quare data eſt ratio ipſius XZ ad ZB; et, quod conſequitur, ipſius ΛX ad ΛΔ. Rurſus quoniam data eſt ſegmentorum ratio, data eſt etiam ratio coni AΔΓ ad conum APΓ. Quare etiam ratio ipſius ΛX ad XP: coni ſiquidem ſe invicem habent ut altitudines: et totius PΛ ad ΛX eſt data. Quoniam igitur ratio utriuſque ſimul PΛ, ΛΔ ad ΛX data eſt; ratio quoque ipſius PΛ ad ΛΔ eſt data. Quæ enim ad idem datam habent rationem, ea datam etiam inter ſe invicem rationem habent.

Itaque quoniam ratio ipſius PΛ ad ΛX componitur tum ex ea, quam habet PΛ ad ΛΔ, tum ex ea, quam ΛΔ habet ad ΛX. Rationum quidem compoſitionem hic inſtitui, ſumpta media ΛΔ, quemadmodum etiam in elementis inſtituitur, manifeſtum eſt. Quoniam vero totum hoc forma caret, nec omnino ita ſe habet, ut ſcientiam pariat, quemadmodum deprehendere eſt in multis Pappi, Theonis, et Arcadii ſcriptis, quæ hoc ipſum inductione, non demonſtratione patefaciunt; haud abſurdum fuerit paulo longiore oratione iiſdem lucis aliquid afferre. Itaque dico, ſi inter duos numeros duaſve magnitudines medius aliquis terminus ſumatur, numerorum, qui ſumpti initio ſunt, rationem componi cum ex ea, quam primus habet ad medium, tum ex ea, quam medius habet ad tertium. Illud autem prius in mentem revocandum eſt, quando ratio ex rationibus componi dicatur. Nimirum, haud ſecus quam in Elementis, cum rationum quantitates in ſe invicem ductæ quantitatem aliquam fecerint; ſi quantitatis nomine numerum intelligas, a quo data ratio denominatur, uti docent cum alii, tum Nicomachus in primo de Muſica libro, et Heronas in Commentario, quem in Arithmeticas Inſtitutiones conſcripſit. Hoc autem idem eſt ac ſi quantitas

καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Ὡς ἄρα ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, καὶ ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην ΚΛ ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. Ὡς γὰρ ἓν πρὸς ἕν, ἅπαντα ἅπαντα τὰ ἑπόμενα. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΚΛ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἅτινος τὸ ἀπὸ τ πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τ δευτέρας. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, ἅτινος τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ. [q] Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ, ἅτινος τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Ἀνάλογον γάρ εἰσιν. Ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, ἅτινος τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. Κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. Ὅτι δὲ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΧΔ πρὸς ΧΒ, ἅτινος ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ; μείζων δὲ ἡ ΔΧ τ ΒΧ· μείζων ἄρα, καὶ ἡ ΚΒ τῆς ΒΡ. Ἐκτὸς ἄρα τοῦ Ρ πίπτει τὸ Ζ.

Ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ; καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ, πρὸς ΒΧ, τετέσιν ἡ ΖΧ πρὸς ΧΒ, ἅτινος ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, ἀναστρέψαντι ὡς ἡ ΧΖ πρὸς ΖΒ, ἅτινος [r] ἡ ΧΛ πρὸς ΛΔ· καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Δέδοται δὲ ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ λόγος. Ἐπειδὴ ἡ μὲν ΖΒ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς δεδομένης σφαίρας· ἡ δὲ ΒΧ, τῶν Β, Χ περάτων αὐτῆς δεδομένων, καθ' ὑπόθεσιν τετμημένης τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ διὰ τ ΑΓ ὀπιπέδου, καὶ τῆς ΔΒ πρὸς ὀρθὰς ἴσης τῇ ΑΓ, δέδοται. Καὶ διὰ τοῦτο καὶ ὅλη ἡ ΧΖ· καὶ ὁ τ ΧΖ πρὸς ΖΒ· ὥς τε καὶ ὁ [s] τ ΛΧ πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Πάλιν ἐπειδὴ δέδοται ὁ λόγος τῶν τμημάτων, καὶ ὁ τοῦ ΛΑΓ κώνου πρὸς ΑΡΓ κῶνον λόγος [t] ἔστι δοθείς. Ὡς τε καὶ ὁ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ· πρὸς ἀλλήλους γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη· καὶ ὅλης ἄρα τ ΡΛ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρας τῶν ΡΛ, ΛΔ πρὸς τὴν ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τ ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Τὰ γὰρ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον.

Ἐπεὶ ἓν ὁ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΛΔ πρὸς ΛΧ. Ὅτι μὲν ἡ σύνθεσις τῶν λόγων λαμβάνεται, τ ΛΔ μέσης λαμβανομένης, ὡς καὶ τῇ στοιχειώσει ἐλαμβάνετο, φανερόν. Ἐπεὶ δὲ τὸ λεγόμενον [u] ἀδιαρθώτως, καὶ [x] οὐχ' ἅτινος, ὥς τε τὴν ἔννοιαν ἀναπληρῶσαι, λέλεκται, ὡς ὅτιν εὑρεῖν ἐντυγχάνοντας Πάππῳ τε καὶ Θέωνι καὶ Ἀρκαδίῳ, ἐν πολλοῖς συντάγμασιν οὐκ [w] ἀποδεικτικῶς, ἀλλ' ἐπαγωγῇ τὸ λεγόμενον παεισῶσιν· [x] ὐδὲν ἄτοπον πρὸς βραχὺ [y] διατρίψαντας τῷ λόγῳ [*] τὸ σαφέστερον παρασῆσαι. Φημὶ τοίνυν, ὅτι ἐὰν δύο ἀριθμῶν, ἤτοι μεγεθῶν μέσος τὶς ὅρος ληφθῇ, ὁ τῶν ἐξ ἀρχῆς ληφθέντων ἀριθμῶν λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ λόγου ὃν ἔχει ὁ πρῶτος πρὸς τὸν μέσον, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ μέσος πρὸς τὸν τρίτον. Ὑπομνηστέον δὴ πρότερον πῶς ἐλέγετο λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι. Ὡς γὰρ ἐν τῇ Στοιχειώσει, ὅταν αἱ τῶν λόγων πλευρότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσιν τινί· πευρότητος δῆλον ὅτι λεγομένης τοῦ ἀριθμοῦ, οὗ παρώνυμός ἐστιν ὁ διδύμενος λόγος, ὥς φασιν ἄλλοι τε καὶ Νικόμαχος ἐν τῷ πρώτῳ τῷ περὶ Μουσικῆς, καὶ Ἡρώνας ἐν τῷ Ὑπομνήματι τῷ εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν Εἰσαγωγήν. Ταυτὸν δὲ εἰπεῖν καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ ἑ ἐπόμενον ὅρον τοῦ λόγου,

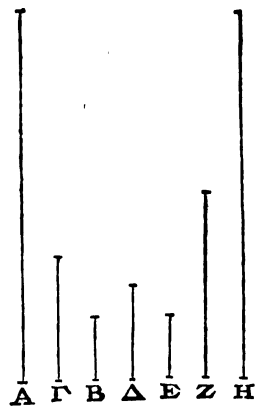
[q] ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΚ ex MS. [r] ἡ ΧΖ [s] τῆς ΔΛ [t] δοθεὶς ἔτω [u] ἀδιαρθρώτως πως καὶ οὐχ [w] Sic MS. [x] Sic MS. [y] ἐνδιατρίψαντας

[*] Forte τόδε

Digitized by Google

καὶ ποιοῦντος τὸν ἡγούμενον. Καὶ κυριώτερον μὲν ὅτι τῶν πολλαπλασίων ὁ πηλικότης ἂν λαμβάνοιτο· ἐπὶ ᾧ τῶν ὁπημορίων, ἢ ὁπημερῶν, οὐκ ἔτι τῷ πηλικότητα δυνατὸν λαμβάνεσθαι, ἀδιαιρέτου μενούσης τῆς μονάδος. Ὡς τ' ἐπ' ἐκείνων διαιρετέον τὴν μονάδα· εἰ καὶ μὴ κατὰ τὸ προσῆκον τῇ Ἀριθμητικῇ, ἀλλὰ τῇ Λογιστικῇ τυγχάνει. Διαιρεῖται δὲ ἡ μονὰς κατὰ τὸ μέρος, ἢ τὰ μέρη, ἀφ' ὧν ὠνόμασται ὁ λόγος· ὥς τε εἶναι ὡς ἐν σαφεστέρῳ τῷ λέγειν, τῇ μὲν ἡμιολίᾳ λόγῳ πηλικότητα πρὸς τῇ μονάδι καὶ τὸ ἥμισυ τῆς μονάδος· τῇ δὲ ὁπιτρίτῳ, πρὸς τῇ μονάδι τὸ τρίτον· ὥς τε, καθὰ καὶ ἀνωτέρω εἴρηται, τῷ πηλικότητα τῷ λόγῳ ὁπὶ τὸν ἑπόμενον ὅρον πολλαπλασιαζομένῳ ποιεῖν τὸν ἡγούμενον. Τῷ γὰρ ἐννέα πρὸς τὰ ἓξ ἡμιολίῳ πηλικότης, [z] ἃ ἡ μονὰς καὶ τὸ ἥμισυ πολλαπλασιαθεῖσα ὁπὶ τὸν ς' ποιεῖ τὸν θ'. Καὶ ὁπὶ τῶν ἄλλων ᾗ τὸ αὐτὸ ἔξεισι καταναοεῖν. Τούτων δὴ προσαφωμιδένων, ἐπανακτέον ἐπὶ τὸ προτεθέν. Ἔστωσαν γὰρ οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, μέσος δὲ αὐτῶν εἰλήφθω τὶς ὁ Γ. Δεικτέον δή, ὅτι ὁ τῷ Α πρὸς τὸν Β λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β. Εἰλήφθω γὰρ τῷ μὲν ΑΓ λόγῳ πηλικότης, ὁ Δ· τῷ δὲ ΓΒ, ὁ Ε· [a] ὁ ἄρα Ε τὸν Δ πολλαπλάσιας τὸν Ζ ποιείτω. Λέγω ὅτι ὁ Ζ πηλικότης ὁπὶ τοῦ τῷ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ, τυτέστιν, ὅτι ὁ Ζ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ γὰρ Β [b] τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η ποιείτω. Ἐπεὶ οὖν ὁ Β τὸν μὲν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν, τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Γ, ὁ Ζ [c] πρὸς τὸν Α. Ἐναλλὰξ, ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὁ Γ πρὸς τὸν Α. Καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἀλλ' ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, ἐδείχθη ὁ Η πρὸς τὸν Γ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Γ, ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα ὁ Α τῷ Η. Ἀλλ' ὁ Β τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Η πεποίηκεν. Καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ Ζ ἄρα πηλικότης ὁπὶ [d] τοῦ τῷ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ. Καί ἐστιν ὁ Ζ, τῷ Δ ὁπὶ τὸν Ε πολλαπλασιαθέντος, τυτέστι τῆς πηλικότητος τῷ ΑΓ λόγῳ, ὁπὶ τὴν πηλικότητα τῷ ΓΒ λόγῳ. Ὁ ἄρα τῷ Α [e] πρὸς τὸν Β λόγος, σύγκειται ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἵνα δὲ καὶ ὁπὶ ὑποδείγματος φανερὸν γένηται τὸ εἰρημένον, παρεμπιπτέτω τοῦ ιβ', καὶ τοῦ β' μέσος τὶς ἀριθμὸς ὁ δ'. Λέγω ὅτι ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγος, τυτέστιν ὁ ἑξαπλάσιος, σύγκειται ἔκτε τοῦ τριπλασίου τοῦ ιβ' πρὸς τὸν δ', καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ δ' πρὸς τὸν β'. Ἐὰν γὰρ τὰς πηλικότητας [f] τῶν λόγων πολλαπλασιάσωμεν ἐπ' ἀλλήλας, τυτέστι τὸν γ' ἐπὶ τὸν β', [g] γίνεται ὁ ς', πηλικότης ὢν τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγου· καί ἐστιν ἑξαπλάσιος, ὅνπερ καὶ προέκειτο ὑποδεῖξαι. Εἰ δὲ καὶ ὁ μέσος παρεμπίπτων μὴ ὑπάρχῃ τοῦ μὲν μείζονος ἐλάττων, τοῦ δὲ ἐλάττονος μείζων, ἀλλ' ἢ τὸ ἀνάπαλιν, ἢ ἀμφοτέρων μείζων, ἢ ἀμφοτέρων ἐλάττων· καὶ οὕτως ἡ σύνθεσις ἡ προειρημένη ἀκολουθήσει. Τοῦ δ' καὶ τοῦ ς' μέσος τὶς παρεμπιπτέτω, ἀμφοτέρων μείζων, ὁ ιβ'. Λέγω ὅτι ἔκτε [h] τοῦ ὑπ' ὁπιτρίτου, τοῦ δ' πρὸς τὸν ιβ' λόγου, καὶ τοῦ διπλασίου, τοῦ ιβ' πρὸς τὸν ς', ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγος, τυτέστιν ὁ ἑξαπλάσιος, σύγκειται. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν δ' λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν ς', καὶ ὁ τοῦ ς' πρὸς τὸν δ'· ὁ δὲ τοῦ ς' πρὸς τὸν δ' διπλάσιος ἐστί· συνῆπται ἄρα ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν δ' λόγος ἐκ τοῦ τε τριπλασίου καὶ τοῦ διπλασίου. Ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ τε τοῦ ιβ' πρὸς τὸν δ', καὶ τοῦ δ' πρὸς τὸν β'· ὁ δὲ τοῦ δ' πρὸς τὸν β' διπλάσιος ἐστί· συνῆπται ἄρα ὁ τοῦ ιβ' πρὸς τὸν β' λόγος ἐκ τοῦ τε τριπλασίου καὶ τοῦ διπλασίου. Ὁ δὲ ἐκ τοῦ τε τριπλασίου καὶ τοῦ διπλασίου ἑξαπλάσιος ἐστί· καὶ ὁ τοῦ ιβ' ἄρα πρὸς τὸν β' λόγος ἑξαπλάσιος ἐστί· καὶ ὁ τοῦ ιβ' ἄρα πρὸς τὸν β' λόγος σύγκειται ἔκτε τοῦ τριπλασίου τοῦ ιβ' πρὸς τὸν δ', καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ δ' πρὸς τὸν β'· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



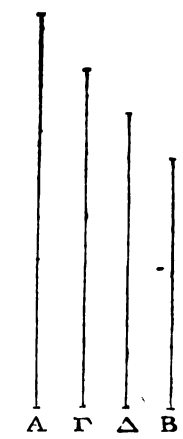
illa numerus esse dicatur, qui in sequentem rationis terminum ductus præcedentem facit. Cæterum magis proprie in multiplicibus rationibus quantitas sumetur; cum in super particularibus, aut super partientibus ea sumi nequeat quin unitas secetur. Quare in iis secanda est unitas; licet hoc non Arithmeticæ, sed Logisticæ conveniat. Porro unitas secatur secundum partem, aut partes, a quibus ratio denominatur: ita ut sesquialteræ quidem rationis quantitas sit, ut clarius dicam, præter unitatem dimidia unitatis pars; sesquitertiæ vero, præter unitatem pars unitatis tertia: ut rationis quantitas, quemadmodum et supra dictum est, in sequentem terminum ducta præcedentem faciat. Novenarii enim ad senarium sesquialteræ rationis quantitas, quæ unitas est cum dimidio, in senarium ducta novenarium facit. Hoc idem de aliis quoque intelligere licet. Itaque his explicatis ad id, quod propositum est, redeamus. Sint dati duo numeri A, B; quos inter medius aliquis sumatur Γ. Oportet demonstrare rationem ipsius A ad B componi ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B. Sumatur enim quantitas rationis quidem AΓ, numerus Δ; rationis vero ΓB, numerus E: ductusque E in Δ faciat numerum Z. Dico Z quantitatem esse rationis ipsius A ad B; hoc est ductum in B facere A. B enim in Z ductus faciat H. Quoniam igitur B in Z ductus fecit H, et ductus in E fecit Γ; ideo ut Z ad E, ita se habet H ad Γ. Rursus quoniam Δ in E ductus fecit Z, et ductus in Γ fecit A; ideo ut E ad Γ, ita se habet Z ad A. Et permutando, ut E ad Z, ita se habet Γ ad A. Et invertendo, ut Z ad E ita se habet A ad Γ. Demonstratum autem est, ut Z ad E, ita se habere H ad Γ. Igitur etiam ut H ad Γ, ita se habet A ad Γ. Est igitur A ipsi H æqualis. B autem in Z ductus fecit H. Idem igitur B ductus in Z facit A. Igitur Z quantitas est rationis ipsius A ad B. Factus est autem Z ex Δ in E ducto; hoc est ex quantitate rationis AΓ in rationis ΓB quantitatem. Ratio igitur ipsius A ad B componitur ex ratione, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad B: quod oportebat demonstrare.

Sed ut exemplo etiam manifesta res fiat, inter numeros 12, et 2 medius aliquis cadat 4. Dico, rationem ipsius 12 ad 2, nempe sexcuplam, ex ratione cum tripla ipsius 12 ad 4, tum dupla ipsius 4 ad 2 componi. Si enim harum rationum quantitates in se invicem ducantur, id est 3 in 2, fit 6; qui numerus quantitas est rationis ipsius 12 ad 2; nempe sexcupla, qualis demonstranda proponebatur. Quod si medius, qui intercidit numerus, non sit majore quidem minor, minore vero major; sed vicissim, aut utroque major, aut utroque minor; tunc sequetur compositio quoque, quam diximus. Inter numeros 9 et 6 medius aliquis cadat utroque major, 12. Dico rationem ipsius 9 ad 6 sesquialteram componi ex ratione cum sesquitertia ipsius 9 ad 12, tum dupla ipsius 12 ad 6. Quantitas enim

[z] ὅσα ἡ μονὰς τὸν Ζ ποιείτω· λέγω [a] ὁ ἄρα Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α ποιεῖ. Ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ. Ὁ δὲ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας [b] πρὸς τὸν Ζ [c] πρὸς τὸν Ζ Α [d] τοῦ Α [e] πρὸς τὸν Θ [f] τῶν λόγων in MS. desunt. [g] In MS. γίνεται deest. [h] τοῦ ὑπιτρίτου

Digitized by Google

rationis ipsius 9 ad 12 idem est ac tres quartæ partes, hoc est dimidium et pars quarta: et quantitas rationis ipsius 12 ad 6, idem est ac 2. Si igitur 2 in dimidium et partem quartam ducatur, fit unitas cum dimidio; quæ quidem quantitas est sesquialteræ rationis, quam 9 habet ad 6. Pariter vero si inter 9 et 6 medius cadat 4, sesquialtera ratio componitur ex ratione cum duplo sesquiquarta ipsius 9 et 4, tum subsesquitertia ipsius 4 ad 6. Rursus enim si quantitas rationis duplo sesquiquartæ, nempe duo et pars quarta, in subsesquialteræ rationis quantitatem, hoc est in duas tertias partes, ducatur; fiet unitas cum dimidio: quæ sesquialteræ rationis, ut diximus, quantitas est. Atque eadem hæc argumentatio omnibus convenit. Manifestum est autem ex iis, quæ dicta sunt, si inter datos duos numeros, duasve magnitudines non unus sed plures medii termini cadant, extremorum rationem componi ex omnibus rationibus, quas numeri habent deinceps positi; si incipias ab eorum primo, et in ultimum definas, eo ordine, quo sese invicem excipiunt. Cadant enim inter terminos A, et B plures quam unus Γ et Δ. Dico rationem ipsius A ad B componi ex ratione, quam habet tum A ad Γ, tum Γ ad Δ, tum Δ ad B. Quoniam enim ratio ipsius A ad B componitur ex ratione, quam habet cum A ad Δ, tum Δ ad B, ut supra dictum est; ratio vero ipsius A ad Δ ex ratione componitur, quam habet cum A ad Γ, tum Γ ad Δ; ideo ratio ipsius A ad B componitur ex ratione, quam habet tum A ad Γ, tum Γ ad Δ tum Δ ad B. Idem de cœteris demonstrabitur.



Amplius in theoremate dicit: atque ut P Λ quidem ad Λ Δ, ita demonstrandum est se habere quadratum, quod a B Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ X. Quoniam enim demonstratum est, ut P Λ ad Λ Δ, ita se habere quadratum, quod a Λ K describitur, ad quadratum, quod a Δ Λ; et ut quadratum, quod a K Λ describitur, ad quadratum, quod describitur a Λ Δ, ita quadratum, quod a B Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ X: demonstratum enim est, ut K Λ ad Λ Δ, ita se habere B Δ ad Δ X, propter rationis compositionem: ideo ut P Λ ad Λ Δ, ita se habet quadratum, quod a B Δ describitur, ad quadratum, quod describitur a Δ X. Jam fiat ut P Λ ad Λ X, ita B Z ad Z Θ. Ubicunque punctum Θ, sive hoc, sive illo modo positum, ceciderit, argumentatio, ad conclusionem, quod attinet, recte se habet. At vero id punctum inter puncta B, P semper cadere, si ponatur, ut est in figura, hoc pacto constat. Quoniam enim, ut Λ K ad Δ K, hoc est ad K B, ita se habet K P ad P B; ideo ut una ad unam, ita etiam omnes ad omnes; nimirum ut Λ P ad P K, ita K P ad P B. Habet autem Λ P ad P X majorem rationem quam Λ P ad P K. Habet igitur etiam Λ P ad P X majorem rationem, quam K P ad B P; hoc est Z B ad B P. Et convertendo, P Λ ad Λ X minorem rationem habet, quam B Z ad Z P. Itaque si fiat ut P Λ ad Λ X, ita B Z ad aliam quandam; major hæc erit quam Z P. Hinc vero manifestum est, ipsam Z Θ majorem esse quam Θ B. Quoniam enim demonstratum est; ut Λ Δ ad Δ K, ita se habere cum Δ X ad X B, tum K B ad B P; majorque est Δ X quam X B; ideo major etiam est Λ Δ quam Δ K, et K B quam B P; et, quod consequitur, Λ Δ quam B P. Major est igitur tota Λ X quam X P; ideoque etiam Θ Z quam Θ B.

Συγκειται ὁ ἡμιόλιος τῶ Θ πρὸς τὸν ς. Ἡ γὰρ πολικότης τῶ Θ πρὸς τὸν ιβ λόγω ὀξὶ τρία τέταρτα, τουτέστιν ἥμισυ καὶ τέταρτον· ἡ δὲ πολικότης τοῦ ιβ πρὸς τὸν ς ὀξεῖν ὁ β. Ἐὰν οὖν πολλαπλασιάσωμεν [l] τὸν β ὀξὶ τὸ ἥμισυ καὶ τέταρτον, [k] γίνεται μονὰς [*] καὶ ἥμισυ, ἡ πολικότης ἐστὶ τοῦ ἡμιολίου λόγου, ὃν ἔχει [l] καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν ς. Ὁμοίως δ' ἂν τοῦ Θ καὶ τοῦ ς μέσος ἐμπέσῃ ὁ δ'· ἐκ τοῦ Θ πρὸς δ' [m] διπλασιεπιτετάρτου, καὶ τῶ δ' πρὸς ς ἡμιολίου, συγκειται ὁ ἡμιόλιος λόγος. Πάλιν γὰρ τῶ πολικότητα τοῦ [n] διπλασιεπιτετάρτου, τὰ δύο τέταρτα, ὀξὶ τῶ πολικότητα τῶ ἡμιολίου, τουτέστι τὰ δύο τρίτα, πολλαπλασιάσαντες ἕξομεν τὸ ἓν καὶ ἥμισυ· πολικότητα τοῦ ἡμιολίου, ὡς εἴρηται, λόγου. Καὶ ὀξὶ πάντων ὁμοίως ὁ αὐτὸς ἁρμόσει λόγος. Συμφανὲς δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὡς ἐὰν δύο δοθέντων ἀριθμῶν, ἤτοι [o] μεγέθεων, κἂν μὴ εἷς μέσος, πλείους δὲ παρεμπίπτωσιν ὅροι, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ πάντων τῶν λόγων, ὧν ἔχουσιν οἱ κατὰ τὸ ἑξῆς [p] κείμενοι, † ἀρχόμενοι ἀπὸ πρώτου, καὶ λήγοντες εἰς τὸ ἔσχατον τῇ κατὰ τὸς ἐχομένους τάξει. [q] Δυὸ γὰρ ὅρων τῶν Α, Β παρεμπίπτουσαν πλείους ἑνὸς οἱ Γ, Δ. Λέγω ὅτι ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸ Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸ Β. Ἐπεὶ γὰρ ὁ [s] Α πρὸς τὸν Β σύγκειται ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸ Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Β, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται, ὁ γὰρ [s] Α πρὸς τὸν Δ λόγος σύγκειται ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ὁ Α πρὸς τὸ Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸ Δ· ἔχει ὁ ἄρα [s] Α πρὸς τὸ Β λόγος, συνῆπται ἔκτε [r] τοῦ ὃν ὁ Α πρὸς τὸν Γ, καὶ ὁ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ ὁ Δ πρὸς τὸ Β. Ὁμοίως δ' καὶ τῶν λοιπῶν δειχθήσεται.

Ἔτι ἐν τῷ ῥητῷ φησίν· Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ Ρ Λ πρὸς Λ Δ, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ Β Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ Ρ Λ πρὸς Λ Δ, τὸ [t] ἀπὸ Λ Κ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Λ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ Κ Λ πρὸς τὸ ἀπὸ Λ Δ, [u] οὕτως τὸ ἀπὸ Β Δ πρὸς τὸ [t] ἀπὸ Δ Χ· ἐδείχθη γὰρ, ὡς ἡ Κ Λ πρὸς Λ Δ, ἡ Β Δ πρὸς Δ Χ, διὰ τὸ συνδέντι· ὡς ἄρα ἡ Ρ Λ πρὸς Λ Δ, τὸ ἀπὸ Β Δ, πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ. Πεποιήσω δὲ ὡς ἡ Ρ Λ πρὸς Λ Χ, [t] ἡ Β Ζ πρὸς Ζ Θ. Τὸ Θ σημεῖον ὅπως δὴ πέσῃ, ὅπου ποτὲ μὲν ἂν πεσῇ, ὅσον πρὸς τὴν ἀκολουθίαν τῆ ἀποδείξεως, κατ' οὐδὲν ἐμποδὼν γίνεται τῷ λόγῳ. Ὅτι δὲ, καθὰ ἐν τῇ καταγραφῇ κεῖται ἀεὶ μεταξὺ τῶν Β, Ρ πίπτει, [u] οὕτω διάδηλον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Λ Κ πρὸς Δ Κ, τουτέστι πρὸς Κ Β, οὕτως ἡ Κ Ρ πρὸς Ρ Β· καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἓν, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα, ὡς ἡ Λ Ρ πρὸς Ρ Κ, ἡ Κ Ρ πρὸς Ρ Β. Μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ Λ Ρ πρὸς Ρ Χ, ἤπερ ἡ Λ Ρ πρὸς Ρ Κ. Καὶ ἡ Λ Ρ ἄρα πρὸς Ρ Χ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ Ρ πρὸς Β Ρ· τουτέστιν ἡ Ζ Β πρὸς [w] Β Ρ. Ἀναστρέψαντι ἡ Ρ Λ πρὸς Λ Χ ἐλάσσονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ Β Ζ πρὸς Ζ Ρ. Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς Ρ Λ πρὸς Λ Χ, οὕτως τὴν Β Ζ πρὸς ἄλλω τινὰ, [x] ἔσται πρὸς μείζονα τῆς Ζ Ρ. Φανερὸν δὲ αὐτόθεν ὅτι ἡ Ζ Θ τῆ Θ Β μείζων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ὡς ἡ Λ Δ πρὸς Δ Κ, ἡ Δ Χ πρὸς Χ Β, καὶ ἡ Κ Β πρὸς Β Ρ, μείζων δ' ἡ Δ Χ τῆς Χ Β· μείζων ἄρα καὶ ἡ Λ Δ τῆς Δ Κ καὶ ἡ Κ Β τῆς Β Ρ· ὥς τε καὶ ἡ Λ Δ τῆς Β Ρ. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ Λ Χ τῆς Χ Ρ μείζων ἐστὶν, ὥς τε καὶ ἡ Θ Ζ τῆς Θ Β.

[i] τὸ Β [k] In MS. γίνεται deest. [l] In MS. καὶ deest. [m] διπλάσιον ἐπὶ τετάρτου [n] διπλασίω ἐπὶ τετάρτου
[o] μεγέθων [p] κείμενοι ὅροι [q] δύο γὰρ ὄντων ὅρων [r] ὃν ἔχει ὁ Α [s] ἀπὸ Β Χ [t] ἡ Β Ψ Ζ πρὸς [u] οὐτως ἔστω δῆλον
[w] Ζ Ρ· ἀναστρέψαντι ἡ Ρ Λ πρὸς Ρ Λ Χ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Β Ζ πρὸς Ζ Ρ ex MS. [x] ἔστω ἄρα μείζονα

* Meibomius legit: μία † Meibomius adjicit: ὅροι

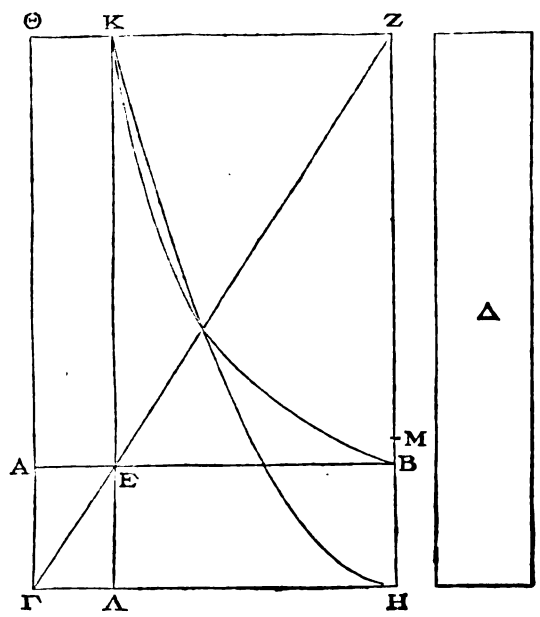
Digitized by Google

Λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ B Δ, τουτέστι τὸ δοθὲν, πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X, οὕτως ἡ Z X πρὸς Z Θ. Ἐπεὶ γὰρ τῷ τῆς B Z πρὸς Θ Z λόγῳ ὁ αὐτὸς εἰδείχθη ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ [y] ἀπὸ Δ X, καὶ τοῦ τῆς B Z πρὸς Z X· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς B Z πρὸς Z Θ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς B Z πρὸς Z X, καὶ τοῦ τῆς Z X πρὸς Z Θ λόγου· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ [z] ἀπὸ Δ X, καὶ τοῦ τῆς B Z πρὸς [a] Z X λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς B Z [b] πρὸς Z X, καὶ τοῦ [c] τῆς X Z πρὸς Z Θ. Ἐὰν ἓν τὸν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς λόγοις κοινὸν ἀφέλωμεν τὸν τῆς B Z πρὸς Z X, λοιπὸς ὁ τοῦ ἀπὸ B Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς X Z πρὸς Z Θ. Καὶ [d] δὴ δοθεῖσαν [e] τὴν Δ Z τμεῖν δεῖ κατὰ τὸ X, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν X Z πρὸς δοθεῖσαν, τουτέστι τὴν Z Θ, οὕτως τὸ δοθὲν, τουτέστι τὸ ἀπὸ B Δ, πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X. Τοῦτο δὲ οὕτως [f] ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Προστεθέντων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦτε διπλασίαν εἶναι τὴν Δ B τῆς B Z, καὶ τοῦ μείζονα τὴν B Z τῆς Z Θ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν, οὐκ ἔχει διορισμόν. Καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Δ B, B Z, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς Δ B τῆς B Z, καὶ σημεῖα δὴ τῆς B Z τοῦ Θ, τμεῖν τὴν Δ B κατὰ τὸ X, καὶ ποιεῖν ὡς τὸ ἀπὸ Δ B πρὸς τὸ ἀπὸ Δ X, τὴν X Z πρὸς Z Θ. Ἑκάτερα δὲ ταῦτα ὅπῃ τέλει ἀναλυθήσεται, καὶ συντεθήσεται. Ἐπὶ τέλει μὲν τὸ προῃρῆσθαι ἐπηγγείλατο δείξαι, ἐν οὐδενὶ δὲ τῶν ἀντιγράφων εὑρεῖν ἔνεστι τόδε ἐπάγγελμα. Ὅθεν καὶ Διονυσόδωρον μὲν εὑρίσκομεν μὴ τῶν αὐτῶν ἐπιτυχόντα, ἀδυνατήσαντα δὲ [g] ὑπεξάλλειν τῷ καταλειφθέντι λήμματι, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλθεῖν, ἣν τινα ἐξῆς γράψομεν. Διοκλῆς μέν τοι καὶ [h] αὐτὸς ἐν τῷ περὶ πυρίων αὐτῷ συγγεγραμμένῳ βιβλίῳ, ἐπηγγέλθαι νομίζων τὸν Ἀρχιμήδη, [i] μή ποτε πεποιηκέναι ᾗ τὸ ἐπάγγελμα, αὐτὸς ἀναπληρῶν ἐπιχείρησε. Καὶ τὸ ὑπηχείρημα ἐξῆς γράψομεν. Ἔστι γὰρ καὶ αὐτὸ οὐδὲν μὲν ἔχον πρὸς τὰ [k] προειλημμένα λόγον· ὁμοίως ᾗ τῷ Διονυσοδώρῳ δι' ἑτέρας ἀποδείξεως κατασκευάζων τὸ προβλημα. Ἔν τινι μέν τοι παλαιῷ βιβλίῳ, εὑρὲ γὰρ τὰ εἰς πολλὰ ζητήσεως ἀπέσημεν, ἐντετύχαμεν θεωρήμασι γεγραμμένοις, οὐκ [l] ὀλίγην τὴν ἐκ τῶν πταισμάτων ἔχουσιν ἀσάφειαν περί τε τὰς καταγραφὰς πολυτρόπως ἡμαρτημένοις. Τῶν μέν τοι ζητουμένων εἶχον τινὰ ὑπόστασιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλιον δωρίδα γλῶτταν ἀπέσωζον, καὶ τοῖς σωνήθεσι τῇ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆ δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἶη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα ἐπερχόμενος γράφεσθαι. Ὅθεν σπουδαιότερον ἐντυγχάνοντες, αὐτὸ μὲν τὸ ῥητὸν, ὡς γέγραπται, διὰ πλῆθος, ὡς εἴρηται, τῶν πταισμάτων δυχερὲς εὑρόντες, τὰς ἐννοίας κατὰ μικρὸν ἀποσυλίσαντες κοινότερα καὶ σαφέστερα κατὰ τὸ δυνατὸν λέξει γράφομεν. Καθόλε δ' πρῶτον τὸ θεωρήμα γραφήσεται, ἵνα τὸ λεγόμενον ὑπ' αὐτῆ σαφηνιδῇ περὶ τ διορισμῶν. Εἶτα καὶ τοῖς ἀναλελυμένοις ἐν τῷ προβλήματι προσαρμοδήσεται.

Reliqua eſt igitur ratio, in qua, ut quadratum, quod a B Δ deſcribitur, hoc eſt datum, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, ita ſe habet Z X ad Z Θ. Quoniam enim demonſtratum eſt, rationem, quæ componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, et ex ea, quam B Z habet ad Z X, eamdem eſſe atque rationem ipſius B Z ad Θ Z: ratio autem ipſius B Z ad Θ Z eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet B Z ad Z X, et ex ea, quam Z X habet ad Z Θ: ideo quæ ratio componitur ex ea, quam habet quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, et ex ea, quam B Z habet ad Z X, eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ea, quam habet B Z ad Z X, et ex ea, quam X Z habet ad Z Θ. Itaque ſi ratio, quam habet B Z ad Z X, utrique rationi communis, auferatur; quæ reliqua eſt ratio, nempe illa, quam habet quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, eadem eſt atque ratio quam X Z habet ad Z Θ. Oportet igitur datam Δ Z ſecare in puncto X, atque facere, ut X Z ad datam Z Θ, ita datum quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet: ſin autem hæc addantur, quæ hic reperta ſunt, problemata, nimirum Δ B duplam eſſe ipſius B Z, et B Z majorem quam Z Θ, ut ex analyſi, nullam habet determinationem. Atque problema erit hujuſmodi. Datis duabus rectis Δ B, B Z, quarum altera Δ B alterius B Z dupla ſit, datoque item in B Z puncto Θ, Δ B ipſam in puncto X ſecare, atque facere, ut quadratum, quod a B Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X, ita X Z ad Z Θ. Horum autem utrumque in fine reſolvetur, et componetur. Id quidem Archimedes ſe facturum in fine pollicitus eſt; nec tamen in ullo exemplari invenitur, quod pollicitus erat, eum præſtitiſſe. Quapropter Dionyſodorus a diverſis principiis orſus cum in lemma, quod Archimedes ſibi ſumpſit, incidere non potuerit, aliam totius problematis conficiendi rationem iniit, quam deinceps deſcribemus. Diocles quidem ipſe in libro, quem de igniariis conſcripſit, exiſtimans Archimedem promiſſo, quod hac de re fecerat, nunquam ſatisfeciſſe, eidem ſatisfacere aggreſſus eſt. Quam autem rationem inierit, deinceps videbimus. Nihil enim habet ne iſta quidem, quod cum lemmate illo conveniat; quippe, haud ſecus quam Dionyſodorus, aliam ingreſſus demonſtrandi viam problema conficit. Porro hæc theorematâ in vetuſto quodam libro; plures enim conquiſivimus; ſcripta invenimus, quæ valde obſcura erant propter menda, quæ irrepſerant, figuraſque maltifariam depravatas. Quæ porro quæruntur, propoſita erant Dorica lingua, quam Archimedes imprimis amat, aliqua ex parte ſervata nominibuſque rerum apud veteres uſitatis. Quippe parabole, et hyperbole, altera quidem rectanguli, altera vero obtuſianguli coni ſectio vocabatur: ut ex iis animum ſubeat cogitatio, num ipſe ſit, qui, quod in fine ſe facturum pollicitus erat, id præſtare aggrediatur. Quocirca ſtudioſius conati, cum orationem, ut diximus, difficilem propter mendorum multitudinem nacti ſimus, ſingulas ejus ſententias paulatim aperire, magiſque clare ac populariter, quantum fieri verbis poterit, explicare conabimur. Ac primo quidem theorema ipſum generaliter deſcribetur, ut quod de eo circa determinationes dictum eſt clarum fiat. Deinde vero ad ea, quæ in problemate reſoluta ſunt, idem accommodabitur.

[y] ἀπὸ Δ K καὶ τῆς B Z πρὸς Z K. Τῷ δὲ αὐτῷ τῷ τῆς B Z πρὸς Z Θ ὁ αὐτὸς ἐστὶ καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς B Z πρὸς Z K. Καὶ τῆς X Z πρὸς Z Θ. Καὶ ὁ &c. [z] ἀπὸ Δ K [a] Z K [b] πρὸς B X [c] Z B [d] In MS. δὴ deeſt. [e] τῆς Δ Z [f] ἁπλῶς in MS. deeſt. [g] ἐπιβαλεῖν [h] αὐτὸς pro αὐτὸ ex MS. [i] μήτε [k] παραλειλημένα [l] ὀλίγην μὲν

Data recta AB, aliaque item AΓ, ſpatioque Δ; proponatur ſumendum in AB punctum aliquod E ejuſmodi, ut quemadmodum AE ad AΓ, ita ſe habeat ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB deſcribitur. Factum ſit; et ponatur AΓ ad rectos angulos ipſi AB; junctaque ΓE producatur ad Z. Ducatur autem per punctum Γ ipſi AB parallela ΓH; et per punctum B, ZBH parallela ipſi AΓ, eademque cum utraque ΓE, ΓH concurrens. Compleatur porro parallelogrammum HΘ: ducaturque per punctum E, KEΛ utrilibet ΓΘ, HZ parallela: ſpatioque Δ æquale ſit ſpatium, quod ſub ΓHM continetur. Quoniam igitur ut EA ad AΓ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB deſcribitur: ut autem EA ad AΓ, ita ſe habet ΓH ad HZ; et ut ΓH ad HZ, ita quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur: ideo ut quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB, hoc eſt ad id, quod a KZ deſcribitur. Et permutando, ut quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium Δ; hoc eſt ad ſpatium, quod ſub ΓHM continetur; ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad quadratum, quod a ZK deſcribitur. Ut autem quadratum, quod a ΓH deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓHM continetur, ita ſe habet ΓH ad HM. Igitur etiam ut ΓH ad HM, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad quadratum, quod a ZK deſcribitur. Ut autem ΓH ad HM, ita, ſumpta communi altitudine HZ, ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub MHZ. Ut igitur ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub MHZ, ita ſpatium, quod ſub ΓHZ continetur, ad quadratum, quod a ZK deſcribitur. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub MHZ continetur, quadrato, quod a ZK deſcribitur. Itaque ſi circa axem ZH parabole per punctum H deſcribatur, ita ut quæ a ſectione ducuntur poſſint ſpatia, quæ ad HM applicantur, hæc per punctum K tranſibit; dataque erit poſitione, cum data magnitudine ſit HM, quæ una cum data HΓ datum ſpatium Δ comprehendit. Punctum igitur K datam poſitione parabolen contingit. Deſcribatur, ut dictum eſt, eaque ſit HK. Rurſus quoniam ſpatium ΘΛ æquale eſt ſpatio ΓB; nempe illud, quod ſub ΘKΛ continetur, illi, quod continetur ſub ABH; ſi circa aſymtotos ΘΓ, ΓH per punctum B hyperbole deſcribatur, hæc, per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum ſecundi, per punctum K tranſibit, eademque data erit poſitione; cum utraque ΘΓ, ΓH, et amplius punctum B poſitione datum ſit. Deſcribatur, ut dictum eſt, eaque ſit KB. Punctum igitur K datam poſitione hyperbolen contingit. Contigebat autem et datam poſitione parabolen. Datum eſt igitur punctum K. Ducta eſt autem ab hoc puncto ad datam poſitione AB normalis KE. Punctum igitur E eſt datum. Et quoniam ut EA ad datam AΓ, ita ſe habet datum ſpatium Δ ad quadratum, quod ab EB deſcribitur; ideo duorum ſolidorum, quorum quidem baſes ſunt quadratum, quod deſcribitur ab EB, et ſpatium Δ;



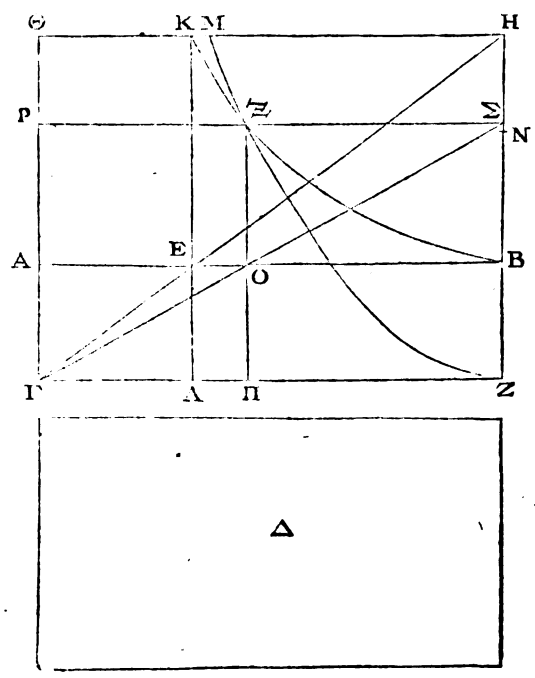
Εὐθείας δοθείσης τῆς AB, καὶ ἑτέρας τῆς AΓ, καὶ χωρίου τοῦ Δ, προκείσθω λαβεῖν ὅπου τῆς AB σημεῖον ὡς τὸ E, ὥς τε εἶναι ὡς τὴν AE πρὸς AΓ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ EB. Γεγονέτω, καὶ κείσθω ἡ AΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ AB· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓE διήχθω ἐπὶ τὸ Z. Καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ τῇ AB παράλληλος ἡ ΓH, διὰ δὲ τοῦ B τῇ AΓ παράλληλος ἡ ZBH συμπίπτουσα ἑκατέρᾳ τῶν ΓE, ΓH. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ HΘ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ E ὁποτέρᾳ τῶν ΓΘ, HZ παράλληλος ἤχθω ἡ KEΛ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ ΓHM. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ EA πρὸς AΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ὑπὸ EB· ὡς δὲ ἡ EA πρὸς AΓ, [m]οὕτως ἡ ΓH πρὸς HZ· ὡς δὲ ἡ ΓH πρὸς HZ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHZ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHZ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ EB, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ KZ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ Δ, τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHM, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ ΓHM, οὕτως ἡ ΓH πρὸς HM. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓH πρὸς HM, [n]οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓH πρὸς HM, ἡ HZ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ὑπὸ MHZ. Ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ὑπὸ MHZ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓHZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK. Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ MHZ τῷ ἀπὸ ZK. Ἐὰν ἄρα περὶ ἄξονα τὴν ZH γραφῇ διὰ τοῦ H παραβολὴ, ὡς τε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν HM, ἥξει διὰ τοῦ K· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ δεδομένην εἶναι τὴν HM τῷ μεγέθει, περιέχεσαν μετὰ τῆς HΓ δεδομένης δοθὲν τὸ Δ. Τὸ ἄρα K ἅπτεται θέσει δεδομένης παραβολῆς. Γεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω ὡς ἡ HK. Πάλιν ἐπειδὴ τὸ ΘΛ χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ ΓB, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΘKΛ τῷ ὑπὸ ABH· ἐὰν διὰ τοῦ B περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΘΓ, ΓH γραφῇ [o]ὑπερβολὴ, ἥξει διὰ τοῦ K, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ιβ' θεωρήματος δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Στοιχείων, καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ καὶ ἑκατέραν τῶν ΘΓ, ΓH, ἔτι μὴν καὶ τὸ B τῇ θέσει δεδόσθαι. Γεγράφθω, ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω [p]ὡς ἡ KB. Τὸ ἄρα K ἅπτεται δέσει δεδομένης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς. Δέδοται ἄρα τὸ K. Καί ἐστιν ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ KE ἐπὶ θέσει δεδομένην τὴν AB. Δέδοται ἄρα τὸ E. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ EA πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν AΓ, οὕτως δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ EB· δύο ἄρα στερεῶν, ὧν βάσεις τὸ ἀπὸ EB, καὶ τὸ Δ, ὕψη δὲ αἱ

[m] οὕτως τὸ ἀπὸ ΓH [n] ἀλλ ὡς τὸ ὑπὸ [o] ἡ γραφὴ περβολὴ [p] ὡς ἡ K

Digitized by Google

ΕΑ, ΑΓ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὥς τε ἴσα ἐστὶ τὰ στερεά. Τὸ [q] ἄρα ἀπὸ ΕΒ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ Δ ἐπὶ δοθεῖσαν τὴν ΓΑ. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς ΒΑ, ὅταν [r] ἡ διπλασία ἡ ΒΕ τῆς ΕΑ, ὡς δεικνύσεται. Δεῖ ἄρα τὸ δοθὲν ἐπὶ τῷ δοθεῖσαν μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τῷ ΕΑ.

Συντεθήσεται δ' ὅτως. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, ἄλλη δέ τις δοθεῖσα ἡ ΑΓ, τὸ δὲ δοθὲν χωρίον τὸ Δ. Καὶ δέον ἔστω τμηθῆναι τὴν ΑΒ, ὡς τε εἶναι ὡς τὸ ἓν τμῆμα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν ΑΓ, ὅτως τὸ δοθὲν τὸ Δ πρὸς τὸ ἐπὶ τοῦ λοιποῦ τμήματος. Εἰλήφθω τῆς ΑΒ τρίτον μέρος ἡ ΑΕ. Τὸ ἄρα Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἢ τοι μεῖζόν ἐστι [s] τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἢ ἴσον ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν μεῖζόν ἐστιν, ὃ συντεθήσεται, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται. Εἰ δὲ ἴσον ἐστί, τὸ Ε σημεῖον ποιήσει τὸ προβλημα. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν στερεῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καί ἐστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. Εἰ δ' ἔλασσόν ἐστι τὸ Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, συντεθήσεται οὕτως. Κείσθω ἡ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ· καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ· διὰ δὲ τοῦ Β τῇ ΑΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΖ, [t] καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ Η. Καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΘ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ Ε τῇ ΖΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΕΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ· ἔστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, ὅτως τὸ Δ πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ, τετέσι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΚ. Ἔστω οὖν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜ· καὶ τῷ Δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ ΓΖΝ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, ὅτως τὸ Δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜ· ἀλλ' ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΓ, ὅτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΗ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, ὅτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΖ [u] πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, ὅτως ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ· ὡς δὲ ἡ ΓΖ πρὸς ΖΝ, τὸ ΖΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΖΗ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΖΗ, ὅτως τὸ ὑπὸ ΓΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΗΜ τῷ ὑπὸ ΗΖΝ. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ Ζ πρὸς ἄξονα τὴν ΖΗ γράφῃ



altitudines vero ΕΑ, et ΑΓ; baſes, et altitudines reciprocantur: et propterea ſolida æqualia ſunt. Quadratum igitur, quod ab ΕΒ deſcribitur, ductum in ΕΑ, æquale eſt dato ſpatio Δ ducto in datam ΓΑ. Quod autem quadratum a ΒΕ deſcribitur, id in ea ductum, maximum eſt omnium, quæ in ΒΑ ſimili modo ſumuntur, quando ΒΕ ipſius ΕΑ eſt dupla, quemadmodum demonſtrabitur. Oportet igitur datum ſpatium in datam rectam ductum quadrato majus non eſſe, quod a ΒΕ deſcribitur, ducto in ΕΑ.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data quidem recta, ΑΒ; data vero quædam alia, ΑΓ; denique datum ſpatium, Δ. Oporteat autem ΑΒ ita ſecare, ut quemadmodum alterum ejus ſegmentum ad datam ΑΓ, ita ſe habeat datum ſpatium Δ ad quadratum, quod ab altero ſegmento deſcribitur. Sumatur tertia ipſius ΑΒ pars, ΑΕ. Itaque ſpatium Δ in ΑΓ ductum quadrato, quod a ΒΕ deſcribitur, ducto in ΕΑ, aut majus eſt, aut æquale, aut minus. Et ſi quidem majus, problema non componetur, ut in reſolutione demonſtratum eſt. Sin æquale, punctum Ε illud confecerit. Solida enim æqualia cum ſint, eorum baſes, et altitudines reciprocantur: atque ut ΕΑ ad ΑΓ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod a ΒΕ deſcribitur. Si denique ſpatium Δ in ΑΓ ductum minus eſt quadrato, quod a ΒΕ deſcribitur, ducto in ΕΑ, componetur hoc pacto. Ponatur ΑΓ ipſi ΑΒ ad rectos angulos: ducaturque per punctum Γ ipſi ΑΒ parallela ΓΖ; et per punctum Β parallela ipſi ΑΓ, ΒΖ; eaque cum ΓΕ producta in puncto Η concurrat. Compleatur porro parallelogrammum ΖΘ; et per punctum Ε ipſi ΖΗ parallela ducatur ΚΕΛ. Quoniam igitur ſpatium Δ in ΑΓ ductum minus eſt quadrato, quod a ΒΕ deſcribitur, ducto in ΕΑ; ideo ut ΕΑ ad ΑΓ ita ſe habet ſpatium Δ ad ſpatium aliquod minus quadrato, quod a ΒΕ, hoc eſt ΗΚ, deſcribitur. Itaque ut ΕΑ ad ΑΓ, ita ſe habeat ſpatium Δ ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΜ; ſpatioque Δ æquale ſit ſpatium, quod continetur ſub ΓΖΝ. Et quoniam ut ΕΑ ad ΑΓ, ita ſe habet ſpatium Δ; hoc eſt illud, quod ſub ΓΖΝ continetur, ad quadratum, quod ab ΗΜ deſcribitur: ut autem ΕΑ ad ΑΓ, ita ſe habet ΓΖ ad ΖΗ; et ut ΓΖ ad ΖΗ, ita quadratum, quod a ΓΖ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓΖΗ continetur: ideo etiam ut quadratum, quod a ΓΖ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΓΖΗ continetur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub ΓΖΝ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΜ. Et permutando, ut quadratum, quod a ΓΖ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΖΝ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΓΖΗ continetur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΗΜ. Ut autem quadratum, quod a ΓΖ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΖΝ, ita ſe habet ΓΖ ad ΖΝ; et ut ΓΖ ad ΖΝ, ita, ſumpta communi altitudine ΖΗ, ſpatium, quod ſub ΓΖΗ continetur, ad ſpatium quod continetur ſub ΝΖΗ. Ut igitur ſpatium, quod ſub ΓΖΗ con-

[q] In MS. ἄρα deeſt. [r] ἡ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ in MS. deſunt. [s] τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ ἢ ἴσον, ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν οὖν in MS. deſunt. [t] καὶ [u] πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΝ, ΗΓΖ πρὸς ΖΝ· ὡς &c.

Digitized by Google

tinetur, ad ſpatium, quod continetur ſub N Z H, ita ſe habet ſpatium, quod ſub Γ Z H continetur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H M. Æquale eſt igitur quadratum, quod deſcribitur ab H M ſpatio, quod continetur ſub H Z N. Itaque ſi circa axem Z H per punctum Z parabole deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur poſſint ſpatia, quæ applicantur ad Z N; hæc per punctum M tranſibit. Deſcribatur, eaque ſit M Ξ Z. Et quoniam æquale eſt ſpatium Θ Λ ſpatio A Z; nempe illud, quod ſub Θ K Λ continetur, illi, quod continetur ſub A B Z; ſi circa aſymptotos Θ Γ, Γ Z per punctum B deſcribatur hyperbole, hæc per reciprocationem duodecimi theorematis libri Conicorum Apollonii Elementorum ſecundi, tranſibit per punctum K. Deſcribatur, eaque ſit B Ξ K parabolen ſecans in puncto Ξ: ducaturque a puncto Ξ ipſi A B normalis Ξ O Π; et parallela eidem A B per idem punctum, P Ξ Σ. Quoniam igitur B Ξ K hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti Θ Γ, Γ Z; ductæque ſunt rectæ P Ξ, Ξ Π rectis A B, B Z parallelæ; ideo æquale eſt ſpatium, quod ſub P Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub A B Z; et propterea etiam ſpatium P O æquale ſpatio O Z. Itaque ſi a puncto Γ ad Σ recta jungatur, per punctum O tranſibit. Tranſeat, eaque ſit Γ O Σ. Quoniam igitur ut O A ad A Γ, ita ſe habet O B ad B Σ, hoc eſt Γ Z ad Z Σ: ut autem Γ Z ad Z Σ, ita, ſumpta communi altitudine Z N, ſpatium, quod ſub Γ Z N continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Σ Z N: ideo etiam ut O A ad A Γ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub Γ Z N continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Σ Z N. Æquale eſt autem ſpatio quidem, quod ſub Γ Z N continetur, ſpatium Δ; ſpatio vero, quod continetur ſub Σ Z N, quadratum, quod a Σ Ξ, hoc eſt B O, deſcribitur, propter parabolen. Ut igitur O A ad A Γ, ita ſe habet ſpatium Δ ad quadratum, quod a B O deſcribitur. Inventum eſt igitur punctum O, quod problema conficit.

At vero quadratum, quod a B E deſcribitur, in E A ductum, omnium eſſe maximum, quæ in B A ſimili modo ſumuntur, quando B E dupla fuerit ipſius E A, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim rurſus, ut in analyſi, data recta A Γ ad rectos angulos ipſi A B: junctaque Γ E producatur, eademque cum recta, quæ per punctum B ipſi A Γ parallela ducitur, in puncto Z concurrat. Ducatur porro per puncta Γ, Z ipſi A B parallelæ, Θ Z, Γ H; et producatur Γ A ad punctum Θ: ducaturque per punctum E huic parallela K E Λ. Denique fiat, ut E A ad A Γ, ita ſpatium, quod ſub Γ H M continetur, ad quadratum, quod ab E B deſcribitur. Quod igitur quadratum a B E deſcribitur, id in E A ductum æquale eſt ſpatio, quod ſub Γ H M continetur, ductam in A Γ; eo quod duorum horum ſolidorum baſes et altitudines reciprocantur. Itaque dico, ſpatium, quod ſub Γ H M continetur, ductum in A Γ, omnium eſſe maximum, quæ in B A ſimili modo ſumuntur. Deſcribatur enim circa axem Z H per punctum H parabole; ita ut, quæ ad axem ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ad H M applicantur. Hæc utique per punctum K tranſibit, ut in analyſi demonſtratum eſt, et producta cum Θ Γ, quæ ſectionis diametro parallela eſt, per theorema ſextum et vigeſimum primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, concurret. Producatur, eademque concurrat in puncto N: et circa aſymptotos N Γ H hyperbole deſcribatur. Hæc item per punctum K, ut in analyſi dictum eſt, tranſibit. Itaque tranſeat, veluti B K: et ponatur ipſi Z H productæ æqualis H Ξ: junctaque Ξ K producatur ad punctum O. Manifeſtum igitur eſt hanc parabolen contingere, per reciprocationem theorematis tertii et tri-

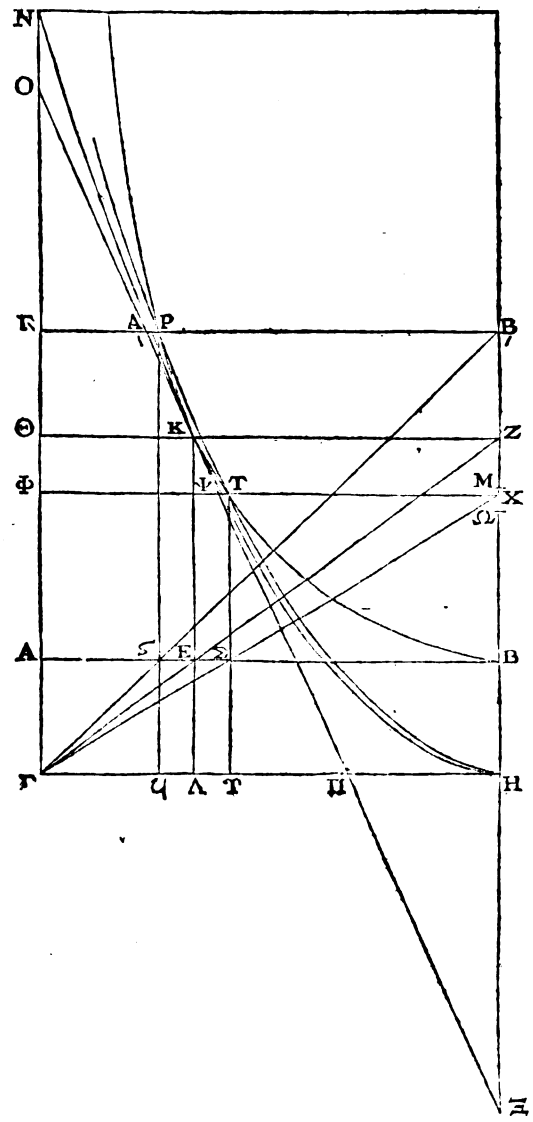
φωμεν παραβολήν, ὡς τε τὰς καταγομένας δυνάσθαι παρὰ τὴν Z N, ἥξει διὰ τοῦ M. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ M Ξ Z. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ Θ Λ τῷ A Z, τουτέστι τὸ ὑπὸ Θ K Λ τῷ ὑπὸ A B Z: ἐὰν διὰ τοῦ B περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Θ Γ, Γ Z γράφωμεν ὑπερβολήν, ἥξει διὰ τοῦ K, ἀφ' ἧς ἀντιστροφὴν τοῦ ιβ' θεωρήματος [w] τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ B Ξ K, τέμνουσα τὴν ὑπερβολὴν κατὰ τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν A B κάθετος ἤχθω ἡ Ξ O Π· καὶ ἀφ' οὗ Ξ τῇ A B ὑπέρβολος ἤχθω [x] ἡ P Ξ Σ. Ἐπεὶ ἓν ὑπερβολή ἐστιν ἡ B Ξ K, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ Θ Γ, Γ Z, καὶ ὑπέρβολοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ P Ξ, Ξ Π ταῖς A B, B Z· ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ P Ξ Π τῷ ὑπὸ A B Z· ὥστε καὶ [y] τὸ P O τῷ O Z. Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Σ ἐπιζευχθῇ [z] εὐθεῖα, ἥξει ἀφ' οὗ O. Ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ Γ O Σ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ O A πρὸς A Γ, οὕτως ἡ O B πρὸς B Σ, τουτέστιν ἡ Γ Z πρὸς Z Σ· ὡς δὲ ἡ Γ Z πρὸς Z Σ, τῆς Z N κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Z N πρὸς τὸ ὑπὸ Σ Z N· καὶ ὡς ἄρα ἡ O A πρὸς A Γ, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ Z N πρὸς τὸ ὑπὸ Σ Z N. Καί ἐστι τῷ μὲν [a] ὑπὸ Γ Z N, τὸ Δ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ Σ Z N, ἴσον τὸ ἀπὸ Σ Ξ, τουτέστι τὸ ἀπὸ B O, διὰ τὴν παραβολήν. Ὡς ἄρα ἡ O A πρὸς A Γ, οὕτως τὸ Δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς B O. Εὕρηται ἄρα τὸ O σημεῖον, ποιοῦν τὸ προβλημα.

Ὅτι διπλασίας οὔσης τῆς B E τῆς E A, τὸ ἀπὸ τῆς B E δεῖ τὴν E A μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς E A, δειχθήσεται οὕτως. Ἔστω γάρ, ὡς ἐν [b] τῇ ἀναλύσει πάλιν δοθεῖσα εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς τὴν A B, ἡ A Γ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ Γ E ἐκβεβλήσθω, ᾗ συμπιπτέτω τῇ διὰ τοῦ B παραλλήλῳ ἠγμένῃ τῇ A Γ κατὰ τὸ Z. Καὶ διὰ τῶν Γ, Z παράλληλοι τῇ A B ἤχθωσαν αἱ Θ Z, Γ H· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ Γ A ἐπὶ τὸ Θ· καὶ ταύτῃ παράλληλος διὰ τοῦ E ἤχθω ἡ K E Λ. Καὶ γεγονέτω, ὡς ἡ E A πρὸς A Γ, οὕτως τὸ ὑπὸ Γ H M πρὸς τὸ ἀπὸ E B. Τὸ ἄρα ἀπὸ B E ἐπὶ τὴν E A, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ Γ H M ἐπὶ τὴν A Γ, διὰ τὸ δύο στερεῶν ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσι. Λέγω οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ Γ H M ἐπὶ τὴν A Γ, μέγιστόν ἐστι [c] πάντων ὁμοίως ἐπὶ τῆς B A λαμβανομένων. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ H περὶ ἄξονα τὴν Z H παραβολὴ, ὡς τε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν H M. Ἥξει δὴ διὰ τοῦ K, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· καὶ συμπεσεῖται ἐκβαλλομένη τῇ Θ Γ παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, διὰ τὸ ἕκτον καὶ εἰκοστὸν θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω κατὰ τὸ N· καὶ διὰ τοῦ B περὶ ἀσυμπλώτους τὰς N Γ H, γεγράφθω ὑπερβολή. Ἥξει ἄρα διὰ τοῦ K, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει εἴρηται. Ἐρχέσθω ἓν ὡς ἡ B K· καὶ ἐκβεβλήσθω τῇ Z H ἴση κείσθω ἡ H Ξ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Ξ K, ᾗ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ O. Φανερὸν ἄρα ὅτι ἐφάπτεται τῆς παραβολῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου καὶ

[w] τοῦ δευτέρου βιβλίου in MS. desunt. [x] ἡ P Ξ Z [y] τὸ P Θ· [z] εὐθεῖα ex MS. [a] ὑπὸ Γ Z N ἴσον τὸ Δ
[b] τῇ ex MS. pro τῆς [c] πάντων τῶν ὁμοίως

Digitized by Google

πρισκος τῦ θεωρήματος τῦ πρώτου βιβλίου τῶ Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. Ἐπεὶ οὖν διπλή ἐστιν ἡ ΒΕ τῆς ΕΑ, ἴτως γὰρ ὑποκείται, τετράσιν ἡ ΖΚ τῆ ΚΘ· καί ἐστιν ὅμοιον τὸ ΟΘΚ τρίγωνον τῷ ΞΖΚ τριγώνῳ· διπλασία ὄση ἡ ΞΚ τῆ ΚΟ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ [d]ΞΚ τῆ ΚΠ διπλῆ, ἀφ᾽ ὧν τὸ ΞΖ τῦ ΞΖ τῆς ΞΗ, καὶ παράλληλον εἶναι τὴν ΠΗ τῇ ΚΖ. Ἴση ἄρα ἡ ΟΚ τῇ ΚΠ. Ἡ ἄρα ὈΚΠ ψαύεται τῆς [e]παραβολῆς, καὶ μεταξὺ ἔστι τῶν ἀσυμπτώτων δίχα τέμνεται. Ἐφάπτεται ἄρα ἡ ὑπερβολῆς διὰ τὴν ἀνπιστροφὴν τῆ πρίτῃ θεωρήματος τῦ δευτέρου βιβλίου τῶ Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων. [f]Ἐφήπτετο δὲ καὶ ἡ παραβολῆς κατὰ τὸ αὐτὸ Κ. Ἡ ἄρα παραβολὴ τὴν ὑπερβολῆς ἐφάπτεται κατὰ τὸ Κ. Νενοήσθω οὖν καὶ ἡ ὑπερβολὴ προσεκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὸ Ρ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Σ· καὶ ἀφ᾽ τοῦ Σ [g]τῇ ΚΛ παράλληλος ἤχθω ἡ ΤΣΥ, καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Τ· καὶ διὰ τῦ Τ τῇ ΓΗ παράλληλος ἤχθω ἡ ΦΤΧ. Ἐπεὶ οὖν διὰ τὴν ὑπερβολὴν καὶ τὰς ἀσυμπτώτους, ἴσον ἐστὶ τὸ ΦΥ τῷ ΓΒ, κοινῦ ἀφαιρεθέντος τῦ ΓΣ, ἴσον ἄρα τὸ ΣΦ τῷ ΣΗ· καὶ ἀφ᾽ τοῦτο ἡ ἀπὸ τῦ Γ ἐπὶ τὸ Χ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἥξει διὰ τῦ Σ. Ἐρχέσθω, καὶ ἐκβεβλήσθω ὡς ἡ ΓΣΧ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ΨΧ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΧΗΜ, διὰ τὴν παραβολήν· τὸ ἄρα ἀπὸ ΤΧ ἔλασσόν ἐστι τῦ ὑπὸ ΧΗΜ. Γεγονέτω οὖν τῷ ἀπὸ ΤΧ ἴσον τὸ [h]ὑπὸ ΧΗΩ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΣΑ πρὸς ΑΓ, ἴτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΧ, τὴ ΗΩ κοινῦ ὕψος λαμβανομένης, ἴτως τὸ ὑπὸ ΓΗΩ πρὸς τὸ [i]ὑπὸ ΧΗΩ, καὶ πρὸς τὸ ἴσον αὐτῷ, τὸ ἀπὸ ΧΤ, τετράσι τὸ ἀπὸ ΒΣ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐπὶ τὴν ΣΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΩ ἐπὶ τὴν ΓΑ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΗΩ, ἐπὶ πλεῖον ΓΑ ἔλασσόν ἐστι τῦ ὑπὸ ΓΗΜ ἐπὶ τὴν ΓΑ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΣ ἐπὶ τὴν ΣΑ ἔλαττόν ὄση τῦ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ λαμβανομένων τῶν Ε, Β. Ἀλλὰ δὴ εἰλήφθω μεταξὺ τῶν Ε, Α σημεῖον τὸ ς. Λέγω ὅτι καὶ ἴτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν [k]ΕΑ μεῖζόν ἐστι τῦ ὑπὸ Βς ἐπὶ τὴν ςΑ. Τῶν γὰρ αὐτῶν κατεσκευασμένων, ἤχθω διὰ τῦ ς τῇ ΚΛ παράλληλος ἡ ψςΡ· καὶ συμβαλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ Ρ, συμβαλεῖ γὰρ αὐτῇ διὰ τὸ παράλληλος εἶναι τῇ ἀσυμπτώτῳ· καὶ διὰ τῦ Ρ παράλληλος ἀχθεῖσα τῇ ΑΒ ἡ ΑΡΒ, συμβαλέτω τῇ ΗΖ ἐκβαλλομένῃ κατὰ τὸ Β. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολήν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γψ καὶ τῷ ΑΗ· ἡ ὑπὸ τῦ Γ ἐπὶ τὸ Β, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἥξει διὰ τῦ ς. Ἐρχέσθω, καὶ



gesimi, primi libri Conicorum Apollonii Elementorum. Quoniam igitur dupla est BE ipsius EA; hoc enim ponitur; id est ZK ipsius KΘ: et triangulum OΘK simile triangulo ΞZK; ideo etiam ΞK ipsius KO est dupla. Dupla est autem et ΞK ipsius KΠ; eo quod ΞZ ipsius ΞH dupla est; et ΠH ipsi KZ parallela. Æqualis est igitur OK ipsi KΠ. Quocirca recta OKΠ, quæ parabolen contingit, eademque posita est inter asymptotos, in duas æquas partes secatur. Itaque contingit hyperbolen per reciprocationem tertii theorematis libri secundi Conicorum Apollonii Elementorum. Contingebat autem et parabolen in puncto eodem K. Parabole igitur hyperbolen in puncto K contingit. Itaque intelligatur hyperbole producta esse, puta ad punctum P; et sumatur in AB quodvis punctum Σ: ducaturque per punctum Σ ipsi KΛ parallela TΣΥ, quæ cum hyperbola in puncto T concurrat: et per punctum T ducatur ΦTX parallela ipsi ΓH. Quoniam igitur propter hyperbolen et asymptotos æquale est spatium ΦΥ spatio ΓB; communi ablato ΓΣ, spatium ΦΣ spatio ΣH est æquale: et propterea quæ a puncto Γ ad X recta jungitur, per punctum Σ transibit. Transeat, eaque sit ΓΣX. Et quoniam quadratum, quod a ΨX describitur, æquale est spatio, quod sub XHM continetur, propter parabolen; ideo quadratum, quod describitur a TX, minus est spatio, quod continetur sub XHM. Itaque quadrato, quod describitur a TX æquale fiat spatium, quod continetur sub XHΩ. Quoniam igitur ut ΣA ad AΓ, ita se habet ΓH ad HX: ut autem ΓH ad HX, ita, sumpta communi altitudine HΩ, spatium, quod sub ΓHΩ continetur, ad spatium, quod continetur sub XHΩ; hoc est quadratum eidem æquale, quod a XT, id est BΣ, describitur. Ideo quadratum, quod a BΣ describitur, in ΣA ductum, æquale est spatio, quod sub ΓHΩ continetur, ducto in ΓA. Spatium autem, quod sub ΓHΩ continetur, in ΓA ductum, minus est spatio, quod sub ΓHM continetur, ducto in ΓA. Quod igitur quadratum a BΣ describitur, id in ΣA ductum quadrato est minus, quod describitur a BE, ducto in EA. Idem hoc demonstrabitur etiam in omnibus punctis, quæ inter E et B sumuntur. At vero sumatur inter E, et A punctum ς. Dico tunc quoque quadratum, quod a BE describitur, in EA ductum, quadrato majus esse, quod describitur a Bς, ducto in ςA. Iisdem enim constructis, ducatur per punctum ς ipsi KΛ parallela ψςP, quæ utique cum hyperbole in puncto P concurret, utpote quæ asymptoto parallela est: et ducatur item per punctum P, APB, parallela ipsi AB, eaque concurrat cum HZ producta in puncto B. Et quoniam

[d] ZK [e] ὑπερβολῆς [f] ἀφήπτετο [g] τὴν ΚΛ [h] ὑπὸ ΧΝΩ [i] ὑπὸ ΧΝΩ [k] ΒΑ

ſurſus, propter hyperbolen, æquale eſt ſpatium, Γ ϛ ſpatio AH; quæ a puncto Γ ad ϛB recta jungitur, per punctum ϛ tranſibit. Tranſeat, eaque ſit, Γ ϛ B. Et quoniam rurſus, propter parabolen, æquale eſt quadratum, quod ab AB deſcribitur, ſpatio, quod ſub ϛBHM continetur; ideo quadratum, quod deſcribitur a PB, minus eſt ſpatio, quod continetur ſub ϛBHM. Fiat quadratum, quod deſcribitur a PB, æquale ſpatio, quod continetur ſub ϛBHΩ. Quoniam igitur ut ϛA ad AΓ, ita ſe habet ΓH ad HB: ut autem ΓH ad HB, ita, ſumpta communi altitudine HΩ, ſpatium, quod ſub ΓHΩ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ϛBHΩ; hoc eſt ad quadratum, quod a PB, id eſt Bϛ, deſcribitur: ideo quadratum, quod a Bϛ deſcribitur, in ϛA ductum, æquale eſt ſpatio, quod ſub ΓHΩ continetur, ductum in ΓA. Majus eſt autem ſpatium, quod ſub ΓHM continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΓHΩ. Majus eſt igitur et quadratum, quod a BE deſcribitur, in EA ductum, quadrato, quod deſcribitur a Bϛ, ducto in ϛA. Idem hoc demonſtrabitur in omnibus punctis, quæ inter E, et A ſumuntur. Demonſtratum autem eſt et in cæteris omnibus, quæ ſumuntur inter E, et B. Quadratum igitur, quod a BE deſcribitur, ductum in EA, omnium eſt maximum, quæ in AB ſimili modo ſumuntur; quando BE ipſius EA dupla fuerit. Cognoſcere autem ea quoque oportet, quæ in allata figura contingunt. Quoniam enim demonſtratum eſt, quadratorum utrumvis, tum quod a BΣ deſcribitur, tum quod deſcribitur a Bϛ, alterum quidem in ΣA, alterum vero in ϛA ductum, minus eſſe quadrato, quod deſcribitur a BE, ducto in EA; fieri utique poteſt, ut cum datum quoque ſpatium in datam rectam ductum eodem hoc quadrato, quod deſcribitur a BE, ducto in EA, ſit minus; problema, quod initio propoſitum eſt conficiatur, AB in duobus punctis ſecta. Hoc autem contingit, ſi intelligatur circa diametrum XH deſcripta eſſe parabole, ita ut quæ ad axem ducuntur, poſſint ſpatia, quæ ad HΩ applicantur. Hæc ſi quidem parabole omnino tranſit per punctum T. Et quoniam neceſſe eſt, eamdem cum ΓN, quæ diametro ipſi parallela eſt, concurrere; conſtat ſecare hyperbolen in puncto alio ſuperiore quam K, ut hic in P. Quæ autem a puncto P ad AB normalis ducitur, ut hic Pϛ, hæc AB ſecat in puncto ϛ; ita ut punctum hoc ϛ problema conficiat: æqualeque fiat quadratum, quod a BΣ deſcribitur in ΣA ductum, quadrato, quod deſcribitur a Bϛ, ducto in ϛA; quemadmodum ex ſuperioribus demonſtrationibus manifeſtum eſt. Cum itaque fieri poſſit, ut duo puncta in BA ſumantur, quæ propoſitum conficiant, utro quis malit, hoc ei uti licet; ſive illo, quod inter E, B; ſive etiam illo, quod inter E, A interjicitur. Si enim eo utatur, quod interjicitur inter E, B; deſcripta, ut dictum eſt, per puncta H, T parabola, quæ hyperbolen in duobus punctis ſecet; horum quidem alterum, quod puncto H, hoc eſt axi paraboles, propius eſt, punctum definiet, quod inter E, B interjicitur: ut hic T punctum Σ definit; alterum vero, quod ab eodem puncto remotius eſt, definiet punctum, quod interjicitur inter E, A: ut hic P definit punctum ϛ.

Hoc igitur modo problema generaliter reſolutum, compoſitumque eſt. Ut autem hoc ipſum ad Archemedis verba accommodetur, intelligatur, ut in allata figura, diameter quidem ſphæræ eſſe ΔB; quæ vero ex ejus centro, BZ; denique data recta, ZΘ. Eo igitur devenimus, inquit, ut ΔZ in puncto X ita ſecare oporteat, ut quemadmodum XZ ad datam rectam, ita ſe habeat datum ſpatium ad quadratum, quod a ΔX deſcribitur. Atque hoc quidem ſi univerſaliter proferatur determi-

ἕως ὡς ἡ Γϛ, B. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὸ παραβολὴν, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ A, B, τῷ ὑπὸ B, HM· τὸ ἄρα ἀπὸ PB, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ [1], BHM. Γεγονέτω τὸ ἀπὸ PB, ἴσον τῷ ὑπὸ ϛBHΩ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ϛA πρὸς AΓ, ἕτως ἡ ΓH, πρὸς HB· Ἀλλ' ὡς ἡ ΓH πρὸς H, B, τῆς HΩ κοινῆς ὕψος λαμβανομένης, ἕτως τὸ ὑπὸ ΓHΩ πρὸς τὸ ὑπὸ ϛBHΩ· τετέστι πρὸς τὸ ἀπὸ PB, τετέστι πρὸς τὸ ἀπὸ Bϛ· τὸ ἄρα ἀπὸ Bϛ ἐπὶ τὴν ϛA, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓHΩ ἐπὶ τὴν ΓA. Καὶ μεῖζον τὸ ὑπὸ ΓHM τοῦ ὑπὸ ΓHΩ. Μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ BE ἐπὶ τὴν EA, τὸ ἀπὸ Bϛ ἐπὶ τὴν ϛA. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ τῶν E, A λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὴ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν E, B [m] λαμβανομένων. Πάντων ἄρα τῶν ἐπὶ τῆ AB ὁμοίως λαμβανομένων, μεγίστον ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆ BE ἐπὶ τῆ EA, [n] ὅταν ἡ διπλασία ἡ BE τῆς EA. Ἐπισκεπτέον [o] δὴ καὶ τοῖς ἀκολουθοῦσι κατὰ τὸν εἰρημένον καταγραφήν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ ἀπὸ BΣ ἐπὶ τὴν ΣA, καὶ τὸ ἀπὸ Bϛ ἐπὶ τὸν ϛA ἔλασσον τῶν ἀπὸ BE ἐπὶ τὴν EA· δυνατόν ἐστι καὶ τῶν δοθέντος χωρίου ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἐλάσσονος ὄντος τοῦ ἀπὸ τῆς BE ἐπὶ τὴν EA, κατὰ δύο σημεῖα τὴν AB τεμνομένην ποιεῖν τὸ ἐξαρχῆς πρόβλημα. Τοῦτο δὲ γίνεται, εἰ νοήσωμεν περὶ ἀφάμετρον τὴν XH γραφομένην παραβολήν, ὡς τε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν HΩ. Ἡ γὰρ τοιαύτη παραβολὴ πάντως ἥξεται διὰ τοῦ T. Καὶ ἐπειδὴ ἀνάγκη αὐτὴν συμπίπτειν τῇ ΓN παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ, δῆλον ὅτι τέμνει τὴν ὑπερβολὴν κατ' ἄλλο σημεῖον ἀνωτέρω τοῦ K, ὡς ἐνταῦθα κατὰ τὸ P. Καὶ ἀπὸ τῆ P ἐπὶ τὴν AB κάθετος ἀγομένη, ὡς ἐνταῦθα ἡ Pϛ, τέμνει τὴν AB κατὰ τὸ ϛ, ὥς τε τὸ ϛ σημεῖον ποιεῖν τὸ πρόβλημα, καὶ ἴσον γίνεσθαι τὸ ἀπὸ BΣ ἐπὶ τὸν ΣA, τῷ ἀπὸ Bϛ ἐπὶ τὴν ϛA, ὡς ἐστι διὰ τῶν προειρημένων ἀποδείξεων ἐμφανές. Ὡς τε δυνατοῦ ὄντος ἐστὶ τῆς BA δύο σημεῖα λαμβάνειν, ποιοῦντα τὸ ζητούμενον, ἔξεστιν ἑκατέρου τις βούλοιτο λαμβάνειν, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν E, B, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν E, A. Εἰ μὲν γὰρ τὸ μεταξὺ τῶν E, B, ὡς εἴρηται, τῆς διὰ τῶν H, T σημείων γραφομένης παραβολῆς κατὰ δύο σημεῖα τεμνούσης τὴν ὑπερβολὴν τὸ μὲν ἐγγύτερον τοῦ H, τουτέστι τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς, εὑρήσει τὸ μεταξὺ τῶν E, B· ὡς ἐνταῦθα τὸ T εὑρίσκει τὸ Σ· τὸ δὲ ἀπωτέρω τὸ μεταξὺ τῶν E, A, ὡς ἐνταῦθα τὸ P εὑρίσκει τὸ ϛ.

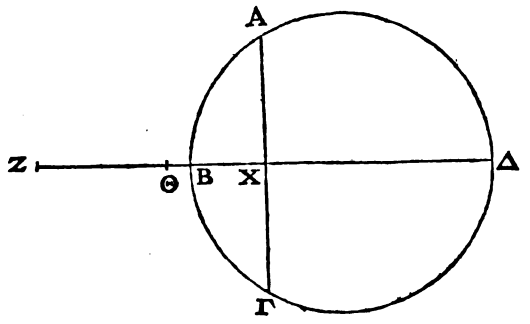
Καθόλου μὲν οὖν οὕτως ἀναλέλυται καὶ σωτέθειται τὸ πρόβλημα. Ἵνα δὲ καὶ τοῖς Ἀρχιμηδείοις ῥήμασιν ἐφαρμοσθῇ, νενοήσθω ὡς ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, διάμετρος μὲν [p] τῆς σφαίρας ἡ ΔB, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ BZ, καὶ ἡ δεδομένη ἡ ZΘ. Κατωτήσαμεν ἄρα φησὶν εἰς τὸ δεῖν τὴν ΔZ τεμεῖν κατὰ τὸ X, ὥς τε εἶναι ὡς τὴν XZ πρὸς τὴν δοθεῖσαν, ἕτως τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔX. Τοῦτο δὲ

[1] BHΩ [m] λαμβαομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶς μεταξὺ τῶν EB. Πάντων ἄρα &c. [n] ὅταν ἡ [o] δὴ [p] τῆς σφαίρας, ἡ ΔB ἐκ τοῦ κέντρου ἡ BZ, καὶ ἡ &c.

Digitized by Google

ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Εἰ γὰρ τὸ δοθὲν ἐπὶ τιὼ δοθεῖσαν μεῖζον ἐτύγχανεν τῶ ἀπὸ τῆς Δ Β ἐπὶ τὴν Β Ζ, ἀδιώατον ἦν τὸ πρόβλημα, ὡς δέδεικται· εἰ δ' ἴσον, τὸ Β σημεῖον ἐποίει τὸ πρόβλημα, κὴ ὅτως δ' οὐδὲν ἦν πρὸς τὴν ἐξαρχῆς Ἀρχιμήδυς πρόθεσιν· ἡ γὸ σφαῖρα οὐκ ἐτέμνετο εἰς τὸν δοθέντα λόγον. Ἁπλῶς ἄρα λεγόμενον [q] εἶχον ἂν διορισμόν. Προστεθέντων δ' τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τυτέςι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τιὼ Δ Β τῆς Ζ Β, κὴ τοῦ μείζονα εἶναι τὴν Β Ζ τ Ζ Θ, οὐκ ἔχει διορισμόν. Τὸ γὸ ἀπὸ Δ Β τὸ δοθὲν ὅπι τιὼ Ζ Θ τιὼ δοθεῖσαν ἐλαπόν ἐςι τῶ ἀπὸ τῆς Δ Β ἐπὶ τὴν Β Ζ· διὰ τὸ τὴν Β Ζ τῆς Ζ Θ μείζονα εἶαι· οὗπερ ὑπάρχοντος ἐδείξαμεν δυνατὸν, καὶ ὅπως [r] πρόκειται τὸ πρόβλημα. Κατανοεῖν δὲ χρὴ κὰ' τοῖς ὑπ' Ἀρχιμήδυς λεγομένοις συμφώνως ἔχυσιν τοῖς ὑφ' ὑμῶν ἀναλελυμένοις. Πρότερον μὲν γὸ, μετὰ τὴν ἀνάλυσιν αὐτῆ καθόλυ, τὸ εἰς ὃ κατήντησεν λέγων, φησί· δοθεῖσαν τὴν Δ Ζ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ, καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν Χ Ζ πρὸς δοθεῖσαν, οὕτως τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ Χ. Εἶτα εἰπὼν ὡς καθόλυ μὲν τὸ λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προστεθέντων δ' τ ὑπ' αὐτοῦ εὑρεθέντων προβλημάτων, τ τε εἶναι διπλασίαν τ Δ Β τ Β Ζ, κὴ μείζονα τ Β Ζ τ Ζ Θ, μὴ ἔχειν διορισμὸν μερικώτερον, ἐπαναλαμβάνει τὸ πρόβλημα, καί φησιν, ὅπ κὴ ἔσαι πρόβλημα τοιῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Δ Β, Β Ζ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς Δ Β τῆς Β Ζ, καὶ σημείυ ὅπ τῆς Β Ζ τοῦ Θ, τεμεῖν τὴν Δ Β κατὰ τὸ Χ· ὐκ ἔπ, ὡς πρότερον, τ Δ Ζ εἰπὼν, ἀλλὰ τιὼ Δ Β δεῖν τεμεῖν· λφ' τὸ, ὡς ἀνωτέρω ἡμεῖς [s] ἀπεδείξαμεν εἰδέναι αὐτὸν, ὡς δύο σημεῖα ὄζι τὰ λαμβανόμενα ὅπι τῆς Δ Ζ, κὴ ποιοῦντα τὸ πρόβλημα, ἓν μὲν τὸ μεταξὺ τὸν Δ, Β, ἕτερον δὲ τὸ μεταξὺ τῶν Β, Ζ. [t] Ὧν τὸ μεταξὺ τῶν Δ, Β ἦν τὸ πρὸς τ [u] ἐξαρχῆς πρόθεσιν χρήσιμον.

Ταῦτα μὲν οὖν ἀκόλυθα τοῖς Ἀρχιμήδυς ῥήμασι, κατὰ τὸ δυατὸν, σαφῶς [v] ἀπεγράμεθα. Ἐπεὶ δ', ὡς προείρηται, κὴ Διονυσόδωρος ἰδιαμῶς τοῖς ἐπὶ τέλει γραφομένοις παρ' Ἀρχιμήδυς * ἐπαγγελμένοις ἐντυχὼν, ἀτενήσας τ ὥσπερ προσυρεῖν τὰ μὴ ἐκτεθέντα, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν βαδίζων τοῦ ὅλυ προβλήματος, [w] οὐκ ἄχαριν εὑρέσεως [x] συνέγραψε τ τρόπον ἀναγκαῖον, ὠήθημεν δεῖν κὴ αὐτὸν τούτοις ὑπουνάψαι διορθωσάμενοι κατὰ δύαμιν. Καὶ γὸ αὐτὸς ἐκ πολλῆς ἀμελητησίας τ ἀνθρώπων τὰ πολλὰ τ ἀποδείξεων τῷ πλήθει τ παισμάτων ἠφανισμένας ἔχων ἐν πᾶσιν, οἷς ἡμεῖς ἐντυχάμεν ἀντιγράφοις ἐφέρετο.



rationem habet. Si enim datum ſpatium in datam rectam ductum majus fuerit quadrato, quod deſcribitur a Δ B, ducto in B Z; problema, ut demonſtratum eſt, confici non poteſt: ſint autem æquale, id quidem per punctum B conficitur, ſed ad id, quod Archimedes initio propoſuit, nihil facit; quippe ſphæra pro data ratione non ſecatur. Illud igitur ſi univerſaliter proferatur, determinationem habet. Quod ſi duo hæc addantur, nimirum Δ B duplam eſſe ipſius Z B, et B Z majorem quam Z Θ; nullam habet determinationem. Quod enim quadratum a Δ B deſcribitur, id eſt datum, id in Z Θ, id eſt datam ductum minus eſt quadrato, quod deſcribitur a Δ B, ducto in B Z; eo quod B Z major eſt quam Z Θ. Hoc autem ſi quando contingat, fieri problema poſſe, et qua ratione fiat, docuimus. Illud porro animadvertendum eſt, quæ reſoluta a nobis ſunt, ea cum Archimedis verbis maxime convenire. Primo enim, cum poſt analyſim ab ipſo inſtitutam, id, in quod incidit, generaliter docuiſſet, hoc dicit: oportet datam Δ Z ſecare in puncto X, atque facere, ut X Z ad datam rectam, ita datum ſpatium ad quadratum, quod a Δ X deſcribitur. Deinde vero cum adjeciſſet, hoc ipſum ſi univerſaliter proferatur determinationem habere; ſin autem hæc addantur, quæ ab ipſo reperta ſunt, problemata, nimirum Δ B duplam eſſe ipſius B Z, et B Z majorem quam Z Θ, nullam habere determinationem; hoc, inquam, cum adjeciſſet, problema ipſum magis particulariter reſumens ait: atque problema erit hujuſmodi. Datis duabus rectis Δ B, B Z, quarum altera Δ B alterius B Z dupla ſit, datoque item in B Z puncto Θ, Δ B ipſam in puncto X ſecare; et quæ ſequuntur: oportere autem dixit Δ B, non vero, ut prius, Δ Z ſecare; quod intelligeret duo eſſe puncta in Δ Z, quemadmodum ſupra demonſtravimus, quæ ſumpta problema conficiant; alterum quidem, quod inter Δ, B, alterum vero, quod inter B, Z interjicitur. Horum autem quod interjicitur inter Δ, B ad id, quod initio propoſitum eſt, facit.

Hæc igitur cum Archimedis verbis maxime convenientia, quantum fieri potuit, perſpicue explicuimus. Quoniam vero Dionyſodorus etiam, ut dictum eſt, cum id nuſquam inveniſſet, quod Archimedes in fine pollicitus erat, conatus ipſe, quæ expoſita ab eo non ſunt, patefacere, aliam viam ingreſſus, haud inelegantem totius problematis conficiendi rationem deſcripſit; muneris noſtri eſſe duximus hanc quoque cæteris adjungere, emendatione pro viribus adhibita. Hæc enim quoque, quæ ſumma eſt hominum negligentia, plures demonſtrationes propter mendorum multitudinem tenebricoſas habens in omnibus, in quæ nos incidimus, exemplaribus circumferebatur.

ΩΣ ΔΙΟΝΥΣΟΔΩΡΟΣ.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ὀλιπέδῳ τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμήματα αὐτῆς πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα. Ἔςω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς ἀφέσης ἡ Α Β· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει ἡ Γ Δ πρὸς Δ Ε. Δεῖ δὲ τεμεῖν τὴν σφαῖραν ὀλιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν Α Β, ὥς τε τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Α, πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ Β, λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ἡ Γ Δ πρὸς Δ Ε. Ἐκβεβλήθω ἡ [y] Β Α ὅπι τὸ Ζ· καὶ κείσθω τῆς [z] Α Β ἡμίσεια ἡ Α Ζ. Καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ Γ Ε πρὸς Ε Δ, ἐχέτω

UT DIONYSODORUS.

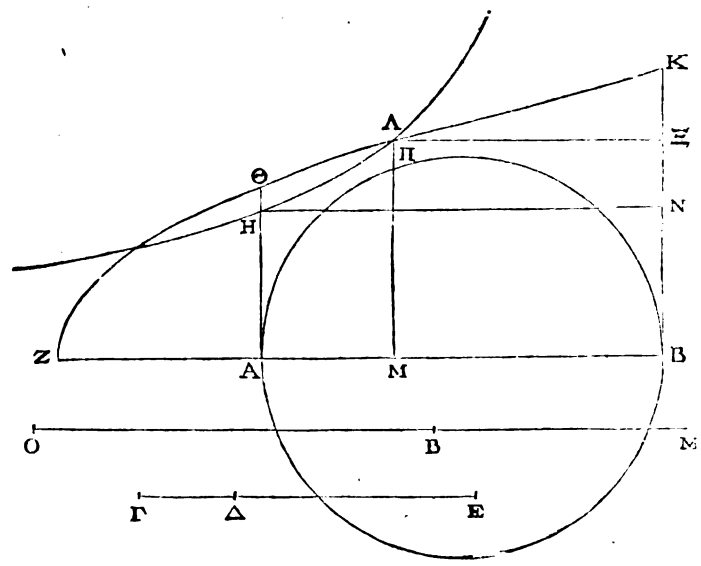
Datam ſphæram plano ſecare, ita ut ejus ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habeant. Data ſphæra ea ſit, cujus diameter A B: eaque data ratio, quam habet Γ Δ ad Δ E. Oportet autem ſphæram plano ſecare ad A B recto, ita ut alterum ejus ſegmentum, cujus vertex eſt A, ad alterum ſegmentum, cujus vertex eſt B, eamdem habeat rationem, quam Γ Δ ad Δ E. Producatur B A ad punctum Z: ponaturque A Z dimidia ipſius A B. Quam autem rationem habet Γ E ad E Δ, hanc

[q] εἶχεν [r] προβαίνει [s] ἐπιδείξαμεν [t] ἐξ ἀρχῆς [u] ἀπεγραψάμεθα [w] ἡ χάριν [x] συνέγραψατο [y] Β Γ [z] Α Γ ἡμίσεια ἡ Α Β Ζ

* Forte ἐπαγγέλμασιν.

Digitized by Google

habeat Z A ad A H, quæ quidem ſuper A B ad rectos angulos jaceat; et ſumatur inter Z A, A H proportionalis media A Θ. Major eſt igitur A Θ quam A H. Deſcribatur porro circa axem Z B per punctum Z parabole; ita ut quæ ad axem ducuntur poſſint ſpatia, quæ ad A H applicantur. Hæc utique per punctum Θ tranſibit; quoniam ſpatium, quod ſub Z A H continetur, æquale eſt quadrato, quod ab A Θ deſcribitur. Itaque deſcribatur eaque ſit Z Θ K: ducaturque per punctum B ipſi A Θ parallela B K, quæ in puncto K parabolen ſecet. Deſcribatur deinde circa aſymptotos Z B K per punctum H hyperbole; quæ quidem parabolen ſecabit intra puncta Θ, K. Itaque ſecet in puncto Λ: ducanturque a puncto Λ ad A B normalis Λ M; et a punctis H, Λ ipſi A B parallelæ, H N, Λ Ξ. Quoniam igitur H Λ hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti A B K; et adhuc parallelæ ipſis A H N, M Λ Ξ; æquale eſt ſpatium, quod ſub A H N continetur, ſpatio, quod continetur ſub M Λ Ξ, propter theorema duodecimum libri ſecundi conicorum Apolloni Elementorum. Æqualis eſt autem cum H N ipſi A B, tum Λ Ξ ipſi M B. Quod igitur ſpatium ſub Λ M B continetur, id æquale eſt ſpatio, quod continetur, ſub H A B. Et quoniam ſpatium, quod ſub extremis continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub mediis; quatuor hæ rectæ proportionales invicem ſunt. Ut igitur Λ M ad H A, ita ſe habet A B ad B M: atque etiam ut quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H A, ita quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M. Et quoniam propter parabolen quadratum, quod a Λ M deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Z M, A H continetur; ut Z M ad M Λ, ita ſe habet M Λ ad A H. Igitur etiam ut prima ad tertiam, ita ſe habet quadratum, quod a prima deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ſecunda; et adhuc quadratum, quod a ſecunda deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a tertia. Ut igitur Z M ad A H, ita ſe habet quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab H A. Ut autem quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A H, ita demonſtratum eſt ſe habere quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M. Ut igitur quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M, ita ſe habet Z M ad A H. Ut autem quadratum, quod ab A B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a B M, ita ſe habet circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi A B eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro ipſi A B eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M, ita ſe habet Z M ad A H. Conus igitur baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſi A B eſt æqualis, et altitudinem A H, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M, et altitudinem Z M. Quorum enim conorum



ἡ Z A πρὸς A H, ἴσῃ ἔσω ἡ A H πρὸς ὀρθὰς τῇ A B. καὶ τῶν Z A, A H μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ A Θ. Μείζων ἄρα ἡ A Θ τῆς A H. Καὶ περὶ ἄξονα τὴν Z B διὰ τοῦ Z γεγράφθω παραβολή, ὥς τε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν A H. Ἕξει ἄρα διὰ τοῦ Θ· ἐπειδὴ τὸ ὑπὸ Z A H ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ A Θ. Γεγράφθω οὖν, ἴσῃ ἔσω ὡς ἡ Z Θ K· καὶ διὰ τοῦ B ἀνήχθω παρὰ τὴν A Θ ἡ B K, καὶ τεμνέτω τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ K. Καὶ λοιπῷ τῷ H περὶ ἀσυμπτώτους τὰς Z B K γεγράφθω ὑπερβολή· τεμεῖ δὴ τὴν παραβολὴν μεταξὺ τῶν Θ, K. Τεμνέτω κατὰ τὸ Λ· ἴσῃ δὴ τῇ Λ B τὴν A B κάθετος ἤχθω ἡ Λ M· [a] ἴσῃ λοιπῶν H, Λ τῇ A B παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ H N, Λ Ξ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ H Λ, ἀσύμπτωτοι δὲ A B K, ἴσῃ παράλληλοι ταῖς A H N, αἱ M Λ Ξ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ A H N τῷ [b] ὑπὸ M Λ Ξ, διὰ τὸ ιβ' θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν Στοιχείων. Ἀλλ' ἡ μὲν H N τῇ A B ἴση ἐστίν, ἡ δὲ Λ Ξ τῇ M B. Τὸ ἄρα ὑπὸ Λ M B ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ H A B. Καὶ διὰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Λ M πρὸς H A, οὕτως ἡ A B πρὸς B M· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Λ M πρὸς τὸ ἀπὸ H A, οὕτως τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M. Καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν παραβολὴν τὸ ἀπὸ Λ M ἴσον ἐστὶ [c] τῷ ὑπὸ Z M, A H, ἔστιν ἄρα [d] ὡς ἡ Z M πρὸς M Λ, ἡ M Λ πρὸς A H. Καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης. Ὡς ἄρα ἡ Z M πρὸς A H, οὕτως τὸ ἀπὸ Λ M πρὸς τὸ ἀπὸ H A. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Λ M πρὸς τὸ ἀπὸ A H, οὕτως ἐδείχθη τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M, οὕτως ἡ Z M πρὸς A H. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B M, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου [e] ἴση ἐστὶ τῇ A B, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, οὕτως ἡ Z M πρὸς A H. Ὁ ἄρα κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, [f] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, ὕψος δὲ [g] τῷ A H, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ [h] B M, ὕψος δὲ τῷ Z M. Ὧν δὲ κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B,

[a] καὶ τῇ A B [b] ὑπὸ M Λ Ξ· καὶ διὰ &c. [c] τῷ ὑπὸ Λ M A H [d] ὡς ἡ Z H πρὸς M Λ. οὕτως ἡ M Λ A M· καὶ ὡς πρὸς τὸν κύκλον ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M· οὕτω &c. [e] ἴση ἐστὶ τῇ [f] οὕτως [g] τῇ A H [h] A M

ὕψος ᾗ τὴν Z A, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, ὕψος ᾗ τὴν A H, ἐστὶν ὡς ἡ Z A πρὸς A H, τουτέστιν ἡ Γ E πρὸς E Δ· ἐπεὶ καὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Καὶ ὁ κῶνος ἄρα ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, ὕψος ᾗ τὴν Z A, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, ὕψος δὲ τὴν Z M, ἐστὶν ὡς ἡ Γ E πρὸς E Δ. Ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A B, ὕψος δὲ τὴν Z A, [l] ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ· ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, ὕψος δὲ τὴν [k] Z M, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μέν ἐστι [l] τὸ B, ὕψος δὲ ἡ B M, ὡς ἐξῆς δειχθήσεται. Καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα πρὸς τὸ εἰρημένον τμῆμα λόγον ἔχει, ὃν ἡ Γ E πρὸς E Δ. Καὶ διελόντι τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ A, ὕψος δὲ ἡ A M πρὸς τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ B, ὕψος δὲ ἡ B M, τὸν αὐτὸν ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ Γ Δ πρὸς Δ E. Τὸ ἄρα διὰ τῆς Λ M ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον ὀρθὸν πρὸς τὸν A B, τέμνει τὸν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον. Ὅπερ ἔδει πεῖσαι.

Ὅτι δὲ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ B M, ὕψος δὲ τὴν Z M, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ B, ὕψος δὲ ἡ B M, δειχθήσεται οὕτως. Γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ Z M πρὸς M A, οὕτως ἡ O M πρὸς M B. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ τὴν O M, ἴσος ἐστὶ τμήματι. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Z M πρὸς M A, οὕτως ἡ O M πρὸς M B· καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ Z M πρὸς M O, οὕτως ἡ A M πρὸς M B. Ἀλλ' ὡς ἡ A M πρὸς M B, οὕτως τὸ ἀπὸ Π M πρὸς τὸ ἀπὸ M B· [m] καὶ οὕτως ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Π M, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ M B. Ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Π M, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ M B, οὕτως ἡ M Z πρὸς M O. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ M B, ὕψος δὲ τὴν Z M, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Π M, ὕψος δὲ τὴν M O. Ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὡς τε καὶ τῷ τμήματι ἴσος ἐστί.

bases, et altitudines reciprocantur, hi ſunt æquales. At vero conus baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſi A B eſt æqualis, et altitudinem Z A, ſe habet ad conum baſim eamdem habentem, et altitudinem Z H, ut Z A ad A H; hoc eſt Γ E ad E Δ: quippe ſuper eadem baſe conſtituti ſe invicem habent ut altitudines. Conus igitur baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro ipſi A B eſt æqualis, et altitudinem Z A, ſe habet ad conum baſim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M, et altitudinem Z M, ut Γ E ad E Δ. At vero conus baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſi A B eſt æqualis, et altitudinem Z A, æqualis, eſt ſphæræ: conus autem baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M, et altitudinem Z M, æqualis ſphæræ ſegmento, cujus vertex punctum B, et altitudo B M; ut deinceps demonſtrabitur. Igitur ſphæra ad id, quod diximus, ſegmentum eamdem rationem habet, quam Γ E ad E Δ. Et dividendo, ſegmentum, cujus vertex eſt punctum A, et altitudo A M, ad ſegmentum, cujus eſt vertex punctum B, et altitudo B M, eamdem habet rationem, quam Γ Δ ad Δ E. Igitur planum, quod per A B agitur, ad ipſam A B rectum, ſphæram pro data ratione ſecat. Quod facere oportebat.

At vero conum baſim habentem circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi B M, ſphæræ ſegmento, cujus vertex eſt punctum M, et altitudo B M, æqualem eſſe, hoc pacto demonſtrabitur. Fiat enim ut Z M ad M A, ita O M ad M B. Igitur conus, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, et altitudinem O M, ſegmento ipſi eſt æqualis. Et quoniam ut Z M ad M A, ita ſe habet O M ad M B; etiam permutando, ut Z M ad M O, ita ſe habet A M ad M B. Ut autem A M ad M B, ita ſe habet quadratum, quod a Π M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a M B; itemque circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi Π M eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi M B. Ut igitur circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi Π M eſt æqualis, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi M B, ita ſe habet M Z ad M O. Igitur conus baſim habens circulum, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi M B, et altitudinem Z M, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cujus ea, quæ ex centro æqualis eſt ipſi Π M, et altitudinem M O. Horum enim baſes, et altitudines reciprocantur: quare idem conus ſegmento etiam ipſi eſt æqualis.

Ω Σ ΔΙΟΚΛΗΣ

Εν τῷ περὶ Πύριων.

Γράφει δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς [n] ἐν τῷ περὶ πυρίων, προλέγων τάδε. Ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν, ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐστὶ κώνῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν τινὰ λόγον ἔχουσαν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς τοῦ τμήματος κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετος πρὸς τὴν τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετον. Οἷον ἐὰν ᾖ σφαῖρα ἡ A B Γ, καὶ τμηθῇ ἐπιπέδῳ τινὶ τῷ περὶ διάμετρον τὴν Γ Δ κύκλῳ· καὶ διαμέτρου οὔσης τῆς A B, κέντρου δὲ τοῦ E, ποιήσωμεν ὡς συναμφότερον [o] τὸν E A, A Z πρὸς Z A, οὕτως τὸν H Z πρὸς Z B· ἔτι τε ὡς συναμφότερον τὸν E B, B Z πρὸς Z B, οὕτως τὴν

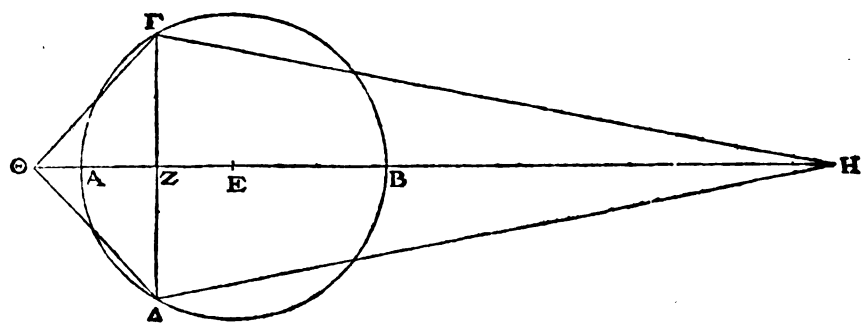
UT DIOCLES

In libro de Igniariis.

Diocles etiam in libro de igniariis rem aggreditur, hæc præfatus. Archimedes in libro de ſphæra, et cylindro hoc demonſtravit: quodlibet ſphæræ ſegmentum cono æquale eſſe, qui baſim quidem habeat eamdem ac ſegmentum, altitudinem vero quamdam rectam, quæ ad normalem a vertice ſegmenti ad baſim ductam eamdem rationem habeat, quam utraque ſimul, tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum alterius ſegmenti normalis, ad normalem alterius ſegmenti; utique ſi hæc ſegmenta viciſſim ſumantur. Nimirum ſi ſphæra ſit A B Γ, cujus diameter A B, et centrum punctum E; eaque ſecetur plano aliquo, id eſt circulo circa diametrum Γ Δ deſcripto; deinde fiat: ut utraque ſimul E A, A Z ad Z A, ita H Z ad

[l] ἴσον [k] B M [l] τὸ Δ [m] In MS. κῃ deeſt. [n] In MS. deeſt τῷ [o] τὴν E Z

ZB; et amplius ut utraque ſimul EB, BZ ad ZB, ita ΘZ ad ZA; demonſtratum eſt, ſegmentum quidem ſphæræ ΓBΔ æquale eſſe cono, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΓΔ deſcribitur, et altitudo ZH; ſegmentum vero ΓAΔ cono æquale eſſe, cujus baſis eadem eſt, et altitudo ΘZ: cum itaque Archimedes hoc ſibi propoſuiſſet, datam ſphæram plano ſecare, ita ut ſphæræ ſegmenta data inter ſe invicem rationem habeant;



conſtructis, quæ diximus, ait: data eſt igitur etiam ratio coni, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΓΔ deſcribitur, et altitudo ZΘ, ad conum, cujus baſis eadem eſt, et altitudo ZH. Hoc autem demonſtratum eſt, conos, qui ſuper eadem baſe conſtituti ſunt, ſe invicem habere ut altitudines. Igitur etiam ratio ipſius ΘZ ad ZH eſt data. Et quoniam ut ΘZ ad ZA, ita ſe habet utraque ſimul EBZ ad ZB; ideo dividendo, ut ΘA ad AZ, ita ſe habet EB ad ZB. Eadem ratione et ut HB ad ZB, ita ſe habet eadem illa recta ad ZA. Itaque problema hujuſmodi eſt: data poſitione recta AB, duobuſque punctis A, B, dataque etiam EB; rectam AB in puncto Z ſecare, eidemque rectas apponere ΘA, BH; ita ut ratio ipſius ΘZ ad ZH data ſit: et amplius ſe habeat, ut ΘA quidem ad AZ, ita data recta ad ZB; ut vero HB ad BZ, ita data eadem recta ad ZA. Hoc autem deinceps demonſtratum eſt. Quod quidem cum longiore ſermone Archimedes demonſtraſſet, Problema unum in aliud convertit; nec tamen illud in libro de ſphæra, et cylindro demonſtrat.

Data poſitione recta AB; duobuſque punctis A, B; et ratione, quam habet Γ ad Δ; rectam AB in puncto E ſecare, eidemque rectas apponere ZA, HB; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita ſe habeat ZE ad EH: amplius vero quemadmodum ZA ad AE, ita ſe habeat data aliqua recta ad BE; et quemadmodum HB ad BE, ita data eadem recta ad EA. Factum ſit: et ducantur ipſi AB ad rectos angulos ΘAK, ΛBM; et ponatur utraque AK, BM datæ rectæ æqualis; junctæquæ KE, ME ad puncta Λ, Θ producantur. Jungatur porro KM: ducaturque per punctum Λ, ΛN ipſi AB parallela; et per punctum E, ZEOΠ parallela ipſi NK. Quoniam igitur ut ZA ad AE, ita ſe habet MB ad BE; hoc enim ponitur; et ut MB ad BE, ita, per triangulorum ſimilitudinem, ΘA ad AE; ideo ut ZA ad AE, ita ſe habet ΘA ad AE. Æqualis eſt igitur ZA ipſi ΘA. Eadem ratione etiam BH ipſi BΛ eſt æqualis. Et quoniam ut utraque ſimul ΘAE ad utramque ſimul MBE, ita ſe habet utraque ſimul KAE ad utramque ſimul ΛBE; utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius AE ad EB; ideo ſpatium, quod ſub utraque cum ΛBE, tum ΘAE continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub utraque cum KAE, tum MBE. Ponatur ipſi KA æqualis utraque AP, BΣ. Quoniam igitur æqualis eſt utraque ΘAE ipſi ZE, et utraque ΛBE ipſi EH, et utraque KAE ipſi PE, ut utraque MBE ipſi ΣE: demonſtratumque eſt, ſpatium, quod ſub utraque cum ΘAE, tum ΛBE continetur, æquale eſſe ſpatio, quod

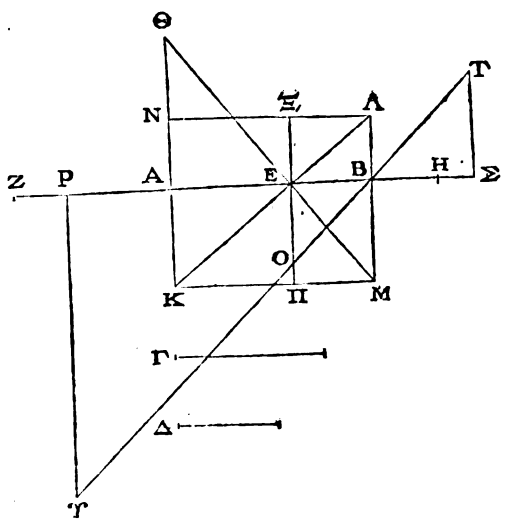
ΘZ [p] πρὸς ZΔ, ἀποδέδεικται ὅτι τὸ μὲν ΓBΔ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ZH· τὸ δὲ ΓAΔ τμῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ ZΘ. Προτεθέντος δὴ αὐτῷ τοῦ τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ὑπιπίδῳ τεμεῖν, ὥς τε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα, κατασκευάσας τὰ εἰρημένα, φησί· λόγος ἄρα δοθεὶς καὶ τοῦ κώνου, [q] οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ZΘ, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μέν ἐστιν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ ZH. [r] Καὶ γὰρ τοῦτο ἀποδέδεικται, οἱ κῶνοι οἱ ὅλη τῇ [s] ἴσων βάσεων ὄντες, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη. Λόγος ἄρα τῆς καὶ ΘZ πρὸς ZH δοθείς. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΘZ πρὸς ZA, ἕτως συναμφότερος ἡ EBZ πρὸς τὴν ZB· διελόντι ὡς ἡ ΘA πρὸς AZ, ἕτως ἡ EB πρὸς ZB. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ὡς ἡ HB πρὸς ZB, ἕτως ἡ αὐτὴ εὐθεῖα πρὸς τὴν ZA. Γέγονεν οὖν πρόβλημα τοιοῦτον. Θέσει οὔσης εὐθείας τῆς AB, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν A, B, καὶ δοθείσης τῆς EB, τεμεῖν τινὶ AB κατὰ τὸ Z, καὶ προσδεῖναι τὰς ΘA, BH· ὥς τε λόγον εἶναι τὸν ΘZ πρὸς ZH δοθέντα· ἔτι τε εἶναι ὡς μὲν τινὶ ΘA πρὸς AZ, οὕτως τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τινὶ ZB· ὡς δὲ τὴν HB πρὸς BZ, οὕτως τὴν αὐτὴν [t] δοθεῖσαν πρὸς ZA. Τοῦτο δὲ ἐξῆς δέδεικται· Ὁ δὲ Ἀρχιμήδης μακρότερον αὐτὸ δείξας, καὶ οὕτως εἰς πρόβλημα ἕτερον [u] ἀπάγει, ὃ οὐκ ἀποδείκνυσιν ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

Θέσει δεδομένης εὐθείας τῆς AB, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν A, B, καὶ λόγου τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, τεμεῖν τὴν AB κατὰ τὸ E, καὶ προσδεῖναι τὰς ZA, HB· ὥς τε εἶναι ὡς τινὶ Γ πρὸς τὴν Δ, ἕτως τὴν ZE πρὸς τὴν EH· ἔτι τε εἶναι ὡς τὴν ZA πρὸς AE, οὕτως δοθεῖσαν τινὰ εὐθεῖαν πρὸς τὴν BE· ὡς δὲ τὴν HB πρὸς BE, ἕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν EA. Γεγονέτω· καὶ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν [w] αἱ ΘAK, ΛBM· καὶ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴση κείσθω ἑκατέρα τῶν AK, BM· [x] καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ KE, ME [y] ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Λ, Θ. Ἐπιζεύχθω ἡ καὶ ἡ KM· καὶ [z] διὰ τοῦ Λ παράλληλος ἤχθω τῇ AB ἡ ΛN· διὰ δὲ τοῦ E τῇ NK ἡ ΞEOΠ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ZA πρὸς AE, οὕτως ἡ MB πρὸς BE· ὑπόκειται γάρ· ὡς δὲ ἡ MB πρὸς BE, οὕτως ἡ ΘA πρὸς AE, διὰ τινὶ ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· ὡς ἄρα ἡ ZA πρὸς AE, οὕτως ἡ ΘA πρὸς AE. Ἴση ἄρα ἡ ZA τῇ ΘA. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ BH τῇ BΛ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘAE πρὸς συναμφότερον τὴν MBE, οὕτως συναμφότερος ἡ KAE πρὸς συναμφότερον τὴν ΛBE· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τοῦ τῆς AE πρὸς EB· [a] τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΛBE, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΘAE ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς KAE, καὶ συναμφοτέρου τῆς MBE. Κείσθω τῇ KA ἴση ἑκατέρα τῶν AP, BΣ. Ἐπεὶ οὖν συναμφότερος μὲν ἡ ΘAE ἴση ἐστὶ τῇ ZE, συναμφότερος δὲ ἡ ΛBE ἴση τῇ EH συναμφοτέρῳ ἡ KAE ἴση τῇ PE, συναμφοτέρῳ ἡ ἡ MBE ἴση τῇ ΣE· καὶ ἐδείχθη τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΘAE, καὶ συναμφοτέρου τῆς

[p] πρὸς ZΔ [q] βάσις ἐστὶ [r] καὶ γὰρ καὶ τοῦτο [s] In MS. ἴσων deeſt [t] δοθεῖσαν εὐθείαν πρὸς ZA [u] ἐπάγει [w] αἱ ΘAZ, [x] In MS. καὶ deeſt. [y] ἐκβληθεῖσαι [z] καὶ διὰ τοῦ Λ [a] τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου ΘΛE, καὶ συναμφοτέρου τῆς ABE ἴσοι ἐστὶ

Digitized by Google

ΛΒΕ, ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆ ΜΒΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον [b] ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Διὰ δὴ τοῦτο ὅταν τὸ Ρ μεταξὺ τῶν Α, Ζ πίπτῃ, τότε τὸ Σ ἐξωτέρω τοῦ Η πεσεῖται, καὶ τὸ ἀνάπαλιν. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ· ὡς δὲ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ· ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ [c] ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Κείσθω τῇ ΒΕ [d] ἴση ἡ ΕΟ· καὶ ὀπτζευχθεῖσα ἡ ΒΟ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα· καὶ ἀπὸ τῶν Σ, Ρ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ ΣΤ, ΡΥ, συμβαλλέτωσαν αὐτῇ κατὰ Τ, Υ. Ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου τοῦ Β, πρὸς θέσει δεδομένην τὴν ΑΒ, ἦκται ἡ ΤΥ, δεδομένην περιέχουσαν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΒΟ ἡμίσειαν ὀρθῆς, δέδοται ἡ ΤΥ τῇ θέσει. Καὶ ἀπὸ δεδομένων τῶν Σ, Ρ θέσει ἠγμέναι [e] αἱ ΣΤ, ΡΥ τέμνουσιν αὐτὴν κατὰ τὰ Τ, Υ· δοθέντα ἄρα ἐστὶ τὰ Τ, Υ. Δοθεῖσα ἄρα ὄζιν ἡ ΤΥ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. Καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν τῶν ΕΟΒ, [f] ΣΤΒ τριγώνων ὁμοιότητά ἐστιν ὡς ἡ ΤΒ πρὸς ΒΟ, οὕτως ἡ [g] ΣΒ πρὸς ΒΕ· καὶ συνθέντι ὄζιν, ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΒ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΡ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΤΟ πρὸς ΟΥ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΤΟ [h] πρὸς ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ· ὡς δὲ ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΕΡ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΡ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΟΥ τοῦ ἀπὸ ΕΡ διπλάσιον· ἐπειδὴ καὶ τὸ ἀπὸ ΟΒ τοῦ ἀπὸ ΒΕ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα τοῦ ὑπὸ ΣΕΡ ἐστὶ διπλάσιον. Τὸ δὲ ὑπὸ ΣΕΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἐδείχθη λόγον ἔχειν ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς [i] τὴν Δ. Τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΞΟ· ἑκατέρα γὰρ τῶν ΕΗ, ΞΟ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΛΒΕ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· καὶ δέδοται ὁ τῆς διπλασίας τῆ Γ πρὸς τὴν Δ λόγος. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ λόγος. Ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς τὴν Δ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς Γ, οὕτως τὴν ΤΥ πρός τινα ἄλλην, ὡς τὴν Φ· καὶ περὶ τὴν ΤΥ γράψωμεν ἔλλειψιν, ὡς τε τὰς καταγομένας ἐν τῇ ὑπὸ ΞΟΒ [k] γωνίᾳ, πεσεῖσθαι ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς, δύναται τὸ ἀπὸ τοῦ Φ ἐλλείποντα



continetur ſub utraque cum KAE, tum MBE; ideo ſpatium, quod ſub ZEH continetur, ſpatio, quod continetur ſub PEΣ, eſt æquale. Propterea quando punctum P inter puncta A, Z cadit, tunc punctum Σ citra H cadet; et viciſſim. Quoniam igitur ut Γ ad Δ, ita ſe habet ZE ad EH; et ut ZE ad EH, ita ſpatium, quod ſub ZEH continetur, ad quadratum, quod ab EH deſcribitur; ideo ut Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ZEH continetur, ad quadratum, quod ab EH deſcribitur. Spatium autem, quod ſub ZEH continetur, ſpatio æquale eſſe demonſtratum eſt, quod continetur ſub PEΣ. Ut igitur Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub PEΣ continetur, ad quadratum, quod ab EH deſcribitur. Ponatur ipſi BE æqualis EO; junctaque BO ab utraque parte producatur, ut ΣT, PΥ ad rectos angulos ductæ in punctis T, Υ cum eadem concurrant. Quoniam igitur per datum punctum B ad datam poſitione AB ducta eſt TΥ, quæ datum angulum EBO, dimidium recti anguli, efficit; ideo TΥ poſitione data eſt. Quæ autem a datis poſitione punctis Σ, P ducuntur; hoc eſt ΣT, PΥ; hæ in punctis T, Υ eamdem ſecant: ideoque puncta T, Υ data ſunt. Data eſt igitur poſitione et magnitudine TΥ. Et quoniam, propter triangulorum EOB, ΣTB ſimilitudinem, ut TB ad BO, ita ſe habet ΣB ad BE; ideo etiam componendo, ut TO ad OB, ita ſe habet ΣE ad EB. Ut autem BO ad OΥ, ita ſe habet BE ad EP. Ut igitur TO ad OΥ, ita, æqua proportione, ſe habet ΣE ad EP. Ut autem TO ad OΥ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub TOΥ continetur, ad quadratum, quod ab OΥ deſcribitur; et ut ΣE ad EP, ita ſpatium, quod continetur ſub ΣEP, ad quadratum, quod deſcribitur ab EP. Ut igitur ſpatium, quod ſub TOΥ continetur, ad quadratum, quod ab OΥ deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub ΣEP, ad quadratum, quod deſcribitur ab EP. Et permutando, ut ſpatium, quod ſub TOΥ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΣEP, ita ſe habet quadratum, quod ab OΥ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab EP. Sed quadratum quod ab OΥ deſcribitur duplum eſt quadrati quod ab EP deſcribitur; quoniam etiam quadratum, quod ab OB deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur a BE, eſt duplum. Duplum eſt igitur etiam ſpatium, quod ſub TOΥ continetur, ſpatii, quod continetur ſub ΣEP. Demonſtratum autem eſt, ſpatium, quod ſub ΣEP continetur, ad quadratum, quod ab EH deſcribitur, eamdem rationem habere, quam Γ ad Δ. Spatium igitur, quod ſub TOΥ continetur, ad quadratum, quod ab EH deſcribitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipſius Γ ad Δ. Quadratum autem, quod ab EH deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a ΞO: utralibet enim EH, ΞO æqualis eſt utrique ſimul ΛBE. Spatium igitur, quod ſub TOΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞO deſcribitur, eamdem habet rationem, quam dupla ipſius Γ ad Δ: data eſt autem ratio duplæ ipſius Γ ad Δ. Data eſt igitur etiam ratio ſpatii, quod ſub TOΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞO deſcribitur. Itaque ſi fiat: ut Δ ad duplam ipſius Γ, ita TΥ ad aliam quamdam, puta Φ: et circa TΥ ellipſis deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur ad angulum ΞOB;

[b] In MS. ἐστὶ deeſt [c] ΖΕΝ [d] ΕΘ [e] αἱ ΣΡ, ΤΥ [f] ΕΤΥ [g] ΕΒ [h] πρὸς ΟΥ Σ, οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ· οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ [i] τὴν Δ· καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ ἔχει ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· τὸ δὲ ἀπὸ ΕΗ ἴσον ἐστὶ [k] γωνία pro γίνεται ex MS.

Digitized by Google

hoc eſt dimidium recti anguli; poſſint ſpatia, quæ cum ſpatio deficiant ei, quod ſub Τ Υ Φ continetur, ſimili, ad Φ applicantur; hæc ellipſis, per reciprocationem primi et vigeſimi theorematis primi libri Conicorum Apollonii Elementorum, per punctum Ξ tranſibit. Deſcribatur, eaque ſit Υ Ξ Τ. Punctum igitur Ξ datam poſitione ellipſin contingit. Et quoniam Λ Κ diagonalis eſt parallelogrammi Ν Μ; æquale eſt ſpatium, quod ſub Ν Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub Α Β Μ. Itaque ſi circa aſymptotos Θ Κ Μ per punctum Β hyperbole deſcribatur, tranſibit per punctum Ξ, eademque data poſitione erit; cum et punctum Β poſitione datum ſit, et utralibet Α Β, Β Μ; ideoque etiam aſymptoti Θ Κ Μ. Deſcribatur, eaque ſit Ξ Β. Punctum igitur Ξ datam poſitione hyperbolen contingit. Contingebat autem et datam poſitione ellipſin. Datum eſt igitur punctum Ξ, et quæ ab ipſo normalis ducitur Ξ Ε. Igitur punctum Ε eſt datum. Et quoniam ut Μ Β ad Β Ε, ita ſe habet Ζ Α ad Α Ε; dataque eſt Α Ε; ideo etiam Α Ζ eſt data. Eadem ratione data eſt et ipſa Η Β.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit, ut in allata figura, data quidem recta, quam ſecare oportet, Α Β; data vero alia, Α Κ; denique data ratio, quæ ipſius Γ ad Δ. Ducatur ipſi Α Β ad rectos angulos Β Μ, quæ rectæ Α Κ æqualis ſit; jungaturque Κ Μ; et ipſi Κ Α æqualis ponatur utraque Α Ρ, et Β Σ; et a punctis Ρ, Σ ducantur ad rectos angulos Ρ Υ, Σ Τ. Conſtituatur autem ad punctum Β angulus Α Β Ο dimidio recti anguli æqualis; productaque Β Ο ab utraque parte ſecet Σ Τ, Ρ Υ in punctis Τ, Υ. Fiat porro, ut Δ ad duplam ipſius Γ, ita Τ Υ ad Φ: et circa Τ Υ ellipſis deſcribatur, ita ut quæ ad axem ducuntur ad angulum dimidio recti anguli æqualem, poſſint ſpatia, quæ cum ſpatio deficiant ei, quod ſub Τ Υ Φ continetur, ſimili, ad Φ applicantur. Deinde deſcribatur circa aſymptotos Α Κ, Κ Μ per punctum Β hyperbole Β Ξ ellipſin in puncto Ξ ſecans: ducaturque a puncto Ξ ad Α Β normalis Ξ Ε, eademque ad Π producta. Ducatur per idem punctum Ξ ipſi Α Β parallela Λ Ξ Ν. Denique producantur Κ Α, Μ Β ad puncta Λ, Θ: jungaturque Κ Ε; eademque producta cum Κ Ν in puncto Θ concurrat. Quoniam igitur Β Ξ hyperbole eſt, ejuſque aſymptoti, Θ Κ, Κ Μ; æquale eſt ſpatium, quod ſub Ν Ξ Π continetur, ſpatio, quod continetur ſub Α Β Μ, per duodecimum theorema libri ſecundi Conicorum Apollonii Elementorum; ideoque Κ Ε Λ eſt recta. Itaque ponantur æquales, ipſi quidem Θ Α, Α Ζ; ipſi vero Λ Β, Β Η. Et quoniam ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habet Φ ad Τ Υ; et ut Φ ad Τ Υ, ita, per theorema primum et vigeſimum libri primi Conicorum Apolloni Elementorum, ſpatium, quod ſub Τ Ο Υ continetur, ad quadratum, quod a Ξ Ο deſcribitur; ideo ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub Τ Ο Υ continetur, ad quadratum, quod a Ξ Ο deſcribitur. Quoniam vero ut Τ Β ad Β Ο, ita ſe habet Σ Β ad Β Ε; etiam componendo, ut Τ Ο ad Ο Β, ita ſe habet Σ Ε ad Ε Β. Ut autem Β Ο ad Ο Υ, ita ſe habet Β Ε ad Ε Ρ. Ut igitur Τ Ο ad Ο Υ, ita etiam, æqua proportione, ſe habet Σ Ε ad Ε Ρ. Propterea ut ſpatium, quod ſub Τ Ο Υ continetur, ad quadratum, quod ab Ο Υ deſcribitur, ita ſe habet ſpatium, quod continetur ſub Σ Ε Ρ, ad quadratum, quod deſcribitur ab Ε Ρ. Et permutando, ut ſpatium, quod ſub Τ Ο Υ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Σ Ε Ρ, ita ſe habet quadratum, quod ab Ο Υ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab Ε Ρ. Duplum eſt autem quadratum, quod ab Ο Υ deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur ab Ε Ρ; cum quadratum etiam, quod a Β Ο deſcribitur, quadrati, quod deſcribitur a Β Ε, duplum ſit. Æqualis eſt enim Β Ε ipſi Ε Ο; quippe uterque angulus, qui ad puncta Β, Ο eſt, dimidius eſt anguli recti. Duplum eſt

ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ Τ Υ Φ, ἥξει διὰ τοῦ Ξ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ πρώτου καὶ εἰκοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλονίου κωνικῶν στοιχείων. Γεγράφθω, καὶ ἔστω [l] ὡς ἡ Υ Ξ Τ. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται δεδομένης ἐλλείψεως. Καὶ ἐπεὶ διαγώνιός ἐστιν ἡ Λ Κ τοῦ Ν Μ παραλληλογράμμου, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ Ν Ξ Π τῷ ὑπὸ Α Β Μ. Ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ Β τοῖς ἀσυμπτώτοις τὰς Θ Κ Μ γράψωμεν ὑπερβολήν, ἥξει διὰ τοῦ Ξ, καὶ ἔσται δεδομένη, διὰ τὸ καὶ τὸ Β σημεῖον τῇ θέσει δεδόσθαι, καὶ ἑκατέραν τῶν Α Β, Β Μ, καὶ διὰ τοῦτο τὰς Θ Κ Μ ἀσυμπτώτους. Γεγράφθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ Ξ Β. Τὸ ἄρα Ξ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς. Ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης ἐλλείψεως. Δέδοται ἄρα τὸ Ξ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ Ξ Ε. Δέδοται ἄρα τὸ Ε. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Μ Β [m] πρὸς Β Ε, οὕτως ἡ Ζ Α πρὸς Α Ε, καὶ δέδοται ἡ Α Ε· δέδοται ἄρα καὶ ἡ Α Ζ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δέδοται καὶ ἡ Η Β.

Σωτεθήσεται δὲ οὕτως. Ὡς γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἔστω [n] ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, ᾗ δεῖ [o] τεμεῖν, ἡ Α Β· ἡ δὲ δοθεῖσα ἑτέρα ἡ Α Κ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Ἤχθω τῇ Α Β πρὸς ὀρθὰς ἡ Β Μ ἴση οὖσα τῇ Α Κ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Κ Μ, καὶ τῇ μὲν Κ Α ἴση κείσθω ἑκατέρα τῶν Α Ρ, καὶ ἡ Β Σ· ἀπὸ τῶν Ρ, Σ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ Ρ Υ, Σ Τ. Καὶ πρὸς τῷ Β σημείῳ συνεστάτω ἡμίσεια ὀρθῆς ἡ ὑπὸ Α Β Ο, καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ Β Ο ἑφ' ἑκάτερα τεμνέτω τὰς Σ Τ, Ρ Υ κατὰ τὰ Τ, Υ. Καὶ γεγονέτω ὡς ἡ Δ πρὸς τὸ δὶς πλασίαν τῆς Γ, οὕτως ἡ Τ Υ πρὸς τὴν Φ· καὶ περὶ τὸ Τ Υ γεγράφθω ἔλλειψις, ὥστε τὰς καταγομένας ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παρακείμενα [p] παρὰ τὴν Φ, ἐλλείποντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ Τ Υ Φ. Διὰ δὴ τοῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς [q] Α Κ, Κ Μ, γεγράφθω ὑπερβολὴ ἡ Β Ξ, τέμνουσα τὸ ἔλλειψιν κατὰ τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὸ Α Β κάθετος ἤχθω ἡ Ξ Ε, καὶ [r] ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὲ τοῦ Ξ τῇ Α Β παράλληλος ἤχθω ἡ Λ Ξ Ν. Καὶ ἐκβεβλήσθωσαν [s] αἱ Κ Α, Μ Β ἐπὶ τὰ Λ, Θ· καὶ ἡ Μ Ε ἐπεζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ Κ Ν κατὰ τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ Β Ξ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ Θ Κ, Κ Μ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ Ν Ξ Π τῷ ὑπὸ Α Β Μ, διὰ τὸ ιβ' θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· καὶ διὰ τοῦτο εὐθεῖα ἐστὶν ἡ Κ Ε Λ. Κείσθω οὖν τῇ μὲν Θ Α ἴση ἡ Α Ζ, τῇ δὲ Λ Β ἴση ἡ Β Η. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως ἡ Φ πρὸς τὴν Τ Υ· ὡς δὲ ἡ Φ πρὸς τὴν Τ Υ, οὕτως τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ξ Ο, διὰ τὸ κα' θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν Στοιχείων· ὡς ἄρα ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ξ Ο. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Τ Β πρὸς Β Ο, οὕτως ἡ Σ Β πρὸς Β Ε· καὶ συνθέντι ὡς ἡ Τ Ο πρὸς Ο Β, οὕτως ἡ Σ Ε πρὸς Ε Β. Ἀλλ' ὡς ἡ Β Ο πρὸς Ο Υ, οὕτως ἡ Β Ε πρὸς Ε Ρ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ Τ Ο πρὸς Ο Υ, οὕτως ἡ Σ Ε πρὸς Ε Ρ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ο Υ, οὕτως τὸ ὑπὸ Σ Ε Ρ πρὸς τὸ ἀπὸ Ε Ρ. Ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ πρὸς τὸ ὑπὸ Σ Ε Ρ, οὕτως τὸ ἀπὸ Ο Υ πρὸς τὸ ἀπὸ Ε Ρ. Ἀλλὰ τὸ ἀπὸ Ο Υ τοῦ [t] ἀπὸ Ε Ρ διπλάσιον, διὰ τὸ καὶ τὸ ἀπὸ Β Ο τοῦ ἀπὸ Β Ε. Ἴση γὰρ ἐστὶν ἡ Β Ε τῇ Ε Ο, ἡμισείας [u] ὀρθῆς οὔσης ἑκατέρας τῶν πρὸς τοῖς Β, Ο. Καὶ τὸ ὑπὸ Τ Ο Υ ἄρα διπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ

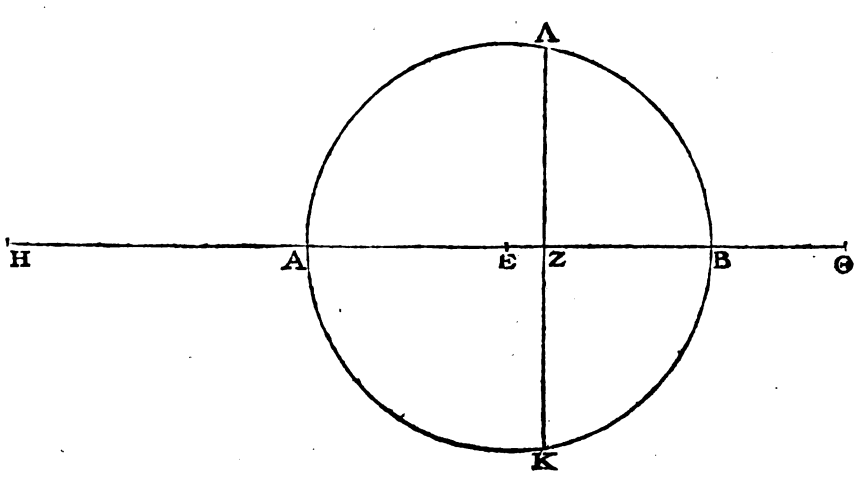
[l] ὡς ἡ Γ Ξ Τ [m] πρὸς Α Ε [n] In MS. ἡ deeſt. [o] τεμεῖν Δ Β [p] παρὰ pro περὶ ex MS. [q] Α Β, [r] ἐκβε-βλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ. Καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν Α Β κάθετος ἤχθω ἡ Λ Ξ Ν [s] αἱ Κ Μ, Μ Β [t] ἀπὸ Ο Ρ [u] ὀρθῆς· ἴσης

ΣΕΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΤΟΥ πρὸς τὸ ἀπὸ [w]ΞΟ, καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ· ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΟ, [x]καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· ἴση γὰρ ἡ ΞΟ τῇ ΕΗ, διὰ τὸ ἑκατέραν αὐτῶν ἴσην εἶναι συναμφοτέρῳ τῇ ΛΒΕ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΜΒΕ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΛΒΕ· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΛΒΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΚΑΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΜΒΕ. Ἀλλὰ συναμφοτέρῳ μὲν τῇ ΘΑΕ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΛΒΕ, ἴση ἡ ΕΗ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΚΑΕ, ἴση ἡ ΡΕ· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ ΜΒΕ, ἴση ἡ ΕΣ. Τὸ ἄρα ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἀλλ' ὡς [y]ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως [z]τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ. Ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, ἴση δὲ ἡ ΘΑ τῇ ΖΑ· ὡς ἄρα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Εὐθείας ἄρα δοθείσης τῆς ΑΒ, καὶ ἑτέρας τῆς ΑΚ, καὶ λόγου τοῦ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· εἴληπται δή τις τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ προσπεπτώκασιν εὐθεῖαι ΖΑ, ΗΒ, καὶ γέγονε ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΗ. Ἔτι τέ ἐστιν ὡς ἡ δοθεῖσα ἡ ΜΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ΑΕ· ὡς δὲ αὐτὴ ἡ δοθεῖσα ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΕ. Ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

igitur etiam ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ſpatii, quod continetur ſub ΣΕΡ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, ut dupla ipſius Γ ad Δ, ita ſe habere ſpatium, quod ſub ΤΟΥ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ deſcribitur; ideo, ſumptis præcedentium dimidiis, ut Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod a ΞΟ, id eſt ab ΕΗ, deſcribitur: æqualis eſt enim ΞΟ ipſi ΕΗ; quippe harum utraque utrique ſimul ΛΒΕ eſt æqualis. Quoniam igitur ut utraque ΘΑΕ ad utramque ΜΒΕ, ita ſe habet utraque ΚΑΕ ad utramque ΛΒΕ; utraque enim ratio eadem eſt quæ ipſius ΑΕ ad ΕΒ; ideo ſpatium, quod ſub utraque ſimul cum ΘΑΕ, tum ΛΒΕ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub utraque ſimul cum ΚΑΕ, tum ΜΒΕ. Æqualis eſt autem utrique ΘΑΕ, ΖΕ; et utrique ΛΒΕ, ΕΗ; et utrique ΚΑΕ, ΡΕ; et utrique ΜΒΕ, ΕΣ. Spatium igitur, quod ſub ΖΕΗ continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΡΕΣ. Ut autem Γ ad Δ, ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΡΕΣ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ut igitur Γ ad Δ, ita etiam ſe habet ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur. Ut autem ſpatium, quod ſub ΖΕΗ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΗ deſcribitur, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ. Ut igitur Γ ad Δ, ita ſe habet ΖΕ ad ΕΗ. Et quoniam ut ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΘΑ ad ΑΕ, æqualiſque eſt ΘΑ ipſi ΖΑ; ideo ut ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habet ΖΑ ad ΑΕ. Eadem ratione ut ΚΑ ad ΑΕ, ita etiam ſe habet ΗΒ ad ΒΕ. Itaque data recta ΑΒ; et alia item ΑΚ; et ratione ipſius Γ ad Δ; ſumptum eſt in ΑΒ punctum quoddam Ε, eidemque ΑΒ rectæ ΖΑ, ΗΒ ita appoſitæ, ut ΖΕ et ΕΗ datam inter ſe invicem rationem habeant. Amplius vero quemadmodum data recta ΜΒ ad ΒΕ, ita ſe habeat ΖΑ ad ΑΕ; et quemadmodum data eadem recta ΚΑ ad ΑΕ, ita ΗΒ ad ΒΕ. Quod oportebat facere.

Τούτων δεδειγμένων, δυνατόν ἐστι τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν ὥστε. Ἔστω γὰρ ἡ δοθεῖσα σφαίρας διάμετρος ἡ ΑΒ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν δεῖ ἔχειν τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα, ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ· κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἔστω τὸ Ε. Καὶ εἰλήφθω [a]ἐπὶ τῆς ΑΒ σημεῖον τὸ Ζ, καὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΘΒ· ὥς τε εἶναι ὡς τὴν Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὴν ΗΖ πρὸς τὴν ΖΘ· ἔπι τε εἶναι, ὡς μὲν τὴν ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως δοθεῖσαν τὴν ΕΒ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ τὴν ΘΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν τὴν ΕΑ πρὸς ΑΖ. Τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ποιῆσαι προδέδεικται. Καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΚΖΛ· καὶ διὰ τῆς ΚΛ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΒ τεμνέτω τὴν σφαῖραν. Λέγω ὅτι τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΖ, οὕτως ἡ ΕΒ πρὸς ΒΖ· καὶ συνθέντι, ὡς ἄρα ἡ ΗΖ πρὸς ΖΑ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ, ὕψος δὲ τὴν ΖΗ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτήν,

Hiſce demonſtratis, fieri poteſt ut data ſphæra pro data ratione ſecetur, hoc pacto. Sit datæ quidem ſphæræ diameter ΑΒ; data autem ratio quam ſphæræ ſegmenta inter ſe invicem habere debent, eadem, quæ ipſius Γ ad Δ; denique ſphæræ centrum punctum Ε. Sumatur autem in ΑΒ punctum Ζ, apponanturque eidem ΑΒ rectæ ΗΑ, ΘΒ; ita ut quemadmodum Γ ad Δ, ita ſe habeat ΗΖ ad ΖΘ: amplius vero quemadmodum ΗΑ ad ΑΖ, ita ſe habeat data recta ΕΒ ad ΒΖ; et quemadmodum ΘΒ ad ΒΖ, ita data eadem recta ΕΑ ad ΑΖ. Hoc enim fieri poſſe ſupra demonſtratum eſt. Ducatur porro per punctum Ζ ipſi ΑΒ ad rectos angulos ΚΖΛ; planumque, quod rectum ad ΑΒ per ΚΛ agitur, ſphæram ſecet. Dico ſphæræ ſegmenta eamdem inter ſe invicem rationem habere, quam Γ ad Δ. Quoniam enim ut ΗΑ ad ΑΖ, ita ſe habet ΕΒ ad ΒΖ; etiam componendo, ut ΗΖ ad ΖΑ, ita ſe habet utraque ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ. Igitur conus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et altitudinem ΖΗ, æqualis eſt ſphæræ ſegmento eamdem baſim habenti, et

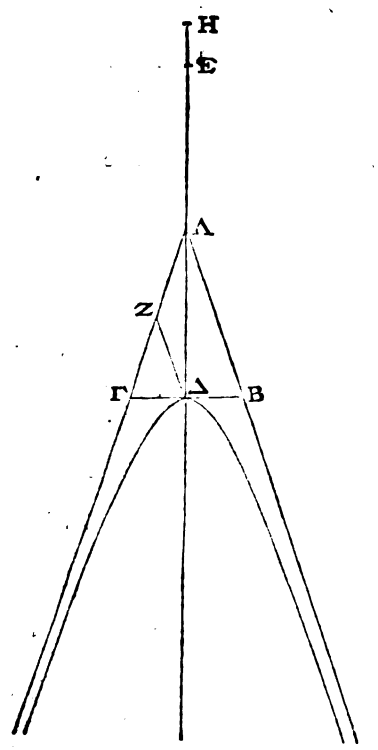


[w] ΞΘ [x] ἀπὸ ΞΟ τῆς ΕΗ. Διὰ τὸ [y] ἡ Γ πρὸς τὴν Δ [z] τὸ ἀπὸ [a] ἐπὶ τὴν

Digitized by Google

altitudinem Z A. Rurſus quoniam ut Θ B ad B Z, ita ſe habet E A ad A Z; etiam componendo, ut Θ Z ad B Z, ita ſe habet utraque ſimul E A, A Z ad A Z. Igitur conus baſim habens circulum, qui circa diametrum K Λ deſcribitur, et altitudinem Z Θ, æqualis eſt ſphæræ ſegmento eamdem baſim habenti, et altitudinem B Z. Quoniam igitur coni, quos diximus, ſuper eadem baſe conſtituti ſe habent invicem ut altitudines; nimirum ut Θ Z ad Z H, id eſt Γ ad Δ; ideo ſphæræ ſegmenta datam inter ſe invicem rationem habent. Quod oportebat facere.

Quo autem pacto oporteat per datum punctum circa datas aſymptotos hyperbolen deſcribere, demonſtrabimus; quandoquidem hoc in Conicis Elementis non traditur. Duæ ſint rectæ Γ A, A B, quæ angulum quemvis, qui ad punctum A eſt, comprehendant; et detur punctum aliquod Δ: proponatur autem per punctum Δ circa aſymptotos Γ A, A B deſcribenda hyperbole. Jungatur A Δ, eaque producatur ad punctum E: et ponatur A E ipſi Δ A æqualis. Ducatur autem per punctum Δ ipſi A B parallela Δ Z; ponaturque ipſi A Z æqualis Z Γ; et juncta Γ Δ producatur ad punctum B; et quadrato, quod a Γ B deſcribitur, æquale fiat ſpatium, quod ſub Δ E H continetur. Tum denique deſcribatur per punctum Δ circa A Δ productam hyperbole; ita ut quæ ad ipſam A Δ ducuntur, poſſint ſpatia, quæ cum ſpecie excedant ei, quæ ſub Δ E H continetur, ſimili ad E H applicantur. Dico rectas Γ A, A B deſcriptæ hyperboles aſymptotos eſſe. Quoniam enim parallela eſt Δ Z ipſi B A, et Γ Z æqualis ipſi Z A; etiam Γ Δ ipſi Δ B eſt æqualis. Quod igitur quadratum a Γ B deſcribitur id quadruplum eſt quadrati, quod deſcribitur a Γ Δ. Æquale autem eſt quadratum, quod a Γ B deſcribitur, ſpeciei, quæ ſub Δ E H continetur. Utrumque igitur quadratorum, quæ a Γ Δ, Δ B deſcribuntur, quarta pars eſt ſpeciei, quæ continetur ſub Δ E H. Igitur rectæ Γ A, A B, per primum theorema ſecundi libri Conicorum Apollonii Elementorum, hyperboles aſymptoti ſunt.



IN QUINTI THEOREMATIS COMPOSITIONEM.

Porro autem in compoſitione cum ſphæræ diametrum Δ B produxiſſet, poſuiſſetque Z B dimidiæ ipſius diametri æqualem, eaque ſecta pro data ratione in puncto Θ, ſumpſiſſet in Δ B punctum ejuſmodi X, ut quemadmodum X Z ad Θ Z, ita ſe haberet quadratum, quod a Δ B deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Δ X; iiſdem, quæ prius, conſtructis, ait: ut utraque ſimul K Δ X ad Δ X, ita fiat P X ad X B; ponitque punctum P inter puncta Θ, Z. Hoc autem ita ſe habere demonſtrandum eſt. Quoniam enim ut utraque ſimul K Δ X ad Δ X, ita ſe habet P X ad X B; dividendo, ut K Δ ad Δ X, ita ſe habet P B ad X B: et permutando, ut K B ad P B, ita Δ Γ ad B X. Major eſt autem Δ X quam X B. Major eſt igitur etiam K B, hoc eſt Z B, quam B P. Quare punctum P citra punctum Z cadet. At vero idem quoque cadere ultra punctum Θ, demonſtrabitur appoſite ad ea, quæ in analyſi ſunt, tota theorematis compoſitione abſoluta. Illud enim colligitur, ut P X ad X Λ, ita ſe habere Θ B ad Z Θ: idque etiam componendo. Atque hinc conveniens cum iis, quæ ſupra dicta ſunt, demonſtratio petenda eſt.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ε'.

Ἐν δὲ τῇ συνθέσει προσεκβάλλων τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας τὴν Δ Β, καὶ ἀποδέμενος τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ἴσην τῇ Ζ Β, καὶ τεμῶν αὐτὴν εἰς τὸν δοθέντα λόγον κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπὶ τῆς Δ Β λαβὼν τὸ Χ οὕτως, ὡς τε εἶναι ὡς τὴν Χ Ζ πρὸς Θ Ζ, οὕτως τὸ ὑπὸ Β Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ, τὰ αὐτὰ κατασκευάζων τοῖς πρότερόν φησι, ὅτι γινέσθω ὡς συναμφότερος ἡ Κ Δ Χ πρὸς Δ Χ, οὕτως ἡ Ρ Χ πρὸς Χ Β· καὶ τίθησι τὸ Ρ μεταξὺ τῶν Θ, Ζ. Ὅτι δὲ τοῦτο οὕτως ἔχει δεικτέον. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ Κ Δ Χ πρὸς Δ Χ, [c] οὕτως ἡ Ρ Χ πρὸς Χ Β· διελόντι ὡς ἡ [f] Κ Δ πρὸς Δ Χ, ἡ Ρ Β πρὸς Χ Β. Ἐναλλὰξ [g] ὡς ἡ Κ Β πρὸς Ρ Β, ἡ Δ Χ πρὸς Β Χ. Μείζων δὲ ἡ Δ Χ τῆς Χ Β· μείζων ἄρα καὶ ἡ Κ Β τῆς Β Ρ, τουτέστιν ἡ Ζ Β τῆς Β Ρ· ὡς τε τὸ Ρ ἐντὸς τοῦ Ζ πεσεῖται. Ὅτι δὲ καὶ ἐκτὸς τοῦ [h] Θ· δειχθήσεται ὁμοίως τοῖς ἐν τῇ ἀναλύσει προειλθούσης πάσης τῆς συνθέσεως τοῦ θεωρήματος. Συνάγεται γὰρ ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Ρ Χ πρὸς Χ Λ, ἡ Θ Β πρὸς Ζ Θ, ὥς τε καὶ συνθέντι. Καὶ διὰ τοῦτο γὰρ ἀκόλουθος τοῖς ἄνω εἰρημένοις καὶ ἐνταῦθα ἡ δεῖξις.

[b] πρὸς Θ Ζ [c] ἴση ἡ Α Δ [d] παρὰ pro περὶ ex MS. [e] In MS. ὥστε deeſt [f] Κ Α [g] ὡς ἡ Κ Α Β [h] Β

Καὶ δ' ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ. Τεταραγμένῳ ἀναλογίαν ἐν τοῖς Στοιχείοις ἐμάθομεν τριῶν [1] ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, ὅταν ᾖ ὡς μὲν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· ὡς δὲ ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι ἐν τοῖς πρώτοις, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον. Κἀνταῦθα ἓν δέδεικται, ὡς μὲν ἡγούμενον ἡ ΡΛ πρὸς ἑπόμενον τὴν ΛΔ, οὕτως ἡγούμενον ἡ ΧΖ πρὸς ἑπόμενον τὴν ΖΘ· ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ ΔΛ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΔΧ, οὕτως ἄλλο τι ἡ ΒΖ πρὸς ἡγούμενον τὴν ΧΖ. Ἐπεται ἄρα καὶ δι' ἴσου, ὡς δέδεικται ἐν τῷ πέμπτῳ τῶν Στοιχείων, ὡς ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ.

Et æqua, eademque perturbata proportione. Perturbatam proportionem in Elementis eam esse didicimus, in qua tres cum sint magnitudines, et aliæ ipsis multitudine æquales; ut præcedens ad sequentem in primis magnitudinibus, ita se habet præcedens ad sequentem in magnitudinibus secundis; et ut in primis sequens ad aliam quamdam magnitudinem, ita in secundis alia quædam magnitudo se habet ad præcedentem. Itaque hic quoque demonstratum est, ut præcedens ΡΛ ad sequentem ΛΔ, ita se habere præcedentem ΧΖ ad sequentem ΖΘ; et ut sequens ΔΛ ad aliam quamdam ΔΧ, ita se habere aliam quamdam ΒΖ ad præcedentem ΧΖ. Ex quo sequitur, ut in quinto Elementorum libro demonstratum est, ut ΡΛ ad ΛΧ, ita se habere ΒΖ ad ΖΘ.

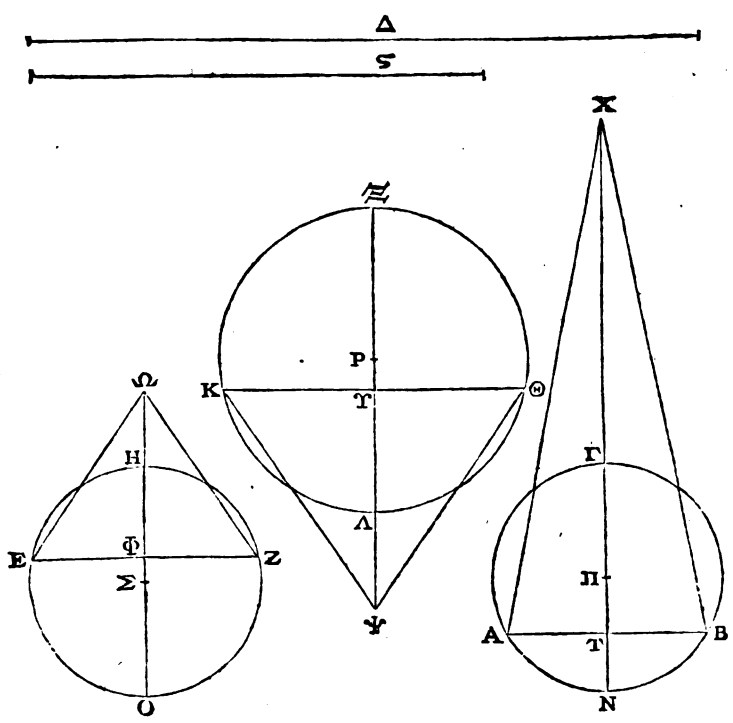
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ς'.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ. Καὶ ἔστω [2] μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον· τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. Δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔστι τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖΗ ὅμοιον.

Εὑρήσθω· καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ· καὶ ἔστω αὐτοῦ μὲν βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον. Ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαίραις [k] οἱ ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ, διάμετροι δὲ αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσιν τῶν τμημάτων αἱ ΓΝ, ΛΞ, ΗΟ· καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ. Καὶ πεποιήσθω ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς [l] ΝΤ, ἕτως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, ἕτως [l] ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ· καὶ γεγράφθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μέν εἰσιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ Χ, Ψ, Ω σημεῖα. Ἔστι δὲ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚΛ· ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ. Τοῦτο γὰρ δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΛ τμήματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν. Ἔστιν ἄρα ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον [m] ΑΒ πρὸς [m] κύκλον

Fiat porro, ut utraque quidem simul ΠΝ, ΝΤ ad ΝΤ, ita ΧΤ ad ΤΓ; ut utraque vero simul ΡΞ, ΞΥ ad ΞΥ, ita ΨΥ ad ΥΛ; denique ut utraque simul ΣΟ, ΟΦ, ad ΟΦ, ita ΩΦ ad ΦΗ: atque intelligantur coni, quorum bases sint circuli, qui circa diametros ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ describuntur, et vertices puncta Χ, Ψ, Ω. Æqualis autem est conus quidem ΑΒΧ sphæræ segmento ΑΒΓ; conus vero ΨΘΚ sphæræ segmento ΘΚΛ; conus denique ΕΩΖ sphæræ segmento ΕΗΖ. Hoc enim demonstratum est. Et quoniam æquale est sphæræ segmentum ΑΒΓ segmento ΘΚΛ, æqualis est etiam conus ΑΧΒ cono ΨΘΚ. Æqualium autem conorum bases et altitudines reciprocantur. Ut igitur circulus, qui circa diametrum



[1] ὄντων τῶν μεγέθων [k] οἱ ΑΓ, ΒΓ, ΘΞ, ΚΛ, ΕΟ, ΖΗ [l] ἑ ΟΦ

AB describitur, ad circulum, qui describitur circa diametrum ΘK, ita se habet ΨΥ ad XT. Ut autem circulus ad circulum, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK. Ut igitur quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΨΥ ad XT. Et quoniam simile est segmentum EZH segmento ΘKΛ, similis est etiam conus EZΩ cono ΨΘK. Hoc enim demonstrabitur. Ut igitur ΩΦ ad EZ, ita se habet ΨΥ ad ΘK. Data est autem ratio ipsius ΩΦ ad EZ. Data est igitur etiam ratio ipsius ΨΥ ad ΘK. Eadem sit ratio ipsius XT ad Δ. Data est autem XT. Data est igitur etiam Δ. Et quoniam ut ΨΥ ad XT, hoc est quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΘK ad Δ; ponatur quadrato, quod describitur a ΘK æquale spatium, quod continetur sub AB, ς. Igitur ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet AB ad ς. Ut autem quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita demonstratum est se habere ΘK ad Δ. Igitur etiam permutando, ut AB ad ΘK, ita se habet ς ad Δ. Ut autem AB ad ΘK, ita se habet ΘK ad ς; eo quod quadrato, quod describitur a ΘK, æquale est spatium, quod continetur sub AB, ς. Ut igitur AB ad ΘK, ita se habet ΘK ad ς, et ς ad Δ. Duæ sunt igitur inter datas duas AB, Δ mediæ proportione continua proportionales ΘK, ς.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint sphæræ segmenta, alterum quidem, cui æquale aliud constituere oportet, ABΓ, alterum vero, cui simile, EZH: et sint maximi sphærarum circuli ABΓN, HEOZ; ipsorumque diametri ΓN, HO; et centra, Π, Σ: et fiat, ut utraque quidem simul ΠN, NT ad NT, ita XT ad TΓ; ut utraque vero simul ΣO, OΦ ad OΦ, ita ΩΦ ad ΦH. Æqualis est igitur conus quidem XAB segmento sphæræ ABΓ; conus vero ZΩE, segmento sphæræ EHZ. Fiat, ut ΩΦ ad EZ, ita XT ad Δ: atque inter datas duas rectas AB, Δ duæ sumantur mediæ proportione continua proportionales ΘK, ς; ita ut quemadmodum AB ad ΘK, ita se habeat ΘK ad ς, et ς ad Δ: et super ΘK constituatur segmentum circuli ΘKΛ segmento circuli EZH simile; et compleatur circulus, ejusque diameter sit ΛΞ. Intelligatur porro sphæra, cujus sit maximus circulus ΛΘΞK, et centrum P: planumque per ΘK producatur ad ΛΞ rectum. Ac segmentum quidem sphæræ, quod ad puncti Λ partes constituitur, simile est sphæræ segmento EZH; quoniam circulorum etiam segmenta similia sunt. Dico autem æquale etiam esse sphæræ segmento ABΓ. Fiat, ut utraque simul PΞ, ΞΥ ad ΞΥ, ita ΨΥ ad ΥΛ. Æqualis est igitur conus ΨΘK sphæræ segmento

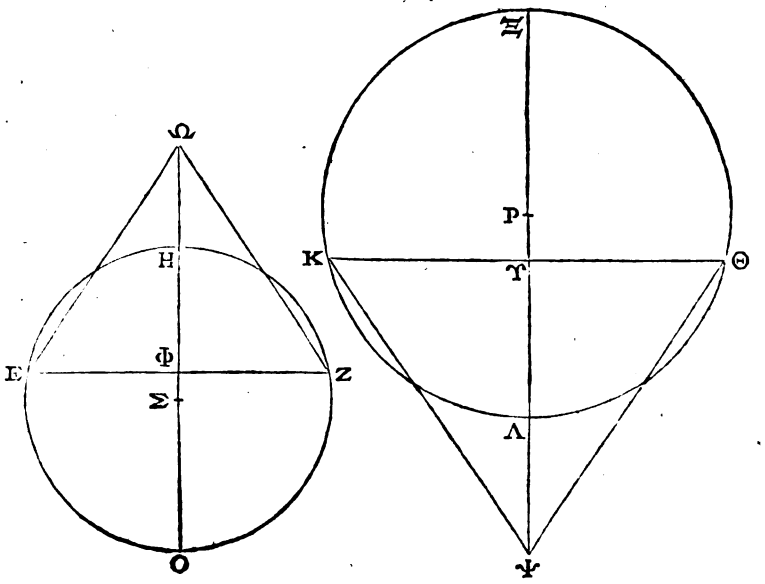
ἡ ΨΥ πρὸς Υ Λ. Ἴσος [x] ἄρα Ψ Θ Κ κῶνος, τῷ ΘΚΛ τμήματι τ᾽ σφαίρας. Καὶ ἐπειδὴ ὅμοιός ἐστιν ὁ ΨΘΚ κώνος τῷ ΖΩΕ κώνῳ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τετάσιν ἡ ΧΤ πρὸς Δ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. Καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἀνάπαλιν. Ὡς ἄρα ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Καὶ ἐπειδὴ ἀναλόγον εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ϛ, Δ, ἔστιν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. Ὡς δὲ ἡ ΘΚ πρὸς Δ, ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, τετάσιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τ᾽ ΘΚ κύκλον ἕτως ἡ ΨΥ πρὸς τ᾽ ΧΤ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΑΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Ὡς τε δὴ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΚΛ τμήματι τ᾽ σφαίρας. Τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ ΑΒΓ ἴσον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ ΕΖΗ, τὸ αὐτὸ συνέσταται τὸ ΘΚΛ.

mento ΘΚΛ. Et quoniam ſimilis eſt conus ΨΘΚ cono ΖΩΕ; ut ΩΦ ad ΕΖ, hoc eſt ΧΤ ad Δ, ita ſe habet ΨΥ ad ΘΚ. Et permutando, invertendoque. Ut igitur ΨΥ ad ΧΤ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Et quoniam rectæ ΑΒ, ΚΘ, ϛ, Δ proportionales invicem ſunt, ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΚ, ita ſe habet ΘΚ ad Δ. Ut autem ΘΚ ad Δ, ita ſe habet ΨΥ ad ΧΤ. Igitur etiam ut quadratum, quod ab ΑΒ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΘ; hoc eſt circulus, qui circa diametrum ΑΒ eſt, ad circulum, qui eſt circa diametrum ΘΚ; ita ſe habet ΨΥ ad ΧΤ. Æqualis eſt igitur conus ΧΑΒ cono ΨΘΚ. Quare etiam ſegmentum ſphæræ ΑΒΓ æquale eſt ſphæræ ſegmento ΘΚΛ. Dato igitur ſegmento ΑΒΓ æquale, idemque dato alii ΕΖΗ ſimile ſegmentum ΘΚΛ conſtitutum eſt.

EUTOCIUS.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΖΗ τμῆμα τῷ ΘΚΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΕΖΩ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. Νενοήσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ καταγραφαὶ, καὶ ἐπεζευγμέναι αἱ ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ΕΖΗ, ΘΚΛ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΕΗΖ, ΘΛΚ γωνίαι, ὥς τε καὶ αἱ ἡμίσειαι αὐτῶν. Καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Φ, Υ. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἴση ἐστὶν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΗΦΖ τρίγωνον τῷ ΛΥΚ· καί ἐστιν ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, οὕτως ἡ ΛΥ πρὸς ΥΚ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσογωνίων ὄντων τῶν ΦΖΟ, ΥΚΞ τριγώνων, ἔστιν ὡς ἡ ΖΦ [y] πρὸς ΦΟ, ἡ ΚΥ πρὸς ΥΞ. Διὶ ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΟ, ἡ ΛΥ πρὸς ΥΞ. Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΗΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΛΞ πρὸς ΞΥ· καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ, ὡς ἡ ΣΟ πρὸς ΟΦ, ἡ ΡΞ πρὸς ΞΥ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΦΟ, τετάσιν ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, τετάσιν ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΗΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΛΥ πρὸς ΥΚ. Καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΦΖ, ἡ ΨΥ πρὸς ΥΚ· καὶ τῶν ἑπομένων τὰ διπλάσια, ὡς ἄρα ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. Τῶν ἄρα ΩΕΖ, ΨΘΚ κώνων ἀνάλογόν εἰσιν οἱ ἄξονες καὶ διάμετροι τῶν βάσεων. Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Et quoniam ſimile eſt ſegmentum ΕΖΗ ſegmento ΘΚΛ, ſimilis etiam eſt conus ΕΖΩ cono ΨΘΚ. Intelligantur enim figuræ poſitæ ſeorſum eſſe; junctæque ΕΗ, ΗΖ, ΕΟ, ΟΖ, ΘΛ, ΛΚ, ΘΞ, ΞΚ. Quoniam igitur ſegmenta ΕΖΗ, ΘΚΛ ſunt ſimilia, anguli ΕΗΖ, ΘΛΚ, horumque item dimidii æquales invicem ſunt. Qui autem anguli ad puncta ſunt Φ, et Υ, hi ſunt recti. Igitur et reliquus angulus reliquo angulo eſt æqualis. Hinc æquiangula ſunt triangula ΗΦΖ, ΛΥΚ: atque ut ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΚ. Eadem ratione æquiangula cum ſint triangula ΦΖΟ, ΥΚΞ; ut ΖΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΚΥ ad ΥΞ. Igitur, æqua proportione, ut ΗΦ ad ΦΟ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΞ. Et componendo, ut ΗΟ ad ΟΦ, ita ΛΞ ad ΞΥ: et, ſumptis præcedentium dimidiis, ut ΣΟ ad ΟΦ, ita ΡΞ ad ΞΥ. Denique componendo, ut utraque ſimul ΣΟ, ΟΦ ad ΦΟ, hoc eſt ΩΦ ad ΦΗ, ita utraque ſimul ΡΞ, ΞΥ ad ΞΥ, hoc eſt ΨΥ ad ΥΛ. Ut autem ΗΦ ad ΦΖ, ita ſe habet ΛΥ ad ΥΚ. Ut igitur ΩΦ ad ΦΖ, ita etiam æqua proportione ſe habet ΨΥ ad ΥΚ: et, ſumptis ſequentium duplis, ut ΩΦ ad ΕΖ, ita ΨΥ ad ΘΚ. Conorum igitur ΩΕΖ et ΨΘΚ axes, et baſium diametri reciprocantur. Propterea coni ſimiles ſunt: quod oportebat demonſtrare.



Λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων· ὥς τε δέδοται ἡ ΕΖ καὶ ἡ ΗΦ. Καὶ ἡ ἡμίσεια ἄρα τῆς ΕΖ ἡ ΕΦ δοθήσεται· ὥς τε καὶ τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς· καί ἐστιν ἴσον τῷ ὑπὸ ΗΦΟ. Ἐὰν δὲ δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ πλάτος

Data eſt autem ratio ipſius ΩΦ ad ΕΖ. Quoniam enim ſphærarum ſegmenta data ſunt, ipſæ quoque baſium diametri, et ſegmentorum altitudines ſunt datæ: quocirca data eſt cum ΕΖ, tum ΗΦ. Ideoque data etiam erit ΕΦ dimidia ipſius ΕΖ, quadratumque, quod ab eadem deſcribitur; quod quidem æquale eſt ſpatio, quod ſub ΗΦΟ continetur. At vero ſi datum ſpatium

[x] ἄρα ἀ ΨΘΚ [y] In MS. πρὸς ΦΟ deſunt.

Digitized by Google

ad datam rectam applicetur, datam latitudinem facit. Igitur ΦO data est. Data est autem et ΦH. Data est igitur tota sphæræ diameter: et propterea ipsius quoque dimidia ΣO. Data est autem et OΦ. Data est igitur ratio ipsius ΣO ad OΦ; et componendo, ratio utriusque simul ΣO, OΦ ad OΦ; hoc est ipsius ΩΦ ad ΦH. Data est autem ΦH. Data est igitur ΩΦ. Data est autem et EZ. Data est igitur ratio ipsius ΩΦ ad EZ. Eadem hæc dicta fuerint etiam de segmento ABΓ; ex quibus colligetur rationem ipsius XT ad AB datam esse. Cum autem data sit AB, data etiam est ipsa XT.

At vero si segmenta data sint, ipsorum quoque altitudines datas esse manifestum est. Ut autem ex Datorum Elementis hoc ipsum colligi videatur, ita demonstrabitur. Quoniam segmenta data sunt positione, et magnitudine; data est cum EZ, tum angulus qui in segmento constituitur, ideoque ipsius etiam dimidius. Quocirca si intelligatur juncta esse EH, cum datus sit rectus angulus, qui ad punctum Φ est, datus etiam erit angulus, qui relinquitur. Hinc datum erit specie triangulum EHΦ: ideoque etiam ratio ipsius EΦ ad ΦH. Data est autem EΦ, utpote quæ ipsius EZ est dimidia. Data est igitur etiam ΦH. Licet autem alia quoque argumentatione uti. Quoniam data est positione recta EZ, ductaque fuit a dato puncto Φ; secat enim EZ in duas æquas partes ad rectos angulos rectæ positione datæ ΦH; et data præterea est positione segmenti circumferentia; ideo punctum H est datum. Datum autem erat et punctum Φ. Data est igitur ΦH.

Quoniam ut ΨT ad XT; hoc est quadratum, quod à BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet KΘ ad Δ. Quoniam enim ut ΨT ad ΘK, ita se habet XT ad Δ; permutando, ut ΨT ad XT, ita se habet KΘ ad Δ. Ut autem ΨT ad XT, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK. Æqualium enim conorum bases, et altitudines reciprocantur; baseque se invicem habent, ut quadrata, quæ a diametris describuntur. Ut igitur quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΘK, ad Δ. Et permutando, ut AB ad ΘK, ita ς ad Δ. Quoniam enim ratio ipsius BA ad ς, et KΘ ad Δ eadem est, ut demonstravimus, quæ quadrati, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK; ideo etiam ratio ipsius BA ad ς eadem est quæ ipsius KΘ ad Δ. Quare permutando, ut BA ad ΘK, ita se habet ς ad Δ.

IN SEXTI COMPOSITIONEM.

Et quoniam rectæ AB, ΘK, ς, Δ proportionales invicem sunt, ut quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘK, ita se habet ΘK ad Δ. Generaliter enim si quatuor fuerint rectæ proportionales, ut quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda, ita se habebit secunda ad quartam. Quoniam enim ut prima ad secundam ita se habet tertia ad quartam; permutando, ut prima ad tertiam ita secunda se habet ad quartam. Ut autem prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda. Ut igitur quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda, ita etiam se habet secunda ad quartam.

ποιεῖ δοθεῖσαν. Δοθεῖσα ἄρα ἡ ΦO· ἀλλὰ καὶ ἡ ΦH. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας δοθεῖσα ἐστί, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡμίσεια αὐτῆς δέδοται ἡ ΣO. Ἀλλὰ μίαν καὶ ἡ OΦ. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΣO πρὸς OΦ λόγος· καὶ συνθέντι ὡς συναμφοτέρου τῆ ΣO, OΦ πρὸς τὴν OΦ λόγος δοθείς ἐστι, τουτέστι τῆς ΩΦ [z] πρὸς ΦH. Καὶ δοθεῖσα ἡ ΦH. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΩΦ. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ EZ. Δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς ΩΦ πρὸς EZ λόγος. Τὰ αὐτὰ δὲ ἂν ῥηθείη καὶ ὅτι τὸ ABΓ τμήματος· καὶ συναχθήσεται ὁ τῆ XT πρὸς AB λόγος δοθείς. Καὶ διὰ τὸ δοθεῖσαν εἶναι τὴν AB, δοθεῖσα [a] ἐστι καὶ ἡ XT.

Ὅτι δ' ἂν τὰ τμήματα δεδομένα ᾖ, καὶ τὰ ὕψη αὐτῶν δοθήσονται, πρόδηλον μέν. Ἵνα δὲ καὶ τοῦτο ἀκολούθως τῇ Στοιχειώσει τῶν Δεδομένων δειχθῇ συνάγεσθαι, λεχθήσεται. Ἐπειδὴ δίδοται τὰ τμήματα τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει, δέδοται καὶ ἡ EZ, καὶ ἡ ἐν τῷ τμήματι γωνία, ὥς τε καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς. Καὶ ἐὰν νοήσωμεν ὀρθογωνμένην τὴν EH, δεδομένης τῆς πρὸς τῷ Φ ὀρθῆς, δεδομένην ἔσαι καὶ ἡ λοιπή. Καὶ τὸ EHΦ τρίγωνον τῷ εἴδει· ὥς τε καὶ ὁ τῆς EΦ πρὸς ΦH λόγος δοθεὶς ἔσαι. Καὶ δέδοται ἡ EΦ ἡμίσεια ὅσα τῆς EZ. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΦH. Ἔνεστι δὲ καὶ ἄλλως λέγειν. Ἐπειδὴ δέδοται ἡ EZ τῇ θέσει, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ Φ, διχοτομία γάρ ὅτι τῆς EZ, πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΦH τῇ θέσει δεδομένῃ· δέδοται ᾗ καὶ ἡ περιφέρεια τῷ τμήματος τῇ θέσει· δέδοται ἄρα τὸ H. Ἦν δὲ καὶ τὸ Φ δεδόμενον. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ ΦH.

Ἐπεί ὅτιν ὡς ἡ ΨT πρὸς XT, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆ BA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, οὕτως ἡ KΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ΨT πρὸς ΘK, ἡ XT πρὸς Δ· ἐναλλάξ * ἡ ΨT πρὸς XT, ἡ KΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΨT πρὸς XT, τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὡς δὲ αἱ βάσεις πρὸς ἀλλήλας, οὕτως τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἡ ΘK πρὸς τὴν Δ. Καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ AB πρὸς ΘK, ἡ ς πρὸς Δ. Ἐπειδὴ πρῶτος λόγος τοῦ ἀπὸ τῆς BA πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ τῆς BA πρὸς ς, καὶ ὁ τῆς KΘ πρὸς Δ· καὶ ὁ τῆς BA ἄρα πρὸς ς, ὁ αὐτὸς ὅτι πρῶτος τῆς KΘ πρὸς Δ. Ὡς τε ἐναλλάξ ἐστιν ὡς ἡ BA πρὸς ΘK, ἡ ς πρὸς Δ.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ς'.

Ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν [b] αἱ AB, ΘK, ς, Δ, ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘK, ἡ ΘK, πρὸς Δ. Καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, [c] ἔσαι ὡς τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἐπεὶ γάρ ὅτιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ τρίτη πρὸς τὴν τετάρτην· ἐναλλὰξ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἀλλ' ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην.

[z] πρὸς ΦH. Καὶ δέδοται ἡ ΦH δέδοται ἄρα [a] ἄρα [b] αἱ AΘ [c] In MS. desunt ἔσαι

* ὡς sive, ἔσαι ὡς

Digitized by Google

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μὴ, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται [d] ἐνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τινὶ δὲ ἐπιφάνειαν ἔχει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

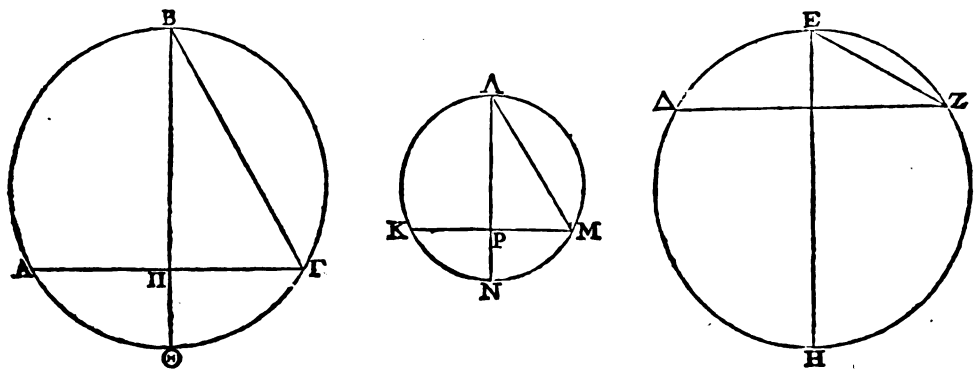
Ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς ΑΒΓ, ΔΕΖ περιφερείας. Καὶ ἔστω ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν τὸ κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν· ᾧ δὲ τὸν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ κατὰ τὴν ΔΕΖ. Καὶ γεγενήσθω. Καὶ ἔστω τὸ ΚΛΜ τμῆμα τῆς σφαίρας, τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην ἐχέτω τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ. Καὶ νοείσθω τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις· καὶ ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ μέγιστοι κύκλοι· ἐν δὲ ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων, αἱ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ εὐθεῖαι. Διάμετροι δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν ταῖς ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ, ἔστωσαν αἱ ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, [e] οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΜΛ, τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ. Αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι [f] τῶν εἰρημένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιζευγνυούσαις. Ὡς τε καὶ ἡ ΜΛ τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. Καὶ ἀνάπαλιν, καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ. Ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, οὕτως ἡ ΒΠ πρὸς ΓΒ· ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα. Ὡς ἄρα ἡ ΝΛ πρὸς ΛΜ, τετράκις πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ἐναλλάξ. Λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς. Δοθεῖσαι γὰρ ἑκατέρα. Λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΝ [g] πρὸς ΒΘ δοθείς. Καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΒΘ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛΝ. Ὡς τε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσα ἐστί.

Συντεθήσεται δὴ οὕτως. Ἔστω τὰ δοθέντα δύο τμήματα σφαίρας, τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ· τὸ μὲν ΑΒΓ, ᾧ δεῖ ὅμοιον· τὸ δὲ ΔΕΖ, [h] ᾧ τινὶ ἐπιφάνειαν ἴσην

PROP. VII. Prob.

Datis duobus ſphæræ ſegmentis, ſive ejuſdem, ſive non ejuſdem, ſphæræ ſegmentum invenire, quod quidem datorum uni ſimile ſit, ſuperficiem vero habeat alterius ſegmenti ſuperficiei æqualem.

Sint data ſphærica ſegmenta, quæ ſecundum circumferentias ΑΒΓ, ΔΕΖ conſtituuntur. Et cui quidem oportet ſimile aliud ſphæræ ſegmentum invenire, hoc illud ſit, quod ſecundum circumferentiam ΑΒΓ conſtituitur; cujus vero ſuperficiei idem illud æqualem ſuperficiem habere debet, hoc illud ſit, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΔΕΖ. Factum ſit. Et ſphæræ ſegmentum ΚΛΜ ſimile quidem ſit ſegmento ΑΒΓ, ſuperficiem vero habeat ſegmenti ΔΕΖ ſuperficiei æqualem. Intelligantur autem ſphærarum centra, planaque per centra ipſa producantur ad ſegmentorum baſes recta: et ſphærarum quidem ſectiones ſint circuli maximi ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ; baſium vero ſegmentorum rectæ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ. Porro ſphærarum diametri, ad ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ rectæ, ſint ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ; junganturque ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. Et quoniam ſphæræ ſegmenti ΚΛΜ ſuperficies æqualis eſt



ſuperficiei ſegmenti ΔΕΖ; æqualis eſt etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſi ΜΛ eſt æqualis, circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi ΕΖ. Demonſtratum enim eſt, ſuperficies horum, quæ diximus, ſegmentorum circulis æquales eſſe, quorum eæ, quæ ex centris, æquales ſunt rectis, quæ a ſegmentorum verticibus ad eorum baſes junguntur. Quare etiam ΜΛ ipſi ΕΖ eſt æqualis. Quoniam vero ſegmentum ΚΛΜ ſimile eſt ſegmento ΑΒΓ, ut ΡΛ ad ΡΝ, ita ſe habet ΒΠ ad ΠΘ. Et invertendo, componendoque, ut ΝΛ ad ΛΡ, ita ſe habet ΘΒ ad ΒΠ. Ut autem ΡΛ ad ΛΜ, ita ſe habet etiam ΒΠ ad ΓΒ: triangula enim ſimilia ſunt. Ut igitur ΝΛ ad ΛΜ, hoc eſt ad ΕΖ, ita ſe habet ΘΒ ad ΒΓ. Et permutando. Data eſt autem ratio ipſius ΕΖ ad ΒΓ. Utraque enim data eſt. Data eſt igitur etiam ratio ipſius ΛΝ ad ΒΘ. Data eſt autem ΒΘ. Data eſt igitur etiam ΛΝ. Quare ipſa etiam ſphæra eſt data.

Componetur autem problema hoc pacto. Sint data duo ſphæræ ſegmenta, ΑΒΓ, ΔΕΖ: et ΑΒΓ quidem, cui oportet ſimile aliud invenire; ΔΕΖ

[d] ἦν [e] οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ τῷ κύκλῳ· οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ [f] τῶν εἰρημένων [g] πρὸς ΒΘ in MS. deſunt. [h] ἔτω

Digitized by Google

vero, cujus ſuperficiei idem hoc æqualem ſuperficiem habere debet: eademque conſtruantur, quæ in analyſi; et fiat, ut B Γ ad E Z, ita B Θ ad N Λ; circuluſque circa diametrum Λ N deſcribatur. Porro intelligatur ſphæra, cujus maximus circulus ſit Λ K N M: et ſecetur N Λ in puncto P, ita ut quemadmodum Θ Π ad Π B, ita ſe habeat N P ad P Λ. Seceturque ſuperficies per punctum P plano ad Λ N recto; et jungatur Λ M. Similia ſunt igitur, quæ rectis K M, A Γ inſiſtunt, circulorum ſegmenta. Quare ſegmenta etiam ſphærarum ſimilia ſunt. Et quoniam ut Θ B ad B Π, ita ſe habet N Λ ad Λ P; hoc enim quoque ex ſectione conſequitur; atque ut Π B ad B Γ, ita ſe habet P Λ ad Λ M; ideo etiam ut Θ B ad N Λ, ita ſe habet B Γ ad Λ M. Ut autem Θ B ad Λ N, ita etiam ſe habebat B Γ ad E Z. Igitur E Z ipſi Λ M eſt æqualis. Quare etiam circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt E Z, æqualis eſt circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi Λ M. Ac circulus quidem, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt E Z æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti Δ E Z; circulus vero, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt ipſi Λ M, æqualis eſt ſuperficiei ſegmenti K Λ M. Hoc enim in primo libro demonſtratum eſt. Æqualis eſt igitur et ſuperficies ſphæræ ſegmenti K Λ M ſegmenti Δ E Z ſuperficiei: itemque ſimile ſegmentum K Λ M ſegmento A B Γ.

ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ· καὶ τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ B Γ πρὸς E Z, οὕτως ἡ B Θ πρὸς Λ N· καὶ περὶ διάμετρον τὴν Λ N κύκλος γεγράφθω. Καὶ νοείσθω σφαῖρα ἧς μέγιστος ἔστω κύκλος ὁ Λ K N M· καὶ τετμήσθω ἡ N Λ κατὰ τὸ P· ὥς τε εἶναι ὡς τὴν Θ Π πρὸς Π B, τὴν N P πρὸς P Λ. Καὶ διὰ τοῦ P ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια ὀρθῷ πρὸς τὴν [1]Λ N, καὶ ἐπιζευχθω ἡ [k]Λ M. Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ ἐπὶ τῶν K M, A Γ εὐθειῶν τῶν κύκλων τμήματα. Ὡς τε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐστιν ὅμοια. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς Θ B πρὸς B Π, οὕτως ἡ N Λ πρὸς Λ P· καὶ γὰρ τοῦτο κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ Π B πρὸς B Γ, οὕτως ἡ P Λ πρὸς Λ M. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Θ B πρὸς N Λ, ἡ B Γ πρὸς Λ M. Ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ Θ B πρὸς Λ N, ἡ B Γ πρὸς E Z. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ E Z τῇ Λ M. Ὡς τε καὶ ὁ κύκλος, [l]οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ E Z, ἴσος ἐστὶ [m]κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Λ M. Καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων τὴν E Z κύκλος, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ E Z τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, [n]οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Λ M, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ K Λ M τμήματος. Τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ K Λ M τμήματος τῆς σφαίρας, [o]τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ E Z τμήματος· καί ἐστιν ὅμοιον τὸ K Λ M τῷ A B Γ.

EUTOCIUS.

IN SEPTIMUM.

Quoniam vero ſegmentum K Λ M ſimile eſt ſegmento A B Γ; ut P Λ ad P N, ita ſe habet B Π ad Π Θ. Si enim jungantur M N, Γ Θ, cum ſegmenta ſimilia ſint, æquales utique erunt anguli, qui ad puncta ſunt B, Λ. Qui autem ſunt ad puncta M, Γ, ii ſunt recti. Eſt igitur reliquus angulus reliquo angulo æqualis. Hinc triangula æquiangula invicem ſunt: et ut Θ B ad Θ Γ, ita ſe habet Λ N ad M N. Ut autem Θ Γ ad Θ Π, ita ſe habet, propter triangulorum Γ Θ Π, M N P ſimilitudinem, M N ad ad N P. Ut igitur B Θ ad Θ Π, ita, æqua proportione, ſe habet Λ N ad N P. Dividendo igitur, ut B Π ad Π Θ ita Λ P ad P N.

Data eſt autem ratio ipſius E Z ad B Γ: utraque enim data eſt. Quoniam enim data ſunt ſphærarum ſegmenta, datæ ſunt etiam cum baſium diametri, tum ſegmentorum altitudines. Quare cum data ſit A Γ, data etiam eſt ejus dimidia Γ Π. Data autem eſt et B Π, rectumque cum illa angulum comprehendit. Data eſt igitur B Γ. Eadem ratione ipſa etiam E Z data eſt. Quare ipſius B Γ ad E Z ratio eſt data.

IN SEPTIMI COMPOSITIONEM.

Similia ſunt igitur, quæ rectis K M, A Γ inſiſtunt, circulorum ſegmenta. Si enim jungantur, ut in analyſi, Γ Θ, M N; cum recti ſint anguli, qui ad puncta ſunt Γ, M, normaleſque Γ Π, et M P; hæ utique proportionales mediæ inter baſis ſegmenta ſunt. Quare ut prima B Π ad tertiam Π Θ, ita ſe habet qnadratum, quod a prima

ΕΙΣ ΤΟ ζ'.

Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ K Λ M τῷ A B Γ τμήματι, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ P Λ πρὸς P N, ἡ B Π πρὸς Π Θ. Ἐὰν δὲ ὀρθογωνίων αἱ M N, Γ Θ, ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ πρὸς [p]τοῖς B, Λ γωνίαι. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς M, Γ ὀρθαί. Καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ. Καὶ ἰσογώνια ἐστὶ τὰ τρίγωνα· καί ἐστιν ὡς [q]ἡ Θ B πρὸς Θ Γ, οὕτως ἡ Λ N πρὸς M N. Ἀλλ' ὡς ἡ Θ Γ πρὸς Θ Π, ἡ M N πρὸς N P, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν Γ Θ Π, M N P τριγώνων. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ B Θ πρὸς Θ Π, ἡ Λ N πρὸς N P. Ὡς τε καὶ διελόντι, ὡς ἡ B Π πρὸς Π Θ, οὕτως ἡ Λ P πρὸς P N.

Λόγος δὴ τοῦ E Z πρὸς B Γ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων. Ὡς τε ἐπεὶ δέδοται ἡ A Γ, δέδοται καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ Γ Π. Δέδοται δὲ καὶ ἡ B Π, καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσιν. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ B Γ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ἡ E Z δοθεῖσα ἐστίν. Ὡς τε καὶ ὁ τῆς B Γ πρὸς E Z λόγος δοθείς ἐστιν.

ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ'.

Ὅμοια ἄρα ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῶν K M, A Γ τμήματα κύκλων. Ἐὰν γὰρ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει, ὀπίζευχθῶσιν αἱ Γ Θ, M N, ἐπεὶ ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Γ, M, καὶ κάθετοι αἱ Γ Π, M P· μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ τῶν βάσεως τμημάτων. Ὡς τέ ἐστιν ὡς ἡ πρώτη ἡ B Π, πρὸς τὴν τρίτην τὴν Π Θ, οὕτως τὸ ἀπὸ

[1] A N [k] A M [l] οὗτως [m] In MS. deſunt, κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ. [n] οὗτως [o] τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ E Z τμήματος in MS. deſunt. [p] τοῖς B Λ Γ [q] ἡ Θ B πρὸς Θ Π· οὕτω δὲ καὶ Λ H πρὸς H P, διὰ τὴν &c.

Digitized by Google

τῆς πρώτης τῆς Π Β, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τῆς Π Γ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Λ Ρ πρὸς Ρ Ν, οὕτως τὸ ἀπὸ Λ Ρ πρὸς τὸ ἀπὸ Ρ Μ. Καί ἐστιν ὡς ἡ Β Π πρὸς Π Θ, ἡ Ρ Λ πρὸς Ρ Ν. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ Β Π πρὸς τὸ ἀπὸ Π Γ, οὕτως τὸ ἀπὸ Λ Ρ πρὸς τὸ ἀπὸ Ρ Μ. Καὶ ὡς ἄρα [r] ἡ Π Β πρὸς Π Γ, οὕτως ἡ Λ Ρ, πρὸς Ρ Μ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσι. Ἰσογώνια ἄρα τὰ τρίγωνα. Ἴσαι ἄρα πρὸς τοῖς Β, Λ γωνίαι, καὶ αἱ διπλασίους αὐτῶν αἱ ἐν τοῖς τμήμασιν. Ὅμοια ἄρα εἰσὶ τὰ τμήματα.

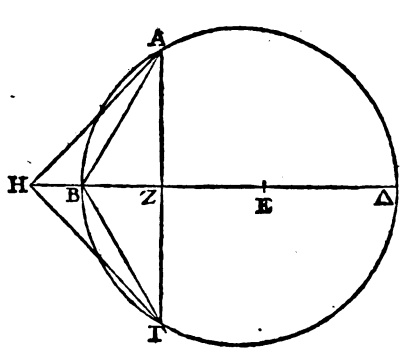
ΠΒ describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda ΒΓ. Eadem ratione etiam ut ΛΡ ad ΡΝ, ita se habet quadratum, quod a ΛΡ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΡΜ. Ut autem ΒΠ ad ΠΘ, ita se habet ΡΛ ad ΡΝ. Ut igitur quadratum, quod a ΒΠ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΠΓ, ita se habet quadratum, quod a ΛΡ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΡΜ. Igitur etiam ut ΠΒ ad ΠΓ, ita se habet ΛΡ ad ΡΜ: et propterea quæ latera circa æquales angulos sunt, ea sunt proportionalia. Triangula igitur æquiangula invicem sunt; æqualesque anguli, qui sunt ad puncta Β, Λ, et eorum item dupli, qui in segmentis constituuntur. Igitur segmenta similia sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὡς τε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΒΔ. Δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν τῷ διὰ τῆς ΑΓ, ὅπως τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον λόγον [s] ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

Γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ε· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΓΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι. Λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΗΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον δοθείς. Λόγος ἄρα τῆς ΗΖ πρὸς ΖΒ δοθείς. Ὡς δὲ ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ. Λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς ΕΔ, ΖΔ πρὸς ΔΖ δοθείς. Ὡς τε καὶ τῆς ΕΔ πρὸς ΔΖ. Δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΖ· ὥς τε καὶ ἡ ΑΓ. Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ· καί ἐστι συναμφότερος μὲν [t] ἡ ΕΔ, ΔΒ τρὶς ἡ ΕΔ· ἡ δὲ ΒΔ δὶς ἡ ΕΔ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, μείζονα λόγον ἔχει [u] ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Καί ἐστιν ὁ συναμφοτέρου τῆς ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. Δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι, [u] ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.



Συντεθήσεται δὴ τὸ προβλημα οὕτως. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ΚΘ πρὸς ΚΛ, μείζων [u] ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. Ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ. Καὶ ἡ ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει [u] ὃν ἔχει συναμφότερος [u] ἡ ΕΔ, ΔΒ πρὸς ΔΒ. Διελόντι ἄρα ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΒ. Καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ·

PROP. VIII. Prob.

A data sphæra segmentum plano secare, ita ut segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eamdemque altitudinem, datam rationem habeat.

Sit data sphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΒΔ. Oportet autem sphæram plano per ΑΓ acto ita secare, ut sphære segmentum ΑΒΓ ad conum ΑΒΓ eamdem, ac quæ data est, rationem habeat.

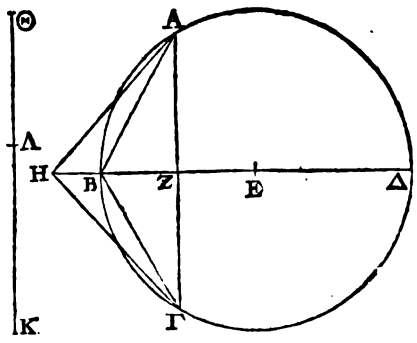
Factum sit; centrumque sphæræ sit punctum Ε: atque ut utraque simul ΕΔ, ΔΖ and ΔΖ, ita se habeat ΗΖ ad ΖΒ. Æqualis est igitur conus ΑΓΗ segmento ΑΒΓ. Igitur ratio coni ΑΗΓ ad conum ΑΒΓ data est. Data est igitur etiam ratio ipsius ΗΖ ad ΖΒ. Ut autem ΗΖ ad ΖΒ, ita se habet utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ. Data est igitur ratio utriusque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ. Quare ipsius quoque ΕΔ, ad ΔΖ. Data est igitur ΔΖ. Quare etiam ΑΓ. Et quoniam utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ majorem rationem habet quam utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ: ac utraque quidem simul ΕΔ, ΔΒ est ΕΔ ter sumpta; ΔΒ vero eadem est ΕΔ bis sumpta; ideo utraque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ majorem rationem habet quam tria ad duo. Est autem ratio utriusque simul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ eadem ac data. Oportet igitur, ad compositionem quod attinet, datam rationem ea majorem esse, quam habent tria ad duo.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit data sphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, diameter ΒΔ, et centrum Ε: data autem ratio eadem quæ rectæ ΚΘ ad ΚΛ ea major, quam habent tria ad duo. Ut autem tria ad duo, ita se habent utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ. Igitur etiam ΘΚ ad ΚΛ majorem rationem habet, quam utraque simul ΕΔ, ΔΒ ad ΔΒ. Igitur dividendo, ΘΛ ad ΛΚ majorem habet rationem, quam ΕΔ ad ΔΒ. Fiat, ut ΘΛ ad ΛΚ, ita ΕΔ ad ΔΖ: ducaturque per punctum Ζ, ad rectos

[r] ἡ Π Β πρὸς Π Γ· ἡ Δ Ρ πρὸς Ρ Μ [s] ἔχει [t] ἡ πρὸς Δ Ζ· μείζονα λόγον ἔχει [u] ἡ Ε Δ Β· διελόντι

Digitized by Google

angulos ipſi B Δ, A Z Γ; et per A Γ planum agatur ad B Δ rectum. Dico ſphæræ ſegmentum A B Γ ad conum A B Γ eamdem rationem habere, quam Θ K ad K Λ. Fiat enim ut utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z, ita H Z ad Z B. Æqualis eſt igitur conus Γ A H ſphæræ ſegmento A B Γ. Et quoniam ut Θ K ad K Λ, ita ſe habet utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z; hoc eſt H Z ad Z B; hoc eſt conus A H Γ ad conum A B Γ; æqualiſque eſt conus A H Γ ſphæræ ſegmento A B Γ. Ideo ut ſegmentum A B Γ ad conum A B Γ, ita ſe habet Θ K ad K Λ.



χὴ διὰ δὲ Z τῇ B Δ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ A Z Γ· καὶ διὰ τὸ A Γ ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν B Δ. Λέγω ὅτι [w] τὸ A B Γ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν A B Γ κῶνον λόγον ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ Θ K πρὸς K Λ. Πεποιείσθω γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z, οὕτως ἡ H Z πρὸς Z B. Ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ A H κῶνος τῷ A B Γ τμήματι τῆς σφαίρας. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Θ K πρὸς K Λ, οὕτως συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z, τουτέστιν ἡ H Z πρὸς Z B· τουτέστιν ὁ A H Γ κῶνος πρὸς τὸν A B Γ κῶνον· ἴσος δὲ ὁ A H Γ κῶνος [x] τῷ A B Γ τμήματι τῆς σφαίρας. Ὡς ἄρα τὸ A B Γ τμῆμα πρὸς τὸν A B Γ κῶνον, οὕτως ἡ Θ K πρὸς K Λ.

EUTOCIUS.

IN OCTAVUM.

Data eſt igitur ratio utriuſque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z. Quoniam enim utraque ſimul E Δ, Δ Z datam ad Δ Z rationem habet; ſi data magnitudo ad aliquam ſui partem datam rationem habuerit, etiam ad reliquam datam rationem habebit. Quare utraque ſimul E Δ, Δ Z datam ad E Δ habet rationem. Quoniam igitur utraque E Δ, Δ Z ad utramque ſimul E Δ, Δ Z datam rationem habet, eædem datam quoque inter ſe invicem rationem habebunt. Igitur ratio ipſius E Δ ad Δ Z data eſt. Data eſt autem E Δ; cum diameter data ſit. Data eſt igitur Δ Z: et reliqua etiam dabitur Z B. Hinc datum erit ſpatium, quod ſub Δ Z B continetur; hoc eſt quadratum, quod ab A Z deſcribitur; ideoque etiam recta A Z. Igitur et tota A Γ erit data. Aliter autem demonſtraveris, A Γ datam eſſe. Quoniam enim data eſt poſitione diameter Δ B; punctumque item Z, ut petitum fuit; ductaque eſt a dato puncto Z ad rectos angulos A Γ; ideo data poſitione eſt A Γ. Data eſt autem etiam circuli circumferentia. Data ſunt igitur puncta A, Γ. Igitur ipſa A Z Γ eſt data.

Et quoniam utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem rationem habet, quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Quoniam enim E Δ major eſt quam dimidia ipſius Δ Z, utraque ſimul E Δ, Δ Z major eſt quam ipſius Δ Z ſeſquialtera. Utraque autem ſimul E Δ, Δ B ſeſquialtera eſt ipſius B Δ. Igitur utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem rationem habet, quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Aut aliter: quoniam major eſt B Δ quam Δ Z, et alia quædam eſt E Δ; ideo E Δ ad Δ Z majorem rationem habet quam E Δ ad Δ B. Et componendo, utraque ſimul E Δ, Δ Z ad Δ Z majorem habet rationem quam utraque ſimul E Δ, Δ B ad Δ B. Compoſitio theorematis ex iis, quæ dicta ſunt manifeſta eſt.

PROP. IX. THEOR.

Si ſphæra plano non per centrum ſecetur, majus ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet majoris ſegmenti ſuperficies ad minoris ſuperficiem; majorem vero ſeſquialtera.

ΕΙΣ ΤΟ η'.

Λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z. Ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z λόγον ἔχει δεδομένον· ἐὰν [y] δεδομένον μέγεθος πρός τι μορίον ἑαυτοῦ λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον. Ὡς τε συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς E Δ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν E Δ, Δ Z πρὸς συναμφότερον τὴν E Δ, Δ Z λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχουσι δεδομένον. Δέδοται ἄρα ὁ τῆς E Δ πρὸς Δ Z λόγος. Καὶ δέδοται ἡ E Δ· δέδοται γὰρ ἡ διάμετρος. Δέδοται ἄρα καὶ ἡ Δ Z. Λοιπὴ ἄρα ἡ Z B δοθήσεται. Ὡς τε καὶ τὸ ὑπὸ Δ Z B, τουτέστι τὸ ἀπὸ A Z, τουτέστιν ἡ A Z, δοθεῖσα ἔσται. Καὶ ὅλη ἄρα ἡ A Γ. Καὶ ἄλλως δὲ λέγοις ἄν, ὅτι ἡ A Γ δοθεῖσα ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται ἡ διάμετρος ἡ Δ B τῇ θέσει· δέδοται δὲ καὶ τὸ Z, ὡς ἥπται, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ Z πρὸς ὀρθὰς ἥπται ἡ A Γ· δέδοται ἡ A Γ τῇ θέσει. Ἀλλὰ καὶ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Δοθέντα ἄρα τὰ A, Γ. Καὶ αὐτὴ ἡ A Z Γ δοθεῖσα ἐστί.

Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος μὲν ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ E Δ, Δ B πρὸς Δ B. Ἐπεὶ γὰρ ἡ E Δ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια τῆς Δ Z, συναμφότερος ἄρα ἡ E Δ, Δ Z τῆς Δ Z μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιολία. Συναμφότερος δὲ ἡ E Δ, Δ B τῆς Δ B ἡμιολία. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z, ἤπερ ἡ E Δ, Δ B πρὸς Δ B. Ἡ δὲ ἄλλως· ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ Δ B τῆς [z] Δ Z, ἄλλη δέ τις ἡ E Δ· ἡ E Δ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς Δ Z ἤπερ ἡ E Δ πρὸς Δ B. Συνθέντι συναμφότερος ἡ E Δ, Δ Z πρὸς Δ Z μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ E Δ, Δ B πρὸς Δ B. Ἡ σύνθεσις τῇ διορήματος σαφὴς διὰ τὴν ἐνταῦθα εἰρημένων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

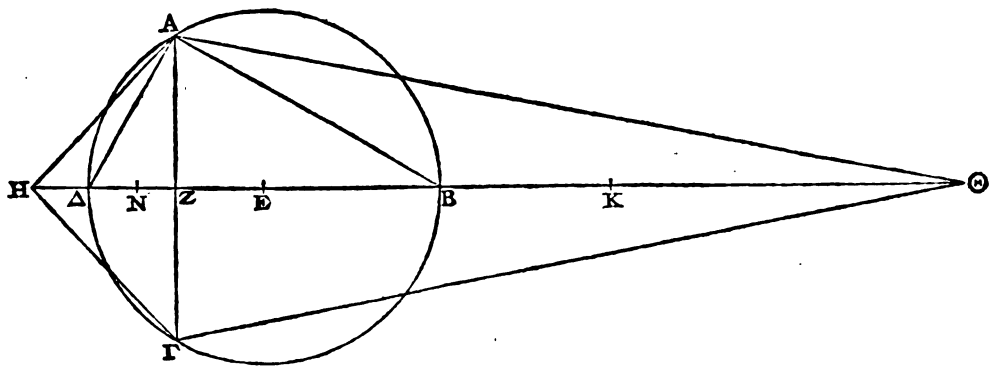
Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ [a] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει, ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

[w] τὸ ἀπὸ A B Γ [x] τῷ A B Γ in MS. deſunt. [y] δεδομένου ex MS. [z] A B. [a] In MS. deeſt ἔλασσον.

Digitized by Google

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διάμετρος ἡ ΒΔ· καὶ τετμήσθω ὑπιπέδῳ διὰ τῆς ΑΓ ὀρθῷ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΓ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα [b] πρὸς τὸ ΑΔΓ, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὑπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος, πρὸς τὴν ὑπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Sit ſphæra, et maximus in ea circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΒΔ: planoque per ΑΓ ſecetur ad circulum ΑΒΓΔ recto; ſitque majus ſphæræ ſegmentum ΑΒΓ. Dico ſegmentum ΑΒΓ ad ſegmentum ΑΔΓ, minorem quidem rationem habere ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti; majorem vero ſeſquialtera.



Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑ, ΑΔ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Ε· καὶ πεποιήσθω ὡς μὴ συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ· ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ· καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, βάσιν μὲν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον, κορυφὰς δὲ τὰ Θ, Η σημεῖα. Ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΘΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΓΗ τῷ ΑΔΓ. Καί ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, ἕτως ἡ ὑπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ὑπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. Τοῦτο γὰρ προγέγραπται. Δεικτέον ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον, ἤπερ ἡ ὑπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος. Λέγω ὅτι καὶ ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς ΔΖ, ἕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΖΔ· ἔσται καὶ ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ. Ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒ, ΒΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἔστω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΒΚ. Δῆλον γὰρ ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἡ ΘΒ τῆς ΒΕ· ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ. Καὶ ἔσται ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. Ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ, ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΚΒ. Ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ· ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἐδείχθη ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ· ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΖΚ πρὸς

Jungantur enim ΒΑ, ΑΔ; centrum autem ſit punctum Ε; et fiat, ut utraque quidem ſimul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ΗΖ ad ΖΔ: atque intelligantur coni baſim habentes circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et vertices puncta Θ, Η. Æqualis utique erit conus quidem ΑΘΓ ſphæræ ſegmento ΑΒΓ, conus vero ΑΓΗ ſegmento ΑΔΓ. Atque ut quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΔ, ita ſe habet ſuperficies ſegmenti ΑΒΓ ad ſuperficiem ſegmenti ΑΔΓ. Hoc enim antea ſcriptum eſt. Oportet demonſtrare, majus ſphæræ ſegmentum ad minus minorem rationem habere ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti. Dico etiam conum ΑΘΓ ad conum ΑΗΓ, hoc eſt ΖΘ ad ΖΗ, minorem rationem habere ejus dupla, quam habet quadratum, quod a ΒΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΑΔ, hoc eſt ΒΖ ad ΖΔ. Et quoniam ut utraque quidem ſimul ΕΔ, ΔΖ ad ΔΖ, ita ſe habet ΘΖ ad ΖΒ; ut utraque vero ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ſe habet ΖΗ ad ΖΔ; ſe habebit etiam ut ΒΖ ad ΖΔ, ita ΘΒ ad ΒΕ. Æqualis eſt enim ΒΕ ipſi ΕΔ, ut in ſuperioribus theorematibus demonſtratum eſt. Rurſus quoniam ut utraque ſimul ΕΒ, ΒΖ ad ΒΖ, ita ſe habet ΗΖ ad ΖΔ, ſit ΒΚ ipſi ΒΕ æqualis. Conſtat enim ΘΒ majorem eſſe quam ΒΕ; cum major ſit etiam ΒΖ quam ΖΔ. Atque ſe habebit ut ΚΖ ad ΖΒ, ita ΗΖ ad ΖΔ. Ut autem ΖΒ ad ΖΔ, ita demonſtratum eſt ſe habere ΘΒ ad ΒΕ, æqualiſque eſt ΒΕ ipſi ΚΒ. Ut igitur ΘΒ ad ΒΚ, ita ſe habet ΚΖ ad ΖΗ. Et quoniam ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem habet, quam ΘΒ ad ΒΚ; demonſtratumque eſt, ut ΘΒ ad ΒΚ, ita ſe habere ΚΖ ad ΖΗ; ideo ΘΖ ad ΖΚ minorem rationem

[b] πρὸς τὸν

Digitized by Google

habet, quam KZ ad ZH. Minus eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘZ, ZH continetur, quadrato, quod a ZK deſcribitur. Spatium igitur, quod ſub ΘZ, ZH continetur, ad quadratum quod a ZH deſcribitur, hoc eſt ZΘ ad ZH, minorem rationem habet quam quadratum, quod a KZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZH. Quod autem quadratum a KZ deſcribitur, id ad quadratum, quod deſcribitur a ZH, rationem habet ejus duplam, quam habet KZ ad ZH. ΘZ igitur ad ZH rationem habet minorem ejus dupla, quam habet KZ ad ZH. Ut autem KZ ad ZH, ita ſe habet BZ ad ZΔ. ΘZ igitur ad ZH rationem habet minorem ejus dupla, quam habet BZ ad ZΔ. Hoc vero illud eſt, quod quærebamus. Et quoniam æqualis eſt BE ipſi EΔ, minus eſt ſpatium, quod ſub BZ, ZΔ continetur, ſpatio, quod continetur ſub BE, EΔ, BZ igitur ad BE minorem rationem habet, quam EΔ ad ΔZ; hoc eſt ΘB ad BZ. Minus eſt igitur quadratum, quod a ZB deſcribitur, ſpatio, quod ſub ΘB, BE continetur; hoc eſt illo, quod continetur ſub ΘB, BK. Æquale ſit quadratum, quod a BN deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub ΘB, BK. Ut igitur ΘB ad BK, ita ſe habet quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Quadratum autem, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Igitur etiam quadratum, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam ΘB ad BK; hoc eſt ΘB ad BE; hoc eſt KZ ad ZH. ΘZ igitur ad ZH rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam habet KZ ad ZH. Hoc enim in fine demonſtrabitur. Atque ut ΘZ quidem ad ZH, ita ſe habet conus AΘΓ ad conum AHΓ; hoc eſt ſegmentum ABΓ ad ſegmentum AΔΓ; ut vero KZ ad ZH, ita ſe habet BZ ad ZΔ; hoc eſt quadratum, quod a BΔ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΔ; hoc eſt ſuperficies ſegmenti ABΓ ad ſuperficiem ſegmenti AΔΓ. Majus igitur ſegmentum ad minus rationem habet minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies majoris ſegmenti ad ſuperficiem minoris ſegmenti; majorem vero ſeſquialtera.

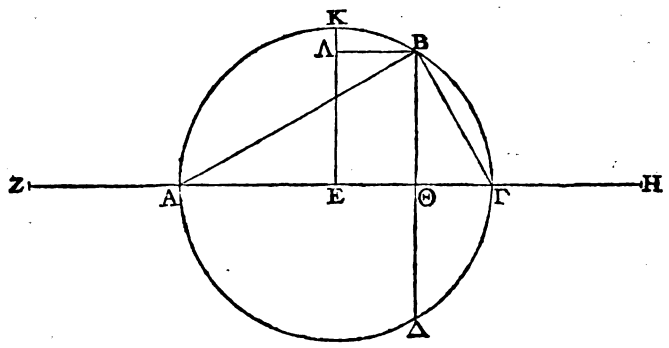
Aliter. Sit ſphæra, in qua maximus circulus ABΓΔ, diameter AΓ, et centrum E; eaque plano ſecetur per BΔ ad AΓ recto. Dico majus ſegmentum ΔAB ad minus BΓΔ rationem habere minorem quidem ejus dupla, quam habet ſuperficies ſegmenti ABΔ ad ſuperficiem ſegmenti BΓΔ; majorem vero ſeſquialtera. Jungantur enim AB, BΓ. Ratio autem ſuperficiei

ZH. [c]Ἐλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘZ, ZH, τοῦ ἀπὸ ZK. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘZ, ZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH, τουτέστιν ἡ ZΘ πρὸς ZH, ἐλάττονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς KZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZH. Τὸ δὲ ἀπὸ KZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZH, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ KZ πρὸς ZH. Ἡ ἄρα ΘZ πρὸς ZH ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ [d]ὃν ἔχει ἡ KZ πρὸς ZH. Ὡς δὲ ἡ KZ πρὸς ZH, ἡ BZ πρὸς ZΔ. Ἡ ΘZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα ἧς ὃν ἔχει ἡ BZ πρὸς ZΔ. Τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ BE τῇ EΔ, ἔλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν BZ, ZΔ ἧς ὑπὸ τῶν BE, EΔ. Ἡ ZB ἄρα πρὸς BE ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ EΔ πρὸς ΔZ· τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BZ. [e]Ἔλαττον ἄρα τὸ ἀπὸ ZB ἧς ὑπὸ τῶν ΘB, BE· τουτέστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΘB, BK. [f]Ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ BN τῷ ὑπὸ ΘB, BK. [g]Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘB πρὸς BK, τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Τὸ δὲ ἀπὸ ΘZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK, μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Καὶ τὸ ἀπὸ ΘZ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ZK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘB πρὸς BK· τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BE· τουτέστιν ἡ KZ πρὸς ZH. Ἡ ἄρα ΘZ πρὸς ZH μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς KZ πρὸς ZH. Τοῦτο γὼ[e] ἐπὶ τέλει. Καί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΘZ πρὸς ZH, ὁ AΘΓ κῶνος πρὸς τὸν AHΓ κῶνον· τουτέστι τὸ ABΓ τμῆμα πρὸς τὸ AΔΓ τμῆμα. Ὡς δὲ ἡ KZ πρὸς ZH ἡ BZ πρὸς ZΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ [f]BΔ πρὸς τὸ ἀπὸ AΔ· τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ABΓ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ AΔΓ τμήματος. [g]Ἀλλοτε τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλαττον, ἐλάττονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἧς ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάττονος τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

Ἄλλως. Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ ABΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ AΓ, κέντρον δὲ τὸ E· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς BΔ πρὸς τὴν AΓ. Λέγω ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΔAB πρὸς τὸ ἔλαττον τὸ BΓΔ, ἐλάττονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει, ἧς ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ABΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ BΓΔ τμήματος· μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ AB, BΓ. Ὁ δὴ

[c] ἐλάσσονα ἄρα [d] In MS. ὃν ἔχει ἡ KZ πρὸς ZH· ἡ KZ πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιονα τοῦ ὃν desunt. [e] ἐπιτελεῖ [f] BA [g] ἀλλ' ὅτε

τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγος, ὁ τοῦ κύκλου ἐστὶν [h] ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον [i] ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΒΓ, τουτέστιν ὁ τῆς ΑΘ πρὸς τὴν [k] ΘΓ. Κείσθω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκάτερα [l] τῶν ΑΖ, ΓΗ. Ὁ δὲ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ [m] ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, [m] ὃν ἡ βάσις μέν ἐστιν, ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον· καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ [n] τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ΒΑΔ τμήματος λόγος, πρὸς [o] τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ κώνου, πρὸς [o] κῶνον ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ τμῆμα τὸ ΒΓΔ, ὁ τῆς ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΖ. Ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΗ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· ὁ δὲ τῆς ὑπὸ ΗΘ, ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ, ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐστὶν [p] ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ [q] ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ [r] τὴν ΘΖ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ [r] ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίου, ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΗΘ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μεῖζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ, τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ὅτι ἄρα μεῖζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΘΗ. Φημὶ δὴ ὅτι καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον λόγον μείζονα ἔχει, ἢ ἡμιόλιον ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας πρὸς [q] ἐπιφάνειαν λόγῳ. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη, ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς ἐπιφάνειαν λόγῳ ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ [r] κύβου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ



ad ſuperficiem eadem eſt quæ circuli, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΑΒ, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΒΓ; hoc eſt eadem quæ rectæ ΑΘ ad ΘΓ. Ponatur ei, quæ ex centro circuli, æqualis utraque ΑΖ, ΓΗ. Ratio autem ſegmenti ΒΑΔ ad ſegmentum ΒΓΔ componitur ex ratione, quam habet tum ſegmentum ΒΑΔ ad conum, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum ΒΔ deſcribitur, vertex vero punctum Α; tum idem conus ad conum, cujus quidem baſis eadem eſt, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad ſegmentum ΒΓΔ. Sed ratio quidem ſegmenti ΒΑΔ ad conum ΒΑΔ eadem eſt quæ ipſius ΗΘ ad ΘΓ; ratio vero coni ΒΑΔ ad conum ΒΓΔ eadem quæ ipſius ΑΘ ad ΘΓ; ratio denique coni ΒΓΔ ad ſegmentum ΒΓΔ eadem quæ ipſius ΑΘ ad ΘΖ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipſius ΗΘ ad ΘΓ, tum ipſius ΑΘ ad ΘΓ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub ΑΘ, ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ; quæque componitur ex ratione tum ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, tum ipſius ΑΘ ad ΘΖ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ: quæ quidem ratio ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, eadem eſt quæ quadrati, quod deſcribitur ab ΑΘ, ducti in ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ. At hæc ratio ſpatii, quod continetur ſub ΗΘ, ΘΑ, ducti in ΘΑ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΗ, eadem eſt quæ quadrati, quod a ΘΑ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Quoniam igitur quadratum, quod a ΘΑ deſcribitur, ductum in ΘΗ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ ductum in ΖΘ rationem habet minorem dupla rationis ipſius ΑΘ ad ΘΓ: rationis autem ipſius ΑΘ ad ΘΓ dupla eſt ratio quadrati, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ; ideo quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘΖ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ductum in ΗΘ, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘΗ. Oportet igitur demonſtrare majus eſſe quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ductum in ΖΘ, quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘΗ. Itaque demonſtrare oportet majorem eſſe ΘΖ quam ΘΗ. Dico autem etiam majus ſegmentum ad minus rationem habere majorem

[h] ἔστως [i] ἕστως [k] ΑΓ [l] τῶν ex MS, [m] ἕστως [n] τὸ Α [o] πρὸς τὴν ΘΑ. [p] πρὸς [q] πρὸς ἐπιφάνειαν desunt. [r] κύκλου

ſeſquialtera rationis ſuperficiei ad ſuperficiem. At vero demonſtratum eſt ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: et rationis ſuperficiei ad ſuperficiem ſeſquialtera eſt ratio cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam cubum, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ; hoc eſt cubum, qui ab AΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB; hoc eſt quadratum, quæ ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, et AΘ ad ΘB. At vero ratio quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, adjungens ſibimetipſi rationem ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘB. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘ, ΘB, ductum in ΘH. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ; hoc eſt quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ, ductum in ΘH. Oportet igitur demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ, ducto in ΘH. Quod idem eſt ac demonſtrare quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘ, ΘΓ, minorem rationem habere, quam HΘ ad ΘZ. Oportet igitur demonſtrare, HΘ ad ΘZ rationem habere majorem, quam ΓΘ ad ΘB. Ducatur a puncto E, rectæ EΓ ad rectos angulos, EK; et a puncto B ipſi EK ad angulos item rectos, BΛ. Reliquum eſt ut demonſtremus, HΘ ad ΘZ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Æqualis eſt autem ΘZ utrique ſimul AΘ, KE. Oportet igitur demonſtrare HΘ ad utramque ſimul ΘA, KE majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Itaque etiam ablata a ΘH, ΓΘ, et a KE, EΛ ipſi BΘ æquali, demonſtrare oportebit reliquam ΓH ad reliquam utramque ſimul AΘ, KΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB; hoc eſt ΘB ad ΘA; hoc eſt ΛE ad ΘA. Et permutando KE ad EΛ majorem rationem habere, quam utramque ſimul KΛ, ΘA ad ΘA: denique dividendo, KΛ ad ΛE majorem rationem habere, quam KΛ ad ΘA; ideoque minorem eſſe ΛE quam ΘA.

[a] κύκλον. Φημὶ δὴ, ὅτι τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς AB κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς BΓ κύβον· τετέσιν [b] ὁ ἀπὸ [c] AΘ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘB κύβον· τετέσιν ὁ τῦ [d] ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ BΘ, καὶ [e] ὁ τῆς AΘ πρὸς ΘB. Ὁ δὲ τῦ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB, προσλαβὼν τὸν [f] AΘ πρὸς ΘB, ὁ δὲ τῦ ἀπὸ AΘ ἐσὶν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB. Ὁ δὲ τῦ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB, [g] ὁ δ' ἀπὸ AΘ ἐσὶν ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB ἐπὶ τὴν ΘH. Φημὶ δὲ ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ AΘ [h] ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ὑπὸ BΘ, ΘΓ· τετέσι τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH, πρὸς τὸ ὑπὸ BΘ, ΘΓ ἐπὶ τὸ ΘH. Δεικτέον δ' ὅτι τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘZ ἔλασσόν ἐσι τῦ ὑπὸ τῶν BΘ, ΘΓ, ἐπὶ τὴν HΘ. [i] Ὃ ταυτόν ἐσι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ BΘ, ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ HΘ πρὸς ΘZ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ HΘ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB. [j] Ἤχθω ἀπὸ τοῦ E τῇ EΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ EK· καὶ ἀπὸ τοῦ B καθετὸς ἐπ' αὐτὴν [k] ἡ BΛ. Ἐπίλοιπον [l] ἡμῖν δεῖξαι, διότι ἡ HΘ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB ἴση δέ ἐσιν ἡ ΘZ συναμφοτέρῳ τῇ AΘ, KE. Δεῖξαι ἄρα [m] δεῖ, ὅτι ἡ HΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘA, KE, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB. Καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα [n] ἀπὸ τῆς HΘ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς KE, τῆς EΛ ἴσης τῇ BΘ, δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓH πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν AΘ, KΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB, τετέσιν ἡ ΘB πρὸς ΘA· τετέσιν ἡ ΛE πρὸς ΘA. Καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ KE πρὸς EΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ KΛ, ΘA, πρὸς [o] ΘA. Καὶ διελόντι, ἡ KΛ πρὸς ΛE μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ KΛ πρὸς ΘA. [p] Ὅτι ἐλάσσων ἐσὶν ἡ ΛE τῆς ΘA.

[a] κύκλον [b] ὁ τῆς AΘ [c] In MS. ἀπὸ deeſt. [d] τῦ ὁ τῆς AΘ. [e] ὁ τῦ ἀπὸ AΘ ἐσὶν ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘB in MS. deſunt. [f] ἐπὶ τῶν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ BΘΓ τετέσιν [g] ἦχθω ἀπὸ τοῦ E τῇ EΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ EK in MS. deſunt. [h] ἡ BΔ [i] μεῖναι [j] δότι [k] ἀπὸ ex MS. [l] ΘΛ

Digitized by Google

EUTOCIUS.

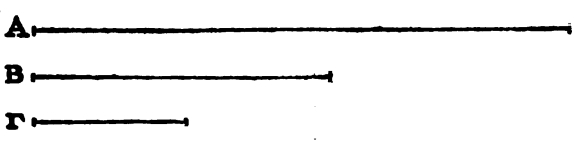
ΕΙΣ ΤΟ Θ.

Ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ· τυπέσιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἐπεὶ γὰρ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετος ἦκται ἡ ΑΖ, τῶν πρὸς τῇ καθέτῳ τριγώνων ὁμοίων ὄντων, ἔστιν ὡς ἡ ΖΒ πρὸς ΒΑ, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, ὡς ὠνωτέρω δέδεικται. Ὡς ἄρα ἡ ΖΒ πρὸς ΒΔ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΔ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως τὸ ὑπὸ [f]ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ. Ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας. Καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς [g]ΔΖ. Συνεχθείη δ' ἂν τὸ αὐτὸ καὶ ἄλλως οὕτως. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΖΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔΖ, τ' ΒΔ κοινὸν ὕψος λαμβανομένης, καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ ΔΒΖ ἴσον [h]τὸ ἀπὸ ΒΑ· τῷ δὲ ὑπὸ ΒΔΖ ἴσον τὸ ἀπὸ ΔΑ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΔΖ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ. Καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι δύο μεγέθη ἄνισα, τῷ προσεθῇ αὐτοῖς ἴσα, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συντεθὲν πρὸς τὸ συντεθέν. Ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΓΔ· καὶ προσκείσθωσαν αὐταῖς ἴσαι αἱ ΒΕ, ΔΖ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΑΕ πρὸς ΓΖ. Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΓΔ, ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστι πρὸς ΔΖ. Ὥστε καὶ συνθέντι ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΔΖ, ἀλλὰ τὰ προδεδειγμένα· καὶ ἀναστρέψαντι, ἡ ΑΕ πρὸς ΑΒ ἐλάσσονα ἤπερ ἡ ΓΖ πρὸς ΓΔ. Ὥστε ἐναλλάξ, δῆλον ἔσται τὸ προτεθέν.



Ἔλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ. Ἐὰν γὰρ ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι συνεχεῖς, ὡς αἱ Α, Β, Γ, ὃν τε τὴν Α πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν Β πρὸς τὴν Γ· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τ' Α, Γ, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς μέσης τῆς Β. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν, ὡς τὴν Α πρὸς τὴν Β, [i]οὕτως τὴν Β πρὸς ἄλλην τινά, ἔσαι πρὸς μείζονα τῆς Γ· ἤπερ δεῖ ἐλαττῶσαι τὸν τ' Β πρὸς Γ λόγον. Καὶ ἔσαι τὸ ὑπὸ τῆς Α, τῇ τῆς μείζονος τῆς Γ, ἴσον τῷ ἀπὸ τ' Β. Ὥς τε τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς Β.



Τὸ ἄρα ὑπὸ ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Ὡς γὰρ ἡ

IN NONUM.

ΘZ ad ZH minorem rationem habet ejus dupla, quam habet quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur ab AΔ; hoc est BZ ad ZΔ. Quoniam enim in triangulo rectangulo ducta est ab angulo recto normalis AZ; cum triangula, quæ ad normalem sunt, similia invicem sint, ut ZB ad BA, ita se habet AB ad BΔ: et ut prima ad tertiam, ita quadratum quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda; et quadratum, quod a secunda describitur, ad quadratum, quod describitur a tertia, quemadmodum supra demonstratum est. Igitur ut ZB ad BΔ, ita se habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BΔ. Ut autem BΔ ad ΔZ, ita se habet quadratum, quod a BΔ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA. Ut enim prima ad tertiam, ita se habet quadratum, quod a prima describitur, ad quadratum, quod describitur a secunda. Ut igitur quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA, ita se habet, æqua proportione, BZ ad ΔZ. Colligetur autem hoc idem etiam hoc pacto. Quoniam enim ut BZ ad ZΔ, ita se habet spatium, quod sub ZBΔ continetur ad spatium, quod continetur sub BΔZ, sumpta BΔ communi altitudine; et spatio quidem, quod sub ΔBZ continetur, æquale est quadratum, quod a BA describitur; spatio vero, quod continetur sub BΔZ, quadratum est æquale, quod describitur a ΔA; ideo ut quadratum, quod a BA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔA, ita se habet BZ ad ΔZ.

Et quoniam ΘZ ad ZK minorem rationem habet, quam ΘB ad BK. Generaliter enim si duæ fuerint inæquales magnitudines, iisque æquales duæ aliæ adjiciantur, major ad minorem majorem rationem habet, quam composita ad compositam. Sint enim inæquales duæ rectæ AB, ΓΔ; iisque æquales adjiciantur BE, ΔZ. Dico, AB ad ΓΔ majorem rationem habere, quam AE ad ΓZ. Quoniam enim major est AB quam ΓΔ, AB ad BE majorem rationem habet, quam ΓΔ ad BE, hoc est ad ΔZ. Quare, etiam componendo, AE ad EB majorem habet rationem, quam ΓZ ad ΔZ, per ea, quæ antea demonstrata sunt: et convertendo, AE ad AB rationem habet minorem, quam ΓZ ad ΓΔ. Quare permutando quod propositum est constabit.



Minus est igitur spatium, quod sub ΘZH continetur, quadrato, quod a ZK describitur. Si enim tres fuerint rectæ deinceps positæ, puta A, B, Γ, ita ut A ad B minorem rationem habeat, quam B ad Γ; quod sub earum extremis A, Γ spatium continetur, id quadrato minus est, quod a media B describitur. Si enim fiat, ut A ad B, ita B ad aliam quamdam; hæc utique major erit quam Γ; si quidem ratio ipsius B ad Γ minui debet. Atque erit spatium, quod sub A, et majore quam Γ continetur, æquale quadrato, quod a B describitur. Quare spatium, quod continetur sub A et Γ, minus est quadrato, quod describitur a B.

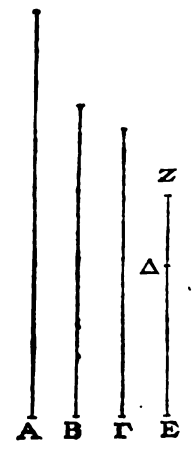
Spatium igitur, quod sub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH describitur, minorem rationem habet,

[f] ΕΑ [g] πρὸς Δ [h] τῷ [i] In MS. οὕτως deest.

quam quadratum, quod a KZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZH. Ut enim ΘZ ad ZH ita ſe habet ſpatium, quod ſub ΘZH continetur, ad quadratum, quod a ZH deſcribitur. At vero ſpatium, quod ſub ΘZH continetur, minus eſt quadrato, quod a ZK deſcribitur. Major autem magnitudo majorem ad eamdem rationem habet, quam minor.

Et quoniam æqualis eſt BE ipſi EΔ, minus eſt ſpatium, quod ſub BZΔ continetur, ſpatio, quod continetur ſub BEΔ. Nam ſpatium quidem, quod ſub BEΔ continetur, æquale eſt quadrato, quod ab EΔ deſcribitur; ſpatium vero, quod continetur ſub BZΔ, una cum quadrato, quod ab EZ deſcribitur, eidem illi quadrato eſt æquale. Hoc autem conſtat, id ſpatium, quo longius abeſt punctum Z ab eo puncto, quod rectam BΔ in duas æquas partes ſecat, eo minus eſſe ſpatio, quod ſub æqualibus rectis continetur. Nam una cum majore quadrato, quod a rectis, quæ inter puncta ſecantia interjiciuntur, deſcribitur, ſpatio æquale eſt, quod ſub rectis æqualibus continetur. Quare et ſi recta in inæquales partes in puncto alio atque alio ſecetur; quod ſpatium ſub ſegmentis continetur, quæ puncto, in quo eadem recta ſecatur in duas æquas partes, propiora ſunt, id ſpatio eſt majus, quod continetur ſub ſegmentis, quæ ab eodem puncto ſunt remotiora.

BZ igitur ad BE minorem rationem habet, quam EΔ ad ΔZ. Generaliter enim ſi quatuor ſint termini, puta A, B, Γ, ΔE; et ſpatium, quod ſub A, ΔE continetur, minus ſit ſpatio, quod continetur ſub B, Γ; A ad B minorem rationem habet, quam Γ ad ΔE. Sit enim ſpatium, quod continetur ſub B, Γ, æquale ſpatio, quod continetur ſub A, ZE. Ut igitur A ad B, ita ſe habet Γ ad ZE. Habet autem Γ ad ZE minorem rationem, quam ad EΔ. Habet igitur etiam A ad B minorem rationem quam Γ ad ΔE.



Ut igitur ΘB ad BK, ita ſe habet quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Quoniam enim ſpatio, quod ſub ΘBK continetur, æquale eſt quadratum, quod a BN deſcribitur, ſe habent invicem proportionales tres, ut ΘB ad BN, ita BN ad BK. Et ut prima ad tertiam, ΘB ad BK, ita ſe habet quadratum, quod a ſecunda deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a tertia; hoc eſt quadratum, quod a BN deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a BK, ut ſupra demonſtratum eſt. Rurſus quoniam ut ΘB ad BN, ita ſe habet BN ad BK; componendo, ut ΘN ad NB, ita ſe habet KN ad KB: et permutando, ut ΘN ad NK, ita NB ad BK. Igitur etiam, ut quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK, ita ſe habet quadratum, quod a NB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Ut autem quadratum, quod a NB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK, ita demonſtratum eſt ſe habere ΘB ad BK. Ut igitur ΘB ad BK, ita etiam ſe habet quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK.

Quadratum autem, quod a ΘZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK. Rurſus enim inæqualibus duabus ΘZ, ZK cum NZ adjecta ſit; propter id, quod ſupra dictum eſt, ΘZ ad ZK majorem rationem habet, quam ΘN ad NK: quare etiam dupla. Quod igitur quadratum a ΘZ deſcribitur, id ad quadratum quod deſcribitur a ZK, majorem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘN deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a NK, hoc eſt ΘB ad BE; hoc eſt KZ ad ZH.

ἡ ΘZ πρὸς ZH, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH. [k] Τὸ δὲ ὑπὸ ΘZH τοῦ ἀπὸ ZK ἔλασσον. Τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλασσον.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ BE τῇ EΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ [l] τῶν BZΔ τοῦ ὑπὸ τῶν BEΔ. Τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ BEΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EΔ. Τὸ δὲ ὑπὸ BZΔ, μετὰ τοῦ ἀπὸ EZ, ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ. Καὶ δῆλον, ὅτι ὅσῳ τῆς διχοτομίας [m] ἐφέστηκεν τὸ Z, [*] μείζονι, ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἴσων. Μετὰ γὰρ μείζονος τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ [n] τῶν τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων. Ὡς τε εὐθεῖα κἂν εἰς ἄνισα τέμνηται κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον, τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν ἐγγιον τῆς διχοτομίας, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἀπωτέρων τμημάτων.

Ἡ BZ ἄρα πρὸς BE ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ EΔ πρὸς ΔZ. Καθόλου γάρ, ἐὰν ὦσι τέσσαρες ὅροι, ὡς οἱ A, B, Γ, ΔE· καὶ ᾖ τὸ ὑπὸ τῶν A, ΔE ἔλασσον τοῦ ὑπὸ B, Γ· ὁ A πρὸς τὸν B ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς ΔE. Ἔστω γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν B, Γ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν A, ZE. Ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, ὁ Γ πρὸς τὸν ZE. Ὁ δὲ Γ πρὸς τὸν ZE ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸν EΔ. [o] Καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸ B ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς ΔE.

Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘB [p] πρὸς BK, τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Ἐπεὶ γὰρ τῷ ὑπὸ ΘBK ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ BN, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν, ὡς ἡ ΘB πρὸς BN, ἡ BN πρὸς BK. Καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ ΘB πρὸς BK, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, τουτέστι τὸ ἀπὸ BN πρὸς τὸ ἀπὸ BK, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ΘB πρὸς BN, ἡ BN [q] πρὸς BK· συνθέντι, ὡς ἡ ΘN πρὸς NB, ἡ KN πρὸς KB· ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘN πρὸς NK, ἡ NB πρὸς BK. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK, οὕτως τὸ ἀπὸ NB πρὸς τὸ ἀπὸ BK. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ NB πρὸς τὸ ἀπὸ BK, ἕτως ἐδείχθη ἡ ΘB πρὸς BK. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘB πρὸς BK, οὕτως τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK.

Τὸ δὲ ἀπὸ [r] ΘZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK. Πάλιν γὰρ δύο ἄνισοις ταῖς ΘZ, [s] ZK πρόσκειται ἡ NZ· καὶ διὰ τὸ ἀνωτέρω εἰρημένον ἡ ΘZ πρὸς ZK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘN πρὸς NK· ὥς τε καὶ τὰ διπλάσια. [t] Τὸ ἄρα ἀπὸ ΘZ πρὸς τὸ ἀπὸ ZK μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK, [u] τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BE, τουτέστιν ἡ KZ πρὸς ZH.

[k] τὸ δὲ ὑπὸ ΘZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH τὸ δὲ ὑπὸ ΘZH πρὸς τὸ ἀπὸ ZH ἔλασσον [l] τῶν BEΔ τῷ ὑπὸ τῶν BZΔ [m] ἀφέστηκεν [n] τῶν νόμων ἴσον γὰρ [o] κῆ ὁ A ἄρα [p] πρὸς ΘK [q] πρὸς ΛB [r] ΘK [s] ZE [t] τῷ [u] τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BK· τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BE.

* Meib. retinet μεῖζον

Digitized by Google

Ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον ἐστὶ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι εὐθεῖαι, ὡς αἱ ΑΒ, Γ, Δ· ὡς τε τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν Γ πρὸς τὴν Δ. Λέγω ὅτι ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Εἰλήφθω γὰρ τῶν Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ λόγος διπλάσιός ἐστιν [w] τοῦ τῆς ΑΒ πρὸς Γ· ὁ δὲ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ διπλασίων ὄζι τοῦ τῆς Γ πρὸς Ε· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πρὸς Ε. Γεγονέτω οὖν ὡς ἡ Ε πρὸς τὴν Γ, ἡ Γ πρὸς ΒΖ. Καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΒΖ, Γ, Ε, Δ, ἡ ΒΖ ἄρα πρὸς Δ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς Γ, τουτέστιν ἡ Γ πρὸς Ε. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Γ πρὸς Δ διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ Γ πρὸς Ε. Ἡ ἄρα ΒΖ πρὸς Δ ἡμιόλιον [x] λόγον ἔχει τοῦ ἣν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει ἤπερ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ.*



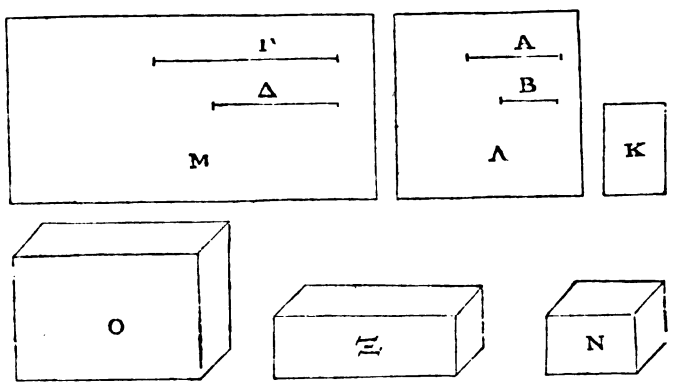
ΘZ igitur ad ZH rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam habet KZ ad ZH. Intelligantur enim rectæ ſeorſum poſitæ, puta AB, Γ, Δ; ita ut quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, majorem rationem habeat quam Γ ad Δ. Dico AB ad Δ rationem habere majorem, ejus ſeſquialtera, quam habet Γ ad Δ. Sumatur enim inter Γ, Δ proportionalis media E. Quoniam igitur quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, majorem rationem habet, quam Γ ad Δ: et ratio quidem quadrati, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, dupla eſt rationis ipſius AB ad Γ; ratio vero ipſius Γ ad Δ dupla eſt rationis ipſius Γ ad E; ideo etiam AB ad Γ majorem rationem habet, quam Γ ad E. Itaque fiat; ut E ad Γ, ita Γ ad BZ. Et quoniam quatuor ſunt rectæ proportione continua proportionales BZ, Γ, E, Δ; ideo BZ ad Δ rationem habet triplam ejus, quam habet BZ ad Γ; hoc eſt Γ ad E. Habet autem et Γ ad Δ rationem ejus duplam, quam Γ habet ad E. Habet igitur BZ ad Δ rationem ejus ſeſquialteram, quam habet Γ ad Δ. Propterea AB ad Δ rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam Γ habet ad Δ.

ΛΕΜΜΑ ΕΙΣ ΤΟ ΕΞΗΣ.

Ἔστωσαν τέσσαρες ὅροι οἱ Α, Γ, Δ, Β. Λέγω ὅτι ὁ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, μετὰ τοῦ τοῦ Β πρὸς Δ λόγου, ὁ αὐτός ὄζι τῷ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὸν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ δὴ τὸν Δ. Ἔστω γὰρ πῷ μὲν ὑπὸ ΑΒ ἴσος ὁ Κ, πῷ δὲ ἀπὸ Γ ἴσος ὁ Λ· καὶ γεγονέτω ὡς ὁ Β πρὸς Δ, οὕτως ὁ Λ πρὸς Μ. Ὁ ἄρα τοῦ Κ πρὸς Μ λόγος συγκειται ἐκ τοῦ Κ πρὸς Λ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ· καὶ πῷ Λ πρὸς Μ, τουτέστι τοῦ Β πρὸς Δ. Ὁ δὴ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν ποιείτω· ὁ δὲ Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας, τὸν Ξ ποιείτω· τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας, τὸν Ο. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ ὁ Κ ἐστίν, ὁ δὲ Κ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ν πεποίηκεν· [y] τὸ ἄρα Ν ἐστὶν ὁ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὸν Β. Πάλιν δὴ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Λ ἐστίν, ὁ δὲ Λ τὸν Δ πολλαπλασιάσας [z] τὸν Ο πεποίηκεν· ὁ Ο ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ Γ δὴ τὸν Δ. Ὡς τε ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὸν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ δὴ τὸν Δ λόγος, ὁ αὐτός ὄζι πῷ τῷ Ν πρὸς Ο. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ὁ τοῦ Κ πρὸς Μ [a] λόγος ὁ αὐτός ὄζι πῷ τῷ Ν πρὸς Ο. Ἐπεὶ οὖν ἑκάτερος τῶν Κ, Λ τὸν Β πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τὸν Ν, Ξ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ν πρὸς Ξ. Πάλιν ἐπεὶ ὁ Λ ἑκάτερον τῶν Β, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ξ, Ο πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Ἀλλ' ὡς ὁ Β πρὸς Δ, ὁ Λ πρὸς τὸν Μ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ Λ πρὸς Μ, ὁ Ξ πρὸς Ο. Οἱ ἄρα Κ, Λ, Μ τοῖς Ν, Ξ, Ο ἐν πῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· ὡς ἄρα ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ν πρὸς Ξ, καὶ ὁ Λ πρὸς Μ, οὕτως ὁ Ξ πρὸς Ο. Ἀλλ' ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, οὕτως ἐστὶν ὁ τοῦ Κ πρὸς Λ λόγος, τουτέστιν ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὸν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ δὴ τὸν Β λόγος· ὡς δὲ ὁ Λ πρὸς Μ, οὕτως ἐστὶν ὁ τοῦ Λ πρὸς Μ, τουτέστιν ὁ τοῦ Β πρὸς Δ λόγος· ὡς ἄρα ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὸν Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ δὴ τὸν Δ λόγος, ὁ αὐτός ὄζι πῷ τῷ Ν πρὸς Ο. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

LEMMA IN EAM, QUÆ SEQUITUR, DEMONSTRATIONEM.

Sint quatuor termini A, Γ, Δ, B. Dico rationem, quæ componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub A, B continetur ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ, eamdem eſſe atque rationem ſpatii, quod continetur ſub A, B in B ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Sit enim ſpatio, quod ſub AB continetur, æqualis terminus K; et quadrato, quod a Γ deſcribitur, æqualis terminus Λ: et fiat ut B ad Δ, ita Λ ad M. Ratio igitur ipſius K ad M componitur ex ratione cum ipſius K ad Λ; hoc eſt ſpatii quod ſub A, B continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur; tum ipſius Λ ad M; hoc eſt ipſius B ad Δ. Porro KB multiplicans faciat N: et Λ multiplicans quidem B, faciat Ξ; multiplicans vero Δ, faciat O. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub AB continetur, terminus eſt K; qui quidem KB multiplicans fecit N; ideo N ſpatium eſt, quod continetur ſub AB, ductum in B. Rurſus quoniam quadratum, quod a Γ deſcribitur, terminus eſt Λ; qui quidem Λ multiplicans Δ fecit O; ideo O eſt quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Quare ratio ſpatii, quod ſub AB continetur, ducti in B, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, ductum in Δ, eadem eſt atque ratio ipſius N ad O. Oportet igitur demonſtrare, rationem ipſius K ad M eamdem eſſe atque rationem ipſius N ad O. Quoniam igitur uterque terminus K, Λ, B multiplicans, utrumque N, Ξ fecit; ut K ad Λ, ita ſe habet N ad Ξ. Rurſus quoniam terminus Λ multiplicans utrumque B, Δ, utrumque fecit Ξ, O; ut B ad Δ, ita ſe habet Ξ ad O. Ut autem B ad Δ, ita ſe habet Λ ad M. Ut igitur Λ ad M, ita etiam ſe habet Ξ ad O. Quo fit ut termini K, Λ, M; et N, Ξ, O bini binis ſibi invicem proportione reſpondeant. Igitur etiam



[w] τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ [x] λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ ex MS. [y] ὁ ἄρα Η [z] τὸν Β [a] λόγος ἐστὶ

* Ita ſupplet Meibomius loci hujus ſententiam.

Digitized by Google

ut K ad M, ita, æqua proportione, ſe habet N ad O. Ac ratio quidem ipſius K ad M eadem eſt atque illa, quæ componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ; ratio vero ipſius N ad O eadem eſt atque ratio ſpatii, quod continetur ſub AB, ducti in B, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ. Quæ igitur ratio componitur ex ratione cum ſpatii, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a Γ deſcribitur, tum ipſius B ad Δ, hæc eadem eſt atque ratio ſpatii, quod continetur ſub AB, ducti in B, ad quadratum, quod deſcribitur a Γ, ductum in Δ.

Illud vero manifeſtum eſt, ſpatium quod, ſub AB continetur, in B ductum, æquale eſſe quadrato, quod a B deſcribitur, ducto in A. Quoniam enim ut A ad B, ita ſe habet ſpatium, quod ſub AB continetur, ad quadratum, quod a B deſcribitur, ſumpta communi altitudine B; ſi vero quatuor ſint termini invicem proportionales, ſpatium, quod ſub eorum extremis continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub mediis. Ideo ſpatium, quod ſub AB continetur, in B ductum, æquale eſt quadrato, quod a B deſcribitur, ducto in A.

IN ALTERAM NONI DEMONSTRATIONEM.

Dictum in præcedentibus eſt; ſi inter duas magnitudines media ſumatur, extremarum rationem ex ea componi, quam habet cum prima ad mediam, tum media ad tertiam. Quin etiam ſi plures mediæ ſumantur, extremarum ratio ex iis pariter componitur, quas habent invicem omnes magnitudines deinceps poſitæ. Itaque hoc loco dicit, rationem ſegmenti BAΔ ad ſegmentum BΓΔ componi ex ratione, quam habet tum ſegmentum BAΔ ad conum, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum BΔ deſcribitur, vertex vero punctum A; tum idem conus ad conum, cujus quidem baſis eadem eſt, vertex vero punctum Γ; tum idem hic, quem diximus, conus ad ſegmentum BΓΔ. Nimirum ſumptis inter ſegmenta ΔAB, et BΓΔ mediis, quos diximus, conis. Sed ratio quidem ſegmenti BAΔ ad conum BAΔ eadem eſt quæ ipſius HΘ ad ΘΓ: nimirum per Poriſma tertii theorematis libri ſecundi. Quippe in eo dicebatur, ſegmentum ad conum, qui in ipſo eſt, eamdem habere rationem, quam utraque ſimul tum ea, quæ ex centro ſphæræ, tum reliqui ſegmenti altitudo ad reliqui ſegmenti altitudinem. Ratio vero coni BAΔ ad conum BΓΔ eadem quæ ipſius AΘ ad ΘΓ. Cum enim ſuper eadem baſe conſtituti ſint, ſe invicem habent ut altitudines. Ratio denique coni BΓΔ ad ſegmentum BΓΔ eadem quæ ipſius AΘ ad ΘZ: nimirum per Poriſmatis, quod diximus, reciprocationem. Quare ratio ſegmenti BAΔ ad ſegmentum BΓΔ ex ratione componitur tum ipſius HΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘZ. Quæ autem ratio componitur ex ratione tum ipſius HΘ ad ΘΓ, tum ipſius AΘ ad ΘΓ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Æquiangula enim parallelogramma rationem habent, quæ ex lateribus componitur. Quæque componitur ex ratione tum ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, tum ipſius AΘ ad ΘZ, eadem eſt quæ ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ducti in ΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: nimirum ut in præmiſſo theoremate demonſtratum eſt. Quæ quidem ratio ſpatii, quod continetur ſub HΘA, ducti in ΘA, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, eadem eſt quæ quadrati, quod deſcribitur ab AΘ, ducti

πῷ λόγῳ εἰσὶ σωὶ δύο λαμβανόμενοι. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Κ πρὸς Μ, οὕτως ὁ Ν πρὸς Ο. [b] Καὶ ὁ τῆ Κ πρὸς Μ λόγος, ὁ αὐτὸς πῷ συγκειμένῳ ἐκ τῆ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, καὶ τῆ ὃν ἔχει ὁ Β πρὸς Δ· ὁ δὲ τῆ Ν πρὸς Ο λόγος, ὁ αὐτός ἐστι πῷ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὲ Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ ἐπὶ τὲ Δ. Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τῆ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ, καὶ τῆ ὃν ἔχει ὁ Β πρὸς Δ, ὁ αὐτός ἐστι πῷ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὲ Β πρὸς τὸ ἀπὸ Γ δὴ τὸν Δ.

Φανερὸν δή, καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ ΑΒ δὴ τὲ Β ἴσον ἐστὶ πῷ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸν Α. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ Β, τοῦ Β κοινοῦ ὕψος λαμβανομένου· ἐὰν δὲ τέσσαρες ὅροι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ πῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα [c] ὑπὸ ΑΒ δὴ τὸν Β, ἴσος ἐστὶ πῷ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸν Α.

ΕΙΣ ΤΟ ΑΛΛΩΣ ΤΟΥ θ'.

Εἴρηται ἐν τοῖς προλαβοῦσιν, ὡς ἐὰν δύο μεγεθῶν ληφθῇ τὸ μέσον, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῆ ὃν ἔχει τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, καὶ τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. Ὁμοίως [d] δὴ κἂν πλείονα μέσα ληφθῇ, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῶν λόγων ὧν ἔχουσιν πάντα κατὰ τὸ ἑξῆς πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη. Καὶ ἐνταῦθα οὖ φησι, ὅτι ὁ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τῆ ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος [e] πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν μὲν ἔχοντα τῷ αὐτῷ, κορυφὴν δὲ τὸ Γ σημεῖον· καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. Δηλαδὴ τῆ ΔΑΒ τμήματος, καὶ τοῦ ΒΓΔ μέσων λαμβανομένων τῶν εἰρημένων κώνων. Ἀλλ' ὁ μὲν τῆ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ· διὰ τὸ Πόρισμα τῆ τρίτη Θεωρήματος τῆ δευτέρᾳ βιβλίῳ. Ἐλέγετο γὰρ τὸ τμῆμα πρὸς τὸν ἐν ἑαυτῷ κῶνον τὸν αὐτὸν ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τῆ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τῆ λοιπῆ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τῆ λοιποῦ τμήματος. Ὁ δὲ τῆ ΒΑΔ κώνου πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον, ὁ τῆς ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΓ. Ἐπεὶ γὰρ τὰ αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη. Ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα, ὁ τὲ ΑΘ ἐστὶ πρὸς ΘΖ· διὰ τὸ ἀνάπαλιν τὲ εἰρημένου Πορίσματος· Ὡς τε ὁ τὲ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, καὶ τοῦ τῆς ΑΘ [f] πρὸς ΘΖ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ, ὁ τοῦ ὑπὸ ΗΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλογράμματα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ, ὁ τοῦ ὑπὸ ΗΘΑ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὡς δέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι λήμματι. Ὁ δὲ τῆ ὑπὸ ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὲ ΘΖ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ ὃν ἔχει τὸ ΑΘ ἐπὶ

[b] καὶ ἐπὶ ὁ τῆ Κ [c] ὑπὸ ΑΒΕ [d] δὴ [e] πρὸς κῶνον [f] πρὸς ΘΓ

Digitized by Google

τῷ ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ὅπερ τὴν ΘΖ· καὶ τοῦτο συναποδέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι. Ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ὅπερ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ὅπερ τὸν ΘΖ. Ἐπεὶ οὖν δεῖ δεῖξαι, ὅτι τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤ διπλάσιον τοῦ τῆς ὁμοφανείας πρὸς τὴν ὁμοφάνειαν λόγου· δεῖ ἄρα δεῖξαι, [g]ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τῷ ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ὅπερ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἤ διπλάσιονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ὁμοφάνεια τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὴν ὁμοφάνειαν τοῦ ΒΓΔ· τουτέστι τὸν ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς προλαβοῦσι θεωρήμασι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ὅπερ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [h]ΓΘ ὅπερ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἤ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Ὅπερ ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΘ ὅπερ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ὅπερ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, τῆς ΘΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΘ ὅπερ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ὅπερ τὴν ΘΗ. Χρὴ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ αὐτὸ [i]τὸ ἀπὸ ΑΘ ὅπερ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ ὅπερ τὴν ΘΗ· τουτέστιν ὅτι μείζων ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ. Ἔστι δὲ τοῦτο φανερόν. Ἀνίσοις γὰρ τοῖς ΑΘ, ΘΓ ἴσαι προσκείνται αἱ ΖΑ, ΓΗ.

Ταῦτα εἰπὼν, αὐτὸς μὲν οὐκ ἐπήγαγεν τὴν συνθεσιν, ἡμεῖς δ' αὐτὴν προσθήσομεν. Ἐπεὶ ἡ ΖΘ τῆς ΘΗ μείζων ἐστί, τὸ ἀπὸ ΓΘ ὅπερ τὴν ΘΖ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΘ ὅπερ τὴν ΘΗ. Ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. [k]Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ. Ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐστι τοῦ τῆς ΑΘ [l]πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ὅπερ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, ἐλάσσονα ἤ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ ὃν ἔχει

in ΘH, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ: hoc enim quoque in præmiſſo theoremate demonſtratum eſt. Itaque ratio ſegmenti ad ſegmentum eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ducti in ΘH, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ. Cum igitur demonſtrare oporteat ſegmentum ad ſegmentum rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ſuperficies ad ſuperficiem; oportet utique demonſtrare, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet ſuperficies ſegmenti BAΔ ad ſuperficiem ſegmenti BΓΔ; hoc eſt quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB. Ut autem quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΓ, ita ſe habet AΘ ad ΘΓ: hoc enim in præcedentibus demonſtratum eſt. Demonſtrandum igitur eſt, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, rationem habere minorem ejus dupla, quam habet AΘ ad ΘΓ. Dupla autem ipſius AΘ ad ΘΓ ratio eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Demonſtrandum eſt igitur, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ. Ut autem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ita ſe habet, ſumpta ΘH communi altitudine, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Demonſtrandum igitur eſt, quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habere, quam idem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem minorem habet rationem, ea major eſt. Demonſtrandum eſt igitur, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ZΘ ductum, majus eſſe quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘH; hoc eſt majorem eſſe ZΘ quam ΘH. Hoc vero manifeſtum eſt. Quippe inæqualibus AΘ, ΘΓ æquales adjectæ ſunt ZA, ΓH.

Hæc cum dixiſſet ipſe quidem compoſitionem non intulit, quam nos ſubjiciemus. Quoniam ZΘ major eſt quam ΘH, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur in ΘZ ductum, majus eſt quadrato, quod deſcribitur a ΓΘ, ducto in ΘH. Quare quadratum, quod ab AΘ deſcribitur in ΘH ductum ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, ductum in ΘZ, minorem rationem habet, quam idem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH. Ut autem quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘH, ita ſe habet quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ. Igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, minorem rationem habet, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΓ, dupla eſt rationis ipſius AΘ ad ΘΓ. Igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, rationem habet minorem ejus dupla, quam AΘ habet ad ΘΓ. Demonſtratum autem eſt, ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod

[g] ὅτι ὁ τοῦ ἀπὸ AB [h] EΘ [i] τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτό; in MS. deſunt. [k] ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ· πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ· τὸ ἄρα &c. [l] πρὸς ΓΘ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιος ἐστὶ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ· τὸ ἄρα

Digitized by Google

ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ; ſuperficierum vero eamdem atque ipſius AΘ ad ΘΓ. Igitur ſegmentum ad ſegmentum rationem habet minorem ejus dupla quam ſuperficies habet ad ſuperficiem.

Deinde vero reſolvens alteram theorematis partem, ſequitur. Dico autem etiam majus ſegmentum ad minus rationem habere majorem ſeſquialtera rationis ſuperficiei ad ſuperficiem. At vero demonſtratum eſt, ſegmentorum rationem eamdem eſſe atque quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ: et rationis ſuperficiei ad ſuperficiem ſeſquialtera eſt ratio cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ; hoc eſt cubi, qui ab AΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB. Nam rationis ipſius AB ad BΓ dupla quidem ratio eadem eſt quæ quadrati, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΓ; tripla vero eadem quæ cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ. Ut autem cubus, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ, ita ſe habet cubus, qui ab AΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB. Nam ut AB ab BΓ, ita ſe habet, propter triangulorum ABΓ, ABΘ ſimilitudinem, AΘ ad ΘB: et ſi quatuor ſint rectæ invicem proportionales, etiam ſolida ſimilia, quæ ab ipſis ſimili modo deſcribuntur, proportionalia invicem ſunt. Quare cubus, qui ab AΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB, rationem habet ejus ſeſquialteram, quam quadratum, quod ab AB deſcribitur, habet ad quadratum, quod deſcribitur a BΓ; hoc eſt ſuperficies ad ſuperficiem. Ut autem ſegmentum ad ſegmentum, ita ſe habet quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam cubum qui ab AΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB; hoc eſt quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, et AΘ ad ΘB. Ratio enim quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, dupla rationis ipſius AΘ ad ΘB, adjungens ſibimetipſi rationem ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ cubi, qui ab AΘ deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB: utraque enim ejuſdem rationis eſt tripla. At vero ratio quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, adjungens ſibimetipſi rationem ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB. Quoniam enim ratio ipſius AΘ ad ΘB eadem eſt quæ ipſius ΘB ad ΘΓ; proportionalis media cum ſit BΘ; ideo ratio quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, itemque ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, quæque ipſius BΘ ad ΘΓ. Ratio autem ipſius BΘ ad ΘΓ eadem eſt quæ quadrati, quod a BΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub BΘΓ continetur, ſumpta BΘ communi altitudine. Quare ratio quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, itemque ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB; quæque quadrati, quod a BΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub BΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub BΘΓ continetur, ex ratione componitur cum quadrati,

τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ δὲ τῶν ἐπιφανειῶν ὃν ἔχει ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγος.

Ἐξῆς δὴ ἀναλύων τὸ ἕτερον μέρος τοῦ θεωρήματος ἐπάγει. Φημὶ δὴ ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸν ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγον. Ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· τετάρτου, ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον. Τοῦ γὰρ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΓ διπλάσιος μέν ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τριπλάσιος δὲ ὁ τοῦ [m] ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΒ κύβον. Ὡς γὰρ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΘΒ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓ, ΑΒΘ τριγώνων. Ἐὰν δὲ ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ, τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογόν εἰσιν. Ὡς τε ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΒ κύβον, ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον· τετάρτου ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν. Ἀλλ' ὡς τὸ τμῆμα [n] πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Φημὶ δή, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ [o] ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΒ κύβον· τετάρτου ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, καὶ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. Ὁ γὰρ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, διπλασίων τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον· ἑκάτερος γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἐστι τριπλάσιος. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΘΒ πρὸς ΘΓ, τῆς ΒΘ μέσης ἀνάλογον ὑπαρχούσης· ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, [p] μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ. Ἀλλ' ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τῆς ΒΘ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Ὡς τε ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ. Ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος, ὁ συγκείμενός ἐστιν ἔκ τοῦ

[m] ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον· ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ in MS. desunt. [n] In MS. desunt πρὸς τὸ τμῆμα. [o] ΓΘ ex MS. [p] μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός; ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ in MS. desunt.

Digitized by Google

ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, τοῦτ' ἔστι τοῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τῷ ἀπὸ ΒΘ μέσον λαμβανομένου. Ὡς δὲ τὸ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ [q]ὑπὸ ΒΘΓ. Ὃν δὲ τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ὑπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ἡ ΘΗ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Φημὶ δὴ ὅτι τὸ [r]ὑπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστι. Δεικτέον οὖν ὅτι τὸ [s]ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ὃ ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἐὰν γὰρ ὦσι τέσσαρες ὅροι ὡς ἐνταῦθα, τὸ ἀπὸ ΓΘ, καὶ τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἡ ΘΗ, καὶ ΘΖ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἔλασσον ἢ [t]τοῦ ὑπὸ τῶν μέσων, ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ τρίτος πρὸς τὸν τέταρτον, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. Εὐλόγως ἄρα ἐχρῆν δεῖξαι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ [u]ἔλασσον τοῦ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘΒ, ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [v]ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΒΛ. Ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΘΑ, ΚΕ. Ἡ γὰρ ΑΖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστί. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΘΗ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τῆς ΗΘ ἡ ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ ἡ ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ· δείσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΑΘ, ΚΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἐπεὶ γὰρ δεῖ δειχθῆναι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, [x]ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΚΕ πρὸς ΘΒ· τουτέστι πρὸς ΛΕ. Καὶ διελόντι, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΚΛ πρὸς ΛΕ, τουτέστι πρὸς ΒΘ· καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον ἥ ΘΑ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΘΑ· τουτέστι ἡ ΛΕ πρὸς ΑΘ. Ὅπερ ἄρα ἡ ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑΚΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΛΕ πρὸς ΑΘ. Καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΓΗ, τουτέστιν ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΑ πρὸς ΘΑ· διελόντι ἡ ΚΛ πρὸς

quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, tum quadrati, quod deſcribitur a BΘ, ad ſpatium, quod ſub BΘΓ continetur; medio utique ſumpto quadrato, quod deſcribitur a BΘ. Quare ratio quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BΘ, itemque ipſius AΘ ad ΘB, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub BΘΓ continetur. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, eadem eſt quæ quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, ductum in ΘH: nimirum ſumpta ΘH communi altitudine. Dico igitur quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, ductum in ΘH. Ad quam autem magnitudinem magnitudo eadem majorem rationem habet, ea minor eſt. Oportet igitur demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub BΘΓ, ducto in ΘH: quod idem eſt ac demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, minorem rationem habere, quam ΘH ad ΘZ. Si enim quatuor, ut hic, termini fuerint; id eſt quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur; ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB; ΘH, et ΘZ; ſolidumque, quod ſub eorum extremis continetur, minus ſit ſolido, quod continetur ſub mediis; primus terminus ad ſecundum minorem utique rationem habet, quam tertius ad quartum, ut ſupra demonſtratum eſt. Itaque merito demonſtrare oportebat, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſſe ſpatio, quod continetur ſub ΓΘB, ducto in ΘH. Quod idem eſt ac demonſtrare, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, minorem rationem habere, quam ΘH ad ΘZ. Ut autem quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, ita ſe habet ΓΘ ad ΘB. Oportet igitur demonſtrare, ΓΘ ad ΘB minorem rationem habere, quam ΘH ad ΘZ; hoc eſt, HΘ ad ΘZ rationem habere majorem, quam ΓΘ ad ΘB. Ducatur a puncto E, rectæ EΓ ad rectos angulos, EK; et a puncto B ipſi EK ad angulos item rectos, BΛ. Reliquum eſt, ut demonſtremus, HΘ ad ΘZ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Æqualis eſt autem ΘZ utrique ſimul ΘA, KE. Quippe AZ ei, quæ ex centro, eſt æqualis. Oportet igitur demonſtrare, HΘ ad utramque ſimul ΘA, KE majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Itaque etiam ablata ab HΘ, ΓΘ; et a KE, EΛ ipſi BΘ æquali; demonſtrare oportebit, reliquam ΓH ad reliquam utramque ſimul AΘ, KΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Quoniam enim demonſtrare oportet, HΘ ad utramque ſimul ΘA, KE majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB; oportebit utique demonſtrare, etiam permutando, HΘ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΘA, KE ad ΘB; hoc eſt ad ΛE. Et dividendo, HΓ ad ΓΘ majorem rationem habere, quam utramque ſimul ΘA, KΛ ad ΛE; hoc eſt ad BΘ: et permutando, HΓ ad utramque ſimul ΘA, KΛ majorem rationem habere, quam ΓΘ ad ΘB. Ut autem ΓΘ ad ΘB, ita ſe habet ΘB ad ΘA; hoc eſt ΛE ad AΘ. Oportebit igitur demonſtrare, HΓ ad utramque ſimul ΘA, KΛ majorem rationem habere, quam ΛE ad AΘ. Et permutando, ΓH, hoc eſt KE ad EΛ majorem rationem habere, quam utramque ſimul KΛ, ΘA ad ΘA. Denique, dividendo, KΛ

[q] ἀπὸ [r] ἀπὸ deeſt. [s] ΓΔ [t] ἡ [u] μεῖζον [v] ἤπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει in MS. deſunt. [x] ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλαξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει in MS. deſunt.

Digitized by Google

ad ΛE majorem rationem habere, quam eamdem KΛ ad ΘA: hoc eſt minorem eſſe ΛE quam ΘA. Nos vero deinceps compoſitionem adjiciemus. Quoniam ΛE minor eſt quam AΘ; KΛ ad ΛE majorem rationem habet quam KΛ ad AΘ. Et componendo, KE ad EΛ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ ad AΘ. Æqualis eſt autem ΛE ipſi BΘ. Igitur HΓ ad BΘ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ ad AΘ. Et permutando, HΓ ad utramque ſimul KΛ, AΘ majorem rationem habet quam BΘ ad ΘA; hoc eſt ΓΘ ad ΘB. Et permutando, HΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ ad ΘB. Et componendo, HΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam utraque ſimul KΛ, AΘ una cum ΘB, hoc eſt utraque ſimul AΘ, KE ad BΘ. Æqualis eſt autem KE ipſi AZ. Igitur HΘ ad ΘΓ majorem rationem habet, quam ZΘ ad ΘB. Et permutando, HΘ ad ΘZ majorem rationem habet, quam ΓΘ ad ΘB. Ut autem ΓΘ ad ΘB, ita ſe habet quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB. Igitur propter ea, quæ antea dicta ſunt, quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, in ΘZ ductum, minus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓΘB, ducto in ΘH. Quod igitur quadratum ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB, ductum in ΘH: nimirum quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem habet rationem, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΓΘB. Ratio autem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, ex ratione componitur cum quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, tum quadrati, quod deſcribitur a ΘB, ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ; medio utique ſumpto quadrato, quod deſcribitur a BΘ: et ratio quadrati, quod deſcribitur a BΘ ad ſpatium, quod continetur ſub BΘΓ, eadem eſt quæ rectæ ΘB ad ΘΓ; hoc eſt rectæ AΘ ad BΘ. Quod igitur quadratum ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habet, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, et recta AΘ ad ΘB. Quæ autem ratio componitur ex ratione cum quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB, tum rectæ AΘ ad ΘB, hæc eadem eſt quæ cubi, qui ab AΘ, deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a ΘB; hoc eſt cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ. Quod igitur quadratum ab AΘ deſcribitur, in ΘH ductum, id ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, majorem rationem habet, quam cubus, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ. Demonſtratum eſt autem rationem quidem quadrati, quod ab AΘ deſcribitur, in ΘH ducti, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ, ductum in ΘZ, eamdem eſſe atque rationem ſegmentorum: rationem vero cubi, qui ab AB deſcribitur, ad cubum, qui deſcribitur a BΓ, ſeſquialteram eſſe rationis ſuperficierum. Segmentum igitur ad ſegmentum rationem habet majorem ejus ſeſquialtera, quam ſuperficies habet ad ſuperficiem.

ΛE μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ αὐτὴ ἡ ΚΛ πρὸς ΘA· τετάρτη γάρ ἐστιν ὅπ ἐλάσσων ἡ ΛE τῆς ΘA ἐστίν. Ἐξῆς δὲ ἡμεῖς τὴν σύνθεσιν προσθήσομεν· Ἐπεὶ ἡ ΛE τῆς AΘ ἐλάσσων, ἡ ἄρα ΚΛ πρὸς ΛE μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς AΘ. Συνθέντι ἡ ΚE πρὸς EΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, AΘ πρὸς AΘ. Ἡ δὲ ΛE τῇ BΘ ἐστὶν ἴση. Ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς BΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, AΘ πρὸς AΘ. Ἐναλλὰξ, ἡ ἄρα ΗΓ πρὸς συναμφότερον τὸν ΚΛ, AΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ BΘ πρὸς ΘA, τετάρτη γάρ ἐστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΘB. Ἐναλλὰξ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, AΘ πρὸς ΘB. Συνθέντι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, AΘ μετὰ τῆς ΘB, τετάρτη συναμφότερος ἡ AΘ, KE πρὸς [γ] BΘ. Ἴση δὲ ἡ KE τῇ AZ. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ZΘ πρὸς ΘB. Ἐναλλὰξ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB. Ὡς δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘB, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘB. Ἡ ἄρα ΗΘ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘB· διὰ πρότερον εἰρημένα, τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΓΘB ἐπὶ τὴν ΘH. Τὸ ἄρα ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὼ ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὼ ΘH, πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘB [γ] ἐπὶ τὼ ΘH· τετάρτη τὸ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘB. Ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ AΘ [α] πρὸς τὸ ὑπὸ BΘΓ, τοῦ ἀπὸ BΘ μέσα λαμβανομένης, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB, καὶ τοῦ ἀπὸ BΘ πρὸς τὸ ὑπὸ BΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ BΘ πρὸς τὸ ὑπὸ BΘΓ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς BΘ πρὸς ΘΓ, τετάρτῃ τῷ τῆς AΘ πρὸς BΘ. Τὸ ἄρα ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB, μετὰ τῆ AΘ πρὸς ΘB. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB, καὶ τοῦ τῆ AΘ πρὸς ΘB, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς AΘ κύβου, πρὸς τὸν ἀπὸ ΘB κύβον· τετάρτῃ τῷ ἀπὸ AB κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ BΓ κύβον. Τὸ ἄρα ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὼ ΘZ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ AB κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ BΓ κύβον. Ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ AΘ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὼ ΘZ λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ μὲν τμημάτων· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆ AB [β] κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς BΓ κύβου λόγος, ἡμιόλιος ἐδείχθη τοῦ τῶν ἐπιφανειῶν λόγου. Τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡμιόλιον τοῦ ὃν ἔχει ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν.

[γ] AΘ [α] ἐπὶ τὴν ΘH, οὕτως τὸ ἀπὸ AΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον τοῦ ἀπὸ BΘ in MS. desunt. [β] AΘ [α] πρὸς τὸ ὑπὸ BO, ΘΓ

Digitized by Google

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

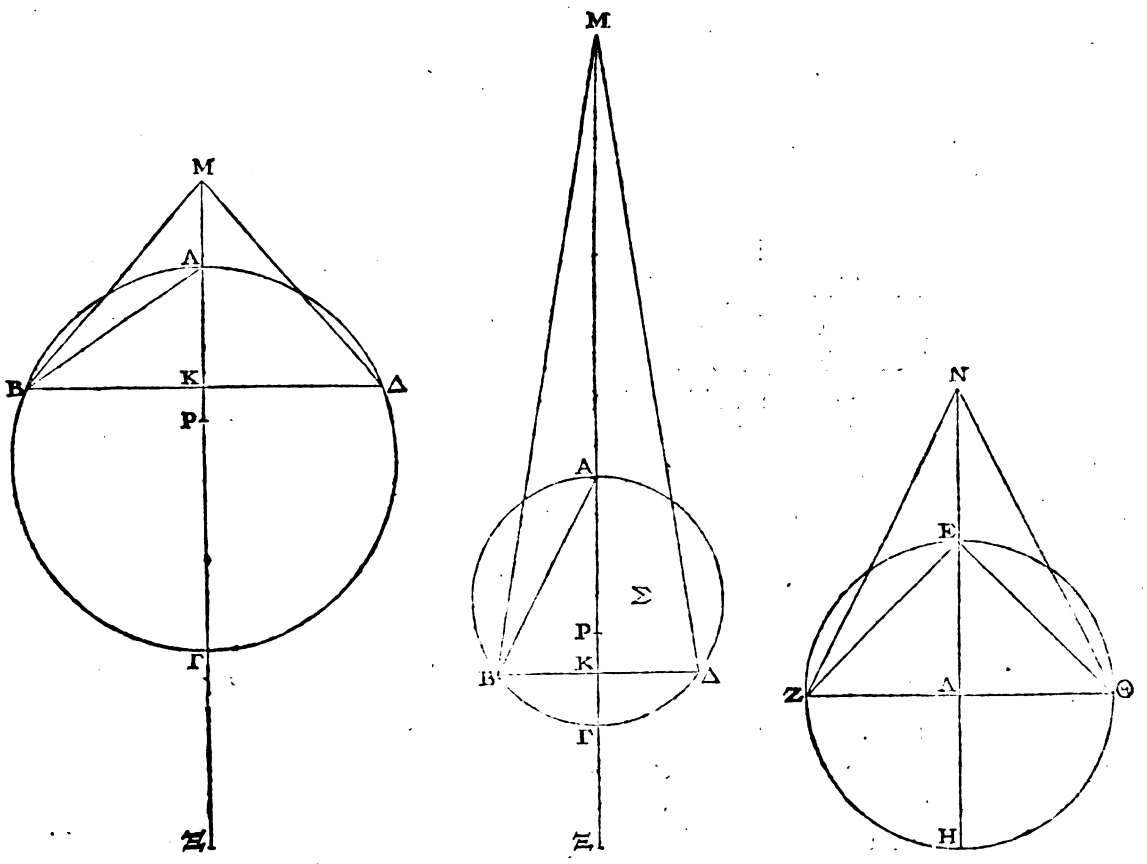
Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων, μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΗΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΗ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. Ἔστω δὲ τὰ μὲν τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς ΑΓ, ΕΗ διαμέτρους· καὶ τετμήσθωσαν κατὰ τὰς ΔΒ, ΖΘ γραμμάς. Ἔστι δὲ τὸ μὲν κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον· τῶν δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμημῶν, ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι πρὸς ᾧ τὸ Σ σημεῖον μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασσον ἡμισφαιρίου. Ἴσαι δὲ ἔστωσαν [c] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν ἡμισφαίριον, τοῦ κατὰ τὴν [d] ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματος.

PROP. X. Theor.

Sphæricorum ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur, quod eſt hemiſphærium, id eſt maximum.

Sit ſphæra, cujus maximus circulus ΑΒΓΔ, et diameter ΑΓ: aliaque item ſphæra, cujus maximus circulus ΕΖΗΘ, et diameter ΕΗ: planoque ſecentur altera quidem per centrum, altera vero non per centrum acto. Quæ autem ſecant plana recta ſint ad diametros ΑΓ, ΕΗ: ſecenturque ſphæræ ſecundum lineas ΔΒ, ΖΘ. Ac ſegmentum quidem ſphæræ, quod ſecundum circumferentiam ΖΕΘ conſtituitur, hemiſphærium eſt: quæ autem ſegmenta conſtituuntur ſecundum circumferentiam ΒΑΔ, horum quidem alterum in ea figura, in qua eſt punctum Σ, majus eſt hemiſphærio; alterum vero in figura alia hæmiſphærio minus. Æquales autem ſint ſegmentorum, quæ diximus, ſuperficies. Dico igitur hemiſphærium, quod ſecundum circumferentiam ΖΕΘ conſtituitur, majus eſſe hemiſphærio, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΒΑΔ.



Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων, φανερὸν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΕΖ εὐθείᾳ. Δέδεικται γὰρ ἑκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια ἴση οὖσα κύκλῳ, [e] ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ ΒΑΔ περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ᾧ [f] τὸ Σ σημεῖον, δῆλον ὅτι ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασίων δυνάμει τ[d] ΑΚ,

Quoniam enim æquales ſunt ſegmentorum, quæ diximus, ſuperficies, manifeſtum eſt ΒΑ rectæ ΕΖ æqualem eſſe. Demonſtratum enim eſt, cujuſque ſegmenti ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cujus ea, quæ ex centro, æqualis eſt rectæ, quæ a vertice ſegmenti ducitur ad circumferentiam circuli, qui eſt baſis ſegmenti. Et quoniam circumferentia ΒΑΔ in ea figura, in qua eſt punctum Σ, major eſt dimidio circuli; manifeſtum eſt ΒΑ rectæ quidem ΑΚ

[c] αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅτι in MS. deſunt. [d] ΖΗΘ [e] ὅτου [f] τὸ Γ

Digitized by Google

minorem esse quam duplam potestate; ejus vero, quæ ex centro, potestate majorem quam duplam. Sit porro ei, quæ ex centro circuli ABΔ, æqualis ΓΞ: et quam rationem habet ΓΞ ad ΓK, hanc habeat MA ad AK: et a circulo, qui circa diametrum BΔ est, conus describatur verticem habens punctum M. Æqualis est igitur hic conus sphæræ segmento, quod secundum circumferentiam BAΔ constituitur. Sit item rectæ EΛ æqualis EN: et a circulo, qui circa diametrum ΘZ est, describatur conus verticem habens punctum N. Æqualis est igitur hic conus hemisphærio, quod constituitur secundum circumferentiam ΘEZ. Spatium autem, quod sub AP, PΓ continetur, majus est spatio, quod continetur sub AK, KΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere sit majus: et quadratum, quod ab AP describitur, æquale est spatio, quod continetur sub AK, ΓΞ; cum dimidium sit quadrati, quod describitur ab AB. Igitur etiam utrumque utroque est majus. Quod igitur spatium sub ΓA, AP continetur, majus est spatio, quod continetur sub ΞK, KA. Spatio autem, quod sub ΞK, KA continetur, æquale est spatium, quod continetur sub MK, KΓ. Majus est igitur spatium, quod sub ΓA, AP continetur, spatio, quod continetur sub MK, KΓ. Quare majorem rationem habet ΓA ad ΓK, quam MK ad AP. Quam autem rationem habet AΓ ad ΓK, hanc habet quadratum, quod ab AB describitur, ad quadratum, quod describitur a BK. Constat igitur majorem rationem habere dimidium quadrati, quod ab AB describitur; quod quidem æquale est quadrato, quod describitur ab AP; ad quadratum, quod describitur a BK, quam MK ad duplam ipsius AP; quæ quidem ipsi ΛN est æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum ΘZ describitur, ad circulum, qui describitur circa diametrum BΔ, quam MK ad NΛ. Quare major est conus, qui basim quidem habet circulum, qui circa diametrum ZΘ describitur, verticem vero punctum N, cono, qui basim quidem habet circulum, qui describitur circa diametrum BΔ, verticem vero punctum M. Itaque illud quoque constat hemisphærium, quod secundum circumferentiam EZΘ constituitur, majus esse segmento, quod constituitur secundum circumferentiam BAΔ.

τῆς ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἡ διπλασίων δυνάμει.* Ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΔ κύκλου ἴση ἡ ΓΞ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΞ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ· ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κῶνος ἔστω, κορυφὴν ἔχων τὸ Μ σημεῖον. Ἴσος δή ἐστιν ὁ κῶνος τῷ κατὰ τὸ ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματι τοῦ σφαίρας. Ἔστω καὶ τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. Ἴσος δὴ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡ, ΡΓ, μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΓ· διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΡ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν [g]ΑΚ, ΓΞ· ἡμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Μείζων δέ ἐστι καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ. Τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΞΚ, ΚΑ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τοῦ ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τοῦ ΓΑ, ΑΡ, τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τε μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΑΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. Δῆλον δέ, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἡμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ [h]ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ΛΝ. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ, πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΝΛ. Ὡς τε μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὸν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον, τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὸν ΒΔ, κορυφὴν δὲ τὸ Μ σημεῖον. Δῆλον δέ, ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὸν ΒΑΔ περιφέρειαν.

EUTOCIUS.

IN DECIMUM.

Manifestum autem est, BA rectæ quidem AK potestate minorem esse quam duplam; ejus vero, quæ ex centro, majorem quam duplam. Juncta enim a puncto B ad centrum BO; cum angulus BOA, qui ad centrum est, sit obtusus, quadratum, quod ab AB describitur, majus est quadratis, quæ describuntur ab æqualibus rectis

ΕΙΣ ΤΟ ι'.

Δῆλον δὲ ὅτι ἡ ΒΑ τῆς μὲν ΑΚ ἐλάσσων ἐστὶ δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων, ἡ διπλασία. Ἐπιζευχθείσης γὰρ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς ΒΟ, τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ ἀμβλείας γινομένης τὸ ὑπὸ ΒΟΑ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλείαν περιεχουσῶν

[g] ΑΞ [h] ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς in MS. desunt.

* Crediderim glossema esse.

Digitized by Google

ἴσων ὄντων. Ὡς τε τῆ ἑνὸς αὐτῶν, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἐστὶν ἢ διπλάσιον. Πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ AB ἴσα ὄντος τοῖς ἀπὸ AK, KB, καὶ μείζονος ὄντος τῆ ἀπὸ AK τῆ ἀπὸ KB, τὸ ἀπὸ AB τῆ ἀπὸ AK ἔλασσόν ἐστιν ἢ διπλάσιον. Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τῆ σχήματος, ἐφ' οὗ σημεῖον Σ. Ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι πάναντία τούτοις εἰκότως λεχθήσεται.

Ἔστω τῆ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ, κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. Ἴσος δὴ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ, ὕψος δὲ τὴν ΛΕ, τοῦ μὲν κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, καὶ ὕψος ἴσον, τριπλάσιός ἐστι, τῶν δὲ ἡμισφαιρίων ἡμίολιος· τὸ ἡμισφαίριον διπλάσιόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου. Ἔστι δὴ καὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΖ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΛΝ, διπλάσιος τοῦ αὐτοῦ κώνου. Καὶ τὸ ἡμισφαίριον ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΛΝ.

Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡΓ μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν ἡ ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι ἐὰν εὐθεῖα τμηθῆ εἰς ἄνισα, κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον, τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν κατὰ τὴν ἐγγυτέραν τῆς διχοτομίας τομὴν μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν τμημάτων κατὰ τὴν ἀπωτέρω. Ταυτὸν δέ ἐστιν εἰπεῖν, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. Ὅσῳ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶ, τοσούτῳ πλέον ἀφέστηκεν ἡ τομὴ τῆς διχοτομίας.

Τὸ δὲ [k] ἀπὸ τῆς ΑΡ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΓΞ, ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῆ ἡ ΒΓ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον ἦχθαι τὴν ΒΚ, καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια εἶναι ἀλλήλοις τε καὶ τῷ ὅλῳ· ἄρα τὸ ὑπὸ ΓΑΚ ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΒ. Ὡς τε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἡμισείας τῆς ΓΑ, καὶ ΑΚ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΓΞ, ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ ΑΒ, τουτέστι τῷ ἀπὸ ΑΡ.

Μεῖζον ἔν δεῖ καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου. Ἐπεὶ γὰρ ἴσον δεῖ τὸ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ [l] τῷ ἀπὸ ΑΡ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ τοῦ ὑπὸ ΑΚΓ· ἐὰν δὲ ἄνισοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐκεῖνο μεῖζον, ὃ καὶ ἐξαρχῆς μεῖζον· [m] τῷ ὑπὸ ΑΡΓ προστεθέντος τοῦ ἀπὸ ΑΡ, τῷ δὲ ὑπὸ ΑΚΓ τοῦ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ· μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ ΑΡΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΡ, τοῦ ὑπὸ ΑΚΓ, μετὰ [n] ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΡ, ἴσον γίνεται τῷ ὑπὸ ΓΑΡ, διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τῆ δευτέρᾳ βιβλίᾳ τῆς Στοιχειώσεως· τὸ δὲ ὑπὸ ΑΚΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ, ἴσον τῷ ὑπὸ ΑΚ, ΚΞ, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα [n] αὐτῆ βιβλίου. Ὡς τε τὸ ὑπὸ ΓΑΡ μεῖζόν δεῖ [n] ὑπὸ ΑΚΞ. Τῷ δὲ ὑπὸ [n]

obtuſum angulum comprehendentibus. Quare eorum alterius, nempe illius, quod ab ea, quæ ex centro, deſcribitur, majus eſt quam duplum. Rurſus autem cum quadratum, quod ab AB deſcribitur, æquale ſit quadratis quæ deſcribuntur ab AK, KB, quorum illud, quod ab AB deſcribitur majus eſt illo, quod deſcribitur a KB; quadratum utique, quod ab AB deſcribitur, quadrato, quod deſcribitur ab AK, minus eſt quam duplum. Atque hæc quidem de figura, in qua eſt punctum Σ. Nam de altera contraria prorſus dicenda ſunt.

Sit item rectæ ΕΛ æqualis ΕΝ: et a circulo, qui circa diametrum ΘΖ eſt, deſcribatur conus verticem habens punctum Ν. Æqualis eſt igitur hic conus hemiſphærio, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΘΕΖ. Quoniam enim cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΘΖ deſcribitur, et altitudinem ΛΕ, coni quidem eamdem baſim et altitudinem habentis triplus eſt, hemiſphærii vero ſeſquialter; ideo hemiſphærium coni illius eſt duplum. Duplus eſt autem ejuſdem coni etiam conus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΘΖ deſcribitur, et altitudinem ΛΝ. Æquale eſt igitur hemiſphærium cono baſim habenti circulum, qui circa diametrum ΖΘ deſcribitur, et altitudinem ΛΝ.

Spatium autem, quod ſub ΑΡΓ continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ΑΚΓ; cum minus alterius latus minore alterius latere ſit majus. Dictum enim ſuperius eſt, ſi recta in inæquales partes in alio atque alio puncto ſecetur; quod ſpatium ſub ſegmentis continetur, quæ propius a rectæ ejus medio ſecantur, id ſpatio majus eſſe, quod continetur ſub ſegmentis, quæ ſecantur remotius ab eodem medio. Quod quidem idem eſt ac dicere, minus alterius ſpatii latus minore alterius latere majus eſſe. Quanto enim minus fuerit, tanto remotius rectæ ſegmenta ab ejus medio ſecabuntur.

Et quadratum, quod ab ΑΡ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΑΚ, ΓΞ; cum dimidium ſit quadrati, quod deſcribitur ab ΑΒ. Si enim jungatur ΒΓ, cum in triangulo rectangulo ducta ſit a recto ejus angulo normalis ΒΚ, quæque ad normalem ſunt triangula, ſimilia toti ſibique invicem ſint; ſpatium, quod ſub ΓΑΚ continetur, æquale eſt quadrato, quod ab ΑΒ deſcribitur. Quare etiam ſpatium, quod continetur ſub dimidia ipſius ΓΑ, et ΑΚ; hoc eſt illud, quod ſub ΓΞ, ΑΚ; æquale eſt dimidio quadrati, quod deſcribitur ab ΑΒ; hoc eſt illi, quod ab ΑΡ.

Igitur etiam utrumque utroque eſt majus. Quoniam enim æquale eſt ſpatium, quod ſub ΑΚ, ΓΞ continetur, quadrato, quod ab ΑΡ deſcribitur; majuſque ſpatium, quod ſub ΑΡΓ continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΑΚΓ; et ſi inæqualibus æqualia adjiciantur tota inæqualia ſunt, majuſque id, quod majus initio erat; ideo ſpatio, quod ſub ΑΡΓ continetur, adjecto quadrato, quod ab ΑΡ deſcribitur, ſpatioque, quod continetur ſub ΑΚΓ, adjecto ſpatio, quod continetur ſub ΑΚ, ΓΞ; majus utique eſt ſpatium, quod ſub ΑΡΓ continetur, una cum quadrato, quod ab ΑΡ deſcribitur, ſpatio, quod continetur ſub ΑΚΓ, una cum ſpatio, quod continetur ſub ΑΚ, ΓΞ. Sed ſpatium, quod ſub ΑΡΓ continetur, una cum quadrato, quod ab ΑΡ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub ΓΑΡ, per tertium theorema libri Elementorum ſecundi: et ſpatium, quod ſub ΑΚΓ continetur, una cum ſpatio, quod continetur ſub ΑΚ, ΓΞ, ſpatio eſt æquale, quod continetur ſub ΑΚ, ΚΞ, per primum theorema ejuſdem libri. Quare ſpatium, quod ſub ΓΑΡ continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur,

[i] καὶ τῆ [k] ἀπὸ ΑΡ [l] τῷ ἀπὸ ΑΡ in MS. deſunt. [m] τῷ μὲν ὑπὸ

Digitized by Google

ſub AKΞ. Spatio autem, quod ſub ΞKA continetur, æquale eſt ſpatium, quod continetur ſub MKΓ. Ponitur enim ut ΞΓ ad ΓK ita ſe habere MA ad AK. Quare etiam componendo, ut ΞK ad KΓ, ita ſe habet MK ad KA. Quod autem ſpatium ſub extremis continetur, id ſpatio æquale eſt, quod continetur ſub mediis. Igitur ſpatium, quod ſub ΞKA continetur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub MKΓ. Majus eſt autem ſpatium, quod ſub ΓAP continetur, ſpatio, quod continetur ſub ΞKA. Majus eſt igitur ſpatium, quod ſub ΓAP continetur, ſpatio, quod continetur ſub MKΓ. Quare majorem rationem habet AΓ ad ΓK, quam MK ad AP. Quoniam enim quatuor ſunt rectæ ΓA, KM, KΓ, AP; et ſpatium, quod ſub prima ΓA, et quarta AP continetur, majus eſt ſpatio, quod continetur ſub ſecunda MK, et tertia KΓ; ideo prima ΓA ad ſecundam MK majorem rationem habet, quam tertia KΓ ad quartam AP. Et permutando, ΓA ad KΓ majorem habet rationem, quam MK ad AP. Quam autem rationem habet AΓ ad KΓ, hanc habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Juncta enim BΓ, cum in triangulo rectangulo ducta a recto ejus angulo ſit normalis BK; ut AΓ ad ΓB, ita ſe habet BΓ ad ΓK. Propterea ut prima ad tertiam; hoc eſt AΓ ad ΓK; ita ſe habet quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB. Ut autem quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓB, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Simile enim eſt triangulum ABK triangulo ABΓ. Ut igitur AΓ ad ΓK, ita ſe habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK. Habet autem AΓ ad ΓK majorem rationem, quam MK ad AP. Habet igitur majorem rationem etiam quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK, quam MK ad AP. Et de præcedentium dimidiis, dimidium quadrati, quod ab AB deſcribitur; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur ab AP; ad quadratum, quod deſcribitur a BK, majorem rationem habet, quam dimidia ipſius MK ad AP; hoc eſt MK ad duplam ipſius AP. At vero quadrato, quod ab AP deſcribitur, æquale eſt quadratum, quod deſcribitur a ZΛ: ponitur enim, AB ipſi EZ æqualem eſſe, et EZ ipſius ZΛ poteſtate duplam; quippe EΛ ipſi ΛZ eſt æqualis: dupla autem ipſius AP eſt NΛ; cum ipſius quoque ΛZ ſit dupla. Quare quadratum, quod a ZΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BK, majorem rationem habet, quam MK, ad duplam ipſius AP, quæ quidem ipſi ΛN eſt æqualis. Majorem igitur rationem habet etiam circulus, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur, circa diametrum BΔ, quam MK ad NΛ. Quare major eſt conus, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum ΘZ deſcribitur, verticem vero punctum N, cono, qui baſim quidem habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum BΔ, verticem vero punctum M. Si enim fiat ut circulus, qui circa diametrum ZΘ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum BΔ, ita KM ad aliam quamdam rectam; hæc utique minor erit quam ΛN. Atque conus, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ZΘ deſcribitur, et altitudinem minorem hujuſmodi rectam, æqualis quidem erit cono MBΔ; quod baſes et altitudines reciprocantur; minor vero cono NΘZ; quod ſuper eadem baſe

Ξ K A ἴσον ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν M K Γ. Ὑπόκειται γὰρ ὡς ἡ Ξ Γ πρὸς Γ K, ἡ M A πρὸς A K. Ὡς τε καὶ συνθέντι ὡς ἡ Ξ K πρὸς K Γ, οὕτως ἡ M K πρὸς K A. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ξ K A ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ M K Γ. Ἀλλὰ τοῦ ὑπὸ τῶν Ξ K A μεῖζον ἦν τὸ ὑπὸ Γ A P. Καὶ τὸ ὑπὸ Γ A P ἄρα μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ M K Γ. Ὡς τε μείζονα λόγον ἔχει ἡ A Γ πρὸς Γ K, ἤπερ ἡ M K πρὸς A P. Ἐπὶ δὲ τέσσαρες εὐθεῖαι εἰσὶν αἱ Γ A, K M, Γ K, A P· καὶ τὸ ὑπὸ πρώτης τῆς Γ A καὶ τετάρτης τῆς A P μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ δευτέρας τῆς M K, καὶ τρίτης τῆς K Γ· ἡ πρώτη ἡ Γ A πρὸς δευτέραν τὴν M K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ [n] ἡ τρίτη ἡ K Γ πρὸς τετάρτην τὴν A P. Καὶ ἐναλλάξ, ἡ Γ A πρὸς K Γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ M K πρὸς A P. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ A Γ πρὸς Γ K, τοῦτον ἔχετω τὸ ἀπὸ τῆς A B πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς B K.° Ἐπιζευχθείσης δὲ τῆς B Γ, καὶ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον εἶναι τὴν B K, γίνεται ὡς ἡ A Γ πρὸς Γ B, ἡ B Γ πρὸς Γ K. Καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τετράγωνον ἡ A Γ πρὸς Γ K, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς A Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Γ B. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς A Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Γ B, οὕτως τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B K. Ὅμοιον γὰρ τὸ A B K τῷ A B Γ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ A Γ πρὸς Γ K, οὕτως τὸ ἀπὸ A B πρὸς τὸ ἀπὸ B K. Ἡ δὲ A Γ πρὸς Γ K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ M K πρὸς A P. Καὶ τὸ ἀπὸ A B ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ B K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ M K πρὸς [p] A P. Καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ, τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ A B, ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ A P, πρὸς τὸ ἀπὸ B K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡμίσεια τῆς M K πρὸς τὴν A P, τουτέστιν ἡ M K πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς A P. Ἀλλὰ τῷ ἀπὸ A P ἴσον ὅτι τὸ ἀπὸ [q] Z Λ· ἐπειδὴ ἡ μὲν A B τῇ E Z ὑπόκειται ἴση, ἡ δὲ E Z τῆς Z Λ διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ E Λ τῇ [r] Λ Z· τῆς δὲ A P διπλασία ἡ [s] N Λ, ἐπεὶ καὶ τῆς Λ Z. Ὡς τε τὸ ἀπὸ Z Λ πρὸς τὸ ἀπὸ B K μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ M K πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς A P, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Λ N. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν [t] Θ Z πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν [u] B Δ, ἤπερ ἡ M K πρὸς N Λ. Ὡς τε μεῖζον ἐστὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν Z Θ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ N σημεῖον, τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν περὶ διάμετρον τὸν B Δ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ M σημεῖον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὸν περὶ διάμετρον τὴν Z Θ κύκλον πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν B Δ κύκλον, οὕτως τὴν K M πρός τινα ἄλλην, ἔσται πρὸς ἐλάσσονα τῆς Λ N. Καὶ ἔστω ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν Z Θ, κύκλον, ὕψος δὲ τὴν εὐρεθεῖσαν ἐλάσσονα εὐθεῖαν, ἴσος μὲν τῷ M B Δ, διὰ τὸ ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσιν,

[n] ἡ τρίτη ἡ K Γ πρὸς τετάρτην τὴν A P. Καὶ ἐναλλαξ ἡ Γ A πρὸς K Γ μείζονα λόγον ἔχει: in MS. desunt. ° Γ K [p] A P K [q] Z A [r] A Z [s] N M Λ [t] B Θ Z [u] B Δ

Digitized by Google

ἐλάτ[ω]ν δὲ τοῦ ΝΘΖ, διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντας πρὸς ἀλλήλους εἶναι ὡς τὰ ὕψη. Δῆλον οὖν ὅτι [*] καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὸν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὸν ΑΒΔ περιφέρειαν.

constituti ſe invicem habent ut altitudines. Itaque illud quoque conſtat, hemiſphærium, quod ſecundum circumferentiam ΕΖΘ conſtituitur, majus eſſe ſegmento, quod conſtituitur ſecundum circumferentiam ΑΒΔ.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπομνήματα εἰς τὸ δεύτερον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

Eutocii Aſcalonitæ commentarius in alterum Archimedis librum de ſphæra, et cylindro, ex editione ab Iſidoro Mileſio Mechanico præceptore noſtro recognita.

Εὐτοκίου πατρὸς γλυκερὸς πόνος, ὃν πότ' ἐκεῖνος
Γράψεν, τοῖς φθονεροῖς πολλάκι μεμψάμενος.

[*] Pro καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΑΒΔ, in MS. ſunt τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΕΖΘ

Digitized by Google

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ,

ΜΕΤΑ ΤΩΝ ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ.

ARCHIMEDIS

CIRCULI DIMENSIO,

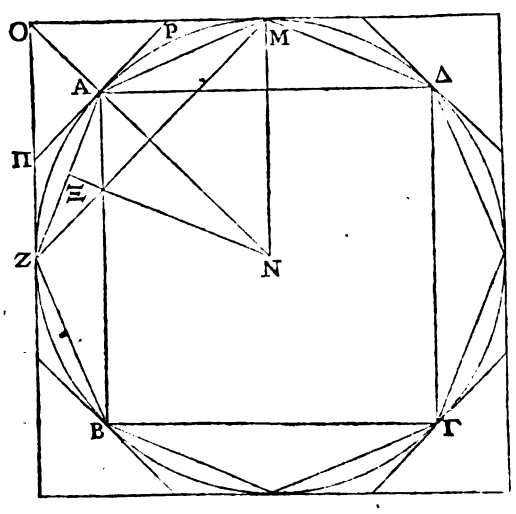
CUM COMMENTARIIS EUTOCII ASCALONITÆ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ λοιπῇ.

Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ[a] κύκλος, ὡς ὑπόκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ Ε.

Εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἔστωντὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. Τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. Εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ καθετὸς ἡ ΝΞ. Ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. Ἔστι δὲ καὶ



[a] κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε ὡς ὑπόκειται λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶ

PROP. I. THEOR.

Quilibet circulus æqualis eſt triangulo rectangulo ejuſmodi, ut eorum laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, alteri quidem æqualis ſit ea, quæ ex centro, alteri vero, ambitus.

Sit circulus ΑΒΓΔ, ut ponitur: dico eum æqualem eſſe triangulo Ε.

Sit enim circulus, ſi fieri poteſt, major, et inſcribatur eidem quadratum ΑΓ; ſecenturque circumferentiæ in duas æquas partes: et ſegmenta minora tandem ſint quam exceſſus, quo circulus triangulum excedit. Itaque rectilineum majus adhuc erit triangulo. Sumatur centrum Ν; ducaturque normalis ΝΞ. Minor eſt igitur ΝΞ altero trianguli latere. Eſt autem et rectilinei ambitus

Digitized by Google

altero latere minor; utpote qui minor etiam eſt ambitu circuli. Minus eſt igitur rectilineum triangulo E. Quod eſt abſurdum.

Sit autem circulus, ſi fieri poteſt, minor triangulo E. Et circumſcribatur eidem quadratum: ſecenturque circumferentiæ in duas æquas partes: et ducantur per ea puncta rectæ contingentes. Itaque angulus OAP rectus eſt: ideoque OP major quam MP; cum MP ipſi PA eſt æqualis. Quare triangulum POΠ majus eſt dimidio figuræ OZAM. Relinquantur ſegmenta, cujuſmodi eſt ΠZA, quæ minora ſint exceſſu, quo triangulum E excedit circulum ΑΒΓΔ. Circumſcriptum igitur rectilineum minus adhuc eſt triangulo E. Quod eſt abſurdum. Eſt enim majus; eo quod NA æqualis eſt catheto trianguli, et ambitus major ejuſdem trianguli baſe.

Æqualis eſt igitur circulus triangulo E.

EUTOCIUS.

Cum quæ in Archimedis Scriptis clariora ſunt, et minori conſideratione indigent, explicuerim; conſequens videtur eſſe, quo inſtitutum meum perſequar, ut quæ in illis abſolutam quamdam expoſitionem requirunt, quantum in me erit, adjungam ad ea, quæ prius in commentario de Sphæra et Cylindro conſcripſi. Optandum ſi quidem eſt in majoribus rebus, et plus requirentibus operæ verſari.

Itaque propoſitus nobis deinceps ſit libellus, qui Circuli Dimenſio inſcribitur. In quo, quid auctori propoſitum ſit, ex ipſa inſcriptione dignoſcitur. Hoc enim demonſtrare vult, cuinam ſpatio rectilineo circulus æqualis ſit; rem a Philoſophis, qui ante ipſum floruerunt, jampridem quæſitam. Hoc utique eſt quæſitum illud, quod cum Hippocrates Chius, et Antipho diligenter inveſtigaſſent, eas nobis falſas ratiocinationes reliquerunt, quas probe noſſe illos arbitror, qui Geometricam Eudemi Hiſtoriam, et Ariſtotelis Ceria evolverint.

Eſt autem hic libellus, ut ait Heraclides in Archimedis vita, ad neceſſarios vitæ uſus apprime utilis. Demonſtrat enim, circuli circumferentiam diametri eſſe triplam, et adhuc minorem quam ſeſquiſeptimam, majorem vero quam ſuperdecies partientem ſeptuageſſimas primas. Hoc utique ait quam proxime eum demonſtraſſe: inveniſſe autem per quaſdam helicas, rectam lineam datæ circuli circumferentiæ æqualem.

IN PRIMUM THEOREMA.

Primum theorema etiam iis, qui mediocriter in mathematicis diſciplinis exercitati ſunt, nullam videtur dubitationem habere; cum ipſa Archimedis verba perſpicua ſint, et quod propoſitum eſt, nulla re omiſſa, concludant.

ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου. Ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνου. Ὅπερ ἄτοπον.

Ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατὸν, [b] ἐλάττων τοῦ Ε τριγώνου. Καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον· καὶ τετμήθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων. Ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ· ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἐστὶ μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ [c] τῇ ΡΑ ἴση ἐστί. Καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν [d] ἢ τὸ ἥμισυ. Λελείφθωσαν αἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖς ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει τὸ Ε [e] τρίγωνον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Ἔστιν ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἔτι τοῦ Ε ἔλασσον. Ὅπερ ἄτοπον. Ἔστι γὰρ μεῖζον· ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου.

Ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.

ΕΥΤΟΚΙΟΣ.

Ἐχόμενον ἂν εἴη τὸν ἐμὸν πληρῶντι σκοπὸν, τοῖς σαφεστέροις, καὶ βραχυτέρας ὀπτάσεως δεομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι· καὶ τὰ ὁπόσαιν ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δέομενα, τὸν δυνατὸν τρόπον, συνεχῆ ποιεῖν, τοῖς πρότερον ὑφ' ἡμῶν ἐν τῷ περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου γεγραμμένοις· [f] εὐχῆς ὡς ἀληθῶς ἀξίᾳ τυγχάνοντος, τῷ καὶ τοῖς μείζοσι καὶ πλείονος φροντίδος δεομένοις ἐπιτηδεῖναι.

Εἴη δ' ἂν ὡς πρὸς τὸ προκείμενον ἐφεξῆς, τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίδιον, Κύκλου Μέτρησιν, ἢ ἐπιγραφὴν ἔχον. [g] Ἐν ᾧ, ἢ πρόθεσιν τοῦ ἀνδρὸς, ἐξ αὐτῆς τῆς ἐπιγραφῆς γνωρίζωμεν. Βέλεται γὰρ ὅπερ δεῖξαι, τινὶ χωρίῳ εὐθυγράμμῳ ἴσος ἂν εἴη κύκλος· πρᾶγμα πάλαι, πρὸς τῶν πρὸ αὐτοῦ κλεινῶν Φιλοσόφων, [h] ἐζητημένον. Δῆλον γὰρ [i] ὅτι τοῦτ' ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης τε ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ὀπιμελῶς, ἐκείνους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς εὑρήκασιν, οὓς ἀκριβῶς εἰδέναι νομίζω, τούς τε τὴν Εὐδήμου Γεωμετρικὴν Ἱστορίαν ἐπεσκεμμένους, καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μεταχόντας Κηρίων.

Ἀλλ' ἔστι μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον, ὡς φησὶν Ἡρακλείδης ἐν τῷ Ἀρχιμήδους βίῳ, πρὸς τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον. Δείκνυσι γὰρ, ὅτι ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἐλάττον μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεῖζον δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. Τοῦτο δέ, φησὶ, σύνεγγυς δεδεῖχθαι· εὑρῆσθαι μέν τοι αὐτῷ, διά τινων Ἑλίκων, εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ κύκλου περιφερείᾳ.

ΕΙΣ ΤΟ Α' ΘΕΩΡΗΜΑ.

Τὸ πρῶτον θεώρημα, καὶ τοῖς ἐπὶ ποσὸν μαθημάτων γυμνασαμένοις, ἀδημίαν ἔχον ζήτησιν φαίνεται· αὐτῶν τῶν Ἀρχιμήδους ῥημάτων σαφῶς ἐκτεθειμένων, καὶ τὸ συμπέρασμα πρὸς ἢ πρότασιν ἀνελλειπῶς ἀποσωζόντων.

[b] μείζων [c] τῆς [d] In MS. deeſt ἢ [e] In MS. deeſt τριγώνου [f] ισχης ex MS. [g] ἄνω [h] ἐξητημένον [i] ὅτι τῶν τί

Digitized by Google

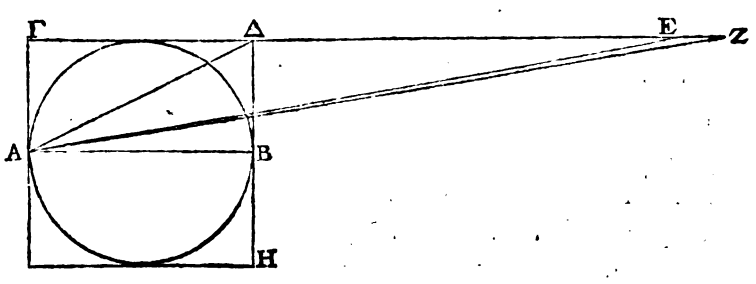
Δοκεῖ [k] δ' ἔτι καταχεχρῆσθαι, πρὸς τὴν ἀπόδειξιν, πράγματι μηδέπω δεδειγμένῳ. Ἐκδέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιόν, φησιν, ἔχέτω τὴν μίαν, τὴν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· τὴν δὲ λοιπὴν, [l] τῇ περιφερείᾳ. Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν λαβεῖν, οὐδὲ πρὸς αὐτοῦ ἤδη δεδειγμένον εἶη, ἀλλ' οὐδὲ ὑπ' ἄλλου παραδεδομένον. Σωφρὰν δ' [m] ὅμως χρὴ, ὡς οὐδὲν ἔξω τῶν προσηκόντων ὑπ' Ἀρχιμήδους γράφεται. Εἶναι γὰρ τὸ μέγεθος τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, παντὶπου δῆλον· οἶμαι δὲ τοῦτο, τὴν ἐφ' ἓν διαστάτων. Ἔστι δὲ καὶ εὐθεῖα τοῦ αὐτοῦ εἴδους. Κἂν εἰ μηδέπω ἦν ἐφάνη δυνατὸν, περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν ποείσθαι· ἀλλ' ὅμως εἶναι πού τὴν φύσει εὐθεῖαν ἴσην αὐτῇ, πρὸς ἣν [n] ἐστι ζητούμενον. Τὸ τοίνυν καὶ πρὸς Ἀρχιμήδους προτεθὲν, τοιοῦτόν ἐστιν· ὅτι τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον, τὸ ἔχον ὡς περιέχεται τὰς πλευρὰς, ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ. Ὡς τε τὸ προτεθὲν ἐκδέμενος, [o] ἡδέμιᾶς ἂν καταχρήσεως κείνοιτο· θαύματος δ' ἂν μᾶλλον καὶ τοῖς ὕπου ὑπειλημμένοις τῶν ζητημάτων, σαφῆ καὶ ῥᾳδίαν τιὰ εὕρησιν ὁπιπθείς. Ὡς δὲ εἴρηται, ἡδέμιᾶς ζητήσεως τῷ πρώτῳ θεωρήματι. Τὸ γὰρ ΠΟΡ τρίγωνον, ὅπ μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΖΟΜ χωρίου· καὶ, ὅπ ἁπλῶς, περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, δυνατὸν, εὐθύγραμμον περιγράψαι, ὥς τε τὰ τμήματα, τὰ μεταξὺ τῶν τοῦ κύκλου περιφερειῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ περιγραφομένου εὐθυγράμμου, ἐλάττονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου· σαφῶς εἴρηται ἐν τοῖς, εἰς τὸ πρῶτον τῶν περὶ Σφαίρας καὶ Κυλίνδρου γεγραμμένοις ἡμῖν.

Sed tamen Archimedes videtur ad demonſtrationem re quadam perperam uſus eſſe, quæ nondum ſit demonſtrata. Cum enim triangulum rectangulum expoſuiſſet: habeat, inquit, eorum laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, alterum quidem æquale ei, quæ ex centro; alterum vero circumferentiæ. At vero quo pacto recta linea ſumatur circuli circumferentiæ æqualis, neque ipſe, neque alius quiſpiam demonſtravit. Verum illud animadvertendum eſt, nihil Archimedem ſcripſiſſe, quod minus conveniat. Conſtat enim inter omnes, circuli circumferentiam magnitudinem eſſe; atque ex iis etiam, opinor, quarum una eſt dimenſio. Eſt autem et recta linea ejuſdem generis. Itaque licet nondum appareat, qua quis ratione poſſit circuli circumferentiæ æqualem rectam exhibere; eſſe tamen natura rectam aliquam eidem æqualem nemo unquam dubitavit. Quod igitur Archimedes proponit, id eſt hujuſmodi: triangulum rectangulum latera, ut diximus, habens, circulo æquale eſſe. Quare dum propoſitum ſuum exequitur minime accuſandus videtur; quin potius admiratione dignus vel hoc ipſo exiſtimari debet, quod rem tam arduam via clara atque expedita adinvenerit. Ut autem dictum eſt, primum hoc theorema nullam dubitationem habet. Nam triangulum ΠΟΡ majus eſſe dimidio figuræ ΑΖΟΜ: et omnino fieri poſſe, ut dato circulo rectilineum circumſcribatur, ita ut, quæ inter circuli circumferentias, et circumſcripti rectilinei latera ſegmenta interjiciuntur, dato ſpatio minora ſint; perſpicue dictum a nobis eſt in iis, quæ in primum librum de Sphæra et Cylindro conſcripſimus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Ὁ κύκλος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ιά πρὸς ιδ', ἐγγίσα.

Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ· καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ [p] ΓΗΔ· ᾗ τῆς ΓΔ διπλῆ, ἡ ΔΕ· ἑβδόμου δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν, τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ, λόγον ἔχει, ὃν καὶ πρὸς ζ'· πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν· τὸ ΑΓΖ ἄρα πρὸς τὸ ΑΓΔ ἔστιν, ὡς κβ' πρὸς ζ'. Ἀλλὰ, τὸ ΑΓΔ, τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον. Τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν κβ' πρὸς κη', ἢ ὃν ια' πρὸς ιδ'. Τὸ δὲ [q] ΑΓΖ τρίγωνον, τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν· ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ καθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ βάσις τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ· ἥτις τῆς διαμέτρου τριπλασίων, καὶ τοῦ ζ' ἐγγίσα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται. Ὁ κύκλος οὖν, πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον, λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ', ἐγγίσα.



PROP. II. THEOR.

Circulus ad quadratum, quod a diametro deſcribitur, eam rationem habet, quam 11, ad 14, proxime.

Sit circulus, cujus diameter ΑΒ; et circumſcribatur eidem quadratum ΓΗΔ; et lateris ΓΔ dupla ſit ΔΕ; pars autem ſeptima, ΕΖ. Quoniam igitur triangulum ΑΓΕ ad triangulum ΑΓΔ eam rationem habet, quam 21 ad 7; triangulum autem ΑΓΔ ad triangulum ΑΕΖ habet eam, quam 7 ad 1; ideo triangulum ΑΓΖ ad triangulum ΑΓΔ ſe habet ut 22 ad 7. At vero trianguli ΑΓΔ quadruplum eſt quadratum ΓΗ: adeoque ΑΓΖ triangulum ad ΓΗ quadratum, ut 22 ad 28, ſeu 11 ad 14. Et triangulum ΑΓΖ circulo ΑΒ eſt æquale; quoniam cathetus ΑΓ æqualis eſt ei, quæ ex centro circuli, et baſis ejuſdem ambitui; qui quidem diametri triplus eſt, et adhuc excedit parte fere ſeptima, ut demonſtrabitur. Circulus igitur ad quadratum ΓΗ eam habet rationem, quam 11 ad 14, proxime.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος, τῆς διαμέτρου, τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἐλάσσονι μὲν ἢ

PROP. III. THEOR.

Cujuſlibet circuli ambitus diametri eſt triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ quidem

[k] δέ τινι [l] περιφέρειαι [m] ὁμοῦ [n] ἐστὶ deeſt. [o] Sic MS. [p] ΓΗ [q] ΑΓΔΖ

Digitized by Google

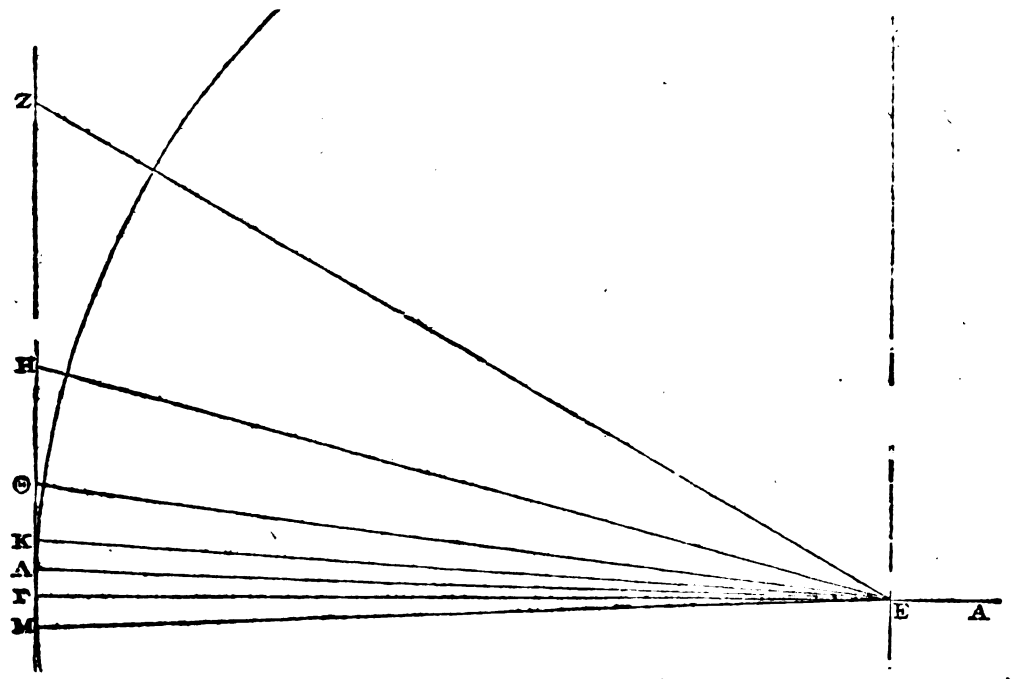
minor eſt ſeptima diametri parte, major vero decem ſeptuageſimis primis.

Sit circulus, cujus diameter AΓ, et centrum E; et recta contingens ΓΛZ: ſitque angulus ZEΓ tertia pars anguli recti. Itaque EZ ad ZΓ eandem rationem habet, quam 306 ad 153: et EΓ ad ΓZ majorem habet rationem, quam 265 ad 153.

Secetur angulus ZEΓ in duas æquas partes recta EH. Ut igitur ZE ad EΓ, ita ſe habet ZH ad HΓ: et permutando, componendoque; ut utraque ſimul ZE, EΓ ad ZΓ, ita ſe habet EΓ ad ΓH. Quare ΓE ad ΓH majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Igitur EH ad HΓ poteſtate quidem majorem habet rationem quam 349450 ad 23409; longitudine vero majorem, quam $591\frac{1}{7}$ ad 153.

Ἐσω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ, λόγον ἔχει, ὃν τς′ πρὸς ρνγ′· ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξέ πρὸς ρνγ′.

Τετμήθω δὴ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. Ἐστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὡς τε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα′ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αχϟθυ′ πρὸς ,αυϟ′· μήκει ἄρα, μείζονα ἢ ὃν φιζα′ ἡ πρὸς ρνγ′.



Rurſus ſecetur angulus HEΓ in duas æquas partes, recta EΘ. Igitur eadem ratione EΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam $1162\frac{1}{7}$ ad 153. Igitur ΘE ad ΘΓ majorem rationem habet, quam $1172\frac{1}{7}$ ad 153.

Amplius ſecetur angulus ΘEΓ in duas æquas partes, recta EK. Igitur EΓ ad ΓK majorem rationem habet, quam $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Igitur EK ad ΓK majorem rationem habet quam $2339\frac{1}{4}$ ad 153.

Secetur demum angulus KEΓ in duas æquas partes, recta AE. Igitur EΓ ad ΛΓ majorem rationem habet quam $4673\frac{1}{4}$ ad 153.

Quoniam igitur angulus ZEΓ, tertia pars cum ſit anguli recti, quater in duas æquas partes ſectus eſt; erit utique angulus ΛEΓ anguli recti pars octava et quadrageſima. Itaque ponatur ad punctum E huic ipſi æqualis angulus ΓEM, et producatur ZΓ ad punctum M. Eſt igitur angulus ΛEM anguli recti pars quarta et vigeſima. Propterea recta ΛM latus eſt circumſcripti circulo polygoni latera habentis ſex et nonaginta.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΕΘ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αρξβ′ ἡ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αροβ′ ἡ πρὸς ρνγ′.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλϑ′ δ′ πρὸς ρνγ′.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,δχογκ′ πρὸς ρνγ′.

Ἐπεὶ δὲν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς, τέτμηται τετράκις δίχα· ἡ ὑπὸ λεγ′, ὀρθῆς ἐστὶ μή. Κείσθω δὴ αὐτῇ ἴση, πρὸς τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, ὀρθῆς ἐστὶ κϑ′. Καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα, πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἐχόντος ϛϛ′.

[r] τρίτου ὀρθῆ [s] ἴσχει δὴ ΛΔΜ ΘΓΝ πρὸς Μτγϑ′· μήκει τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἰσογωνίου πολυγώνου [t] γκ′ μείζων ἡ [u] δχογ′ [w] ἐστὶ κϑ′· καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα

Ἐπεὶ οὖν, ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ, εὑρέθη, μείζονα λόγον ἔχουσα, [x] ἤπερ ͵δχογΛ πρὸς ρνγ′· ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΛ [y] διπλασίων ἡ ΛΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΛΜ, μείζονα λόγον ἔχει, [z] ἤπερ ͵δχογΛ πρὸς ρνγ′. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ͵ξ′ πολυγώνου περίμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογΛ πρὸς ͵ϛ δχπή′.

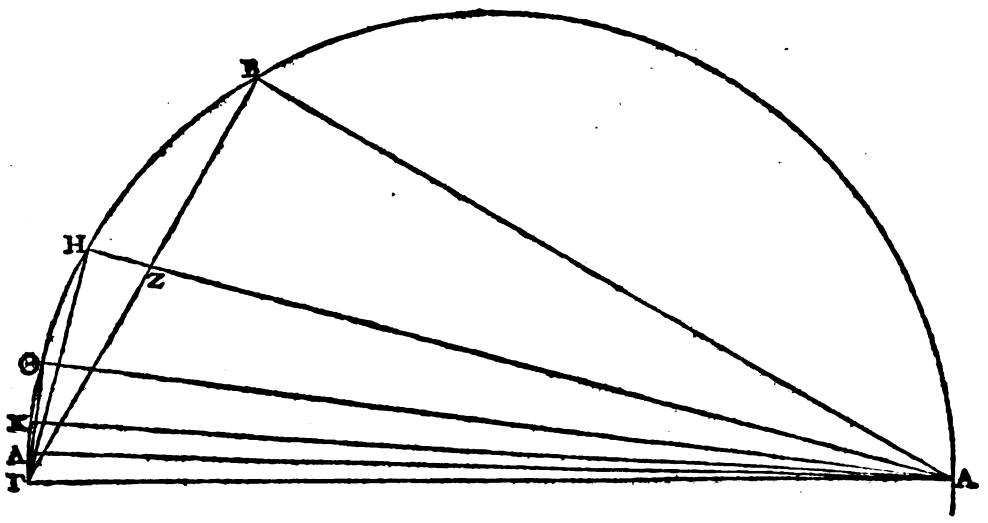
Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵ϛ δχπή′ πρὸς ͵δχογΛ. Καί ἐστι τριπλασίων, καὶ ὑπερέχουσι [a] χξζΛ· ἅπερ, τῶν [b] ͵δχογΛ, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τὸ ἕβδομον. Ὥς τε, τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον, τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον, καὶ ἔλαττον ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. Ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ [c] τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [d] ἢ ὃν ͵ατνα′ πρὸς ψπ′· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αΦξ πρὸς ψπ′.

Quoniam igitur demonſtratum eſt, ΕΓ ad ΓΛ majorem rationem habere, quam 4673½ ad 153; et dupla quidem ipſius ΕΓ eſt ΑΓ, dupla vero ipſius ΓΛ eſt ΛΜ; ideo etiam ΑΓ ad ΛΜ majorem rationem habet, quam 4673½ ad 153. Igitur etiam ΑΓ ad ambitum polygoni latera habentis ſex et nonaginta, majorem rationem habet, quam 4673½ ad 14688.

Igitur e contrario ambitus polygoni ad diametrum minorem rationem habet quam 14688 ad 4673½. Atque horum numerorum alter alterius triplus eſt, et adhuc excedit unitatibus 667½; quæ quidem minores ſunt quam ſeptima pars ipſius 4673½. Quare ambitus polygoni circulo circumſcripti diametri eſt triplus, et adhuc minor quam ſeſquiſeptimus. Multo igitur magis circuli ambitus diametri minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus.

Sit circulus, cujus diameter ΑΓ: ſitque angulus ΒΑΓ tertia pars anguli recti. Igitur ΑΒ ad ΒΓ minorem rationem habet, quam 1351 ad 780: ipſa autem ΑΓ ad ΓΒ habet eam, quam 1560 ad 780.



Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ [e] ἄρα, τῇ ὑπὸ ΗΑΓ, ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ, ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. [f] Καὶ τρίτη ἄρα ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΗΖΓ, τρίτῃ τῇ [g] ὑπὸ ΑΓΗ. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Ἀλλ', ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, καὶ συναμφότερος ἡ ΓΑ, ΑΒ πρὸς ΒΓ. Καὶ ὡς σωαμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, [h] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ τοῦτο ἄν, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ βπια′ πρὸς ψπ′· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ, ἐλάσσονα, [i] ἢ ὃν ͵γιγΛ′δ′ πρὸς ψπ′.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ. Ἡ ΑΘ ἄρα, διὰ τὰ αὐτὰ, πρὸς τὴν ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ [k] ὃν ͵ατκδΛ′δ′ πρὸς ψπ′, ἢ ὃν ͵αωκγ′ πρὸς σμ′· ἑκάτερα

Secetur angulus ΒΑΓ in duas æquas partes, recta ΑΗ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus ΒΑΗ cum angulo ΗΓΒ, tum angulo ΗΑΓ; æqualis utique eſt etiam angulus ΗΓΒ angulo ΗΑΓ. Communis eſt autem rectus angulus ΑΗΓ. Æqualis eſt igitur et tertius angulus ΗΖΓ tertio ΑΓΗ. Quare æquiangulum eſt triangulum ΑΗΓ triangulo ΓΗΖ: ideoque ut ΑΗ ad ΗΓ, ita ſe habet cum ΓΗ ad ΗΖ, tum ΑΓ ad ΓΖ. Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita ſe habet utraque ſimul ΓΑ, ΑΒ ad ΒΓ. Ut igitur utraque ſimul ΒΑ, ΑΓ ad ΒΓ, ita etiam ſe habet ΑΗ ad ΗΓ. Et propterea ΑΗ ad ΗΓ minorem habet rationem, quam 2911 ad 780: ipſa autem ΑΓ ad ΓΗ minorem, quam 3013½½ ad 780.

Secetur angulus ΓΑΗ in duas æquas partes, recta ΑΘ. Igitur eadem ratione ΑΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam 5924½½ ad 780; vel quam 1823 ad 240. Uterque enim utriuſque

[x] ἤπερ ͵δχοτΛ′ [y] διπλασιῶν [z] ἤπερ ͵δχογ′ πρὸς M ͵χπή′ [a] χξξ′ [b] ͵δχογ′ ἐλάσσονα [c] τριτῷ ὀρθῆ [d] ἢ ὃν τπα′ πρὸς ψω′, δίχα [e] ἄρα deeſt. [f] καὶ τρίτη. Ἔσται [g] ὑπὸ ΑΓΗ· ἰσογώνιον [h] ἡ ΔΗ πρὸς ΗΓ [i] ἢ ὃν ͵γσγγδ′ [k] ͵ετκδεδ′

Digitized by Google

idem est ac $\frac{4}{11}$. Quare AΓ ad ΓΘ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240.

Amplius secetur angulus ΘAΓ in duas æquas partes, recta KA. Igitur etiam KA ad KΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240; vel quam 1007 ad 66. Uterque enim utriusque idem est ac $\frac{1}{40}$. Igitur AΓ ad ΓK minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{8}$ ad 66.

Secetur demum angulus KAΓ in duas æquas partes, recta ΛA. Igitur AΛ ad ΛΓ minorem habet rationem, quam $2016\frac{1}{8}$ ad 66: ipsa autem AΓ ad ΓΛ minorem quam $2017\frac{1}{4}$ ad 66.

Igitur e contrario ΛΓ ad ΓA majorem rationem habet, quam 66 ad $2017\frac{1}{4}$: Et polygoni ambitus ad diametrum majorem habet rationem, quam 6336 ad $2017\frac{1}{4}$. Atque horum numerorum alter alterius major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Quare ambitus polygoni latera habentis sex et nonaginta circulo inscripti diametri major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas. Multo igitur magis circuli ambitus diametri major est quam triplus superdecies partiens septuagesimas primas.

Igitur circuli ambitus diametri est triplus, et adhuc parte quadam excedit, quæ minor quidem est septima diametri parte, major vero decem septuagesimis primis.

γὰρ ἑκατέρων δ' ιγ'. Ὡς τε ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ, [l] ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ρωλη' ϑ' ια' πρὸς σμ'.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ. Καὶ ἡ ΚΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,γχξα' ϑ' ια' πρὸς σμ', ἢ ὃν ,αζ πρὸς ξς'· ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια' μ'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς [m] τὴν ΓΚ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ,αϑ' ς' πρὸς ξς'.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΛΑ. Ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς τὴν ΛΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ βις' ς' πρὸς ξς'· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα, ἢ τὰ βιζ δ' πρὸς ξς'.

Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΛΓ πρὸς τὴν ΓΑ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς' πρὸς βιζ' δ'. ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον, μείζονα ἔχει λόγον, [n] ἤπερ ,στλς' πρὸς βιζ' δ'. Ἅπερ τῶν βιζ' δ', μείζονά ἐστιν [o] ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα [p] οα'. Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ,ς' πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ, τῆς διαμέτρου [q] τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα'. Ὡς τε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων [r] ἢ δέκα οα'.

Ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος, τῆς διαμέτρου, [t] τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἐλάσσων μιᾷ ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις, ὑπερέχουσα.

EUTOCIUS.

IN TERTIUM THEOREMA.

In hoc theoremate continue jubemur, dati numeri latus quadraticum invenire. Hoc autem in numero, qui quadratus non sit, accurate inveniri non potest. Si enim numerum in seipsum ducas, quadratum aliquem numerum facies: sin autem numerum et particulam, non facies numerum integrum, sed numerum et particulam. Quomodo autem oporteat latus invenire, quod datum numerum quamproxime faciat, dictum est ab Herone in Metricis; dictum et a Pappo, Theone, aliisque compluribus, qui Magnam Claudii Ptolemæi Compositionem explicarunt. Quare non est cur in eo laboremus, quod licet iis, qui ejusmodi studio tenentur, ex illis petere.

Sitque angulus ΓEZ tertia pars anguli recti. Si enim hexagoni circumferentia in duas æquas partes secetur, sumptoque ejus dimidio ad punctum Γ, jungatur EZ; erit utique angulus ΓEZ tertia pars anguli recti. Quæ enim circumferentia ad punctum Γ sumpta est, cum dimidia sit circumferentiæ hexagoni, erit circuli pars duodecima. Quare etiam angulus ΓEZ, cum sit ad centrum, duodecima erit quatuor rectorum angulorum, ideoque tertia recti unius anguli pars.

Itaque EZ ad ZΓ eamdem rationem habet, quam 306 ad 153. Duplam quidem esse EZ ipsius ZΓ ex hoc patet. Si enim EZ producatur ad punctum M, sumptaque recta huic æquali, alia jungatur a puncto E; qui angulus ad punctum M constituitur idem erit ac duæ tertiæ recti anguli partes. Est autem cum angulus, qui

ΕΙΣ ΤΟ Γ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Ἐν τούτῳ τῷ θεωρήματι, συνεχῶς ὀφπατλίμεϑα, τοῦ δοϑέντος ἀριθμοῦ, τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν εὑρεῖν. Τοῦτο δὲ ἀκριβῶς μὲν εὑρεῖν, ἐπὶ ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου, ἀδύνατον. Ἀριθμὸς μὲν γὰρ, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος, ποιεῖ πινὰ τετραγώνων ἀριθμόν· ὁ ἀριθμὸς ϑ καὶ μόριον, [s] ἐφ' ἑαυτὰ γινόμενα, οὐκέτι ἀριθμὸν ποιεῖ πλήρη, ἀλλὰ καὶ μόριον. Ὅπως δὲ δεῖ σύνεγγυς τὴν δυναμένην πλευρὰν τοῦ δοϑέντος ἀριθμοῦ εὑρεῖν· εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς Μετρικοῖς· εἴρηται ϑ Πάππῳ, καὶ Θέωνι, καὶ ἑτέροις πλείοσιν, ἐξηγεμένοις τὴν Μεγάλου Σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Ὡς τε οὐδὲν ἡμᾶς χρὴ περὶ τούτου ζητεῖν, [t] ἔξὸν τοῖς φιλομαϑέσιν ἐξ ἐκείνων ἀναλέγεσϑαι.

Καὶ ἡ ὑπὸ ΓEZ [u] τρίτον ὀρϑῆς. Ἐὰν γὰρ τὴν τοῦ ἑξαγώνου περιφέρειαν δίχοτομήσαντες, καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς πρὸς τῷ Γ ἀπολαβόντες, ὀπζεύξωμεν τὴν EZ· ἡ ὑπὸ ΓEZ, τρίτον ὀρϑῆς. Ἡ γὰρ πρὸς τῷ Γ ὑπολαφϑεῖσα περιφέρεια, ἡμίσεια ἔσα τῆς τοῦ ἑξαγώνου, δωδέκατόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥς τε καὶ ἡ ὑπὸ ΓEZ γωνία, πρὸς τῷ κέντρῳ ἔσα, δωδέκατόν ἐστι τῶν τεσσάρων ὀρϑῶν, [w] τρίτον ἄρα ὀρϑῆς.

Ἡ EZ ἄρα πρὸς ZΓ, λόγον ἔχει, ὃν τς' πρὸς ρνγ'. Ὅπ διπλῆ ἐστὶν ἡ EZ τῆς ZΓ, δῆλον ἐντεῦϑεν. Ἐὰν γὰρ προσεκβαλόντες τὴν ZΓ [x] ἐπὶ τὸ M, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀποϑέμενοι, ὀπζεύξωμεν ἀπὸ τοῦ E· συναϑήσεται ἡ [y] πρὸς τῷ M γωνία, δίμοιρον ὀρϑῆς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ E γωνία,

[l] ἐλάσσονα λόγον ἔχει in MS. desunt. [m] κατάγον [n] ἤπερ στας' πρὸς ζιζϑ' [o] ἢ τριπλασίονα τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ [p] ἢ ὃν οἷα, ὥστε [q] τριπλασιῶν [r] ἢ ϑ' ια' [s] ἀφ' ἑαυτὰ [t] ἐξ ὧν τοῖς [u] τρίτου [w] τρίτου ἄρα ὀρϑῆ [x] ἐπὶ τὸ Γ [y] πρὸς τῷ Γ

Digitized by Google

ἥμισυ ὀρθῆς· ἔστι δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Z ἥμισυ. Ἰσοπλεύρου ἄρα τριγώνου ἥμισύ ἐστι τὸ ΓEZ. Καὶ, διὰ τὸ τὴν βάσιν τοῦ ἰσοπλεύρου, ἴσην οὖσαν τῇ EZ, δίχα τέμνεσθαι κατὰ τὸ Γ· διπλῆ ἐστὶν ἡ EZ τῆς ΓZ.

Ἡ δὲ EΓ πρὸς ΓZ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξε′ πρὸς ργ′. Ἐπεὶ γὰρ ἡ EZ ὑποκείται τς′· ἐὰν αὐτὰ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιάσωμεν, γενήσεται $\overset{\theta}{M},\gamma\chi\lambda\varsigma'$. Ἡ δὲ ΓZ ἐστὶ ργ′· ὡς τε τὸ ἀπ' αὐτῆς ἔσαι $\overset{\theta}{M},\gamma\upsilon\vartheta'$. Ἐπεὶ οὖν τὸ [z] ἀπὸ EZ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ EΓ, ΓZ· ἐὰν ἀπὸ τοῦ ἀπὸ EZ, ὄντος $\overset{\theta}{M},\gamma\chi\lambda\varsigma'$, ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓZ, ὑπάρχον $\overset{\beta}{M},\gamma\upsilon\vartheta'$, καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ EΓ, $\overset{\zeta}{M}\sigma\kappa\zeta'$· ὧν πλευρὰ τετραγωνική, σξε′ ϗ ἔτι μόριον ἐλάχιστον ϗ ἀνεπαίσθητον· λείπεται γὰρ ἡ τῶν σξε′ δυώδεκας, τῆς ἀκριβοῦς, μονάσιν β′. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑποκείνται.

ἡ EZ τς′	ἡ ZΓ ργ′	τὰ δὲ σξε′
ὁπὶ τς′	ὁπὶ ργ′	ὁπὶ σξε′
θ	α	δ α
$M,\alpha\omega$	$M,\varepsilon\tau'$	$MM,\beta,\rho\varepsilon$
ασωλς′	,ζχν′	α
θ	νηϑ′	$M,\beta,\gamma\chi\tau'$
$M,\gamma\chi\lambda\varsigma'$	β	,ατκε′
	$M,\gamma\upsilon\theta'$	ζ
		$M\sigma\kappa\varepsilon'$

λοιπὸν, τὸ ἀπὸ ζ EΓ, $M\sigma\kappa\zeta'$.

λείπει ἄρα $M^{o}\beta'$ εἰς τὸ ἀκριβές.

Et EΓ ad ΓZ majorem habet rationem, quam 265 ad 153. Cum enim ponatur EZ esse 306; si in se ipsum ducatur, fiet 93636. Est autem ΓZ 153; ideoque quadratum, quod ab ipsa describitur, 23409. Quoniam igitur quadratum, quod ab EZ describitur, æquale est quadratis, quæ describuntur ab EΓ, ΓZ; si a quadrato, quod ab EZ describitur; hoc est a 93636; quadratum auferatur, quod describitur a ΓZ; hoc est 23409; reliquum erit quadratum, quod describitur ab EΓ; hoc est 70227. Cujus quidem latus quadratum est 265, et adhuc particula admodum exigua. Quod enim quadratum a 265 fit, id ab exquisito quadrato deficit unitatibus duabus. Multiplicationes autem subjiciuntur.

EZ 306	ZΓ 153	265
in 306	in 153	in 265
9....	1....	4....
18..	5...	12...
18..	3..	1...
36	5...	12...
	25..	36..
Qu. EZ 93636	15.	3..
	3..	1...
	15.	3..
	9	25
	Qu. ZΓ 23409	Qu. 70225
	Reliquum quadratum, quod ab EΓ describitur, est 70227.	Deficit igitur, ab exquisito quadrato unitatibus duabus.

Τετμήσθω δὴ ἡ ὑπὸ ZEΓ δίχα τῇ EH. Ἔστιν [a] ἄρα ὡς ZE πρὸς EΓ, ἡ ZH πρὸς HΓ. Διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ ἕκτου βιβλίου τῆς Εὐκλείδου Στοιχειώσεως. [b] Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ZE, EΓ πρὸς EΓ, ἡ ZΓ πρὸς ΓH. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ZE, EΓ πρὸς ZΓ, ἡ EΓ πρὸς ΓH. Συναμφότερος δὲ ἡ ZE, EΓ, μείζων ἐστὶν ἢπερ φοα′· ἡ μὲν γὰρ ZE ὑποκείται τς′· ἡ δὲ EΓ, σξε′ ϗ ἔτι μορίου τινός· ὡς τε μείζον εἶσι τῶν φοα′· ἡ δὲ ZΓ ἐστὶ ργ′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ZE, EΓ πρὸς ZΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ φοα′ πρὸς PNΓ. Ὡς τε καὶ ἡ EΓ πρὸς HΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ φοα′ πρὸς ργ′.

Ἡ HE ἄρα πρὸς HΓ, δυνάμει, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν $\overset{\lambda\vartheta}{M},\vartheta\upsilon\nu'$ πρὸς $\overset{\beta}{M},\gamma\upsilon\vartheta'$. Συναχθήσεται δὲ τοῦτο ὕστερον. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ EΓ πρὸς ΓH, μείζονα λόγον ἔχουσα, ἢπερ φοα′ πρὸς ργ′· εἴτις ὑποδοῖτο [c] πλὴν μόνην EΓ, φοα′· πλὴν δὲ ΓH, ργ′· ἔσαι τὸ μὲν ἀπὸ EΓ, $\overset{\lambda\beta}{M},\varsigma\mu\alpha'$· τὸ δὲ ἀπὸ ΓH, $\overset{\beta}{M},\gamma\upsilon\vartheta'$ συναμφότερα δὲ, ἴσα ὄντα τῷ ἀπὸ EH, ἔσαι $\overset{\lambda\vartheta}{M},\vartheta\upsilon\nu'$ τέτων πλευρὰ τετραγωνικὴ, φζα′ ϗ ἔγγιστα. Ἐλλείπει γὰρ ὁ ἀπὸ τοῦ φζα′ ϗ [d] τετράγωνος, εἰς τὸ ἀκριβές, M^{o} κας′ ιε′ ἔγγιστα. Ἡ ἄρα [e] EH πρὸς HΓ, δυνάμει μὲν, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν $\overset{\lambda\vartheta}{M},\vartheta\upsilon\nu'$ πρὸς $\overset{\beta}{M},\gamma\upsilon\vartheta'$· μήκει δὲ, μείζονα ἢ ὃν [f] φζα′ ϗ πρὸς ργ′. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑποκείνται.

Secetur angulus ZEΓ in duas æquas partes, recta EH. Ut igitur ZE ad EΓ, ita se habet ZH ad HΓ. Nimirum per tertium theorema libri sexti Elementorum Euclidis. Et componendo, ut utraque simul ZE, EΓ ad EΓ, ita ZΓ ad ΓH. Et permutando, ut utraque simul ZE, EΓ ad ZΓ, ita EΓ ad ΓH. Utraque autem EZ, EΓ major est quam 571: nam ponitur ZE 306; et EΓ 265, et adhuc quædam particula. Quare major est quam 571. Ipsa autem ZΓ est 153. Utraque igitur ZE, EΓ ad ZΓ majorem rationem habet, quam 571 ad 153. Quare EΓ ad ΓH majorem rationem habet, quam 571 ad 153.

Igitur EH ad HΓ majorem potestate habet rationem, quam 349450 ad 23409. Hoc autem sic colligetur. Quoniam demonstratum est, EΓ ad ΓH majorem rationem habere, quam 571 ad 153; si quis posuerit EΓ esse 571, et ΓH 153; erit utique quadratum quidem, quod ab EΓ describitur, 326041; quadratum vero, quod describitur a ΓH, 23409. Cum autem utraque æqualia sint quadrato, quod describitur ab EH, hoc ipsum erit 349450. Cujus quidem latus quadratum est $591\frac{1}{8}$, proxime. Quod enim quadratum a $591\frac{1}{8}$ fit, id ab exquisito quadrato proxime deficit unitatibus $21\frac{1}{8}\frac{1}{15}$. Igitur EH ad HΓ potestate quidem majorem habet rationem, quam 349450 ad 23409; longitudine vero, quam $591\frac{1}{8}$ ad 153. Multiplicationes autem subjiciuntur.

[z] τοῦ ἀπὸ EZ [a] ἀρὰ ὡς ἡ ZE [b] In MS. συνθέντι deest. [c] τὸν μὲν [d] ἡ τετράγωνος [e] EΓ [f] ἡ ἔγγιστα

Digitized by Google

ΕΓ 571	ΗΓ 153	591 $\frac{8}{8}$
in 571	in 153	in 591 $\frac{1}{8}$
25····	1····	25····
35···	5···	45···
5··	3··	5··
35···	5···	62 $\frac{1}{2}$
49··	25··	45···
7·	15·	81··
571	3··	9·
	15·	11 $\frac{1}{4}$
Qu. ΕΓ, 326041	9	591 $\frac{1}{8}$
		62 $\frac{1}{2}$
	Qu. ΗΓ 23409	11 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{64}$
		Qu. 349428 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{64}$ vel 349428 $\frac{49}{64}$

Ex his colligitur quadratum, quod ab EH describitur, 349450

Deficit igitur proxime ab exquisito quadrato unitatibus 21 $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{128}$

Rursus secetur angulus HEΓ in duas æquas partes, recta ΘE. Eadem ratione EΓ ad ΓΘ majorem rationem habet, quam 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Cum enim angulus sectus in duas æquas partes sit, ut HE ad EΓ, ita se habet HΘ ad ΘΓ. Et componendo, ut utraque simul HE, EΓ ad HΓ, ita EΓ ad ΓΘ. Atque est ipsa quidem EΓ, 571 et adhuc quædam particula; ipsa vero EH, 591 $\frac{1}{8}$ et adhuc quædam particula. Igitur in unum collectæ majores sunt quam 1162 $\frac{1}{8}$. Est autem HΓ 153. Utraque igitur simul HE, EΓ ad HΓ majorem rationem habet, quam 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Quare etiam EΓ ad ΓΘ rationem habet majorem, quam 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153.

Igitur ΘE ad ΘΓ majorem rationem habet, quam 1172 $\frac{1}{8}$ ad 153. Quoniam enim demonstratum est EΓ ad ΘΓ majorem rationem habere, quam 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153: si quis posuerit eas ita se habere; erit utique quadratum quidem, quod ab EΓ describitur, 1350534 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{64}$; quadratum vero, quod describitur a ΓΘ, 23409. Quadratum igitur, quod ab EΘ describitur, cum æquale sit quadratis quæ describuntur ab EΓ, ΓΘ, erit 1373943 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{64}$. Cujus quidem latus quadratum est 1172, proxime. Quod enim quadratum ab ipso fit, id ab exquisito quadrato proxime deficit unitatibus 66 $\frac{1}{2}$. Multiplicationes autem subjiciuntur.

ΕΓ 1162 $\frac{1}{8}$	ΘΓ 153	1172 $\frac{1}{8}$
in 1162 $\frac{1}{8}$	in 153	in 1172 $\frac{1}{8}$
1·····	1····	1·····
1·····	5···	1·····
6····	3··	7····
2···	5···	2···
125	25··	125
1·····	15·	1·····
1····	3··	1····
6···	15·	7···
2··	9	2··
12 $\frac{1}{2}$		12 $\frac{1}{2}$
6····	Qu. ΘΓ 23409	7····
6···		7···
36··		49··
12·		14·
7 $\frac{1}{2}$		8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
2···		2···
2··		2··
12·		14·
4 $\frac{1}{4}$		4 $\frac{1}{4}$
145 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{64}$		146 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{64}$
Qu. ΕΓ 1350534 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{64}$		Qu. 1373877 $\frac{1}{64}$

Quadratum, quòd ab EΘ describitur, æquale quadratis, quæ describitur ab EΓ, ΓΘ, est 1373943 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{64}$.

Deficit igitur ab exquisito quadrato unitatibus 66 $\frac{1}{2}$.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΘΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει ἣν ὃν ,αρξβ′ ιδ′ πρὸς ρνγ′. Γίνεται γάρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ. Καὶ ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΕΓ, φοα′ καὶ ἔτι μορίου πινός· ἡ δὲ ΕΗ, φζαη′ καὶ ἔτι μορίου πινός. Μείζονες ἄρα εἰσίν, [g] ὅπερ ,αρξβ′ ιδ′. Καί ἐστιν ἡ ΗΓ, ρνγ′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ,αρξβ′ ιδ′ πρὸς ρνγ′. Ὡς τε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ, μείζονα λόγον ἔχει, ὅπερ ,αρξβ′ ιδ′ πρὸς ρνγ′.

Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει ἣν ὃν [h] αροβ′ ιδ′ πρὸς ρνγ′. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται, ἡ ΕΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχουσα, ὅπερ ,αρξβ′ ιδ′ πρὸς ρνγ′· εἴ τις ὑποθοῖτο αὐτὰς ἴσας ἔχειν· ἔσαι τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, $^{\rho\lambda\zeta}_{M}$ φλδ$\mathcal{L}$ ξδ′· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΘ, $^{\beta}_{M}$,γυθ′. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΕΘ, ἴσον ὂν τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἔσαι $^{\rho\lambda\zeta}_{M}$,γ$\mathcal{D}$μγ$\mathcal{L}$ ξδ′· ὧν πλευρὰ [i] τετραγωνικὴ ,αρξβ′ ιδ′ ἔγγιστα. Λείπεται γὰρ τὸ ἀκριβῶς δυνάμεως, τὸ ἀπ' αὐτῆς, M° ξς$\mathcal{L}$. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΓ ,αρξβ′ ιδ′	ἡ ΘΓ ρνγ′	,αρξβ′ ιδ′
ὀπὶ ,αρξβ′ ιδ′	ὀπὶ ρνγ′	ὀπὶ ,αρξβ′ ιδ′
ρ ι ς	α	ρ ι ζ
MMM ,βρκε′	M ,εγ′	MMM ,βρκε′
ι α	,ε ,βφϙ′	ι α
MM ,ϛσιβ$\mathcal{L}$	τρνθ′	MM ,ζσιβ$\mathcal{L}$
ϛ	β	ζ
M ,ϛ ,γχρκζ$\mathcal{L}$	M ,γυθ′	M ,ζ ,δ$\mathcal{D}$ εμιη′ $\mathcal{L}$ δ′
,βσρκδ′ δ′		,βσεμδ′ δ′
ρμεδ′ ξδ′		ϛμς $\mathcal{L}$ ξδ′
ϱλι		ρλζ
Mφλδ $\mathcal{L}$ ξδ′		M ,γωοζ′ ξδ′
τὸ ἀπὸ ΕΘ, ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἐστὶ ϱλζ		ἐλλείπει ἄρα τῇ ἀκριβεῖ M° ξς′ $\mathcal{L}$.
M ,γ$\mathcal{D}$μγ$\mathcal{L}$ ξδ′.		

[g] ὅπερ deest. [h] ἡ οαροβη′ [i] τετραγωνικὴ αροβη′ ἔγγιστα.

Digitized by Google

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ,βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Πάλιν γάρ, ἐπεὶ τὴν δίχοτομίαν τῆς ὑπὸ ΘΕΓ γωνίας, ἔστιν, ὡς ἡ ΘΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΚ πρὸς ΓΚ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΚ. Ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ. Καί, ἐπεὶ δέδεικται ἡ ΘΕ, ,αροβ′ ν, καί ἔτι μορίῳ πινὸς· ἡ δὲ ΕΓ, ,αρξβ′ ν′ καὶ[k] ἔτι μορίῳ πινὸς· συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ ,βτλδ′ δ′. Καὶ ὑπόκειται ἡ ΘΓ, ρνγ′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ, ΕΓ πρὸς ΘΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Ὡς τε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βτλδ′ δ′ πρὸς ρνγ′.

Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ,βτλϑ′ δ′ πρὸς ρνγ′. Πάλιν γάρ, ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ μϑ′ ΕΓ, ,βτλδ′ δ′· ἡ δὲ ΓΚ, ρνγ′· ἔσαι τὸ μϑ′ ἀπὸ ΕΓ $\overset{\text{φμδ}}{\text{M}}$,ψκγ′ ις′· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΚ, $\overset{\beta}{\text{M}}$,γυϑ′· τόποις δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΚΕ· ἔσαι ἄρα $\overset{\text{φμζ}}{\text{M}}$,βρλβ′ ις′· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ἐγγίσα ,βτλϑ′ δ′. Λείπει γὰ τὸ ἀπ' αὐτῆς, τῷ ἀκριβεῖ, M° μαlK. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΓ ,βτλδ′ δ′ δὶς ,βτλδ′ δ′	ἡ ΓΚ ρνγ′ δὶς ρνγ′	,βτλϑ′ δ′ δὶς ,βτλϑ′ δ′
υ ξ ς	α	υ ξ ς α
MMM ,ηφ′	M ,ετ′	MMMM ,ηφ′
ξ ϑ	,ε ,βφϙ′	ξ ϑ
MM ,ϑ ,ασοε′	τϙϑ′	MM ,ϑ ,βλοε′
ς		ς
M ,ϑ ,ηϑρκζ lK		M ,ϑ ,ηϑσοζlK
,η ,ασρκισα′	β	α
φπγlK ις′	M ,γυϑ′	M ,η ,βλοσπαβ′ δ′
		φπδlK δ′ ις′
φμδ	φμζ	
M ,ψκγ′ ις′	M ,βζlK ις′	

Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ὑπὸ ΕΚ, φμζ M ,βρλβ′ ις′.

ἐλλείπει ἄρα τῷ ἀκριβοῦς, M° μαlK.

Amplius ſecetur angulus ΘΕΓ in duas æquas partes, recta EK. Igitur EΓ ad ΓK majorem rationem habet, quam $2334\frac{1}{4}$ ad 153. Rurſus enim cum angulus ΘEΓ ſectus in duas æquas partes ſit, ut ΘE ad EΓ, ita ſe habet ΘK ad ΓK. Et componendo, ut utraque ſimul ΘE, EΓ ad EΓ, ita ΓΘ ad ΓK. Et permutando, ut utraque ſimul ΘE, EΓ ad ΘΓ, ita EΓ ad ΓK. Et quoniam demonſtratum eſt, ΘE quidem eſſe $1172\frac{1}{8}$ et adhuc quamdam particulam; EΓ vero, $1162\frac{1}{8}$, et adhuc quamdam particulam; ideo utraque ſimul ΘE, EΓ major eſt quam $2334\frac{1}{4}$. Ponitur autem ΘΓ eſſe 153. Igitur utraque ſimul ΘE, EΓ ad ΘΓ majorem rationem habet quam $2334\frac{1}{4}$ ad 153.

Igitur EK ad ΓK majorem rationem habet, quam $2339\frac{1}{4}$ ad 153. Rurſus enim quoniam ponitur EΓ quidem eſſe $2334\frac{1}{4}$; ΓK vero, 153; erit utique quadratum, quod ab EΓ deſcribitur, $5448723\frac{1}{16}$; et quadratum, quod deſcribitur a ΓK, 23409. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur a KE, hoc ipſum erit $5472132\frac{1}{16}$. Cujus quidem latus quadratum eſt $2339\frac{1}{4}$ proxime. Quod enim quadratum ab ipſo fit, id ab exquiſito quadrato deficit unitatibus $41\frac{1}{4}$. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

EΓ $2334\frac{1}{4}$ in $2334\frac{1}{4}$	ΓK 153 in 153	$2339\frac{1}{4}$ in $2339\frac{1}{4}$
4.....	1....	4.....
6.....	5...	6.....
6....	3..	6....
8...	5...	18...
5..	25..	5..
6.....	15.	6.....
9....	3..	9....
9...	15.	9...
12..	9	27..
75	Qu. ΓK 23409	75
6....		6....
9...		9...
9..		9..
12.		27.
$7\frac{1}{2}$		$7\frac{1}{2}$
8...		18...
12..		27..
12.		27.
16		81
1		$2\frac{1}{4}$
$583\frac{1}{16}$		$584\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
Qu. EΓ $5448723\frac{1}{16}$		Qu. $5472090\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{1}{1}$
Ex his colligitur quadratum, quod ab EK describitur, $5472132\frac{1}{16}$.		Deficit igitur ab exquiſito quadrato, unitatibus, $41\frac{1}{2}$.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΕΛ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὰ ,βχογlK πρὸς ρνγ′. Πάλιν γάρ, ἐπεὶ τὴν δίχοτομίαν τῆς γωνίας, ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΓ· καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΓ πρὸς ΓΛ· ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΕΓ πρὸς ΛΓ. Καί ἐστιν ἡ μϑ′ ΚΕ, ,βτλϑ′ δ′ καὶ[l] ἔτι μορίῳ πινός· ἡ δὲ ΕΓ, ,βτλδ′ δ′ καὶ ἔτι μορίῳ[m] πινός· συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ μείζων[n] ἐστὶν ἢ ,βχογlK. Καί ἐστιν ἡ ΚΓ, ρνγ′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βχογ πρὸς ρνγ′lI′. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ πρὸς ΚΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΛ. Καὶ ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βχογlI′ πρὸς ρνγ′.

Secetur demum angulus KEΓ in duas æquas partes, recta EΛ. Igitur EΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Rurſus enim cum angulus ſectus in duas æquas partes ſit, ut KE ad EΓ, ita ſe habet KΛ ad ΛΓ. Et componendo, ut utraque ſimul KE, EΓ ad EΓ, ita KΓ ad ΓΛ. Et permutando, ut utraque ſimul KE, EΓ ad KΓ, ita EΓ ad ΛΓ. Atque eſt ipſa quidem KE $2339\frac{1}{4}$ et adhuc quædam particula; ipſa vero EΓ $2334\frac{1}{4}$ et adhuc quædam particula. Igitur KE, EΓ in unum collectæ majores ſunt quam $4673\frac{1}{2}$. Eſt autem KΓ 153. Utraque igitur ſimul EK, EΓ ad KΓ majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Ut autem utraque ſimul KE, EΓ ad KΓ, ita ſe habet EΓ ad ΓΛ. Igitur etiam EΓ ad ΓΛ majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{2}$ ad 153.

[k] ἡ ΘΓ. ρνγ′ [l] ἐπὶ μορίῳ [m] τίνος ex MS. [n] ἐστὶ ex MS.

Digitized by Google

Quoniam igitur augulus ZEΓ, tertia pars cum ſit anguli recti, duodecima pars eſt quatuor rectorum angulorum; atque hujus dimidius HEΓ eorumdem pars quarta et vigeſima; et amplius hujus dimidius ΘEΓ octava et quadrageſima; et amplius hujus dimidius KEΓ ſexta et nonageſima; erit utique poſtremi hujus dimidius ΛEΓ quatuor rectorum pars centeſima nonageſima ſecunda.

Ponatur igitur, inquit, huic ipſi æqualis angulus ΓEM, et producatur ZΓ ad punctum M. Igitur angulus ΛEM, quippe duplus anguli ΛEΓ, ſexta et nonageſima eſt quatuor rectorum angulorum pars. Propterea ΛM latus eſt circumſcripti circulo polygoni latera habentis ſex et nonaginta.

Quoniam igitur demonſtratum eſt, EΓ ad ΓΛ majorem rationem habere, quam $4673\frac{1}{4}$ ad 153: et dupla quidem ipſius EΓ eſt AΓ; dupla vero ipſius ΛΓ eſt ΛM: ideo etiam AΓ ad ΛM majorem rationem habet, quam $4673\frac{1}{4}$ ad 153. Igitur e contrario ΛM ad AΓ minorem habet rationem quam 153 ad $4673\frac{1}{4}$. Et quoniam ΛM latus eſt polygoni latera habentis ſex et nonaginta, ejus ambitus eſt 14688: ſi enim 96 in 153 duxeris, hunc numerum facies. Igitur polygoni ambitus ad diametrum AΓ minorem rationem habet, quam 14688 ad $4673\frac{1}{4}$. Propterea triplus eſt diametri circuli, et adhuc excedit unitatibus $667\frac{1}{4}$. Hæ autem minores ſunt quam ſeptima pars diametri, ſeptima unitatis parte. Nam ſeptuplum unitatum $667\frac{1}{4}$, hoc eſt $4672\frac{1}{4}$, minus eſt quam diameter unitate. Quoniam igitur polygoni ambitus minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus diametri; minorque circuli ambitus quam polygoni; ideo multo magis ambitus circuli diametri minor eſt quam triplus ſeſquiſeptimus.

Deinde vero conſtruens reliquam theorematis partem: Sit, inquit, circulus cujus diameter AΓ; ſitque angulus BAΓ tertia pars anguli recti. Hoc autem fiet, ſi a puncto Γ ſumpta ΓB hexagoni circumferentiæ æquali, jungatur AB. Qui enim angulus conſtituitur ſuper hexagoni circumferentia, ſi ad centrum quidem conſtituitur, idem eſt ac duæ tertiæ partes anguli recti; ſi vero ad circumferentiam, idem ac pars tertia.

Quoniam igitur rectus eſt angulus ABΓ, rectique pars tertia BAΓ; angulus AΓB idem eſt ac duæ tertiæ recti anguli partes. Si igitur producatur ΓB ad punctum B, ſumptaque recta eidem æquali, alia jungatur ad punctum A; æquilaterum triangulum fiet. Cum autem normalis AB baſim in duas æquas partes ſecet; AΓ ipſius AB eſt dupla. Quod ſi rurſus ponatur AΓ eſſe 1560; erit ΓB 780. Atque erit quadratum quidem, quod ab AΓ deſcribitur, 2433600; quadratum vero, quod deſcribitur a ΓB, 608400. Et ſi auferatur a quadrato quod ab AΓ deſcribitur, quadratum, quod deſcribitur a ΓB; reliquum erit quadratum, quod deſcribitur ab AB, 1825200. Cujus quidem latus quadratum eſt 1351 proxime. Quod enim quadratum ab hoc fit, id exquiſitum quadratum excedit ſola unitate. Quocirca AB ad BΓ minorem, inquit, rationem habet, quam 1351 ad 780. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

Ἐπεὶ ἓν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον ἔστ᾽ ὀρθῆς, δωδέκατον μέρος ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΗΕΓ, εἰκοστέταρτον ἂν εἴη· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ὥς τε μή ἐστί· ταύτης δὲ ἡμίσειά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΚΕΓ, ϛ′ ἄρα ἐστί· ἧς ἡμίσεια ἔστα ἡ ὑπὸ ΛΕΓ, ρϛ′ ἐστί.

Κείσθω ἓν, φησὶ, ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. [p] Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, διπλασία ἔστα τῆς [q] ὑπὸ ΛΕΓ, ϛ′ ἐστὶ τῶ τεσσάρων ὀρθῶν. [r] Ὡς τε καὶ ἡ ΛΜ πλευρὰ ἐστὶ τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἐχόντος ϛ′.

Ἐπεὶ ἓν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ, δέδεικται, μείζονα λόγον ἔχουσα ἤπερ [s] ,ϡογ πρὸς ργ′· καί ἐστι τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΛΓ ἡ ΛΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΛΜ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ϡογ πρὸς ργ′. Ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΛΜ πρὸς ΑΓ, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ργ′ πρὸς ,ϡογ. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΛΜ, πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πλευρὰς ἐχόντος ϛ′· [t] ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου, ἐστὶ [u] ,ϡπ′· ὁ γὰρ ϛ′ ἐπὶ τὸ ργ′ πολυπλασιαζόμενος τοῦτον ποιεῖ. [v] Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ [w] ,ϡπ′ πρὸς ,ϡογ. [x] Ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου, τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐστὶ τειπλασία, καί ἔτι ὑπερέχει [y] Μ°. χξϛ. ταῦτα δὲ ἐλάττονά ἐστι τοῦ ἑβδόμου τῆς διαμέτρου, μιᾶς μονάδος ἑβδόμῳ μέρει· τὰ γὰρ ἑπτάπλάσια τῶν [z] χξϛ, ἅπερ ἐστὶ ,ϡοβ, ἐλάττονά ἐστι τῆς διαμέτρου, Μ°. α′. Ἐπεὶ ἓν τὸ πολύγωνον ἐλάττόν ἐστιν, ἢ τειπλάσιον καὶ ἔτι ἑβδόμῳ ὑπερέχον· ἡ δὲ περίμετρος τοῦ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ πολυγώνου· Πολλῷ ἄρα ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, τῆς διαμέτρου, ἐστὶ τειπλασία καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει.

Ἐξῆς δὲ κατασκευάζων τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ θεωρήματος φησὶ, Ἔστω κύκλος [y] περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ· καὶ τείτον ὀρθῆς, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. Τοῦτο δὲ ἔσαι, ἐὰν, ἀπὸ τοῦ Γ, τῇ τοῦ ἑξαγώνου περιφερείᾳ ἴσην ἀπολαβόντες τὴν ΓΒ, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΒ. Ἡ γὰρ ἐπὶ τῆς τοῦ ἑξαγώνου περιφερείας βεβηκυῖα γωνία, πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ, δίμοιρόν ἐστιν ὀρθῆς· πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ, τείτον.

Ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τείτον δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· δίμοιρον ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. Ἐὰν ἄρα προσεκβάλλοντες τὴν ΓΒ ἐπὶ τὸ Β, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀπολαβόντες, ἀπὸ τοῦ Α ἐπιζεύξωμεν· ἰσόπλευρον ἔσαι τὸ τρίγωνον. Καὶ, διὰ τὸ τὴν ΑΒ κάθετον διχοτομεῖν τὴν βάσιν, διπλῆ ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ. Ἐὰν ἓν πάλιν λάβωμεν τὴν ΑΓ, ,αφξ, ἔσαι ἡ ΓΒ, ,ψπ′. Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΓ [z] ἔσαι $\overset{σμγ}{\text{M}}$,γχ′· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΒ, $\overset{ξ}{\text{M}}$ μυ′. Καὶ ἐὰν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΒ, ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ· λοιπὸν καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ [a] ΑΒ, $\overset{ρπβ}{\text{M}}$,εσ′· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,ατνα′ ἔγγιςα· περιλείπει γὰρ τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς τοῦ ἀκειβῶς, Μ°. α′. Διό φησιν, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἤπερ ,ατνα′ πρὸς ,ψπ′. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑποκεινται.

[p] ὅρων. [q] ἡ deeſt. [r] ὑπὸ ΛΕΓ ΟΒ ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν [s] ἡ περιδιάμετρος [t] Μαχον᾽ ὁ γὰρ [u] ἡ περιδιάμετρος [v] ἥπερ ἡ διάμετρος [w] Μχξτς′ [x] ἐσαὶ χξτς′ [y] περιδιάμετρος [z] $\overset{ωσ}{\text{M}}$ γχ′ [a] $\overset{ςπβ}{\text{M}}$ ες′

Digitized by Google

ἡ ΑΓ αφξ′	ἡ ΓΒ ↓π′	,ατνα′
ὀπὶ αφξ′	ὀπὶ ↓π′	ἐπὶ ,ατνα′
ρ ν τ	μθ ε	ρ λ ε
MMM	MM,ς	MMM,α′
ν κε γ	ε	λ θ α
MMM	M,ς,ς υ′	MMM,ετ′
ς γ	ξ	ε α
MM,γχ′	M,ηυ′	MM,βφν′
σμγ		,ατνα′
M,γχ′		ρπβ
		M,εσα′

ἂν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΒΓ ἀπὸ τ ἀπὸ ΑΓ, ρπβ καταλείπονται M,εσ′.

περιτυγχάνει τῇ ἀκριβεῖ M° α′.

ΑΓ 1560	ΓΒ 780	1351
in 1560	in 780	in 1351
1.....	49....	1.....
5.....	56...	3.....
6....	56...	5....
5.....	64..	1...
25....	608400	3.....
30...		9....
6....		15...
30...		3..
36..		5....
2433600		15...
		25..
		5.
		1351
		1825201

Si auferatur a quadrato, quod ab ΑΓ deſcribitur, quadratum, quod deſcribitur ab ΑΒ; reliquum eſt 1825200. Excedit igitur exquiſitum quadratum ſola unitate.

Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΖΗ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ· ἐπὶ γὰρ τ αὐτῆς περιφερείας βεβήκασιν· ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ ἐστὶν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ· καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Τῶν γὰρ ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, καὶ ὁμόλογοι [b] αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Secetur angulus ΒΑΓ in duas æquas partes, recta ΑΖΗ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus ΒΑΗ cum angulo ΗΓΒ: nam eidem circumferentiæ inſiſtunt: tum angulo ΗΑΓ; æqualis utique eſt etiam angulus ΗΓΒ angulo ΗΑΓ. Communis eſt autem rectus angulus ΑΗΓ. Æqualis eſt igitur et reliquus angulus ΗΖΓ reliquo ΑΓΗ. Quare æquiangulum eſt triangulum ΑΗΓ triangulo ΓΗΖ: ideoque ut ΑΗ ad ΗΓ, ita ſe habet cum ΓΗ ad ΗΖ, tum ΑΓ ad ΓΖ. Æquiangulorum enim triangulorum latera proportionalia ſunt, eaque ſibi invicem reſpondent, quæ æqualibus angulis ſubjiciuntur.

Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΓΒ, καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, [c] ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ· ἐστὶν, ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, [d] ἡ ΒΖ πρὸς ΓΖ. Καὶ συνθέντι ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ, ΑΓ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ. Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ, ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ ἐλάσσων ἢ, ,ατνα′· ἡ δὲ ΑΓ, ,αφξ′· ἡ δὲ ΒΓ, ↓π′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΒ, ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βϡια′ πρὸς ↓π′. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βϡια′ πρὸς ↓π′. Ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΑΗ [e] πρὸς ΗΓ· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βϡια′ πρὸς ↓π′. Διὰ ταῦτα, ἔστω τὸ μὲν ἀπὸ ΑΗ, ωμζ M ,γϡκα′· τὸ δὲ ἀπὸ ΗΓ, ξ M ,ηυ′. Καί ἐστιν αὐτοῖς ἴσον, τὸ ἀπὸ ΑΓ· καὶ αὐτὸ ἄρα ἔσται [f] ϡ M βτκα′· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, ,γιγΚδ′ ἔγγιστα· ὑπερέχει δὲ [g] τὸ ἀπ' αὐτῆς, ἀκριβῶς δωδέμτων, M° τξηις′. Διὰ ταῦτα οὖν φησὶν, ὅτι ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, [h] ἤπερ ,γιγΚδ′ πρὸς ↓π′. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑποκείνται.

Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ· ἐπὶ γὰρ τ αὐτῆς περιφερείας βεβήκασιν· ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΗΓ ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ ἐστὶν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ· καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Τῶν γὰρ ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, καὶ ὁμόλογοι [b] αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita ſe habet utraque etiam ΓΑΒ ad ΒΓ. Ut igitur utraque ΒΑΓ ad ΒΓ, ita etiam ſe habet ΑΗ ad ΗΓ. Quoniam enim angulus ΒΑΓ ſectus in duas æquas partes eſt ab ΑΖ; ut ΒΑ ad ΑΓ, ita ſe habet ΒΖ ad ΖΓ. Et componendo, ut utraque ſimul ΒΑ, ΑΓ ad ΑΓ, ita ΒΓ ad ΓΖ. Et permutando, ut utraque ſimul ΒΑ, ΑΓ ad ΒΓ, ita ΑΓ ad ΓΖ. Atque ΑΒ quidem minor eſt quam 1351; ΑΓ vero eſt 1560; denique ΒΓ 780. Utraque igitur ſimul ΑΒ, ΑΓ ad ΒΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Quare etiam ΑΓ ad ΓΖ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Ut autem ΑΓ ad ΓΖ, ita ſe habet ΑΗ ad ΗΓ. Igitur etiam ΑΗ ad ΗΓ minorem rationem habet, quam 2911 ad 780. Hiſce autem poſitis, quadratum quidem, quod ab ΑΗ deſcribitur, erit 8473921; quadratum vero, quod deſcribitur ab ΗΓ, 608400. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur ab ΑΓ, hoc ipſum erit 9082321. Cujus quidem latus quadratum eſt $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipſo fit, id exquiſitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{1\sigma}$. Et propterea dicit: ΑΓ ad ΓΗ minorem rationem habet, quam $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ad 780. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

ἡ ΑΗ ,βϡια′	ἡ ΗΓ ↓π′	,γιγΚδ′
ὀπὶ ,βϡια′	ὀπὶ ↓π′	ὀπὶ ,γιγΚδ′
υ ρπ β	με ε	ϡ γ
MMM,β′	MM,ς	MM,δ′,αφ↓ι′
ρπ πα	ε	γ
MM,ϡϡ′	M,ς,ςυ	Mρλε Κ
β	ξ	,ϡλϡα ΚΚδ′
M,ϡρι′	M,ηυ′	,αφς Κδ′ η′
,βϡια′		↓ργδ′ η′ ις′
ωμζ		ϡ
M,γϡκα′		M,βχπϡ′ις′

τὰ ἀπὸ τ ΑΗ, ΗΓ, ϡη M βτκα′

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς M°. τξη′ις′

ΑΗ 2911	ΗΓ 780	$3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
in 2911	in 780	in $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
4.....	49....	9.....
18.....	56...	3....
2....	56...	9...
2...	64..	15..
18.....	608400	75.
81....		3....
9...		1..
9..		3.
2....		5
9...		$2\frac{1}{2}$
1..		9...
1.		3.
2911		9
8473921		$1\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
		$1506\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{8}$
		$753\frac{1}{8}\frac{1}{8}\frac{1}{\sigma}$
		$9082689\frac{1}{1\sigma}$

Quadrata, quæ ab ΑΗ, ΗΓ deſcribuntur, 9082321. Excedit exquiſitum quadratum unitatibus $368\frac{1}{1\sigma}$.

[b] αἱ τὰς γωνίας [c] ἡ αἡ πρὸς ηγ′ [d] ἡ γξ′ πρὸς ξϛ′ [e] ϡ ἡ αἡ ἄρα πρὸς ηγ′ [f] ρη M [g] τὸ ἀπ' αὐτῶν τῆς ἀκριβοῦς [h] ἤπερ ,βιτςδ′

Digitized by Google

Secetur angulus ΓAH in duas æquas partes recta AΘ. Cum enim angulus ſectus in duas æquas partes ſit; utique, propter triangulorum ſimilitudinem, laterumque proportionem, ſe habebit, componendo et permutando, ut utraque ſimul HAΓ ad HΓ, ita AΘ ad ΘΓ. Ponitur autem AH minorem eſſe quam 2911; et AΓ minorem quam $3013\frac{11}{24}$. Utraque igitur ſimul HA, AΓ minor eſt quam $5924\frac{11}{24}$. Atque eſt HΓ 780. Igitur utraque ſimul HA, AΓ ad HΓ minorem rationem habet, quam $5924\frac{11}{24}$ ad 780. Quare etiam AΘ ad ΘΓ minorem habet rationem, quam $5924\frac{11}{24}$ ad 780: ideoque minorem etiam, quam $455\frac{11}{24}$ ad 60. Uterque enim utriuſque pars eſt decima tertia. Et, quæ horum quadrupla ſunt, AΘ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam 1823 ad 240. Propterea dicit, utrumque utriuſque idem eſſe ac $\frac{4}{13}$. Cum autem AΘ ſit 1823, erit quadratum, quod ab ea deſcribitur, 3323329: cumque ΘΓ ſit 240, quadratum, quod ab ea deſcribitur, erit 57600. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, hoc ipſum erit 3380929. Cujus quidem latus quadratum eſt $1838\frac{9}{11}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipſo fit, id exquiſitum quadratum excedit proxime unitatibus 323. Quare AΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $1838\frac{9}{11}$ ad 240. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

AΘ 1823 in 1823	ΓΘ 240 in 240	$1838\frac{9}{11}$ in $1838\frac{9}{11}$
1.....	4....	1.....
8.....	8...	8.....
2....	8...	3....
3...	16..	8...
8.....	57600	$818\frac{2}{11}$
64....		8.....
16...		64....
24..		24...
2....		64..
16...		$654\frac{6}{11}$
4..		3....
6.		24...
3...		9..
24..		24.
6.		$24\frac{6}{11}$
9		8...
		64..
3323329		24.
		64
		$6\frac{6}{11}$
		$818\frac{2}{11}$
		$654\frac{6}{11}$
		$24\frac{6}{11}$
		$6\frac{6}{11\ 11\ 121}$
		$3381251\frac{7}{11\ 11\ 121}$

five $3381252\frac{37}{121}$

Quadratum, quod ab AΓ deſcribitur, his æquale, eſt 3389028. Excedit igitur proxime exquiſitum quadratum unitatibus 323.

Amplius ſecetur angulus ΘAΓ in duas æquas partes, recta KA. Rurſus cum angulus ſectus in duas æquas partes ſit; utique, propter triangulorum ſimilitudinem, laterumque proportionem, ſe habebit, componendo et permutando, ut utraque ſimul ΘA, AΓ ad ΓΘ, ita AK ad KΓ. Utraque autem ſimul ΘA, AΓ minor eſt quam $3661\frac{9}{11}$: nam ponitur ΘA minorem eſſe quam 1823; et AΓ minorem quam $1838\frac{9}{11}$: atque eſt ΘΓ 240. Igitur utraque ſimul ΘA, AΓ ad ΘΓ minorem rationem habet, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. Quare etiam AK ad KΓ minorem habet rationem, quam $3661\frac{9}{11}$ ad 240. At partes $\frac{11}{240}$ numeri $3661\frac{9}{11}$ idem ſunt ac 1007; numerique 240 idem ac 66. Igitur AK ad KΓ minorem rationem habet, quam 1007 ad 66. Atque eſt quadratum quidem, quod ab AK deſcribitur, 1014099; quadratum vero, quod deſcribitur a KΓ, 4356. Quibus cum æquale ſit quadratum, quod deſcribitur ab AΓ, hoc ipſum erit 1018405. Cujus quidem latus quadratum eſt $1009\frac{1}{6}$, proxime. Quod enim quadratum ab ipſo fit, id exquiſitum quadratum excedit unitatibus, $2\frac{1}{3}\frac{1}{36}$. Igitur AΓ ad ΓK minorem rationem habet, quam $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Multiplicationes autem ſubjiciuntur.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓAH τῇ AΘ. Διὰ δὲ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας πρὸς τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ HAΓ πρὸς HΓ, ἡ AΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ ὑπέκειτο ἡ μὲν AH, ἐλάσσων ἢ βϡια· ἡ δὲ AΓ, ἐλάσσων ἢπερ ,γιγ' Ⅼδ'· συναμφότερος ἄρα ἡ HA, AΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ,ϡκδ' Ⅼδ'. Ἡ δὲ HΓ, ἐστὶ ψπ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ HA, AΓ πρὸς HΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ϡκδ' Ⅼδ' πρὸς ψπ'. Ὡς τε καὶ ἡ AΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ϡκδ' Ⅼδ' πρὸς ψπ'. Ὡς τε ἡ AΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ υπέ Ⅼδ' πρὸς ξ'· ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ἐστὶν μέρος ιγ'. Καὶ, τὰ τέτων τετραπλάσια, ἡ AΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αωκγ' πρὸς σμ'. Διὰ τέτα γάρ φησιν, ὅτι ἑκάτερα ἑκατέρων ἐστὶ δ ιγ'. Καὶ ἐπεὶ ἡ AΘ ἐστὶν ,αωκγ'· τὸ ἄρα [k] ἀπ' αὐτῆς ἐστι τλς ,γτκϡ'. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ'· καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς μ ,ζχ'· Καί ἐστι τοῖς ἀπὸ AΘ, ΘΓ, ἴσον τὸ ἀπὸ AΓ. Ἐστω ἄρα, τλη μ ϡκϡ'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,αωλη θ' ια' ἐγγίσα· τὸ γὰρ ἀπ' αὐτῆς, ὑπερέχει ιβ τ' ἀκριβοῦς, Μ° τκγ' ἐγγύς. Ὡς τε ἡ AΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αωλη ϡ' ια' πρὸς σμ'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκειν[j].

ἡ AΘ ,αωκγ' ἐστὶ ,αωκγ'	ἡ ΘΓ σμ' ἐστὶ σμ'	,αωλη ϡ ια' ἐστὶ ,αωλη ϡ ια'
ρ π β	δ	ρ π γ ια
MMM ,γ'	M ,ν'	MMM ,ϡκη β'
π ξδ α	,η ,αχ'	π ξδ β ια
MMM ,ς ,ρω'	ε	MMM ,δ ,συχνδ ς'
β α	M ,ζχ'	γ β ια
MM ,συξ'		MM ,ϡσμκδ ς'
,γ ,βυξϡ'		ια
τλβ		,η ,συσμξδ ς'
M ,γτκϡ'		ια ια
		ωιηβ χνδ ς'
Τέτοις ἴσον, τὸ ἀπὸ τλη AΓ, ἐστὶ M ϡκϡ'.		ια ια ρια κδ ς ς ς πα'
		τλη ια ρια M ,ασνα ζ πα'
		τλη ρια ἢ, M ,ασιβ λζ''
		ὑπερέχει ἄρα τῆ ἀκριβοῦς M°. τκγ' ἐγγύς.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘAΓ γωνία τῇ KA. Πάλιν ἐπεὶ, ἀφ' τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ τὴν ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ· ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘA, AΓ πρὸς ΓΘ, ἡ AK πρὸς KΓ. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ ΘA, AΓ, ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ γχξα θ ια' ἐπειδὴ ἡ μὲν ΘA ὑπόκειται ἐλάσσων ἢ ,ασκγ' ἡ δὲ AΓ, ἐλάσσων ἢ ,αωλη θ ια' ἐστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ, σμ'. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘA, AΓ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα θ ια' πρὸς σμ'. Ὡς τε καὶ ἡ AK πρὸς KΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα θ ια' πρὸς σμ'. Καὶ ἐπεὶ, τῶν μὲν ,γχξα θ ια', τὸ ιαμ', ἐστὶ ,αζ'· τῶ δὲ σμ', ξς· ἡ AK ἄρα πρὸς KΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ,αζ'' πρὸς ξς'. Καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ AK, ,βμϡ'· τὸ δὲ ὑπὸ KΓ, ,βτνς'· οἷς ἴσον ἦν τὸ ἀπὸ AΓ, ἐστὶ ρα μνε'· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ, ,αϡ' ς' ἐγγίσα· [l] ὑπερέχει γὰρ τῆ ἀκριβοῦς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, M° ιβ' γ' λς'. Ἡ AΓ ἄρα πρὸς ΓK, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αϡ' ς' πρὸς ξς'. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκειν[j].

[i] ιγ', καὶ [k] ἀπ' αὐτῆς μέρος μιζχ'· [l] ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τῆ ἀκριβοῦς M° ι' β' γ' λ' ς'.

Digitized by Google

ἡ ΑΚ ,αζ″	ἡ ΚΓ ξς′	,βιζ′ δ′
ἐπὶ ,αζ″	ὀπὶ ξς′	ὀπὶ ,βιζ′ δ′
ρ		ρ
Μ ,ζ″	,ψχτξ′	Μ ,θξξς ΚΚ ς′
,ζμϑ′	τξλς′	,θπαα ΚΚ
		ρξς ΚΚς′ αΚλς′
ρ	,δτνς′	ρ
Μ ,δμϑ′		Μ ,μνιζ″ γ′ λς′

Τέτοις ἴσον, τὸ ὑπὸ ΑΓ, ὀξὶ Μ ,μα′.

ὑπερέχει τῷ ἀκειζῶς Μ° ιβ′ γ′ λς′.

ΑΚ 1007	ΚΓ 66	1009$\frac{1}{6}$
in 1007	in 66	in 1009$\frac{1}{6}$
1.....	36..	1.....
7...	36.	9...
7...	36.	166$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$
49	36	9...
		81
		1$\frac{1}{2}$
		166$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$
		1$\frac{1}{2}\frac{1}{36}$
1014049	4356	1018417$\frac{1}{3}\frac{1}{36}$

Quadratum his æquale, quod ab ΑΓ describitur, est 1018405. Excedit exquisitum quadratum unitatibus 12$\frac{1}{3}\frac{1}{36}$.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ. Διὰ τὰ αὐτὰ δή ὀξεῖν, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΑ, ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἡ ΑΛ πρὸς ΛΓ. Καί ὀξεῖν ἡ μὲν ΑΚ, ἔλασσον ἢ ,αζ″· ἡ δὲ ΑΓ, ἔλασσον ἢ ,αϑ′ς′· ἡ δὲ ΚΓ, ξς′. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΑ, ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βις′ς′ πρὸς ζς′· ἡ δὲ ΑΛ ἄρα πρὸς ΛΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βις′ς′ πρὸς ξς′. Καὶ ἐπὶ ἡ ΑΛ ὑπόκειται ,βις′ς′, ἡ τὸ ἀπ' αὐτῆς $\overset{\text{us}}{\text{M}}$,ϑπκη′λς′· ἡ δὲ ΛΓ, ξς′, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ,δτνς′· ἴσον δὲ αὐτοῖς ὀξεῖ τὸ ὑπὸ ΑΓ· ἔσται ἄρα $\overset{\text{us}}{\text{M}}$,ϑσπδ′λς′· ὧν πλευρὰ [m] τετραγωνικὴ ὀξεῖα ,βιζ″δ′ ἔγγιστα· ὑπερέχει τὸ ἀπ' αὐτῆς τῷ ἀκειζῶς, Μ° ιγ′ΚΚϑ′. Ὡς τε ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βιζ″δ′ πρὸς ξς′. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται).

ἡ ΑΛ ,βις′ς′	ἡ ΛΓ ξς′	,βιζ″δ′
ὀπὶ ,βις′ς′	ὀπὶ ξς′	ὀπὶ ,βιζ″δ′
υ β α		υ β α
ΜΜΜ ,βτλγ′γ′	,ψχτξ′	ΜΜΜ ,δφ′
β	τξλς′	β
Μρξα ΚΚς′	,δτνς′	Μρος ΒΚ
		ε
Μ ,βξλςα′		Μ ,δμϑα ΚΚδ″
τλγ′γ′ α ΚΚς′ α λς′		φβΚ α ΚΚδ″ ις′
υς		υς
Μ ,δϑκη′λς′		Μ ,ϑσζζΚΚ ις′

Τέτοις ἴσον, τὸ ὑπὸ ΑΓ ἐσὶ $\overset{\text{υς}}{\text{M}}$,ϑσπδ λς′

πειτθεύει τῷ ἀκειζῶς Μ°. ιγ ΚΚ κϑ′

ΑΛ 2016$\frac{1}{6}$	ΛΓ 66	2017$\frac{1}{4}$
in 2016$\frac{1}{6}$	in 66	in 2017$\frac{1}{4}$
4.....	36..	4.....
2....	36.	2....
12...	36.	14...
333$\frac{1}{3}$	36	5..
2....		2....
1..	4356	1..
6.		7.
1$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$		2$\frac{1}{2}$
12...		14...
6.		7.
36		49
1		1$\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
333$\frac{1}{3}$		5..
1$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$		2$\frac{1}{2}$
1$\frac{1}{36}$		1$\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}$
4064928$\frac{1}{3}\frac{1}{6}$		4069297$\frac{1}{2}\frac{1}{16}$

Quadratum his æquale, quod ab ΑΓ describitur, est 4069284$\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. Excedit proxime exquisitum quadratum unitatibus 13$\frac{1}{2}\frac{1}{24}$.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΛ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βιζ″δ′ [n] πρὸς ξς′· ἀνάπαλιν ἄρα, ἡ ΛΓ [o] πρὸς ΓΑ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς′ πρὸς ,βιζ″δ′. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΒ περιφέρεια, ἕκτον ἐσὶ $\overset{\text{ος}}{\text{Κ}}$ κύκλου· ἡ ΗΓ ἄρα, ιβ′ μέρος ἐσίν· ἡ δὲ ΘΓ, κδ′· ἃ ὑ ΚΓ, μη′· ἡ δὲ ΛΓ, ζς′. Ὡς τε ἡ ΛΓ εὐθεῖα, πολυγώνου ἐσὶ πλευρὰ, ζς′ πλευρὰς ἔχοντος· καί ἐσιν ἡ ΛΓ, [p] ξς′. Ἡ ἄρα τοῦ πολυγώνου περίμετρος, πρὸς τὴν τοῦ [q] κύκλου περίμετρον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,στλς′ πρὸς ,βιζ″δ′. Ταῦτα δὲ [r] ἐσι τειπλάσια, καὶ ἔτ ὑπερέχει σπδ′δ′· ἅπερ ἐλάτλονά ἐσι δεκαπλάσια ἑβδομηκοσομώνων· ὅ ἐσι Μ° κζΚς′ ἔγγισα· τὰ ὑ δεκαπλάσια τούτων σοζ. Πολλῷ ἄρα, ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, μείζων ἐσὶν ἢ τειπλασία καὶ δέκα ἑβδομηκοσόμονα.

Ὡς μὴν ὖν ἐνεχώρει, οἱ παρ' αὐτοῦ εἰρημένοι ἀριθμοὶ, μετρίως ἐσαφωίδησαν.

Quoniam igitur ΑΓ ad ΓΛ minorem rationem habet quam 2017$\frac{1}{4}$ ad 66; e contrario ΛΓ ad ΓΑ majorem habet rationem, quam 66 ad 2017$\frac{1}{4}$. Et quoniam circumferentia ΓΒ sexta est totius circuli pars; erit utique ΗΓ pars duodecima; ΘΓ, quarta et vigesima; ΚΓ, octava et quadragesima; denique ΛΓ, sexta et nonagesima. Quare recta ΛΓ polygoni latus est latera habentis sex et nonaginta. Atque est ΛΓ 66. Igitur polygoni ambitus ad diametrum circuli majorem rationem habet, quam 6336 ad 2017$\frac{1}{4}$. Horum autem numerorum alter alterius triplus est, et adhuc excedit unitatibus 284$\frac{1}{4}$; quæ quidem majores sunt quam decem ipsius 2017$\frac{1}{4}$ septuagesimæ primæ. Pars utique septuagesima est 27$\frac{1}{2}\frac{1}{6}$ proxime; atque hujus decuplum 277. Multo igitur magis circuli ambitus diametri major est quam triplus super decies partiens septuagesimas primas.

Itaque numeri ab eo positi, ut fieri potuit, mediocriter explicati sunt.

[m] τετράγωνος [n] ἤπερ ,βιζ″δ′ ξς′ [o] πρὸς γα′ ex MS. [p] ἡ λγ′ ης′ [q] κυλίνδρου [r] ἐσὶ deest.

Digitized by Google

Scire autem oportet Apollonium Pergæum in Ocytocio idem per numeros alios demonſtraſſe, et rem vero propinquiorem reddidiſſe. Quod quidem exquiſitius eſſe videtur: ſed tamen ad id, quod Archimedes ſibi propoſuit, nihil confert. Diximus enim ſibi hoc in libro propoſuiſſe, quod vero propinquum eſt, invenire, propter neceſſarios vitæ uſus. Propterea neque Porus Nicænus merito videtur Archimedem reprehendere, quod non accurate invenerit cui rectæ lineæ circuli circumferentia ſit æqualis. Hinc in Ceriis idem ait, Præceptorem ſuum, Philonem intelligens Gadarenſem, rem ad accuratiores numeros perduxiſſe, quam ii ſunt, quos Archimedes propoſuit; id eſt 7 et 22. Omnes enim pariter videntur ejus propoſitum ignoraſſe. Utuntur autem myriadum multiplicationibus, et diviſionibus, quas non facile aſſequetur, qui in Magni Logiſticis verſatus non fuerit. Quod ſi quis omnino vellet rem ad minimum redigere, opus eſſet, ut ea probe aſſecutus, quæ in Mathematica Claudii Ptolemæi Compoſitione traduntur, per partes et minutias, et per rectas lineas in circulo aptatas id faceret. Atque id ego ſane feciſſem, niſi, quod ſæpius dixi, intellexiſſem, fieri non poſſe, ut per ea, quæ hic propoſita ſunt, recta linea accurate inveniatur circuli circumferentiæ æqualis. Et ſi quis eo contentus ſit, quod proximum vero eſt, ſuffecerint ea, quæ hic ab Archimede tradita ſunt.

Eutocii Aſcalonitæ Commentarius in Archimedis Circuli Dimenſionem, ex editione ab Iſidoro Mileſio Mechanico præceptore noſtro recognita.

Ἰσέον δέ, ὅτι ὁ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος ἐν τῷ Ὠκυτοκίῳ, ἀπέδειξεν αὐτὸ διὰ ἀριθμῶν ἑτέρων, ὅτι τὸ συνεγγυς μᾶλλον ἀληθές. Τοῦτο δὲ ἀκριβέστερον μὲν εἶναι δοκεῖ· ὑ χρήσιμον δὲ πρὸς τὸν Ἀρχιμήδους σκοπόν. Ἔφαμεν γὰρ αὐτὸν σκοπὸν ἔχειν, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ, τὸ συνεγγυς εὑρεῖν διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας. Ὡς τε εἰδὲ Πόρος ὁ Νικαεὺς εὐκαίρως εὑρηθήσε᾽ μέμψιν ἐπάγων Ἀρχιμήδει, ὡς μὴ ἀκριβῶς εὑρόντι, Ποία συθεία ἴση ἐστὶν ἡ τῆ κύκλυ περιφέρεια. Ἐξ ὧν αὐτὸς ἐν τοῖς Κηρίοις φησί· τὸν ἑαυτῦ διδάσκαλον, Φίλωνα λέγων τὸν ἀπὸ Γαδάρων, εἰς ἀκριβεστέρας ἀριθμὰς ἀγαγειν, τῶν ὑπ᾽ Ἀρχιμήδυς εἰρημένων, τῆ τε ζ φημὶ καὶ τῶν κβ᾽. Ἅπαντες γὰρ ἐφεξῆς φαίνονται τὸν σκοπὸν αὐτῆ ἡγεμονεύοντες· κέχρηνται δὲ καὶ τοῖς τῶν μυριάδων πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς· οἷς ὰν εὐκολον παρακολυθεῖν, τὸν μὰ ἀφ᾽ τῶν Μάγνυ Λογιστικῶν ἡγμένον. Εἰ δέ πε ὅλως ἐβούλετο εἰς ἔλαττον αυτὸ καταγαγεῖν· ἐχρῆν τοῖς ἐν τῇ Μαθηματικῇ Συντάξει Κλαυδίυ Πτολεμαίυ εἰρημένοις ἀκολυθοῦντα, ἀφ᾽ τ᾽ μοιρῶν καὶ λεπτῶν, καὶ τ᾽ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖων τοῦτο ποιεῖν· καὶ πεπυίηκειν ἂν ἐγὼ τοῦτο, εἰ μὴ, ὅπερ πολλάκις εἶπον, ἐνενόυν, ὡς ὅτε ἀκριβῶς δυνατὸν, ἀφ᾽ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων, εὑρεῖν, τῆ τῦ κύκλυ περιφερείᾳ ἴσην εὐθεῖαν. Καὶ εἴ πε τὸ πωγγυς καὶ ᾗδε μικρὸν παρέχοι· ἀρκεῖ τὰ ὑπ᾽ Ἀρχιμήδυς ἐνταῦθα εἰρημένα.

Εὐτοκίυ Ἀσκαλωνίτυ Ὑπόμνημα, εἰς τὸν Ἀρχιμήδυς τοῦ Κύκλυ Μέτρησιν· Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

[a] ὠκυτοκίῳ [b] περὶ

1.

In MS. Multiplicationes ita ſe habent.

ἡ ΕΖ τς. ἡ ΖΓ ργγ. λοιπὸν τὸ α ΕΓ ΜΖ.
ζ
σκζ ἐπὶ τς. ἐπὶ ργγ. τα δὶ ζξιθ Μ,τκε
θ α θ
Μαω Μ,ετ. ἐπὶ ιξι λείπει ἄρα Μβ,δωλς
δ α θ
ΕΒ φργγ. ΜΜβ,α εἰς τὸ ἀκριβὶς θΜ,γχλς
θ β
πρνθ. Μβ,γχτθ Μ,γνθ,ατκε.

In Margine.

ἡ ΕΖ τς ἡ ΖΓ ργγ
ἐπι τς ἐπὶ ργγ
θ
Μ α ω
λ
τ ω λ ς
o
θΜ,γχλς

2.

ἡ ΕΓ φοα ἡ ΗΓ ργγ φζαη. ἐπὶ φοα
ιε γ ιε δ
ἐπι ργγ ἐπὶ φζαή. ΜΜ,ε φ. Μα,ετ. ΜΜ
γ δ
,βφξβζ Μ,ε δλ εω φρν. Μ,ε Μρζσαδ᾽φοα
λβ β
,γρνθ. φζαή ψΜ,ςΜα θΜγυθ ξβζιαδ᾽ηξδ
λδ
θΜθυκηζδξδ ἐκ τύτων συνάγεται τὸ ἀπὸ εη
λδ o
Μ,θ,κν. ἐλλείπει ἄρα ἀκριβῶς Μκας᾽ια ἐγγιστα.

3.

ἡ ΕΓ ,αρξβή᾽. ἡ ΘΓ ργγ᾽. αροβή᾽ ἐπὶ ,αρξβκ.
ε ι ς
ἐπὶ ργγ ἐπὶ αροβή᾽. ΜΜΜ,βρκε Μα,ετ
ρ ι ξ ι α ι α
ΜΜΜ,βρκε ΜΜ,ςτιβζ,ιβφρν. ΜΜζ.
ς ς
τιβζ. Μ,ς,τλφηζσ. τρνΟ. Μζδε Μηζδ᾽.
β
,βσρκδδ. θΜτυ. ,βε Μ,δδ. ,ρκειβς ζςδξδ.
ρλε o
,ρκειβζ,ηζδδξδΜ φλδζξδ θ Μ,ρλζτνοζξδ
ρλζ
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΑ ἐστὶ ΜωλΜ,κξξβ.
o
ἐλλείπει ἄρα τῆ ἀκριβῶς Μξς,ζ.

4.

ἡ ΕΒ τλδδ. ἡ ΓΚ ργγ. ,βτλθδ. γ ζ ΜΜ,ηφ.
ζ ε α ι ξ ζ α
ἐπὶ ργγ ἐπὶ ,βτλθδ. ΜΜ,θ,ααςοε. Μ,ε τ. ΜΜΜΜ,ηφ
γ θ ς
εσι (ωσι) ,βτλδδ. ,ε,βφερ ΜΜ,θ,βψοε. Μ,θλρκζ,ζ,.
α
τρνθ. Μ,θ,λςοζ,ζ,η,ασρκςιςα. Μ,η,βψςοπαβδ
ρηδ φΜζ
φοιζ,ζ,ασς. φοιζςβδις᾽ θΜπψκγις᾽. Μ,βς,ζ,ις᾽
φΜζ
ἐκ τύτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΚ Μ
o
βρλβις᾽. ἐλλείπει ἄρα τῆ ἀκριβῶς ΜΜα,ζ,.

ἡ ΑΓ αφξ. ἡ ΓΒ ψω. ,ατνα ιωι (ωσὶ) ,αφξ. ἰωι ψω ,ατια
ρ ς μθε ρ λ ε η κ ω
ΜλνΜ. ΜΜβ (hoc pro ἐστὶ in MS. ponitur) ΜΜΜα. ΜΜΜ
ε λ θ δ ς γ β ε α ρμγ
Μ,ς,συΜΜΜ,ετ. ΜΜ,γχθΜ,πυ. ΜΜ,ε,βφη. Μπχ
ρωβ
,ατνα. θΜ,ς α ἀναφέρομεν ἀπὸ ΑΓ ἀπὸ τῆ ΒΓ καταλείποντας
ςωβ o
Μ,ε,ς. περιτιλύει τῆ ἀδριβῦς Μα.

6.

ἡ ΑΗ βλα. ἡ ΗΓ ψω. γιγζδ᾽. ἐπὶ βλια. αθ ε ΜΜ,ς.
ρω ωα ε λ γ β
επι γιγζδ. ΜΜ,θλ. Μ,γ,ς,ς υ. ΜΜοαφψνΜθρι
ε ωγζ
,θΜηγ. θλος,ζδ᾽. βλια. ,αφια,ζ,δην. θΜχλκα
τν
ψνβζ,ςδ᾽η᾽ις᾽. τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ. Μ,βτι,ζ,α.
ςγ o
θΜβχπθις᾽ ὑπερίχει τῆ ἀκριβῦς Μτξηις.

7.

ἡ ΑΘ ,ωκτ. ἡ ΘΓ ςΜ. ,ωληθια᾽ επι ,ωκγ.
ε γ β ρ π γ
επι ςΜ. επι ,ωληθια ΜΜΜ,γ. Μδη. ΜΜΜ
ϖ λδ ϖ ξθ λβ
,ηριαθ,ζ,ια. ΜΜ,ς,βυ. ,η,δχ. ΜΜΜα᾽ς υ π η
θ β α ε γ β
Μσβη. ΜΜ,ς,νξ. θΜ,ζ,χΜΜ. ,δτς Μγ
θ γ δ θ λβ
γβη. ,γδυξθ. Μςυς Μξδ Μ,ζ,ηα θ,γ Μτκθ.
θ θ θ ια
ρ ι α ο π ν η γγ η πα ς θ᾽ς ι α ο β η. τύτοις ἴσον τὸ ααγ
η α τλυ τλυ
β α ι ης θρκα Μ τκθ ἐστὶ θ Μ. ,ασνα γο ερεγγυς.
o
ὑπερίχει ἄρα τῆ ἀκριβῦς Μ τκα ἐγγύς.

8.

ἡ ΑΚ ,αζ.χη ἡ ΚΓ ξς᾽. ,αθς᾽ επι ,αζ. επι ξς.
ρ
επι ,αθς᾽. Μζ. ,γχτξ. Μ,θρξς,ζ,ς᾽. ,ζΜθ. τξλα.
ρα
θπααος᾽ θΜ,δΜο. θ,δτνς. ρξς,ζς α ζ,λς.
ρα
θΜ,κυιζγας᾽ -τύτοις ἴσον τὸ α αγ ἐστὶ Μ,ηυε:
ρα
o
ὑπερίχει τῆ ἀκριβῦς Μ ιβ᾽γ λγ᾽.—

9.

ἡ ΑΛ βις,ς᾽. ἡ ΑΓ ξς. βιζδ᾽. ἐπὶ βις,ς. επι ξς. ἐπὶ βιζδ
υ β α υ β α β
ΜΜΜ,βτλζγ. γχτξ. ΜΜΜ,δφ. Μρξα,ζ,ς.
β α α
τξλς. Μρoβ,ζ,. Μβχλςα. ,ε,δτνς᾽ Μ,δοΜο,ζ,δ᾽.
υε υς
τλγγα,ζ,δλς᾽. φβ,ζ,αδις᾽. θΜ,δλκηλς. Μ
υε
θειε,ζ,ςις᾽. τύτοις ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΓ ἐστὶ Μ
o
θς,πδλς᾽ περιττεύει τῆ ἀκριβῦς Μγ,ζ,η᾽.—

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDIS

DE HELICIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

ΤΩΝ ποτὶ Κώνωνα ἀποσαλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξεις ἀπισέλλεις μοὶ γράψαι, τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν [a] καὶ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας, ἀπισέλλω τοί. Μὴ θαυμάσῃς δέ, εἰ πλείονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδίδομεν τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. Συνβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι, διὰ τὸ βέλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις, καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρεμένοις. Πόσα γὰρ τῶν ἐν Γεωμετρίᾳ θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα, χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβανόντι; Κώνων μὲν οὐκ [b] ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μαστύσιν αὐτῶν χρόνον, μετάλλαξεν τὸν βίον, [c] καὶ ἄδηλα ἐποίησεν· καὶ ταῦτα πάντα [d] εὑρὼν, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρών, καὶ ἐπὶ τὸ πλεῖον προάγαγε Γεωμετρίαν. Ἐπισάμεθα γὰρ ὑπάρξαντα αὐτῷ συνέσιν [e] οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα, καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. Μετὰ

THEOREMATUM, quæ ad Cononem miſi, demonſtrationes, quas ut conſcribam quotidie flagitas, plurimas quidem iis in libris habes, quos Heraclides attulit; nonnullas vero hoc etiam in libro ad te mitto. Noli autem admirari, ſi diu cunctatus eorum demonſtrationes in lucem edo. Hoc enim ea de cauſa factum eſt, quod prius cum viris communicare voluerim in mathematicis diſciplinis exercitatis, qui ſummo ea ſcrutandi ſtudio tenebantur. Quot ſunt enim theoremata in Geometria, quæ cum principio videantur via et ratione carere ad cognoſcendum, tempore fiunt manifeſta? Conon quidem cum tempus ſibi ſumpſiſſet ad hæc ſcrutanda minime idoneum, vita deceſſit, eaque obſcura reliquit; licet his omnibus aliiſque plurimis inventis longe Geometriæ fines amplificaverit. Novimus enim fuiſſe in eo viro haud vulgarem ſcientiæ hujus peritiam, eximiamque induſtriam. Exactis autem poſt Cononis obitum pluribus annis, nemo extitit, quod ego ſciam, qui

[a] In MS. καὶ deeſt. [b] ἱκανὸν λαῶ ἐς τὰν μαστύσιν [c] In MS. καὶ deeſt. [d] εὑρεῖν [e] ἀτε

Digitized by Google

ex his problematibus ullum attigerit. Mihi vero libet unumquodque eorum ſigillatim in medium afferre; contingit enim, ut duo quædam, quæ in eo libro ſejuncta ſunt, longe a ſcopo aberrent; ut qui ſe omnia inveniſſe jactant, nec ullam tamen demonſtrationem afferunt, refellantur: quippe profeſſi aliquando ſunt ea ſe inveniſſe, quæ fieri nullo modo poſſunt. Quæ ſint igitur ea problemata; et quorum tibi demonſtrationes obtulerim; quorumque hoc libro exploratas offeram, declarabo. Problematum hoc primum erat: data ſphæra, planum ſpatium invenire ſphæræ ſuperficiei æquale: quod quidem primum, edito de ſphæra libro, in promptu eſt. Cum enim demonſtratum ſit, cujuſlibet ſphæræ ſuperficiem quadruplam eſſe circuli maximi omnium, qui ſunt in ſphæra, conſtat quomodo fieri poſſit, ut planum ſpatium inveniatur ſphæræ ſuperficiei æquale. Alterum hoc erat: dato cono vel cylindro, ſphæram invenire cono vel cylindro æqualem. Tertium: datam ſphæram plano ſecare, ita ut ejus ſegmenta propoſitam inter ſe invicem rationem habeant. Quartum: datam ſphæram plano ſecare, ita ut ſuperficiei ſegmenta propoſitam inter ſe invicem habeant rationem. Quintum: datum ſphæræ ſegmentum dato ſphæræ ſegmento aſſimilare. Sextum: datis duobus ſphæræ ſegmentis ſive ejuſdem, ſive non ejuſdem, ſegmentum aliquod ſphæræ invenire, quod alteri quidem ſegmentorum ſimile ſit, ſuperficiem vero habeat alterius ſuperficiei æqualem. Septimum: a data ſphæra ſegmentum plano ſecare, ita ut ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, propoſitam rationem habeat; quæ quidem major non ſit ea, quam habent tria ad duo. Horum igitur, quæ diximus, omnium demonſtrationes Heraclides attulit. Quod autem poſt hæc ſejunctum erat, id eſt falſum. Eſt autem hujuſmodi: ſi ſphæra plano ſecetur in inæquales partes, majus ſegmentum ad minus rationem habet ejus duplam, quam habet major ſuperficies ad minorem. Hoc vero falſum eſſe, ex iis, quæ prius ad te miſſa ſunt, manifeſtum eſt. Atque hoc etiam in illis ſejunctum erat. Si ſphæra plano ſecetur in inæquales partes ad rectos angulos alicui diametro earum, quæ in ſphæra ſunt, majus ſegmentum ad minus eamdem rationem habet, quam majus ſegmentum diametri ad minus. Majus enim ſphæræ ſegmentum ad minus minorem quidem rationem habet ejus dupla, quam habet major ſuperficies ad minorem, majorem vero ſeſquialtera. Poſtremum quoque, quod ſejunctum erat, problema eſt falſum: ſi ſphæræ alicujus diameter ſecetur, ita ut quadratum, quod a majore ſegmento deſcribitur, triplum ſit quadrati, quod deſcribitur a minore ſegmento; planumque, quod per id punctum agitur ad rectos angulos ipſi diametro,

δὲ τὰν Κώνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενημένων, ἃ δ' ὑφ' ἑνὸς ἁδέν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον. Βάλομαι δὲ καθ' ἓν ἕκαστον αὐτῶν προενέγκασθαι, καὶ γὰρ συμβαίνει δύο πινὰ τῶ ἐν αὐτῷ [g] εἶμεν κεχωρισμένα, τέλους δὲ ἀποτυχόμενα· [h] ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα δύρίσκειν, ἀποδείξιν δ' αὐτῶν ἀδεμίαν ἐνφερόντες, ἐλέγκωνται· οἱ πόθ' ὁμολογηκότες δύρίσκειν τὰ ἀδυνάτα. Ταῦτα δὴ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐστί, καὶ τίνων τὰς ἀποδείξεις ἔχεις ἀπεσταλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζομες δοκιμάζοντες, ἐμφανίσω τοι. Πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον δύρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας· ὃ δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν, ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τᾶς σφαίρας βιβλίου. Δειχθέντος γὰρ ὅτι πάσας σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, δῆλον ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον δύρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. Δεύτερον δὲ κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν ἴσην τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δὲ τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς πότ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δὲ τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὡς τε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν πρὸς ἄλλαλα. Πέμπτον δὲ τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Ἕκτον δὲ δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας, εἴτε τᾶς αὐτᾶς, εἴτε ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἔχει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος. Ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὡς τε τὸ τμᾶμα πρὸς τὸν κῶνον τὰν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μὴ μείζονα τοῦ ὃν ἔχει τὰ τρία πρὸς τὰ β'. Τούτων [i] μὲν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξεις Ἡρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον ψεῦδος ἰῶ. Ἔστι δὲ· αἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμᾶμα πρὸς τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια πρὸς τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι. Κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Αἴκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμᾶμα πρὸς τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου πρὸς τὸ ἔλασσον. Το γὰρ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας πρὸς τὸ [k] ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια πρὸς τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ, ἢ ἡμιόλιον. Ἦν δὲ καὶ τὸ ἔχαλον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος· ὅτι αἴκα σφαίρας τινὸς ἁ διαμετρος τμαθῇ, ὡς τε τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τμάματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου, τᾶς ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τμάματος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν πρὸς

[f] Sic MS. [g] μὴ κεχωρισμένα [h] ὅπως ex MS. [i] μὲν οὖν τῶν [k] ἔλασσον ἁ μὲν

ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τέμνῃ τὰν σφᾶραν· τὸ τοιῦτον τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μᾶζον τᾶς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὴ τᾶτο ψεῦδός ἐστι, δᾶλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. Μετὰ δὴ ταῦτα περὶ τᾶς κώνω προβεβλημένα ἐστὶ τάδε. Αἴκα ὀρθογωνίω κώνω τομὰ, μενούσας τᾶς διαμέτρω, περιενεχθῇ, ὥς τε εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ αἴκα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἁπτᾷ, παρὰ δὲ τὸ ἁπτᾶον ἁπίπεδον ἄλλο ἁπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὴ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τᾶ κωνοειδέος. Εἰ δὲ κὴ τὸ εἰρημένον σχῆμα, ἐπιπεδῷ τμαθῇ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐστεῖται, δᾶλον. Ὅτι δὲ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐστεῖται τᾶ κώνω, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι κὴ ὕψος ἴσον, δᾶξαι δεῖ. Καὶ αἴκα τᾶ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπποσῳοῦν ἀγμένοις· ὅτι μὲν ἂν αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ, δᾶλον, αἴκα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἐῶντι ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τᾶτον ἐξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχωντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τ' ἄξονα μέχρι τὰ ἐπίπεδα τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δ' αἱ ἀποδείξεις οὔπω τοι ἀπεσταλμέναι. Μεταὶ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς [m] ἕλικος ἦν προβεβλημένα ταῦτα. Ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπίκοινον ἐχόντων τοῖς προειρημένοις, ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς [n] ἀποδείξεις γεγραφήκαμέν τοι. Ἔστι δὲ τάδε.

sphæram ſecet; talis ſpecie figura, quale eſt majus ſphæræ ſegmentum, maxima eſt omnium ſegmentorum, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur. Hoc vero falſum eſſe conſtat ex iis theorematibus, quæ prius ad te miſſa ſunt. Demonſtratum enim eſt, omnium, quæ æquali ſuperficie comprehenduntur, ſegmentorum, id eſſe maximum, quod eſt hemiſphærium. Hæc deinceps de cono propoſita erant. Si rectanguli coni ſectio, manente diametro, circumagatur, ita ut diameter ipſa ſit axis; quæ a rectanguli coni ſectione figura deſcribitur, conoides vocetur. Et ſi conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum aliquod ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſis vocetur planum, quod ſecat; vertex vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit. Quod ſi figura, quam diximus, plano ſecetur ad rectos angulos axi, ſectionem quidem circulum eſſe, manifeſtum eſt. Segmentum vero, quod ſectum eſt, ſeſquialterum eſſe coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque altitudinem, hoc oportet demonſtrare. Et ſi duo conoidis ſegmenta planis ſecentur utcunque actis, ſectiones quidem eſſe acutiangulorum conorum ſectiones manifeſtum eſt, dummodo ne ea quæ ſecant, plana recta ſint ad axem. Segmenta vero eam inter ſe invicem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem rectæ, quæ ab eorum verticibus ducuntur axi parallelæ ad ea uſque, quæ ſecant, plana, hoc item demonſtrare oportet. Horum autem demonſtrationes nondum ad te mittuntur. Hæc demum de helice propoſita erant. Hoc autem eſt quaſi aliud problematum genus nihil cum iis, quæ prædiximus, commune habentium; de quibus tibi hoc in libro demonſtrationes conſcripſi. Atque hæc ſunt hujuſmodi.

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

Αἴκα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ, μένοντος τοῦ ἑτέρω πέρατος, ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀπικατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, κατὰ τὰς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀποκατασταθείσας ὅθεν [o] ὥρμασεν, τρίτον μέρος εἶμεν τοῦ κύκλου τοῦ γραφέντος, κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμείῳ, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ τᾷ διανυθείσᾳ ὑπὸ τοῦ σαμείου ἐν τᾷ μιᾷ περιφορᾷ τᾶς εὐθείας. Καὶ αἴκα τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα καλὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος τὸ ἔσχατον γενόμενον· ἄλλα δέ τις εὐθεῖα τᾷ περιαχθείσᾳ καὶ ἀποκατασταθείσᾳ γραμμᾷ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτᾶς, ὥστε ἐμπεσεῖν τᾷ ἐπιψαυούσᾳ· φαμὶ τὰν ποιαχθεῖσαν

DE HELICIBUS.

Si recta linea in plano, manente altero ejus termino, æquabiliter circumacta eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicen in plano deſcribet. Dico jam ſpatium, quod ab helice, et recta linea eodem, unde moveri cœpit, reſtituta comprehenditur, tertiam eſſe partem circuli deſcripti centro quidem puncto manente, intervallo autem ea rectæ lineæ parte, quæ a puncto fuerit uno orbe tranſmiſſa. Et ſi helicen recta quædam contigerit in extremo ipſius helicis termino; et recta quædam alia rectæ lineæ circumactæ, eodemque, unde moveri cœpit, reſtitutæ ad rectos angulos ducatur a manente ejus termino, ita ut contingenti occurrat; dico rec-

[l] δὴ [m] ἕλικας [n] ἀποδείξεις ex MS. [o] ὥρμασε

Digitized by Google

tam hanc, quæ ducta eſt, circumferentiæ circuli eſſe æqualem. Et ſi recta linea circumacta, et punctum, quod in ea fertur, repetitis orbibus circumagantur, eodemque, unde moveri cœperant, reſtituantur; dico ſpatii, quod ſecundo orbe ab helice comprehenditur, quod quidem comprehenditur tertio orbe, eſſe duplum; quod vero quarto, triplum; quod quinto denique, quadruplum; atque ita porro, quæ ſpatia poſterioribus orbibus comprehenduntur, ea ſecundum numeros, qui hos conſequuntur, multiplicia eſſe ſpatii, quod ſecundo orbe comprehenditur. Quod autem ſpatium primo orbe comprehenditur, ſextam eſſe partem ſpatii, quod comprehenditur orbe ſecundo. Et ſi in helice uno orbe deſcripta duo puncta ſumantur; ducanturque ab eis rectæ ad manentem circumactæ lineæ terminum; deſcribanturque duo circuli centro quidem puncto manente, intervallis vero rectis ad manentem lineæ terminum ductis; quæque harum rectarum minor eſt, producatur; dico ſpatium, quod comprehenditur tum a circumferentia majoris circuli, quæ inter rectas ad eaſdem helicis partes interjicitur, tum ab helice, rectaque producta; ad ſpatium, quod comprehenditur tum a circumferentia minoris circuli, tum ab eadem helice, rectaque terminos earum jungente, eam rationem habere, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus exceſſus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris circuli; habet, inquam, ad eam, quæ ex centro minoris circuli, cum tertia exceſſus, quem diximus, parte. Horum ego aliorumque de helice demonſtrationes in hunc librum conjeci. Præmittuntur autem, quod in aliis quoque geometricis uſu venit, quæ ad ea demonſtranda ſunt neceſſaria. Atque in his quoque eorum, quæ in libris antea a me editis ſumpta ſunt, iſtud ſumo: inæqualium linearum et inæqualium ſpatiorum id, quo majus excedit minus ſibimetipſi aliquoties additum, fieri poſſe, ut excedat quodcunque propoſitum fuerit ex iis, quæ inter ſe invicem comparantur.

PROP. I. THEOR.

Si in aliqua linea feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi, ſumanturque in ea duæ lineæ; quæ ſumptæ ſunt, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam tempora, quibus punctum eaſdem lineas tranſmiſit.

Feratur enim punctum aliquod in linea AB æquabiliter, ſumanturque in ea duæ lineæ ΓΔ, ΔΕ. Ac tempus, in quo punctum lineam ΓΔ tranſmiſit, ſit ΖΗ; in quo vero tranſmiſit ΔΕ, ſit ΗΘ. Oportet demonſtrare, lineam ΓΔ ad lineam ΔΕ eamdem rationem habere, quam tempus ΖΗ ad tempus ΗΘ.

σαν ὀρθεῖαν ἴσαν ἑαυτῇ τῆ τοῦ κύκλου [p] περιφερείᾳ. Καὶ αἶκα ἀ περιαγομένα γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον, τὸ φερόμενον κατ' αὐτᾶς, πλείονας περιφορὰς περιενεχθέωντι καὶ ἀπκαταςαθέωντι πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· φαμὶ δ' χωρίᾳ, τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος ὑπὸ τᾶς ἕλικος, τὸ μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ ποτιλαφθὲν διπλάσιον ἐσεῖσθαι· τὸ δὲ ἐν τᾷ τετάρτᾳ τριπλάσιον· τὸ δὲ ἐν τᾷ πέμπτᾳ τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τὰς ἑξῆς ἀριθμὰς, πλαπλάσια ἐσεῖσθαι τᾶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ [q] ποτιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος εἶμεν, τᾶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος χωρίᾳ. Καὶ αἶκα [r] ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέωντι ὀρθεῖαι ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς περιενεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο [s] γεγραφέωντι κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακότι σαμείῳ, διαστήμασι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς ὀρθείας, [t] καὶ ἐλάσσων τᾶν ἐπιζευχθεισᾶν ἐπεκβληθῇ· φαμὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς δ' μείζονος κύκλω περιφερείας τᾶς ἐπὶ τᾷ αὐτᾷ ἕλικι μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν ἐούσας, καὶ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον, ὑπό τε τᾶς τᾶ ἐλάσσονος κύκλω περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν, τᾶτον ἔχει τ' λόγον ὃν ἔχει ἀ ἐκ δ' κέντρω δ' ἐλάσσονος κύκλω μετὰ δύο [u] τριτεμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἀ ἐκ δ' κέντρω δ' μείζονος κύκλω τᾶς ἐκ τᾶ κέντρω ἐλάσσονος κύκλω ποτὶ τὰν ἐκ τᾶ κέντρω τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετ' ἑνὸς τριτεμορίω τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς. Τούτων δή μοι καὶ ἄλλων ὠδὶ τᾶς ἕλικος αἱ ἀποδείξεις, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται. Πρόκεινται δὲ ὡς κ' τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρεμένων τὰ χρείαν ἔχοντα, εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. Λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λήμματα τάδε· [w] τᾶν ἀνίσαν γραμμᾶν, καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τᾶ ἐλάσσονος αὐτᾷ σωτιθεμέναν, δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερέχειν τὸ προτεθέντος τῶν πρ' ἄλλαλα λεγομένων.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

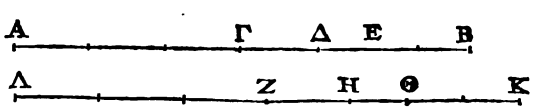
Εἶκα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωσι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἔξοντι λόγον πρ' ἀλλάλας ὄνπερ οἱ χρόνοι ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

Ἠνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ αἱ ΓΔ, ΔΕ. Ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ ΖΗ, ἐν ᾧ δὲ τὰν ΔΕ ὁ ΗΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχωντι λόγον ἀ ΓΔ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΔΕ γραμμάν, ὃν χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τ' ΗΘ.

[p] Sic MS. [q] Pro ποτιλαφθέντος. Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος in MS. legitur ποτιλαμφθίλος, ἕκτον μέρος [r] περὶ [s] περιγεγραφέωντι [t] καὶ ἀ ἐλάσσων τᾶν [u] τρίτα μορίων [w] τᾶν ἴσαν

Digitized by Google

Συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τῶν ΓΔ, ΔΕ γραμμῶν αἱ ΑΔ, ΔΒ γραμμαὶ [x] καθαντινοῦν σώθεσιν ὅτως, ὡς τε ὑπερέχειν τὰν ΑΔ τᾶς ΔΒ. Καὶ ὁσάκις μὲν σύγκειται ἁ ΓΔ γραμμὰ ἐν τᾷ ΑΔ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ἐν τῷ χρόνῳ τῷ ΛΗ· ὁσάκις δὲ σύγκειται ἁ ΔΕ γραμμὰ ἐν τᾷ ΔΒ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ ΘΗ χρόνος ἐν τῷ ΚΗ χρόνῳ. Ἐπεὶ ἂν ὑπόκειται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως ἐνηνέχθαι κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς, δῆλον ὡς ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὰν ΓΔ ἐνηνέκται, ἐν τοσούτῳ καὶ ἑκάσαν ἐνήνεκται τὰν ἴσαν τᾷ ΓΔ. Φανερὸν ἄν, ὅτι καὶ συγκειμέναν [y] τὰν ΑΔ γραμμὰν, ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἐνήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΛΗ χρόνος· ἐπειδὴ τοσαυτάκις σύγκειται ἅτε ΓΔ γραμμὰ ἐν τᾷ ΑΔ γραμμᾷ, κ᾽ ὁ ΖΗ χρόνος ἐν τῷ ΛΗ χρόνῳ. Δία * ταῦτα δὴ καὶ τὰν ΒΔ γραμμὰν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ τὸ σαμεῖον ἐνήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΚΗ χρόνος. Ἐπεὶ ἂν μείζων ἐστὶν ἁ ΑΔ γραμμὰ τᾶς ΒΔ, δῆλον ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὰν ΔΑ διαπροΐεται γραμμὰν, ἢ τὰν ΒΔ. Ὡς τε ὁ χρόνος ὁ ΛΗ μείζων ἐστὶ τᾶ ΚΗ χρόνᾳ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, κ᾽ αἴκα ἐκ τῶν χρόνων τῶν ΖΗ, ΗΘ σωτεθέωντι χρόνοι [z] καθαντινοῦν σώθεσιν, ὡς τε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τᾶν ἐκ τᾶν γραμμᾶν τᾶν ΓΔ, ΔΕ, καλὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συνθείσαν ὑπερέξει ἁ ὁμόλογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ. Δῆλον ἂν ὅτι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τὸν χρόνον τὸν ΗΘ.



Componantur enim ex lineis ΓΔ, ΔΕ lineæ ΑΔ, ΔΒ ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut ΑΔ ipſam ΔΒ excedat. Et quoties quidem ponitur linea ΓΔ in ΑΔ, toties ponatur tempus ΖΗ in tempore ΛΗ; quoties vero ponitur linea ΔΕ in ΔΒ, toties tempus ΘΗ ponatur in tempore ΚΗ. Quoniam igitur ponitur punctum in linea ΑΒ æquabiliter ferri, conſtat quanto tempore lineam ΓΔ tranſmiſit, tanto unamquamque earum tranſmiſiſſe, quæ ipſi ΓΔ æquales ſunt. Quare compoſitam etiam lineam ΑΔ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus ΛΗ; quoniam toties ponitur linea ΓΔ in linea ΑΔ, quoties tempus ΖΗ in tempore ΛΗ. Eadem autem ratione etiam lineam ΒΔ tanto tempore tranſmiſit, quantum eſt tempus ΚΗ. Quoniam igitur major eſt linea ΑΔ quam ΒΔ, conſtat punctum majore tempore lineam ΑΔ tranſmittere, quam ΒΔ. Quare tempus ΛΗ majus eſt quam tempus ΚΗ. Pariter autem demonſtrabitur, ſi ex temporibus ΖΗ, ΗΘ componantur tempora ſecundum quamlibet compoſitionem, ita ut alterum alterum excedat, etiam linearum, quæ ex lineis ΓΔ, ΔΕ ſecundum eamdem compoſitionem compoſitæ fuerint, alteram alteram excedere, prout tempori quæque ſuo reſpondet. Conſtat igitur lineam ΓΔ ad lineam ΔΕ eamdem rationem habere, quam tempus ΖΗ ad tempus ΗΘ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Αἴκα δύο σαμείων ἑκατέρω κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος, μὴ τᾶς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτῷ ἑαυτῷ φερομάω, λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ [a] τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαί, αἵ τε τωῦται ἐν ἴσοις χρόνοις [b] ὑπὲρ τῶν σαμείων διανυέσθων, κ᾽ αἱ δύτεραι· τὸν αὐτὸν ἐξόντι λόγον τοτ᾽ ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

Ἔσω κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἐνηνεγμένον τὶ σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυ[τῷ], κ᾽ ἄλλο κατὰ τᾶς ΚΛ. Λελάφθωσαν δὲ ἐν τᾷ ΑΒ δύο αἱ ΓΔ, ΔΕ γραμμαί, καὶ ἐν τᾷ ΚΛ αἱ ΖΗ, ΗΘ· ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἐνηνεγμένον σαμεῖον τὰν ΓΔ γραμμὰν διαπορθέσθω, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τὰς ΚΛ ἠνεγμόν τὰν ΖΗ· ὁμοίως κ᾽ τὰν ΔΕ γραμμὰν ἐν ἴσῳ διαπορθέσθω τὸ σαμεῖον, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον τὰν ΗΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἐχεῖ λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἁ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ.

Ἔσω δὴ ὁ χρόνος ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σημεῖον ὁ ΜΝ. Ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ κ᾽ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορθέσθω τὰν ΖΗ. Πάλιν δὲ κ᾽ ἐν ᾧ τὰν ΔΕ γραμμὰν διεπορθέετο τὸ σαμεῖον, ἔσω ὁ ΝΞ χρόνος. Ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορθέσθω τὰν ΗΘ.

PROP. II. Theor.

Si duo puncta, utrumque in linea aliqua, non in una eademque, ferantur æquabiliter ſibi ipſis; ſumanturque in utraque linea duæ lineæ, quarum tum primæ, tum ſecundæ a punctis æqualibus temporibus tranſmittantur; quæ lineæ ſumptæ ſunt eamdem inter ſe invicem rationem habebunt.

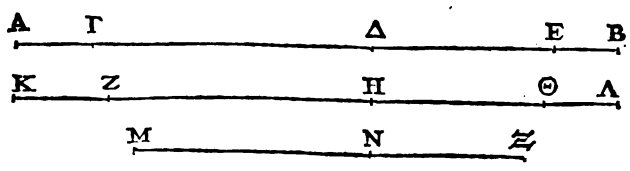
Feratur in linea ΑΒ punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi; et aliud item in linea ΚΛ. Sumantur autem in ΑΒ duæ lineæ ΓΔ, ΔΕ; et in ΚΛ item duæ ΖΗ, ΗΘ: et quanto tempore punctum, quod in ΑΒ fertur, lineam ΓΔ tranſmittat, quanto alterum, quod fertur in ΚΛ tranſmittit lineam ΖΗ; pariterque etiam lineam ΔΕ tanto tempore punctum tranſmittat, quanto alterum tranſmittit lineam ΗΘ. Oportet demonſtrare eamdem rationem habere ΓΔ ad ΔΕ, quam ΖΗ ad ΗΘ.

Tempus enim, quo lineam ΓΔ punctum tranſmiſit, ſit ΜΝ. Hoc autem tempore etiam punctum alterum lineam ΖΗ tranſmittit. Rurſus tempus, quo punctum tranſmiſit lineam ΔΕ, ſit ΝΞ. Hoc autem tempore etiam punctum

[x] καθ' ἃν τινοσῦν [y] τᾶν ΑΔ γραμμᾶν [z] καθατινοσῦν [a] τᾶν γραμμῶν [b] ὑπὸ τῶν σημίων
* Fortaſſe τὰ αὐτὰ

Digitized by Google

alterum tranſmittit lineam HΘ. Eamdem igitur rationem habebunt linea ΓΔ ad lineam ΔE, quam tempus MN ad tempus NΞ, et linea ZH ad lineam HΘ, quam tempus MN ad tempus NΞ. Conſtat igitur eamdem rationem habere ΓΔ ad ΔE, quam ZH ad HΘ.



προβέτω τὰν HΘ. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἐξέντι ἄπα ΓΔ ποτὶ τὰν ΔE χραμμὰν, ὃν ὁ χρόνος ὁ MN ποτὶ NΞ, καὶ ἁ ZH ποτὶ τὰν HΘ, ὃν ὁ χρόνος ὁ MN ποτὶ τὸν NΞ. Δῆλον ἄν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔE, ὃν ἁ ZH ποτὶ τὰν HΘ.

PROP. III. Prob.

Circulis quotlibet datis, fieri poteſt, ut recta ſumatur, quæ major ſit quam circulorum circumferentiæ.

Circumſcripto enim unicuique circulo polygono, conſtat, quæ ex omnibus ambitibus recta componitur, hanc majorem eſſe quam omnes circulorum circumferentias.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Κύκλων δοθέντων ὁποσῶν τῷ πλήθει, δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα ἁπασῶν τῶν τῶν κύκλων περιφερειῶν.

Περιγεγραφέντος γὰρ περὶ ἕκαστον τῶν κύκλων πολυγώνου, δῆλον ὡς ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τῶν περιμέτρων εὐθεῖα [d] μείζων ἔσται πασῶν τῶν τῶν κύκλων περιφερειῶν.[e]

PROP. IV. Prob.

Datis duabus lineis inæqualibus, recta, et circuli circumferentia, fieri poteſt, ut recta ſumatur, quæ minor quidem ſit quam datarum linearum major, major vero quam minor.

Quoties enim exceſſus, quo major linea excedit minorem, ſibimetipſi additur, ut rectam excedat, tot ſi in partes æquales eadem recta dividatur; minor erit pars una quam exceſſus. Quod ſi circumferentia major fuerit quam recta, addita eidem rectæ parte una, conſtat, eam majorem quidem eſſe, quam minorem datarum linearum, minorem vero quam majorem. Nam quæ additur pars, minor eſt quam exceſſus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

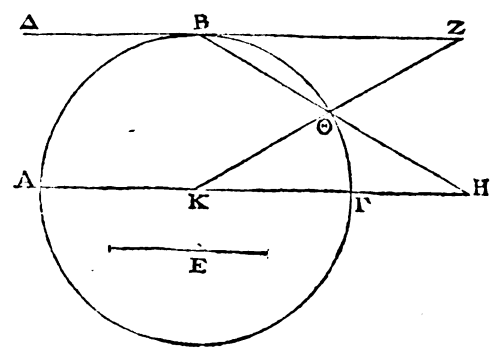
Δύο γραμμῶν δοθεισῶν ἀνίσων, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τᾶς μὲν μείζονος τῶν δοθεισῶν γραμμῶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

Ὁσάκις γὰρ ὑπερέχα, ἃ ὑπερέχει ἡ μείζων γραμμὰ τᾶς ἐλάσσονος, αὐτᾷ συμβεβλημένα ὑπερέξει τᾶς εὐθείας, καὶ εἰς τοσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας, τὸ ἓν τμᾶμα ἔλασσον ἔσσει τᾶς ὑπερεχᾶς. Εἰ μὲν οὖν ἡ ἁ περιφέρεια μείζων τᾶς εὐθείας, ἑνὸς τμάματος πολιτευθέντος ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, τᾶς μὲν ἐλάσσονος τῶν δοθεισῶν, δῆλον ὡς μεῖζον ἐσσεῖται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. Καὶ γὰρ ἁ προσκειμένα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑπερεχᾶς.

PROP. V. Prob.

Dato circulo, et recta circulum contingente, fieri poteſt, ut a centro circuli ad contingentem recta ducatur; ita ut, quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habeat, quam quæ interjicitur inter contactum, rectamque ductam circuli circumferentia, ad datam quamlibet circuli circumferentiam.

Datus ſit circulus ABΓ, cujus centrum K, circulumque contingat ΔZ in puncto B: data ſit etiam quælibet circuli circumferentia. Fieri autem poteſt, ut recta aliqua ſumatur major quam data circumferentia; eaque ſit recta E. Ducatur a centro AH ipſi ΔZ parallela: ponaturque HΘ ipſi E æqualis vergens ad punc-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Κύκλου δοθέντος, καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψάυουσαν, ὡς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφερείαν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ABΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ K, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ ΔZ κατὰ τὸ B· δεδόσθω δὲ καὶ κύκλου περιφέρεια ὁποιαοῦν. Δυνατὸν δέ ἐστι τᾶς δοθείσας περιφερείας λαβεῖν τινὰ εὐθεῖαν μείζονα, καὶ ἔσω ἁ E εὐθεῖα μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. Ἤχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν ΔZ, ἁ AH· καὶ κείσθω ἁ HΘ ἴσα τᾷ E, νεύουσα ἐπὶ τὸ B·

[c] Κύκλων δύο δοθέντων σφαίρας καὶ πυλίνδρου.

[d] μείζων ἄρα τᾶν

[e] Ad marginem in MS. legitur δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ἁ θεωρήματι τοῦ περὶ

Digitized by Google

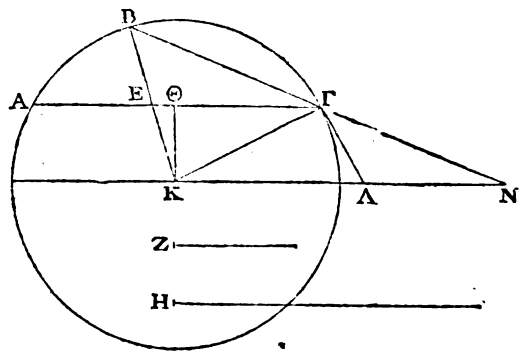
ἀπὸ δὴ τῦ Κ κέντρυ ὑπὶ τὸ Θ ὑπιζυχθεῖσι ἐκβεβλήθω. Τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἀ ΘΖ ϖοτὶ τὰν ΘΚ, ὅν ἀ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. Ἡ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τῦ ὃν * ἀ ΒΘ περιφέρεια ϖοτὶ τὰν δοθεῖσαν ϖεριφέρειαν· διότι ἀ μὲν ΒΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΒΘ ϖεριφερείας· ἀ δὲ ΘΗ μείζων τᾶς δοθείσας ϖεριφερείας. Ἐλάσσονα ἄν λόγον ἔχει ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ἐκ Ε κέντρυ, ἢ ἀ ΒΘ ϖεριφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ϖεριφέρειαν.

tum B; quæque a centro K ad punctum Θ jungitur, producatur. Eamdem igitur rationem habet ΘZ ad ΘK, quam BΘ ad ΘH. Quare ZΘ ad ΘK minorem habet rationem, quam circumferentiam BΘ ad datam circumferentiam; eo quod recta BΘ minor eſt quam circumferentia BΘ, recta vero ΘH major eſt quam data circumferentia. Minorem igitur rationem habet etiam ZΘ ad eam, quæ ex centro, quam circumferentia BΘ ad datam circumferentiam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Κύκλυ δοθέντος, ἁ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρυ, δυνατὸν ἀπὸ Ε κέντρυ Ε κύκλυ ποτὶ τὰν ϖεριφέρειαν † αὐτᾶ ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν τέμνυσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμὰν, ὥς τε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ϖοτὶ τὰν ἐπιζυχθεῖσαν ἀπὸ Ε ϖέρατος τᾶς ϖοτιπιϖτούσας τᾶ ὑπὶ τᾶς περιφερείας, ποτὶ τὸ ἕτερον πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας, τὸν ϖαχθεντα λόγον ἔχειν· εἰ μὴ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἦν, τᾶ ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ Ε κέντρυ κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομένην.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτᾶ τὸ Κ· ἁ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρυ ἁ ΓΑ· ἁ λόγος ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων Ε ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΚΘ, καθέτα ἴσα τᾶς ΚΘ. Ἤχθω δὲ ἁ ἀπὸ Ε κέντρυ ϖαρὰ τὰν ΑΓ ἁ ΚΝ· ἁ τῇ ΚΓ ϖοτ' ὀρθὰς ἁ ΓΛ. Ὅμοια δή ἐστι τὰ ΓΘΚ, ΓΚΛ τρίγωνα· ἔστιν ἄν ὡς ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ, ὕτως ἁ ΚΓ ϖοτὶ τὰν ΓΛ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, ἢ ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Ζ ϖοτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΚΓ ποὶ μείζονα τᾶς ΓΛ. ‡ Ἐχέτω ποὶ τὰν ΒΝ· κείσθω δὲ ἁ ΒΝ μεταξὺ τᾶς ϖεριφερείας καὶ τᾶς εὐθείας διὰ τᾶ Γ. Δυνατὸν δέ ἐστιν ὕτως τεμεῖν· ἁ ϖεσεῖται ἐκτὸς, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ τᾶς ΓΛ. Ἐπεὶ ἄν § ἁ ΒΚ ϖοτὶ ΒΝ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ϖοτὶ τὰν Η· καὶ ἁ ΕΒ ϖοτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Ζ ϖοτὶ Η.



PROP. VI. Prob.

Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor ſit quam diameter, fieri poteſt, ut a centro circuli ad ejus circumferentiam recta ejiciatur ſecans lineam in circulo datam; ita ut, quæ inter circumferentiam, et lineam in circulo datam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino ejectæ, qui in circumferentia eſt, ad terminum lineæ in circulo datæ propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ, ad rectam, quæ a centro ad eamdem normalis ducitur.

Datus ſit circulus ABΓ, cujus centrum punctum K: dataque in eo ſit recta ΓA minor quam diameter: itemque ratio, quam habet Z ad H, ea minor, quam habet ΓΘ ad KΘ; normalis cum ſit ipſa KΘ. Ducatur autem a centro KN ipſi AΓ parallela; rectæque KΓ ad rectos angulos ducatur ΓΛ. Similia jam ſunt triangula ΓΘK, ΓKΛ; ideoque ut ΓΘ ad ΘK, ita ſe habet KΓ ad ΓΛ. Minorem igitur rationem habet Z ad H, quam KΓ ad ΓΛ. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habeat KΓ ad majorem quam ΓΛ. Habeat ad BN: ponaturque BN inter circumferentiam, et lineam, ita ut tranſeat per punctum Γ. Fieri autem poteſt, ut ita ſecetur: cadetque extra, quoniam major eſt quam ΓΛ. Quoniam igitur BK ad BN eamdem habet rationem, quam Z ad H; ipſa etiam EB ad BΓ rationem habebit eamdem quam Z ad H.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, ἁ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τᾶ κέντρυ ϖοτιβαλεῖν † ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, ἁ τᾶς ἐκβεβλημένας ποὶ τὰν ἐπιζυχθεῖσαν ἀπὸ τᾶ ϖέρατος ἐναπολαφθείσας, ϖοτὶ τὸ

PROP. VII. Prob.

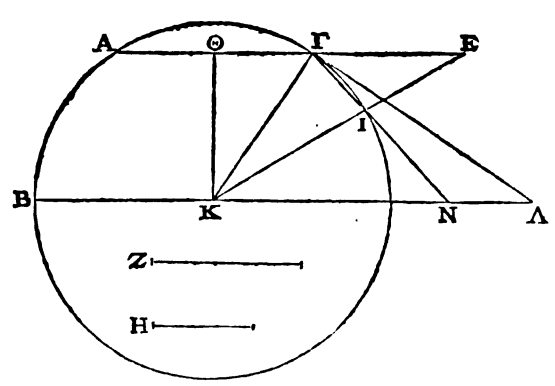
Iiſdem datis, et quæ, in circulo data eſt, linea producta, fieri poteſt, ut a centro ad productam recta ejiciatur; ita ut, quæ inter circumferentiam, et productam recta interjicitur, ad rectam ductam a termino interjectæ ad terminum productæ propoſitam rationem

† ϖοτιλαβεῖν ‡ ἰχέτωσαν § ἁ ΓΚ
* Fortaſſe deeſt ἴχει † Fortaſſe deeſt εὐθεῖαν

Digitized by Google

habeat; dummodo hæc ratio major ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro, ad eamdem normalis ducitur.

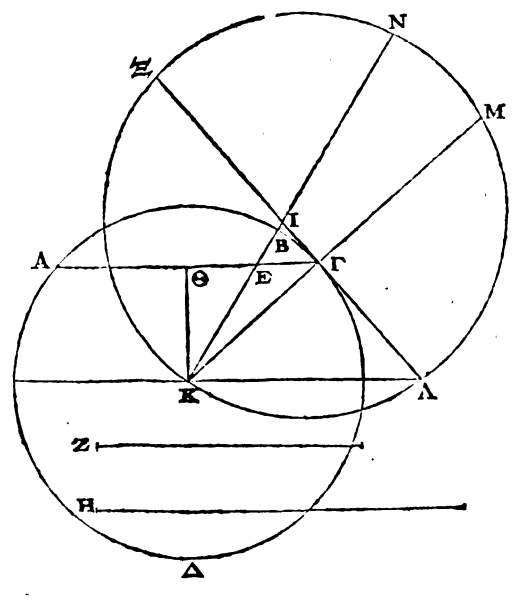
Data ſint eadem, quæ ſupra: quæque linea in circulo data eſt, producatur. Data autem ratio ea ſit, quam habet Z ad H, ea major, quam habet ΓΘ ad ΘK. Major erit igitur etiam ea, quam habet KΓ ad ΓΛ. Quam vero rationem habet Z ad H, hanc habebit KΓ ad minorem quam ΓΛ. Habeat ad IN, quæ vergat ad punctum Γ. Fieri autem poteſt, ut ita ſecetur: cadetque intra ΓΛ, quoniam minor eſt quam ΓΛ. Quoniam igitur eamdem habet rationem KΓ ad IN, quam Z ad H; ipſa etiam EI ad IΓ rationem habebit eamdem, quam Z ad H.



PROP. VIII. Prob.

Circulo dato, et in circulo linea, quæ minor ſit quam diameter, et alia item linea circulum contingente in termino lineæ in circulo datæ; fieri poteſt ut a centro circuli recta aliqua ejiciatur, ita ut quæ pars ejus inter circuli circumferentiam, et lineam in circulo datam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipſa a contactu abſcindit, propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio minor ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Sit datus circulus, ABΓΔ, et data in circulo linea minor quam diameter, ΓA: circulumque contingat ΞΛ in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H, minor ſit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea minor, quam habet ΓK ad ΓΛ, ſi ducta fuerit KΛ ipſi ΘΓ parallela. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem, quam Z ad H. Major utique eſt ΞΓ quam ΓΛ. Deſcribatur per puncta K, Λ, Ξ circuli circumferentia. Et quoniam major eſt ΞΓ quam ΓΛ; ſecantque ſeſe invicem ad rectos angulos KΓ, ΞΛ; fieri poteſt, ut rectæ MΓ



ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Κύκλε δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, καὶ ἄλλας ἐπιψαύσας τοῦ κύκλε κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας· δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλε ποτιβαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν,* ὡς τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς τοῦ κύκλε περιφερείας, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ὑπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν προσκείμενα λόγον ἔχειν· † αὕτα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ὑπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλε κάθετον [1] ἀπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

Ἔστω κύκλος δεδόμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα δεδόσθω, ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἃ ΓΑ· καὶ ἃ ΞΛ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλε κατὰ τὸ Γ, καὶ λόγος ὃν ἔχει ἃ Z ποτὶ Η ἔστω ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἃ ΓΘ ποτὶ ΘΚ. Ἐπεζεύχθω δὴ ἐλάσσων καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἃ ΓΚ ποτὶ ΓΛ, αὕτα παράλληλος ἀχθῆ ἃ ΚΛ τᾷ ΘΓ. Ἐχέτω δὴ ἃ ΚΓ ποτὶ ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἃ Z ποτὶ Η. Μείζων δή ἐστιν ἃ ΞΓ τᾶς ΓΛ. Γεγράφθω κύκλε περιφέρεια περὶ τὰ Κ, Λ, Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστι μείζων ἃ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθὰς ἐντὶ ἀλλάλαις αἱ ΚΓ, ΞΛ, δυνατόν ἐστι τᾷ ΜΓ ἴσαν [k] ἄλλαν

[1] ἐπ' αὐτὰν [k] ποτ' ἄλλαν

* In hoc loco in Ed. Baſ. ſunt ποτὶ τὰν εὐθεῖαν. Deſunt autem hæc verba in Codice Regio, quo uſus eſt Rivaltus: et ſane delenda ſunt. † Fortaſſe εἰ καὶ

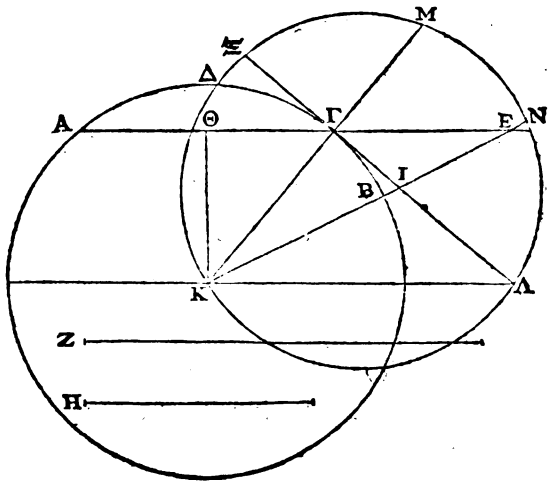
Digitized by Google

θέμεν τὰν IN, νεύσαν ἐπὶ τὸ K. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν [1]ΞI, IΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KE, IΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἀ ΞI ποτὶ KE· καὶ τὸ [m]ὑπὸ τᾶν KI, IN ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, ΓΛ τὸν αὐτὸν ἔχει ὃν ἀ IN ποτὶ ΓΛ. Ὡς τε καὶ ἀ IN ποτὶ ΓΛ ἐσὶν, ὡς ἀ ΞI ποτὶ KE. Ὡς τε καὶ ἀ ΓM ποτὶ ΓΛ, καὶ ἀ ΞΓ ποτὶ KΓ, καὶ ποτὶ KB ἐσὶν, ὡς ἀ ΞI ποτὶ KE. Καὶ λοιπὴ ἀ IΓ ποτὶ BE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ΞΓ ποτὶ τὰν ΓK, καὶ ὃν ἀ H ποτὶ τὸ Z. Πέπωκεν ἦν ἀ KN ποτὶ τὰν ἐπιψαύσαν, καὶ ἔχει ἀ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας, ἀ BE ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ Z ποτὶ τὰν H λόγον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Θ'.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, γραμμᾶς ἐκβεβλημένας, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὡς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας, καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας, ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἀφὰν τὸν τεχθέντα λόγον ἔχειν αἴκα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἦν τοῦ, ὃν ἔχει ἀ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου, ἀ ΓΑ διάχθω, καὶ προσπιπτέτω τοῦ κύκλου ἀ ΞΓ κατὰ τὸ Γ. Καὶ λόγος ὃν ἔχει ἀ Z ποτὶ τὰν H, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἀ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘK. Ἔσαι δὴ μείζων, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἀ KΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ἐχέτω ἦν ἀ KΓ ποτὶ τὰν ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ Z ποτὶ τὰν H. Ἐλάσσων ἄρα ἐσὶν αὕτα [n]τᾶς ΓΛ. Πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τᾶν Ξ, K, Λ σαμείων. Ἐπεὶ ἦν ἐλάσσων ἐσὶν ἀ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ πὰρ' ὀρθάς εἰσιν ἀλλάλαις αἱ KM, ΞΓ, δυνατὸν [o]τᾷ ΓM ἴσαν θέμεν τὰν IN νεύσαν ἐπὶ τὸ K. Ἐπεὶ ἦν τὸ ὑπὸ τᾶν ΞIΛ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛI, KE ἐσὶν, ὡς ΞI ποτὶ KE· ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΞIΛ ἴσον ἐσὶν τὸ ὑπὸ τᾶν KIN· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΛI, KE ἴσον ἐσὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, ΓΛ, διὰ τὸ εἶμεν ὡς τὰν KE ποτὶ IK, ἕτως τὰν ΛΓ ποτὶ ΛI· καὶ ὡς ἄρα ἀ ΞI ποτὶ KE, οὕτως τὸ ὑπὸ τᾶν KIN ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, ΓΛ· τετέσιν ὡς NI ποτὶ ΓΛ, τετέσιν ἀ ΓM ποτὶ ΓΛ. Ἔσι δὲ καὶ ὡς ἀ ΓM ποτὶ ΓΛ, [p]οὕτως



æqualis alia ponatur IN vergens ad punctum K. Spatium igitur, quod ſub ΞI, IΛ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KE, IΛ, eamdem habet rationem, quam ΞI ad KE; quodque ſub KI, IN continetur, ad id, quod continetur ſub KI, ΓΛ, rationem habet eamdem, quam IN ad ΓΛ. Quare etiam IN ad ΓΛ ſe habet, ut ΞI ad KE. Quare etiam ΓM ad ΓΛ, et ΓΞ ad KΓ, et ad KB, ſe habet, ut ΞI ad KE. Hinc etiam reliqua IΓ ad BE eamdem habet rationem, quam ΞΓ ad ΓK, et quam H ad Z. Incidit igitur KN in contingentem, ejuſque pars BE, quæ inter circumferentiam, et lineam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam ipſa KN a contactu abſcindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

PROP. IX. Prob.

Iiſdem datis, et quæ in circulo data eſt, linea producta, fieri poteſt, ut a centro circuli ad productam recta ejiciatur; ita ut quæ pars ejus inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad eam contingentis partem, quam recta ipſa a contactu abſcindit, propoſitam rationem habeat; dummodo hæc ratio major ſit ea, quam habet dimidia lineæ in circulo datæ ad rectam, quæ a centro circuli ad eamdem normalis ducitur.

Datus ſit circulus ABΓΔ: et quæ linea in circulo data eſt, minor quam diameter, hoc eſt ΓA, producatur: circulumque contingat ΞΓ in puncto Γ: et ratio, quam habet Z ad H major ſit ea, quam habet ΓΘ ad ΘK. Hæc erit etiam ea major, quam habet KΓ ad ΓΛ. Itaque habeat KΓ ad ΓΞ eamdem rationem quam Z ad H. Minor utique eſt ZΓ quam ΓΛ. Rurſus per puncta Ξ, K, Λ circulus deſcribatur. Et quoniam minor eſt ΞΓ, quam ΓΛ; ſecantque ſeſe invicem ad rectos angulos KM, ΞΓ; fieri poteſt, ut rectæ ΓM æqualis ponatur IN vergens ad punctum K. Quoniam igitur ſpatium, quod ſub ΞIΛ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΛI, KE, ſe habet, ut ΞI ad KE: ac ei quidem, quod ſub ΞIΛ continetur, æquale eſt id, quod continetur ſub KIN; ei vero, quod ſub ΛI, KE continetur, id eſt æquale, quod continetur ſub KI, ΓΛ; eo quod ut KE ad IK, ita ſe habet ΛΓ ad ΛI: ideo etiam ut ΞI ad KE ita ſe habebit ſpatium, quod ſub KIN continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KI, ΓΛ; hoc eſt,

[1] ΞIΛ [m] ὑπὸ τοῦ KIN [n] τῆς ΓΛ [o] τῇ IM [p] In MS. οὕτως deeſt.

Digitized by Google

ut N I ad Γ Λ; hoc eſt, ut Γ M ad Γ Λ. Se habet autem etiam ut Γ M ad Γ Λ, ita Ξ Γ ad K Γ. Se habet igitur ut Ξ I ad K E, ita Ξ Γ ad K B; et reliqua I Γ ad reliquam B E ſe habet, ut Ξ Γ ad Γ K. Quam autem rationem habet Ξ Γ ad Γ K, hanc habet H ad Z. Incidit igitur K E in productam; ejuſque pars B E, quæ inter productam et circumferentiam interjicitur, ad contingentis partem Γ I, quam ipſa K E a contactu abſcindit, eamdem habet rationem, quam Z ad H.

PROP. X. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter ſeſe invicem excedentes; ſitque exceſſus æqualis minimæ; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ; quæ ab æqualibus maximæ quadrata deſcribuntur aucta tum quadrato, quod a maxima deſcribitur, tum ſpatio, quod ſub minima, æqualique omnibus æqualiter ſeſe invicem excedentibus continetur, tripla erunt quadratorum omnium, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus.

Sint lineæ quotcunque deinceps poſitæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ; et ſit Θ æqualis exceſſui. Addatur autem ad B, ipſi Θ æqualis, I; et ad Γ, ipſi H æqualis, K; et ad Δ, ipſi Z æqualis, Λ; et ad E, ipſi E æqualis, M; et ad Z, ipſi Δ æqualis, N; et ad H, ipſi Γ æqualis, Ξ; denique ad Θ, ipſi B æqualis, O. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter ſe invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonſtrare, quadrata, quæ ab omnibus, hoc eſt, tum ab A, tum ab iis, quæ factæ ſunt, deſcribuntur, aucta tum quadrato, quod ab A deſcribitur, tum ſpatio, quod ſub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continentur, tripla eſſe quadratorum omnium, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.

Eſt enim quadratum, quod a B I deſcribitur æquale quadratis, quæ deſcribuntur ab I, B, duobuſque ſpatiis, quæ continentur ſub B, I. Quadratum vero, quod a K Γ deſcribitur, æquale eſt quadratis, quæ deſcribuntur a K, Γ, duobuſque ſpatiis, quæ continentur ſub K, Γ. Pariter etiam quadrata, quæ ab aliis ipſi A æqualibus deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur ab earum ſegmentis, duobuſque ſpatiis, quæ ſub ſegmentis iiſdem continentur. Quadrata igitur, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ deſcribuntur, itemque illa, quæ deſcribuntur ab I, K, Λ, M, N, Ξ, O, aucta quadrato, quod ab A deſcribitur, dupla ſunt quadratorum, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quod autem reliquum eſt, demonſtrabimus, ſpatia eorum dupla, quæ ſub ſegmentis uniuſcujuſque lineæ ipſi A æqualis continentur, aucta ſpatio,

των ἀ Ξ Γ ποτὶ Κ Γ, τετέσι ϖοτὶ Κ Β. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ξ Ι ϖοτὶ Κ Ε, ἡ Ξ Γ ϖοτὶ Κ Β· καὶ λοιπὴ ἡ Ι Γ ϖοτὶ λοιπὴν τὴν Β Ε ἐστὶν, ὡς ἡ Ξ Γ ϖοτὶ Γ Κ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Ξ Γ ϖοτὶ Γ Κ, τοῦτον ἔχει ἡ Η ϖοτὶ Ζ. Ποτιπέπλωκε δὴ ἡ Κ Ε ϖοτὶ τὴν ἐκβεβλημένην, καὶ μεταξὺ τᾶς ἐκβεβλημένας καὶ τᾶς περιφερείας ἡ Β Ε ποτὶ τὰν Γ Ι, τὰν ἀπὸ τᾶς ἁπτομένας ἀποληφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Ζ ϖοτὶ τὰν Η.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Αἴκα γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωντι ὁποσαιῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοσαι, [q] ἃ δὲ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίσᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν ϖλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα τᾷ μεγίσᾳ, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ, ϖοτιλαμβάνοντα τότε ἀπὸ τᾶς μεγίσας τετράγωνον, καὶ τὸ ϖεριεχόμενον ὑπότε τᾶς ἐλαχίσας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόσαις, τριπλάσια [r] ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόσᾶν.

[s] Ἔστω γραμμαὶ ὁποσαιῦν ἑφεξῆς κείμεναι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· ἡ δὲ Θ ἴσα ἔστω τᾷ ὑπεροχᾷ. Ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν Β ἴσα τᾷ Θ ἡ Ι· ϖοτὶ δὲ τὰν Γ ἡ Κ ἴσα τᾷ Η· ποτὶ δὲ τὰν Δ ἡ Λ ἴσα τᾷ Ζ· ποτὶ δὲ τὰν Ε ἡ Μ ἴσα τᾷ Ε· ϖοτὶ δὲ τὰν Ζ ἡ Ν ἴσα τᾷ Δ· ποτὶ δὲ τὰν Η ἡ Ξ ἴσα τᾷ Γ· ποτὶ δὲ τὰν Θ ἡ Ο ἴσα τᾷ Β. Ἐσσοῦνται δὲ αἱ, γενόμεναι ἴσαι ἀλλάλαις, καὶ τᾷ μεγίσᾳ. Δεικτέον ἦν, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ ϖασᾶν τᾶς τε Α, καὶ τᾶν γενομέναν, ϖοτιλαβόντα τότε ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, καὶ τὸ ϖεριεχόμενον ὑπότε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας [t] πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τριπλάσια ἐντὶ τῶν τετραγώνων ϖάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

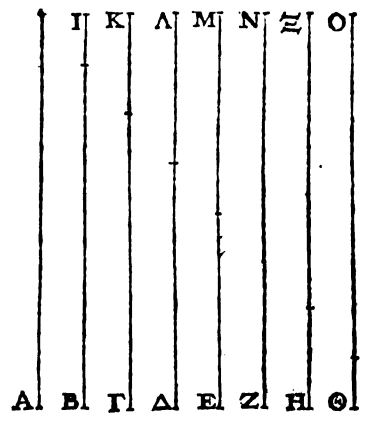
[u] Ἐστὶ δὴ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς Β Ι τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Ι, Β τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Β, Ι ϖεριεχομένοις. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς Κ Γ, ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Κ, Γ τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Κ, Γ ϖεριεχομένοις. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τᾶν ἴσαν τᾷ Α τετράγωνα, ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων τετραγώνοις, καὶ δυσὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων [u] ϖεριεχομένοις. Τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν [w] Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ϖοτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον, διπλάσια ἐντὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετραγώνων. Λοιπὸν δὲ ἐπιδείξομεν, ὅτι τὰ διπλάσια τῶν ϖεριεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων ἐν ἑκατέρᾳ γραμμᾷ τᾶν ἴσαν τᾷ Α, ποτιλαβόντα τὸ περιεχό-

[q] ἡ δὲ ἀ [r] ἐσσεῖται [s] ἔστωσαν [t] In MS. Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, τριπλάσια ἐντὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, desunt. [u] Sic MS, [w] Ι Κ Λ Μ Ν Ξ Ο Π. [x] Ὅτι λαβόντα

μενον ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, [z] ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Καὶ ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ B, I περιεχόμενα, ἴσα δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν B, Θ περιεχομένοις· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τῶν K, Γ ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς Γ, διὰ τὸ τὰν K διπλασίονα εἶμεν τᾶς Θ· δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Δ, Λ ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς Δ, διὰ τὸ τὰν Λ τριπλασίαν [y] εἶμεν. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων, ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ καὶ τᾶς πολλαπλασίας ἀεὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμὸς ἀρτίους [z] τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. Τὰ δ' ἕν σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπότε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, ἐσσοῦνται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς [a] ἴσας πάσαις τᾷ τε A, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς B, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, καὶ ἀεὶ τᾷ περισσᾷ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμὸς περισσὸς πολλαπλασίους τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. Ἐντὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ τετράγωνα ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν αὐτᾶν γραμμᾶν. Ἔστι γὰρ τὸ ἀπὸ τᾶς A τετράγωνον, ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε A καὶ [b] τᾷ ἴσα ταῖς λοιπαῖς, ὧν ἕκαστα ἴσα τᾷ A· ἰσάκις γὰρ μετρεῖ ἄτε Θ τὰν A, καὶ ἁ A τὰς ἴσας αὐτᾷ πάσας σὺν τᾷ A. Ὡς τε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ A τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας τᾷ A, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τῶν B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ· αἱ γὰρ ἴσαι τᾷ A πᾶσαι χωρὶς τᾶς A, διπλάσιαι ἐντὶ τᾶν B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Ὁμοίως δὴ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς B τετράγωνον ἴσον ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας, τᾷτε B καὶ τᾷ διπλασίᾳ [c] τᾶν Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς Γ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας τᾷτε Γ, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν Δ, E, Z, H, Θ. Ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς περιεχομένοις ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας αὐτᾷ τε καὶ τᾷ διπλασίᾳ τῶν λοιπῶν. Δῆλον δ' ἕν ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τετράγωνα, ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷτε A, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς B, καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ, καὶ τᾷ κατὰ τὸς ἑξῆς ἀριθμὸς περισσὸς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας.

Ἐκ τούτω οὖν φανερὸν, ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν [d] τᾷ μεγίσᾳ, τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια· ἔπει δὴ ποτιλαβόντα τινὰ

quod continetur ſub Θ, æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, æqualia eſſe quadratis, quæ deſcribuntur ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Quoniam enim duo ſpatia, quæ ſub B, I continentur, æqualia ſunt duobus, quæ continentur ſub B, Θ; et quæ duo ſub K, Γ continentur, æqualia ſunt ei, quod continetur ſub Θ, et quadrupla ipſius Γ; eo quod K dupla eſt ipſius Θ; et quæ duo ſub Δ, Λ, continentur, æqualia ſunt ei, quod continetur ſub Θ, et ſexcupla ipſius Δ; eo quod Λ ipſius Θ eſt tripla; et pariter alia etiam eorum dupla, quæ ſub ſegmentis continentur, ei æqualia ſunt, quod continetur ſub Θ, et multiplici, ſemper ſecundum numeros pares, qui hos conſequuntur, ſequentis lineæ: erunt ſpatia omnia eo aucta, quod ſub Θ æqualique omnibus A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ continetur, æqualia ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt tum A, tum tripla ipſius B, tum quintupla ipſius Γ, tum ſemper impari ſecundum numeros impares, qui hos conſequuntur, multiplices lineæ ſequentis. Sunt autem etiam quadrata, quæ ab A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ deſcribuntur, æqualia ſpatio, quod ſub lineis iiſdem continetur. Quadratum enim, quod ab A deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt, tum A, tum reliquis, quarum unaquæque ipſi A eſt æqualis: æque enim Θ metitur A, atque A metitur ſe ipſam, omneſque ſibi ipſi æquales. Quare quadratum, quod ab A deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum ipſi A, tum duplæ ipſarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ: quæ enim æquales ſunt ipſi A, hæ omnes, una A excepta, duplæ ſunt ipſarum B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Pariter etiam quadratum, quod a B deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum B, tum duplæ ipſarum Γ, Δ, E, Z, H, Θ. Et rurſus quadratum, quod a Γ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique tum Γ, tum duplæ ipſarum Δ, E, Z, H, Θ. Eadem ratione et quæ ab aliis quadrata deſcribuntur æqualia ſunt ſpatiis, quæ continentur ſub Θ, æqualique tum ipſi, tum duplæ reliquarum. Conſtat igitur, quæ ab omnibus quadrata deſcribuntur, ea æqualia eſſe ſpatio, quod continetur ſub Θ, æqualique his omnibus, hoc eſt, tum A, tum triplæ ipſius B, tum quintuplæ ipſius Γ, tum multiplici, ſecundum numeros, qui hos conſequuntur, ſequentis lineæ.



Ex hoc igitur manifeſtum eſt, quadrata omnia, quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, quadratorum quidem, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora eſſe quam tripla; quoniam aucta quibuſdam tripla

[p] ἴσα ἐντὶ τοῖς [y] εἶμεν τᾶς Θ [z] τὰς [a] Sic MS. [b] τὰ ἴσσα [c] τῶν [d] τὰ μέγιστα [e] μεγίστας

ſunt. Reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla; quoniam, quibus augentur, ea minora ſunt quam tripla quadrati, quod a maxima deſcribitur. Et propterea ſi deſcribantur ab omnibus ſimiles figuræ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ; quæ ab æqualibus maximæ figuræ deſcribuntur, figurarum quidem, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minores erunt quam triplæ; reliquarum vero, dempta ea, quæ deſcribitur a maxima, majores quam triplæ. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

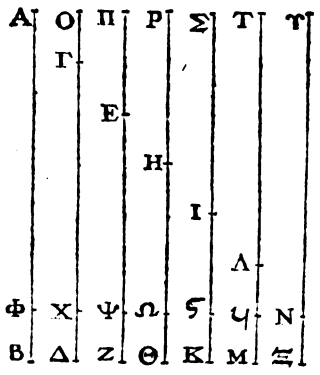
τριπλάσια ἐστί. Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τὰς [a] μεγίσας τετραγώνου, μείζονα ἢ τριπλάσια· ἐπειδὴ τὰ προσιλαφθέντα ἐλάσσονά ἐσιν ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τὰς μεγίσας τετραγώνου. Καὶ τοίνυν αἷκα ὅμοια εἴδεα [f] ἀναγεγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπότε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ, τὰ εἴδεα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ τῶν μὲν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάσσονα [g] ἐσσοῦνται, ἢ τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίσας εἴδεος, μείζονα ἢ τριπλάσια. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἐχοῦντι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

PROP. XI. Theor.

Si lineæ quotcunque deinceps ponantur æqualiter ſeſe invicem excedentes; et aliæ item lineæ ponantur multitudine quidem una minores, quam æqualiter ſeſe invicem excedentes, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ: quæ ab æqualibus maximæ quadrata deſcribuntur, ea omnia ad quadrata, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a minima, minorem rationem habent, quam quadratum, quod a maxima deſcribitur, ad æquale utriſque; ſpatio, quod ſub maxima, minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo maxima minimam excedit; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem habent majorem eadem ratione.

Sint enim lineæ quotcunque deinceps poſitæ æqualiter ſeſe invicem excedentes; AB excedens ΓΔ; et ΓΔ, EZ; et EZ, HΘ; et HΘ, IK; et IK, ΛM; et ΛM, NΞ. Addatur autem ad ΓΔ, uni exceſſui æqualis ΓO; et ad EZ, duobus exceſſibus æqualis EΠ; et ad HΘ tribus exceſſibus æqualis HP; et ad alias eodem modo. Erunt, quæ ita fiunt, lineæ tum inter ſe invicem, tum maximæ æquales. Oportet igitur demonſtrare, quadrata, quæ ab omnibus iis, quæ factæ ſunt, deſcribuntur, ad quadrata, quæ deſcribuntur ab omnibus æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a NΞ, minorem rationem habere, quam quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad æquale utriſque, ſpatio, quod ſub AB, NΞ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod deſcribitur a NΥ; ad quadrata vero, quæ deſcribuntur ab iiſdem lineis, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, rationem habere majorem eadem ratione.

Auferatur ab unaquaque æqualiter ſeſe invicem excedentium li-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

Αἷκα γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωντι ὁποσαισῦν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι, τῷ μὲν πλήθει μιᾶς ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάσα ἴσα τᾷ μεγίσᾳ· τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ, ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶς ἐλαχίσας, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίσας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς μεγίσας καὶ τᾶς ἐλαχίσας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνου, ἃ ὑπερέχει ἃ μεγίσα τᾶς ἐλαχίσας· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίσας τετραγώνου, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

[h] Ἔσω γὰρ γραμμαὶ ὁποσαισῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι [i] ἐξῆς κείμεναι, ἃ μὲν AB τᾶς ΓΔ, ἃ δὲ ΓΔ τᾶς EZ, ἃ δὲ EZ τᾶς HΘ, ἃ δὲ HΘ τᾶς IK, ἃ δὲ IK τᾶς ΛM, ἃ δὲ ΛM τᾶς NΞ. Ποτικείσθω δὴ ποτὶ μὲν τὰν ΓΔ ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἃ ΓO· ποτὶ δὲ τὰν EZ ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς, ἃ EΠ· ποτὶ δὲ τὰν HΘ ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἃ HP· καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν αὐτὸν τρόπον. Ἐσσοῦνται δή αἱ γενόμεναι ἀλλάλαις ἴσαι, καὶ [k] ἑκάσα τᾷ μεγίσᾳ. Δεικτέον ἐν ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν γενομέναν τετράγωνα, ποτὶ μὲν [l] πάντα τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς NΞ τετραγώνου, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς AB τετράγωνον ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν AB, NΞ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς NΥ τετραγώνου· ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς AB τετραγώνου, μείζονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

Ἀπολελάφθω ἀφ' ἑκάσας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἴσα

[f] ἀναγεγραφθέωντι [g] ἰσσεῖται [h] ἔσωσαν [i] ἐξησκημέναι [k] ἑκάσα τὰ μέγισα [l] πάντα τὰ

Digitized by Google

τᾷ ὑπεροχᾷ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς AB ποτὶ σωαμφότερα, τό, τε ὑπὸ τᾶν AB, ΦB περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς AΦ τετραγώνα, τᾶτον ἔχει λόγον τό, τε ἀπὸ τᾶς OΔ τετράγωνον, ποτί τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν OΔ, ΔX, καὶ τὸ τρίτον μέρος [m] τᾶ ἀπὸ τᾶς XO τετραγώνα· καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΠZ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΠZ, ΨZ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς ΨΠ τετραγώνα· καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν τετράγωνα, ποτὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία. Καὶ τὰ πάντα δὴ τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, ΥΞ, ποτί τε πάντα περιεχόμενα ὑπό τε τᾶς NΞ καὶ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς, καὶ τὰ τριπαμόρια τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AB τετράγωνον [o] ποτὶ σωαμφότερα, τό, τε ὑπὸ τᾶν AB, ΦB περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΦA τετραγώνα. Εἰ ἦν [*] ἐκδείχθη τό, τε περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς NΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, ΥΞ, καὶ τὰ τρίτα μέρη τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN, τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, [p] ἐλάσσονα· τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ μείζονα· δεδειγμένον ἐσσεῖται τὸ προτεθέν. Ἐντὶ δὴ τὸ μὲν περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς NΞ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, ΥΞ, καὶ τὰ τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων [q] ἀπὸ τᾶν OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN. Τὰ δὲ ἀπὸ τᾶν AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM τετράγωνα, ἴσα τοῖς ἀπὸ τᾶν BΦ, XΔ, ΨZ, ΩΘ, ϛK, ϒM τετραγώνοις· καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ, καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ [r] τᾶς BΦ, καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ. Κοινὰ μὲν ἦν ἑντὶ ἑκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ NΞ. Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς NΞ, καὶ τὰς ἴσας ταῖς OX, ΠΨ, ΩP, ϛΣ, ϒT, ΥN, ἐλασσόν ἐϛι τᾷ περιεχομένᾳ ὑπό τε τᾶς BΦ, καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ· διὰ τὸ τὰς νῦν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν ΓO, EΠ, PH, IΣ, ΛT, ΥN, ἴσας εἶμεν, τᾶν δὲ λοιπᾶν μείζονας. Καὶ τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ μείζονα ἐντὶ τᾷ τρίτᾳ μέρει τῶν ἀπὸ τᾶν OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN. Δέδειχται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς ἐπάνω. Ἐλάττονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν AB, ΓΔ, EZ, HΘ,

nea æqualis exceſſui. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AB, ΦB continetur et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AΦ, hanc habet tum quadratum, quod ab OΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub OΔ, ΔX continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a XO; tum quadratum, quod a ΠZ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΠZ, ΨZ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΨΠ; tum quadrata, quæ ab aliis deſcribuntur, ad ſpatia eodem modo ſumpta. Quare etiam quadrata omnia, quæ ab OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, ΥΞ deſcribuntur, ad omnia ſpatia, quæ ſub NΞ, æqualique omnibus, quas diximus, lineis continentur, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN, eamdem habebunt rationem, quam quadratum, quod ab AB deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AB, ΦB continetur, et tertium partem quadrati, quod deſcribitur a ΦA. Si igitur demonſtratum fuerit, ſpatium, quod continetur ſub NΞ, æqualique omnibus OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, ΥΞ, et tertias quadratorum partes, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN, quadratis quidem, quæ ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM deſcribuntur, minora eſſe; quadratis vero, quæ deſcribuntur a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ, majora: utique demonſtratum erit quod proponebatur. Itaque ſpatium, quod ſub NΞ, æqualique omnibus OΔ, ΠZ, PΘ, ΣK, TM, ΥΞ continetur, et tertiæ quadratorum partes, quæ ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN deſcribuntur; hæc, inquam, omnia æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a XΔ, ΨZ, ΩΘ, ϛK, ϒM, NΞ; et ſpatio, quod continetur ſub NΞ, æqualique omnibus OX, ΠΨ, PΨ, Σϛ, Tϒ, ΥN; et tertiæ quadratorum parti, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN. Quadrata vero, quæ ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a BΦ, XΔ, ΨZ, ΩΘ, ϛK, ϒM; iiſque, quæ deſcribuntur ab AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ; et ſpatio, quod continetur ſub BΦ, et dupla ipſarum AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ. Communia igitur utriſque ſunt quadrata, quæ a lineis deſcribuntur ipſi NΞ æqualibus. Spatium autem, quod ſub NΞ æqualique omnibus OX, ΠΨ, ΩP, ϛΣ, ϒT, ΥN continetur, minus eſt quam ſpatium, quod continetur ſub BΦ, et dupla ipſarum AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ; eo quod lineæ, quas modo diximus, ipſis quidem ΓO, EΠ, PH, IΣ, ΛT, ΥN æquales ſunt; reliquis vero majores. Et quadrata, quæ ab AΦ, ΓX, EΨ, HΩ, Iϛ, Λϒ deſcribuntur, majora ſunt quam pars tertia quadratorum, quæ deſcribuntur ab OX, ΠΨ, PΩ, Σϛ, Tϒ, ΥN. Hoc enim in ſuperioribus demonſtratum eſt. Minora ſunt igitur, quæ diximus, ſpatia quam quadrata, quæ deſcribun-

[m] τετραγώνα· καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ [n] καὶ τὰ ex MS. [o] ποτὶ τὰ [p] ἐλάττονα [q] ἴσα τοῖς [r] τᾶν
[*] ſive ἀποδείχθη

tur ab AB, ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM. Quod autem reliquum eſt, demonſtrabimus eadem majora eſſe quam quadrata, quæ deſcribuntur a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ. Rurſus enim quadrata, quæ a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ deſcribuntur, æqualia ſunt quadratis, quæ deſcribuntur a ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ; iiſque, quæ deſcribuntur a XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, ψM, NΞ; et ſpatio, quod continetur ſub NΞ, et dupla omnium ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ. Communia autem ſunt quadrata, quæ deſcribuntur a XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, Mψ, NΞ: et majus eſt ſpatium, quod ſub NΞ, æqualique omnibus OX, ΠΨ, PΩ, Σς, Tψ, ΥN continetur, quam ſpatium, quod continetur ſub NΞ et dupla omnium ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ. Quinetiam quadrata, quæ a XO, ΨΠ, ΩP, ςΣ, ψT, ΥN deſcribuntur, quadratorum, quæ deſcribuntur a ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ majora quam tripla. Hoc enim quoque demonſtratum eſt. Majora ſunt igitur, quæ diximus, ſpatia quam quadrata, quæ deſcribuntur a ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ.

Et propterea ſi deſcribantur ab omnibus ſimiles figuræ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ: quæ ab æqualibus maximæ figuræ deſcribuntur, hæ omnes ad figuras, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempta ea, quæ deſcribitur a minima, minorem rationem habebunt, quam quadratum, quod a maxima deſcribitur, ad æquale utrique; ſpatio, quod ſub maxima minimaque continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo maxima minimam excedit; ad figuras vero, quæ deſcribuntur ab iiſdem, dempta ea, quæ deſcribitur a maxima, rationem habebunt majorem eadem ratione. Similes enim figuræ eamdem, quam quadrata, rationem habent.

Si recta linea in plano ducta, manente altero ejus termino, æquabiliter circumagatur, quouſque eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; et una cum linea circumacta feratur punctum aliquod æquabiliter ſibi ipſi in eadem linea incipiens a manente ejus termino; punctum hoc helicen in plano deſcribet.

Vocetur igitur terminus rectæ lineæ, qui ea circumacta manet, principium helicis.

Poſitio autem rectæ lineæ, a qua circumagi cœpit, principium orbis.

Recta, quam punctum, quod in ea fertur, primo orbe tranſmiſit, vocetur prima: quam vero tranſmiſit idem punctum ſecundo orbe, vocetur ſecunda: atque ita porro, quo nomine orbes ipſi, eodem rectæ aliæ vocentur.

Spatium, quod comprehenditur ab helice primo orbe deſcripta, rectaque, quæ prima eſt, vocetur primum: quod vero comprehenditur ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque, quæ ſecunda eſt, vocetur ſecundum: aliaque eodem modo.

Si a puncto, quod eſt principium helicis, ducatur recta aliqua linea: quæ ſunt ad eaſdem lineæ

IK, ΛM. Λοιπὸν δὲ δείξομεν, ὅτι μείζονα ἐντὶ τῶν τετραγώνων τᾶ ἀπὸ τᾶ ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ. Πάλιν δὴ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΓΔ,, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ, ἴσα ἐντὶ τοῖς π ἀπὸ τᾶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ, καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, ψM, NΞ, ἃ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς NΞ, καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ. Καί ἐσι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τᾶν XΔ, ΨZ, ΩΘ, ςK, Mψ, NΞ· μεῖζον ἃ τὸ ὑπό τε τᾶς NΞ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς OX, ΠΨ, PΩ, Σς, Tψ, ΥN, τοῦ ὑπὸ τᾶς NΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ. Ἐντὶ ἃ καὶ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν XO, ΨΠ, ΩP, ςΣ, ψT, ΥN, τῶν ἀπὸ τᾶν ΓX, EΨ, HΩ, Iς, Λψ, μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδειχται γὰρ καὶ τοῦτο. Μείζονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, EZ, HΘ, IK, ΛM, NΞ.

Καὶ τοίνυν αἶκα ὅμοια ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ· εἴδεα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς δ' ἀπὸ τᾶς ἐλαχίσας εἴδεος, ἐλάσσονα λόγον ἐξοῦντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίσας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίσας καὶ τᾶς ἐλαχίσας, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει δ' ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἃ μεγίσα τᾶς ἐλαχίσας· ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἴδεα χωρὶς δ' ἀπὸ τᾶς μεγίσας μείζονα δ' αὐτοῦ λόγον. Τὸν αὐτὸν γὰρ ἔχουσι λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

Αἶκα εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ καὶ μένοντος δ' ἑτέρω πέρατος αὐτᾶς, [u] ἰσοταχέως περιενεχθῇ ἕως ἂν ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ περιαγομένᾳ φέρηταί τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτὸ καθὰ τᾶς εὐθείας, ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

Καλείσθω δ' ἂν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς, ἀρχὰ τᾶς ἕλικος.

Ἃ δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς ἀφ' ἃς ἄρξατο ἡ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς.

Εὐθεῖα δ' ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον, τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω· ἂν δὲ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γραφείσας, καὶ τᾶς εὐθείας ἃ ἐσι πρώτα, πρῶτον καλείσθω· τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας, δεύτερον καλείσθω· καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς ἕτω καλείσθω.

Καὶ αἶκα ἀπὸ δ' σαμείου, ὅ ἐσιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμά· τᾶς εὐθείας ταύτας ἐπὶ

[t] πάλιν δὴ τὰ [u] ταῖς OXI, ΠP [u] ἰσοταχεῖ

τὰ αὐτὰ ἀ περιφορὰ γένηται προαγομένα καλείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἑπόμενα.

Ὁ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σημείῳ, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ ἃ ἐστιν πρώτα, πρῶτος καλείσθω· ὁ δὲ γραφεὶς, κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ διπλασίᾳ εὐθείᾳ, δεύτερος καλείσθω· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τοῖς τὸν αὐτὸν τρόπον.

hujus partes, verſus quas orbis ducitur, præcedentia vocentur; quæ vero ad alteras, ſequentia.

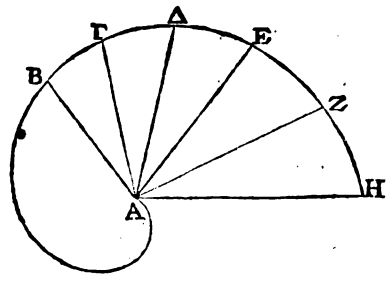
Circulus deſcriptus centro quidem puncto, quod eſt principium helicis, intervallo autem recta, quæ prima eſt, vocetur primus: et deſcriptus centro quidem eodem, intervallo autem rectæ primæ dupla, vocetur ſecundus: et alii deinceps eodem modo.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Αἴκα [w] ποτὶ τὰν ἕλικα μιᾷ περιφορᾷ [z] γεγραμμέναν ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, εὐθείαι ἐμπεσῶνθι [y] ὁπαιανοῦν, ἴσας ποιεῦσαι γωνίας πὸτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς αἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ἴσας γωνίας ποιεῦσαι ποτ' ἀλλάλας. Δεικτέον ὅτι τῷ ἴσῳ ὑπερέχει ἃ ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἃ ΑΔ τᾶς ΑΓ, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως.

Ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἃ περιαγομένα γραμμὰ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον, τὰν ὑπεροχὰν διαπορεύεται, ἃ ὑπερέχει ἃ ΓΑ τᾶς ΑΒ· ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐν τούτῳ διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει ἃ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἃ περιαγομένα γραμμὰ ἀπό τε τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, καὶ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ· ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντί. Ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ὑπεροχάν, ἃ ὑπερέχει ἃ ΑΓ τᾶς ΑΒ· καὶ τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει ἃ ΑΔ τᾶς ΑΓ. Τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἅτε ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἃ ΑΔ τᾶς ΑΓ· καὶ αἱ λοιπαί.



PROP. XII. Theor.

Si in helicen uno orbe deſcriptam a principio ejuſdem rectæ quotlibet incidant, quæ æquales inter ſe invicem angulos efficiant; hæ æqualiter ſeſe invicem excedent.

Sit helix, in qua rectæ AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, quæ æquales inter ſe invicem angulos efficiant. Oportet demonſtrare æqualiter excedere AΓ ipſam AB; et AΔ ipſam AΓ; et alias itidem alias eodem modo.

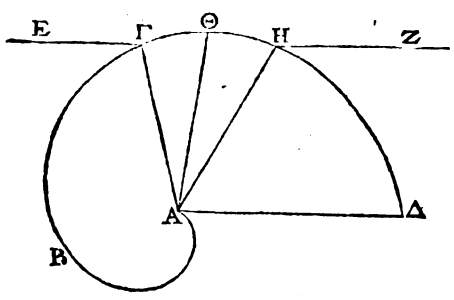
Quo enim tempore recta linea circumacta ab AB pervenit ad AΓ, eodem punctum, quod in recta linea fertur, tranſmittit exceſſum, quo ΓA excedit ipſam AB: et quo tempore ab AΓ pervenit ad AΔ, eodem tranſmittit exceſſum, quo AΔ excedit ipſam AΓ. Æquali autem tempore recta linea circumacta ab AB pervenit ad AΓ; et ab AΓ ad AΔ; quoniam anguli æquales ſunt. Æquali igitur tempore punctum, quod in recta linea fertur, tranſmittit exceſſum, quo AΓ excedit ipſam AB; et exceſſum, quo AΔ excedit ipſam AΓ. Æqualiter igitur excedit AΓ ipſam AB; et AΔ ipſam AΓ; et reliquæ itidem reliquas.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Αἴκα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς τὰ ΑΒΓΔ. Ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Α σαμεῖον· ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἃ ΑΔ εὐθεῖα· καὶ ἐπιψαυέτω τᾶς ἕλικος εὐθεῖα τὶς ἃ ΖΕ. Φαμὶ δὴ καθ' ἓν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτᾶς.

Ἐπιψαυέτω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ δύο σαμεῖα τὰ Γ, Η· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΗ· καὶ ἃ γωνία δίχα τετμήσθω ὑπὸ τᾶν ΑΗ, ΑΓ. Καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἃ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τᾷ ἕλικι ποτιπίπτει, ἔστω τὸ Θ. Τῷ δὴ ἴσῳ ὑπερέχει, ἅτε ΑΗ τᾶς ΑΘ, καὶ ἃ ΑΘ τᾶς ΑΓ· ἐπειδὴ ἴσας γωνίας [z] περιέχοντι ποτ' ἀλλάλας. Ὥστε



PROP. XIII. Theor.

Si recta linea helicen contigerit, in uno tantum puncto continget.

Sit helix ABΓΔ. Sit autem principium quidem helicis punctum A; principium vero orbis recta AΔ: et helicen contingat recta aliqua ZE. Dico in uno tantum puncto eam contingere.

Contingat enim, ſi fieri poteſt, in duobus punctis Γ, H: junganturque rectæ AΓ, AH: quique angulus continetur ſub AH, AΓ, in duas æquas partes ſecetur. Punctum autem, in quo ea, quæ angulum in duas æquas partes ſecat, helici occurrit, ſit Θ. Æqualiter igitur excedit AH rectam AΘ, atque AΘ rectam AΓ; quoniam angulos continent in-

[w] In MS. deeſt ποτὶ. [z] γεγραμμένα [y] ὁποσαιῦν [z] Sic MS.

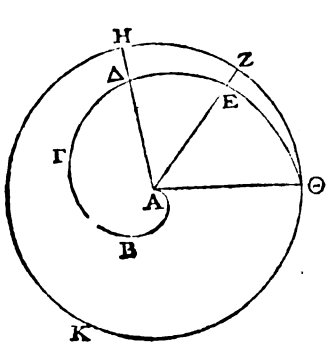
ter se invicem æquales. Quare AH, AΓ duplæ sunt ipsius AΘ. Sed ejus, quæ in triangulo est, AΘ, quæ angulum in duas æquas partes secat, majores sunt quam duplæ. Constat igitur punctum, in quo AΘ rectæ ΓH occurrit, cadere inter puncta Θ, A. Quare recta EZ secat helicen; quoniam punctum aliquod eorum, quæ in ΓH sunt, intra helicen cadit. Positum autem fuerat eam contingere. Igitur in uno tantum puncto EZ helicen contingit.

διπλασίαι ἐντὶ αἱ AH, AΓ τᾶς AΘ. Ἀλλὰ τᾶς ἐν τῷ τριγῶνῳ τᾶς AΘ δίχα τεμνέσας [a] τὰν γωνίαν, μείζονες ἐντὶ ἢ [b] διπλασίας. Δῆλον ἂν ὅτι καθ' ὃ συμπίπτει σαμεῖον τᾷ ΓH εὐθεῖα ἀ AΘ, μεταξὺ τῶν Θ, A ἐντὶ σαμείων. Τέμνει ἄρα ἀ EZ τὰν ἕλικα, ἐπειδή τι τῶν ἐν τᾷ ΓH σαμείων ἐντός ἐστι τᾶς ἕλικος. Ὑπέκειτο δὲ ἐπιψαύουσα. Καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅπτεται ἀ EZ τᾶς ἕλικος.

PROP. XIV. THEOR.

Si in helicen primo orbe descriptam duæ incidant rectæ a puncto, quod est principium helicis; eæque producantur ad primi circuli circumferentiam: quæ rectæ in helicen incidunt, eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam circuli circumferentiæ, quæ interjiciuntur inter terminum helicis, terminosque rectarum productarum, qui in circumferentia sunt; circumferentiis ab helicis termino versus præcedentia sumptis.

Sit helix ABΓΔEΘ primo orbe descripta: et sit helicis quidem principium punctum A; principium vero orbis recta ΘA; circulus autem ΘKH sit primus: et incidant a puncto A in helicen rectæ AE, AΔ: et producantur ad circuli circumferentiam, nempe ad puncta Z, H. Oportet demonstrare eamdem habere rationem AE ad AΔ, quam circumferentiam ΘKZ ad circumferentiam ΘKH.



Circumacta enim recta linea AΘ, constat punctum quidem Θ in circuli ΘKH circumferentia; punctum vero A in recta linea AΘ æquabiliter latum esse: atque punctum Θ transmisisse circumferentiam ΘKZ; et punctum A rectam AE: rursusque punctum A rectam AΔ transmisisse; et punctum Θ circumferentiam ΘKH, quorum utrumque sibi ipsi æquabiliter latum est. Constat igitur eamdem habere rationem AE ad AΔ, quam circumferentiam ΘKZ ad circumferentiam ΘKH. Hoc enim in superioribus demonstratum est. Pariter autem demonstrabitur idem evenire, etiam si altera earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Αἴκα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσῶντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶ σαμείω, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τᾶ πρώτα κύκλω περιφέρειαν· τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, αἱ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι πὰρ' ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τᾶ κύκλω αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος, καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν εὐθειᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομέναν [c] τᾶν περιφερειᾶν, ἀπὸ τᾶ πέρατος τᾶς ἕλικος.

Ἔστω ἕλιξ ἀ ABΓΔEΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἀρχὰ δὲ τᾶς μὲν ἕλικος ἔστω τὸ A σαμεῖον· ἀ δὲ ΘA εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς ἔστω· καὶ κύκλος ὁ ΘKH ἔστω ὁ πρῶτος· [d] ποτιπιπτέτων δὲ ἀπὸ τοῦ A σαμείω ποτὶ τὰν ἕλικα, αἱ AE, AΔ· καὶ ἐκπιπτέτων ποτὶ τὰν τοῦ κύκλω περιφέρειαν ἐπὶ τὰ Z, H. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἀ AE ποτὶ τὰν AΔ, ὃν ἀ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν.

Περιαγομένας γὰρ τᾶς AΘ γραμμᾶς, δῆλον ὡς τὸ μὲν Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς ΘKH κύκλω περιφερείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως· τὸ δὲ A κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν AΘ γραμμὰν πεπρόϊκε· καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τᾶ κύκλω περιφερείας φερόμενον, [e] τὰν ΘKZ περιφέρειαν· τὸ δὲ A τὰν AE εὐθεῖαν· καὶ πάλιν τό τε A σαμεῖον [f] τὰν AΔ γραμμάν· καὶ τὸ Θ τᾶν ΘKH περιφερειᾶν, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον. Δῆλον ἂν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἀ AE ποτὶ τὰν AΔ, ὃν ἀ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἔν τοῖς πρώτοις. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ εἴκα ἀ ἑτέρα τᾶν ποτιπιπτουσᾶν ἐπὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ποτιπίπτῃ, τὸ αὐτὸ συμβαίνει.

PROP. XV. THEOR.

Si in helicen secundo orbe descriptam duæ incidant rectæ ab helicis principio; hæ eamdem inter se invicem rationem habebunt, quam cir-

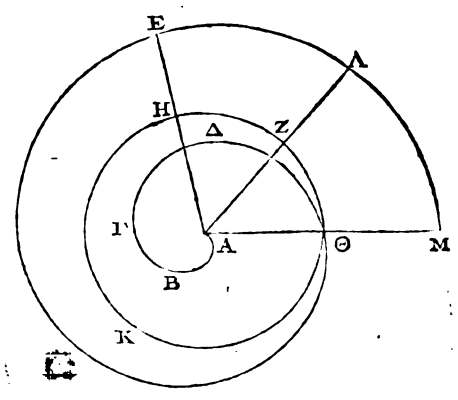
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Αἴκα [g] ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα [h] ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, τὸν αὐτὸν ἐξόντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ'

[a] τᾶν γωνιᾶν [b] διπλασίαι [c] τὰν περιφέρειαν
[d] ποτιπιπτόντων· τῶν δὲ [e] τᾶν ΘKZ περιφερειᾶν· τὸ δὲ A
[f] τᾶν AΔ γραμμᾶν [g] κατὰ τὰν [h] ποτιπίπτοντι

ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τὰς τῦ κύκλυ περιφερείας λαμβανομένας.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΘΕΛΜ, ἀ μὲν ΑΒΓΔΘ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἀ δὲ ΘΕΛΜ ἐν τῇ δευτέρᾳ· καὶ ποτιπιπτέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΑΛ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἀ ΑΛ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἀ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλυ περιφερείας, [1] ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τὰς τῦ κύκλυ περιφερείας.



Ἐν ὅσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ Α σαμεῖον κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον, τὰν ΑΛ γραμμὰν διαπορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τὰς τῦ κύκλυ περιφερείας φερόμενον, ὅλαν τε [k] τὰν τῦ κύκλυ περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ πάλιν τὸ Α σαμεῖον [l] τὰν ΑΕ εὐθεῖαν, καὶ τὸ Θ ὅλαν τε [m] τὰν τῦ κύκλυ περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὰν ΘΚΗ, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ [n] αὑτῷ φερόμενον. Δῆλον δή, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἀ ΑΛ γραμμὰ ποτὶ ταν ΑΕ, ὃν ἀ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τῦ κύκλυ περιφερείας, ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τὰς τῦ κύκλυ περιφερείας.

Τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον δειχθήσεται, καὶ αἶκα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμᾶν ἕλικα [o] ποτιπεσῶντι εὐθείαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἐχοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλυ περιφερείας δὶς λαμβανομένας. Ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτυσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τὰς τῦ κύκλυ περιφερείας τοσαυτάκις λαμβανομένας, ὅσος ἐστὶν [p] ὁ ἐνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· καὶ αἶκα ἀ [q] ποτιπίπτυσα ἀ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

Sit helix ΑΒΓΔΘΕΛΜ; ΑΒΓΔΘ quidem descripta primo orbe; ΘΕΛΜ vero orbe secundo: et incidant in eam rectæ ΑΕ, ΑΛ. Oportet demonstrare eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Quanto enim tempore punctum Α, quod in recta fertur, lineam ΑΛ transmittit; tanto punctum Θ, quod fertur in circuli circumferentia, transmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΖ: quantoque rursus punctum Α lineam ΑΕ transmittit; tanto punctum Θ transmittit totam circuli circumferentiam, et amplius circumferentiam ΘΚΗ; ac utrumque fertur æquabiliter sibi ipsi. Constat igitur eamdem habere rationem ΑΛ ad ΑΕ, quam circumferentiam ΘΚΖ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam ΘΚΗ, una cum tota circuli circumferentia.

Eodem modo demonstrabitur, et si in helicen tertio orbe descriptam rectæ inciderint, eamdem inter se invicem rationem habere, quam circumferentias, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia semel atque iterum sumpta. Pariter autem et quæ in alias helices incidunt eamdem rationem habere demonstrabuntur, quam circumferentiæ, quas diximus, una cum tota circuli circumferentia toties sumpta, quotus est, unum si dempseris, orbium numerus; etiam si alterutra earum, quæ incidunt, in helicis terminum inciderit.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

Αἶκα τᾶς ἕλικος τᾶς [r] ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἃς ποιεῖ γωνίας ἀ ἐφαπτομέναι ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἄνισοι ἐσοῦνται· ἃ μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις ἀμβλεῖα, ἀ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς τὰ ΑΒΓΔΘ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· καὶ ἔστω τὸ μὲν Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀ δὲ ΑΘ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὁ τε πρῶτος κύκλος, ὁ ΘΚΗ. Ἐπιψαυέτω

PROP. XVI. Theor.

Si helicen primo orbe descriptam recta linea contigerit; et a contactu jungatur recta linea ad punctum, quod est principium helicis; anguli, quos cum ea, quæ juncta est, contingens efficit, erunt inæquales; et is quidem, qui in præcedentibus, obtusus; qui vero in sequentibus, acutus.

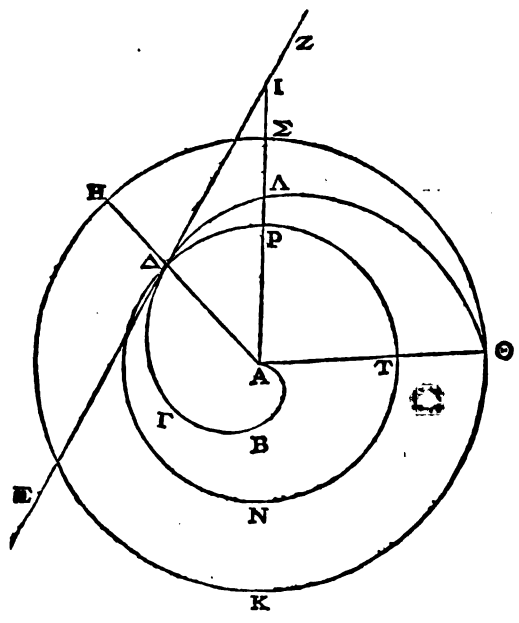
Sit helix ΑΒΓΔΘ primo orbe descripta: et sit punctum Α principium helicis; recta ΑΘ principium orbis; ΘΚΗ circulus primus. Contingat autem helicen recta quædam linea ΔΕΖ

[1] In MS. ποτὸ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλυ περιφερείας desunt.
[k] τᾶν τῦ κύκλυ περιφιριιᾶν, καὶ ἔτι τᾶν ΘΚΖ περιφεριᾶν
[l] τᾶν ΑΕ εὐθειὰν
[m] τᾶν τῦ κύκλυ περιφεριᾶν· καὶ ἐπὶ τᾶν
[n] ἰαυτῷ
[o] ποτιπίπτοντι
[p] ὁ ἐν ἐλάσσονι
[q] ἀποπίπτουσα
[r] ἐν τῇ

Digitized by Google

in puncto Δ: et a puncto Δ ad punctum A jungatur Δ A. Oportet demonstrare Δ Z cum A Δ obtusum angulum efficere.

Describatur circulus Δ T N centro quidem A, intervallo autem A Δ. Necessarium igitur est, quæ circuli hujus circumferentia in præcedentibus est, intra helicen cadere; quæ vero in sequentibus, cadere extra; eo quod rectarum quæ a puncto A in helicen incidunt, quæ quidem sunt in præcedentibus, majores sunt quam A Δ; quæ vero in sequentibus, minores. Quod igitur angulus, qui sub A Δ Z continetur, acutus non sit, manifestum est; quoniam major est quam angulus semicirculi. Quod vero non sit rectus, hoc oportet demonstrare. Sit enim, si fieri potest, rectus. Igitur E Δ Z circulum Δ T N contingit. Atque fieri potest, ut a puncto A ad contingentem recta ejiciatur, ita ut quæ inter contingentem, et circuli circumferentiam recta interjicitur, ad eam, quæ ex centro circuli, minorem rationem habeat, quam, quæ interjicitur inter contactum rectamque ductam, circuli circumferentia, ad datam circumferentiam. Itaque ejiciatur A I; quæ helicen quidem secabit in puncto Λ, circumferentiam vero circuli in puncto P: habeatque recta P I ad A P minorem rationem, quam circumferentia Δ P ad circumferentiam Δ N T. Igitur etiam tota I A ad A P minorem rationem habet, quam circumferentia P Δ N T ad circumferentiam Δ N T; hoc est quam circumferentia Σ H K Θ ad circumferentiam H K Θ. Quam autem rationem habet circumferentia Σ H K Θ ad circumferentiam H K Θ, hanc habet recta A Λ ad A Δ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet A I ad A P, quam Λ A ad A Δ: quod fieri non potest. Æqualis est enim P A ipsi A Δ; major vero I A quam A Δ. Non est igitur rectus angulus, qui sub A Δ Z continetur. Demonstratus autem est neque esse acutus. Obtusus est igitur. Quare reliquus est acutus. Pariter autem demonstrabitur idem evenire, etiam si recta helicen contingens eam in ipsius termino contigerit.



Γεγράφθω κύκλος ὁ Δ T N, κέντρῳ μὲν τῷ A, διαστήματι δὲ τῷ A Δ. Ἀναγκαῖον δὴ τότε τὴν κύκλου τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις περιφέρειαν [a] ἐν τοῖς πίπτειν τὰς ἕλικας, [b] τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός· διὰ τὸ τᾶν ἀπὸ τᾶ A ποτὶ τὰν ἕλικα προσιπιπτουσᾶν εὐθειᾶν, τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις μείζονας εἶμεν τᾶς A Δ, τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας. Ὅτι μὲν οὖν ἃ γωνία ἃ περιεχομένα ὑπὸ τᾶ A Δ Z, οὐκ ἐστὶν ὀξεῖα, δῆλον· ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου. Ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἐστί, δεικτέον [w] ὄν. Ἔστω γάρ, [w] εἰ δυνατόν, ὀρθά. Ἁ ἄρα E Δ Z ἅπτεται τοῦ Δ T N κύκλου. Δυνατὸν δή ἐστιν ἀπὸ τᾶ A ποτβαλεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἅπτουσαν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς ἅπτουσας καὶ τᾶς τᾶ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν, ποτὶ τὰν ἐκ τᾶ κέντρου τᾶ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἔχει ἃ μεταξὺ τᾶς ἀφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας περιφερείας, ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφερείαν. Ποτιπιπτέτω δὴ ἃ A I. Τεμεῖ δὴ αὐτὰ τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Λ, τὰν δὲ τᾶ Δ T N περιφέρειαν κύκλου κατὰ τὸ P· καὶ ἐκβεβλήσθω ἃ P I εὐθεῖα ποτὶ τὰν A P ἐλάσσονα λόγον τᾶ ὃν ἔχει ἃ Δ P περιφέρεια ποτὶ τὰν Δ N T περιφέρειαν. Καὶ ὅλα ἄρα ἃ I A ποτὶ τὰν A P ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ P Δ N T περιφέρεια ποτὶ τὰν Δ N T περιφέρειαν· τετέσιν, ὃν ἔχει ἃ Σ H K Θ περιφέρεια ποτὶ τὰν H K Θ περιφέρειαν. Ὃν δὲ ἃ Σ H K Θ περιφέρεια ποτὶ τὰν H K Θ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἃ Λ A εὐθεῖα ποτὶ τὰν A Δ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἃ A I ποτὶ τὰν A P, ἤπερ ἃ Λ A ποτὶ τὰν A Δ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα γὰρ ἃ P A τᾷ A Δ. [*] Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ ἃ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν A Δ Z. Δέδεικται δέ, ὅτι οὐδὲ ὀξεῖα. Ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. Ὡς τε ἃ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστιν. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα ἃ ἐπιψαύσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἅπτηται, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

PROP. XVII. THEOR.

Quin imo si helicen secundo orbe descriptam recta contigerit, illud idem eveniet.

Contigat enim recta E Z helicen secundo orbe

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ'.

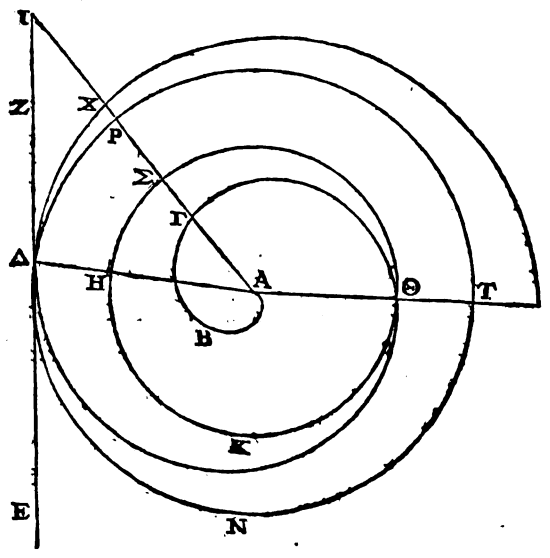
Καὶ τοίνυν αἴκα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἃ εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

Ἐπιψαυέτω γὰρ ἃ E Z εὐθεῖα τᾶς ἐν τᾷ δευ-

[a] ἐν τῷ [b] τὴν [w] ἔτως [w] εἰ ex MS.

[*] Fortasse desint hæc verba: μείζων δὲ ἃ I A τᾶς A Λ

τερα περιφορᾶς γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ Δ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον καταγραφήσεται. Ὁμοίως δὴ τᾶς τᾶ Ρ Ν Δ περιφερείας κύκλω, τὰ μὲν ἐν τοῖς [x] προαγομένοις τᾶς ἕλικος ἐντὸς πεσοῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός. Ἃ ἂν γωνία, ἃ ὑπὸ τᾶν Α Δ Ζ, ἀκ ἐστὶν ὀρθά, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. Ἔστω γὰρ εἰ δυνατὸν ὀρθά. [y] Ἐπιψαύσει δὴ ἃ Ε Ζ τᾶ Ρ Ν Δ κύκλω κατὰ τὸ Δ. Ἀχθω δὴ πάλιν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν ἃ Α Ι, καὶ τεμνέτω τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Χ, τὰν δὲ τᾶ Ρ Ν Δ κύκλω περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ· ἐχέτω δὲ ἃ Ρ Ι ποτὶ Ρ Α ἐλάσσονα λόγον, τᾶ ὃν ἔχει ἃ Δ Ρ περιφέρεια ποτὶ ὅλαν τὰν Ε Δ Ρ Ν κύκλω περιφέρειαν, καὶ ποτὶ τὰν Δ Ν Τ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν. Καὶ ὅλα ἄρα ἃ Ι Α ποτὶ τὰν Α Ρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ Ρ Δ Ν Τ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλω περιφερείας, ποτὶ τὰν Δ Ν Τ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τᾶ κύκλω περιφερείας. Ἀλλ' ὃν λόγον ἔχει ἃ Ρ Δ Ν Τ [z] περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τᾶ Δ Ν Τ Ρ κύκλω περιφερείας, ποτὶ τὰν Δ Ν Τ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς Ε Δ Ν Τ Ρ κύκλω [a] περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἃ Σ Η Κ Θ περιφέρεια, μεθ' ὅλας τᾶς τᾶ κύκλω περιφερείας τᾶς Θ Σ Η Κ, ποτὶ τὰν Η Κ Θ περιφέρειαν, μεθ' ὅλας τᾶς τᾶ Θ Σ Η Κ κύκλω περιφερείας. Ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὕστερον εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἃ Χ Α εὐθεῖα ποτὶ τὰν Α Δ εὐθεῖαν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἃ Ι Α ποτὶ τὰν Α Ρ, ἢ ἃ Α Χ ποτὶ τὰν Α Δ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἴσα μὲν γὰρ ἃ Ρ Α τᾶ Α Δ, μείζων δὲ ἃ Ι Α τᾶς Α Χ. Δῆλον ἂν ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἃ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν Α Δ Ζ. Ὡς τε ἃ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι. Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ αἴκα ἃ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ.



Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα τᾶς ἐν ἑπιπλοκᾶν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ αἴκα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσως ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς, ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος· καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς [b] προαγομένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξεῖαν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τᾶ σαμείω, ὅ ἐστιν [c] ἐν ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς

descriptam in puncto Δ: eademque alia, quæ supra, fiant. Eadem ratione, quæ partes circumferentiæ circuli Ρ Ν Δ in præcedentibus sunt, intra helicen cadent; quæ vero in sequentibus, cadent extra. Igitur angulus, qui sub Α Δ Ζ continetur, rectus non est, sed obtusus. Sit enim, si fieri potest, rectus. Continget igitur Ε Ζ circulum Ρ Ν Δ in puncto Δ. Ducatur rursus ad contingentem recta Α Ι, quæ helicen quidem secet in puncto Χ, circumferentiam vero circuli Ρ Ν Δ in puncto Ρ: habeatque Ρ Ι ad Ρ Α minorem rationem, quam circumferentia Δ Ρ ad totam circumferentiam circuli Δ Ρ Ν, et ad circumferentiam Δ Ν Τ. Hoc enim fieri posse demonstratum est. Igitur etiam tota Ι Α ad Α Ρ minorem rationem habet, quam circumferentia Ρ Δ Ν Τ, una cum tota circuli circumferentia, ad circumferentiam Δ Ν Τ, una cum tota circuli circumferentia. Sed quam rationem habet circumferentia Ρ Δ Ν Τ, una cum tota circuli Δ Ν Τ Ρ circumferentia, ad circumferentiam Δ Ν Τ, una cum tota circuli Δ Ν Τ Ρ circumferentia, hanc habet circumferentia Σ Η Κ Θ, una cum tota circuli Θ Σ Η Κ circumferentia, ad circumferentiam Η Κ Θ, una cum tota circuli Θ Σ Η Κ circumferentia. Quam vero rationem habent, quas modo diximus, circumferentiæ, hanc habet recta Χ Α ad rectam Α Δ. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet Ι Α ad Α Ρ, quam Α Χ ad Α Δ: quod fieri non potest. Æqualis est enim Ρ Α ipsi Α Δ; major vero Ι Α quam Α Χ. Constat igitur angulum, qui sub Α Δ Ζ continetur, obtusum esse. Quare reliquus est acutus. Eadem hæc evenient, etiam si recta contingens in helicis termino contigerit.

Pariter autem demonstrabitur, et si helicen quolibet orbe descriptam recta quædam contigerit, vel in ipsius termino, angulos efficere cum ea, quæ a contactu ad principium helicis juncta fuerit, inæquales: atque horum alterum, qui in præcedentibus est, obtusum; alterum vero, qui in sequentibus, acutum.

PROP. XVIII. Theor.

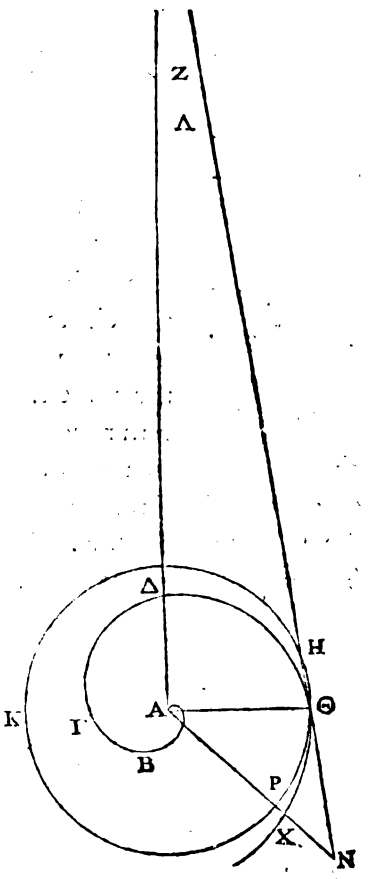
Si helicen primo orbe descriptam recta linea contigerit in ipsius termino: a puncto vero, quod est principium helicis, recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ est principium orbis;

[x] προαγεμένοις [y] ἐπιψαύσει [z] Sic MS. [a] περιφιρίας [b] προηγεμένοις [c] In MS. deest ἐν

Digitized by Google

quæ ducta eſt recta cum contingente concurrit; quæque ejus pars inter contingentem, et principium orbis interjicitur, æqualis erit primi circuli circumferentiæ.

περιφορᾶς, ἀ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαύσᾳ· καὶ ἀ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας, καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, ἴσα ἐσεῖται τᾷ τᾶ πρώτα κύκλα περιφερείᾳ.



Sit helix ΑΒΓΔ: et ſit punctum Α principium helicis: recta ΘΑ principium orbis: ΘΗΚ circulus primus. Contingat autem helicen in puncto Θ recta aliqua ΘΖ: ducaturque a puncto Α, ipſi ΘΑ ad rectos angulos, ΑΖ. Hæc utique concurret cum ΘΖ; quoniam ΖΘ, ΘΑ acutum angulum comprehendunt. Concurrat in puncto Ζ. Oportet demonſtrare ΖΑ circuli ΘΚΗ circumferentiæ æqualem eſſe.

Ἔστω ἕλιξ ἀ [d] ΑΒΓΔ· ἔστω δὲ τὸ Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἀ δὲ ΘΑ γραμμὰ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΘΗΚ κύκλος ὁ πρῶτος. Ἐπιψαυέτω δέ τις τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Θ, ἀ ΘΖ· καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἄχθω [c] ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΘΑ, ἀ ΑΖ. Συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ ποτὶ τὰν ΘΖ· ἐπεὶ αἱ ΖΘ, ΘΑ ὀξεῖαν γωνίαν περιέχοντι. Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι ἀ ΖΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ τοῦ ΘΚΗ κύκλα περιφερείᾳ.

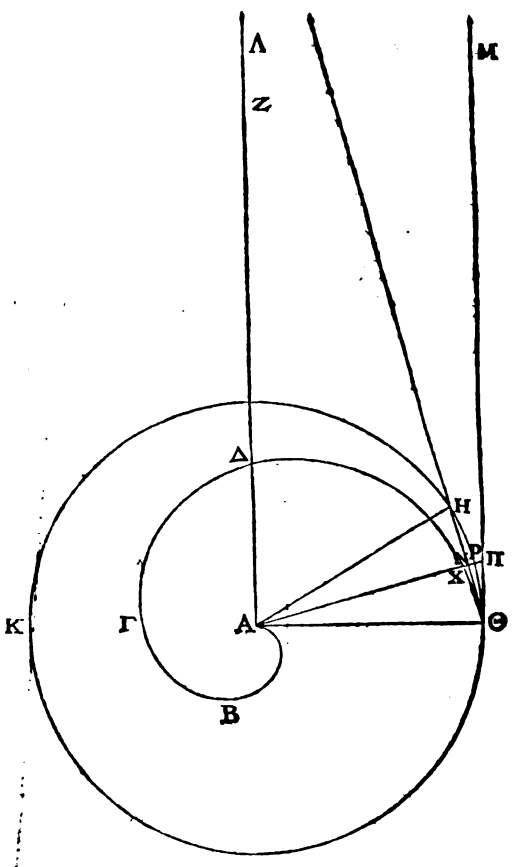
Si enim non eſt æqualis, aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major. Jam ſumpſi rectam aliquam ΛΑ, minorem quidem quam rectam ΖΑ, majorem vero quam circumferentiam circuli ΘΗΚ. Itaque circulus quidam eſt ΘΗΚ: et recta in circulo minor quam diameter, ΘΗ: ratioque, quam habet ΘΑ ad ΑΛ, ea major eſt, quam habet dimidia rectæ ΗΘ, ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΗΘ normalis ducitur; quoniam ea quoque eſt major, quam habet ΘΑ ad ΑΖ. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad productam ejiciatur recta ΑΝ; ita ut ΝΡ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam ΘΡ eamdem rationem habeat, quam ΘΑ ad ΑΛ. Quare ΝΡ ad ΡΑ eamdem habebit rationem, quam ΘΡ ad ΑΛ. Habet autem ΘΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam: recta enim ΘΡ minor eſt quam circumferentia ΘΡ; recta vero ΑΛ major quam circumferentia circuli ΘΗΚ. Habebit igitur etiam ΝΡ ad ΡΑ minorem rationem quam circumferentia ΘΡ ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quare etiam tota ΝΑ ad ΑΡ minorem rationem habet quam circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam. Quam autem rationem habet circumferentia ΘΡ, una cum tota circuli ΘΗΚ circumferentia, ad circuli ΘΗΚ circumferentiam, hanc habet ΧΑ ad ΑΘ. Hoc enim demonſtratum eſt. Minorem igitur habet rationem ΝΑ ad ΑΡ, quam ΧΑ ad ΑΘ: quod fieri non poteſt. Major eſt enim ΝΑ quam ΑΧ; æqualis vero ΑΡ ipſi ΑΘ. Non eſt igitur major ΖΑ quam circuli ΘΗΚ circumferentia.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μείζων. Ἐλάσσων δή τινα εὐθεῖαν τὰν ΛΑ, τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσονα, τᾶς δὲ τᾶ ΘΗΚ κύκλα περιφερείας μείζονα. Ἔστι δὴ κύκλος τις ὁ ΘΗΚ· καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρα ἀ ΘΗ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἀ ΘΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἀ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, διότι καὶ ὃν ἔχει ἀ ΑΘ ποτὶ ΑΖ. Δυνατὸν δ' ἔστιν, ἀπὸ τοῦ Α [f] ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν τὰν ΑΝ· ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΝΡ, ποτὶ ΘΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἀ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἔχει δ' ἄν ἀ ΝΡ, ποτὶ τὰν ΡΑ λόγον, ὃν ἀ ΘΡ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἀ δὲ ΘΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἀ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλα περιφέρειαν· ἀ μὲν γὰρ ΘΡ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας· ἀ δὲ ΑΛ εὐθεῖα τᾶς τᾶ ΘΗΚ κύκλα περιφερείας μείζων. Ἐλάσσονα δὴ λόγον ἔχει καὶ ἀ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ἢ ἀ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλα περιφέρειαν. Καὶ ὅλα ἄρα ἀ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἀ ΘΡ περιφέρεια μετ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τᾶν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἀ ΘΡ περιφέρεια μετ' ὅλας τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλα περιφερείας, ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλα περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἀ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. [g] Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἀ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἤπερ ἀ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· ὅπερ ἀδύνατον. Ἀ μὲν γὰρ ΝΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ΑΧ· ἀ δὲ ΑΡ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΘΑ. Οὐκ ἄρα μείζων ἀ ΖΑ τᾶς τοῦ κύκλα περιφερείας, τᾶς ΘΗΚ.

[d] ΑΒΓΔΘ σοια deeſt. [c] In Ed. Baſ. πρὸς ſed in MS. pro πρὸς eſt ſemper ποτὶ. [f] Sic MS. [g] In MS. ιλάσ-

Ἔσω δὴ πάλιν, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων ἡ ΖΑ τᾶς τῦ ΘΗΚ κύκλυ περιφερείας. Ἐλάσσον δὴ τινὰ εὐθεῖαν πάλιν τὰν ΑΛ, τᾶς μὲν ΑΖ μείζονα, τᾶς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα· καὶ ἄγω ἀπὸ τᾶ Θ τὰν ΘΜ παράλληλον τᾷ ΑΖ. Πάλιν οὖν κύκλος ἐστὶν ὁ ΘΗΚ· καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὰ τᾶς διαμέτρυ ἡ ΘΗ, καὶ ἄλλα ἐπιψαύυσα τῦ κύκλυ κατὰ τὸ Θ, καὶ λόγος ὃν ἔχει ἡ ΑΘ ποτὶ τὰν ΑΛ, ἐλάσσων τῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν· ἐπειδὴ καὶ τῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΑ ποτὶ ΑΖ, ἐλάσσων ἐστί. Δυνατὸν ἄρ' ἐστὶν ἀπὸ τᾶ Α ἀγαγεῖν τὰν ΑΠ ποτὶ τὰν ἐπιψαύυσαν· ὥς τε τὰν ΡΝ τὰν μεταξὺ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας, καὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὰν ΘΠ, ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Τεμεῖ δὴ ἡ ΑΠ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἔχει καὶ ἐναλλὰξ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ἃν ἡ ΘΠ ποτὶ ΑΛ. Ἀ δὲ ΘΠ ποτὶ τὰν ΑΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ὑπ' ΘΗΚ κύκλυ περιφέρειαν· ἃ μὲν γὰρ ΘΠ εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας, ἃ δὲ ΑΛ ἐλάσσων τᾶς τῦ ΘΗΚ κύκλυ περιφερείας. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΝΡ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἡ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ὑπ' ΘΗΚ κύκλυ περιφέρειαν. Ὡς τε καὶ ἡ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ τοῦ ΘΗΚ κύκλυ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ τῦ ΘΗΚ κύκλυ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἡ ΘΑ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΧ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ, ἢ ἡ ΑΘ ποτὶ τὰν ΑΧ. Ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν, οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ΖΑ τᾶς τῦ ΘΗΚ κύκλυ περιφερείας. Ἴσα ἄρα.

Sit rurſus, ſi fieri poteſt, ZA minor quam circuli ΘHK circumferentia. Jam ſumpſi rectam aliquam AΛ majorem quidem quam AZ; minorem vero quam circumferentiam circuli ΘHK: duxique a puncto Θ, ΘM ipſi AZ parallelam. Rurſus circulus eſt ΘKH: et recta in eodem, minor quam diameter, ΘH; itemque alia circulum contingens in puncto Θ: ratioque, quam habet AΘ ad AΛ, ea minor eſt, quàm habet dimidia rectæ HΘ ad eam, quæ a puncto A ad ipſam HΘ normalis ducitur; quoniam ea quoque eſt minor, quam habet ΘA ad AZ. Fieri igitur poteſt, ut a puncto A ad contingentem ejiciatur AΠ; ita ut PN, quæ inter rectam in circulo datam, et circumferentiam interjicitur, ad ΘΠ, quam ipſa AΠ a contactu abſcindit, eamdem rationem habeat, quam ΘA ad AΛ. Secet autem AΠ circulum in puncto P, et helicen in puncto X. Habebit, etiam permutando, eamdem rationem NP ad PA, quam ΘΠ ad AΛ. Habet autem ΘΠ ad AΛ majorem rationem, quam circumferentia ΘP ad circuli ΘHK circumferentiam: recta enim ΘΠ major eſt quam circumferentia ΘP; recta vero AΛ minor quam circuli ΘHK circumferentia. Habet igitur NP ad AP majorem rationem, quam circumferentia ΘP ad circuli ΘHK circumferentiam. Quare etiam PA ad AN majorem habet rationem, quam circumferentia circuli ΘHK ad circumferentiam ΘKP. Quam autem rationem habet circumferentia circuli ΘHK ad circumferentiam ΘKP, hanc habet recta ΘA ad AX. Hoc enim demonſtratum eſt. Majorem igitur habet rationem PA ad AN, quam AΘ ad AX. Quod fieri non poteſt. Neque igitur major, neque minor eſt ZA, quam circuli ΘHK circumferentia. Eſt igitur eidem æqualis.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Εἰ δὲ κατὰ τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύυσαν, καὶ ἰσοῦται ἡ εὐθεῖα ἡ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρυ κύκλυ περιφερείας.

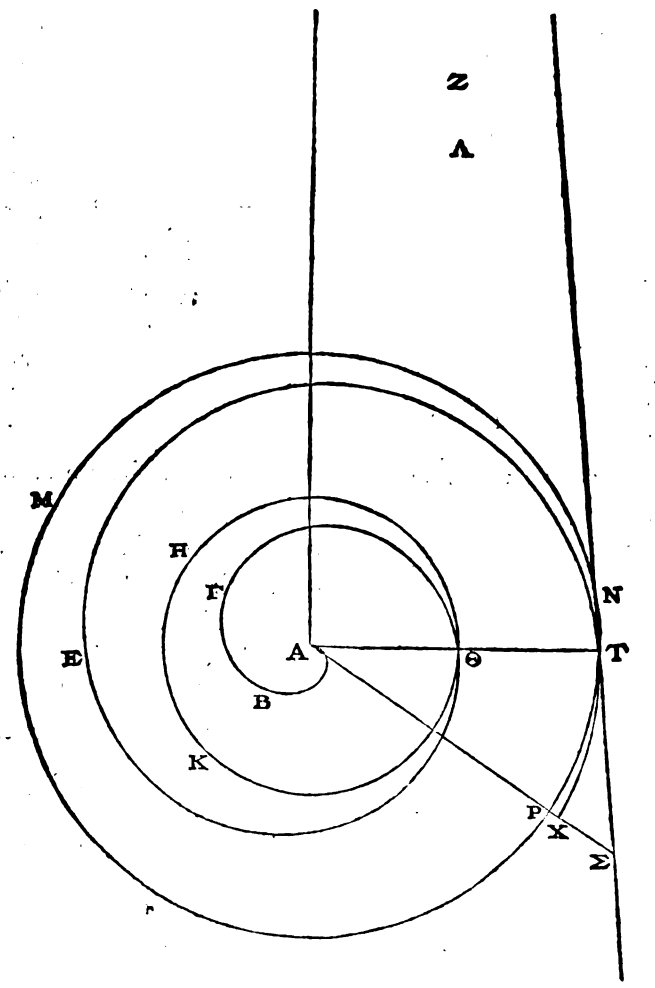
PROP. XIX. Theor.

At ſi helicen ſecundo orbe deſcriptam in ipſius termino recta contigerit; et ab helicis principio recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ eſt principium orbis: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et helicis principium interjicitur, dupla erit circumferentiæ ſecundi circuli.

Digitized by Google

Sit enim helix ABΓΘ descripta primo orbe, helix vero ΘET, secundo: et circulus ΘKH sit primus, circulus vero TMN, secundus. Sit autem recta aliqua TZ helicen in puncto T contingens: ducaturque ZA ad rectos angulos ipsi TA. Hæc utique concurret cum TZ; eo quod demonstratum est angulum, qui sub ATZ continetur, esse acutum. Oportet demonstrare ZA circuli TMN circumferentiæ esse duplam.

Si enim non est dupla, vel major est quam dupla, vel minor. Sit primo, si fieri potest, major quam dupla: sumaturque recta aliqua ΛA minor quidem quam ZA, major vero quam dupla circumferentiæ circuli TMN. Itaque circulus quidam est TMN, rectaque in circulo descripta minor quam diameter, TN: ratioque, quam habet TA ad AΛ, ea major est, quam habet dimidia rectæ TN ad eam, quæ a puncto A ad ipsam TN normalis ducitur. Fieri igitur potest, ut a puncto A ad TN productam ejiciatur recta AΣ; ita ut PΣ, quæ inter circumferentiam, et productam interjicitur, ad rectam TP eamdem rationem habeat, quam TA ad AΛ. Secet autem AΣ circulum in puncto P, et helicen in puncto X. Habebit, etiam permutando, PΣ ad TA eamdem rationem, quam TP ad AΛ. Habet autem TP ad AΛ minorem rationem, quam circumferentia TP ad duplam circumferentiæ circuli TMN: recta enim TP minor est quam circumferentia TP, recta vero AΛ major quam dupla circumferentiæ circuli TMN. Habet igitur PΣ ad AP minorem rationem, quam circumferentia TP ad duplam circumferentiæ circuli TMN. Tota igitur ΣA ad AP minorem rationem habet, quam circumferentia TP una cum circuli TMN circumferentia bis sumpta, ad circuli TMN circumferentiam bis sumptam. Quam autem rationem habent, quas diximus, circumferentiæ, hanc habet XA ad AT. Hoc enim demonstratum est. Minorem igitur rationem habet AΣ ad AP, quam XA ad TA. Quod fieri non potest. Non est igitur ZA major quam dupla cir-



Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒΓΘ ἕλιξ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἡ δὲ ΘΕΤ ἐν τῇ δευτέρᾳ· καὶ ὁ μὲν ΘΚΗ κύκλος ὁ πρῶτος, ὁ δὲ ΤΜΝ ὁ δεύτερος. Ἔστω δέ τις γραμμὰ ἁπτομένη τῆς ἕλικος κατὰ τὸ Τ, ἡ ΤΖ· ἡ δὲ ΖΑ ποτ' ὀρθὰς ἀχθω τῇ ΤΑ. Συμπεσεῖται δὴ [h] τὰ αὐτὰ τῇ ΤΖ, διὰ τὸ δεδεῖχθαι τὰν γωνίαν ὀξεῖαν οὖσαν τὰν ὑπὸ [i] τᾶν ΑΤΖ. Δεικτέον ὅτι ἡ ΖΑ εὐθεῖα διπλασίων ἐντὶ τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας.

Εἰ γὰρ μή ἐστι διπλασίων, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασίων, ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ διπλασίων· καὶ λελάφθω τις εὐθεῖα ἡ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασίων. Ἔστι δή τις κύκλος ὁ ΤΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γεγραμμένα ἐλάσσονα τᾶς διαμέτρου, ἡ ΤΝ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς ΤΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν. Δυνατὸν ἔν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΣ, ποτὶ τὰν ΤΝ ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἡ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Τεμεῖ δὴ ἡ ΑΣ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἐναλλὰξ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἡ ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΑ, ὃν ἡ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἁ δὲ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίων τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν· ἔστι γὰρ ἡ μὲν ΤΡ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς ΤΡ περιφερείας, ἡ δὲ ΑΛ εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασίων τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει [k] ἡ ΡΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίων τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ὅλα οὖν ἡ ΣΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια μετὰ τᾶς ΤΜΝ κύκλου περιφερείας δὶς εἰλημμένας, ποτὶ τὰν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν δὶς εἰλημμένην. Ὃν δὲ λόγον ἔχουσιν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΤ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΑΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἡ ΧΑ ποτὶ τὰν ΤΑ· Ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων

[h] τᾶ αὐτᾶ [i] Sic MS. [k] ἡ ΡΣ

ἐστὶν ἡ διπλάσια ἡ ΖΑ εὐθεῖα τῆς τῆ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάττων ἡ διπλασία. Δῆλον ἄρα, ὅτι διπλασία ἐστί.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴ τινα τῆς ἐν ὁποιασοῦν περιφορᾷ γεγραμμένης ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος, ἣ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Αἴκα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ· ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς, τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς [1] ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ συμπεσεῖται αὐτᾷ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσεῖται ἃ μεταξὺ εὐθεῖα τάς τε συμπλωσίας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς ἐπὶ τὰ προαγομένα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἡ ΑΒΓΔ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψαυέτω τις αὐτᾶς εὐθεῖα ἡ ΔΕΖ κατὰ τὸ Δ· ἀπὸ δὲ τοῦ Δ ποτὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζεύχθω ἡ ΑΔ. Καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω, ἃ ΔΜΝ· τεμνέτω δ' αὐτὸς τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸ Κ· ἤχθω δὲ ἡ ΖΑ ποτὶ τὰν ΑΔ ὀρθά. Ὅτι μὲν οὖν αὐτὰ συμπίπτει, δῆλον· ὅτι δὲ καὶ ἴσα ἐστὶν ἡ ΖΑ εὐθεῖα τᾷ ΚΜΝΔ περιφερείᾳ, δεικτέον.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. [m] Ἔστω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων. Λελάφθω δέ τις ἃ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ ΚΜΝΔ περιφερείας μείζων. Πάλιν δὴ κύκλος ἐστὶν ὁ ΚΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἃ ΔΝ· καὶ λόγος ὃν ἔχει ἃ ΔΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἃ ἡμισεία τᾶς ΔΝ, ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. Δυνατὸν ἄρ' ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΕ ποτὶ τὰν ΝΔ ἐκβεβλημέναν, ὥς τε τὰν ΕΡ ποτὶ τὰν ΔΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἃ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν. Ἐχέτω ἄρ' καὶ ἃ ΕΡ ποτὶ τὰν ΑΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἃ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἃ δὴ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ [n] τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν· ἐπεὶ ἃ

cumferentiæ circuli ΤΜΝ. Pariter autem demonſtrabitur neque minor eſſe quam dupla. Conſtat igitur duplam eſſe.

Eodem modo demonſtrandum eſt, ſi helicen quolibet orbe deſcriptam recta aliqua contigerit in ipſius termino; quæque ab helicis principio ducitur ad rectos angulos ei, quæ eſt principium orbis, contingenti occurrat; hanc multiplicem eſſe circumferentiæ circuli ab orbium numero denominati ſecundum eumdem numerum.

PROP. XX. Theor.

Si helicen primo orbe deſcriptam recta linea contigerit, non in ipſius termino; et a contactu ad principium helicis recta jungatur; et centro quidem principio helicis, intervallo autem recta juncta, circulus deſcribatur; itemque a principio helicis recta aliqua ducatur ad rectos angulos ei, quæ a contactu ad principium helicis juncta eſt: hæc cum contingente concurret; quæque ejus pars inter contingentem, et principium helicis interjicitur, æqualis erit deſcripti circuli circumferentiæ, quæ interjicitur inter contactum, et ſectionis punctum, in quo deſcriptus circulus principium orbis ſecat; circumferentia ab eo puncto, quod in orbis principio eſt, verſus præcedentia ſumpta.

Sit helix ΑΒΓΔ primo orbe deſcripta; eamque contingat in puncto Δ recta aliqua ΔΕΖ: et jungatur a puncto Δ ad principium helicis ΑΔ. Deſcribatur porro centro quidem puncto Α, intervallo autem ΑΔ circulus ΔΜΝ, qui ſecet principium orbis in puncto Κ: ducaturque ΖΑ ad rectos angulos ipſi ΑΔ. Quod quidem ΖΑ cum contingente concurrat, manifeſtum eſt: quod vero ſit etiam æqualis circumferentiæ ΚΜΝΔ, hoc oportet demonſtrare.

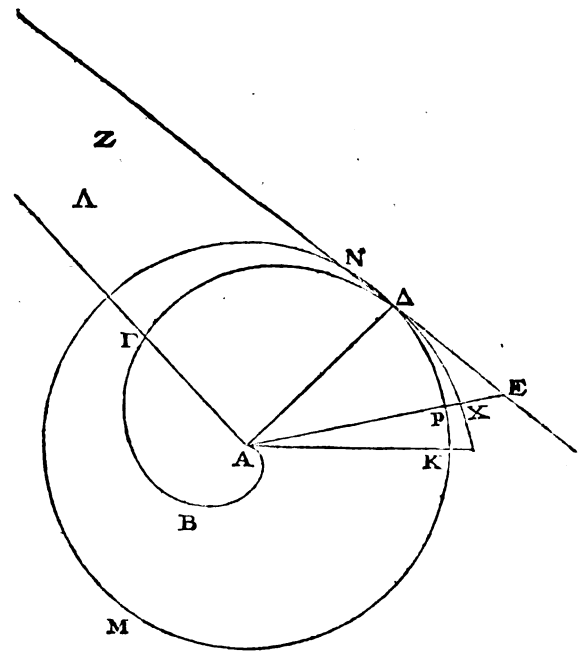
Si enim non eſt æqualis aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major: ſumaturque recta aliqua ΛΑ minor quidem quam ΖΑ, major vero quam circumferentia ΚΜΝΔ. Rurſus circulus eſt ΚΜΝ, et recta in circulo minor quam diameter, ΔΝ: ratioque, quam habet ΔΑ ad ΑΛ, ea major eſt, quam habet dimidia rectæ ΔΝ ad eam, quæ a puncto Α ad ipſam ΔΝ normalis ducitur. Fieri igitur poteſt, ut a puncto Α ad ΝΔ productam ejiciatur recta ΑΕ; ita ut ΕΡ ad ΔΡ eamdem rationem habeat, quam ΔΑ ad ΑΛ. Hoc enim fieri poſſe demonſtratum eſt. Habebit igitur etiam ΕΡ ad ΑΡ rationem eamdem, quam ΔΡ ad ΑΛ. Habet autem ΔΡ ad ΑΛ minorem rationem, quam circumferentia ΔΡ ad circumferentiam ΚΜΔ;

[1] In MS. τᾷ deeſt.

[m] ἔστω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων· λελάφθω δέ τις ἃ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, in MS. deſunt.

[n] τὰν ΚΜΝ

quoniam recta Δ P minor est quam circumferentia Δ P, recta vero A Λ major quam circumferentia K M Δ. Habet igitur E P ad P A minorem rationem, quam circumferentia Δ P ad circumferentiam K M Δ. Quare etiam A E ad A P minorem habet rationem, quam circumferentia K M P ad circumferentiam K M Δ. Quam autem rationem habet circumferentia K M P ad circumferentiam K M Δ, hanc habet X A ad A Δ. Minorem igitur rationem habet E A ad A P, quam A X ad Δ A. Quod fieri non potest. Non est igitur major Z A quam circumferentia K M Δ. Pariter autem ac supra demonstrabitur neque esse minor. Est igitur æqualis.



Eodem quoque modo demonstrabitur, si helicen secundo orbe descriptam recta contigerit, non in ipsius termino; et alia eadem construantur: quæ recta inter contingentem, et principium helicis interjicitur, hanc æqualem esse toti descripti circuli circumferentiæ, et amplius illi, quæ interjicitur inter ea, quæ diximus, puncta; circumferentia ipsa similiter sumpta. Et si helicen quolibet orbe descriptam recta aliqua contigerit, non in ipsius termino; et alia eadem construantur: quæ recta inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, hanc multiplicem esse circumferentiæ descripti circuli secundum numerum uno minorem quam a quo orbes denominantur, et amplius æqualem circumferentiæ, quæ inter ea, quæ diximus, puncta interjicitur, similiter sumptæ.

μὲν Δ P ἐλάσσων ἐστὶ τῆς Δ P περιφερείας, ἡ δὲ Α Λ μείζων τῆς Κ Μ Δ περιφερείας. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ Ε P εὐθεῖα πρὸς τὴν P Α, ἢ ἡ Δ P περιφέρεια πρὸς τὴν Κ Μ Δ περιφέρειαν. Ὡς δὲ ἡ Α Ε πρὸς Α P ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ Κ Μ P περιφέρεια πρὸς Κ Μ Δ περιφέρειαν. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Κ Μ P πρὸς τὴν Κ Μ Δ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἡ Χ Α περιφέρεια πρὸς Α Δ. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ Ε Α πρὸς Α P, ἢ ἡ Α Χ πρὸς Δ Α. Ὅπερ [o] ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἡ Ζ Α τῆς Κ Μ Δ περιφερείας. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστίν. Ἴσα ἄρα.

Διὰ δὴ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ αἱ λοιπαὶ τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένης ἕλικος ἐπιψαύουσαι εὐθεῖαι μὴ κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευαθέντων· ὅτι ἡ μεταξὺ εὐθεῖα τῆς πρὸς τὴν ἐπιψαύουσαν συμπιπτούσης, ἀπὸ τῆς ἀρχῆς [p] τῆς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλα τῷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τῇ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σημείων ὡσαύτως τῆς περιφερείας λαμβανομένης. Καὶ αἱ λοιπαὶ τῆς ἐν ὁποιᾳοῦν γεγραμμένης [q] περιφορᾷ ἕλικος ἐπιψαύουσαι τῆς εὐθείας μὴ κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευαθέντων· ὅτι ἡ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σημείων πολλαπλασία τίς ἐστι τῆς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ τὸν * ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τῇ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σημείων ὁμοίως λαμβανομένης.

PROP. XXI. Theor.

Sumpto spatio, quod ab helice primo orbe descripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio sunt, comprehenditur, fieri potest, ut eidem plana figura circumscribatur, itemque alia inscribatur; ita ut circumscripta major sit quam inscripta spatio minore quolibet proposito.

Sit helix A B Γ Δ primo orbe descripta. Et sit principium helicis punctum Θ: principium orbis, recta Θ A: primus circulus, Z H I A; cujus diametri A H, Z I sese invicem ad rectos an-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἕλικος, τῆς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς πρώτης ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων [r] τομῶν συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶναι ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἧς ἡ Α Β Γ Δ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένη. Ἔστω δὲ ἀρχὴ μὲν τῆς ἕλικος τὸ Θ σημεῖον· ἀρχὴ δὲ τῆς περιφορᾶς ἡ Θ Α· ὁ δὴ πρῶτος κύκλος ὁ Z H I A· αἱ δὴ Α H, Z I διάμετροι αὐτοῦ

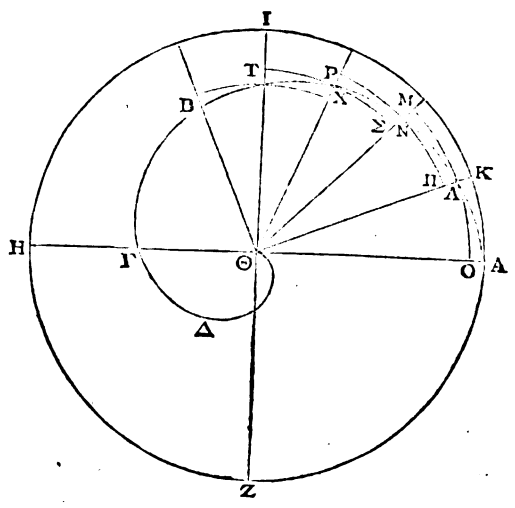
[o] In MS. ἐστὶ deest. [p] τῆς ἕλικος. Τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ, ἴσα ἐστὶν τὰ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφέρεια [q] περιφορᾶς [r] τὸ μὲν

* Fortasse deest, ἐνὶ

Digitized by Google

πστ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Ἀεὶ δὴ τᾶς ὀρθὰς γωνίας δίχα τεμνομένας, καὶ ἑκατέρου τομέως ἑκατὸν τὸν ὀρθὸν γωνίαν περιέχοντος, ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τᾶ τομέως ἔλασσον τᾶ προτεθέντος.* Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων ἑκατέρου προτεθέντος χωρίου. Διηρήθωσαν δὴ ἂν γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας γωνίας τὰ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΚ· καὶ αἱ πιέσσαι τὰς γωνίας εὐθεῖαι ἐκβεβλήθωσαν ἐς τ' ἄν κατὰ τὰν ἕλικα ἀφθῶντι. Καθ' ὃ δὴ τέμνει σαμεῖον ἀ ΘΚ τὰν ἕλικα, ἔστω τὸ Λ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΛ κύκλος γεγράφθω. Πεσεῖται δὴ αὐτᾶ, ἃ μὲν εἰς τὰ προαγομένα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἕλικος, ἃ δὲ εἰς τὰ ἑπόμενα ἐκτός. Γεγράφθω δὴ ἁ περιφέρεια, ἐς ἂν συμπέσῃ τᾷ ΘΑ κατὰ τὸ Ο, ἁ ΟΜ, καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΚ εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπ[illegible]σα κατὰ τὸ Μ. Πάλιν δὴ καὶ καθ' ὃ τέμνει τὰν ἕλικα σαμεῖον ἁ ΘΜ, ἔστω τὸ Ν· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΝ κύκλος γεγράφθω, ἐς τ' ἂν ΘΚ συμπέσῃ ἁ περιφέρεια τᾶ κύκλω καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΜ ποτιπτούσα ποτὶ τὰν ἕλικα. Ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι, κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρῳ τῷ Θ, ἐς τ' ἂν συμπέσῃ ἑκάστα ἁ περιφέρεια τᾶτε προαγομένᾳ εὐθείᾳ, καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. Ἔστω δή τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον περιγεγραμμένον σχῆμα ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὴ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾶ ἐγγεγραμμένᾳ μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τᾶ προτεθέντος χωρίῳ, δειχθήσεται. Ἔστι γὰρ ὁ μὲν ΘΛΟ τομεὺς ἴσος τῷ ΘΜΛ· ὁ δὲ ΘΝΠ τῷ ΘΝΡ· ὁ δὲ ΘΧΣ τῷ ΘΧΤ· ἐστὶ δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομεῖ, τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. Δῆλον ἄρα, ὅτι καὶ πάντες οἱ τομεῖς πάντεσσιν ἴσοι ἐσοῦνται. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι, χωρὶς τοῦ ΘΑΚ τομέως. Μόνος γὰρ οὗτος λέλαπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Δῆλον ἄρα ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾶ ἐγγεγραμμένᾳ μείζων ἐστὶ τῷ ΑΚΘ τομεῖ, ὃς ἐλάσσων ἐστὶν τᾶ προτεθέντος.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἷον εἴρηται, γράφειν ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τᾶ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τᾶ προτεθέντος χωρίου· καὶ πά-



gulos secent. Si igitur rectus angulus, quique rectum angulum continet sector, in duas æquas partes continue secetur, erit tandem, quod ex sectore relinquitur, minus quam propositum spatium. Jam sit is, qui oritur, sector AΘK minor quam propositum spatium: et dividantur anguli quatuor recti in angulos illi æquales, qui sub AΘ, ΘK continetur: rectæque, quæ angulos efficiunt, producantur, quousque in helicen incidant. Punctum autem, in quo ΘK helicen secat, sit Λ: et centro quidem puncto Θ, intervallo vero ΘΛ, circulus describatur. Atque hujus circumferentia, quæ quidem in præcedentibus est, intra helicen cadet; quæ vero in sequentibus, cadet extra. Itaque describatur circumferentia OM, ita ut rectæ ΘA occurrat in puncto O, eique, quæ post ΘK in helicen incidit, in puncto M. Rursus punctum, in quo ΘM helicen secat, sit N: et centro quidem puncto Θ intervallo vero ΘN, circulus describatur, quousque ejus circumferentia rectæ ΘK occurrat itemque illi, quæ post ΘM in helicen incidit. Pariter etiam per alia puncta, in quibus rectæ, quæ æquales angulos efficiunt, helicen secant, centro Θ, circuli describantur, quousque unaquæque circumferentia in rectam incidat tum præcedentem, tum sequentem. Erit jam sumpto spatio circumscripta figura ex similibus sectoribus composita, et alia item circumscripta. Quod autem circumscripta figura major sit quam inscripta spatio minore quolibet proposito, hoc pacto demonstrabitur. Est enim æqualis sector quidem ΘΛO sectori ΘMΛ; sector vero ΘNΠ, sectori ΘNP; denique sector ΘXΣ, sectori ΘXT: et aliorum sectorum, qui in inscripta figura sunt, sectorum, qui sunt in figura circumscripta, æqualis quisque est ei, qui commune latus habuerit. Ex quibus constat omnes sectores omnibus sectoribus æquales esse. Æqualis est igitur figura spatio inscripta figuræ eidem spatio circumscriptæ, dempto sectore ΘAK. Hic enim unus ex omnibus, qui in figura circumscripta sunt, relictus est. Constat igitur circumscriptam figuram majorem esse quam inscriptam sectore AKΘ; qui quidem minor est proposito spatio.

Ex hoc manifestum est, fieri posse, ut dicto spatio figura, qualis dicta est, circumscribatur; ita ut circumscripta major sit quam spatium spatio minore quolibet proposito: rursus-

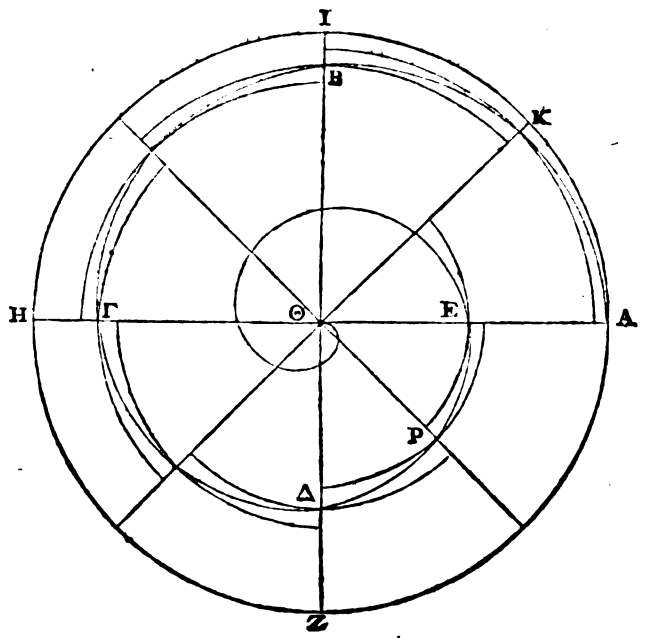
* In MS. desunt καὶ ἑκάτερον γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ.

que alia inſcribatur; ita ut ſpatium majus ſit quam inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

PROP. XXII. Theor.

Sumpto ſpatio, quod ab helice ſecundo orbe deſcripta, rectaque ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, fieri poteſt, ut eidem plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita; ita ut circumſcripta major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.

Sit helix ABΓΔE ſecundo orbe deſcripta. Et ſit punctum Θ principium helicis: recta AΘ principium orbis: EA ſecunda earum, quæ in orbis principio ſunt. Circulus autem AZH ſit ſecundus, ejuſque diametri AH, ZI ſeſe invicem ad rectos angulos ſecent. Rurſus igitur ſi rectus angulus, quique rectum angulum continet ſector in duas æquas partes continuo ſecetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propoſitum ſpatium. Jam ſit is, qui oritur, ſector ΘKA minor quam ſpatium propoſitum. Itaque ſi dividantur recti anguli in angulos illi æquales, qui ſub KΘA continetur, et alia eadem, quæ ſupra, conſtruantur, circumſcripta figura major erit quam inſcripta ſpatio minore quam ſector ΘKA. Erit enim major exceſſu, quo ſector ΘKA excedit ſectorem ΘEP.



Conſtat igitur fieri poſſe, ut circumſcripta figura major ſit quam ſumptum ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque ſumptum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

Eodem autem modo conſtat, ſumpto ſpatio, quod ſub helice quolibet orbe deſcripta, rectaque in orbis principio ab eodem numero denominata continetur, fieri poſſe, ut plana figura, qualis dicta eſt, circumſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſumptum ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque alia inſcribatur, ita ut ſumptum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπότε τᾶς ἕλικος, τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας ἃ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ τὸ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι· ὥς τε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι [x] παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Καὶ ἔστω τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἀ δὲ ΑΘ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς· ἀ δὲ ΕΑ ἀ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς. Ὁ δὲ ΑΖΗ κύκλος ἔστω δεύτερος, καὶ αἱ ΑΗ, ΖΙ διάμετροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλας. Πάλιν ἒν * δίχα τετμημένας τὰς ὀρθᾶς γωνίας, καὶ τοῦ τομέως τᾷ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος, ἐστάσθω τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος. Καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ ΘΚΑ τομεὺς, ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διαιρεθείσαν δὴ τὰν ὀρθὰν γωνίαν εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν ΚΘΑ, καὶ τῶν ἄλλων κατασκευαθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, ἐστάσθω τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐγγεγραμμένου σχήματος μεῖζον ἐλάσσονι, ἢ ὁ τομεὺς ὁ ΘΚΑ. Μεῖζον γὰρ ἐστάσθω τᾷ ὑπερεχᾷ ᾧ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ τομεὺς τοῦ ΘΕΡ.

Δῆλον ἒν ὅτι δυνατόν ἐστι, καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος [y] σχήματος παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Διὰ δὲ τᾶς αὐτᾶς τρόπω φανερὸν, διότι δυνατὸν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳδὲν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι σχῆμα, οἷον εἴρηται, ἐπίπεδον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥς τε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

[x] παντὸς [y] σχήματος ἐλάσσονι παντὸς

* Deſit fortaſſe ἀεὶ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Λαζόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἃ ἐστὶ ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, ἃς ἐχούσας πέρας τὸν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ [a] τοῦ περάτος τᾶς ἕλικος ἀγομέναν, δυνατόν ἐστιν περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

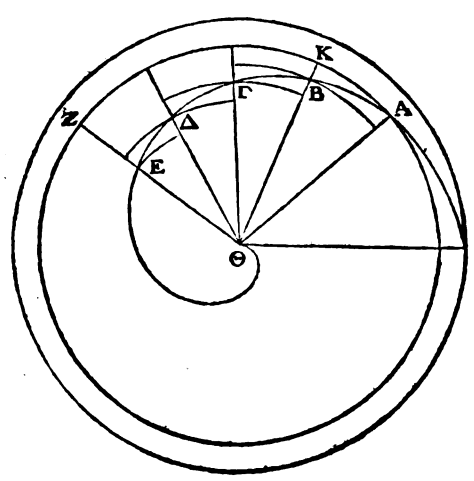
Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕ, πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ Α, Ε. Ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ. Γεγράφθω δὴ κύκλος, κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ· καὶ συμπιπτέτω τὰ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Ἀεὶ δὴ τᾶς γωνίας τᾶς ποτὶ τὸ Θ καὶ τοῦ τομέως τοῦ ΘΑΖ δίχα τεμνομένων, ἔσται τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτεθέντος ἔλασσον. Ἔστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ ΘΑΚ προτεθέντος. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν [a] κύκλοι διὰ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας, ποιοῦσαι ποτὶ τὸ Θ· ὥς τε τὰν περιφέρειαν ἑκάσαν συμπίπτειν τᾷ τε προαγομένᾳ καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. Ἐστείτω δή τι περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Καὶ τὸ περιγεγραμμὸν τοῦ ἐγγεγραμμοῦ ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἐλάσσων γάρ ἐστιν ὁ ΘΑΚ τομεύς.

Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον ἐπίπεδον, οἷον εἴρηται, περιγράψαι, ὡς τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIII. THEOR.

Sumpto ſpatio, quod comprehenditur ab helice, quæ minor ſit, quam quæ uno orbe deſcribitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectiſque, ab helicis termino ductis, fieri poteſt, ut eidem ſpatio plana figura circumſcribatur, itemque alia inſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam inſcripta ſpatio minore quolibet propoſito.

Sit helix ΑΒΓΔΕ, cujus termini puncta Α, Ε, principium punctum Θ: junganturque ΑΘ, ΘΕ. Deſcribatur autem circulus centro quidem puncto Θ, intervallo vero recta ΘΑ; eique occurrat recta ΘΕ in puncto Ζ. Si igitur angulus, qui ad punctum Θ conſtituitur, et ſector ΘΑΖ in duas æquas partes continuo ſecetur; erit tandem, quod relinquitur, minus quam propoſitum ſpatium. Sit ſector ΘΑΚ minor quam ſpatium propoſitum: deſcribanturque pariter ac ſupra circuli per ea puncta, in quibus rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, helicen ſecant; ita ut unaquæque circumferentia in rectum incidat tum præcedentem, tum ſequentem. Jam ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectiſque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur, circumſcripta erit figura plana ex ſimilibus ſectoribus compoſita, et alia item inſcripta. Circumſcripta autem major eſt quam inſcripta ſpatio minore propoſito. Hoc enim minor eſt ſector ΘΑΚ.



Ex hoc manifeſtum eſt, fieri poſſe, ut dicto ſpatio plana figura, qualis dicta eſt, circumſcribatur; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore quolibet propoſito: rurſuſque inſcribatur, ita ut dictum ſpatium majus ſit quam figura inſcripta ſpatio item minore quolibet propoſito.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔΕΘ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. Ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος· ἀ δὲ ΘΑ εὐθεῖα πρώτα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς· ὁ δὲ ΑΚΖΗΙ κύκλος

PROP. XXIV. THEOR.

Spatium, quod ab helice primo orbe deſcripta, rectaque prima earum, quæ in orbis principio ſunt, comprehenditur, tertia pars eſt primi circuli.

Sit helix ΑΒΓΔΕΘ primo orbe deſcripta. Et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΘΑ prima earum, quæ in orbis principio ſunt: et circulus ΑΚΖΗΙ primus, cujus tertia pars ſit

[a] τῶν πιράτων

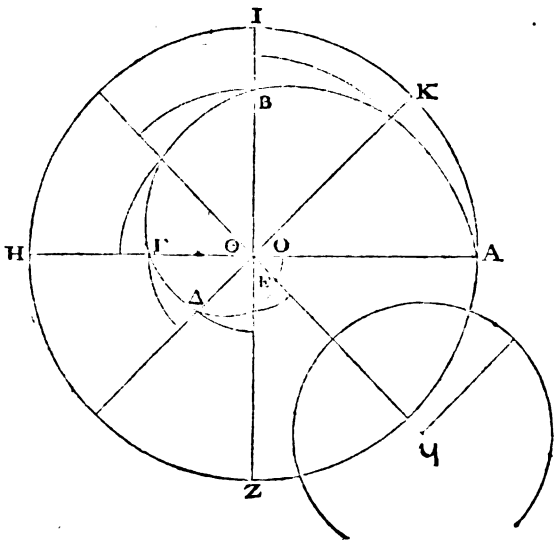
[a] καγὰ τίμυνσι

Digitized by Google

circulus, in quo eſt ψ. Oportet demonſtrare ſpatium, quod diximus, æquale eſſe circulo ψ.

Si enim non eſt æquale, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, minus. Fieri autem poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita; ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore, quam quo circulus ψ id, quod diximus ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus id, quod diximus, ſpatium componitur, maximus quidem ſit ſector ΘΑΚ, minimus vero ſector ΘΕΟ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe, quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘΑ, minima vero ΘΕ; quæ cum minima eſt, tum etiam æqualis exceſſui. Præterea aliæ quædam ſunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æqualis maximæ: deſcriptique ſunt ab omnibus ſimiles ſectores, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum etiam ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, minores ſunt quam tripli ſectorum, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus. Hoc enim demonſtratum eſt. Qui autem ſectores ab æqualibus maximæ deſcribuntur, hi æquales ſunt circulo ΑΖΗΙ; quique deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, hi ſunt æquales figuræ circumſcriptæ. Circulus igitur ΖΗΙΚ minor eſt quam triplus figuræ circumſcriptæ; idemque triplus circuli ψ. Minor eſt igitur circulus ψ quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non eſt igitur ſpatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, minus quam circulus ψ.

Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, majus. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, figura inſcribatur; ita ut id, quod diximus, ſpatium majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo id, quod diximus, ſpatium circulum ψ excedit. Itaque cirumſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura



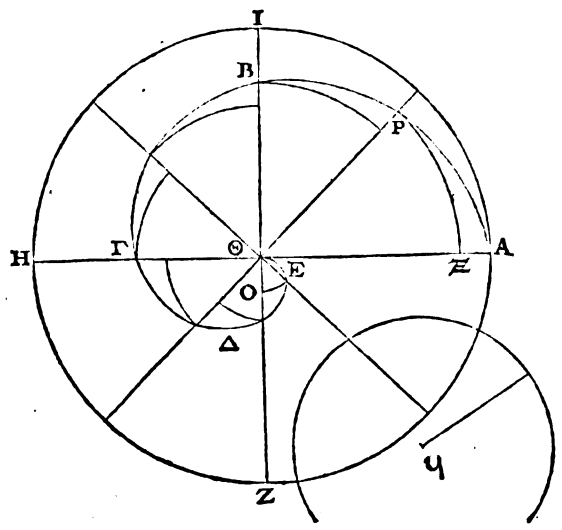
πρῶτος, [b] ἔ τρίτον μέρος ἔςω [c] ἐν ᾧ ψ, κύκλος. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐςὶ τὸ προειρημένον χωρίον [d] τῷ ψ κύκλῳ.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μεῖζόν ἐςι, ἢ ἔλασσον. Ἔςω πρότερον, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Δυνατὸν δή ἐςι περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τᾶ χωρίᾳ ἐλάσσονι τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει [e] ὁ ψ κύκλος τᾶ εἰρημένᾳ χωρίῳ. Περιγεγράφθω δή· καὶ ἔςω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιςος μὲν [f] ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιςος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον ἄρα τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐςι τᾶ κύκλῳ. Ἐκβεβλήθωσαν ἢ εὐθεῖαι αἱ ποτὶ τὸ Θ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ἐς τ' ἀν ποτὶ τὰν τᾶ κύκλῳ περιφέρειαν ποτσῶντι. Ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, ὧν ἐςι μείζων μὲν ἡ ΘΑ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΘΕ· καὶ ἐλαχίςα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ποτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάσται ἴσα τᾷ μεγίςᾳ· καὶ ἀναγέγραπται [g] ἀπὸ πασῶν ὅμοιοι τομέες, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ τᾷ μεγίςᾳ. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίςᾳ, ἐλάσσονές ἐντι ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων, τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Εἰσὶ δὲ [h] οἱ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ τᾷ μεγίςᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ· οἱ δὲ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ΑΖΗΙΚ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἢ [i] τριπλασίων, τοῦ δὲ ψ κύκλου τριπλασίων. Ἐλάσσων ἄρα ὁ ψ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐςι δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα ἐςὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ, ἔλασσον τοῦ ψ κύκλου.

Οὐδὲ τοίνυν μεῖζον. Ἔςω γὰρ, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἔςι δὴ πάλιν δυνατὸν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα· ὡς τε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ψ κύκλου. Ἐγγεγράφθω δή· καὶ ἔςω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται

[b] ὅτω πασᾶν [c] ἰν ᾧ Ε [d] τῷ Ε [e] ὁ Ε [f] ὁ ΘΑΚ, ἴλασσων ἐςὶ τῦ Ε κύκλυ. Ἐκβεβλήσθωσαν [g] ἀπὸ [h] οἱ μὲν τομέες [i] τριπλασία

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΡΞ, ἐλάσσων δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον ἄρα, τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ϥ κύκλου. Ἐκβεβλήθωσαν δὴ αἱ πᾶσαι τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι πρὸς τῷ Θ, ἕως τις ἂν πρὸς τῇ τοῦ κύκλου περιφερείαν πίπτωσι. Πάλιν ἄρα ἐντὶ τινὲς γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερέχουσαι, ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν ἕλικα πίπτουσαι, [k] ὧν ἐστι μεγίστη μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΘΕ, καί ἐστιν ἡ ἐλαχίστη ἴση τῇ ὑπεροχῇ. Ἐντὶ δὴ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστη ἴση τῇ μεγίστῃ· καὶ ἀναγεγράφονται ἀπὸ πασῶν ὅμοιοι τομεῖς, ἀπό τε τῶν ἴσων ἀλλάλαις τὲ καὶ τῆς μεγίστης. Καὶ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν [l] ὑπερεχουσῶν, οἱ ἄρα τομεῖς οἱ ἀπὸ τῶν ἴσων τῇ μεγίστῃ, μείζονες ἐντὶ ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν χωρὶς ἧς ἀπὸ τῆς μεγίστης. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομεῖς οἱ ἀπὸ τῶν ἴσων τῇ μεγίστῃ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης, ἴσοι τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. Μεῖζων ἄρα ὁ ΑΖΗΙ κύκλος, ἢ τριπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τοῦ δὲ ϥ κύκλου τριπλασίων. Μεῖζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϥ κύκλος ἧς ἐγγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ μεῖζον τὸ χωρίον, τὸ ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος, καὶ τῆς ΑΘ εὐθείας, τοῦ ϥ κύκλου. Ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τῆς ἕλικος, καὶ τῆς ΑΘ εὐθείας.



componitur, maximus quidem fit sector ΘΡΞ, minimus vero sector ΘΕΟ. Constat igitur inscriptam figuram minorem esse quam circulum ϥ. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiant, quousque in circuli circumferentiam incidant. Rursus igitur quædam sunt lineæ æqualiter sese invicem excedentes, quæ a puncto Θ in heliçen incidunt; harumque maxima est ΘΑ, minima vero ΘΕ; quæ cum minima est, tum etiam æqualis excessui. Præterea aliæ quædam sunt lineæ a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, numero quidem illis æquales, magnitudine vero unaquæque æquales maximæ: descriptique sunt ab omnibus similes sectores, tum ab æqualibus inter se invicem, maximæque, tum etiam ab æqualiter sese invicem excedentibus. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ describuntur, majores sunt quam tripli sectorum, qui describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, qui describitur a maxima. Hoc enim demonstratum est. Qui autem sectores ab æqualibus maximæ describuntur, hi æquales sunt circulo ΑΖΗΙ: quique describuntur ab æqualiter sese invicem excedentibus, dempto eo, qui describitur a minima, hi sunt æquales figuræ inscriptæ. Circulus igitur ΑΖΗΙ major est quam triplus figuræ inscriptæ; idemque triplus circuli ϥ. Major est igitur circulus ϥ quam figura inscripta. Non est autem major, sed minor. Non est igitur majus spatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕΘ, rectaque ΑΘ comprehenditur, quam circulus ϥ. Æqualis est igitur circulus ϥ spatio, quod ab helice, rectaque ΑΘ comprehenditur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κέ.

Χωρίον ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς δευτέρας τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς, ποιεῖ τὸν δεύτερον κύκλον, τρίτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ πρὸς τὰ ιβ′, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα· τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β′ κύκλου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α′ κύκλου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β′ κύκλου τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α′ κύκλου, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ β′ κύκλου.

PROP. XXV. Theor.

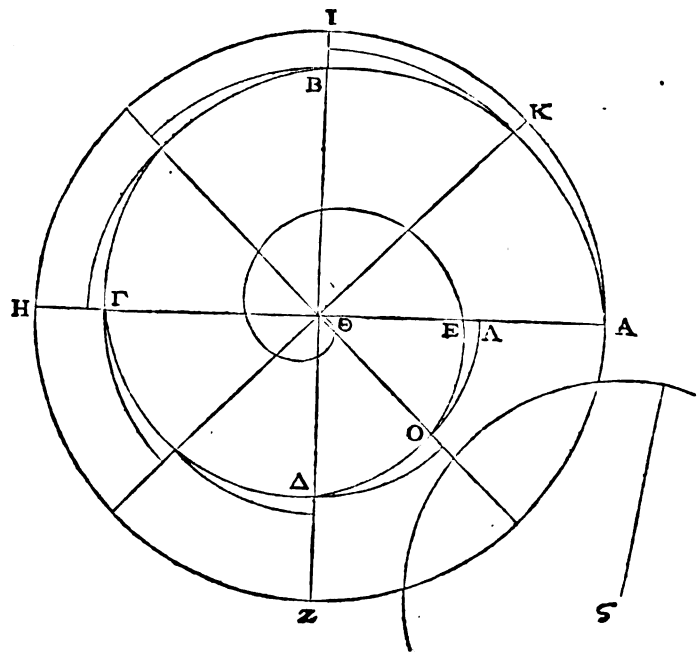
Spatium, quod ab helice secundo orbe descripta, rectaque secunda earum, quæ in orbis principio sunt, comprehenditur, eam rationem habet ad secundum circulum, quam habent septem ad duodecim, quæ eadem est atque illa, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub ea, quæ ex centro secundi circuli, eaque, quæ ex centro primi, continetur; et tertia pars quadrati, quod ab excessu describitur, quo ea, quæ ex centro secundi circuli, excedit eam, quæ ex centro primi; habent, inquam ad quadratum, quod describitur ab ea, quæ ex centro secundi circuli.

[k] ὧν ἐστι μεγίστη μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΘΕ, καί ἐστιν ἡ ἐλαχίστη ἴση τῇ ὑπεροχῇ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πίπτουσαι, ex MS. [l] ὑπερεχουσῶν

Digitized by Google

Sit helix ABΓΔE ſecundo orbe deſcripta: et ſit punctum Θ principium helicis: recta ΘE earum, quæ in orbis principio ſunt, prima: recta vero AE earum, quæ ſunt item in orbis principio, ſecunda. Circulus autem AZHI ſit ſecundus, ejuſque diametri AH, IZ ſeſe invicem ad rectos angulos ſecent. Oportet demonſtrare ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur, eam rationem habere ad circulum AZHI, quam habent ſeptem ad duodecim.

Sit circulus aliquis ς, cujus ea, quæ ex centro, æqualis ſit poteſtate ſpatio, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab AE deſcribitur. Habebit igitur circulus ς ad circulum AHZI eam rationem, quam ſeptem ad duodecim; eo quod ea, quæ ex ipſius centro, ad eam, quæ ex centro circuli AZHI poteſtate rationem habet eamdem. Jam demonſtrabitur circulus ς æqualis eſſe ſpatio, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur. Si enim non eſt æqualis aut major eſt, aut minor. Sit primo, ſi fieri poteſt, major. Fieri autem poteſt, ut ſpatio plana figura circumſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut circumſcripta figura major ſit quam ſpatium ſpatio minore, quam quo circulus ς idem ſpatium excedit. Itaque circumſcribatur: ſectorumque, ex quibus circumſcripta figura componitur, maximus quidem ſit ſector ΘAK, minimus vero ſector ΘOΛ. Conſtat igitur circumſcriptam figuram minorem eſſe quam circulum. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in ſecundi circuli circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt; harumque maxima eſt ΘA, minima vero ΘE. Præterea aliæ ſunt lineæ a puncto Θ in circuli AZHI circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æquales: deſcriptique ſunt ſimiles ſectores tum ab æqualibus maximæ, tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, præterquam ab ea, quæ minima eſt. Sectores igitur, qui ab æqualibus maximæ deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, minorem



Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἡ ΑΒΓΔΕ, ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένη· ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σημεῖον ἀρχὴ τᾶς ἕλικος· ἡ δὴ ΘΕ εὐθεῖα ἐν τῇ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς ἡ πρώτα· ἡ δὲ ΑΕ ἐν τῇ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς ἡ δευτέρα. Ὁ δὲ κύκλος ὁ ΑΖΗΙ ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ ΑΗ, ΙΖ διάμετροι ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ποτὶ τὸν ΑΖΗΙ κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ἑπτὰ ποτὶ ιβ'.

Ἔστω δή τις κύκλος ὁ ς, ἃ δὴ ἐκ τᾶ κέντρα τοῦ ς' κύκλα δυνάμει ἴσα τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχομένῳ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει ἃ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνα. Ἐξει δὴ ὁ ς κύκλος ποτὶ τὸν ΑΗΖΙ, ὡς ἑπτὰ ποτὶ ιβ· διότι καὶ ἃ ἐκ τᾶ κέντρα αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρα τοῦ ΑΖΗΙ κύκλα τᾶτον ἔχει δυνάμει τὸν λόγον. Δεικθήσεται δ' ἔν ἴσος ὁ ς κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας. Εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω δὴ πρότερον εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον γεγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον, ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τᾶ χωρίᾳ ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ ς κύκλος τᾶ χωρίᾳ. Περιγεγράφθω· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ τομεύς, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΟΛ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλαττόν ἐστι τοῦ κύκλα. Ἐκβεβλήθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι ποτὶ τὸ Θ ἴσας γωνίας ἐς τ' ἂν ποτὶ τὰν τᾶ δευτέρα κύκλα περιφέρειαν πεσῶντι. Ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα προτιπίπτουσι, ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τᾶ Θ, ἐπὶ τὰν τοῦ ΑΖΗΙ κύκλα περιφέρειαν προτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ἑαυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τὲ ἴσαι καὶ τᾷ μεγίστᾳ· καὶ ἀναγεγράφονται ὅμοιοι τομέες ἀπὸ τᾶν ἴσαν τῷ μεγίστᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς δὲ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὸς τομέας τὸς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετρά-

[m] Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἡ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ex MS. [n] περιγράψαι [o] ὁ ΘΟΔ [p] προτιπίπτοντι [q] ὅμοιοι τομέες ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐκ ἀναγράφεται. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὸς τομέας τὸς ἀπὸ τᾶν τῷ &c.

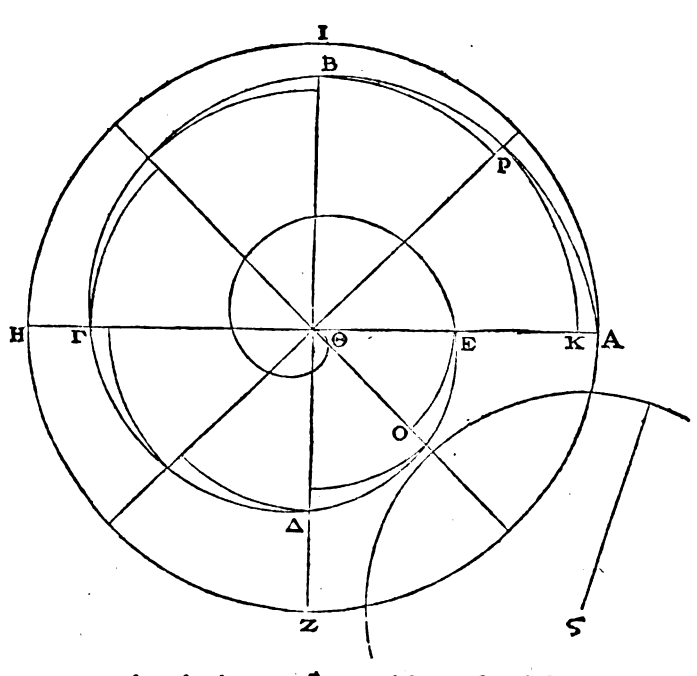
Digitized by Google

γωνὸν τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίσας τᾶς ΘΑ ϖοτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ ϖεριεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνᾳ. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίσᾳ, ἴσος ὁ ΑΖΗΙ κύκλος· τοῖς δὲ τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόσᾶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίσας, ἴσον τὸ ϖεριγεγραμμμόν σχῆμα. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ κύκλος ΑΗΖΙ ϖοτὶ τὸ ϖεριγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ϖοτὶ τὰ συναμφότερα· τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνᾳ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ, ϖοτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΑΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνᾳ, τοῦτον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ϖοτὶ τὸν ϛ κύκλον. Ἐλάσσονα ἄν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ϖοτὶ τὸ ϖεριγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ϖοτὶ τὸν ϛ κύκλον. Ὥς τε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τᾶ ϖεριγεγραμμένᾳ σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ ϖεριεχομμόυ ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Πάλιν ἦν δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον τὸ ϖεριεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ ϖεριεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τὰς ΑΕ εὐθείας, [r] μεῖζον εἶμεν τᾷ ἐγγεγραμμένᾳ σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ ϛ κύκλᾳ. Ἐγγεγράφθω οὖν· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΚΡ τομεὺς, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τᾷ ϛ κύκλᾳ. Ἐκβεβλήθωσαν αἱ ϖοιοῦσαι ἴσας γωνίας ϖοτὶ τὸ Θ, ἐς τ' ἄν ϖοτὶ τὰν τοῦ κύκλᾳ ϖεριφέρειαν ϖεσῶντι. Πάλιν ἦν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ϖοτὶ τὰν ἕλικα ϖοτιπίπτουσαι· ὧν μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, αἱ ἀπὸ τᾶ Θ ϖοτὶ τὰν τᾶ κύκλᾳ ϖεριφέρειαν ϖοτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσυς ἑαυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ·

rationem habent, quam quadratum, quod a maxima ΘA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AE. Hoc enim demonſtratum eſt. Eſt autem ſectoribus, qui ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque deſcribuntur, æqualis circulus AZHI: iis vero, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a minima, æqualis eſt figura circumſcripta. Minorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram circumſcriptam, quam quadratum, quod ab AΘ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AE. Quam autem rationem habet quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘA, AE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AE, hanc habet circulus AZHI ad circulum ϛ. Minorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram circumſcriptam, quam ad circulum ϛ. Quare minor eſt circulus ϛ, quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non eſt igitur major circulus, quam ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur.

Neque vero eſt minor. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio, quod ab helice, rectaque AE comprehenditur, plana figura inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur, majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo circulum ϛ idem ſpatium excedit. Itaque inſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura componitur, maximus quidem ſit ſector ΘKP, minimus vero ſector ΘEO. Conſtat igitur inſcriptam figuram majorem eſſe quam circulum ϛ. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quouſque in circuli circumferentiam incidant. Rurſus igitur quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima eſt ΘA, minima vero ΘE. Præterea aliæ ſunt lineæ, a puncto Θ in circuli circumferentiam incidentes, multitudine quidem una minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æ-



[r] μείζονι μὲν

quales: deſcriptique ſunt ſimiles ſectores tum ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, tum ab æqualibus maximæ. Sectores igitur, quæ ab æqualibus maximæ deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab EA. Eſt autem ſectoribus, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, qui deſcribitur a maxima, æqualis figura inſcripta; cæteris vero ſectoribus æqualis eſt circulus. Majorem igitur rationem habet circulus AZHI ad figuram inſcriptam, quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘA, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab AE; hoc eſt circulus AZHI ad circulum ς. Major eſt igitur circulus ς, quam figura inſcripta. Quod fieri non poteſt: erat enim minor. Neque igitur minor eſt circulus ς quam ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectaque AE comprehenditur. Quare eſt æqualis.

Eodem modo demonſtrabitur etiam ſpatium, quod ab helice rectaque ab eodem, a quo orbes, numero denominata comprehenditur, ad circulum ab eodem, a quo orbes, numero denominatum, eam rationem habere, quam hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub ea, quæ ex centro circuli ab eodem, a quo orbes, numero denominati, eaque, quæ ex centro alterius circuli denominati a numero uno minore, quam a quo orbes; et tertia pars quadrati, quod ab exceſſu deſcribitur, quo ea, quæ ex centro majoris, ad quadratum, quod deſcribitur ab ea, quæ ex centro majoris circuli.

καὶ ἀναγεγράφονται ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχουσῶν ὁμοιοι τομεῖς, καὶ ἀπὸ τῶν ἴσων τοῖς μείζοσι. Οἱ ἄρα τομεῖς, οἱ ἀπὸ τῶν ἴσων τοῖς μείζοσι, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος, μείζονα λόγον ἔχουσι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὰ συναμφότερα, τότε περιεχόμενον ὑπό τε τῶν AΘ, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς EA τετραγώνου. Ἔστι δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχουσῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος, ἴσον τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ, τοῖς δὲ ἑτέροις ὁ κύκλος. Μείζονα ἄν λόγον ἔχοι ὁ AZHI κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘA, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς AE τετραγώνου· τεθέν ὁ AZHI κύκλος ποτὶ τὸν ς κύκλον. Μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ς κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ δὲ ἐλάσσων ὁ ς κύκλος τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς ABΓΔE ἕλικος, καὶ τᾶς AE εὐθείας. Ὡς τε ἴσος.

Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας, ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ποτὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς, λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου, καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου [s] τοῦ κατὰ τὸ μὲν ἑνὶ ἐλάσσονα τᾶν περιφορᾶν λεγομένου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ἃ ὑπερέχει ἀ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων [t] τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τ εἰρημένων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ πᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

PROP. XXVI. THEOR.

Spatium, quod comprehenditur ab helice, quæ uno orbe deſcribitur, quæque terminum non habeat helicis principium, rectaque ab ejus terminis ad helicis principium ductis, ad ſectorem, qui habeat eam, quæ ex centro, æqualem majori earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt, circumferentiam vero eam, quæ interjicitur inter eas, quas diximus, rectas ad eaſdem helicis partes; eam habet rationem, quam hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub rectis, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt, et tertia pars quadrati, quod deſcribitur ab exceſſu, quo rectarum, quas diximus major minorem excedit, ad quadratum, quod deſcribitur a majore earum, quæ a terminis ad helicis principium ductæ ſunt.

Sit helix ABΓΔE, minor quam quæ uno orbe deſcribitur; ejuſque termini ſint puncta A, E.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἃ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, ἃν ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, τὰν δὲ περιφέρειαν ἃ [u] ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτᾷ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τότε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἀ μείζων τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

Ἔστω ἕλιξ ἐφ' ἃς ἀ ABΓΔE, ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας· πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω

[s] τοῦ καταμιν [t] τᾶς ἐκ τῦ κέντρυ τῦ ἐλατσονος κύκλυ τῶν εἰρημένων ex MS. [u] ἐστὶ τᾷ μεταξὺ.

Digitized by Google

τὰ Α, Ε. Ἔστω δὲ ἀρχὰ τῆς ἕλικος τὸ Θ σημεῖον· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ, κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ περιφερείᾳ αὐτῆς ἀ-ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῶν λ᾽θείων τῶν ΑΘ, ΘΕ, ποτὶ τὸν τομέα τὸν ΑΘΖ τὸν αὐτὸν ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ.

Ἔστω δὴ κύκλος, ἐν ᾧ Χς, τὸν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσαν δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ, ποτὶ δὲ τὸ κέντρον αὐτοῦ γωνία ἴσα [x] τῇ ποτὶ τὸ Θ. Ὁ δὴ τομεὺς ὁ ςΧ ποτὶ τὸν τομέα τὸν ΘΑΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ τετράγωνον. Αἱ γὰρ ἐκ τῶν κέντρων τὸν ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει ποτ᾽ ἀλλάλας. Δεικθήσεται δὴ ὁ Χς τομεὺς ἴσος ὢν τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἕλικος, καὶ τῶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειῶν. Εἰ γὰρ μὴ, ἤτοι μείζων, ἢ ἐλάσσων ἐστί. Ἔστω γὰρ πρότερον, εἰ δυνατὸν, μείζων. Δυνατὸν δέ ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα μεῖζον εἶναι τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ ςΧ τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. Περιγεγράφθω δή· καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν ὁ ΘΑΗ, ἐλάσσων δὲ ὁ ΘΟΔ. Δῆλον δέ ἐστιν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα [y] ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ Χς τομέως. Διήχθωσαν δὴ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τὸ Θ ἐς τὴν ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ ΘΑΖ τομέως πεσοῦντι. Ἐντὶ δή τινες εὐθεῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι· ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἡ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἡ ΘΕ. Ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ [z] ἐλάσσονες ταύτας, τῷ [a] δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τὲ καὶ ταῖς μεγίσταις, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΑΘΖ τομέως περιφέρειαν ποτιπιπτοῦσαι, χωρὶς τᾶς ΘΖ· καὶ ἀναγεγράφονται ὅμοιοι τομεῖς ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ ταῖς μεγίσταις, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ΘΕ οὐκ ἀναγέγραπται. Τομέες δέν οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ ταῖς μεγίσταις, ποτὶ

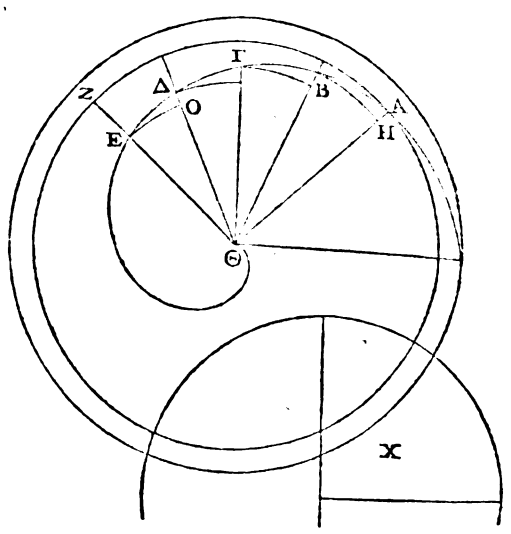
[w] ὃν ἴσχει συναμφότερα [x] τῇ πρὸς τὸ Θ [y] ἐλάσσων ἐστὶ [z] ἐλάσσονι [a] δὲ ex MS.

Sit autem principium helicis punctum Θ: et centro quidem Θ, intervallo vero ΘΑ circulus describatur, cujus circumferentiæ ΘΕ in puncto Ζ occurrat. Oportet demonstrare spatium, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectisque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur, ad sectorem ΑΘΖ eam habere rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab ΕΖ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΑ.

Sit circulus, in quo Χς, æqualem habens potestate eam, quæ ex centro, spatio, quod sub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod ab ΕΖ describitur; constituaturque ad ejus centrum angulus ei æqualis, qui ad punctum Θ constituitur. Sector igitur ςΧ ad sectorem ΘΑΖ eamdem habet rationem, quam habent spatium, quod sub ΑΘ, ΘΕ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab ΕΖ describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘΑ. Quæ enim ex eorum centris, eamdem inter se invicem potestate rationem habent. Jam demonstrabitur sector Ζς æqualis esse spatio, quod ab helice ΑΒΓΔΕ, rectisque ΑΘ, ΘΕ comprehenditur. Si enim non est æqualis, aut major est, aut minor. Sit primo, si fieri potest, major. Fieri igitur potest, ut spatio, quod diximus, plana figura circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut circumscripta figura major sit, quam spatium, quod diximus, spatio minore, quam quo sector id, quod diximus, spatium excedit. Itaque circumscribatur: sectorumque, ex quibus circumscripta figura componitur, major quidem sit sector ΘΑΗ, minor vero sector ΘΟΔ. Constat igitur circumscriptam figuram minorem esse quam sectorem Χς. Producantur rectæ, quæ ad punctum Θ æquales angulos efficiunt, quousque in sectoris ΘΑΖ circumferentiam incidant. Sunt igitur quædam lineæ æqualiter sese invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima est ΘΑ, minima vero ΘΕ. Præterea aliæ sunt lineæ, numero quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter se invicem maximæque æquales, quæ a puncto Θ in helicen incidunt, dempta linea ΘΖ: descriptique sunt ab omnibus similes sectores, tum ab æqualibus inter se invicem maximæque, tum ab æqualiter sese invicem excedentibus: ab ipsa vero ΘΕ nullus sector est descriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter se invicem maxi-

mæque deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo qui deſcribitur a minima, minorem rationem habent quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub AΘ, ΘE continetur, et tertia pars quadrati, quod deſcribitur ab EZ. Eſt autem ſectoribus, qui ab æqualibus inter ſe invicem maximæque deſcribuntur, æqualis ſector ΘAZ; iis vero, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, æqualis eſt figura circumſcripta. Minorem igitur rationem habet ſector ΘAZ ad figuram circumſcriptam, quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium, quod ſub ΘA, ΘE continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ZE. Quam autem rationem habet quadratum, quod a ΘA deſcribitur ad hæc, quæ diximus, ſpatia, hanc habet ſector ΘAZ ad ſectorem Xς. Quare minor eſt ſector Xς quam figura circumſcripta. Non eſt autem minor, ſed major. Non erit igitur ſector Xς major quam ſpatium, quod ab helice ABΓΔE, rectiſque AΘ, ΘE comprehenditur.

Neque vero erit minor. Sit enim, ſi fieri poteſt, minor; et alia eadem conſtruantur. Rurſus fieri poteſt, ut ſpatio plana figura inſcribatur ex ſimilibus ſectoribus compoſita, ita ut ſpatium, quod diximus, majus ſit quam inſcripta figura ſpatio minore, quam quo ſectorem X idem ſpatium excedit. Itaque inſcribatur: ſectorumque, ex quibus inſcripta figura componitur, major quidem ſit ſector ΘBH, minor vero ſector OΘE. Conſtat igitur inſcriptam figuram majorem eſſe quam ſectorem X. Rurſus autem quædam ſunt lineæ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quæ a puncto Θ in helicen incidunt: harumque maxima eſt ΘA, minima vero ΘE. Præterea aliæ ſunt lineæ a puncto Θ in ſectoris ΘAZ circumferentiam incidentes, dempta linea ΘA, multitudine quidem unâ minores, quam illæ, magnitudine vero inter ſe invicem, maximæque æquales: deſcriptique ſunt ab unaquaque ſimiles ſectores; a maxima vero æqualiter ſeſe invicem excedentium nullus ſector eſt deſcriptus. Sectores igitur, qui ab æqualibus inter ſe invicem, maximæque deſcribuntur, ad ſectores, qui deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majorem rationem habent, quam quadratum, quod a ΘA deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΘA, ΘE



τὰς τομέας τὰς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας τομέως, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὰ συναμφότερα, τάτε ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς EZ τετραγώνω. Ἔστι δὲ τοῖς μὲν τομεῦσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ τᾷ μεγίστᾳ, ἴσος ὁ ΘAZ τομεύς· τοῖς δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. Ἐλάσσονα ἄν λόγον ἔχει ὁ ΘAZ τομεὺς ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τᾶν ΘA, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος [b]τᾶ ἀπὸ τᾶς ZE. [a]Ον δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὰ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ὁ ΘAZ τομεὺς ποτὶ τὸν Xς τομέα. Ὡς τε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ Xς τομεὺς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶν δὲ, ἀλλὰ μείζων. Οὐκ ἄρα ἔσαι ὁ Xς τομεὺς μείζων τοῦ περιεχομένω χωρίω, ὑπό τε τᾶς ABΓΔE ἕλικος, καὶ τᾶν AΘ, ΘE εὐθειᾶν.

Οὐδὲ τοίνυν ἐλάττων. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥς τε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τᾶ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ X τομέως. Ἐγγεγράφθω ἄν· καὶ ἔστω τῶν τομέων ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μείζων μὲν [c]ὁ ΘBH, ἐλάσσων δὲ ὁ OΘE. Δῆλον ἄν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ X τομέως. Πάλιν ἄν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα προσπίπτουσαι· ὧν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘA, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘE. Ἐντὶ δὴ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τᾶ ΘAZ τομέως περιφέρειαν προσπίπτουσι, χωρὶς τᾶς ΘA, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες [d]τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει, ἀλλάλαις τὲ καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσαι· καὶ ἀναγεγράφωνται ἀπὸ τᾶς ἑκάστας ὅμοιοι τομεές· ἀπὸ δὴ τὰς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, οὐκ ἀναγέγραπται. Οἱ τομέες ἄν οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τὲ καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τᾶς τομέας, τᾶς ἀπὸ τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς μεγίστας, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὸ ὑπὸ [e]τᾶν ΘA, ΘE, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ

[b] τὸ ἀπὸ τᾶς [c] ὁ ΘBΓ ἐλάσσων δὲ ὁ ΘE [d] τῷ ἴσῳ [e] τᾶν ΘA, AE

Digitized by Google

τᾶς EZ. [f]Ὡς τε ἡ ὁ ΘAZ τομεὺς ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ποτὶ τὸν X τομέα· ὡς τε μείζων ὁ X τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων. Οὐκ [g]ἄρα ἐστὶν ὁδὲ ἐλάσσων ὁ X τομεὺς τᾶ περιεχομένᾳ χωρίᾳ, ὑπό τε τᾶς ABΓΔE ἕλικος, καὶ τᾶν AΘ, ΘE εὐθειᾶν. Ἴσος ἄρα.

continetur, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab EZ. Quare etiam sector ΘAZ ad figuram inscriptam majorem habet rationem, quam ad sectorem X; ideoque major est sector X quam figura inscripta. Non est autem major, sed minor. Neque igitur minor est sector X quam spatium, quod ab helice ABΓΔE, rectisque AΘ, ΘE comprehenditur. Æqualis est igitur.

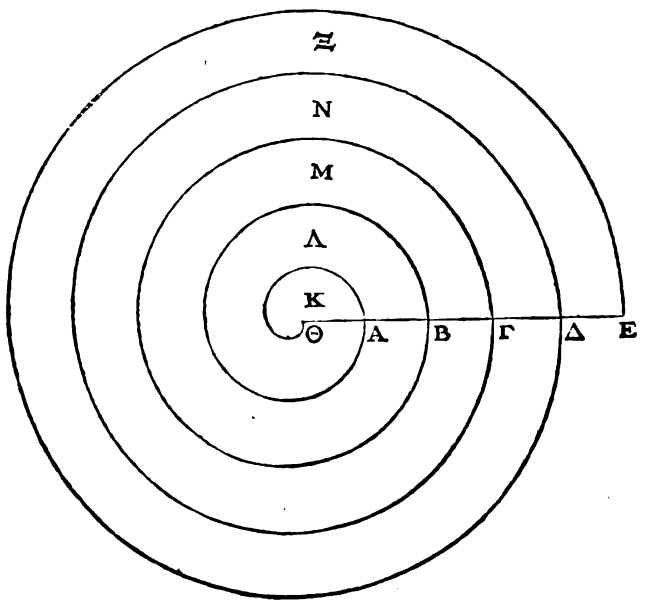
ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ, τὸ μὲν γ' τοῦ β' διπλάσιόν ἐστι, τὸ δὲ δ' τριπλάσιον, τὸ δὲ ε' τετραπλάσιον· καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τὰς ἑξῆς ἀριθμὸς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου· τὸ δὲ α' χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

PROP. XXVII. THEOR.

Spatiorum, quæ ab helicibus, rectisque, quæ in orbe sunt, comprehenduntur, tertium quidem secundi duplum est; quartum vero triplum; quintum denique quadruplum: atque ita porro, quod sequitur, spatium secundum numeros, qui hos consequuntur, multiplex est secundi spatii; primum autem spatium sexta pars est spatii secundi.

Ἔστω ἃ προκειμένα ἕλιξ ἔντε τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ, καὶ ἐν ταῖς ἑπομέναις ὁποταισοῦν. Ἔστω ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἃ δὲ ΘE εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς. Τῶν δὲ χωρίων ἔστω τὸ μὲν K τὸ α'· τὸ δὲ Λ τὸ β'· τὸ δὲ M τὸ γ'· τὸ δὲ N τὸ δ'· τὸ δὲ Ξ τὸ ε'. Δεικτέον ὅτι τὸ μὲν K χωρίον ς' μέρος ἐστὶ τοῦ ἑπομένου· τὸ δὲ M διπλάσιον τοῦ Λ· τὸ δὲ N τριπλάσιον τοῦ Λ· καὶ τῶν ἑξῆς ἀεὶ τὸ ἑπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ, κατὰ τᾶς ἑξῆς ἀριθμούς.



Propoſita helix tum primo orbe deſcripta, tum ſecundo, tum cæteris quotlibet: et principium quidem helicis ſit punctum Θ, principium vero orbis recta ΘE. Spatiorum autem primum ſit K; ſecundum Λ; tertium M: quartum N; quintum Ξ. Oportet demonſtrare ſpatium K ſextum eſſe partem ejus, quod ſequitur: ſpatiique Λ ſpatium quidem M eſſe duplum; ſpatium vero N eſſe triplum: atque ita porro, quod ſequitur, ſpatium multiplex eſſe ipſius Λ ſecundum numeros, qui hos conſequuntur.

Ὅτι μὲν οὖν τὸ K ς' μέρος ἐστὶ τοῦ Λ, [h]ὡς δεδείκνυται. [i]Ἐπειδὴ τὸ KΛ χωρίον ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον δεδεικταί τετρακτὸν ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ἐπτὰ ποτὶ τὰ ιβ'· ὁ δὲ β' κύκλος ποτὶ τὸν α' κύκλον, ὡς ιβ' ποτὶ τὰ τρία· δῆλον [k]γάρ ἐστιν· ὁ δὲ α' κύκλος ποτὶ τὸ K χωρίον ἔχει ὡς γ' [l]ποτὶ α'· ἕκτον ἄρα ἐστὶ τὸ K χωρίον [m]τοῦ Λ. Πάλιν ἡ κὴ τὸ KΛM χωρίον ποτὶ τὸν γ' κύκλον δέδεικται ὅτι τετρακτὸν ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ ΓΘB, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓB τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ ΓΘ τετράγωνον. Ὁ δὲ γ' κύκλος ἔχει ποτὶ τὸν β' κύκλον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘB. Ὁ δὲ β' κύκλος ἔχει ποτὶ τὸ KΛ χωρίον, ὃν τὸ ἀπὸ BΘ τετράγωνον πο-

At vero ſpatium K ſextam eſſe partem ſpatii Λ hoc pacto demonſtrabitur. Quoniam ſpatium KΛ ad ſecundum circulum eam rationem habere demonſtratum eſt, quam habent ſeptem ad duodecim: ſecundus autem circulus eam habet ad primum, quam duodecim ad tria: hoc enim patet: et adhuc primus circulus habet eam ad ſpatium K, quam tria ad unum: ideo ſpatium K ſexta pars eſt ſpatii Λ. Rurſus ſpatium KΛM ad tertium circulum eam rationem habere demonſtratum eſt, quam habent hæc utraque: ſpatium, quod ſub ΓΘB continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓB deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΓΘ. Tertius autem circulus eam habet ad ſecundum, quam quadratum, quod a ΓΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘB. Et ſecundus circulus habet eam ad ſpatium KΛ, quam quadratum, quod a BΘ deſcribitur, ad hæc utraque ſpatium, quod ſub

[f] ἔστω [g] ἄρα ex MS. [h] ὡς [i] ἐπεὶ [k] γὰρ ὅτι [l] ς' ἄρα [m] τοῦ A

Digitized by Google

ΒΘ, ΘΑ continetur, et tertiam partem quadrati, quod ab ΑΒ deſcribitur. Igitur etiam ſpatium ΚΛΜ ad ſpatium ΚΛ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΓΘ, ΘΒ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓΒ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΑ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΑΒ. Hæc autem ſpatia eam habent rationem inter ſe invicem, quam unde viginti ad ſeptem. Quare etiam ſpatium ΚΛΜ ad ſpatium ΛΚ eam rationem habet, quam undeviginti ad ſeptem. Ipſum igitur ſpatium ad ſpatium ΚΛ eam rationem habet, quam duodecim ad ſeptem. Habet autem ſpatium ΚΛ ad ſpatium Λ eam rationem, quam ſeptem ad ſex. Conſtat igitur ſpatium Μ ſpatii Λ eſſe duplum. Quæ autem ſequuntur ſpatia eam rationem habere, quam numeri, qui ſeſe invicem conſequuntur, hoc pacto demonſtrabitur. Spatium enim ΚΛΜΝ ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΕ eam habet rationem, quam habent hæc utraque: ſpatium, quod ſub ΕΘ, ΘΔ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΔΕ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΕ. Circulus autem, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΕ, ad circulum, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΔ, eam habet rationem, quam quadratum, quod a ΘΕ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘΔ: et circulus, cujus ea, quæ ex centro, ipſa eſt ΘΔ, ad ſpatium ΚΛΜΝ, eam habet rationem, quam quadratum, quod a ΘΔ deſcribitur, ad hæc utraque: ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΘΓ continetur, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ. Igitur etiam ſpatium ΚΛΜΝΞ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΕ, ΘΔ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΔΕ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΔΘ, ΘΓ et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ. Et dividendo, ſpatium Ξ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub ΕΘ, ΘΔ continetur, una cum tertia parte quadrati, quod ab ΕΔ deſcribitur, excedit ſpatium, quod continetur ſub ΘΔ, ΔΓ, una cum tertia parte quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΔ, ΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΔΓ. Utraque autem ea ſpatia excedunt hæc utraque eo, quo ſpatium, quod ſub ΕΘ, ΘΔ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub ΔΘΓ; hoc eſt ſpatio, quod continetur ſub ΔΘ, ΓΕ. Spatium igitur Ξ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΔΘ, ΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΔ. Eadem ratione demonſtrabitur etiam ſpatium Ν ad ſpatium ΚΛΜ eam rationem habere, quam ſpatium quod ſub ΘΓ, ΒΔ continetur, ad hæc utraque: ſpatium, quod conti-

τὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνου· καὶ τὸ ΚΛΜ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. Ταῦτα δὲ ἔχει λόγον ποτὶ ἄλλαλα, ὃν ιθ' ποτὶ τὰ ζ'. Ὡς τε καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸ ΛΚ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ιθ' ποτὶ τὰ ζ'. Αὐτὸ δὲ τὸ Μ ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ιβ' ποτὶ [a] τὸ ζ'. Τὸ δὴ ΚΛ ποτὶ τὸ Λ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ' ποτὶ τὰ ς'. Δῆλον δὲ ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ Μ τοῦ Λ. Ὅτι δὲ τὰ ἐπόμενα τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχει, δειχθήσεται. Τὸ δὴ ΚΛΜΝΞ, ποτὶ τὸν κύκλον ὃν [b] ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΘΕ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον, τό τε ὑπὸ τῶν ΕΘ, ΘΔ περιεχόμενον, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος [c] ὃν ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύκλον ὃν ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΘΔ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΔ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος ὃν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἡ ΔΘ, ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΘΔ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΘΔ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνου. Καὶ τὸ ΚΛΜΝΞ ἄρα, ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΘΕ, ΘΔ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ. Διελόντι, καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἡ ὑπεροχὰ, τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΔ, καὶ τοῦ ὑπὸ ΔΘ, ΘΓ, μετὰ τοῦ τρίτου μέρους, τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ ποτί τε τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΓ. Ὑπερέχει δὲ τὰ συναμφότερα τῶν συναμφοτέρων, ᾧ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΘ, ΘΔ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ. Ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΓΕ. Τὸ Ξ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΕΓ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου. Διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον, λόγον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τότε ὑπὸ ΓΘΒ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΓΒ τετραγώ-

[a] τὰ Ζ [b] ἔστως [c] ἔστως ἐστὶν

νϐ. Τὸ Ν ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τὸν ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ. Καὶ ἀνάπαλιν. Ταῦτα δὲ ἴσα ἐντὶ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνᾳ. Ἐπεὶ ὧν τὸ μὲν Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ τὸν ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὰ συναμφότερα, τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνᾳ· τὸ δὲ ΚΛΜΝ ποτὶ τὸ Ν, ὃν τὰ συναμφότερα, τότε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνᾳ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ· ἔχει ἄρα καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ, ποτὶ τὸ ὑπὸ [q] τᾶν ΘΓ, ΔΒ. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ· ἐπεὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΓΕ, ΒΔ. Δῆλον ὧν, ὅτι καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἀ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ.

Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ Μ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἀ ΘΓ ποτὶ τὰν ΘΒ· καὶ τὸ Μ ποτὶ τὸ Λ, ὃν ἀ ΒΘ ποτὶ τὰν ΑΘ. Αἱ δὲ ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΑΘ εὐθεῖαι, τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντι.

netur ſub ΓΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΒ. Spatium igitur Ν ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΓ, ΒΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΘΒ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΒ, et amplius ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΒΔ. Et convertendo. Hæc autem ſpatia æqualia ſunt ſpatio, quod ſub ΔΘ, ΘΓ continetur, et tertiæ parti quadrati, quod a ΓΔ deſcribitur. Quoniam igitur ſpatium Ξ ad ſpatium ΚΛΜΝ eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad hæc utraque; ſpatium, quod continetur ſub ΔΘΓ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur a ΓΔ: et ſpatium ΚΛΜΝ ad ſpatium Ν habet eam, quam ſpatium, quod ſub ΔΘΓ continetur, et tertia pars quadrati, quod a ΓΔ deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ: ideo ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ. Spatium autem quod ſub ΘΔ, ΓΕ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΘΓ, ΔΒ, eam habet rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ; quoniam ΓΕ, ΒΔ æquales ſibi invicem ſunt. Manifeſtum eſt igitur etiam ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habere rationem, quam ΘΔ ad ΘΓ.

Pariter autem demonſtrabitur etiam ſpatium Ν ad ſpatium Μ eam habere rationem, quam ΘΓ ad ΘΒ: et ſpatium Μ ad ſpatium Λ, quam ΒΘ ad ΑΘ. Rectæ autem ΕΘ, ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΑΘ eam rationem habent, quam numeri, qui ſeſe invicem conſequuntur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη'.

Αἴκα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳᾶν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθῶντι, μὴ τὰ πέρατα, ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζαχθῶντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστημάσι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος κύκλοι γραφεώντι· τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶς μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας, τὸν ἔχει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἀ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ δύο [r] τριταμοριῶν τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἀ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, μετὰ ἑνὸς τριτεμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

Ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἀ ΑΒΓΔ [s] μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ Α, Γ, ὥς τε τὸ Θ σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἕλι-

PROP. XXVIII. Theor.

Si in helice quolibet orbe deſcripta duo puncta ſumantur, quæ non ſint ipſius termini, ducanturque a punctis, quæ modo ſumpſimus, rectæ ad principium helicis; deſcribanturque circuli centro quidem principio helicis, intervallis vero rectis ad principium helicis ductis: ſpatium, quod comprehenditur tum a majore circumferentia, quæ inter rectas interjicitur, tum ab helice, quæ interjicitur inter eaſdem rectas, rectaque producta; eam rationem habebit ad ſpatium, quod comprehenditur tum a minore circumferentia, tum ab eadem helice, rectaque terminos earum jungente, quam habet ea, quæ ex centro minoris circuli, cum duabus tertiis partibus exceſſus, quo ea, quæ ex centro majoris circuli, excedit eam, quæ ex centro minoris, ad eam, quæ ex centro minoris, una cum tertia ejuſdem exceſſus parte.

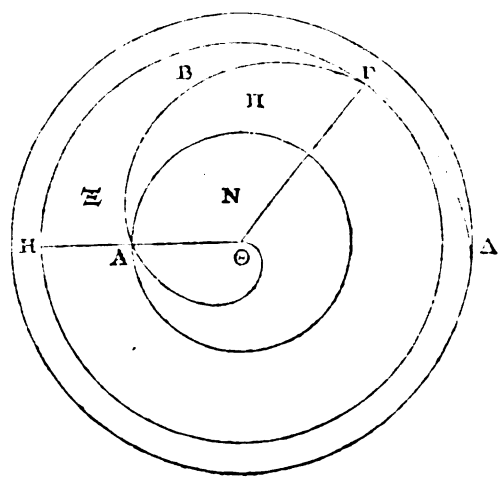
Sit helix ΑΒΓΔ uno orbe deſcripta, et ſumantur in ea duo puncta Α, Γ; ſitque punctum Θ principium helicis. Ducantur autem rectæ a

[q] τᾶν ΘΔΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓΔΒ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΓΕ [r] τριτεμορίων [s] μία περιφορᾶ

Digitized by Google

punctis A, Γ ad punctum Θ: et centro quidem puncto Θ, intervallis vero rectis ΘA, ΘΓ circuli describantur. Oportet demonstrare spatium Ξ ad spatium Π eamdem rationem habere, quam habet utraque recta; ΘA, et duæ tertiæ partes rectæ HA, ad rectam utramque; ΘA, et tertiam partem ipsius HA.

Spatium enim NΠ ad sectorem HΓΘ eam rationem habere demonstratum est, quam habet spatium, quod sub HΘ, AΘ continetur, et tertia pars quadrati, quod ab AH describitur, ad quadratum, quod describitur ab HΘ. Spatium igitur Ξ ad spatium NΠ eam habet rationem, quam spatium, quod sub ΘAH continetur, una cum duabus tertiis partibus quadrati, quod a HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub AΘH, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA. Et quoniam spatium NΠ ad sectorem NΠΞ eam habet rationem, quam habent hæc utraque: spatium, quod sub ΘA, ΘH continetur, et tertia pars quadrati, quod describitur ab HA, ad quadratum, quod describitur a ΘH; sector autem NΠΞ ad sectorem N eam habet, quam quadratum, quod a ΘH describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘA: habebit etiam spatium NΠ ad sectorem N eamdem rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub ΘA, ΘH continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA describitur, ad quadratum, quod describitur a ΘA. Spatium igitur NΠ ad spatium Π eam rationem habet, quam hæc utraque; spatium, quod sub HΘA continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub HA, ΘA, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA. Quoniam igitur spatium Ξ ad spatium NΠ eam habet rationem, quam hæc utraque; spatium, quod sub ΘAH continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub HΘA, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA: spatium autem NΠ ad spatium Π habet eam, quam hæc utraque; spatium, quod sub HΘA continetur, et tertia pars quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium, quod continetur sub HAΘ, et tertiam partem quadrati, quod describitur ab HA: habebit etiam spatium Ξ ad spatium Π eamdem rationem, quam habent hæc utraque; spatium, quod sub ΘA, HA continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab HA describitur, ad hæc utraque; spatium,



κος. Καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζεύχθωσαν εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ· καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήμασι δὲ τοῖς ΘΑ, ΘΓ, κύκλοι γεγράφθωσαν. Δεικτέον ὅτι τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἃ ΘΑ, καὶ δύο τριταμόρια τῆς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον [t]τάν τε ΘΑ, καὶ ἓν τεταμόριον τῆς ΗΑ.

Τὸ γὰρ χωρίον τὸ ΝΠ ποτὶ τὸν ΗΓΘ τομέα δέδεικται τὸν [u]ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τότε ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΑΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΗ τετραγώνου, ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ τετράγωνον. Αὐτὸ ἄρα τὸ Ξ ποτὶ τὸ ΝΠ τὸν αὐτὸν ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΘΑΗ μετὰ δύο τριταμοριῶν τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου, ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΑΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ [w]τὸ ΝΠΞ τομέα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τότε ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΘΗ, καὶ τὸ τελεῖον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ τετράγωνον, [w]ὁ δὲ ΝΠΞ τομεὺς ποτὶ τὸν Ν τομέα διπλάσιον ἔχει τὸν λόγον, ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ· ἔξει ἄρα καὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν Ν [x]τομέα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΘΑ, ΘΗ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ [y]ἀπὸ τῆς ΗΑ, ποτὶ τὸ ἀπὸ ΘΑ. [y]Τὸ ἄρα ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ Π λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ [z]ἀπὸ τῆς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [a]τῶν ΗΑ, ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΠ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ ΘΑΗ, καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου, ποτὶ τὰ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ· τὸ δὲ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ Π τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΗΑΘ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ τετραγώνου· ἔξει καὶ τὸ Ξ [b]χωρίον ποτὶ τὸ Π τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΗΑ, καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ τῶν ΘΑ, ΗΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΑ. Τὰ δὲ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [c]τῶν ΘΑ,

[t] τάντε ΗΘ, καὶ ἓν τριταμόριον τῆς ΜΑ [u] ἔχων [w] ὁ δὲ ΝΗΞ [x] In MS. τομία deest. [y] τὸ ἄρα ΝΠ πρὸς τὸ Π Α
[z] ἀπὸ τῆς ΜΑ συναμφότερον [a] τῶν ΗΑ, ΘΕ [b] In MS. χωρίον deest. [c] τῶν ΘΗ, ΗΑ

Digitized by Google

ΗΑ, καὶ δύο τριτημόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερα, τό τε ὑπὸ [d] τᾶν ΘΑ, ΗΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα, [e] ἅτε ΘΑ καὶ δύο τριτημόρια τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφοτέραν, [f] τὰν ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ. Δῆλον δὲ ὅτι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Ν χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα, [g] ἅτε ΘΑ, καὶ δύο τριτημόρια τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφότερον, [h] τὰν ΘΑ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ.

quod continetur ſub ΘΑ, ΗΑ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΗΑ. Utraque autem hæc; ſpatium, quod ſub ΘΑ, ΗΑ continetur, et duæ tertiæ partes quadrati, quod ab ΗΑ deſcribitur, ad hæc utraque; ſpatium; quod continetur ſub ΘΑ, ΗΑ, et tertiam partem quadrati, quod deſcribitur ab ΗΑ, eam habent rationem, quam habet utraque; recta ΘΑ et duæ tertiæ partes rectæ ΗΑ, ad rectam utramque; ΘΑ, et tertiam partem ipſius ΗΑ. Manifeſtum eſt igitur etiam ſpatium Ξ ad ſpatium Ν eam habere rationem, quam utraque; recta ΘΑ et duæ tertiæ partes rectæ ΗΑ, ad rectam utramque; ΘΑ, et tertiam partem ipſius ΗΑ.

[d] τᾶν ΘΗΑ [e] ἅτι ΘΗ [f] τὰν ΘΗ [g] ἅτι ΘΗ [h] τᾶν ΘΗ

IN MS. SCHOLIUM ITA SE HABET.

Ἵνα δὲ καὶ τῶν ἀριθμῶν, ἀκολούθως τῇ λέξει σαφηνιθῇ τὸ θεώρημα, ὑποκείσθω τὰ αὐτὰ καὶ οἱ (ἀριθμοὶ) ϛϛ ὑπογεγράφθωσαν ὡς ὑπόκηται σὺν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς εἶναι, καὶ πρωθέντι εὑρεῖν τὰ ἀπὸ τῶν τῶ ἴσω ἀλλήλων ὑπερέχοντα μετὰ τῶν ἀπὸ ΙΚΛΜΝΞΟ καὶ τοῦ ἀπὸ τᾶς α ΑΧΛΒ. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν τῶ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν ΩΙΣ. δῆλον δὲ τὸ λεγόμενον. Λοιπὸν ἐπιδεῖξαι βάλεται ὅτι τὰ δὶς ὑπὸ πάντα μετὰ τῶν ἀπὸ ΙΚΛΜΝΞΟ τοῦ ἀπὸ τᾶς Β, καὶ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς πασῶν τῶν τῶ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν· καὶ ἔστιν μὲν αὐτὸ θ' ὑποκειμένων τῶν ἀριθμῶν πρόχειρον. ὁ δέ γε Ἀρχιμήδης, γραμμικῶς αὐτὸ βουλόμενος δεῖξαι, μετάγει τὸν λόγον καὶ φησὶν. ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ τῶν ΒΙ περιεχόμενα ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς διπλασίας τᾶς Β καὶ τᾶς Θ καὶ τὰ ἑξῆς. φανερὰ δὲ ταῦτα ἀναγράψαντίσοι τὰ χωρία. δῆλον δὲ ὅτι καὶ οἱ (ἀριθμοὶ) ϛϛ ἀπαντήσωσιν, ὡς γὰρ ἔπι τοῦ δὶς ὑπὸ ΒΙ ὄζοι. ἡ μὲν ΒΙΔ. ἡ δὲ ΙΒ. ὥς τε καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν γίνηται νϛ'. καὶ ἔστι ἡ ΒΙΔ. ἡ ἄρα διπλῆ ΚΗ ἐπὶ τὸν Β, διὰ τὸ ἴσων εἶναι τῇ Ι. τῆς Θ γάρ. ὁμοίως δὴ ἡ τετραπλῆ τᾶς ΓΝ ϛ ΓΧΜΝ. ἡ δὲ ἑξαπλῆ τᾶς ΔΓΧΞ. ἡ δὲ ὀκταπλῆ τᾶς ΕΓΧΞΔ καὶ ἐφεξῆς ὑπόκειται, ὥς ἡ τε ἐκ πασῶν τᾶς τε διπλᾶς καὶ τετραπλᾶς καὶ ἑξαπλᾶς καὶ τῶν λοιπῶν Θ. τῷ δὲ γράμματι ΓΧΤΛΣ. εἶτα πάλιν. τὰ δὲ ΣΜΝ πάντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ, καὶ τας ἴσας. πάσαις ταῖς ΑΒΓΔΕΖΗΘ ἐσσεῖται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπότε τᾶς Θ, καὶ τᾶς ἴσας πάσαις, τᾶτε Α καὶ τὰ τριπλασία τᾶς Β καὶ ἑξῆς· ἐπεὶ γὰρ λέγων τὸ δὶς ὑπὸ τᾶς Β καὶ τετραπλῆς τᾶς Γ, καὶ ἑξῆς ἐπάγει ἐν αὐτοῖς τῷ τε ὑπὸ τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσης πάσαις τῶν τῷ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν, ὐδὲν ἕτερον, ἢ ὅτι τῇ διπλῇ τᾶς Β, ἐπάγει καὶ ἑτέραν, ὡς γίνεσθαι τριπλῆν, καὶ τῇ τετραπλῇ τᾶς Γ, ἐπάγει καὶ πέμπτην, καὶ ἑξῆς ὁμοίως, γχ ὧν ὡς εἴρηται ἡ διπλῆ τᾶς Β. καὶ τετραπλῆ τᾶς Γ καὶ ἑξῆς τῶν λοιπῶν ΤΛΣ. καὶ ἔστι ἡ ΘΒ τὸ ὑπόδηλον ὅτι ΧΟΒ. ἡ δὲ ἴση πάσαις ταῖς τῷ ἴσω ἀλλήλαις ὑπερεχουσῶν ΓΧΟΒΑ ἐπὶ τὸν ΒΓΧΡΜΔ, μετὰ τῶν ΧΟΒΓΧΩΙΣ. ἡ δὲ τριπλῆ τᾶ ΒΓΧΜΒ. καὶ ἑξῆς ὡς ὑπόκειται. ἔστι ὧν ἃ συγκειμένη ἐκ τᾶς Α καὶ τᾶς τριπλᾶς τᾶς Β, καὶ πενταπλᾶς. καὶ τῶν ἑξῆς ΓΗ τὸν δύο ΓΧΩΙϛ ἅπερ ὄζοι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒΓΔΕΖΗΘ.

α	β	ι	γ	κ	δ	λ	ε	μ	ζ	ν	η	ξ	θ	ο
Μ ιϛ′	Μ ιδ′	Μ ϛ′	Μ ιβ′.	Μ δ	Μ ί.	Μ ϛ′	Μ η′	Μ ϛ	Μ ϛ′.	Μ ι′	Μ δ′	Μ ιβ′	Μ Μ ιδ′	
Μ ο	π ο	π ο	π ο	π ὸ	π ο	π ο	π ο	π ο	π ο	π ο	π ο	π ο	π ο	
α Μ στϛ′	α Μ ρμϛ′.	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ	α Μ
		Δ′.	ϱ Μ δ′	ιϛ′	ϱ⁷ι	λϛ′	ξδ′	ξδ′	λϛ′	ϱ⁷ι	ιϛ′	ϱμδ′	Δ ϱϛ′	
	π ὸ		π ο		π ο		π ο		π ο		π ο		π ο	
	Δὶς ν Μ		δὶς ν Μ		Δὶς ν Μ		Δὶς ν Μ		Δὶς ν Μ		Δὶς ν Μ		Δὶς ν Μ	
	ν ϛ′		ϱ ϛ′		ϱ ιϰ′		ϱ χ η′		ϱ ϰ′		ϱ ϛ′		γ ϛ′	

ἡ διπλῆ τᾶς β′ ἡ τετραπλῆ τᾶ γ′ ἡ ἑξαπλῆ τᾶ δ′ ἡ ὀκταπλῆ τᾶ ε′ ἡ δεκαπλῆ τᾶ ζ′ ἡ δωδεκαπλῆ τᾶ η′, ἡ ἰσσαρεσκαιδεκαπλῆ τᾶ θ′

Μ κη′	Μ Μ η′	Μ ξ	Μ ξδ′	Μ ξ	Μ Μ η′	Μ κη′		

θ ἐκ πασῶν συνάγεται Τ Λ Σ ἔπι τὰ δύο μετὰ τᾶ ὑπὸ ΘΚ τᾶς ἴσης πάσαις τᾶ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν

ἰσλέγει ϱ μ δ′ ϛ′ (forte γίνεται) Μ ωις′

ἡ γ′ τᾶς β′, Μ, ἡ ε′ τᾶς γ′ Μ ἡ ζ′ τᾶς δ′ Μ ἡ θ τᾶς ε′ Μ ἡ ια′ τᾶς ζ′ ἡ ἰρίτη τᾶς ι′ ἡ ιε τᾶς θ

μβ′	ξ′	ο′	οβ′	Μ ξϛ′	Μ οβ′	Μ λ′

θ ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη ἰριπλῶν τε καὶ πενταπλῶν καὶ τῶν λοιπῶν Μ ϋ Ν ἐπὶ τὰ δύο ϛ (forte γίνεται) ωιϛ′.

Digitized by Google

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDIS
DE CONOIDIBUS ET SPHÆROIDIBUS.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

Ἀποστέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον ποτὲ ἐξευρημένων· ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκέπτεσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι, τὰς εὑρεσίας αὐτῶν [a] ἠπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεξέδοθην τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. Ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον πως αὐτοῖς γενόμενος, ἐξεῦρον τὰ ἀποφηθέντα. Ἦν δὴ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν πρότερον θεωρημάτων περὶ τὴν ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐντὶ πρὸς ἐξευρημένα περίτε ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, καὶ περὶ σφαροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν παραμήκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω. Περὶ μὲν οὖν τᾶς ὀρθογωνίου κωνοειδέος, [b] ὑπέκειτο τά δε.

Αἶκα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, μενούσας τᾶς διαμέτρου, περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τᾶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι· καὶ ἄξονα μὲν αὐτᾶ [c] τὰν μεμενηκυῖαν διάμετρον καλεῖσθαι· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς τᾶ κωνοειδέος ἐπιφανείας. Καὶ αἶκα τᾶ ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν [d] ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τᾶ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τᾶ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τᾶ κωνοειδέος

ARCHIMEDES DOSITHEO SALUTEM.

Mitto tibi conscriptas in hoc libro reliquorum theorematum demonstrationes, quas inter priores jam missas non habuisti; aliorumque item, quæ postea inventa sunt: quæ quidem cum antea sæpe aggressus essem perscrutari, multumque difficultatis habere viderentur, diu animo perpendi: atque hoc in causa fuit, cur hæc ipsa, quæ proposita erant, una cum aliis edita non sint. Cum enim subinde animum diligentius intendissem, ea de quibus dubitaveram, tandem inveni. Quæ autem reliqua erant ex prioribus theorematibus, ea ad rectangulam conoiden pertinebant: quæ vero nunc inventa sunt, ea pertinent ad conoiden obtusiangulam, figurasque sphæroideas; quarum aliquas quidem longas, aliquas vero latas voco. Itaque de rectangula conoide hæc posita erant.

Si rectanguli coni sectio, manente diametro, circumacta eodem restituatur, unde moveri cœpit; quæ a rectanguli coni sectione figura comprehenditur, hanc rectangulam conoiden vocari: et axem quidem ipsius manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis conoidis superficiem contingit. Et si rectangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis segmentum aliquod secet; segmenti, quod sectum est, basim quidem vocari planum, quod a conoidis sectione in eo, quod secat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum alterum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abscinditur in segmento ab ea, quæ a vertice segmenti ducta fuerit conoidis axi parallela. Hæc autem contemplanda

[a] ἀπόχησα [b] Sic MS. [c] ταὶν MA μὶν ἄκυσαν [d] ἀποτιρῇ τὶ τμῆμα

Digitized by Google

proponebantur. Cur ſi rectangulæ conoidis ſegmenta plano ſecentur ad axem recto, ſegmentum, quod ſectum eſt, ſeſquialterum ſit coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. Et cur ſi duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur utcunque actis; ſegmenta, quæ ſecta ſunt, duplam ſuarum axium inter ſe invicem rationem habeant. At de obtuſiangula conoide hæc ponebamus. Si in eodem plano ſint obtuſianguli coni ſectio, ejuſque diameter, lineæque, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt; planum autem, in quo ſunt lineæ, quas diximus, manente diametro, circumactum eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; manifeſtum eſſe fore ut lineæ, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt, conum iſoſcelem comprehendant; cujus vertex erit punctum, in quo lineæ proximæ concurrunt; axis vero manens diameter. Ac figuram quidem, quæ ab obtuſianguli coni ſectione comprehenditur, obtuſiangulam conoiden vocari; axem vero ipſius manentem diametrum; verticem denique punctum, in quo axis conoidis ſuperficiem contingit. Ad hæc conum, qui a lineis, quæ obtuſianguli coni ſectioni proximæ ſunt, comprehenditur, continentem conoiden vocari: quæ autem recta inter verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis interjicitur, hanc vocari appoſitam ad axem. Et ſi obtuſiangulam conoiden planum contingat, planumque aliud, quod plano contingenti parallelum agitur, conoidis ſegmentum ſecet; ſegmenti, quod ſectum eſt, baſim quidem vocari planum, quod a conoidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; verticem vero punctum, in quo planum conoiden contingit; axem denique rectam, quæ abſcinditur in ſegmento ab ea, quæ ducta fuerit per verticem conoidis, et verticem coni conoiden continentis: quæ autem inter vertices, quos diximus, recta interjicitur, hanc vocari appoſitam ad axem. Omnes conoides rectangulæ ſimiles utique ſunt: obtuſiangularum vero conoidum eæ vocentur ſimiles, quarum et coni continentes ſimiles ſunt. Hæc autem contemplanda proponuntur. Cur ſi obtuſiangulæ conoidis ſegmenta plano ſecentur ad axem recto; ſegmentum, quod ſectum eſt, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ. Et cur ſi obtuſiangulæ

δέος· ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος. Προεβάλλοντο δὲ τάδε θεωρῆσαι. Διάτι αἶκα τᾶ ὀρθογωνίᾳ κωνοειδέος τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐστεῖται τᾶ κώνᾳ, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Καὶ διατὶ αἶκα ἀπὸ ὀρθογωνίᾳ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσδᾶν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἐξέοντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων. Περὶ δὲ τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κωνοειδέος ὑπεστιαθέμεθα μὲν τάδε. Αἶκα ἐν ὀπιπέδῳ ἐῶντι ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ, καὶ [a] ἁ διάμετρος αὐτᾶς, καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ [f] κώνᾳ τομᾶς· μενόσας δὲ τᾶς διαμέτρω, περιενεχθὲν τὸ ὀπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ εἰρημέναι γραμμαὶ, ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς, δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελῆ περιλαψέντι, [g] κορυφὰ ἐστεῖται τὸ σαμεῖον καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι· ἄξων δ' [h] ἁ μεμενακυῖα διάμετρος. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν, ἀμβλυγώνιον κωνοειδῆς καλεῖσθαι· ἄξονα δὲ αὐτᾶ [i] τὰν μεμενακυῖαν διάμετρον· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ὀπιφανείας τᾶ κωνοειδέος. Τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἔγγιστα τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς, περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι· τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τᾶ κωνοειδέος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τᾶ κώνᾳ δ' περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, πρεῖσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι. Καὶ αἶκα τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κωνοειδέος ἐπίπεδον ὀπτᾷ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ ὠφελαφθὲν ὑπὸ τᾶς τᾶ κωνοειδέος τομᾶς, ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ὀπτᾶον τοῦ κωνοειδέος· ἄξονα [k] δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τᾶ τμάματος, καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνᾳ τᾶ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς· καὶ τὰν, μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν, εὐθεῖαν ποτεῖσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι. Τὰ μὲν ἓν ὀρθογωνίαι κωνοειδέα πάντα, ὅμοια ἐντί· τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὅμοια καλείσθω, ὧν καὶ οἱ κῶνοι οἱ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὅμοιοι ἔωντι. Προβάλλεται δὲ τάδε θεωρῆσαι. Διατὶ αἶκα τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κωνοειδέος [l] ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, [m] ὃν ἁ συναμφοτέρα, ἴσα τῷ ἄξονι τᾶ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ [n] τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ [o] τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. Καὶ διατὶ, αἶκα τᾶ

[a] ἁ ex MS. [f] κώνᾳ ex MS. [g] Sic MS. [h] ἁ - - - μὲν ἄκρυσα [i] τα - - - μὲν ἄκρυσαι [k] δὲ ex MS.
[l] Sic MS. [m] In MS. ὅτ deeſt. [n] τάς ποτὶ ὔσας [o] τάς ποτὶ ὔσας

ἀμβλυγωνίᾳ κωνοειδέος τμᾶμα ἁπτομαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἁπτομαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃ γίγνεται ἀπτμᾶμα κώνᾳ, τᾶν ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἃ συναμφότερα, ἴσα τῷ ἄξονι τᾶ τμάματος, καὶ τὰ τριπλασία τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι καὶ τμάματος, καὶ τὰ διπλασία [p] τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. Περὶ ᾗ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑπετιθέμεθα τάδε. Αἴκα ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ, μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρω, περιενεχθεῖσα ἀποκατασαθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιγραφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τᾶ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς παράμακες σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Εἰ δ', τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρω μενούσας, περιενεχθεῖσα ἃ καὶ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ ἀποκατασαθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ [q] περιγραφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τᾶ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς ἐπιπλατιὰν σφαιροειδὲς καλεῖσθαι. Ἑκατέρω δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι [r] τὰν μεμενακυῖαν διάμετρον· [s] κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τᾶ σφαιροειδέος· κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος· καὶ διάμετρον τὰν διὰ τᾶ κέντρω ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι. Καὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερᾶν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι μὴ τέμνοντα· παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περιληφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἅπτοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα· ἄξονας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνύσας. Ὅτι δὲ τάτε ἅπτοντα ἐπίπεδα τᾶ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἅπτονται σαμεῖον τᾶς ἁπτοφανείας αὐτᾶ· καὶ ὅτι ἃ τὰς ἁφὰς ἁπτιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τᾶ κέντρω τᾶ σφαιροειδέος παρεῖται, [t] δειχθέμες. Ὅμοια δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι. Τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὅμοια καλεῖσθαι, αἴκα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἦντι, καὶ τᾶς τε βάσεις ὁμοίας ἔχοντι καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἦτοι ὀρθοὶ ἔοντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βάσεων, ἢ γωνίας ἴσας ποιεῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγως διαμέτρως τῶν βάσεων, [u] τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον [u] ποτ' ἀλλάλοις ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βάσεων. Προβάλλεται δὲ καὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεωρῆσαι. Διάτι αἴκα τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τᾶ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γενομένων τμαμάτων, ἑκάτερον διπλάσιον ἐόντος τᾶ κώνω τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Αἴκα δὲ ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τᾶ κέντρω δὲ, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν

conoidis ſegmentum plano ſecetur ad axem non recto; ſegmentum, quod ſectum eſt, ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eamdemque axem; quæ quidem figura ſit ſegmentum coni; eam habeat rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ. Hæc demum de ſphæroideis figuris ponebamus. Si acutianguli coni ſectio, manente majore diametro, circumacta eodem reſtituatur, unde moveri, cœpit; quæ ab acutianguli coni ſectione figura deſcribitur, hanc longam ſphæroiden vocari. Quod ſi, minore diametro manente, circumacta acutianguli coni ſectio eodem reſtituatur, unde moveri cœpit; quæ figura deſcribitur ab acutianguli coni ſectione, hanc vocari ſphæroiden latam. Ac utriuſque ſphæroidis axem quidem vocari manentem diametrum; verticem vero punctum, in quo axis ſphæroidis ſuperficiem contingit; centrum denique punctum axis medium; et diametrum rectam, quæ per centrum ipſi axi ad rectos angulos ducitur. Et ſi ſphæroidum utramvis parallela plana contingant, quæ ipſas non ſecent; planumque aliud, quod planis contingentibus parallelum agitur, ſphæroiden ſecet; ſegmentorum, quæ oriuntur, baſim quidem vocari planum, quod a ſphæroidis ſectione in eo, quod ſecat, plano comprehenditur; vertices vero puncta, in quibus parallela plana ſphæroiden contingunt; axes denique rectas, quæ abſcinduntur in ſegmentis a recta, quæ eorum vertices jungit. At vero plana ſphæroiden contingentia ejus ſuperficiem in uno tantum puncto contingere; rectamque contactus jungentem per ſphæroidis centrum tranſire, infra demonſtrabitur. Sphæroidum autem eas ſimiles vocari, quarum axes eamdem ad ſuas diametros rationem habent. At ſegmenta ſphæroidum, conoidumque ea vocari ſimilia, quæ ablata a ſimilibus figuris baſes ſimiles habent; quarumque axes, ſive rectæ ſint ad plana baſium, ſive æquales cum reſpondentibus baſium diametris angulos efficiant, eamdem ad reſpondentes baſium diametros habent rationem. Hæc autem de ſphæroidibus contemplanda proponuntur. Cur ſi aliqua ſphæroidum ſecetur plano per centrum acto, et ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum utrumque duplum ſit coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. At ſi plano ſecetur recto quidem ad axem, non autem per centrum acto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum, ma-

[p] τὰς ποτὶ ἔσας [q] περὶ λαφθὲν [r] τὰν μεμὶν ἄκυσαν [s] Sic MS. [t] δείξομες [u] ποτ' ἀλλάλως

Digitized by Google

jus quidem ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi ſphœroidis, tum axi minoris ſegmenti habet ad axem minoris ſegmenti: minus vero ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, habet ad axem majoris ſegmenti. Et cur ſi ſphæroidum aliqua ſecetur plano per centrum acto, et non ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum utrumque duplum ſit figuræ, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem. Eſt autem hæc figura ſegmentum coni. At ſi plano ſecetur neque per centrum acto, neque ad axem recto; eorum, quæ oriuntur, ſegmentorum, majus quidem ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam rationem habeat, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum vertices jungit, tum axi minoris ſegmenti, habet ad axem minoris ſegmenti: minus vero ſegmentum ad figuram, quæ eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem, eam habeat rationem, quam recta æqualis utrique, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum vertices jungit, tum axi majoris ſegmenti, habet ad axem majoris ſegmenti. Hæc autem figura in his quoque coni ſegmentum eſt. Jam demonſtratis iis, quæ diximus, theorematibus, plurima cum theoremata, tum problemata per ea ipſa inveniuntur; cujuſmodi eſt hoc. Similes ſphæroides, et ſimilia ſphæroidum, conoidumque ſegmenta triplam ſuarum axium inter ſe invicem rationem habent. Itemque hoc; ſphæroidum æqualium quadrata, quæ a diametris deſcribuntur, earumque axes reciprocantur. Et quorum ſphæroidum quadrata, quæ a diametris deſcribuntur, axeſque reciprocantur, hæ ſunt æquales. Problema autem eſt hujuſmodi. A dato ſegmento, ſive ſphæroidis, ſive conoidis, ſegmentum plano ſecare, quod plano alteri dato parallelum agatur; ita ut ſegmentum, quod ſectum eſt, dato ſive cono, ſive cylindro, ſive ſphæræ æquale ſit. Igitur poſtquam præmiſero theoremata, et problemata, quæ ad hæc demonſtranda ſunt neceſſaria, mox tibi, quæ propoſita ſunt, conſcribam. Vale.

Si conus plano ſecetur cum omnibus ejus lateribus concurrente; ſectio vel erit circulus, vel coni acutianguli ſectio. Itaque ſi ſectio circulus fuerit, conſtat ſegmentum, quod a cono ad eaſdem verticis partes abſcinditur, conum fore.

κῶνον [w] τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὅτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἀ συναμφοτέραις ἴσα, τά τε ἡμισέα τᾶς ὀρθείας, ἃ ἐστιν ἄξων τᾶ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τᾶ ἐλάσσονος τμάματος πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμᾶματος· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα πρὸς τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τᾶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἀ συναμφοτέραις ἴσα, τά τε ἡμισέα τᾶς ὀρθείας, ἃ ἐστιν ἄξων τᾶ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τᾶ μείζονος τμάματος πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος. Καὶ διατὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τᾶ κέντρα μὴ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, τῶν γενομένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐστεῖται τᾶ σχήματος, τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Γίγνεται δὲ τὸ σχῆμα [x] ἀπότμαμα κώνω. Αἴκα δὲ μήτε διὰ τοῦ κέντρου, μήτε ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τᾶτον ἔξει λόγον, ὃν ἀ συναμφοτέραις ἴσα τά τε ἡμισέα αὐτᾶς τᾶς ἐπιζευγνύουσας τὰς κορυφὰς τῶ τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τᾶ ἐλάσσονος τμάματος, πρὸς τὸν ἄξονα τὸν τᾶ ἐλάσσονος τμάματος· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα πρὸς τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τᾶτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ συναμφοτέραις ἴσα, τά τε ἡμισέα τᾶς ἐπιζευγνύσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τᾶ μείζονος τμάματος πρὸς τὸν ἄξονα τὸν τᾶ μείζονος τμάματος. Γίνεται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα [y] ἀποτμαμα κώνω. Ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων, διὰ τούτων δείσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε. Ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα, καὶ τὰ ὅμοια τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι πρὸς ἄλληλα τῶν ἀξόνων. Καὶ δὴ ὅτι, τῶν ἰσοσφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ [z] ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν. Καὶ αἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα. Πρόβλημα δὲ οἷον καὶ τόδε· Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος τμάματος, ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμάν, ὥστε εἶμεν τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ. Προγράψαντες ἐν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν, μετὰ ταῦτα γραψόμέν σοι [a] τὰ προβλήματα. Εὐτύχει.

Αἶκα κώνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπλοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἀ τομὰ ἐστεῖται ἤτοι κύκλος, ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μὲν ἔν κύκλος ἀ τομὰ, δῆλον ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτᾶ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ, κώνος ἐστεῖται. [b] Αἶκα δὲ ἀ

[w] τὸν τὰν αὐτὰν [x] ἀπὸ τμάματος κώνου· εἰ δὲ [y] ἀπὸ τμάματος κώνου [z] ἀπὸ ex MS. [a] τὰ περιέχεια
[b] εἰ δὲ κ ἀ τομὰ

Digitized by Google

τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ὑπὸ τοῦ κώνου σχῆμα [c] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ τοῦ κώνου κορυφῆ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω. Τοῦ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς· κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφά· ἄξων δὲ ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς [d] ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. Καὶ εἴκα κύλινδρος [e] δυσὶν ἐπιπέδοισιν παραλλήλοις τμαθῇ συμπιπλόντεσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἔσονται ἤτοι κύκλοι, ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὅμοιαι ἀλλάλαις. Εἰ μὲν οὖν καὶ αἱ τομαὶ κύκλοι γένωνται, δῆλον ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων κύλινδρος ἔσεται. Εἰ δὲ καὶ αἱ τομαὶ γένωνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος κυλίνδρου καλείσθω. Τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομῶν· ἄξων δὲ ἡ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τῶν τοῦ ὀξυγωνίων κώνων τομῶν. Ἔσεται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

Sin autem fuerit coni acutianguli ſectio, quæ figura ad eaſdem verticis partes a cono abſcinditur, ſegmentum coni vocetur. Cujus ſegmenti baſis quidem vocetur planum, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur; vertex vero punctum, quod et coni vertex eſt; axis denique recta linea, quæ a vertice coni ad centrum ſectionis coni acutianguli ducitur. Et ſi cylindrus duobus parallelis planis ſecetur cum omnibus cylindri lateribus concurrentibus; ſectiones vel erunt circuli, vel acutiangulorum conorum ſectiones æquales, ſibique invicem ſimiles. Itaque ſi ſectiones circuli fuerint, conſtat figuram, quæ interjecta inter parallela plana a cylindro abſcinditur, cylindrum fore. Sin autem fuerint conorum acutiangulorum ſectiones, quæ figura interjecta inter parallela plana a cylindro abſcinditur, ſegmentum cylindri vocetur. Cujus ſegmenti baſis quidem vocetur utrumvis planorum, quæ ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur; axis vero recta linea, quæ ſectionum conorum acutiangulorum centra conjungit. Hæc autem erit in eadem recta, in qua eſt axis cylindri.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α'.

Αἴκα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ἡ δὲ ἀ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι, πάντα τὰ [f] μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐστῆνται ἢ διπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ μείζονος, μείζονα ἢ διπλάσια.

Ἃ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

PROP. I. Theor.

Si fuerint magnitudines quotcunque æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum exceſſus ſit æqualis minimæ; et aliæ item magnitudines multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ; omnes magnitudines, quarum unaquæque maximæ eſt æqualis, omnium quidem magnitudinum æqualiter ſeſe invicem excedentium minores erunt quam duplæ; reliquarum vero, dempta maxima, majores quam duplæ.

Hujus autem demonſtratio manifeſta eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β'.

Αἴκα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα· λέγηται δὲ τά τε πρῶτα μεγέθεα πρὸς τ' ἄλλα μεγέθεα, ἢ πάντα, ἤ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις [g] ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον πρὸς ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα, πρὸς πάντα ἃ λέγονται, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα πρὸς πάντα ἃ λέγονται.

Ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ, κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Καὶ ἐχέτω τὸ μὲν Α πρὸς τὸ Β τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Η πρὸς τὸ Θ· τὸ δὲ Β πρὸς τὸ Γ, ὃν τὸ Θ πρὸς τὸ Ι· καὶ τὰ

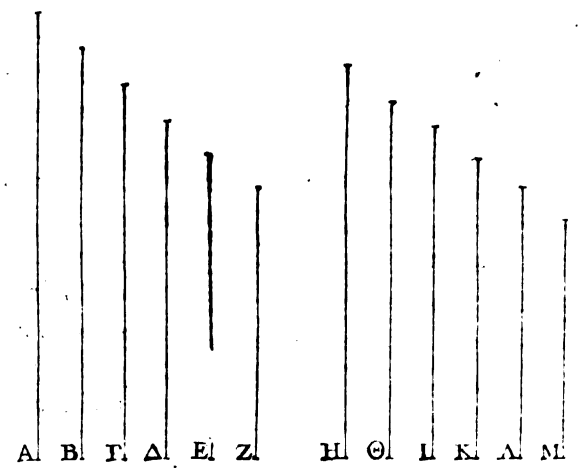
PROP. II. Theor.

Si magnitudines quotcunque ad alias magnitudines multitudine æquales ſimiliter ordinatæ binæ ad binas eamdem rationem habuerint: comparentur autem priores magnitudines, ſive omnes, ſive earum aliquæ, cum quibuſdam aliis quibuſcunque rationibus; comparenturque etiam poſteriores magnitudines cum aliis quibuſdam reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus: omnes priores magnitudines ad eas omnes, cum quibus comparantur, eamdem habebunt rationem, quam habent omnes poſteriores magnitudines ad eas omnes, cum quibus itidem comparantur.

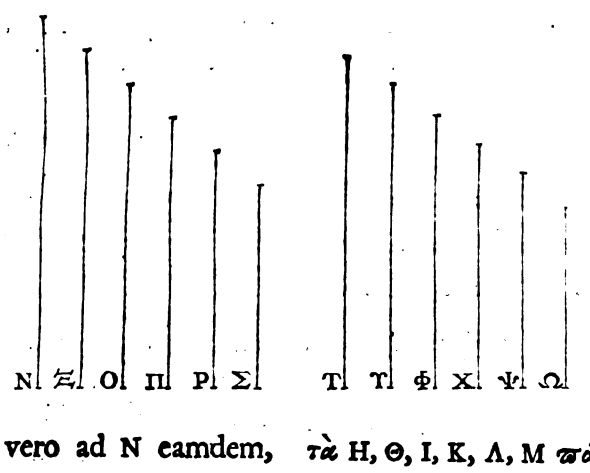
Sint quædam magnitudines A, B, Γ, Δ, E, Z, quæ ad alias magnitudines H, Θ, I, K, Λ, M multitudine æquales binæ ad binas eamdem rationem habeant. Atque habeat A quidem ad B eamdem rationem, quam H ad Θ: B vero ad Γ eamdem, quam Θ ad I: et deinceps aliæ eodem

[c] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ τῆς κώνου κορυφῆς κῶνος ἐσσεῖται. Εἰ δὲ Κ ἀ τομὰ γίνηται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου κορυφῆ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω [d] ἐπιζευχθείσας [e] δυοῖς [f] μεγίθεα [g] Sic MS.

modo. Comparentur autem magnitudines quidem A, B, Γ, Δ, E, Z cum quibuſdam aliis N, Ξ, O, Π, P, Σ quibuſcunque rationibus: magnitudines vero H, Θ, I, K, Λ, M cum aliis quibuſdam T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus: ita ut quam rationem habet A ad N, hanc habeat H ad T: et quam habet B ad Ξ, hanc habeat Θ ad Υ: et deinceps aliæ eodem modo. Oportet demonſtrare magnitudines omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes magnitudines H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.



Quoniam enim N quidem ad A eamdem rationem habet, quam T ad H; A vero ad B eamdem, quam H ad Θ; B denique ad Ξ eamdem, quam Θ ad Υ; eamdem habebit rationem N ad Ξ, quam T ad Υ: pariterque etiam Ξ ad O eamdem, quæ Υ ad Φ: et deinceps aliæ eodem modo. Habent autem omnes quidem A, B, Γ, Δ, E, Z ad A eamdem rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad H; A vero ad N eamdem, quam H ad T; N denique ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ rationem habet eamdem, quam T ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Conſtat igitur omnes A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P, Σ eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Illud præterea manifeſtum eſt, et ſi magnitudinum A, B, Γ, Δ, E, Z ipſæ quidem A, B, Γ, Δ, E comparentur cum N, Ξ, O, Π, P; ipſa vero Z cum nulla comparetur: et adhuc ſi magnitudinum H, Θ, I, K, Λ, M ipſæ quidem H, Θ, I, K, Λ comparentur cum T, Υ, Φ, X, Ψ ſibi reſpondentibus; ipſa vero M cum nulla comparetur: omnes pariter A, B, Γ, Δ, E, Z ad omnes N, Ξ, O, Π, P eamdem habere rationem, quam omnes H, Θ, I, K, Λ, M ad omnes T, Υ, Φ, X, Ψ.



PROP. III. THEOR.

Si fuerint lineæ quotcunque ſibi invicem æquales; et unicuique earum applicetur ſpatium aliquod excedens ſpecie quadrata; latera vero exceſſum æqualiter ſeſe invicem excedant, ſitque exceſſus æqualis minimo; præterea alia fuerint ſpatia multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maxi-

[h] μηδέποθεν [i] μηδέποθεν [k] In MS. deeſt. [l] ἴσαι

ἄλλα ὁμοίως τούτοις. Λεγέσθω δὲ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z μεγέθεα, ποσὶ τὰ ἄλλα μεγέθεα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ, ἐν λόγοις ὁποιοισδῆν· τὰ δὴ H, Θ, I, K, Λ, M ποσὶ τ' ἄλλα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· ὃν μὲν ἔχει λόγον τὸ A ποσὶ τὸ N, τὸ H ἐχέτω ποτὶ τὸ T· ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ B ποτὶ τὸ Ξ, τὸ Θ ἐχέτω ποτὶ τὸ Υ· καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις. Δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω.

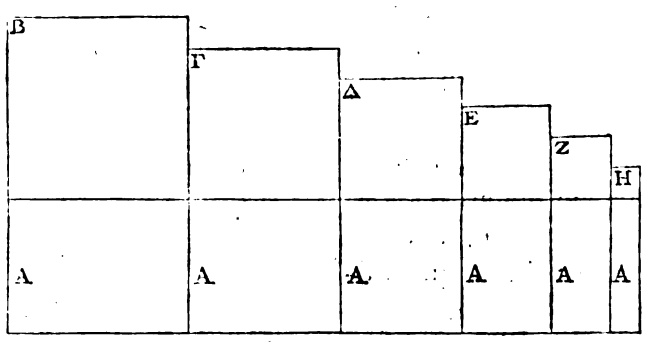
Ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν N ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ T ποτὶ τὸ H, τὸ δὲ A ποτὶ τὸ B ὃν τὸ H ποτὶ τὸ Θ, τὸ δὲ B ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Υ, τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον τὸ N ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ T ποτὶ τὸ Υ· διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ O, ὃν τὸ Υ ποτὶ τὸ Φ· καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως. Ἐχόντι δὴ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E, Z πάντα ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ H, Θ, I, K, Λ, M πάντα ποτὶ τὸ H· τὸ δὲ A ποτὶ τὸ N, ὃν τὸ H ποτὶ τὸ T· τὸ δὲ N ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν λόγον· ὃν τὸ T ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Δῆλον ἄρ', ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω. Φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αἶκα τῶν τε A, B, Γ, Δ, E, Z μεγέθεων, τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E λέγωντι ποτὶ τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸ δὲ Z [h] μηδεποθὲν λέγηται· καὶ τῶν H, Θ, I, K, Λ, M μεγέθεων, τὰ μὲν H, Θ, I, K, Λ λέγωντι ποτὶ πὲ T, Υ, Φ, X, Ψ, τὰ ὅμοια ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ M [i] μηδεποθὲν λέγηται· ὁμοίως πάντα τὰ A, B, Γ, Δ, E, Z, ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P, τὸν αὐτὸν ἐξόντι λόγον, ὃν πάντα τὰ H, Θ, I, K, Λ, M ποτὶ πάντα τὰ T, Υ, Φ, X, Ψ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ'.

Αἶκα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὁπόσαι ἂν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσαν αὐτᾶν παρεμπέσῃ τὶ χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ καὶ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [k] καὶ ἀ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίσᾳ· ἔωντι δὴ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ

μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι· ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἐξῇντι τῇ ὃν ἔχει ἡ ἴσα συναμφοτέραις, ταῖς τε τῇ μείζονι ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷτε τρίτῳ μέρει τᾶς τῇ μείζονι ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τᾷ ἡμισείᾳ μιᾶς τᾶν [l] ἰσᾶν ἐουσᾶν· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία, ἄνευ [m] μείζονι, μείζονα λόγον ἐξῇντι τῇ αὐτῇ λόγου.

Sint enim lineæ quotcunque æquales, in quibus A, et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata: latera vero exceſſuum ſint B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem excedentia; ſitque exceſſus æqualis minimo. Ac maximum quidem ſit B, minimum vero H. Præterea alia ſint ſpatia, in quibus unaquæque Θ I K Λ, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ipſi A B applicatur. Sit autem linea Θ I æqualis ipſi A; et linea K Λ æqualis ipſi B: ac linearum quidem Θ I unaquæque dupla ſit ipſius I; linearum vero K Λ unaquæque tripla ipſius K. Oportet demonſtrare, ſpatia omnia, in quibus Θ I K Λ, ad omnia quidem alia ſpatia A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H minorem rationem habere, quam lineam Θ I K Λ ad lineam I K: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habere majorem eadem illa ratione.



I	I	I	I	I	I
Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ
K	K	K	K	K	K
Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ

Ἔστω γὰρ ἴσαι εὐθεῖαι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει [n] ἐφ' ἃν τὰ A, καὶ παραπεπλωκέτω παρ' ἑκάσαν αὐτᾶν χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· ἔστων δὲ ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ B, Γ, Δ, E, Z, H τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ. Καὶ μείζονα μὲν ἔστω ἁ B, ἐλαχίστα δὲ ἁ [o] H. Ἡ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι· ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἐξῇντι τῇ ὃν ἔχει ἡ ἴσα συναμφοτέραις, ταῖς τε τῇ μείζονι ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷτε τρίτῳ μέρει τᾶς τῇ μείζονι ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τᾷ ἡμισείᾳ μιᾶς τᾶν [p] ἰσᾶν ἐουσᾶν· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία, ἄνευ τῇ μείζονι, μείζονα λόγον ἐξῇντι τῇ αὐτῇ λόγου.

Sunt enim quædam ſpatia, in quibus A, æqualiter ſeſe invicem excedentia; et exceſſus æqualis eſt minimo; quoniam tum ſpatia, quæ applicantur, tum eorum latitudines æqualiter ſeſe invicem excedunt; præterea alia ſunt ſpatia, in quibus Θ I, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo; omnia igitur ſpatia, in quibus Θ I, ſpatiorum quidem omnium, in quibus A, minora ſunt quam dupla; reliquorum vero, dempto maximo, majora quam dupla. Quo circa ſpatia, in quibus I, omnibus quidem ſpatiis, in quibus A, minora ſunt; reliquis vero, dempto maximo, majora. Rurſus quædam ſunt lineæ B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem excedentia, ita ut unaquæque ſit minimo quidem major quam dupla, reliquis vero, dempto maximo, minor quam dupla.

Ἔστι γὰρ τινὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ A, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ· ἐπείτε τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν, καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ I τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι· σύμπαντα ἔστω τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ I, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ A, ἐλάσσονα ἐντὶ, ἢ διπλασίονα, τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ μείζονος, μείζονα ἢ διπλασίονα. Αὐτὰ ἔστω τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ I, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς τὰ A ἐλάσσονα ἐντὶ, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ μείζονος μείζονα. Πάλιν ἐντὶ γραμμαί τινες αἱ B, Γ, Δ, E, Z, H τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι, [q] καὶ

Sunt enim lineæ quotcunque æquales, in quibus A, et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata: latera vero exceſſuum ſint B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem excedentia; ſitque exceſſus æqualis minimo. Ac maximum quidem ſit B, minimum vero H. Præterea alia ſint ſpatia, in quibus unaquæque Θ I K Λ, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ipſi A B applicatur. Sit autem linea Θ I æqualis ipſi A; et linea K Λ æqualis ipſi B: ac linearum quidem Θ I unaquæque dupla ſit ipſius I; linearum vero K Λ unaquæque tripla ipſius K. Oportet demonſtrare, ſpatia omnia, in quibus Θ I K Λ, ad omnia quidem alia ſpatia A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H minorem rationem habere, quam lineam Θ I K Λ ad lineam I K: ad reliqua vero ſpatia, dempto maximo, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Sunt enim quædam ſpatia, in quibus A, æqualiter ſeſe invicem excedentia; et exceſſus æqualis eſt minimo; quoniam tum ſpatia, quæ applicantur, tum eorum latitudines æqualiter ſeſe invicem excedunt; præterea alia ſunt ſpatia, in quibus Θ I, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo; omnia igitur ſpatia, in quibus Θ I, ſpatiorum quidem omnium, in quibus A, minora ſunt quam dupla; reliquorum vero, dempto maximo, majora quam dupla. Quo circa ſpatia, in quibus I, omnibus quidem ſpatiis, in quibus A, minora ſunt; reliquis vero, dempto maximo, majora. Rurſus quædam ſunt lineæ B, Γ, Δ, E, Z, H æqualiter ſeſe invicem excedentia, [q] καὶ

[l] Sic MS. [m] μείζονος [n] καὶ [o] καὶ τᾷ μὲν Θ I γραμμᾷ [p] In MS. deeſt ἴσων [q] καὶ ἃ ὑπερέχουσαι ἴσαι τὰ ἐλαχίστᾳ

tes; et exceſſus æqualis eſt minimæ: et aliæ item lineæ in quibus K Λ, multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab omnibus æqualibus maximæ deſcribuntur, omnium quidem quadratorum, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora ſunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla. Hoc enim demonſtratum eſt in iis, quæ de helicibus edita ſunt. Quocirca ſpatia, in quibus K, omnibus quidem ſpatiis, in quibus B, Γ, Δ, E, Z, H, minora ſunt; ſpatiis vero, in quibus Γ, Δ, E, Z, H, majora. Quare omnia etiam ſpatia, in quibus I K, ſpatiis quidem omnibus, in quibus A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, minora ſunt; ſpatiis vero, in quibus A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, majora. Conſtat igitur omnia ſpatia, in quibus Θ I, K Λ, ad ſpatia quidem, in quibus A B, A Γ, A Δ, A E, A Z, A H, minorem rationem habere, quam lineam Θ Λ ad lineam I K; ad reliqua vero, dempto eo, in quo A B, rationem habere majorem eadem illa ratione.

Si rectæ ab eodem puncto ductæ quamlibet coni ſectionem contigerint; rectæ vero aliæ in coni ſectione fuerint contingentibus parallelæ, et ſeſe invicem ſecantes; ſpatia, quæ ſub earum ſegmentis continentur, eamdem inter ſe invicem rationem habebunt, quam quadrata, quæ a contingentibus deſcribuntur. Quod autem ſpatium ſub alterius rectæ ſegmentis continetur, id reſpondebit quadrato, quod deſcribitur a contingente rectæ eidem parallela. Hoc autem in conicis elementis demonſtratum eſt.

PROP. IV. Theor.

Si ab eadem rectanguli coni ſectione duo quæcunque ſegmenta ſecentur, quæ diametros æquales habeant; æqualia erunt cum ipſa ſegmenta, tum triangula iiſdem inſcripta, quæ eamdem ac ſegmenta baſim habeant, eamdemque altitudinem. Diametrum autem voco cujuſcunque ſegmenti rectam lineam, quæ rectas omnes baſi ipſius parallelas in duas æquas partes ſecet.

Sit rectanguli coni ſectio A B Γ, a qua duo ſegmenta ſecentur A Δ E, Θ B Γ. Ac ſegmenti quidem A Δ E diameter ſit Δ Z; ſegmenti vero Θ B Γ, B H; et ſint Δ Z, B H ſibi invicem æquales. Oportet demonſtrare æqualia eſſe cum ſegmenta A Δ E, Θ B Γ, tum triangula iiſdem eo, quo diximus, modo inſcripta.

Et primo quidem, quæ alterum ſegmentum ſecat, Θ Γ ad rectos angulos ſit rectanguli coni ſectionis diametro. Sumatur autem ea, ſecundum quam poſſunt, quæ a ſectione ducuntur, dupla ejus, quæ ad axem uſque pertingit; nimirum in qua eſt punctum M; et a puncto A

[r] ἴκαστα ἴσαι [s] τῶν ἐλίχων [t] μείζονα [u] ἐπεί τε
[z] ἀ B Γ [a] παραδίνανται

ἀ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ· καὶ ἄλλαι γραμμαὶ ἐφ' ἃν τὰ Κ Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει [r] ἑκάστα ἴσαι τᾷ μεγίστᾳ. Τὰ ἄρα τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ἴσαν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἐλάσσονα ἐντὶ ἢ τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τᾶς ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια. Δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς περὶ [s] τᾶν ἑλικᾶν ἐκδεδομένοις. Τὰ ἄρα χωρία, ἐν οἷς τὸ Κ, πάντων μὲν [t] χωρίων, ἐν οἷς Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η ἐλάσσονά ἐστιν· αὐτῶν δὲ τῶν ἐν οἷς τὰ Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, μείζονα. Ὡς τε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι Κ, πάντων μὲν τῶν ἐν οἷς Α Β, Α Γ, Α Δ, Α Ε, Α Ζ, Α Η ἐλάσσονά ἐστι· τῶν δὲ ἐν οἷς Α Γ, Α Δ, Α Ε, Α Ζ, Α Η μείζονα. Δῆλον ἄρα ὅτι πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ Ι, Κ Λ, ποτὶ μὲν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Α Β, Α Γ, Α Δ, Α Ε, Α Ζ, Α Η, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τᾷ ὃν ἔχει ἀ Θ Λ ποτὶ τὰν Ι Κ· ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τᾶς ἐν ᾧ τὰ Α Β [u] μείζονα τᾷ αὐτᾷ λόγῳ.

Αἴκα κώνῳ τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθείαι ἐπιψαύοντι ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθείαι ἐν τᾷ τᾶς κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψαύσας ἀγμέναι, καὶ τέμνουσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψαυουσῶν. Ὁμόλογον δὲ [x] ἐστήτω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἐπιψαύσας γραμμᾶς τμαμάτων τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαύσας παραλλήλως αὐτᾷ. Ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ'.

Αἴκα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ὁποσαοῦν, ἴσας ἔχοντα τὰς διαμέτρους· αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐστῆναι, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα [w] εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. Διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

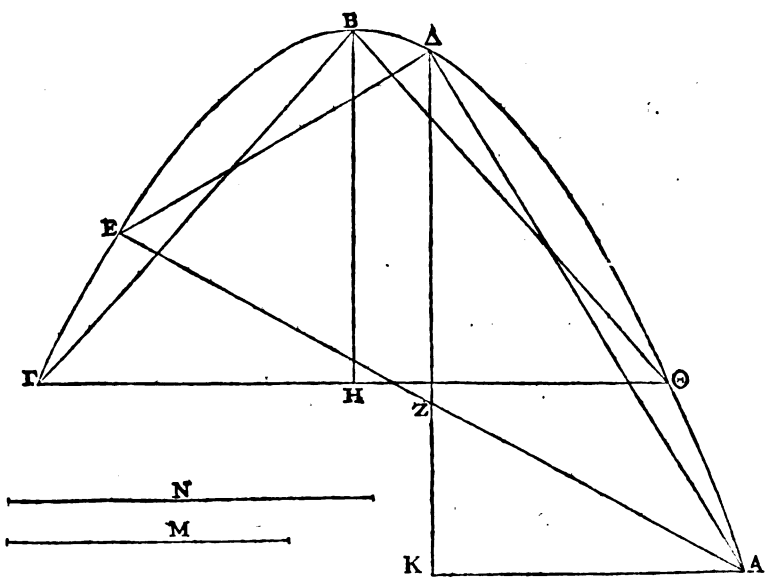
[x] Ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἀ Α Β Γ, καὶ ἀποτετμήσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα, τό τε Α Δ Ε, καὶ τὸ Θ Β Γ. [y] Ἔστω δὲ τοῦ μὲν Α Δ Ε τμάματος διάμετρος ἀ Δ Ζ, τοῦ δὲ Θ Β Γ, ἀ Β Η· [z] καὶ ἔστω ἴσα αἰ Δ Ζ, Β Η. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα ἴσα [y] ἐντὶ τὰ Α Δ Ε, Θ Β Γ, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

[x] Ἔστω δὴ πρῶτον ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμᾶμα [z] ἀ Θ Γ ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τᾶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. Λελάφθω γὰρ [a] παρ' ἃν δύνανται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς, ἀ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος καὶ ἔστω ἐφ' ᾇ τὸ Μ· ἀπὸ δὲ τοῦ Α καθέτος ἀχθῶ ἐπεὶ

[r] ἕκαστα ἴσαι [s] τᾶν ἐλίχαν [t] μείζονα [u] ἐπεί τε
[z] ἀ Β Γ [a] παραδύνανται [w] εἰς ἴσωσαν [x] καὶ ἴσωσαν ἐν τῷ τᾶ [y] ἐν τῷ τᾶ

Digitized by Google

τὰν ΔZ ἀ AK. Ἐπεὶ ἔν διάμετρος ἐντὶ ἀ ΔZ γ τμάματος, ἄτε AE δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Z, καὶ ἀ ΔZ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐσι τᾶς γ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς· ἄτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς παρὰ τὰν AE ἀγομένας. Ὅν δὴ λόγον ἔχει τὸ τέ|ράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς AZ πρὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς AK, τοῦτον ἐχέτω ἀ N πρὸς τὰν M. Αἱ δὴ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΔZ [b] ἀγόμεναι παρὰ τὰν AE δύνανται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τᾷ N παραπίπ|οντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὗται ἀπολαμβάνουτι ἀπὸ τᾶς ΔZ ποτὶ τὸ Δ πέρας. Δέδειχται γὰρ ἐν Τοῖς Κωνικοῖς. Δύναται ἔν καὶ ἀ AZ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς N, καὶ τᾶς ΔZ. Δύναται δὲ καὶ ἀ ΘH ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς M, καὶ ὑπὸ τᾶς BH· ἐπεὶ καθετός ἐσιν ἀ ΘH ἐπὶ τὰν διάμετρον. Ἔχει καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς AZ πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘH τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ N πρὸς τὰν M· ἐπεὶ ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔZ, BH. Ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς AZ τετράγωνον καὶ πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς AK τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἀ N πρὸς τὰν M. Ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘH, AK. Ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ BH, ΔZ. Ὡς τε ἴσον ἐσὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘH, BH περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τᾶν AK, ΔZ. Ἴσον ἄρα ἐσὶν καὶ τὸ ΘHB τρίγωνον τῷ ΔAZ τριγώνῳ· ὥς τε καὶ τὰ διπλάσια. Ἔσι δὴ τοῦ μὲν AΔE τρίγωνα ἐπίτριτον [c] τὸ AΔE τμᾶμα· τᾷ δὲ ΘBΓ τριγώνᾳ ἐπίτριτον τὸ ΘBΓ τμᾶμα. Δῆλον ἔν ὅτι τὰ τμάματά ἐσιν ἴσα, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτά. Εἰ δὴ μηδετέρα τᾶν τὰ τμάματα ἀποτεμνουσᾶν πρὸς ὀρθὰς [d] ἐντὶ τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τᾷ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς· ἀπολαφθείσας ἀπὸ τᾶς διαμέτρᾳ τᾶς τᾷ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς ἴσας τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τᾷ ἑνὸς τμάματος, καὶ ἀπὸ τᾷ πέρατος τᾶς ἀπολαφθείσας πρὸς ὀρθὰς ἀχθείσας τᾷ διαμέτρῳ, τὸ γενόμενον τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἴσον ἐσσεῖται. Δῆλον ἔν [e] ἐσὶ τὸ προτεθέν.



ad ΔZ normalis ducatur AK. Quoniam igitur ΔZ ſegmenti diameter eſt, ſecatur AE in duas æquas partes in puncto Z, eademque ΔZ rectanguli coni ſectionis diametro eſt parallela: hoc enim pacto rectas omnes ipſi AE parallelas in duas æquas partes ſecat. Quam igitur rationem habet quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AK, hanc habeat N ad M. Itaque, quæ a ſectione ducuntur ad ΔZ ipſi AE parallelæ, poſſunt ſpatia, quæ rectæ ipſi N æquali applicantur, latitudinem habentia rectas illas, quas ipſi a ΔZ ad terminum Δ abſcindunt. Hoc enim in Conicis Elementis demonſtratum eſt. Poteſt igitur AZ ſpatium ei æquale, quod ſub N, et ΔZ continetur. Poteſt autem etiam ΘH ſpatium æquale ei, quod continetur ſub M, et BH; quoniam ΘH ad diametrum normalis eſt. Igitur quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΘH, eamdem rationem habet, quam N ad M; quoniam ΔZ, BH ſibi invicem æquales poſitæ ſunt. Habet autem quadratum, quod ab AZ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AK eamdem rationem, quam N ad M. Æquales ſunt igitur ΘH, AK. Sunt autem æquales etiam BH, ΔZ. Æquale eſt igitur ſpatium, quod ſub ΘH, BH continetur, ſpatio, quod continetur ſub AK, ΔZ. Igitur etiam triangulum ΘHB æquale eſt triangulo ΔAZ; atque ideo etiam eorum dupla æqualia ſunt. Eſt autem trianguli quidem AΔE ſeſquitertium ſegmentum AΔE; trianguli vero ΘBΓ ſeſquitertium ſegmentum ΘBΓ. Conſtat igitur cum ſegmenta, tum triangula iiſdem inſcripta æqualia eſſe. Quod ſi neutra rectarum, quæ ſegmenta ſecant, rectanguli coni ſectionis diametro ad rectos angulos fuerit; abſciſſa a rectanguli coni ſectionis diametro recta ſegmenti unius diametro æquali; ductaque ab ejus termino ad rectos angulos ipſi diametro recta alia; quod oritur ſegmentum utrique ſegmentorum æquale erit. Conſtat igitur, quod propoſitum fuerat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τᾷ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς, τὸν

PROP. V. THEOR.

Quodlibet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad circulum, qui diametrum habeat majori acutianguli coni ſectionis diametro æqualem, eamdem habet rationem,

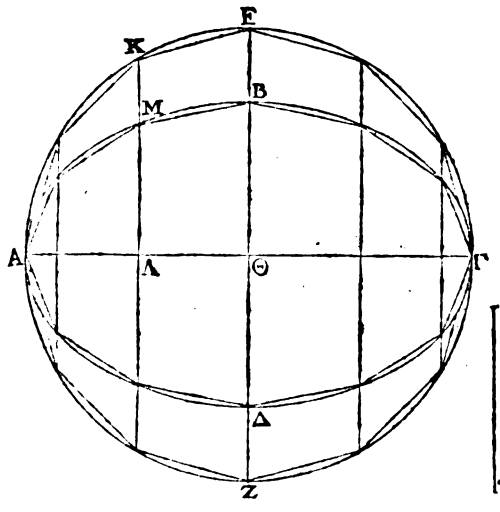
[b] ἀγομένην [c] τὸ AΔE τμᾶμα· τοῦ δὲ ΘBΓ τριγώνου, ἐπίτριτον· in MS. deſunt. [d] ἐν τὶ τάμνῃς τᾶς τοῦ [e] ὅτι

Digitized by Google

quam diameter ejuſdem minor ad majorem; hoc eſt ad circuli diametrum.

Sit enim acutianguli coni ſectio ABΓΔ, cujus major quidem diameter AΓ, minor vero BΔ: et ſit circulus circa diametrum AΓ deſcriptus. Oportet demonſtrare, ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad circulum eamdem habere rationem, quam BΔ ad ΓA; hoc eſt ad EZ.

Itaque quam rationem habet BΔ ad EZ, hanc habeat circulus Ψ ad circulum AEΓZ. Dico circulum Ψ acutianguli coni ſectioni æqualem eſſe. Si enim æqualis non eſt circulus Ψ ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ſit primo, ſi fieri poteſt, major. Fieri igitur poteſt, ut circulo Ψ inſcribatur polygonum pariangulum, quod majus ſit ſpatio ABΓΔ. Intelligatur inſcriptum jam eſſe: circuloque AEΓZ inſcribatur rectilineum ei ſimile, quod circulo Ψ inſcriptum eſt: ductiſque ab ejuſdem angulis normalibus ad diametrum AΓ, puncta ea, in quibus normales acutianguli coni ſectionem ſecant, rectis jungantur. Erit utique quoddam rectilineum acutianguli coni ſectioni inſcriptum; idque ad rectilineum inſcriptum circulo AEΓZ eamdem rationem habebit, quam BΔ ad EZ. Quoniam enim normales EΘ, KΛ in eamdem rationem ad puncta M, B ſecantur, conſtat trapezium ΛE ad aliud ΘM eamdem habere rationem, quam ΘE ad BΘ. Eodem pacto alia etiam trapezia, quæ in circulo ſunt, ad alia trapezia, quæ ſunt in acutianguli coni ſectione; ſingula ſingulis eamdem habent rationem, quam EΘ ad BΘ. Habent autem etiam triangula, quæ ad puncta A, Γ in circulo ſunt, ad ea, quæ ſunt in acutianguli coni ſectione, rationem eamdem. Igitur totum etiam rectilineum circulo inſcriptum ad totum rectilineum inſcriptum acutianguli coni ſectioni eamdem rationem habebit, quam EZ ad BΔ. Habet autem idem rectilineum etiam ad rectilineum circulo Ψ inſcriptum eamdem rationem, quoniam etiam ipſi circuli eamdem inter ſe invicem habebant. Æquale igitur eſt rectilineum circulo Ψ inſcriptum rectilineo inſcripto acutianguli coni ſectioni: quod fieri non poteſt. Majus enim erat toto ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minor. Rurſus igitur fieri poteſt, ut acutianguli coni ſectioni inſcribatur polygonum parilaterum, quod majus ſit circulo Ψ.



αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ἐλάσσων διάμετρος αὐτῆς πρὸς τὴν μείζω, τουτ' ἐστὶ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον.

Ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ, ἐφ' ἃς τὰ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ μὲν μείζων ἔστω ἐφ' ἃς τὰ ΑΓ, ἡ δὲ ἐλάσσων ἐφ' ἃς τὰ ΒΔ· ἔστω κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, πρὸς τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΓΑ, τουτέστι τὴν ΕΖ.

Ὁν δὴ λόγον ἔχει ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΕΖ, τοῦτον ἐχέτω ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, πρὸς τὸν ΑΕΓΖ κύκλον. Λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μείζων. Δυνατὸν δή ἐστιν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μεῖζον τοῦ ΑΒΓΔ χωρίου. Νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον· ἐγγεγράφθω δὴ καὶ εἰς τὸν ΑΕΓΖ κύκλον εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ κάθετοι ἀχθῶσαν ἐπὶ τὴν ΑΓ διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ [g]σημεῖα, καθ' ἃ τέμνονται αἱ κάθετοι τὴν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴν, εὐθεῖαι ἐπιζευχθῶσαν. Ἐστάτω δή τι [h]εὐθύγραμμον ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ ἐγγεγραμμένον· ἢ ἕξει τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΕΖ. Ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΘ, ΚΛ κάθετοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον [i]τέτμηνται κατὰ τὰ Μ, Β, δῆλον ὅτι τὸ ΛΕ τραπέζιον πρὸς τὸ ΘΜ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΒΘ. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν ἐν τῷ κύκλῳ πρὸς ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΒΘ. Ἔχοντι δὲ καὶ τρίγωνα τὰ πρὸς τοῖς Α, Γ τὰ ἐν τῷ κύκλῳ, πρὸς τὰ ἐν τῇ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ, τοῦτον τὸν λόγον. Ἕξει ἄρα καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, πρὸς ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΒΔ. Ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύγραμμον καὶ πρὸς τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον εἶχον τὸν λόγον. Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Μεῖζον γὰρ ἦν ὅλῳ τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου [k]κώνου τομῆς. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἐλάσσων. Πάλιν δὴ δυνατὸν εἰς τὴν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴν ἐγγράψαι πολύγωνον ἀρτιόπλευρον, μεῖζον τοῦ Ψ

[f] In MS. τουτ' ἐστι desunt. [g] σαμεῖα [h] In MS. εὐθύγραμμον deest. [i] τέτμηται [k] κώνου ex MS.

Digitized by Google

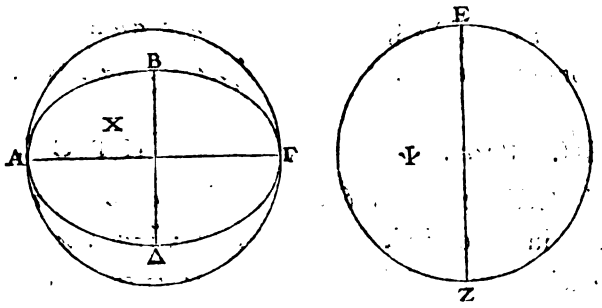
κύκλου. Ἐγγεγράφθω ὃν· καὶ ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτῷ κάθετοι ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὴν ΑΓ, ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὴν τῆ κύκλῳ περιφέρειαν. Πάλιν δὴ ἔσται τι ἐν τῷ ΑΕ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἕξει ποτὶ τὸ ἐν τῷ τῆ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΕΖ ποτὶ τὴν ΒΔ. Ἐγγεγραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ, δειχθήσεται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐὸν τῷ ἐν τῇ τῆ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἔστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου, τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς. Δῆλον δὴ ὅτι τὸ εἰρημένον χωρίον ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ ΒΔ ποτὶ τὴν ΕΖ.

Itaque inſcribatur: quæque ab ejuſdem angulis ad ΑΓ normales ducuntur, ad circuli uſque circumferentiam producantur. Rurſus erit quoddam rectilineum circulo ΑΕ inſcriptum, quod ad rectilineum inſcriptum acutianguli coni ſectioni eamdem rationem habebit, quam ΕΖ ad ΒΔ. Itaque inſcripto circulo etiam Ψ eidem ſimili rectilineo, demonſtrabitur, quod circulo Ψ inſcriptum eſt, id ei æquale eſſe, quod inſcriptum eſt acutianguli coni ſectioni: quod fieri non poteſt. Neque igitur minor eſt circulus Ψ ſpatio, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur. Conſtat igitur id, quod diximus, ſpatium ad circulum ΑΕΓΖ eamdem habere rationem quam ΒΔ ad ΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε'.

Πᾶν χωρίον, περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

[1]Ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, [m]ἐν ᾧ τὸ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ ἡ ΑΓ. Καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ Ψ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΖ. Δεικτέον ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.



PROP. VI. Theor.

Quodlibet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad quemlibet circulum eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub diametris acutianguli coni ſectionis continetur, ad quadratum, quod a circuli diametro deſcribitur.

Quod enim ſpatium ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, hoc illud ſit, in quo punctum Χ: ac ipſius acutianguli coni ſectionis diametri ſint ΑΓ, ΒΔ, quarum major ΑΓ. Circulus autem ſit is, in quo punctum Ψ: ejuſque diameter ΕΖ. Oportet demonſtrare ſpatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ deſcribitur.

Περιγεγράφθω δὴ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Τὸ δὴ Χ χωρίον ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον. Δέδεικται γὰρ ἔχον ὃν ἡ ΒΔ ποτὶ τὰν ΑΓ. [n]Ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ, ποτὶ τὸν κύκλον οὗ διάμετρος ἡ ΕΖ, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ. Δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

Circumſcribatur circulus diametro ΑΓ. Spatium igitur Χ ad circulum, cujus diameter ΑΓ, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur. Demonſtratum eſt enim eamdem habere, quam ΒΔ ad ΑΓ. Habet autem etiam circulus, cujus diameter ΑΓ, ad circulum, cujus diameter ΕΖ, eamdem rationem, quam quadratum, quod ab ΑΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΖ. Conſtat igitur ſpatium Χ ad circulum Ψ eamdem habere rationem, quam ſpatium, quod ſub ΑΓ, ΒΔ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΖ deſcribitur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ'.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον [o]ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τᾶς ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

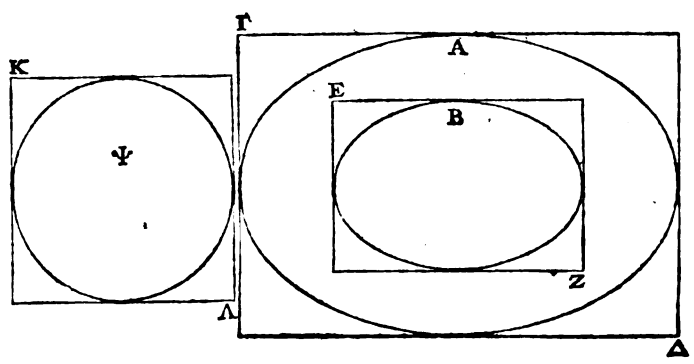
PROP. VII. Theor.

Spatia, quæ ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam ſpatia, quæ ſub acutianguli coni ſectionum diametris continentur.

[l] ἔστω γάρ τι [m] ἐν τῷ Χ· διάμετροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς· in MS. desunt. [n] ποτὶ τὰ ἄλλαλα

Quæ ſpatia ab acutianguli coni ſectionibus comprehenduntur, hæc ea ſint, in quibus puncta A, B. Ac ſpatium quidem Γ Δ illud ſit, quod ſub diametris ejus acutianguli coni ſectionis continetur, quæ ſpatium A comprehendit: ſpatium vero E Z ſit illud, quod continetur ſub diametris ſectionis alterius. Oportet demonſtrare ſpatium A ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam Γ Δ ad E Z.

Sumatur circulus quidem, in quo punctum Ψ: quadratumque, quod ab ejuſdem diametro deſcribitur, ſit K Λ. Habet autem ſpatium A ad circulum Ψ eamdem rationem, quam Γ Δ ad K Λ: circulus vero Ψ ad ſpatium B eamdem, quam K Λ ad E Z. Conſtat igitur ſpatium A ad ſpatium B eamdem habere rationem, quam Γ Δ ad E Z.



Ex hoc vero manifeſtum eſt, quæ ſpatia a ſimilibus acutiangulorum conorum ſectionibus comprehenduntur, ea inter ſe invicem eamdem rationem habere, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ſectionum diametri.

PROP. VIII. PROB.

Data acutianguli coni ſectione, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit; fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus ſuperficie ſit data acutianguli coni ſectio.

Detur aliqua acutianguli coni ſectio, et recta linea, quæ recta ad id, in quo ipſa eſt, planum ab ejus centro excitata ſit. Agatur autem per rectam, quæ excitata fuit, et minorem diametrum aliquod planum: in quo quidem minor acutianguli coni ſectionis diameter ſit A B; centrum vero punctum Δ; ea denique, quæ ab ejus centro recta excitata fuit, Γ Δ, cujus terminus punctum Γ. Intelligatur autem ipſa acutianguli coni ſectio deſcripta eſſe circa diametrum A B in plano ad Γ Δ recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio.

Ducatur a puncto Γ ad puncta A, B recta linea, eademque producatur: ducaturque ab A A Z; ita ut ſpatium, quod ſub A E, E Z continetur, ad quadratum, quod ab E Γ deſcribitur eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri deſcribitur,

Ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ἐν οἷς τὰ A, B. Ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν Γ Δ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τῆς περιεχούσας τὸ A χωρίον· τὸ δὲ E Z περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς ἑτέρας τομῆς. Δεικτέον ὅτι τὸ A χωρίον πρὸς τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Γ Δ πρὸς τὸ E Z.

Λελάφθω δὴ κύκλος τὶς, ἐν ᾧ τὸ Ψ· ἀπὸ δὲ τῆς διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ K Λ. Ἔχει δὲ τὸ μὲν A χωρίον, πρὸς τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Γ Δ πρὸς τὸ K Λ· ὁ δὲ Ψ κύκλος πρὸς τὸ B χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ K Λ πρὸς τὸ E Z. Δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ A χωρίον πρὸς τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Γ Δ πρὸς τὸ E Z.

Ἐκ τούτου δὲ φανερὸν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ [p] ὁμοίων ὀξυγωνίων κώνων τομῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τῶν τομῶν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομῆς δοθείσης, καὶ γραμμῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς [q] ἀνεσαλμένας ὀρθὰς πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή· δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὴν ἔχοντα τὸ πέρας τῆς ἀνεσαλμένας εὐθείας, [r] οὗ ἐν τῇ ὑπιφανείᾳ ἐστέται ἡ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή.

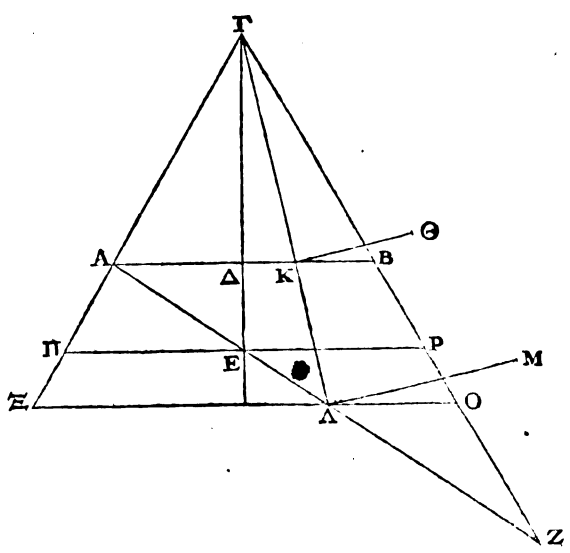
Δεδόσθω τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτῆς εὐθεῖα γραμμὴ ἀνεσαλμένη ὀρθὴ πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή. Διὰ δὲ τῆς ἀνεσαλμένης εὐθείας, καὶ τῆς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω· καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἡ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἡ A B· τὸ δὲ κέντρον τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τὸ Δ· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεσαλμένη ὀρθὴ ἡ Γ Δ, πέρας δὲ αὐτῆς τὸ Γ. Ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ νοείσθω περὶ διάμετρον τὴν A B γεγραμμένη ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν Γ Δ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὴν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, ὃ ἐν τῇ ὑπιφανείᾳ ἐστέται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή.

Ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθω· καὶ ἀπὸ τοῦ A διάχθω ἡ A Z, ὥς τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν A E, E Z πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς E Γ, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας μείζονος διαμέτρου,

[o] Sic MS. [p] ὁμοίαν ὀξυγωνίων κώνων τομαν (ωτὶ) τὸν αὐτὸν λόγον ἴχοντι ποτ' ἄλλαλα ὃν ἴχοντί δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τὰν τομάν [q] ἀνεσαμόσας ὀρθὰς [r] ἔστως

Digitized by Google

ποτὶ τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον. Δυνατὸν δέ ἐστιν, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετράγωνον. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΑΖ ἐπίπεδον ἀνεσταχέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΓΑ, ΑΖ· ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τέτω κώνος ἔστω, κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον. Ἐν δὲ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου δειχθήσεται ἅσα ἀ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἀναγκαῖον εἶμεν τὶ σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. Νοείσθω δέ τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἀχθὼ ἀ ΘΚ ἐπὶ τὰν ΑΒ. Ἐστάτω δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΓΑΖ. Ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Κ εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὴ αὐτὰ τᾷ ΑΖ κατὰ τὸ Λ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΑ, ἀ ΛΜ, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν ΑΖ. Τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐπὶ τὰς περιφερείας αὐτοῦ· ἄχθω δὲ καὶ παρὰ τὰν ΑΒ, διὰ μὲν τοῦ Λ, ἀ ΞΟ· διὰ δὲ τοῦ Ε, ἀ ΠΡ. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΕΑ, ΕΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ * καὶ ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ· τὸ αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΠΕ, ΕΡ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ. Ἔστι δὲ ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΠ, ΕΡ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΛΞ, ΛΟ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΞΛ, ΛΟ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΞΛ, ΛΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΚΒ ποτὶ



ad quadratum, quod describitur a ΔΓ. Hoc autem fieri potest; quoniam ratio hæc major est ea, quam habet spatium, quod sub ΑΔ, ΔΒ continetur, ad quadratum quod a ΔΓ describitur. Excitetur autem ab ΑΖ planum ad id planum, in quo sunt ΓΑ, ΑΖ, rectum: describaturque hoc in plano circulus circa diametrum ΑΖ; et ab eo circulo conus verticem habens punctum Γ. Demonstrabitur in coni hujus superficie esse acutianguli coni sectio. Si enim non est in coni superficie necesse est punctum aliquod esse in acutianguli coni sectione, quod in coni superficie non sit. Itaque intelligatur sumptum esse punctum aliquod Θ in acutianguli coni sectione, quod non sit in coni superficie: et a puncto Θ ducatur ΘΚ ad ΑΒ normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo sunt ΓΑΖ. Ducatur autem a puncto Γ ad Κ recta linea, eaque producatur ita ut incidat in ΑΖ in puncto Λ: deinde vero a puncto Λ ipsi ΑΖ ad rectos angulos ducatur ΛΜ; utique in circulo, qui circa ΑΖ descriptus est. Intelligatur autem punctum Μ sublime esse in ejusdem circumferentia: ducaturque ipsi ΑΒ parallela, per punctum quidem Λ, ΞΟ; per punctum vero Ε, ΠΡ. Quoniam igitur spatium quidem, quod sub ΕΑ, ΕΖ continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ describitur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri describitur, ad quadratum, quod describitur a ΔΓ: quadratum vero, quod ab ΕΓ describitur, ad spatium, quod sub ΕΠ, ΕΡ continetur, habet eamdem, quam quadratum, quod describitur a ΔΓ, ad spatium, quod continetur sub ΑΔ, ΔΒ; ideo spatium, quod sub ΑΕ, ΕΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΠΕ, ΕΡ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a dimidia majoris diametri describitur, ad spatium, quod continetur sub ΑΔ, ΔΒ. Se habet autem, ut spatium quidem, quod sub ΑΕ, ΕΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΕΠ, ΕΡ, ita spatium, quod sub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΛΞ, ΛΟ: ut quadratum vero, quod a dimidia majoris diametri describitur, ad spatium, quod sub ΑΔ, ΔΒ continetur, ita quadratum, quod describitur a ΘΚ, ad spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ. Spatium igitur, quod sub ΑΛ, ΛΖ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΞΛ, ΛΟ, eamdem rationem habet, quam quadratum, quod a ΘΚ describitur, ad spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ. Habet autem etiam spatium, quod sub ΞΛ, ΔΟ, continetur, ad quadratum, quod a ΓΛ describitur, eamdem rationem, quam spatium, quod continetur sub ΑΚ, ΚΒ, ad quadratum, quod

* καὶ τὸ

Digitized by Google

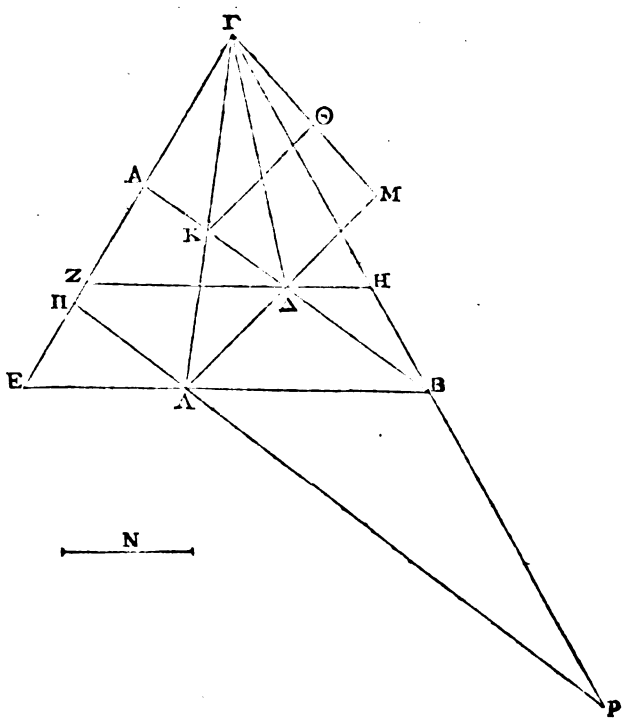
describitur a Γ K. Habet igitur etiam spatium, quod sub A Λ, Λ Z continetur, ad quadratum, quod describitur a Γ Λ, rationem eamdem, quam quadratum, quod a Θ K describitur, ad quadratum, quod describitur a K Γ. Spatio autem, quod sub A Λ, Λ Z continetur, æquale est quadratum, quod a Λ M describitur: ducta est enim in semicirculo, qui circa A Z descriptus est, normalis Λ M. Habet igitur quadratum, quod a Λ M describitur, ad quadratum, quod describitur a Λ Γ eamdem rationem, quam quadratum, quod a Θ K describitur, ad quadratum, quod describitur a K Γ. Quare in recta linea sunt puncta Γ, Θ, M. Est autem Γ M in superficie coni. Constat igitur etiam punctum Θ esse in coni superficie. Positum autem fuerat non esse. Nullum est igitur punctum in acutianguli coni sectione, quod in coni, quem diximus, superficie non sit. Tota igitur acutianguli coni sectio est in ejusdem coni superficie.

τὸ ἀπὸ τᾶς Γ Κ τετράγωνον. Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Α Λ, Λ Ζ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Γ Λ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Κ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Κ Γ. Τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν Α Λ, Λ Ζ περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Λ Μ τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ τῷ περὶ τᾶν Α Ζ καθετὸς ἄχθη ἀ Λ Μ. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ Μ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Λ Γ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Κ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Κ Γ. Ὡς τε ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τὰ Γ, Θ, Μ σαμεῖα. Ἀ δὲ Γ Μ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τᾶς κώνω. Δῆλον ἄν, ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται τᾶ κώνω. Ἐπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Οὐκ ἄρα ἐστὶ σαμεῖον οὐδὲν ἐπὶ τᾶς Σ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶ προειρημένω κώνω. Ὅλα ἄν ἁ Σ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τᾶ αὐτᾶ κώνω.

PROP. IX. Prob.

Data acutianguli coni sectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata sit, quod rectum ad id, in quo ipsa est, planum per diametrum alteram agitur; fieri potest, ut conus inveniatur terminum habens rectæ ejus, quæ excitata fuit, terminum, in cujus superficie sit data acutianguli coni sectio.

Sit diameter acutianguli coni sectionis B A; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum est, excitata fuit, Δ Γ. Intelligatur autem acutianguli coni sectio descripta esse circa diametrum A B in plano ad id planum, in quo sunt A B, Γ Δ, recto. Oportet utique conum invenire verticem habentem punctum Γ, in cujus superficie sit acutianguli coni sectio.



Itaque rectæ A Γ, Γ B æquales non sunt; quoniam Γ Δ recta non est ad id planum, in quo est acutianguli coni sectio. Sit igitur recta E Γ æqualis ipsi Γ B: et recta N æqualis sit dimidiæ alterius diametri, quæ ipsi A B conjuncta est; ducaturque per punctum Δ Z H ipsi E B parallela. Excitetur autem ab E B planum ad id planum, in quo sunt A Γ, Γ B rectum: describaturque hoc in plano circa diametrum E B circulus, aut ellipsis. Et quidem si

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ'.

Ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεσαχθείσας ἀπὸ τᾶς κέντρω τᾶς τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ἐν ἐπιπέδω, ὃ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεσαχὸς διὰ τὰς ἑτέρας διαμέτρω ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἁ Σ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν, κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεσαχθείσας εὐθείας, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται ἁ δοθεῖσα Σ ὀξυγωνίω κώνω τομά.

Ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς Σ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ἁ Β Α, κέντρον δὲ τὸ Δ· καὶ ἁ Δ Γ ἀπὸ τᾶ κέντρω ἀνεσαχθῶ, ὡς εἴρηται. Ἁ δὴ τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν Α Β ἐν ἐπιπέδω ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Β, Γ Δ. Δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομά.

Οὐ δὴ ἐντὶ ἴσαι αἱ Α Γ, Γ Β, ἐπεὶ ἁ Γ Δ οὐκ ἐστὶν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομά. Ἔστω ἦν ἴσα ἁ Ε Γ τᾷ Γ Β· ἁ δὴ Ν εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρω, ἃ ἐστὶ συζυγὴς τᾷ Α Β· καὶ διὰ τᾶ Δ ἄχθω ἁ Ζ Η παρὰ τὰν Ε Β. Ἀπὸ δὲ τᾶς Ε Β ἐπίπεδον ἀνεσαχέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Γ, Γ Β· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν Ε Β κύκλος, ἢ ἔλλειψις. Εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ

Digitized by Google

τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς N, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν Z Δ, Δ H, κύκλος. Εἰ δὲ μή ἐσιν ἴσον, ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ ταιαύτα, ὥς τε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρᾳ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς E B τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z Δ, Δ H. Κῶνος λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστέταγ ὁ κύκλος, ἢ ἀ ΓΓ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ περὶ διάμετρον τὰν E B. Δυνατὸν δέ ἐσι τοῦτο· ἐπεὶ ἀπὸ ΓΓ Γ ἐπὶ μέσαν τὰν E B [w] ἀχθεῖσα ὀρθὰ ἐντὶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν E B. Ἐν ταύτᾳ δὴ [x] τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσὶ καὶ ἀ ΓΓ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ περὶ διάμετρον τὰν A B. Εἰ γὰρ μή ἐσιν, ἐστέταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τᾶ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς, ὃ οὐκ ἔσαι ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶ κώνᾳ. Νοείσθω τὶ σαμεῖον λελαμμένον τὸ Θ, ὃ οὐκ ἐσὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶ κώνᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶ Θ καθετὸς ἀχθῶ ἀ K Θ ἐπὶ τὰν A B· ἀ δὲ Γ K ἁπτομένα ἐκβεβλήθω καὶ συμπιπτέτω τᾷ E B [y] κατὰ τὸ Λ. Διὰ δὲ τᾶ Λ ἀχθῶ τὶς ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν E B ποτ' ὀρθὰς τᾷ E B, ἀ Λ M. Τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ΓΓ κώνᾳ· ἀχθῶ δὲ καὶ διὰ τᾶ Λ παρὰ τὰν A B ἀ Π P. Ἐσὶ δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z Δ, Δ H, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν E Λ, Λ B· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τὰν Z Δ, Δ H ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Δ Δ, Δ B, οὕτως τὸ ὑπὸ E Λ, Λ B ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Λ, Λ P. Ἐστέταί ΓΓ ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ Δ Δ, Δ B περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Λ, Λ P. Ἔχει δὲ ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Δ Δ, Δ B, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B· ἐπεὶ ἐν τᾷ αὐτᾷ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾷ καθετοὶ ἐντὶ ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν A B. Τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Λ, Λ P, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Π Λ, Λ P ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Γ Λ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K Γ. Τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς Λ M τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Λ Γ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Θ K ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K Γ. Ὡς τε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ Γ, Θ, M σαμεῖα. Ἀ δὲ Γ M ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶ κώνᾳ. Δῆλον ἄρα ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσὶ τᾶ κώνᾳ. Ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν ἄρα ἐσὶν ὃ ἔδει δεῖξαι.

quadratum, quod a N deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Z Δ, Δ H continetur, deſcribatur circulus. Sin minus, acutianguli coni ſectio ejuſmodi, ut quadratum, quod ab altera diametro deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab E B, eamdem habeat rationem, quam quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z Δ, Δ H. Sumatur deinde conus verticem habens punctum Γ, in cujus ſuperficie ſit circulus, aut acutianguli coni ſectio circa diametrum E B deſcripta. Hoc autem fieri poteſt; quoniam quæ a puncto Γ ad mediam E B ducitur, recta eſt ad planum, quod ab E B excitatur. Atque in hac ſuperficie eſt etiam acutianguli coni ſectio, quæ circa diametrum A B deſcribitur. Si enim non eſt, punctum erit in ea aliquod, quod in coni ſuperficie non erit. Itaque intelligatur ſumptum eſſe punctum aliquod Θ, quod in coni ſuperficie non ſit: et a puncto Θ ducatur K Θ ad A B normalis: ducatur autem etiam Γ K, eaque producatur, ita ut incidat in E B in puncto Λ: et per punctum Λ ducatur recta quædam Λ M in plano, quod rectum ab E B excitetur, ad rectos angulos ipſi E B. Intelligatur autem punctum M ſublime eſſe in ſuperficie coni: ducaturque per punctum Λ Π P ipſi A B parallela. Ut igitur quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Z Δ, Δ H continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur a Λ M, ad ſpatium, quod continetur ſub E Λ, Λ B: ut ſpatium vero, quod ſub Z Δ, Δ H continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub A Δ Δ B, ita ſe habet ſpatium, quod ſub E Λ, Λ B continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Π Λ, Λ P. Igitur ut quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A Δ, Δ B continetur, ita ſe habebit quadratum, quod deſcribitur a Λ M, ad ſpatium quod continetur ſub Π Λ, Λ P. Ut autem quadratum, quod a N deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A Δ, Δ B continetur, ita ſe habet quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ad ſpatium, quod continetur ſub A K, K B; quoniam in eadem acutianguli coni ſectione normales ductæ ſunt ad diametrum A B. Eamdem igitur rationem habet quadratum quod a Λ M deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub Π Λ, Λ P continetur, quam quadratum, quod deſcribitur a Θ K, ad ſpatium, quod continetur ſub A K, K B. Habet autem etiam ſpatium, quod ſub Π Λ, Λ P continetur, ad quadratum, quod a Λ Γ deſcribitur, eamdem rationem, quam ſpatium, quod continetur ſub A K, K B, ad quadratum, quod deſcribitur a K Γ. Habet igitur quadratum, quod a Λ M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a Λ Γ rationem eamdem, quam quadratum, quod a Θ K deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K Γ. Quare in recta linea ſunt puncta Γ, Θ, M. Eſt autem Γ M in ſuperficie coni. Conſtat igitur etiam punctum Θ eſſe in coni ſuperficie. Poſitum autem fuerat non eſſe. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.

[w] Sic MS. [x] τὰ [y] κατὰ τὸ A

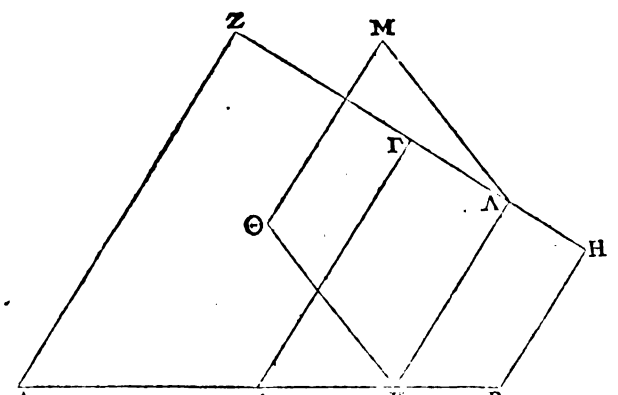
Digitized by Google

PROP. X. Prob.

Data acutianguli coni sectione, et recta linea, quæ non recta ab ejus centro in eo plano excitata sit, quod rectum ad id, in quo ipsa est, planum per diametrum alteram agitur; fieri potest, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui rectæ illi, quæ excitata fuit, in directo jaceat, in cujus superficie sit data acutianguli coni sectio.

Sit altera datæ acutianguli coni sectionis diameter B A; centrum vero punctum Δ; et recta, quæ a centro, ut dictum est, excitata fuit, ΓΔ. Intelligatur autem acutianguli coni sectio descripta esse circa diametrum A B in plano ad id planum, in quo sunt A B, ΓΔ, recto. Oportet utique cylindrum invenire axem habentem, qui ipsi ΓΔ in directo jaceat, in cujus superficie sit data acutianguli coni sectio.

Itaque a punctis A, B ducantur A Z, B H ipsi ΓΔ parallelæ. Atque altera acutianguli coni sectionis diameter aut æqualis est intervallo ipsarum A Z, B H, aut major, aut minor. Sit primo æqualis rectæ Z H; quæ quidem ad rectos angulos sit ipsi ΓΔ. Excitetur autem a Z H planum ad ΓΔ rectum: hocque in plano circulus sit circa diametrum Z H descriptus; et ab eo circulo cylindrus axem habens ΓΔ. Jam in cylindri hujus superficie est acutianguli coni sectio. Si enim non est, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri superficie non erit. Itaque intelligatur sumptum esse punctum aliquod Θ in acutianguli coni sectione, quod in cylindri superficie non sit: ducaturque a puncto Θ, Θ K ad A B normalis. Hæc recta utique erit ad planum, in quo sunt A B, ΓΔ. Ducatur autem a puncto K ipsi ΓΔ parallela K Λ; et a puncto Λ excitetur Λ M ad rectos angulos ipsi Z H; utique in circulo, qui circa Z H descriptus est. Intelligatur autem punctum M sublime esse in circumferentia semicirculi, qui circa diametrum Z H est descriptus. Eamdem igitur habet rationem quadratum, quod a normali Θ K describitur, ad spatium, quod sub A K, K B continetur: et quadratum, quod describitur a Z Γ, ad spatium, quod continetur sub A Δ B; quoniam Z H alteri diametro æqualis est. Habet autem etiam spatium, quod sub Z Λ, Λ H continetur, ad spatium, quod continetur sub A K, K B, eamdem rationem, quam quadratum, quod a Z Γ describitur, ad quadratum, quod describitur ab A Δ ellipseos. Æquale est igitur spatium, quod sub Z Λ, Λ H continetur, quadrato quod a Θ K describitur.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομῆς δοθείσης, καὶ γραμμῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς μὴ ὀρθὰς ἀνεσαγμένας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἐστιν ἀπὸ τῆς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεσαγὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή· δυνατὸν ἐντὶ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ἀνεσαγμένᾳ γραμμᾷ, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται ἡ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομή.

Ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἑτέρα διάμετρος ἡ Β Α· κέντρον δὲ τὸ Δ· ἡ δὲ ΓΔ γραμμὴ ἔστω ἀνεσαγμένα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς ἔρηται. Ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν Α Β, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Β, ΓΔ. Δεῖ δὴ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας [z] τᾷ ΓΔ, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσεῖται ἡ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

Ἀπὸ δὴ τῶν Α, Β σαμείων [a] ἄχθω παρὰ τὰν ΓΔ αἱ Α Ζ, Β Η. Ἁ δὲ ἑτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἤτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τᾶν Α Ζ, Β Η, ἢ μείζων, ἢ ἐλάσσων. Ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾷ Ζ Η· ἁ δὴ Ζ Η ἔστω πρὸς ὀρθὰς τᾷ ΓΔ. Ἀπὸ δὴ τᾶς Ζ Η, ἀνεσαγέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν ΓΔ· καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν Ζ Η· ᾧ ἀπὸ δὴ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου [b] τούτου ἐστὶν ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. Εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσεῖται τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. Νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν Α Β ἁ Θ Κ. Ἐσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ Α Β, ΓΔ. Ἀπὸ δὲ τοῦ Κ ἄχθω παρὰ τὰν ΓΔ ἁ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἀνεσαγέτω ἁ ΛΜ πρὸς ὀρθὰς [c] τᾷ Ζ Η, ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν Ζ Η. Τὸ δὴ Μ νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ περιφερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰν Ζ Η. Τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Θ Κ καθετοῦ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Α Κ, Κ Β περιεχόμενον· καὶ τὸ ἀπὸ Ζ Γ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Α Δ Β περιεχόμενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ Ζ Η τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Λ, Λ Η περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ Α Κ, Κ Β περιεχόμενον λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς Ζ Γ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ Α Δ τᾶς ἐλλείψεως. Ἴσον δ' ἐν ἐντὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Λ, Λ Η περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τᾶς Θ Κ τετραγώνῳ. Ἔστι δὲ ἴσον καὶ τῷ

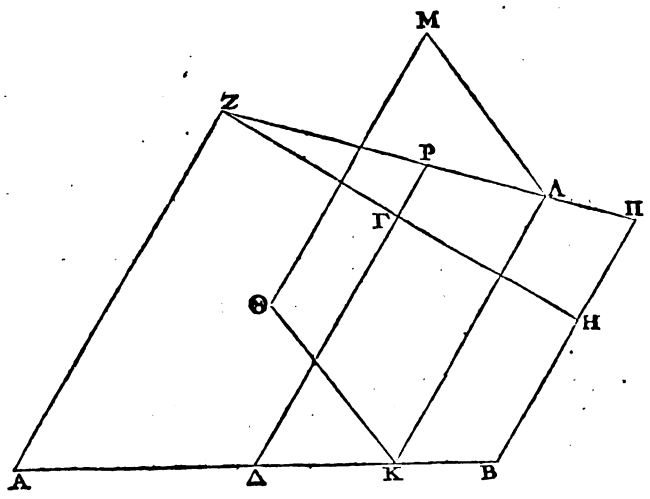
[z] τὰ ΓΔ [a] ἄχθωσαν [b] τουτέου [c] τὰς

Digitized by Google

ἀπὸ ΛΜ. Ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΚ, ΜΛ καθετοί· παράλληλοι οὖν ἐντὶ αἱ ΛΚ, ΜΘ. Ὡς τε καὶ αἱ ΔΓ, ΜΘ παράλληλοι ἐσοῦνται. Καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐσὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ ΘΜ, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Μ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐόντος ἀκταὶ [d] παρὰ τὸν ἄξονα. Δῆλον ἂν ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσὶν αὐτοῦ. Ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. Φανερὸν οὖν ἐσὶν ὃ ἔδει δεῖξαι.

Δῆλον δή, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων τὰν ἔλλειψιν ὀρθὸς ἐσσεῖται, αἴκα [e] ἢ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τᾶν [f] περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρω, [g] ἀγμέναν παρὰ τὰν ἀνεσαχοῦσαν εὐθεῖαν.

Ἔσω πάλιν ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς ΖΗ· καὶ ἴσα ἔσω ἁ ΠΖ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΠΖ ἐπίπεδον ἀνεσαχέτω ὀρθὸν [h] ποτὶ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τύτῳ κύκλος ἔσω περὶ διάμετρον τὰν ΠΖ· ἀπὸ οὗ δὴ κύκλυ ἵστα κύλινδρος ἔσω ἄξονα ἔχων τὰν ΔΡ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ δ' κυλίνδρυ ἵστα, διὰ τ' αὐτῶν δειχθήσεται ἴσα ἁ τᾶ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά.



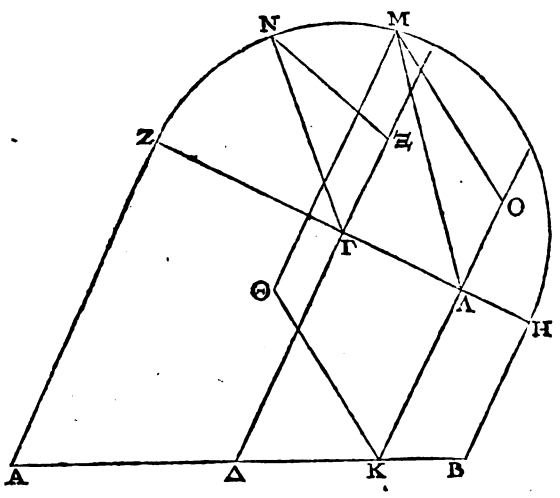
Ἀλλ' ἔσω ἐλάσσων ἁ ἑτέρα διάμετρος τᾶς ΖΗ· ὥ δὴ μείζον δύναται ἁ ΖΓ τᾶς ἡμισείας [i] τᾶς ἑτέρας διαμέτρυ, ἔσω τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΞ τετράγωνον. Καὶ ἀπὸ δ' Ξ ἀνεσαχέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρυ, ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἁ ΞΝ· τὸ δὲ Ν νοείσθω μετέωρον. Ἁ δ' ΓΝ ἴσα ἐντὶ τᾷ ΓΖ. Ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΖΗ, ΓΝ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ· ἥξει δ' ὅτος διὰ τοῦ Ν, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλυ κύλινδρος ἔσω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. Ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρυ τύτυ ἐσὶν ἁ τᾶ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά. Εἰ γὰρ μή ἐσσιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς, ὃ οὐκ ἐσὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρυ. Λελάφθω δή τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς τὸ Θ· καὶ ἁ ΘΚ καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ· καὶ ἀπὸ τοῦ Κ παρὰ τὰν ΓΔ ἔσω ἁ ΚΛ· καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς [k] τᾷ ΖΗ, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ, ἁ ΛΜ. Νοείσθω δὲ τὸ Μ ἐπὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίυ τοῦ

Est autem æquale etiam illi, quod describitur a ΛΜ. Æquales sunt igitur normales, ΘΚ, ΜΛ; ideoque ΛΚ, ΜΘ sunt parallelæ. Quare parallelæ etiam sunt ipsæ ΔΓ, ΜΘ. Est igitur ΘΜ in superficie cylindri; quoniam a puncto Μ, quod in superficie est, ducta fuit axi parallela. Constat igitur etiam punctum Θ esse in ejusdem superficie. Positum autem fuerat non esse. Manifestum est igitur, quod oportebat demonstrare.

Illud quoque constat, cylindrum, qui ellipsim comprehendit, rectum fore, si altera diameter æqualis fuerit intervallo rectarum, quæ ab alterius diametri terminis rectæ illi, quæ excitata fuit, parallelæ ducuntur.

Sit rursus altera diameter major quam ΖΗ: æqualisque sit ΠΖ alteri diametro. Excitetur autem a ΠΖ planum ad id planum, in quo sunt ΑΒ, ΓΔ, rectum hoc-que in plano circulus sit circa diametrum ΠΖ descriptus; et ab eo circulo cylindrus axem habens ΔΡ. Demonstrabitur eadem ratione in superficie cylindri hujus esse acutianguli coni sectio.

At vero minor sit altera diameter quam ΖΗ: et quo plus potest ΖΓ, quam dimidia alterius diametri, hoc sit quadratum, quod a ΓΞ describitur. Excitetur autem a puncto Ξ recta linea ΞΝ æqualis dimidiæ alterius diametri, eademque recta ad id planum, in quo sunt ΑΒ, ΓΔ: et intelligatur punctum Ν sublime esse. Æqualis est igitur ΓΝ ipsi ΓΖ. Describatur deinde in plano, in quo sunt ΖΗ, ΓΝ, circa diametrum ΖΗ circulus; qui quidem etiam per punctum Ν transibit; atque ab hoc circulo cylindrus axem habens ΓΔ. Jam in cylindri hujus superficie est acutianguli coni sectio. Si enim non est, punctum erit in ea aliquod, quod in cylindri superficie non erit. Itaque sumatur in ea punctum aliquod Θ: ducaturque ab eo ΘΚ normalis ad ΑΒ; itemque a puncto Κ ΚΛ parallela ipsi ΓΔ: et a puncto Λ ΛΜ normalis ad ΖΗ; utique in semicirculo, qui circa diametrum ΖΗ descriptus est. Intelligatur autem punctum Μ in semicirculo esse,



[d] Sic MS. [e] ἁ ἑτέρα [f] πιράτων [g] Sic MS. [h] ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ [i] Sic MS. [k] τᾶς

qui deſcriptus eſt circa Z H, a quo normalis ducatur M O ad K Λ productam. Hæc recta utique erit ad planum, in quo ſunt A B, Γ Δ, quoniam K Λ ad rectos angulos eſt ipſi Z H. Igitur ut quadratum, quod a M O deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a M Λ, ita ſe habet quadratum, quod a Ξ N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a N Γ: ut vero quadratum, quod a M Λ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A K, K B continetur, ita ſe habet quadratum, quod a Γ N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A Δ. Nam quadratum quidem, quod a M Λ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub Λ Z, Λ H continetur; quadratum vero, quod a Γ N deſcribitur, æquale eſt quadrato, quod deſcribitur a Γ Z. Igitur ut quadratum, quod a M O deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A K, K B continetur, ita ſe habet quadratum, quod a N Ξ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A Δ. Se habet autem etiam quadratum, quod a K Θ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub A K, K B continetur, ut quadratum, quod a Ξ N deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab A Δ; quoniam Ξ N dimidiæ alterius diametri æqualis eſt. Conſtat igitur æquales eſſe normales M O, Θ K; ideoque etiam K O, Θ M. Quoniam vero M Θ parallela eſt axi cylindri, punctumque M in ejuſdem ſuperficie eſt, neceſſe eſt ipſam etiam M Θ in ejuſdem eſſe ſuperficie. Igitur etiam punctum Θ in ejuſdem ſuperficie eſt. Non erat autem. Conſtat igitur acutianguli Coni Sectionem neceſſario eſſe in cylindri ſuperficie.

περὶ τὰν Z H· καὶ ἀπὸ τᾶ M καθετὸς ἄχθω ἐπὶ τὰν K Λ ἐκβληθεῖσαν, ἃ M O. Ἐστάτα δὲ αὐτὰ ὀρθὰ πρὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ A B, Γ Δ, ἐπεὶ πρὸς ὀρθὰς ἐντὶ ἃ K Λ τᾷ Z H. Ἔστιν δὴ ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς M O πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς M Λ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Ξ N πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς N Γ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς M Λ πρὸς τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B, οὕτως τὸ ἀπὸ Γ N πρὸς τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ. Ἐπὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς M Λ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν Δ Z, Λ H περιεχομένῳ· τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς Γ N τῷ ἀπὸ τᾶς Γ Z. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς M O τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς N Ξ πρὸς ἀπὸ τᾶς A Δ. Ἐντὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K Θ τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ τᾶν A K, K B, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς Ξ N πρὸς ἀπὸ τᾶς A Δ, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἃ Ξ N τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου. Δῆλον δ' ὅτι ἴσαι ἐντὶ αἱ M O, Θ K καθετί· ὡς τε ἴσαι αἱ K O, Θ M. Ἐπεὶ δὲ ἃ M Θ παρὰ τὸν ἄξονα ἐντὶ τᾶ κυλίνδρου, καὶ τὸ M σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον καὶ τὰν M Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τᾶ κυλίνδρω. Φανερὸν δ' ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ αὐτοῦ. Οὐκ ἐν δέ. Δῆλον δ' ὅτι ἀναγκαῖόν ἐστι τὰν τᾶ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τᾶ κυλίνδρω.

PROP. XI. Theor.

Quemlibet conum ad conum rationem habere, quæ componitur ex ratione tum baſium, tum altitudinum, ab iis, qui ante nos fuerunt, demonſtratum eſt. Demonſtratur autem eodem modo, etiam quodlibet ſegmentum coni ad coni ſegmentum rationem habere, quæ ex ratione tum baſium tum altitudinum componitur. Quinetiam, quodlibet ſegmentum cylindri triplum eſſe ſegmenti coni, qui eamdem ac ſegmentum illud baſim habeat, eamdemque altitudinem, eodem modo demonſtratur, quo cylindrus coni eſſe triplus, qui eamdem ac cylindrus baſim habeat, et altitudinem eamdem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια'.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος πρὸς κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τᾶ τῶν βάσεων λόγᾳ, καὶ ἐκ τᾶ τῶν ὑψέων, ἀποδέδεικται ὑπὸ τῶν πρότερον. Ἃ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξις ἐντὶ καὶ διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνᾳ πρὸς ἀπότμαμα κώνᾳ τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκτε τοῦ τῶν βάσεων λόγᾳ, καὶ ἐκ τᾶ τῶν ὑψέων. Καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρω τριπλασίων ἐστὶ τοῦ ἀπτμάματος τᾶ κώνᾳ, τὰν βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ, καὶ ὕψος ἴσον, ἀ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἅπερ καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τᾶ κώνᾳ τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XII. Theor.

Si rectangula conois plano ſecetur acto ſive per axem, ſive ſecundum axem, ſectio erit rectanguli coni ſectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipſius erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si obtuſiangula conois plano ſecetur acto ſive per axem, ſive ſecundum

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ'.

Αἶκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τᾶ ἄξονος, ἃ παρὰ τὸν ἄξονα, ἃ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομὰ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἃ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ ἃ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθᾶ πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον. Εἰ δὲ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, ἃ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἶκα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμα-

Digitized by Google

θῇ διὰ τῆς ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἢ διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἡ τομὴ ἐσοῦται ἀμβλυγωνίου κώνου τομή. Εἰ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα· εἰ δὲ μὴ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτῇ· εἰ δὲ μὴ διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἀνόμοια. Διάμετρος δὲ τῆς τομῆς ἐσοῦται ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Αἶκα τμαθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ τομὴ κύκλος ἐσοῦται, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἶκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ὑπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἡ τομὴ ἐσοῦται ὀξυγωνίου κώνου τομή· εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἃ περιλαμβάνουσι τὸ σχῆμα· εἰ δὲ μὴ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτῇ. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσοῦται ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ δὲ καὶ τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ τομὰ κύκλος ἐσοῦται, τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Αἶκα τῶν εἰρημμένων σχημάτων ὁποιουνοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων καθετοὶ ἀγόμμαι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἐντὸς πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς. Τούτων δὲ πάντων φανερὸν ἐστὶ αἱ ἀποδείξεις.

axem, ſive denique per verticem coni conoiden continentis, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio. Et ſi quidem per axem, eadem erit atque illa, quæ figuram comprehendit: ſi vero ſecundum axem, eidem ſimilis: ſi denique per verticem coni conoiden continentis, non ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si ſphæroideon figurarum utralibet plano ſecetur acto ſive per axem, ſive ſecundum axem, ſectio erit acutianguli coni ſectio: et ſi quidem per axem, eadem illa, quæ figuram comprehendit; ſi vero ſecundum axem, eidem ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur. Quod ſi plano ſecetur ad axem recto, ſectio erit circulus centrum habens utique in axe. Si quælibet figurarum, quas diximus, plano ſecetur per axem acto; quæ a punctis, quæ in ſuperficie figuræ non autem in ipſa ſectione ſunt, normales ducuntur, intra figuræ ſectionem cadent. Horum autem omnium demonſtrationes manifeſtæ ſunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιγ'.

Αἶκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἡ τομὰ ἐσοῦται ὀξυγωνίου κώνου τομή· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἡ μείζων ἐσοῦται ἡ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ, ἀπὸ τᾶς γενομμύας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἡ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσοῦται τῷ διαστήματι τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν διὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

PROP. XIII. THEOR.

Si rectangula conois plano ſecetur neque per axem acto, neque ſecundum axem, neque ad rectos angulos axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio; cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in conoide a ſectione planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur: minor vero diameter æqualis erit intervallo rectarum, quæ a terminis majoris diametri axi parallelæ ducuntur.

Τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ, διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἔστω τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ[1] ἡ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἡ ΓΑ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ ἔστω τοῦ κωνοειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἡ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι ἡ τομὰ τοῦ κωνοειδέος, ἃ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὰν ΑΓ, ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομή. Καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἡ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ· ἡ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐντὶ τᾷ ΛΑ, τᾶς μὲν ΓΛ παρὰ τὰν ΒΔ ἐούσας, τᾶς δὲ ΑΛ καθετὸς ἐπὶ τὰν ΓΛ.

Si rectangula conois plano ſecetur neque per axem acto, neque ſecundum axem, neque ad rectos angulos axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio; cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in conoide a ſectione planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur: minor vero diameter æqualis erit intervallo rectarum, quæ a terminis majoris diametri axi parallelæ ducuntur.

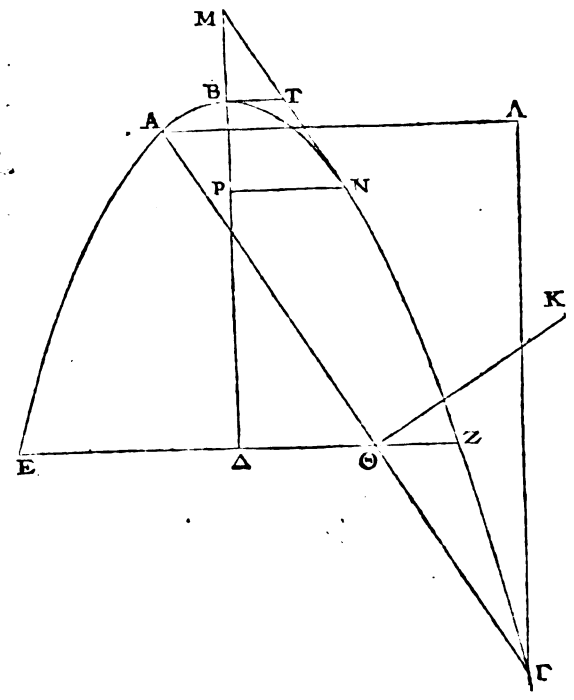
Secetur enim rectangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio linea ΑΒΓ; plani vero, quod ſecat, recta ΓΑ. Ac ſit conoidis axis, idemque ſectionis diameter ΒΔ. Oportet demonſtrare, conoidis ſectionem, quæ fit a plano ſecundum ΑΓ acto, acutianguli coni ſectionem eſſe. Ac majorem quidem ipſius diametrum eſſe rectam ΑΓ; minorem vero æqualem rectæ ΑΛ; ducta ſcilicet ΓΛ ipſi ΒΔ parallela, et ΑΛ ad ΓΛ normali.

Νοείσθω τὶ σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ καθετὸς ἤχθω ἐπὶ τὰν ΓΑ, ἃ ΚΘ. Ἐσοῦται δὴ ἃ ΚΘ καθετὸς ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ΑΓΒ ὀρθογωνίου κώνου τομή· διότι καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον.

Intelligatur ſumptum in ſectione eſſe punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΓΑ normalis ΚΘ. Erit igitur ΚΘ recta ad id planum, in quo rectanguli coni ſectio eſt ΑΓΒ; quoniam etiam planum, quod ſecat, ad idem

[1] ἃ ΒΓ

planum rectum eſt. Ducatur autem per punctum Θ recta EZ æquales cum BΔ angulos efficiens; et per rectas EZ, KΘ agatur planum. Hoc rectum utique erit ad BΔ: et ſecabitur conois plano ad axem recto. Quare ſectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque KΘ ſpatium poterit ei æquale, quod ſub ZΘ, ΘE continetur. Qui enim ſuper EZ conſtituetur ſemicirculus eſt: normaliſque cum ſit KΘ media proportionalis eſt, ſpatiumque poteſt, quod continetur ſub EΘ, ΘZ. Ducantur rurſus contingentes coni ſectionem, MN quidem ipſi AΓ parallela, contingat autem in puncto N; BT vero parallela ipſi EZ. Quod igitur ſpatium ſub AΘ, ΘΓ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub EΘ, ΘZ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a NT deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BT. Hoc enim demonſtratum eſt. Æqualis eſt autem ipſi NT, TM; quoniam etiam BP ipſi BM æqualis eſt. Igitur etiam ſpatium, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, ad quadratum, quod a KΘ deſcribitur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a TM deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a TB. Quare etiam quadratum, quod a normali ΘK deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a BT deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a TM. Quoniam igitur triangula ΓAΛ, TMB ſimilia ſunt, quadratum quod a normali ΘK deſcribitur, ad rectangulum, quod ſub AΘ, ΘΓ continetur, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab AΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΓ. Pariter demonſtrabuntur, et quadrata, quæ ab aliis normalibus a ſectione ad AΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius AΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod ab AΛ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab AΓ. Conſtat igitur ſectionem eſſe acutianguli coni ſectionem: ac majorem quidem ipſius diametrum eſſe AΓ, minorem vero æqualem ipſi AΛ.



PROP. XIV. THEOR.

Si obtuſiangula conois plano ſecetur concurrente tum omnibus lateribus coni conoiden continentis, non autem acto ad rectos angulos axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in

Διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἡ EZ ὀρθὰς ποιοῦσα γωνίας ποτὶ τὰν BΔ· καὶ διὰ [m] τᾶν EZ, KΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἐκβεβλήθω. Ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθὸν ποτὶ τὰν BΔ· τετμήσεται δὲ τὸ κωνοειδὲς χᾶμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα. Ὡς τε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ Δ. Ἁ ἄρα KΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ ὑπὸ ZΘ, ΘE. Ἡμικύκλιον γάρ ἐστι τὸ ἐπὶ τᾶς EZ· καὶ ἁ KΘ καθετὸς ἔσσα μέσα γίνεται [n] ἀνάλογον τῷ ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ περιεχομένῳ. Ἀχθω δὲ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ μὲν MN παρὰ τὰν AΓ, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ N· ἁ δὲ BT παρὰ τὰν EZ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν EΘ, ΘZ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς NT, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς BT. Δέδεικται γὰρ τοῦτο. Τᾷ δὲ NT ἴσα ἐντὶ ἁ TM· διότι καὶ ἁ BP [o] τᾷ BM. Ἔχει ἄρα καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς TM ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TB. Ὡς τε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετᾶ τετράγωνον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς BT τετράγωνον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς TM. Ἐπεὶ ὧν ὅμοια ἐντὶ [p] τὰ ΓAΛ, TMB τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK καθετᾶ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Ὁμοίως δειχθήσονται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθετᾶν τετράγωνα, τᾶν ἀγομέναν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν AΓ, ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς AΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς AΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς AΓ. Δῆλον ὧν ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς εἰσιν, ἁ μὲν μείζων ἁ AΓ, ἁ δὲ ἐλάσσων ἴσα τᾷ AΛ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιδ'.

Αἶκα τὸ ἀμβλυγωνίου κωνοειδὲς [q] ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κω-

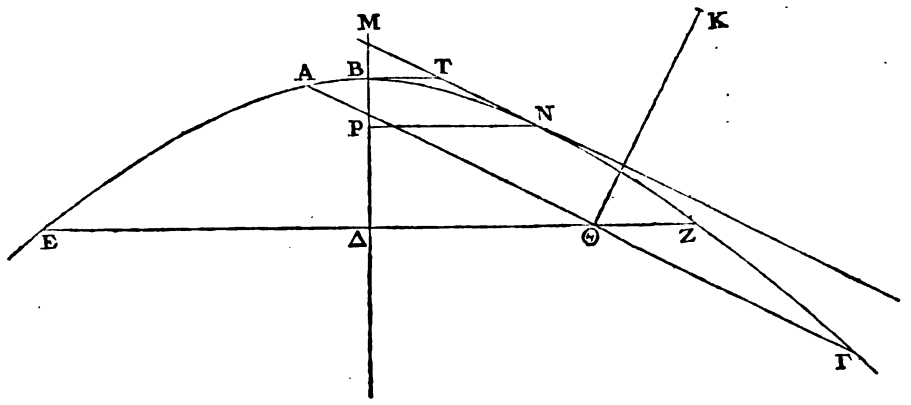
[m] τὰν EZ, KΘ εὐθεῖαν [n] Sic MS. [o] τᾷ TM MS. ἐπιπέδῳ deest. [p] τᾷ ΓAΛ, TΛB τρίγωνα ὅμοια δειχθήσοιται [q] In

νοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τῇτε τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τῇ ἀχθέντος διὰ τᾶ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτᾶ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔσω ἀ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ, τᾶ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδᾳ ἀ ΑΓ εὐθεῖα. Ἄξων δὲ τᾶ κωνοειδέος, καὶ διάμετρος

conoide a ſectione planorum, tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur enim obtuſiangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero quod figuram ſecat, recta ΑΓ. Ac ſit conoidis axis, idemque ſectionis diameter,



τᾶς τομᾶς ἀ ΒΔ. Νοείσθω δή τι ἐπὶ τὰς τομὰς λελαμμένον σαμεῖον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τᾶ Κ καθετὸς ἀχθω ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀ ΚΘ. Ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ ἀ ΑΒΓ κώνᾳ τομά. Διὰ δὲ τᾶ Θ ἀχθω ἀ ΕΖ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ· καὶ διὰ τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἀχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. Τετμήσεται δὴ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· ὥς τε ἀ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτᾶ τὸ Δ. Ἀ ἄρα καθετὸς ἀ ΚΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ. Ἀχθω δὴ πάλιν ἀ μὲν ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύσα τᾶς τᾶ κώνᾳ τομᾶς κατὰ τὸ Ν, ἀ δὲ ΒΤ παρὰ τὰν ΕΖ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ ΕΘ, ΘΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὡς τε τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ καθετᾶ τετράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὁμοίως δ' δειχθησεῖται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν ΑΓ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ, ἃ αἱ καθετοὶ ποιεῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Καί ἐσσιν ἐλάσσων ἀ ΒΤ τᾶς ΤΝ· διότι καὶ ἀ ΜΤ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΤΝ, καὶ γὰρ ἀ ΜΒ ἐλάσσων τᾶς ΒΡ. Τᾶτο γάρ ἐσσιν ἐν ταῖς τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομαῖς συμπίπτοντι. Δῆλον δ' ὅτι ἀ τομά ἐσσιν ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά· καὶ διάμετρος αὐτᾶς μείζων ἀ ΑΓ. Ὁμοίως καθετᾶ ἴσας τᾶς ΝΡ ἐν τᾷ τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶ, διάμετρος ταύτας μείζων ἐστὶν ἀ ΓΑ.

ΒΔ. Intelligatur ſumptum in ſectione eſſe punctum aliquod Κ; ducaturque a puncto Κ ad ΑΓ normalis ΚΘ. Hæc recta utique erit ad id planum, in quo obtuſianguli coni ſectio eſt ΑΒΓ. Ducatur autem per punctum Θ recta ΕΖ ad rectos angulos ipſi ΒΔ; et per rectas ΕΖ, ΚΘ planum agatur ſecans conoiden; quæ quidem plano ſecabitur ad axem recto. Quare ſectio circulus erit, cujus centrum punctum Δ: ideoque normalis ΚΘ ſpatium poterit ei æquale, quod ſub ΕΘ, ΘΖ continetur. Ducantur rurſus contingentes coni ſectionem, ΜΝ quidem, quæ in puncto Ν contingit, ipſi ΑΓ parallela; ΒΤ vero parallela ipſi ΕΖ. Quod igitur ſpatium ſub ΕΘ, ΘΖ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΑΘ, ΘΓ, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Quare quadratum, quod a normali ΘΚ deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub ΑΘ, ΘΓ continetur, rationem habet eamdem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Pariter demonſtrabuntur et alia quadrata, quæ ab aliis normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ, quæ normales efficiunt, continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Eſt autem minor ΒΤ quam ΤΝ; quoniam ipſa etiam ΜΤ minor eſt quam ΤΝ, cum ΜΒ minor ſit quam ΒΡ. Hoc enim in obtuſianguli coni ſectionibus contingit. Conſtat igitur ſectionem eſſe acutianguli coni ſectionem; majoremque ipſius diametrum ΑΓ. Similiter ſi ſit ΝΡ normalis in acutianguli ſectione coni, diameter ipſius major eſt ΓΑ.

[r] ποτὶ τᾷ ἐπιπέδῳ [s] τὰν ΕΖ, ΚΘ εὐθείαν [t] δειχθήσοντι [u] καθέτων [w] σύμπτωμα

Digitized by Google

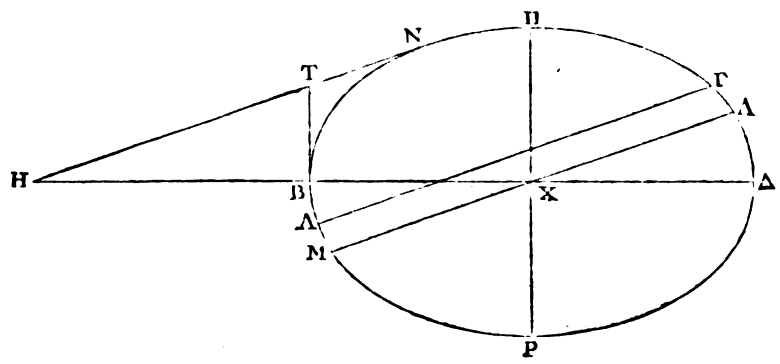
PROP. XV. Theor.

Si longa ſphærois plano ſecetur, ad axem non recto, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Cujus quidem major diameter erit recta, quæ abſcinditur in ſphæroide a ſectione planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Et ſi quidem ſecetur ſive per axem, ſive ſecundum axem, manifeſta res eſt. Itaque ſecetur plano alio: eademque ſecta per axem plano ad id, quod ſecat, planum recto, ſit ſphæroidis quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod ipſam ſecat, recta ΓΑ. Ac ſit ſphæroidis axis, idemque acutianguli coni ſectionis diameter, ΒΔ: centrum punctum Χ: minorque diameter ΠΡ. Ducatur autem ΒΤ ad rectos angulos ipſi ΒΔ: et ΗΝ ipſi ΑΓ parallela, eademque contingens acutianguli coni ſectionem in puncto Ν: ducaturque etiam ΜΛ per punctum Χ, parallela ipſi ΑΓ. Pariter ac ſupra demonſtrabuntur quadrata, quæ a normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis deſcribuntur, ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ continentur, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΤΝ. Itaque ſectionem quidem eſſe acutianguli coni ſectionem, et diametrum ipſius eſſe ΑΓ, manifeſtum eſt: at vero majorem eſſe, hoc oportet demonſtrare. Quod enim ſpatium ſub ΠΧ, ΧΡ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΜΧ, ΧΛ eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur ad quadratum, quod deſcribitur a ΝΤ; quoniam ΠΡ, ΜΛ contingentibus parallelæ ſunt. Minus eſt autem ſpatium, quod ſub ΠΧ, ΧΡ continetur ſpatio, quod continetur ſub ΜΧ, ΧΛ; quoniam etiam ΧΠ ipſa ΧΛ minor eſt. Minus eſt igitur quadratum, quod a ΒΤ deſcribitur quadrato, quod deſcribitur a ΤΝ. Quare et quæ a normalibus a ſectione ad ΑΓ ductis quadrata deſcribuntur minora ſunt ſpatiis, quæ ſub ſegmentis ipſius ΑΓ continentur. Conſtat igitur ipſam ΓΑ majorem eſſe diametrum.

Si lata ſphærois plano ſecetur, alia quidem eadem erunt: diametrorum vero ea erit minor, quæ in ſphæroide abſcinditur.

Porro ex his illud in figuris omnibus manifeſtum eſt, ſi parallelis planis ſecentur, eorum ſectiones ſimiles fore. Quæ enim a normalibus qua-



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε'.

Αἶκα καὶ τὸ παράμακες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἀ τομὰ ἐοσεῖται ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά. Διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἀ μέζων ἐοσεῖται ἀ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ [x] σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων, τᾷ τέμνοντος τὸ σχῆμα, καὶ τᾷ ἀχθέντος διὰ τᾶ ἄξονος ὀρθᾶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

Εἰ μὲν ἒν κατμαθῇ διὰ τᾶ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, δῆλον. Τετμάσθω ἢ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ· τμαθέντος ἢ αὐτᾶ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον, τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἔσω ἀ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομά· τᾷ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδᾳ, ἀ ΓΑ εὐθεῖα· Ἄξων ἢ ἔσω τᾶ σφαιροειδέος, καὶ διάμετρος τᾶς ὑ ὀξυγωνίᾳ κώνου τομᾶς ἀ ΒΔ· κέντρον δὲ τὸ Χ· καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔσω ἀ ΠΡ. Ἄχθω ἢ ἀ μὲν ΒΤ ποτ' ὀρθὰς τᾶ ΒΔ· ἀ δὲ ΗΝ παρὰ τὰν ΑΓ, ἐπιψαύουσα τᾶς ὑ ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾶς κατὰ τὸ Ν· ἄχθω δὴ καὶ ἀ ΜΛ διὰ τᾶ Χ παρὰ τὰν ΑΓ. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθεῖσι τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ [y] ἀγομέναν, ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς ΑΓ τμαμάτων, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὅτι μὲν ἒν ἀ τομά ἐσιν ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ τομὰ, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἀ ΓΑ, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. Τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΜΧ, ΧΛ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ· ἐπεὶ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἐντὶ αἱ ΠΡ, ΜΛ. Ἔλασσον δέ ἐσι τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον τᾷ ὑπὸ τᾶν ΜΧ, ΧΛ· ἐπεὶ καὶ ἀ ΧΠ τᾶς ΧΛ. Ἔλασσον ἄρα ἐσὶ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον τᾷ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. Ὡς τε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθετᾶν τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν ἐλάσσονα ἐντὶ τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ περιεχομένων. Δῆλον ἒν ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος ἀ ΓΑ.

Αἶκα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐοσεῖται· τᾶν ἢ διαμέτρων ἐλάσσων ἐοσεῖται ἀ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

Ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πᾶσι τοῖς [z] σχημάτεσιν, ὅτι αἶκα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὅμοιαι ἐοσοῦνται. Τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ

[x] Sic MS. [y] ἀγμένας [z] σχήμασιν

Digitized by Google

τᾶν καθετᾶν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς αὐτὰς λόγας ἐξοῦντι.

drata deſcribuntur, hæc ad ſpatia, quæ ſub ſegmentis continentur, eamdem rationem habebunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ις'.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ, ἀπὸ παντὸς ὁτασῦν σαμείυ τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶ κωνοειδέος τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτᾶ, ἐκτὸς πεσοῦνται τᾶ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδω διάτε τᾶ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείυ, ἀφ' ᾧ ἃ παράλλαλος ἄγεται τῷ ἄξονι, τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίυ κώνυ τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ὁ ἄξων τᾶ κωνοειδέος. Ἐν δὲ τᾷ τᾶ ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείυ τῶν ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν παρὰ τὰν διάμετρον εὐθειᾶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτᾶς, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ τὰ[a] θάτερα, ἐντός. Δῆλον ἂν τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείυ τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτᾶ τὰν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρά τινα γραμμάν, ἃ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τᾶ κώνυ τᾶ περιέχοντος[b] τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτᾶ, ἐκτὸς πεσοῦνται τᾶ κωνοειδέος· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδω διάτε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τᾶ κώνυ τᾶ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, καὶ διὰ τᾶ σαμείυ, ἀφ' ᾧ ἄγεται ἃ ἐς αὐτὰ, ἃ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίυ κώνυ τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἃ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνυ ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. Ἐν δὲ τᾷ τᾶ ἀμβλυγωνίυ κώνυ τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείυ τοῦ ἐπὶ[c] τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὰν ἄτως ἀγμέναν γραμμάν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι, ἐφ' ἃ ἐσιν αὐτᾶς τὰ κυρτὰ, ἐκτὸς πίπτοντι· αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

Αἶχα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτηται, μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Ἐφαπτέσθω γὰρ εἰ δυνατὸν κατὰ πλείονα σαμεῖα. Λαφθέντων δὲ δύο σαμείων, καθ' ἃ ἅπτεται, τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον τᾶ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παρὰ τὸν ἄξονα[d] εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν· ἀπὸ δὴ τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἐπιπέδον ἐκβληθέτω, ἤτοι διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. Ὡς τε τὰν τομὰν ποιήσει κώνου τομὰν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. Ἐπεὶ οὖν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Ἃ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνυ τομᾶς, ὥς τε καὶ τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. Ἔστι δὲ ἃ εὐθεῖα

PROP. XVI. Theor.

In rectangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, axi parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

Ducto enim plano per axem, et per id punctum, a quo, quæ axi parallela eſt, ducitur; ſectio erit rectanguli coni ſectio: ejuſque diameter erit axis conoidis. At in rectanguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt diametro parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra. Conſtat igitur, quod propoſitum erat.

In obtuſiangula conoide, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ejuſdem ſuperficie ſunt, ducuntur parallelæ cuidam rectæ, quæ a vertice coni conoiden continentis in conoide ipſa ducta eſt; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus conoidis convexa ſunt, extra conoiden cadent, quæ vero ad contrarias, intra.

Ducto enim plano per rectam, quæ per verticem coni conoiden continentis in conoide ducta eſt, et per id punctum, a quo ea ducitur, quæ rectæ huic parallela eſt, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio: ejuſque diameter erit recta, quæ a vertice coni in conoide ducitur. At in obtuſianguli coni ſectione, rectarum, quæ a quolibet puncto eorum, quæ in ſectione ſunt, rectæ cuidam, ut modo diximus, ductæ parallelæ ducuntur; quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus ſectionis convexa ſunt, extra ſectionem cadunt, quæ vero ad contrarias, intra.

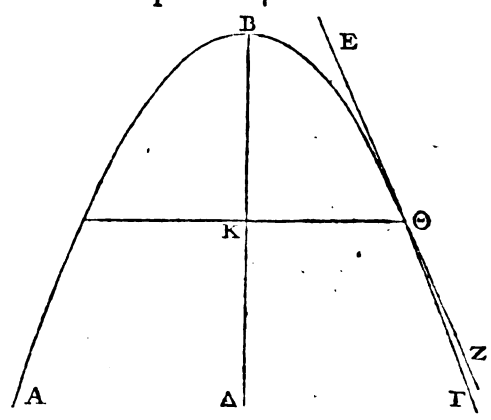
Si conoideas figuras planum contingat, quod ipſas non ſecet, in uno tantum puncto continget; et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim, ſi fieri poteſt, in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum conoiden contingit, ductiſque ab utroque rectis axi parallelis, ſi per has planum agatur, actum utique erit ſive per axem, ſive ſecundum axem. Quare ſectionem faciet coni ſectionem; et puncta in ipſa coni ſectione erunt. Quoniam igitur in ſuperficie ſunt, etiam in plano ſunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni ſectionem erit; ideoque etiam intra conoidis ſuperficiem. Eſt autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam

[a] φάτιρα [b] τῷ κωνοειδεῖ [c] τὰς τομὰς τᾶν ἀγομέναν [d] εὐθειᾶν

Digitized by Google

et puncta in eo sunt. Igitur contingentis plani pars aliqua intra conoiden erit. Quod fieri non potest. Positum enim fuerat non secare. In uno igitur tantum puncto continget. Ipsum autem planum, quod per contactum axemque agitur, rectum fore ad planum contingens, si quidem in conoidis vertice contigerit, manifestum est. Actis enim per axem duobus planis, conoidis sectiones coni sectiones erunt, diametrum habentes ipsum axem. Quæ autem rectæ contingentis plani sectiones in diametri termino contingunt, hæ cum diametro ipsa rectos angulos efficiunt. Duæ igitur rectæ erunt in contingente plano ad rectos angulos axi. Planum igitur rectum erit ad axem; ideoque etiam ad planum, quod per axem agitur. At vero planum non contingat conoiden in vertice: planumque agatur per contactum et axem. Ac sit conoidis quidem sectio coni sectio ΑΒΓ: et conoidis axis, eademque sectionis diameter, ΒΔ: contingentis vero plani sectio sit recta ΕΘΖ coni sectionem in puncto Θ contingens. Ducatur autem a puncto Θ ad ΒΔ normalis ΘΚ: et excitetur planum ad axem rectum. Hoc utique sectionem faciet circulum, cujus centrum punctum Κ. Atque plani hujus, et contingentis alterius sectio recta erit circulum contingens, quæ ideo rectos cum ΘΚ angulos efficiet. Quare recta erit ad id planum, in quo sunt ΚΘ, ΒΔ. Constat igitur planum contingens rectum ad idem planum esse; quoniam et, quæ in eo sunt, rectæ lineæ.



αὐτὰ ἐν τῷ ἁπτομένῳ ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σημεῖα. Τὸ ἄρα ἐπιψαύοντος ἁπτέδα ἐσται τι ἐντὸς τοῦ κωνοειδέος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ὑπέκειτο γὰρ, μὴ τέμνειν. Καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅψεται σημεῖον. Ὅτι δὲ καὶ διὰ τὰς ἀφὰς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὰν κορυφάν τοῦ κωνοειδέος ἐφάπηται, δῆλον. Ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ ἄξονος δύο ἐπιπέδων, τοῦ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσοῦνται κώνων τομαὶ, διάμετρον ἔχουσαι τὸν ἄξονα. Τοῦ δὲ ἁπτομένου ἁπτέδα αἱ εὐθεῖαι ἁπτόμεναι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου, ὀρθὰς ποιοῦντι γωνίας πτὶ τὰν διάμετρον. Ἐσοῦνται ἓν ἐν τῷ ἁπτομένῳ ἁπτέδῳ δύο εὐθεῖαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Ὀρθὸν ἄν ἐσται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον· ὥς τε καὶ ποτὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος. Ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐπιψαῦον τὸ ἐπίπεδον· ἀχθω δὴ ἐπίπεδον διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος. Καὶ τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ κώνω τομά· ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ· τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἁπτέδα τομὰ ἔστω ἁ ΕΘΖ εὐθεῖα τᾶς τοῦ κώνω τομᾶς ἁπτομένα κατὰ τὸ Θ. Ἀπὸ δὴ τοῦ Θ καθετὸς ἀχθω ἐπὶ τὰν ΒΔ ἁ ΘΚ· καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ἐπὶ τὸν ἄξονα. Ποιήσει δὴ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ Κ. Ἁ δὲ τομὰ τούτω τοῦ ἁπτέδα καὶ οὗ ἁπτομένου ἐσοῦνται ἐπιψαύουσα οὗ κύκλω· ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΘΚ. Ὡς τε ὀρθὰ ἐσοῦνται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ἐν ᾧ ἐντὶ αἱ ΚΘ, ΒΔ. Δῆλον ἄν ὅτι καὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον· ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

PROP. XVII. Theor.

Si sphæroideon figurarum utramlibet planum contingat, quod ipsas non secet, in uno tantum puncto continget: et planum, quod per contactum, axemque agitur, rectum erit ad planum contingens.

Contingat enim in pluribus punctis. Sumptis autem punctis duobus, in quibus planum sphæroiden contingit, ductisque ab utroque rectis axi parallelis, si per has planum agatur, sectio erit acutianguli coni sectio: et puncta in ipsa coni sectione erunt. Quæ igitur recta inter puncta interjicitur, hæc intra coni sectionem erit; ideoque etiam intra sphæroidis superficiem. Est autem eadem recta etiam in plano contingente; quoniam et puncta in eo sunt. Igitur contingentis plani pars aliqua intra sphæroiden erit. Non est autem. Positum enim fuerat non secare. Constat igitur in uno tantum puncto contingere. Ipsum autem planum, quod per con-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ.

Αἶκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁπτερονοῦν ἐπίπεδον ἅπτηται, μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψηται σημεῖον· καὶ τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

Ἁπλόω γὰρ κατὰ πλείονα σημεῖα. Λαφθέντων δὴ τῶν σημείων καθ' ἃ ἅπλεται τὸ ἐπίπεδον τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατερᾶ αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθεῖαν ἀχθεισᾶν, καὶ διὰ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπιπέδω ἐκβληθέντος, ἁ τομὰ ἐσται ὀξυγωνίω κώνω τομά· καὶ τὰ σημεῖα ἐσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνω τομᾷ. Ἁ δὴ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσται τᾶς τοῦ κώνω τομᾶς· ὥς τε καὶ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσται. Ἔστι δὲ ἁ εὐθεῖα ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ· διότι καὶ τὰ σημεῖα. Τὸ ἄν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδω ἐσται τι ἐντὸς τοῦ σφαιροειδέος. Οὐκ ἔστι δέ. Ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. Δῆλον ἄν ὅτι καθ' ἓν σημεῖον μόνον ἅψεται. Ὅτι δὲ τὸ διὰ τᾶς

Digitized by Google

ἀφᾶς, καὶ τῇ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν, ὀρθὸν ἐσσεῖται πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δειχθεῖσι.

Αἶχα τῶ κωνοειδέων, ἢ σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ τᾶς γενομένας τομᾶς ἐφαπτόμενά τις [e] ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐφαπτομένας ἐπίπεδον ἀναπαθῇ ὀρθὸν πρὸς τὸ τέμνον, ἐπιψαύσει δ' σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον, καθ' ὃ καὶ ἡ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς δ' κώνου τομᾶς.

Οὐ γὰρ ἅψεται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτᾶ· εἰ δὲ μὴ ἃ ἀπὸ τοῦ σαμείου καθετὸς ἀγομένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. [f] Ἐπὶ γὰ τὰν ἐπιψαύουσαν πεσεῖται, ἐπεὶ ὀρθὰ πρὸς ἄλλαλα ἔωντι ἐπίπεδα. [g] Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ὅτι ἐντὸς πεσεῖται.

tactum, axemque agitur, rectum fore ad planum contingens, pariter atque in conoidibus demonſtrabimus.

Si conoideon, aut ſphæroideon figurarum utralibet plano per axem ſecetur, ducaturque recta aliqua ſectionem, quæ oritur, contingens; et excitetur per contingentem planum ad id, quod ſecat, planum rectum; continget hoc figuram in eodem puncto, in quo et recta illa coni ſectionem contingit.

Non enim continget in alio puncto ejuſdem ſuperficiem: alioquin quæ ab eo puncto ad id, quod ſecat, planum normalis ducitur, extra coni ſectionem cadet. Cadet enim in contingentem, quoniam plana recta ſibi invicem ſunt. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt cadere intra.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη'.

Αἶχα τῶ σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύοντι, ἃ τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορεύσεται.

Ὅτι μὲν δὴ κατ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα ἔωντι, δῆλον. Ἀλλ' ἔστω μὴ πρὸς ὀρθάς. Τὸ δὴ ἐπίπεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἀφᾶς τᾶς ἑτέρας ὀρθὸν ἐσσεῖται [h] πρὸς τὸ ἐφαπτόμενον ἐπίπεδον· ὥς τε καὶ πρὸς τὸ παράλληλον αὐτῷ. Ἀναγκαῖον ἄρα τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον, τὸ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἑκατέραν ἀφᾶν ἀγμένον. Εἰ δὲ μὴ, ἐσοῦνται δύο ἐπίπεδα πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ἀγμένα, ἅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς πρὸς τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἐσοῦνται ἐπιπέδῳ ὅτε ἄξων καὶ αἱ ἁφαὶ καὶ τετμαχὸς ἐσεῖται τὸ σφαιροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. Ἃ δὴ τομὰ ἐσεῖται ἀξυγωνίου κώνου τομά· αἱ δὲ τῶν ἐπιψαυουσῶν ἐπιπέδων τομαὶ παράλληλοι ἐσοῦνται, αἱ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἁφὰς τῶν ἐπιπέδων. Αἱ δὲ δύο εὐθεῖαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιψαύοντι παράλληλοι ἐοῦσαι, πίπτει κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου [i] τομᾶς, καὶ αἱ ἁφαὶ ἐπ' εὐθεῖαν ἔωντι.

PROP. XVIII. Theor.

Si ſphæroideon figurarum aliquam duo parallela plana contingant; quæ recta contactus jungit per ſphæroidis centrum tranſibit.

Et ſi quidem plana axi ad rectos angulos fuerint, manifeſta res eſt. Sin minus, planum, quod per axem, et contactum alterum agitur, rectum erit ad id, quod ſecat, planum; ideoque etiam ad planum eidem parallelum. Neceſſe igitur eſt idem eſſe planum, quod per axem, et utrumque contactum agitur: alioquin duo erunt plana recta ad idem planum per eamdem rectam lineam acta, quæ ad id planum recta non ſit. Poſitus eſt enim axis rectus ad parallela plana non eſſe. In eodem igitur plano erunt contactus, et axis: ſectaque erit ſphærois per axem. Itaque ſectio erit acutianguli coni ſectio: planorumque contingentium ſectiones, quæ in ipſis planorum contactibus acutianguli coni ſectionem contingunt, erunt parallelæ. Si autem rectæ ſibi invicem parallelæ acutianguli coni ſectionem contingant; acutianguli coni ſectionis centrum, et contactus in directo jacent.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ'.

Αἶχα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτεροῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα [j] ἀχθῇ ἐπιψαύοντα· ἀχθῇ δέ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα· αἱ διὰ τᾶς γενομένας τομᾶς [k] ἀγόμεναι, παρὰ τὰν τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

Ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα· καὶ λελάφθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς γενομένας τομᾶς· καὶ διὰ τοῦ γενομένου σαμείου, καὶ τᾶς εὐθείας [l] τᾶς τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύσας ἐπίπεδον ἄχθω. [m] Τέμνει δὴ τοῦτο τὸ σφαιροει-

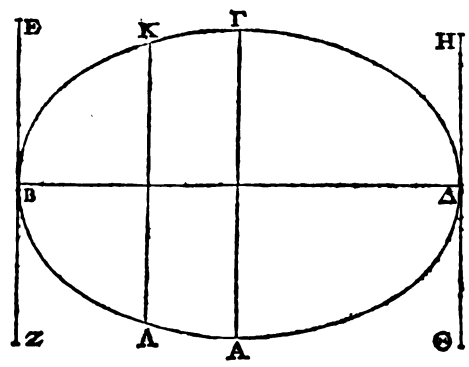
PROP. XIX. Theor.

Si ſphæroideon figurarum utramlibet duo parallela plana contingant: agatur autem per ſphæroidis centrum planum aliquod contingentibus planis parallelum; quæ rectæ per ſectionem, quæ oritur, ei, quæ contactus jungit, parallelæ ducuntur, extra ſphæroiden cadent.

Ponantur quæ dicta ſunt: ſumaturque punctum aliquod in ea, quæ oritur ſectione; et per id punctum, rectamque, quæ contactus jungit, agatur planum. Hoc utique ſphæroiden, et pa-

[e] ἄχθη [f] Sic MS. [g] Sic MS. [h] Sic MS. [i] ἄχθη [k] ἀγόμεναι εὐθεῖαι παρὰ τὰν τᾶς ἁφᾶς ἐπιζευγνύουσαν [l] In MS. τᾶς deeſt. [m] τίμνει

rallela plana ſecat. Itaque ſit ſphæroidis ſectio acutianguli coni ſectio ABΓΔ: planorumque contingentium ſectiones rectæ EZ, HΘ: quod ſumptum eſt punctum, A: denique quæ contactus jungit, BΔ. Hæc utique per centrum tranſibit. Sectio autem plani contingentibus planis paralleli ſit ΓA. Atque hæc etiam per centrum tranſibit; quoniam et ipſum, in quo eſt, planum. Quoniam igitur ſectio ABΓΔ aut circulus eſt, aut acutianguli coni ſectio; eamque duæ rectæ contingunt EZ, HΘ; ductaque per centrum eſt AΓ iiſdem parallela; conſtat, quæ a punctis A, Γ ipſi BΔ parallelæ ducuntur, has contingere ſectionem, atque extra ſphæroiden cadere. Quod ſi planum contingentibus planis parallelum actum per centrum non ſit, cujusmodi eſt KΛ; conſtat fore, ut rectarum, quæ a ſectione ducuntur, quæ quidem ducuntur ad eas partes, in quibus eſt minus ſegmentum, extra ſphæroiden cadent; quæ vero ad contrarias, intra.

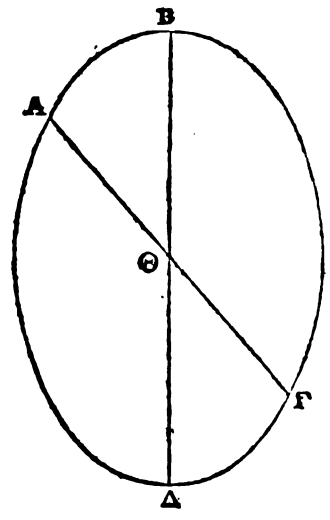


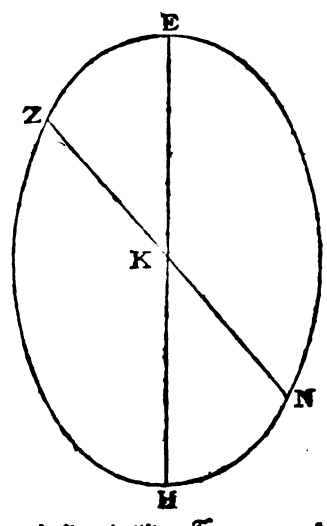
δες, καὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. Ἔστω ἔν ἀ μὲν τῆ σφαιροειδέος τομὰ ἀ ABΓΔ ὀξυγωνίε κώνε τομά· αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψαυόντων τομαὶ, αἱ EZ, HΘ εὐθεῖαι· τὸ δὴ λαφθὲν σαμεῖον, τὸ A· ἀ δὲ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύσα ἔστω, ἀ BΔ. Πεσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τῆ κέντρε. Ἀ δὲ τῆ παραλλήλε ἐπιπέδε τοῖς ἐπιψαυόντεσιν ἐπιπέδοις τομὰ, ἀ ΓA. Ἐσεῖται ἢ αὐτὰ διὰ τῆ κέντρε [n] ἀγομένα· ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. Ἐπεὶ ἔν ἐστιν ἀ ABΓΔ, ἤτοι κύκλος, ἢ ὀξυγωνίε κώνε τομὰ, καὶ ἐπιψαύοντι· αὐτᾶς αἱ δύο εὐθεῖαι αἱ EZ, HΘ· διὰ δὲ [p] τ̃ κέντρε παράλληλος αὐταῖς ἦκται ἀ AΓ· δῆλον ὡς αἱ ἀπὸ τῶν A, Γ ἀγόμεναι σαμείων παρὰ τὴν BΔ ἐπιψαύωντι τὰς τομὰς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται [q] σφαιροειδέος. Εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψαυόντεσιν ἐπιπέδοις, μὴ διὰ τῆ κέντρε ἀγμένον ὡς τὸ KΛ· δῆλον ὡς τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς τᾶν γενομένων εὐθειᾶν, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γινόμεναι τῷ τε ἐλάσσονι τμήματι, ἐκτὸς πεσεῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐντός.

PROP. XX. Theor.

Quælibet ſphæroidea figura ſecta plano per centrum acto, ſecatur in duas æquas partes ab hoc plano tum ipſa, tum ipſius ſuperficies.

Secetur enim ſphærois plano per centrum acto: ſecabiturque ſive per axem; et ad angulos ſive rectos, ſive etiam non rectos axi. Et ſi quidem ſecetur ſive per axem, ſive ad rectos angulos axi; conſtat tum ipſam, tum ipſius ſuperficiem in duas æquas partes ſecari. Manifeſtum eſt enim partem ipſius alteram cum altera; et ſuperficiem partis alterius cum alterius ſuperficie convenire. Sed neque ſecetur per axem, neque ad rectos angulos axi. Itaque ſecta per axem ſphæroide plano ad id, quod ſecat, planum recto, ipſius quidem figuræ ſectio ſit acutianguli coni ſectio ABΓΔ; cujus diameter, idemque ſphæroidis axis, recta BΔ; centrum punctum Θ; plani vero, quod per centrum ſphæroiden ſecat, ſectio ſit recta AΓ. Sumatur præterea alia ſphærois huic æqualis, et ſimilis: eademque ſecta plano per axem acto, ſectio ſit acutianguli coni ſectio EZHN; ejuſque diameter, idemque ſphæroidis axis, EH; et centrum punctum K. Ducatur autem per





ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ'.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ κέντρε δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆ ἐπιπέδε, καὶ αὐτὸ, καὶ ἀ ἐπιφάνεια αὐτῆ.

Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρε, ἤτοι δὴ καὶ διὰ τῆ ἄξονος ἐσεῖται τετμαμένον, ἢ πρὸς ὀρθὰς, ἢ μὴ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι. [q] Εἰ μὲν ἔν διὰ τ̃ ἄξονος τέμνεται, ἢ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι, δῆλον ὡς δίχα τέμνεται τὸ αὐτὸ, καὶ ἀ ἐπιφάνεια αὐτῆ. Φανερὸν γὰρ ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον μέρος αὐτῆ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἀ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρε μέρες ἐπὶ τὰν ἑτέρε. Ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τ̃ ἄξονος τετμαμένον, μήτε πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Τμαθέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τ̃ ἄξονος, αὐτοῦ μὲν τοῦ σχήματος τομὰ ἔστω ἀ ABΓΔ ὀξυγωνίε κώνε τομά· διάμετρος ἢ αὐτᾶς ἔστω, καὶ ἄξων τ̃ σφαιροειδέος, ἀ BΔ· καὶ κέντρον τὸ Θ· τοῦ δ' ἐπιπέδε τ̃ τετμακότος διὰ τ̃ κέντρε τοῦ σφαιροειδέος, ἔστω τομὰ ἀ AΓ εὐθεῖα. Λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὅμοιον τούτῳ· καὶ τμαθέντος αὐτῆ διὰ τ̃ ἄξονος ἐπιπέδῳ, τομὰ ἔστω ἀ EZHN ὀξυγωνίε κώνε τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τ̃ σφαιροειδέος ἀ EH· καὶ κέντρον τὸ K.

[n] ἀγμένα [o] Sic MS. [p] τῆ κέντρε ἦπται [q] Εἰ μὲν οὖν διὰ τῆ ἄξονος τέμνεται, ἢ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι in MS. deſunt.

Digitized by Google

Καὶ διὰ τοῦ Κ ἄχθω ἡ ΖΝ γωνίαν ποιοῦσα τὴν Κ ἴσην τῇ Θ· ἀπὸ δὲ τῆς ΖΝ ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστηκὸς ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ΕΖΗΝ τομή. Ἐντὶ δὴ τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ ὅμοιαι ἀλλήλαις. Ἐφαρμόζοντι δὴ ἐπ' ἀλλήλας τεθείσας τὰς ΕΗ ἐπὶ τὴν ΒΔ, καὶ τὰς ΖΝ ἐπὶ τὴν ΑΓ. Ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὴν ΝΖ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὴν ΑΓ· ἐπεὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς γραμμῆς πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ἐντί. Ἐφαρμόζει δὴ καὶ τὸ τμῆμα τὸ ὑπὸ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὴν ΝΖ, ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τῆς τῷ ἑτέρῳ τμήματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β. Καὶ λοιπὸν τμῆμα ἐπὶ τὸ λοιπόν· καὶ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. Πάλιν δὴ καὶ τεθείσας τὰς ΕΗ ἐπὶ τὴν ΒΔ ἄτως, ὥς τε τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ Δ κεῖσθαι· τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β· τὴν δὲ μεταξὺ τῶν Ν, Ζ σημείων γραμμὴν ἐπὶ τὴν μεταξὺ τῶν Α, Γ σημείων· δῆλον ὡς αἵτε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμόζουσι ἐπ' ἀλλήλας· καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. Ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὴν ΝΖ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὴν ΑΓ· καὶ τῶν τμημάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΝΖ, τὸ μὲν [a]ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Η ἐφαρμόζει τῷ τμήματι, τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΑΓ [b]ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ [c]τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ [d]τῷ Δ. Ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμῆμα ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων ἐφαρμόζει, δῆλον ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμήματα· διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἐπιφάνειαι.

centrum K ZN efficiens angulum K angulo Θ æqualem: exciteturque a ZN planum ad id planum, in quo ſectio eſt EZHN, rectum. Duæ igitur ſunt acutiangulorum conorum ſectiones ABΓΔ, EZHN æquales, ſibique invicem ſimiles. Itaque poſita EH ſuper BΔ, et ZN ſuper AΓ, ſibi invicem conveniunt. Convenit autem etiam planum actum per NZ plano acto per AΓ; quoniam utrumque ab eadem recta in eodem plano excitatur. Convenit igitur etiam ſegmentum, quod a plano acto per NZ ad eas partes, in quibus eſt punctum E, a ſphæroide ſecatur, cum altero ſegmento, quod ſecatur ab altera ſphæroide a plano acto per AΓ ad eas partes, in quibus eſt punctum B. Reliquum item ſegmentum cum reliquo ſegmento; et ſuperficies ſegmentorum cum ſuperficiebus conveniunt. Rurſus poſita EH ſuper BΔ, ita ut punctum quidem E ponatur ſuper Δ; punctum vero H ſuper B; recta denique, quæ inter puncta N, Z interjicitur ſuper rectam, quæ interjicitur inter puncta A, Γ; conſtat fore, ut acutiangulorum conorum ſectiones ſibi invicem conveniant; cadatque punctum quidem Z ſuper Γ, punctum vero N ſuper A. Pariter etiam planum actum per NZ convenit cum plano acto per AΓ: ſegmentorumque, quæ a plano acto per NZ ſecantur, quod quidem ad eaſdem partes eſt, ad quas punctum H, cum ſegmento convenit, quod a plano acto per AΓ ad eaſdem partes, ad quas punctum B, ſecatur; quod vero eſt ad eaſdem partes, ad quas punctum E convenit cum ſegmento, quod ſecatur ad eaſdem partes, ad quas eſt punctum Δ. Quoniam igitur idem ſegmentum cum utroque ſegmento convenit, conſtat ſegmenta æqualia eſſe; eademque ratione etiam ipſorum ſuperficies.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα'.

Τμάματος δοθέντος [e]ὁποτερασοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτεμνομένῃ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερασοῦν, μὴ μείζονος ἡμίσεως [f]σφαιροειδέος, ὁμοίως ἀποτεμνομένῳ· δυνατὸν ἔστιν σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

Δεδόσθω τμῆμα, οἷόν ἐστι τὸ ΑΒΓ· τμηθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ [g]ἄξονος [h]τμήματος, ποιᾷ ἔστω ἡ ΑΒΓ κώνου τομή· [i]ὃ δὲ ἐπίπεδον [k]ἀποτέμνοντος τὸ τμῆμα, ἡ ΑΓ εὐθεῖα. [l]Ἄξων δὲ ἔστω [m]τμήματος, καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς, ἡ ΒΔ. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ἐπὶ τὸν ἄξονα, ἡ τομὰ κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΓΑ. Ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων [n]τὸν ΒΔ. Πεσεῖται δὲ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐντὸς τοῦ τμήματος· ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδὲς, ἢ σφαι-

PROP. XXI. Theor.

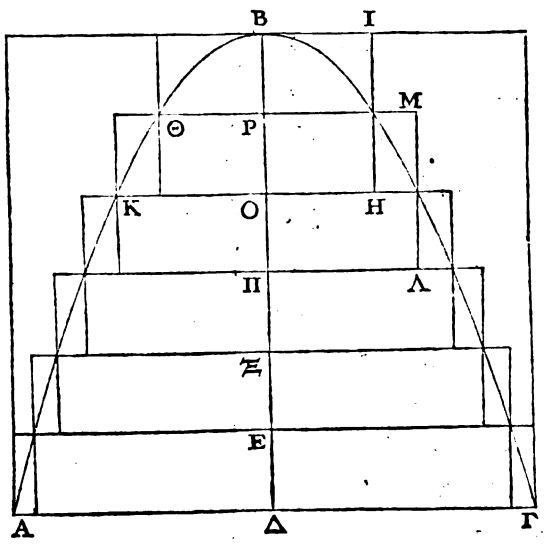
Dato ſegmento cujuſlibet conoidis ſecto plano ad axem recto, vel ſegmento cujuſlibet ſphæroidis ſimiliter ſecto, quod tamen dimidia ſphæroide majus non ſit; fieri poteſt, ut eidem ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptum magnitudine minore' ſolida qualibet propoſita.

Detur ſegmentum, quale eſt ABΓ: eodemque ſecto plano per ſegmenti axem acto, ſectio quidem ejus ſit coni ſectio ABΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta AΓ. Ac ſit ſegmenti axis, idemque ſectionis diameter, BΔ. Quoniam igitur ponitur planum, quod ſecat, rectum eſſe ad axem, ſectio circulus erit, cujus diameter ΓA. Excitetur ab hoc circulo cylindrus axem habens BΔ. Cadet utique hujus ſuperficies extra ſegmentum; quoniam ſive conoi-

[a] γραμμῶν [b] Sic MS. [c] Sic MS. [d] τὸ [e] τῶ [f] ἀποτετμηκάτος [g] τὸ [h] τμήματος τομᾶς. Ἔστω [i] τὸ [k] ἀποτέμνοντος [l] τὸ [m] τμήματος τοῦ [n] τὸν

Digitized by Google

dis, ſive ſphæroidis ſegmentum eſt non majus ſphæroide dimidia. Itaque ſi hic cylindrus in duas æquas partes continuo ſecetur plano ad axem recto, quod relinquitur minus aliquando erit propoſita ſolida magnitudine. Sit id, quod relinquitur, cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, et axem EΔ, minor propoſita ſolida magnitudine. Dividatur autem BΔ in partes uni EΔ æquales in punctis P, O, Π, Ξ: ducanturque a diviſionibus rectæ ipſi AΓ parallelæ ad coni uſque ſectionem: et ab his plana excitentur recta ad BΔ. Itaque ſectiones circuli erunt centra habentes in BΔ. Deſcribantur autem ab unoquoque circulorum duo cylindri, quorum uterque axem habeat ipſi EΔ æqualem; alter quidem ad eaſdem cylindri partes, ad quas punctum Δ, alter vero ad eaſdem, ad quas punctum B. Erit utique ſegmento figura quædam ſolida inſcripta ex iis cylindris compoſita, qui ad eas partes, in quibus eſt punctum Δ, deſcripti ſunt: aliaque item circumſcripta compoſita ex iis cylindris, qui deſcripti ſunt ad eas, in quibus eſt punctum B. Reliquum eſt, demonſtremus circumſcriptum excedere inſcriptam magnitudine minore ſolida propoſita. Itaque cylindrorum, qui in inſcripta figura ſunt, æqualis unuſquiſque eſt cylindro, qui ab eodem circulo deſcriptus eſt ad eaſdem partes puncti B: nimirum cylindrus quidem ΘH cylindro ΘI; cylindrus vero KΛ cylindro KM: aliique eodem modo. Cylindri autem omnes cylindris omnibus æquales ſunt. Conſtat igitur circumſcriptam figuram excedere inſcriptam cylindro, qui baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum AΓ deſcribitur, axem vero EΔ. Hic autem minor eſt propoſita ſolida magnitudine.



PROP. XXII. Prob.

Dato ſegmento cujuſlibet conoidis ſecto plano ad axem non recto, vel ſegmento cujuſlibet ſphæroidis ſimiliter ſecto, quod tamen dimidia ſphæroide majus non ſit; fieri poteſt, ut eidem ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore ſolida qualibet propoſita.

Detur ſegmentum, quale dictum eſt. Secta autem figura per axem plano alio ad id pla-

ροειδὲς μὴ μεῖζον ἢ ἡμίσεος τῦ σφαιροειδέος. Τῦ δὴ κυλίνδρυ τέτυ ἀεὶ δίχα τεμνομένυ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ωοτὶ τ' ἄξονα, ἐσταὶ ωοτὲ τὸ καταλειπόμψον ἔλασσον τοῦ ωροτεθέντος σερεοῦ μεγέθεος. Ἔστω δὲ τὸ καταλελειμμψον ἀπ' αὐτοῦ κύκινδρος [b] ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν ωερὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὸν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ ωροτεθέντος σερεοῦ μεγέθεος. Διαιρήθω δὴ ἁ ΒΔ ἐς τὰς ἴσας τᾷ ΕΔ κατὰ τὰ Ρ, Ο, Π, Ξ· καὶ ἀπὸ τᾶν [c] διαιρέσεων ἄχθων διῆαι ωαρὰ τὰν ΑΓ, ἔστε ωοτὶ τὰν τῦ κώνυ τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεσακέτω ὀρθὰ ωοτὶ τὰν ΒΔ. Ἐσταὶν δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ τὰς ΒΔ. Ἐφ' ἑκάστυ δὴ τῶν κύκλων δύο κύλινδροι ἀναγεγράφθων, ἑκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ ΕΔ, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῦ κυλίνδρυ, ἐφ' ἃ ἐσι τὸ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφ' ἃ ἐσι τὸ Β. Ἐσταὶ δή τι ἐν τῷ τμάματι σχῆμα σερεὸν ἐγγεγραμμψον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἃ ἐσι τὸ Δ· καὶ ἄλλο ωεριγεγραμμένον, ἃ συγκείμψον ἔκτε τῶν κυλίνδρων τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ τὸ Β ἐσί. [d] Λοιπὸν δὲ δεῖξαι, ὅτι τὸ ωεριγεγραμμένον τῦ ἐγγεγραμμένυ ὑπερέχει ἐλάσσονι τῦ ωροτεθέντος σερεῦ μεγέθεος. Ἔκασος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐσὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλυ ἀναγραφομψῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· ὡς ὁ μὲν ΘΗ τῷ ΘΙ, ὁ δὲ ΚΛ τῷ ΚΜ· καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. Καὶ ωάντες ἄρα οἱ κύλινδροι ωᾶσιν ἴσοι εἰσίν. Δῆλον ἄρ' ὅτι τὸ ωεριγεγραμμψον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένυ ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ, τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ωερὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ. Οὗτος δέ ἐσιν ἐλάσσων τῦ ωροτεθέντος σερεοῦ μεγέθεος.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ'.

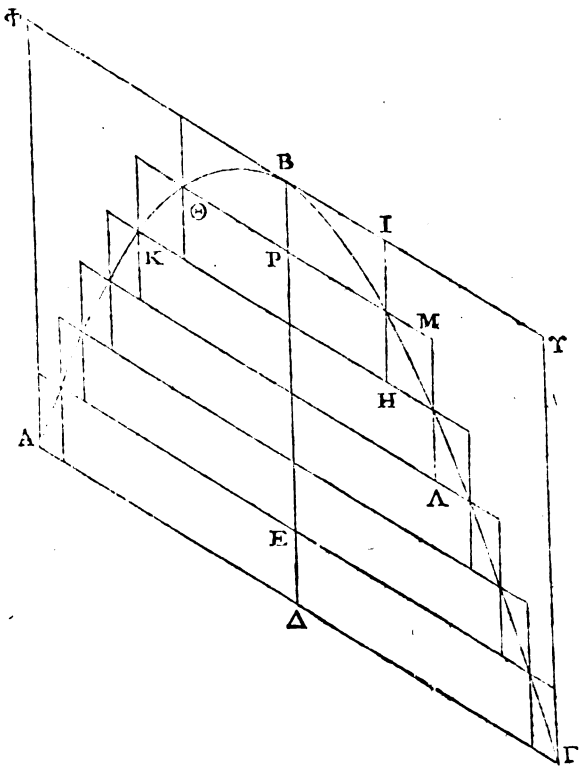
Τμάματος δοθέντος ὁποτερυοῦν τ' κωνοειδέων ὑποτετμαμένυ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ωοτὶ τὸν ἄξονα, ἢ τ' σφαιροειδέων ὁποτερυοῦν μὴ μείζονος [e] ἡμίσυς ἢ σφαιροειδέος, [f] ὁμοίως ἀποτετμαμένυ· δυνατόν ἐσιν εἰς αὐτὸ σχῆμα σερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο ωεριγράψαι ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος [g] ἴσον ἐχόντων συγκειμένον, [h] ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἢ [i] ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ωαντὸς ἢ ωροτεθέντος σερεοῦ μεγέθεος.

Δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἴρηται. Τμαθέντος ἢ ἢ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ,

[b] ὁ ἔχων
[c] Sic MS.
[d] λοιπὸν δέ ἐσι δεῖξαι
[e] ἡμικυκλίυ
[f] Sic MS.
[g] In MS. ἴσον deeſt.
[h] Sic MS.
[i] ἐγγραφομένυ

Digitized by Google

ωστὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθὲν τμᾶμα, τῆ μὲν σχήματος τομὰ ἔσω ἡ ΑΒΓΔ κώνυ τομά· τῆ δὲ βπιπέδυ τοῦ [k] ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἡ ΓΑ ὀθεῖα. Ἐπεὶ ἓν ὑπόκειται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ωστὶ τὸν ἄξονα, ἡ τομὰ ἐστεῖται ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ, διάμετρος ἢ αὐτᾶς ἡ ΑΓ. Ἔσω παράλληλος τῆ ΓΑ ἡ ΦΥ ἐπιψαύυσα τᾶς τοῦ κώνυ τομᾶς, ἐπιψαυέτω ἢ κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τᾶς ΦΥ ἀνεσακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὸν ΑΓ. Ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ Β· καὶ εἰ μέν ἐσι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίυ κωνοειδέος, ἀπὸ τοῦ Β ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἡ ΒΔ· εἰ δὲ ἀμβλυγωνίυ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τῆ κώνυ τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ὀθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ Β ἐκβεβλήθω, ἡ ΒΔ· εἰ δὲ σφαιροειδέος, ἀπὸ τῆ κέντρυ ἐπὶ τὸ Β [l] ἀχθεῖσα ὀθεῖα ἀπολελάφθω ἡ ΒΔ. Δῆλον δὲ ὅτι τέμνει ἡ ΒΔ δίχα [m] τὰν ΑΓ. [n] Ἔσιν ἓν τὸ μὴ Β κορυφὰ τοῦ τμάματος· ἡ δὲ ΒΔ ὀθεῖα, ἄξων. Ἔσι δή τις ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· καὶ γραμμὰ ἡ ΒΔ ἀπὸ τοῦ κέντρυ ἀνεσακοῦσα ἐν ὀρθῷ βπιπέδῳ ωστὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐσιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ διὰ τὰς ἑτέρας διαμέτρυ ἔοντος τοῦ ἐπιπέδυ. Δυνατὸν ἔν. ἐσι κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΔ, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἡ τῆ ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Πεσεῖται δὲ ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆ ἐκτὸς τῆ τμάματος· ἐπεί ἐσιν ἤτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμᾶμα, καὶ ἐ μεῖζόν ἐσιν ἡμίσεος ἢ σφαιροειδέος. Ἐστεῖται δέ τις κυλίνδρυ τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν ἢ ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. Τοῦ μὲν τόμυ δίχα τεμνομένυ ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐστεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ πρότεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Ἔσω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰν [o] τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ, ἐλάσσων τοῦ πρότεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Διηρήθω δὴ ἡ ΔΒ ἐς τᾶς ἴσας [p] τᾷ ΔΕ· καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρέσεων ἀχθεῖσαι [q] ὀθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ, ἔστε ποτὶ τὰν τῆ κώνυ τομάν· ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεσακέτων παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπι-



num, quod datum ſegmentum ſecat, recto, figuræ quidem ſectio ſit coni ſectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΓΑ. Quoniam igitur ponitur planum, quod ſegmentum ſecat, rectum ad axem non eſſe, ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus diameter ΑΓ. Contingat ΦΥ ipſi ΓΑ parallela coni ſectionem in puncto Β: exciteturque planum a ΦΥ plano per ΑΓ acto parallelum. Continget hoc figuram in puncto Β. Et ſi quidem ſegmentum rectangulæ conoidis eſt, a puncto Β axi parallela ducatur ΒΔ: ſi vero obtuſiangulæ conoidis, ducta recta, a vertice coni conoiden continentis ad punctum Β, producatur, eaque ſit ΒΔ: ſi denique ſphæroidis, ducta recta a centro ad punctum Β in ſegmento abſcindatur, eaque item ſit ΒΔ. Conſtat jam ΒΔ ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecare: ideoque punctum quidem Β ſegmenti vertex eſt; recta vero ΒΔ ejus axis. Itaque acutianguli coni ſectio quædam eſt circa diametrum ΑΓ deſcripta; rectaque linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id in quo ipſa eſt, planum per diametrum alterum agitur. Fieri igitur poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens ΒΔ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Cadet utique hujus ſuperficies extra ſegmentum; quoniam ſive conoidis ſive ſphæroidis ſegmentum eſt non majus ſphæroide dimidia: atque erit ſegmentum quoddam cylindri baſim quidem habens acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axem vero ΒΔ. Itaque ſi hoc ſegmentum in duas æquas partes ſecetur planis parallelis plano per ΑΓ acto, quod relinquitur minus erit propoſita ſolida magnitudine. Sit ſegmentum baſim quidem habens acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum ΑΓ deſcribitur, axem vero ΕΔ, minus propoſita ſolida magnitudine. Dividatur autem ΔΒ in partes uni ΔΕ æquales: ducanturque a diviſionibus rectæ ipſi ΑΓ parallelæ ad coni uſque ſectionem: et ab his plana excitentur parallela plano acto per ΑΓ. Hæc ſecabunt ſegmenti ſuperficiem: eruntque acutianguli coni ſectiones ei ſimiles, quæ circa diametrum ΑΓ deſcripta eſt; quoniam plana parallela ſibi invicem ſunt. Deſcribantur autem ab unaquaque acutianguli coni ſectione duo cylindri ſegmenta; alterum

[k] ἀποτετμηκότος [l] Sic MS. [m] τᾶν [n] ἴσαι [o] τὰν ex MS. [p] τᾶ [q] εἰθεῖα

Digitized by Google

quidem ad eaſdem acutianguli coni ſectionis partes, ad quas punctum Δ; alterum vero ad partes eaſdem, ad quas punctum B; quæ axem habeant ipſi Δ E æqualem. Erunt utique figuræ quædam ſolidæ; altera quidem ſegmento inſcripta; altera vero circumſcripta ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita. Reliquum eſt, ut demonſtremus, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam magnitudine minore ſolida propoſita. Demonſtrabitur autem pariter ac in ſuperiore propoſitione, circumſcriptam figuram excedere inſcriptam ſegmento, quod baſim quidem habet acutianguli coni ſectionem, quæ circa diametrum A Γ deſcribitur, axem vero E Δ. Hoc autem minus eſt propoſita ſolida magnitudine.

Hiſce præmiſſis, demonſtrabimus quæ de figuris propoſita ſunt.

πεδῳ. Τέμνοντι δὴ ταῦτα[s] τὰν ἐπιφάνειαν τᾶ τμάματος, καὶ ἐσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὅμοιαι τᾷ περὶ τὰν Α Γ διάμετρον· ἐπεὶ καὶ τὰ ἐπίπεδα. Ἐφ' ἑκάσας δὴ τᾶς τᾶ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς ἀναγεγράφθω κυλίνδρω· τομοὶ δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ὀξυγωνίω κώνω τομᾶς τῷ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ Δ Ε. Ἐσοῦνται δὴ τινὰ σχήματα στερεὰ τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρω τομῶν ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενα. Λοιπὸν δέ ἐσιν δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. Δειχθήσεται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ὑπερέχει τῷ τόμῳ, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίω κώνω τομάν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ. Οὗτος δὲ ἐσιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεᾶ μεγέθεος.

Τέτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμες τὰ προκειμένα τῶν σχημάτων.

PROP. XXIII. THEOR.

Quodlibet ſegmentum rectangulæ conoidis ſectæ plano ad axem recto ſeſquialterum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eamdemque axem.

Sit enim ſegmentum rectangulæ conoidis ſectum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio, ſit ſuperficiei quidem ſectio acutianguli coni ſectio A B Γ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta Γ A: et ſit axis ſegmenti recta B Δ. Sit item conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, cujus vertex eſt punctum B. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis hujus coni eſſe ſeſquialterum.

Ponatur enim conus Ψ ſeſquialter eſſe coni, cujus baſis eſt circulus, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axis B Δ. Sit autem etiam cylindrus baſim quidem habens circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, axem vero B Δ. Erit utique conus Ψ dimidium totius cylindri; quoniam ejuſdem coni ſeſquialter eſt. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Ac cylindrorum, ex quibus circumſcripta figura componitur, maximus quidem ſit is, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem E Δ; minimus vero, qui baſim habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum Σ T, et axem B Θ. Cylindrorum autem,

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ'.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος[t] ἀποτετμαμένω ὑπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἡμιόλιόν ἐσι τοῦ κώνω τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα.

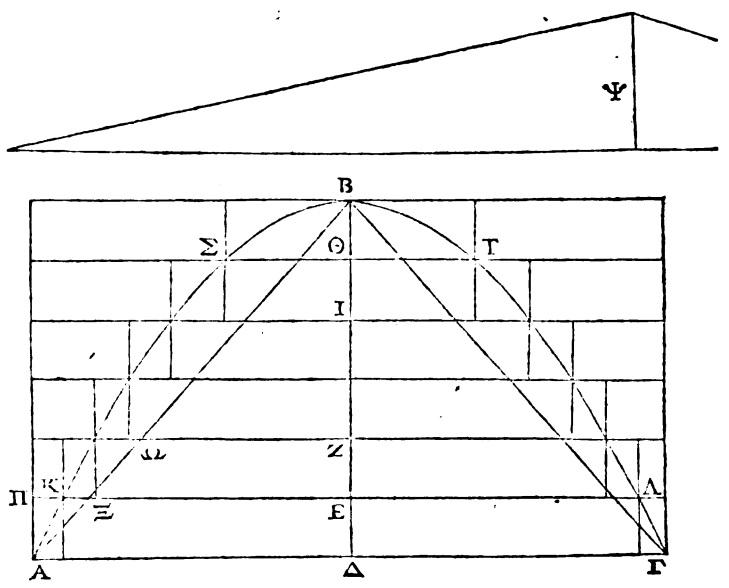
Ἔσω γὰρ τμᾶμα ὀρθογωνίω κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα· καὶ τμαθέντος αὐτᾶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, τᾶς μὲν ἐπιφανείας τομὰ ἔσω ἀ Α Β Γ ὀρθογωνίω κώνω τομά· τᾶ δὲ ἐπιπέδω τᾶ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα, ἀ Γ Α εὐθεῖα· ἄξων δὲ ἔσω τοῦ τμάματος ἀ Β Δ. Ἔσω δὴ καὶ κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ κορυφὰ τὸ Β. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐσι τᾶ κώνω τούτω.

Ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ὢν τᾶ κώνω, ὃ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξων δὲ ἀ Β Δ. Ἔσω δὴ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ. Ἐστάτω οὖν ὁ Ψ κῶνος ἥμισυς ὅλω τᾶ κυλίνδρω· ἐπεὶπερ ἡμιόλιός ἐσιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ αὐτᾶ κώνω. Λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος ἴσον ἐσὶ τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐσιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον ἐντὶ ἢ ἔλασσον. Ἔσω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, [u] μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥς τε τὸ [w] περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ποκλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνω. Καὶ ἔσω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον πὰν Α Γ, ἄξονα δὲ πὰν Ε Δ· ἐλάχιστος δὲ, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον πὰν Σ Τ ἄξονα δὲ [x] τὰν Β Θ. Τῶν δὲ κυλίνδρων ἐξ

[s] τᾶν ἐπιφανειᾶν [t] τόμοι [u] ἀποτιτμημάνω [w] Sic MS. [x] Sic MS. [x] τὰν Β Γ

Digitized by Google

ὧν σύγκειται τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω, ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν Κ Λ· ἄξονα δὲ τὰν Δ Ε· ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Σ Τ, ἄξονα δὲ τὰν Θ Ι. Ἐκβεβλήθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ.



ex quibus inſcripta figura componitur, maximus quidem ſit is, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum Κ Λ deſcribitur, et axem Δ Ε; minimus vero, qui baſim habet circulum, qui deſcribitur circa diametrum Σ Τ, et axem Θ Ι. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad ſuperficiem uſque cylindri baſim habentis circulum, qui circa diametrum Α Γ deſcribitur, axemque Β Δ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Et quoniam circumſcripta ſegmento figura inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum, conſtat figuram ſegmento inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Jam primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens Δ Ε, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, axem habentem Δ Ε, eamdem habet rationem, quam Δ Α ad Κ Ε poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet Β Δ ad Β Ε, et quam Δ Α ad Ε Ξ. Pariter demonſtrabitur etiam ſecundus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens Ε Ζ, ad cylindrum eorum ſecundum, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habere rationem, quam Π Ε, hoc eſt Δ Α, ad Ζ Ω. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, ad unumquemque cylindrum eorum, qui ſunt in inſcripta figura, eumdem axem habentium, eamdem habebit rationem, quam dimidia diametri baſis ad eam ipſius partem, quæ inter rectas Α Β, Β Δ ab eadem abſcinditur. Itaque omnes cylindri, qui in eo cylindro ſunt, cujus quidem baſis eſt circulus, qui circa diametrum Α Γ deſcribitur, axis vero recta Β Δ, ad omnes cylindros, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ, quæ ducuntur e circulorum centris, qui ſunt in baſibus circulorum, quos diximus, ad omnes rectas, quæ abſcinduntur a recta illa, quæ inter Α Β, Β Δ interjicitur. Rectæ autem, quas diximus, rectarum quas item diximus, dempta Α Δ, majores ſunt quam duplæ. Quare omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro ſunt, cujus axis Δ Β, majores ſunt quam dupli inſcriptæ figuræ. Totus igitur cylindrus, cujus axis Β Δ, major eſt quam duplus figuræ inſcriptæ. Coni autem

Ἐστεῖται δὴ ὅλος κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσος τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσος τῷ μείζονι αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ τμᾶμα ἐλάσσονι ὑπερέχει ἢ τ[y] ἐγγεγραμμένᾳ σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τᾶς κώνου, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι [z]μείζον ἐστὶ τᾶς Ψ κώνου. Ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἔχων ἄξονα [a]τὰν Δ Ε, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ Ε, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ Δ Α ποτὶ τὰν Κ Ε δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει ἀ Β Δ ποτὶ τὰν Β Ε, καὶ τῷ ὃν ἔχει ἀ Δ Α ποτὶ τὰν Ε Ξ. Ὁμοίως [b]δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν Ε Ζ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχων λόγον, ὃν ἀ Π Ε, τουτέστιν ἀ Δ Α, ποτὶ τὰν Ζ Ω. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτόν, ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἀ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως αὐτᾶς ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν Α Β, Β Δ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξων δέ ἐστιν ἀ Δ Β εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι, αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἱ ἐν τᾷ βάσει εἰσὶ τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπὸ τᾶς μεταξὺ τᾶν Α Β, Β Δ. Αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς, τᾶς Α Δ μείζονες ἐντὶ ἢ διπλάσιαι. Ὡς τε καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ὁ ἄξων ὁ Δ Β μείζονες ἐντὶ, ἢ διπλάσιοι τᾶ ἐγγεγραμμένᾳ σχήματος. Ἆρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ὁ ἄξων ἀ Δ Β, μείζων ἐντὶ ἢ διπλασίων τᾶ ἐγγεγραμμένᾳ σχήματος. Τᾶ δὲ Ψ κώνῳ [c]ἦν διπλασίων. Ἔλασσον ἄρα

[y] περιγεγραμμένης [z] Sic MS. [a] τὰν Α Ε [b] Sic MS. [c] ἢν διπλασία

Digitized by Google

Ψ erat duplus. Minor eſt igitur inſcripta figura cono Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt major eſſe. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Pariter autem neque eſt minus. Rurſus enim eidem figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur; ita ut altera alteram excedat magnitudine minore, quam qua conus Ψ conoidis ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento; atque inſcripta minus a circumſcripta deficit, quam ſegmentum a cono, conſtat figuram circumſcriptam cono Ψ minorem eſſe. Rurſus primus cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens Δ E, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentem E Δ, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad ſemetipſum. Cylindrus autem ſecundus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens E Z, ad cylindrum eorum ſecundum, qui ſunt in circumſcripta figura, axem habentem E Z, eamdem habet rationem, quam Δ A ad K E poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet B Δ ad B E, et quam Δ A ad E Ξ. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad unumquemque cylindrum eorum, qui ſunt in circumſcripta figura, eumdem axem habentium, eam habebit rationem, quam dimidia baſis ad eam ipſius partem, quæ inter rectas A B, B Δ ab eadem abſcinditur. Itaque omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, cujus eſt axis B Δ, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnes rectæ ad omnes rectas. Omnes autem rectæ, quæ e centris circulorum ducuntur, qui ſunt cylindrorum baſes, rectarum omnium, quæ ab ipſis abſcinduntur, una cum A Δ, minores ſunt quam duplæ. Conſtat igitur omnes etiam cylindros, qui in toto cylindro ſunt, minores eſſe quam duplos cylindrorum, qui ſunt in circumſcripta figura. Cylindrus igitur, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem B Δ, minor eſt quam duplus figuræ circumſcriptæ. Non eſt autem minor, ſed major quam duplus. Duplus eſt enim coni Ψ. Circumſcripta vero figura cono Ψ minor eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur minus conoidis ſegmentum cono Ψ. Demonſtratum autem eſt neque eſſe majus. Seſquialterum eſt igitur coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem.

τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἧττον τοῦ Ψ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ κώνου. Ὁμοίως δὴ δὲ ἔλασσον. Πάλιν γὰρ ἐγγεγράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὡς τε ὑπερέχειν ἕκαστον ἕκαστῳ ἐλάσσονι ἢ [d] πηλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ κωνοειδέος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκεύασθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν ἧττον περιγραφέντος ἐλάσσονι λείπεται, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τᾷ E Δ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν E Z, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν E Z, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Δ A ποτὶ τὰν K E δυνάμει. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E, καὶ [e] τῷ ὃν ἔχει ἁ Δ A ποτὶ τὰν E Ξ. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ Δ E, ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτόν, ἕξει τᾶτον λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς βάσεως αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν A B, B Δ εὐθειᾶν. Καὶ πάντες δὴ οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἄξων ἐστὶν ἁ B Δ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι ποτὶ πᾶσας τὰς εὐθείας. Αἱ δὲ εὐθεῖαι πᾶσαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, [f] αἱ βάσιες ἐντὶ τῶν κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμέναν [g] ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ A Δ ἐλάσσονες ἐντὶ, ἢ διπλάσιαι. Δῆλον δὲ ὅτι καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἐλάσσονες ἐντὶ ἢ διπλάσιοι τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων [h] τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν A Γ, ἄξονα δὲ τὰν B Δ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ μείζων ἢ διπλάσιος. Τοῦ γὰρ Ψ κώνου [i] διπλάσιός ἐστι. Τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXIV. THEOR.

Quinetiam ſi a rectangula conoide ſegmentum ſecetur plano ad axem non recto, pariter ſeſquialterum erit ſegmenti coni, quod

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ'.

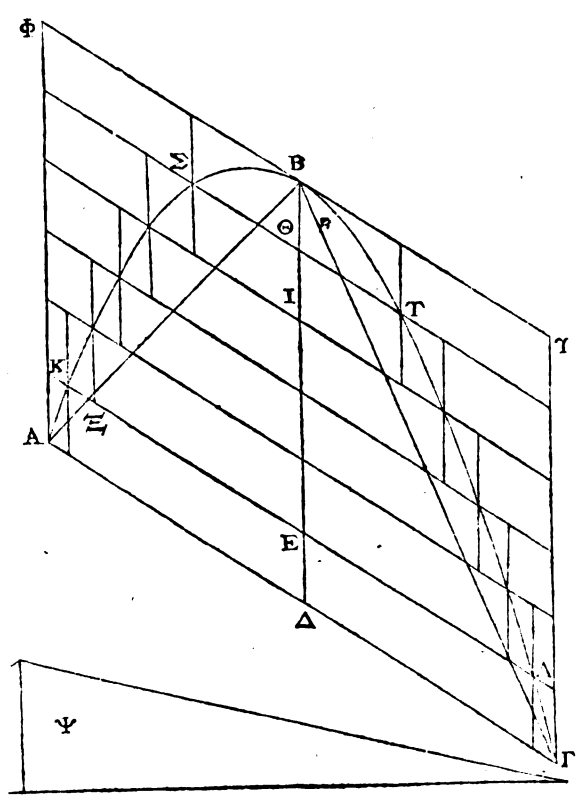
Καὶ τοίνυν ἄπαρα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ὑπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἔσαι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ

[d] πάλιν κώνου [e] Sic MS. [f] αἱ [g] ἀπ' αὐτῶν σὺν τᾷ [h] τὸν κύλινδρον [i] διπλασίων

Digitized by Google

κώνε, τῆ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίε κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ὡς εἴρηται· καὶ τμαθέντος αὐτᾶ ἐπιπέδῳ διὰ μὲν ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ὑπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ σχῆμα, διὰ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἀ ΑΒΓ ὀρθογωνίε κώνε τομά· τᾶ δὲ ἐπιπέδε τᾶ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἀ ΑΓ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἀ ΦΥ ὑπιψαύετω τᾶς τᾶ ὀρθογωνίε κώνε τομᾶς κατὰ τὸ Β· καὶ ἀ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα. Τέμνει δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεσακέτω παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει δὲ τᾶτο τὸ κωνοειδὲς κατὰ τὸ Β· καὶ ἐσεῖται τᾶ τμάματος κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἀ ΒΔ. Ἐπεὶ ὧν τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ, ὃ ποτ' ὀρθὰς [k] ἐὸν τῷ ἄξονι τετμήκει τὸ κωνοειδές, ἀ τομά ἐσιν ὀξυγωνίε κώνε τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἀ μείζων ἀ ΑΓ. Ἐάσας δὴ ὀξυγωνίε [l] κώνε τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΓΑ, καὶ γραμμᾶς τᾶς ΒΔ, αἵ ἐσιν ἀπὸ τᾶ κέντρε τᾶς δ' ὀξυγωνίε κώνε τομᾶς ἀνεσεκέσθω, ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ἀνεσακότι ἀπὸ διαμέτρε ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐσιν ἀ τᾶ ὀξυγωνίε κώνε τομά· δυνατόν ἐσι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, ἃ ἐν τᾷ ὑπιφανείᾳ ἐσεῖται ἀ τᾶ ὀξυγωνίε κώνε τομά. Δυνατὸν δὲ ἐσι καὶ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἀ δ' ὀξυγωνίε κώνε τομὰ ἐσεῖται. Ἐσεῖται δὴ τόμος κυλίνδρε τις, βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίε κώνε τομὰν, τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ· καὶ ἀπότμαμα κώνε βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι δ' κωνοειδέος τμάμα ἡμιόλιόν ἐσι τότε τᾶ κώνε.



Ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος ἡμιόλιος τᾶ ἀποτμάματος τότε. Ἐσεῖται δὴ ὁ τόμος τᾶ κυλίνδρε, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, διπλάσιος τᾶ Ψ κώνε. Οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐσι τᾶ ἀποτμάματος τᾶ κώνε, τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· τὸ δὲ ἀπότμαμα τᾶ κώνε, τὸ εἰρημένον, τρίτον μέρος ἐσὶ τοῦ τόμε τοῦ κυλίνδρε, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἀναγκαῖον δέ ἐσι τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐσιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐσιν, ἢ ἔλασσον

eamdem ac ſegmentum baſim habet, et axem eumdem.

Sit ſegmentum rectangulæ conoidis, ſectum ut dictum eſt: eodemque ſecto per axem plano alio ad id planum, quod figuram ſecat, recto; figuræ quidem ſectio ſit acutianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΑΓ. Ducatur autem ΦΥ ipſi ΑΓ parallela, quæ acutianguli coni ſectionem in puncto Β contingat: et parallela axi ducatur ΒΔ. Hæc utique ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecabit. Excitetur porro planum a ΦΥ plano per ΑΔ acto parallelum: quod quidem continget conoiden in puncto Β: eritque ſegmenti vertex punctum Β, et axis ΒΔ. Quoniam igitur planum per ΑΓ actum, cum rectum ad axem non eſſet, conoiden ſecuit, ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus major diameter ΑΓ. Itaque cum acutianguli coni ſectio ſit circa diametrum ΑΓ deſcripta; et recta linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens, qui ipſi ΒΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio. Fieri itidem poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie eadem acutianguli coni ſectio ſit. Atque erit ſegmentum aliquod cylindri baſim habens acutianguli coni ſectionem quæ circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et axem ΒΔ: et coni item ſegmentum eamdem ac ſegmentum cylindri, et conoidis baſim habens, eumdemque axem. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis hujus coni eſſe ſeſquialterum.

Sit conus Ψ ſegmenti illius ſeſquialter. Erit utique ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, duplum coni Ψ. Hic enim ſeſquialter eſt ſegmenti coni, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem: hoc vero, quod diximus, coni ſegmentum tertia pars eſt ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, et axem eumdem. Neceſſe autem eſt ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus

[k] ἐόντα τῷ

[l] κώνε ex MS.

Digitized by Google

eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Atque ſegmentorum plana pertingent ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem. Rurſus primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam baſes inter ſe invicem rationem habent. Horum autem ſegmentorum baſes, quoniam ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſunt, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam reſpondentes ipſarum diametri poteſtate. At dimidiæ reſpondentium diametrorum ſunt ipſæ A Δ, K E: et quam poteſtate rationem habet A Δ ad K E, hanc habet longitudine B Δ ad B E; quoniam B Δ quidem diametro parallela eſt; A Δ, K E vero parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B ſectionem contingit; et adhuc quam rationem habet B Δ ad B E, hanc habet A Δ ad E Ξ. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, ad ſegmentum eorum primum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem habebit rationem, quam A Δ ad E Ξ. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto cylindri ſegmento ſunt, axem habentium ipſi E Δ æqualem, ad unumquodque ſegmentum eorum, quæ ſunt in inſcripta figura, eamdem axem habentium, eamdem habet rationem, quam dimidia diametri baſium ad eam ipſius partem, quæ inter rectas A B, B Δ ab eadem abſcinditur. Demonſtrabitur autem pariter ac ſupra inſcripta figura major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem, majus eſſe quam duplum figuræ inſcriptæ. Quare majus etiam erit quam duplum coni Ψ. Non autem majus, ſed duplum eſt. Non eſt igitur ſegmentum conoidis majus cono Ψ. Eadem ratione demonſtrabitur neque eſſe minus. Conſtat igitur æquale eſſe. Segmentum igitur conoidis ſeſquialterum eſt ſegmenti coni, quod eamdem ac ſegmentum baſim habet, et axem eumdem.

σον. Ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος [m] ἴσον ἐχόντων συγκείμενα· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Καὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν τομῶν ἐσεῖται ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς βάσεσιν. Αἱ δὲ βάσιες αὐτῶν, ἐπεὶ ὅμοιαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτᾶν δυνάμει. Ἡμίσειαι δ' ἐντὶ τᾶν ὁμολόγων διαμέτρων, αἱ A Δ, K E· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν K E δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E [n] μήκει· ἐπεὶ ἁ μὲν B Δ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ δὲ A Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἁπτομέναν· [o] ὧν δὲ λόγον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B E, τοῦτον ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Ἔχει ἄρα ὁ πρῶτος τόμος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ A Δ ποτὶ τὰν E Ξ. Καὶ τῶν ἄλλων τομῶν ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ἄξονα ἴσον ἐχόντων τᾷ Δ E, ποτὶ ἕκαστον τῶν τομῶν τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τῶν [p] βάσιων αὐτᾶς ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν A B, B Δ. Δειχθήσεται ἄρ' ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· ὁ δὲ τᾶς κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὡς τε καὶ τοῦ Ψ κώνου μείζων ἐσεῖται ἢ διπλασίων. Οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ διπλασίων. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἔλασσόν ἐστι. Δῆλον ἄρ' ὅτι ἴσον. Ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

PROP. XXV. THEOR.

Si duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur, altero quidem ad axem recto, altero vero non recto, ſintque ſegmentorum axes æquales; ſegmenta ipſa æqualia erunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κε'.

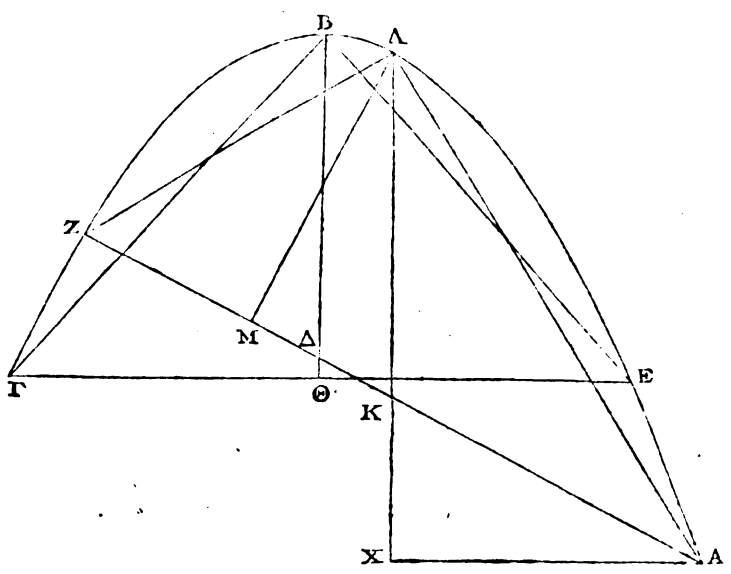
[p] Αἵκα ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἁπτομάτεωντι [q] ἐπιπέδοιν, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἄξονες ἴσοι· ἴσα ἐσσῆνται τὰ τμάματα.

[m] Ἴσον ἔχον τᾷ συγκειμένα [n] μάκει [o] βάσιων αὐτῶν [p] Εἵκα τοῦ [q] ἐπιπέδοις

Digitized by Google

Ἀποτετμάθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα, ὡς εἴρηται. Τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ ἡ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἡ ΒΔ· τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ ΑΖ, ΕΓ εὐθεῖαι· τοῦ μὲν ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ ΕΓ· τοῦ δὲ μὴ ὀρθὸν, ἡ ΖΑ. Ἄξονες δὲ ἔστω τῶν τμημάτων αἱ ΒΘ, ΚΛ ἴσαι ἀλλήλαις· κορυφαὶ δὲ τὰ Β, Λ. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμῆμα κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τῷ τμήματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Λ.

Ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμήματα ἐντὶ ἀφηρημένα, τότε ΑΛΖ, καὶ τὸ ΕΒΓ· καὶ ἐντὶ αὐτῶν διάμετροι ἴσαι αἱ ΚΛ, ΘΒ, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΛΚ τῷ ΕΘΒ. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ΑΛΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. Ἀχθω δὴ ἡ ΑΧ καθετὸς ἐπὶ τὰν ΚΛ ἐκβληθεῖσαν. Καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΒΘ, ΚΛ, ἴσαι καὶ αἱ ΕΘ, ΑΧ. Ἔστω δὴ ἐν τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ Β, κῶνος ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἀχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Λ καθετὸς ἐπὶ τὰν ΔΖ ἡ ΛΜ. Ἐστεῖται[r] δὴ αὐτὰ ὕψος μὲν ἀποτμάματος τᾶς κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, καὶ ὁ κῶνος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ἔκτε τοῦ τῶν βάσεων λόγου, καὶ ἐκ τᾶς τῶν ὑψέων. Τὸν συγκείμενον δ' ἔχοντι λόγον, ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τᾶς ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, τᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, ποτὶ τὸν κύκλον, τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΓ· καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς τᾶς ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν αὐτὸν κύκλον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ. Ἔχει καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ποτὶ τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΑ ποτὶ τὰν ΕΘ, καὶ τᾶς ὃν ἔχει[s] ἡ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. Ἁ μὲν γὰρ ΚΑ ἡμίσεα ἐντὶ τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμά-



Secentur enim duo rectangulæ conoidis ſegmenta, ut dictum eſt: ſectaque conoide plano per axem, planoque ad axem recto; conoidis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter ΒΔ: ſectiones autem planorum rectæ ΑΖ, ΕΓ; alterius quidem ad axem recti, ΕΓ; alterius vero non recti, ΖΑ. Ac ſegmentorum axes ſint ΒΘ, ΚΛ ſibi invicem æquales, eorumque vertices puncta Β, Λ. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis, cujus vertex eſt punctum Β, æquale eſſe ſegmento conoidis, cujus vertex eſt punctum Λ.

Quoniam enim ab eadem rectanguli coni ſectione duo ſegmenta ablata ſunt, alterum ΑΛΖ, alterum ΕΒΓ; eorumque diametri ΚΛ, ΘΒ æquales ſibi invicem ſunt; æquale eſt triangulum ΑΛΚ triangulo ΕΘΒ. Demonſtratum enim eſt triangulum ΑΛΖ triangulo ΕΒΓ æquale eſſe. Ducatur ΑΧ ad ΚΛ productam normalis. Et quoniam æquales ſunt ΒΘ, ΚΛ, æquales ſunt etiam ipſæ ΕΘ, ΑΧ. Itaque ſegmento, cujus vertex eſt punctum Β, inſcriptus ſit conus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: ſegmento autem, cujus vertex eſt punctum Λ, coni ſegmentum inſcriptum ſit eamdem ac ſegmentum baſim habens, et axem eamdem. Ducaturque a puncto Λ ad ΔΖ normalis ΛΜ. Hæc utique altitudo erit ſegmenti coni, cujus vertex eſt punctum Λ. At vero ſegmentum coni, cujus vertex punctum Λ, et conus, cujus vertex eſt punctum Β, eam inter ſe invicem rationem habent, quæ ex ratione cum baſium, tum altitudinum componitur. Habent igitur rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, quæ circa diametrum ΑΖ deſcribitur, ad circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΕΓ; tum ex ea quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Habet autem ſpatium, quod ab acutianguli coni ſectione comprehenditur, ad eumdem circulum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub ſectionis diametris continetur, ad quadratum, quod ab ΕΓ deſcribitur. Habet igitur ſegmentum coni, cujus vertex eſt punctum Λ, ad conum, cujus vertex eſt punctum Β, rationem, quæ componitur tum ex ea, quam habet ΚΑ ad ΕΘ, tum ex ea, quam ΛΜ habet ad ΒΘ. Nam ΚΑ dimidia eſt diametri baſis

[r] δὴ αὐτὰ

[s] ἡ ΓΑ

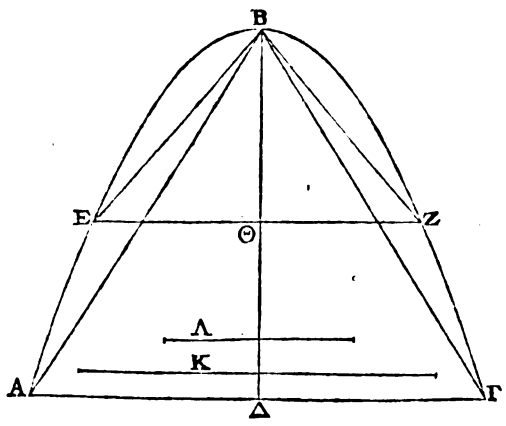
ſegmenti coni, cujus vertex eſt punctum Λ: et Ε Θ dimidia diametri baſis coni: ipſæ vero Λ Μ, Β Θ eorum ſunt altitudines. Habet autem Λ Μ ad Β Θ eamdem rationem, quam ad Κ Λ; quoniam Β Θ ipſi Κ Λ æqualis eſt; habetque Λ Μ ad Κ Λ eamdem, quam Χ Α ad Α Κ. At vero ſegmentum coni ad conum rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet Κ Α ad Α Χ; æqualis eſt enim Α Χ ipſi Ε Θ; tum ex ea, quam Λ Μ habet ad Β Θ. Rationum autem, quas diximus, quæ eſt ipſius Α Κ ad Α Χ, eadem eſt atque illa, quæ ipſius Λ Κ ad Λ Μ. Segmentum igitur coni ad conum eam rationem habet, quam Λ Κ ad Λ Μ, et quam Λ Μ ad Β Θ. Æqualis eſt autem Β Θ ipſi Κ Λ. Manifeſtum eſt igitur ſegmentum coni, cujus vertex eſt punctum Λ, æquale eſſe cono, cujus vertex eſt punctum Β. Ex quo conſtat ipſa quoque ſegmenta æqualia eſſe; ſi quidem horum alterum coni, alterum huic æqualis coni ſegmenti ſeſquialterum eſt.

PROP. XXVI. THEOR.

Si duo rectangulæ conoidis ſegmenta planis ſecentur utcumque actis; ſegmenta eamdem inter ſe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus deſcribuntur.

Secentur enim utcunque duo rectangulæ conoidis ſegmenta: et alterius quidem axi æqualis ſit Κ; alterius vero, æqualis Λ. Oportet demonſtrare ſegmenta hæc eamdem inter ſe invicem habere rationem, quam quadrata, quæ ab ipſis Κ, Λ deſcribuntur.

Itaque ſecta conoide plano per ſegmenti axem acto, ſectio ejus ſit rectanguli coni ſectio Α Β Γ, cujus axis Β Δ: ſumaturque Β Δ ipſi Κ æqualis: et agatur per punctum Δ planum ad axem rectum. Ac ſegmentum conoidis, quod baſim quidem habet circulum, qui circa diametrum Α Γ deſcribitur, axem vero Β Δ, æquale eſt ſegmento, quod æqualem ipſi Κ axem habet. Si quidem igitur Κ ipſi etiam Λ æqualis eſt, conſtat ſegmenta æqualia ſibi invicem fore. Utrumque enim uni eidemque æquale eſt: et quæ a Κ, Λ deſcribuntur quadrata æqualia ſunt. Quare ſegmenta eamdem inter ſe invicem habebunt rationem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus deſcribuntur. Si vero Λ æqualis non eſt ipſi Κ, æqualis jam ſit ipſi Β Θ: et agatur per punctum Θ planum ad axem rectum. Ac ſegmentum, quod baſim quidem habet circulum, qui circa



ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ'.

Αἴκα δ' ὀρθογωνίᾳ κωνοειδέος δύο τμάματα, ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν [c] ἀγμένοις, τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

Ἀποτετμάθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίᾳ κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς ἔτυχεν· ἔστω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρᾳ τμάματος ἄξονι ἴσα ἁ Κ· τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἁ Λ. Δεικτέον ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τᾶν Κ, Λ τετραγώνοις.

Τμαθέντος γὰρ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τᾶ τμάματος, ἔστω τομὰ ἁ Α Β Γ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομά· ἄξων δὲ ἁ Β Δ· καὶ ἀπολελάφθω ἁ Β Δ τᾷ Κ ἴσα· καὶ διὰ τᾶ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ, ἴσον ἐντὶ τῷ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι ἴσον τᾷ Κ. Εἰ μὲν οὖν καὶ ἁ Κ ἴσα ἐστὶ [d] τᾷ Λ, φανερὸν ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα [e] ἐσοῦνται ἀλλάλοις. Ἑκάτερον γὰρ [f] αὐτῶν καὶ τῷ αὐτῷ· καὶ τὰ τετράγωνα, τὰ ἀπὸ [g] τῶν Κ, Λ ἴσα· ὥς τε τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον τὰ τμάματα τοῖς τετραγώνοις, τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων. Εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐστὶν ἁ Λ τᾷ Κ, ἔστω ἁ Λ ἴσα τᾷ Β Θ· καὶ διὰ τᾶ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. Τὸ δὲ τμᾶμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν

[t] αἱ δὲ Α Ν [u] ἁ Ν Α [w] ἁ Ν Α [x] τὰν Α Γ [y] ἁ Λ Ν [z] τᾶς Λ Ν ποτὶ Λ Κ [a] ἁ Λ Ν ποτὶ τὰν Λ Κ [b] ἁ Λ Ν [c] Sic MS. [d] τᾷ Δ φανερὸν ἔν [e] ἰσσοῦνται [f] αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ [g] τῶν Κ Α

κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν E Z, ἄξονα δὲ τὰν B Θ, ἴσον ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τῷ Λ. Ἐγγεγράφθωσαν δύο κῶνοι [h] βάσεις μὲν ἔχοντες τὰς κύκλας τὰς περὶ διαμέτρους τὰς A Γ, E Z, κορυφὰν δὲ τὸ B σαμεῖον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν B Δ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν B Θ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τᾶς ὃν ἔχει ἁ A Δ ποτὶ τὰν Θ E δυνάμει, καὶ ἐκ τᾶς ὃν ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B Θ μάκει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ Δ A ποτὶ τὰν Θ E δυνάμει, τᾶτον ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν B Θ μάκει. Ὁ ἄρα κῶνος, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν B Δ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν B Θ, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει ἁ B Δ ποτὶ τὰν Θ B, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἁ Δ B ποτὶ τὰν B Θ. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Δ B, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς [i] Θ B. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ἄξονα ἔχων τὰν B Δ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα τὰν Θ B, τᾶτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμᾶμα τᾶς κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον τὰν Δ B, ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν Θ B. Ἑκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστι. Καί ἐστι τῷ μὲν τμάματι, τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν B Δ, ἴσον τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ K· τῷ δὲ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν Θ B, ἴσον τὸ τμᾶμα τᾶς κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσαν τᾷ Λ· καὶ τᾷ μὲν B Δ ἴσα ἁ K, τᾷ δὲ Θ B ἴσα ἁ Λ. Δῆλον ὦν, ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶς κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ K, τὰν αὐτὸν ἔχει λόγον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, ὃν τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς K, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ [k] ἀπὸ τᾶς Λ.

diametrum E Z describitur, axem vero B Θ, æquale est segmento, quod æqualem ipsi Λ axem habet. Describantur duo coni bases quidem habentes circulos qui circa diametros A Γ, E Z describuntur, verticem vero punctum B. Itaque conus, qui axem habet B Δ, ad conum, qui axem habet B Θ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet A Δ ad Θ E potestate, tum ex ea, quam B Δ habet ad B Θ longitudine. Quam vero rationem habet Δ A ad Θ E potestate, hanc habet longitudine B Δ ad B Θ. Conus igitur, qui axem habet B Δ, ad conum, qui axem habet B Θ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet B Δ ad Θ B; tum ex ea, quam B Δ habet ad B Θ. Hæc autem eadem est atque illa, quam habet quadratum, quod a Δ B describitur, ad quadratum, quod describitur à Θ B. Quam vero rationem habet conus, qui axem habet B Δ, ad conum, qui axem habet Θ B, hanc habet segmentum conoidis, quod axem habet Δ B, ad segmentum, quod axem habet Θ B. Utrumque enim sesquialterum est. Ac segmento quidem, quod axem habet B Δ, æquale est segmentum conoidis, quod æqualem ipsi K axem habet: segmento vero, quod axem habet Θ B, segmentum conoidis æquale est, quod axem habet ipsi Λ æqualem: et ipsi quidem B Δ æqualis est K; ipsi vero Θ B æqualis Λ. Constat igitur segmentum conoidis, quod æqualem ipsi K axem habet, ad conoidis segmentum, quod axem habet ipsi Λ æqualem, eamdem habere rationem, quam quadratum, quod a K describitur, ad quadratum, quod describitur a Λ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ'.

[1] Πᾶν τμᾶμα ἀμβλυγωνίᾳ κωνοειδέος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον, τᾶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι τᾶ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

Ἔστω τὶ τμᾶμα ἀμβλυγωνίᾳ κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τ̓ ἄξονα· καὶ τμαθέντος αὐτᾶ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ δ̓ ἄξονος, ἁ τομὰ ἔστω αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἁ A B Γ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομά· τᾶ δὲ ἐπιπέδᾳ τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα [m] εὐθεῖα ἁ A Γ. Ἄξων δὲ ἔστω τᾶ τμάματος [n] ἁ B Δ· ἁ δὴ ποσπεῦσα τῷ ἄξονι ἔστω ἁ B Θ, καὶ τᾷ B Θ ἴσα ἁ Z Θ, καὶ ἁ Z H. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα ποτὶ τ̓ κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τ̓ αὐτὸν, λόγον ἔχει, ὃν ἁ H Δ ποτὶ τὰν Z Δ.

Ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ

PROP. XXVII. Theor.

Quodlibet obtusiangulæ conoidis segmentum sectum plano ad axem recto, ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum axi segmenti, tum triplæ rectæ appositæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi segmenti, tum duplæ rectæ ad axem appositæ.

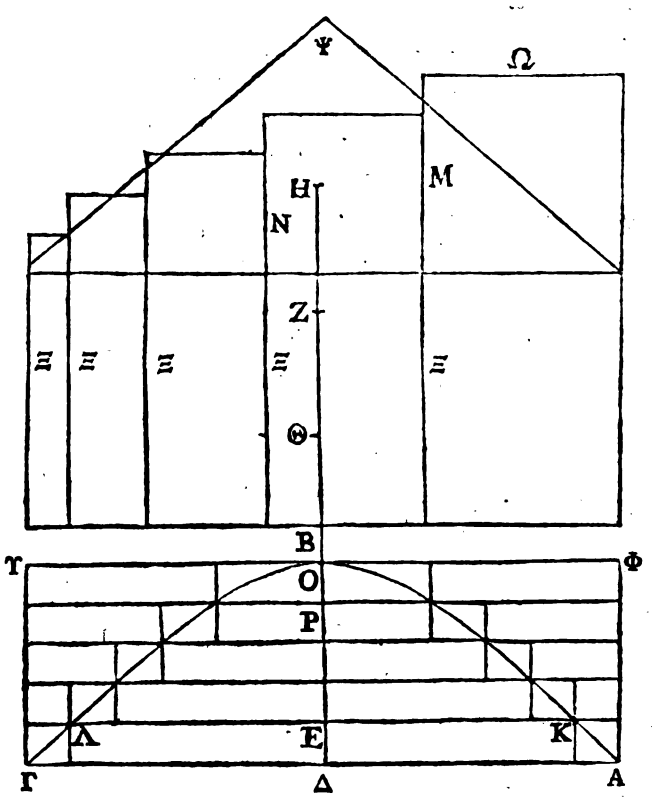
Sit segmentum aliquod obtusianguli conoidis sectum plano ad axem recto: eodemque secto per axem plano alio, sit ipsius quidem conoidis sectio obtusianguli coni sectio A B Γ; plani vero, quod segmentum secat, recta A Γ. Ac sit axis segmenti B Δ: et recta ad axem apposita B Θ; eidemque æqualis Z Θ, et Z H. Oportet demonstrare, segmentum ad conum, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habere rationem, quam H Δ ad Z Δ.

Itaque sit cylindrus eamdem ac segmentum basim habens, eumdemque axem, cujus latera

[h] βάσιας [i] E B [k] ἀπὸ τᾶς A [l] Ἐαν [m] εὐθεῖα· ἄξων [n] ἁ B A Δ

Digitized by Google

ſint Φ A, Γ Υ. Sit item conus aliquis Ψ; iſque ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, axemque B Δ, eam habeat rationem, quam H Δ ad Δ Z. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim æquale non eſt, aut majus eſt, aut minus. Sit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Porro cylindrorum omnium plana producantur ad ſuperficiem uſque cylindri baſim habentis circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem B Δ. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Et quoniam circumſcripta figura inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum Ψ; majorque eſt circumſcripta figura eodem ſegmento; conſtat figuram inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Sit igitur B P tertia pars ipſius B Δ. Atque erit H Δ ipſius Θ P tripla. Et quoniam cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et axem B Δ, ad conum eamdem baſim, eumdemque axem habentem, eam habet rationem, quam H Δ ad Θ P: habet autem etiam conus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam Z Δ ad H Δ: habebit, rationibus diſſimiliter ordinatis, cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ eam rationem, quam Z Δ ad Θ P. Poſitæ modo ſint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales ſegmentis, quæ ſunt in recta B Δ, magnitudine vero æquales unaquæque rectæ Z B: et unicuique earum applicetur ſpatium excedens ſpecie quadrata, quorum quidem maximum æquale ſit ſpatio, quod ſub Z Δ B continetur; minimum vero ſpatio, quod continetur ſub Z O B. Latera autem exceſſuum æqualiter ſeſe invicem excedunt; quoniam quæ ipſis in recta B Δ æquales ſunt, æqualiter ſeſe invicem excedunt.



ἔσωσαν αἱ Φ Α, Γ Υ. Ἔστω δὴ κῶνός τις ἐν ᾧ τὸ Ψ, καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, κὴ ἄξονα τὰν Β Δ, τᾶτον ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ Η Δ ποτὶ τὰν Δ Ζ. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τᾶ κωνοειδέος ἴσον ἐμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἴγε μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον, ἢ ἔλαττόν ἐστιν. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, κὴ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τᾶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάττονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα τᾶ Ψ κώνυ. Διάχθω δὴ τὰ ἐπιπέδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶ κυλίνδρυ, τᾶ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ. Ἐσσεῖται δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρυς, τῷ μὲν πλήθει ἴσυς τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσυς τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάττονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾶ ἐγγεγραμμένυ, [o] ἢ τὸ τμᾶμα τᾶ Ψ κώνυ, κὴ μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα [p] τᾶ τμάματος, δῆλον ὅτι κὴ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τᾶ Ψ κώνυ. Ἔστω δὴ τρίτων μέρος τᾶς Β Δ, ἀ Β Ρ. Ἐστεῖται ἄρ ἀ Η Δ τριπλασία τᾶς Θ Ρ. Καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Β Δ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, κὴ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τᾶτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἀ Η Δ ποτὶ τὰν Θ Ρ· ἔχει δὲ κὴ ὁ εἰρημένος κῶνος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἀ Ζ Δ ποτὶ τὰν Η Δ· ἔξει [q] ἄρα ἀνομοίως τῶν λόγων [r] τεταγμένον, τ' αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἀ Ζ Δ ποτὶ [s] τὰν Θ Ρ. Ἔστω δὲ αἱ γραμμαὶ κείμεναι [t] ἐφ' ἃν τὰ Ξ, τῷ μὲν πλήθει [u] ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς ἐν τᾷ Β Δ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστα ἴσα τᾷ Ζ Β· καὶ παρ' ἑκάσαν αὐτᾶν παραπεπλωκέτω χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ τὸ μὲν μέγιστον [w] ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ Ζ Δ Β· τὸ δὲ ἐλάχιστον ἴσον τῷ ὑπὸ Ζ Ο Β. Αἱ δὴ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντων· καὶ γὰρ αἱ ἴσαι αὐτᾶις αἱ ὅτι τᾶς Β Δ εὐθείας, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντι. Καὶ ἔστω ἀ μὲν Ξ με-

[o] In MS. ἢ deeſt. [p] In MS. τοῦ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχημα, deſunt. [q] οὖν ἀμετρίᾳ
[r] τεταραγμένον [s] τὰν Θ Ο· ἔστωσαν [t] ἐφ' αὐτα [u] ἴσα τοῖς [w] ἔστω ἐν τῷ Ζ Β Δ τὸ δὲ ἐλάχιστον ἐν τῷ ὑπὸ

Digitized by Google

γισϛ ὑπερβλήματος πλάγια, ἐφ' ἃς τὸ Μ, ἴσα τᾷ ΒΔ· ἃ δὲ τᾶ ἐλαχίϛα ἴσα [x]τᾷ ΒΟ. [y]Ἔϛω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαϛον ἴσον τῷ μεγίϛῳ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ βάϛιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάϛιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἃ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. Οὗτος δέ ἐϛιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ [y]τᾶν ΖΔΒ, ποτὶ τὸ περιεχόμενον [z]ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ. Ἐν πάϛᾳ γὰρ τᾷ τᾶ ἀμβλυγωνίᾳ κώνᾳ τομᾷ τοῦτο ϛυμβαίνει. Ἃ γὰ [a]διπλαϛία τᾶς πλατείας, τουτέϛι τᾶς ἐκ τᾶ κέντρᾳ, πλαγία ἐϛὶ τᾶ εἴδει πλαγιᾶ. Καί ἐϛι τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ περιεχομένῳ ἴϛον [b]τὸ ΞΜ χωρίον· τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ [c]ἴϛον ἔϛι τὸ ΞΝ. Ἃ γὰρ Ξ ἴϛα ἐϛὶ τᾷ ΖΒ, ἃ δὲ Ν τᾷ ΒΕ, ἃ δὲ Μ τᾷ ΒΔ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάϛιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον [d]τᾶν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάϛιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΝ. Ὁμοίως δὲ δειχθήϛεται καὶ τᾶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαϛος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων τὰν ἴϛαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ϛχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα, τᾶϛον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Ω [e]χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ [f]τὰν ΝΞ παραπεπλωκότων ὑπερβάλλον τῷ τετραγώνῳ. [g]Ἔϛι δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαϛος ἄξονα ἔχει ἴϛον τᾷ ΔΕ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴϛα τούτοις τῷ πλήθει, κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἵ τε κύλινδροι ἴϛοι ἐντὶ ἀλλάλοις, καὶ τὰ Ω χωρία ἴϛα ἀλλάλοις. Λέγονται δὲ τῶν κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ϛχήματι, ὁ δ' ἔϛχατος [h]ἐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τᾶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω ποτ' ἄλλα χωρία τὰ πλᾶ τὰν Ξ παραπεπλωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔϛχατον ἐδὲ ποθὲν λέγεται. Δᾆλον δ', ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν ἐγγεγραμμένῳ ϛχήματι, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τᾶ μεγίϛω. Δέδεικται δὲ, [i]ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τᾶ μεγίϛω, μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἃ ΜΞ ποτὶ τὰν ἴϛαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμίϛεᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Ὡς τε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ϛχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἃ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ· ὃν ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη

Et ſit maximi quidem exceſſus latus, in quo Μ, ipſi ΒΔ æquale: minimi vero, æquale ipſi ΒΟ. Præterea alia ſint ſpatia, in quibus Ω, multitudine quidem iis ipſis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque maximo, quod ſub ΖΔΒ continetur. Itaque cylindrus baſim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et axem ΔΕ, ad cylindrum baſim habentem circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΚΛ, et axem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ΔΑ ad ΚΕ poteſtate. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΖΔΒ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΒΕ. Quod quidem in omni obtuſianguli coni ſectione contingit. Quæ enim dupla eſt rectæ ad axem appoſitæ, hoc eſt ejus, quæ ex centro, hæc tranſverſum eſt figuræ latus. Ac ſpatio quidem, quod ſub ΖΔ, ΒΔ continetur, æquale eſt ſpatium ΞΜ: ſpatio vero, quod continetur ſub ΖΕ, ΒΕ, æquale ſpatium ΞΝ. Æqualis eſt enim tum Ξ ipſi ΖΒ, tum Ν ipſi ΒΕ, tum Μ ipſi ΒΔ. Cylindrus igitur baſim habens circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et axem ΔΕ, ad cylindrum baſim habentem circulum, qui deſcribitur circa diametrum ΚΛ, et axem ΔΕ, eamdem habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ΞΝ. Pariter autem demonſtrabitur et aliorum cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ipſi ΔΕ æqualem, ad cylindrum, qui eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habere rationem, quam habet ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedens ſpecie quadrata. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt, quorum unuſquiſque æqualem ipſi ΔΕ axem habet; aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, in quibus Ω, multitudine iis ipſis æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes; quoniam tum cylindri, tum ſpatia Ω æqualia ſibi ivicem ſunt. Horum autem cylindrorum aliqui comparantur cum cylindris aliis, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus vero cum nullo comparatur: et adhuc ſpatiorum, in quibus Ω, aliqua comparantur cum ſpatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpecie quadrata, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnes cylindros, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in inſcripta figura, eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo. Demonſtrata autem ſunt omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo, majorem habere rationem, quam ΜΞ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti. Quare etiam totus cylindrus ad inſcriptam figuram majorem habet rationem, quam ΖΔ ad ΘΡ: quam

[x] τᾷ ΒΙ [y] τὰν ΖΔ, ΒΔ [z] ὑπὸ τᾶς [a] διπλάσια [b] τὸ χωρίον [c] In MS. ἴϛον ἐϛὶ τὸ ΞΝ. Ἃ γὰρ deſunt. [d] Sic MS. [e] χωρίον pro χωρὶς ex MS. [f] τᾶν περὶ τὰν [g] ἐδείποθεν [h] In MS. ὅτι deeſt.

Digitized by Google

quidem rationem totus cylindrus ad conum Ψ habere demonſtratus eſt. Majorem igitur habet rationem totus cylindrus ad inſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major eſt conus Ψ figura inſcripta. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt inſcripta figura major eſſe cono Ψ. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Itaque rurſus ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus ſegmentum excedit: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento, et circumſcripta inſcriptam minus excedit, quam conus Ψ ſegmentum, conſtat circumſcriptam figuram cono Ψ minorem eſſe. Rurſus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens Δ E, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in figura circumſcripta, axem habentem Δ E, eam habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium Ξ M. Utrumque enim æquale eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eumdemque habet axem, eam habebit rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, una cum exceſſu; eo quod circumſcriptorum unuſquiſque, dempto maximo, unicuique inſcriptorum, una cum maximo, æqualis eſt. Habebit igitur etiam totus cylindrus ad circumſcriptam figuram eam rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea, quæ applicata ſunt, una cum exceſſibus. Rurſus autem demonſtrata ſunt omnia ſpatia Ω ad alia omnia minorem habere rationem, quam Ξ M ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ M ipſius parti. Quare etiam totus cylindrus ad circumſcriptam figuram minorem rationem habebit, quam Z Δ ad Θ P. Sed ut Z Δ ad Θ P, ita ſe habet totus cylindrus ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: ideoque major eſt circumſcripta figura cono Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur minus conoidis ſegmentum cono Ψ. Quoniam autem neque majus eſt, neque minus, demonſtratum utique eſt, quod proponebatur.

PROP. XXVIII. THEOR.

Quinetiam ſi obtuſiangulæ conoidis ſegmentum plano ſecetur ad axem non recto; ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat eumdemque axem, eam habebit ratio-

τοτὶ τὸ Ψ κῶνον. Μείζονα ἄν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος τοτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τοτὶ τὸ Ψ κῶνον· ὡς τε μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἂν Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν ἄρα ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμῆμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκειμένον· ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμήματος· καὶ τὰ ἀλλὰ τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Ἐπεὶ ἄν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμήματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμήματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὅτε κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, τοτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον τοτὶ Ξ M. Ἴσον γὰρ ἑκάτερον. Καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ Δ E, τοτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον τοτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ ὑπερβλήματι· διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων, χωρὶς τοῦ μεγίστου, ἴσον εἶμεν ἑκάστῳ τῶν ἐγγεγραμμένων σὺν τῷ μεγίστῳ. Ἕξει ἄν καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος τοτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία τοτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς [k] ὑπερβλημάτεσι. Δέδεικται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω χωρία τοτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσω λόγον ἔχοντα τοῦ ὃν ἔχει ἀ Ξ M τοτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμίσεᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς M. Ὡς τε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος τοτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἕξει, ἢ ἀ Z Δ τοτὶ τὰν Θ P. Ἀλλ' ὡς ἀ Z Δ τοτὶ τὰν Θ P, ὁ ὅλος κύλινδρος τοτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος τοτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τοτὶ τὸ Ψ κῶνον. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμῆμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ ὅτε μεῖζον, ὅτε ἔλασσόν ἐστι, δέδεικται ἄν τὸ προτεθέν.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη'.

Καὶ τοίνυν αἰκα μὴ ὀρθῷ τοτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμῆμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, τοτὶ τὸ ἀπότμαμα ἕξ κώνου ἕξ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον

[k] προβλημάτεσι

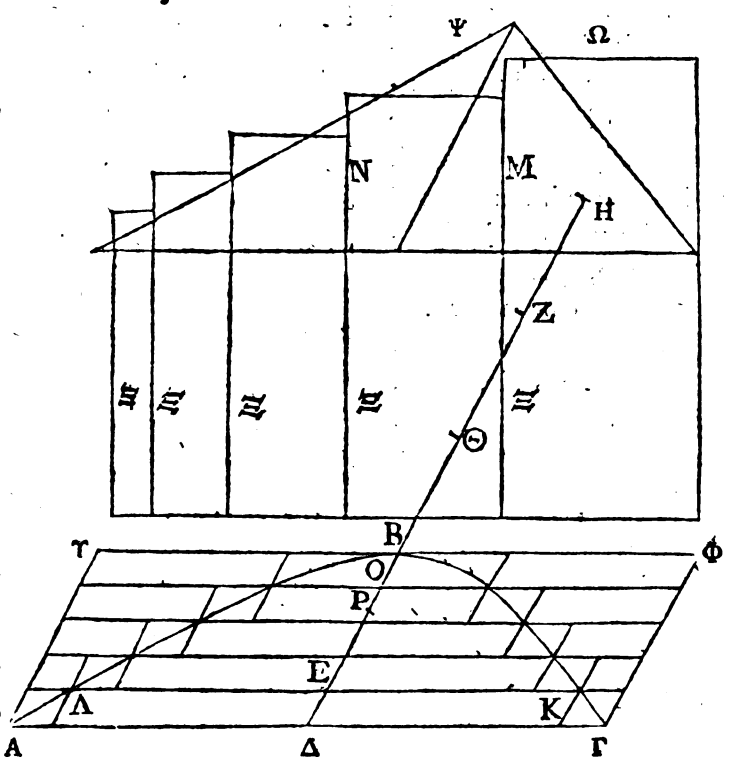
Digitized by Google

ἐξει τὸν λόγον, [l] ὃν ἀ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος, καὶ [m] τὰ τριπλασία τᾶς [n] ποτεῖσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε ἄξονι, καὶ [o] τὰ διπλασία τᾶς ποτεῖσας τῷ ἄξονι.

Ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμμένον ἐπιπέδῳ ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἀ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δ' ἐπιπέδου τᾶς ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα, ἀ ΓΑ εὐθεῖα· κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, τὸ Θ σαμεῖον. Καὶ ἄχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἀ ΦΥ, ἐπιψαυέτω ἃ κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα, ἐκβεβλήσθω. Τέμνει δὴ τὰ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ· καὶ ἐστεῖται κορυφὰ μὲν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἃ ΒΔ· ἀ δὲ ποτεῖσα τῷ ἄξονι ἀ ΒΘ. Τᾷ δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἁτὶ ΘΖ, καὶ ἀ ΖΗ. Ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεσαχέτω τὶ ἐπιπλάλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαύσει δὲ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. [p] Καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἐὸν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τετμήκει τὸ κωνοειδὲς, ἀ τομὰ ἐστεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἃ μείζων ἀ ΓΑ. [q] Ἐξέσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου [r] ἀνεσαχέσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστιν ἃ [s] ὀξυγωνίου κώνου τομά· δυνατὸν ἐστὶ κύλινδρον εὑρεῖν, τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας [t] τᾷ ΒΔ, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἀ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος δὴ ἐστεῖταί τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ἃ ἢ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ ἐστεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. Πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἀ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὑρεθέντος δὴ ἐστεῖταί τι ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷτε τόμῳ, καὶ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ.

nem, quam recta utrique æqualis, tum axi ſegmenti, tum triplæ rectæ appoſitæ ad axem, habet ad rectam æqualem utrique, tum axi ſegmenti, tum duplæ rectæ ad axem appoſitæ.

Sit enim obtuſiangulæ conoidis ſegmentum ſectum plano ut dictum eſt: ſectaque figura per axem plano alio ad id planum, quod ſegmentum ſecat, recto; ſit figuræ quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio ΑΒΓ; plani vero, quod ſegmentum ſecat, recta ΓΑ; vertex denique coni conoiden continentis ſit punctum Θ. Ducatur autem per punctum Β ΦΥ ipſi ΑΓ parallela, eademque coni ſectionem in puncto Β contingens: quæque a puncto Θ ad Β recta linea jungitur, producatur. Hæc utique ipſam ΑΓ in duas æquas partes ſecabit: eritque vertex quidem ſegmenti punctum Β: axis vero, ΒΔ: denique appoſita ad axem, ΒΘ. Sit autem ipſi ΒΘ æqualis ΘΖ, et ΖΗ: exciteturque a ΦΥ planum aliquod plano per ΑΓ acto parallelum; quod quidem conoiden in puncto Β continget. Et quoniam planum per ΑΓ actum, cum rectum ad axem non eſſet, conoiden ſecuit; ſectio erit acutianguli coni ſectio, cujus major diameter ΓΑ. Itaque cum acutianguli coni ſectio ſit circa diametrum ΑΓ deſcripta, et recta linea ΒΔ, quæ ab ejus centro in eo plano excitata eſt, quod rectum ad id, in quo ipſa eſt, planum per diametrum agitur; fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur, axem habens, qui ipſi ΒΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Hoc igitur invento erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habens, eumdemque axem; cujus altera baſis erit planum actum per ΦΥ. Rurſus autem fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit ſegmentum aliquod coni eamdem ac ſegmentum cylindri, et conoidis baſim habens, et axem eumdem. Oportet demonſtrare ſegmentum conoidis ad ſegmentum coni, quod diximus, eam habere rationem, quam ΗΔ ad ΔΖ.



[l] ὃν αἱ συναμφότεραι ἄλλη ὀξυγωνίου κώνου τομὰ
[m] τὰ τριπλάσια
[n] ποτὶ ἴσας
[o] τὰ διπλάσια
[p] καὶ ἐφάπτεται τὸ ἐπίπεδον
[q] ἴσας
[r] Sic MS.
[s] ὀξυγωνίου κώνου τομά
[t] τῶν ΒΔ

Quam enim rationem habet H Δ ad Δ Z, hanc habeat conus Ψ ad ſegmentum coni. Dico ſegmentum conoidis cono Ψ æquale eſſe. Si enim ſegmentum conoidis cono Ψ æquale non eſt, ſit illud, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento conoidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindrorum ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum conoidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, quæ ſegmento major eſt, inſcriptam minus excedit, quam ſegmentum conum Ψ, conſtat figuram inſcriptam cono Ψ majorem eſſe. Ducantur plana ſegmentorum omnium, quæ figuræ inſcripta ſunt ad ſuperficiem uſque ſegmenti cylindri, quod eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habet, eumdemque axem: ſitque B P tertia pars ipſius B Δ: eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Rurſus itaque primum ſegmentum eorum, quæ in toto coni ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eam habet rationem, quam quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E. Quæ enim ſegmenta æqualem habent altitudinem, hæc eamdem quam ipſorum baſes inter ſe invicem rationem habent. Baſes autem, cum ſimiles acutiangulorum conorum ſectiones ſint, eamdem inter ſe invicem habent rationem, quam habent poteſtate inter ſe invicem reſpondentes ipſarum diametri. Quam autem rationem habet quadratum, quod ab A Δ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a K E, hanc habet ſpatium, quod ſub Z Δ B continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Z E B; quoniam Z Δ ducta eſt per punctum Θ, in quo lineæ proximæ concurrunt: et ipſæ A Δ, K E parallelæ ſunt ei, quæ in puncto B contingit. Ac ſpatium quidem, quod ſub Z Δ B continetur, æquale eſt ſpatio Ω; quod vero continetur ſub Z E B, æquale eſt ſpatio Ξ N. Igitur primum ſegmentum eorum, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habens Δ E, ad primum ſegmentum, quod eſt in inſcripta figura, axem habens Δ E, eamdem habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium Ξ N. Aliorum item ſegmentorum unumquodque, quæ in toto ſegmento ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad ſegmentum, quod ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, axemque habet æqualem ipſi Δ E, eam habet rationem, quam ſpatium Ω ad ſpatium ſibi reſpondens eorum, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpecie quadrata. Rurſus igitur quædam ſunt magnitudines, nempe ſegmenta, quæ in toto ſegmento ſunt, aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, in quibus Ω, multitudine ſegmentis æqualia, eamdemque binæ ad binas rationem ha-

Ὃν γὰρ ἔχει λόγον ἡ H Δ ποτὶ τὰν Δ Z, τοῦτον ἐχέτω ὁ Ψ κῶνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. Φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον τὸ Ω κωνοειδὲς τμᾶμα τῷ κώνῳ τῷ Ψ, εἰ μέν ἐστι δύνατον, ἔστω μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τμαίων ἴσων ὕψος ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγεγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ Ω κωνοειδέος τμάμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει Ω ἐγγεγραμμένου [a] σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα Ω Ψ κώνου, δῆλον ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ σχήματι πάντων ἔστε ποτὶ ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου, τοῦ βάσιν ἔχοντες τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ ἔστω B P τρίτον μέρος ἔστω τᾶς B Δ· καὶ τ' ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E. Οἱ γὰρ τόμοι, [b] οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους, ὄνπερ αἱ βάσεες αὐτῶν. Αἱ δὲ βάσεες αὐτῶν, ἐπεὶ ὅμοιαί εἰντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' [c] ἀλλάλας, ὃν αἱ ὁμόλογοι διάμετροι αὐτᾶν δυνάμει. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς A Δ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς K E, τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν Z Δ B περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Z E B· ἐπεί ἐστιν ἃ μὲν Z Δ ἀγομένα διὰ τοῦ Θ, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι· αἱ δὲ A Δ, K E παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἁπτομέναν. Ἔστι δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν Z Δ B περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χωρίῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν Z E B τῷ Ξ N. Ἔχει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν Δ E, ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν Δ E, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ Ξ N. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ Δ E, ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσαν τᾷ Δ E, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τᾶν Ξ παραπεπλωκότων, ὑπερβαλλόντων εἴδει τετραγώνῳ. Πάλιν ἔν εἰντὶ τινὰ μεγέθεα, αἱ τόμοι αἱ ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς τόμοις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα αὐτοῖς. Λέγονται δὲ οἱ τόμοι, [d] ποτ' ἄλλους τόμους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήμα-

[a] ὃν γὰρ [b] μήματος [c] οἱ ἴσοι ὕψος [d] Sic MS. [e] ποτ' ἀλλάλους

τι, ὁ δὲ ἕκατες τόμος ὧδὲ πωθὲν λέγεται· τὰ δὲ Ω χωρία ποτ' ἄλλα χωρία παρὰ τὰν Ξ παραπεπλωκότα, ὑπερβάλλοντα εἴδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα [a]ἐν τοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἕκατον ὧδὲ πωθὲν λέγεται. Δῆλον ὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου. Πάντα δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἀ ΜΞ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ. Μείζονα ὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, τοῦ ἔν ἔχει ἀ ΞΜ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ [b]τᾶς Ξ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Μ· ὥς τε καὶ τοῦ ἔν ἔχει ἀ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. Μείζονα ὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ [b]μείζων ἐὼν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἐστὶν ὖν μείζων τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα τᾶ Ψ κώνου. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεᾶ, καὶ ἄλλα περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρων [c]τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένα, ὥς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τᾶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκᾳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τᾶ τμάματος· πάλιν ὁμοίως δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐστὶν οὖν ὐδ' ἔλασσον τὸ τᾶ κωνοειδέος τμᾶμα τᾶ Ψ κώνου. Δῆλον ὖν τὸ προτεθέν.

bentes. Hæc autem ſegmenta comparantur cum ſegmentis aliis, quæ ſunt in inſcripta figura; poſtremum vero cum nullo comparatur; et adhuc ſpatia Ω comparantur cum ſpatiis aliis, quæ lineæ Ξ applicata ſunt, excedentia ſpeciebus quadratis, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnia ſegmenta ad alia omnia eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo. Omnia autem ſpatia Ω ad ea omnia, quæ applicata ſunt, dempto maximo, majorem habent rationem, quam ΜΞ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti. Quare totum ſegmentum ad inſcriptam figuram majorem rationem habet, quam ΞΜ ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius Ξ, tum tertiæ Μ ipſius parti; ideoque etiam majorem, quam ΖΔ ad ΘΡ. Majorem igitur habet rationem totum ſegmentum ad inſcriptam figuram, quam ad conum Ψ: quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt inſcripta figura major eſſe cono Ψ. Non eſt igitur majus conoidis ſegmentum cono Ψ. Quod ſi ſegmentum conoidis cono Ψ eſt minus, inſcripta eidem ſegmento ſolida figura, itemque alia circumſcripta ex cylindri ſegmentis eamdem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ ſegmentum excedit; rurſus eodem modo demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ; et ſegmentum cylindri eamdem ac ſegmentum conoidis baſim habens, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus eſt conoidis ſegmentum cono Ψ. Conſtat igitur, quod proponebatur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος, ὑπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τᾶ κέντρω ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἔστω σφαιροειδὲς [d]σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμημένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ὑπιπέδῳ, τοῦ μὲν ΔΒ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν [e]σχήματος τομὰ ἔστω ἀ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἀ ΒΔ· κέντρον δὲ τὸ Θ. [f]Διοίσει δὲ ὐδέν, εἴτε ἀ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἀ ΒΔ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε ἐλάσσων. Τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ἀ ΓΑ εὐθεῖα. Ἐστήτω δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ, καὶ ὀρθὰς ποιείσθω γωνίας ποτὶ τὰν ΒΔ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπόκειται διὰ τοῦ κέντρου

PROP. XXIX. Theor.

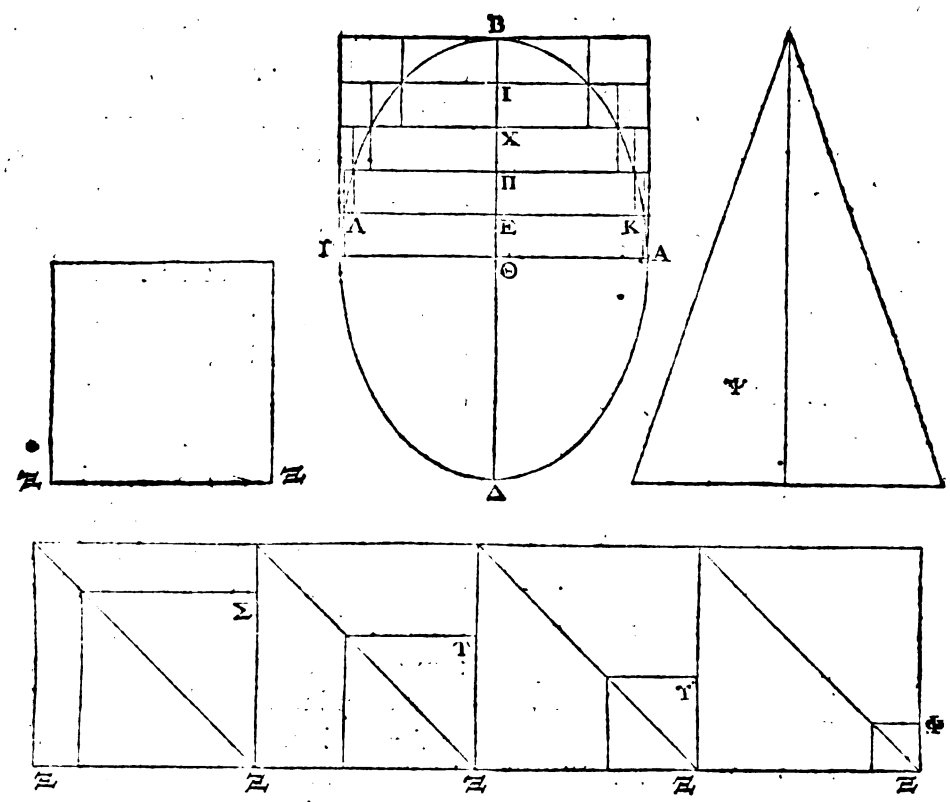
Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ, ſectæ per centrum plano ad axem recto, dimidium duplum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem.

Sit ſphæroidea figura ſecta per centrum plano ad axem recto: eademque ſecta per axem plano alio; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; cujus diameter, eademque axis ſphæroidis ΒΔ; et centrum punctum Θ: nihil autem refert, utrum ΒΔ major ſit diameter ſectionis coni acutianguli, aut minor. Plani vero, quod figuram ſecat, ſectio ſit recta ΓΑ. Hæc utique per centrum tranſibit, rectoſque cum ΒΔ angulos efficiet; quoniam planum ponitur

[a] ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις [b] τᾶς ΕΞ [b] μιζέων [c] Sic MS. [d] τμῆμα [e] τμήματος [f] διοίσει δὲ ὐδέν. Εἴτε

per centrum agi, atque esse ad axem rectum. Oportet demonstrare dimidium sphæroidis segmentum, quod basim quidem habet circulum, qui circa diametrum A Γ describitur, verticem vero punctum B, duplum esse coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem.

τετάχθαι, καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. Δεικτέον ὅτι τὸ ἀμίσεον τᾶ σφαιροειδέος τμᾶμα, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν A Γ, κορυφὰν δὲ τὸ B σαμεῖον, διπλάσιόν ἐστι τᾶ κώνω τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.



Sit enim conus aliquis Ψ duplus coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, hoc est Θ B. Dico dimidium sphæroidis cono Ψ æquale esse. Si enim dimidium sphæroidis cono Ψ æquale non est, sit primo, si fieri potest, majus. Itaque dimidio sphæroidis segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua dimidium sphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumscripta figura, quæ dimidio sphæroidis major est, inscriptam minus excedit, quam dimidium sphæroidis conum Ψ; constat figuram dimidiæ sphæroidis segmento inscriptam cono Ψ majorem esse. Itaque sit cylindrus basim quidem habens circulum, qui circa diametrum A Γ describitur, axem vero B Θ. Et quoniam hic cylindrus triplus est coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem; conus vero Ψ ejusdem coni est duplus; constat cylindrum coni Ψ esse sesquialterum. Producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inscripta figura componitur, ad superficiem usque cylindri, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem. Videtur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in cir-

Ἔστω γὰρ κώνός τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, διπλασίων τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, [a] τετράκις ἀ Θ B. Φαμὶ δὴ τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τὸ ἀμίσεον τᾶ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω, ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὥς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ ἔν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἀμίσεως τοῦ σφαιροειδέος, [b] ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἀμίσεον τᾶ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου· δῆλον ἔν ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι τᾶ ἀμίσεως τοῦ σφαιροειδέος μεῖζόν ἐστι τᾶ Ψ κώνου. Ἔστω δὴ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν A Γ, ἄξονα δὲ τὰν B Θ. Ἐπεὶ ἔν ἔστος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τᾶ κώνου τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κῶνος διπλάσιός ἐστι τοῦ αὐτᾶ κώνου, δῆλον ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Ἐκβεβλήθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔστι ποτὶ τὰν ὑπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἐστείτω δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρόμενος εἰς

[a] Sic MS. [b] ἔλασσον ὑπερέχει τᾶ γεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἀμίσεον in MS. desunt.

Digitized by Google

κυλίνδρους, τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. [i]Ἐστω δὴ ἐν γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ, τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς [k]τμήμασι τὰς ΒΘ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἑκάστα τοῖς ΒΘ· καὶ ἀπ' ἑκάστας τετράγωνον ἀναγεγράφθω. Ἀφῃρήθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων, πλάτος ἔχων ἴσην τῇ ΒΙ. Ἐστείτω δὲ ὕψος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΒΙ, ΙΔ. Ἀπὸ δὴ τοῦ παρ' αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφῃρήθω, πλάτος ἔχων διπλάσιον τῆς ΒΙ. Ἐστείτω δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΒΧ, ΧΔ. Καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἑπομένου τετραγώνου γνώμων ἀφῃρήθω πλάτος μὲν ἔχων ἑνὶ τμάματι, μεῖζον τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφαιρημένου γνώμονος. Ἐστείτω δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν τῆς ΒΔ τμημάτων, ὧν τὸ ἕτερον τμῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. Ἐστείτω δὴ καὶ ἀπὸ τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν τετράγωνον, τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τῇ ΘΕ. Ὁ δὴ κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν [l]ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει δὲ ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετραγώνου ἀφαιρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τῇ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ ποτὶ τὸν γνώμονα, τὸν ἀπὸ τοῦ ἑπομένου αὐτῷ τετραγώνου [m]ἀφαιρημένον. Ἐντὶ δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν Ξ, Ξ ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. Λέγονται δὲ οἱ κύλινδροι ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι· ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων [n]ἀφαιρεμένους, ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ ποθὲν λέγεται. Πάντες ἄρα οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας, τοὺς [o]ἀφαιρεμένους ἀπ' αὐτῶν. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας, τοὺς ἀφαιρεμένους ἀπ' αὐτῶν. Τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν

cumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Poſita modo ſint lineæ, in quibus Ξ, multitudine quidem æquales ſegmentis rectæ ΒΘ, magnitudine vero æquales unaquæque eidem ΒΘ: et ab unaquaque earum deſcribatur quadratum. Auferatur autem a poſtremo quadrato gnomon, latitudinem habens ſegmentum ΒΙ. Æqualis hic erit ſpatio, quod ſub ΒΙ, ΙΔ continetur. At vero a quadrato illi proximo gnomon auferatur latitudinem habens ipſius ΒΙ duplam. Atque hic æqualis erit ſpatio, quod continetur ſub ΒΧ, ΧΔ. Auferatur deinceps continuo a quadrato, quod proxime ſequitur, gnomon latitudinem habens ſegmento uno majorem latitudine gnomonis, qui proxime ablatus eſt. Erit utique eorum unuſquiſque æqualis ſpatio, quod ſub ſegmentis ipſius ΒΔ continetur; quorum ſegmentorum alterum latitudini gnomonis æquale eſt. Quod autem quadratum a ſecundo quadrato relinquitur, id latus habebit æquale ipſi ΘΕ. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΘΕ, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, ΘΕ eundem axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod ab ΑΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a ΚΕ: quare et quam ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum quadratum ad gnomonem, qui a ſecundo quadrato ablatus eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum unuſquiſque axem habentium ipſi ΘΕ æqualem, ad cylindrum, qui eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam reſpondens ipſi quadratum ad gnomonem, qui a quadrato, quod proxime ſequitur, ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe quadrata, quæ a lineis Ξ, Ξ deſcribuntur, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri cum aliis magnitudinibus, hoc eſt cum cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc quadrata comparantur cum aliis magnitudinibus, hoc eſt cum gnomonibus, qui a quadratis auferuntur, reſpondentibus, ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Igitur omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad alios omnes cylindros, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram eamdem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones, qui ab ipſis ablati ſunt. Hæc autem quadrata gnomonum omnium,

[i] ἔστωσαν οὖν [k] τμήμασι τοῖς τᾶς [l] ἔχοντι [m] ἀφῃρημένου [n] ἀφαιρημένους [o] ἀφαιρομένους

Digitized by Google

qui ab ipſis ablati ſunt, majora ſunt quam ſeſquialtera. Poſitæ enim ſunt quædam lineæ ΞP, ΞΣ, ΞT, ΞΥ, ΞΦ æqualiter ſeſe invicem excedentes, quarum minima exceſſui æqualis eſt. Præterea aliæ ſunt lineæ, in quibus duo Ξ, Ξ multitudine quidem illis æquales, magnitudine vero æquales unaquæque maximæ. Quæ igitur quadrata ab iis omnibus deſcribuntur, quarum unaquæque maximæ æqualis eſt, quadratorum quidem omnium, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, minora ſunt quam tripla: reliquorum vero, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora quam tripla. Hoc enim in iis, quæ de helicibus edita ſunt, demonſtratum eſt. Quoniam autem quadrata omnia, minora ſunt, quam tripla aliorum quadratorum, quæ ab ipſis ablata fuerunt; conſtat ſpatiorum, quæ reliqua ſunt, majora eſſe, quam ſeſquialtera. Gnomonum igitur majora ſunt, quam ſeſquialtera. Quare etiam cylindrus, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, major eſt, quam ſeſquialter figuræ inſcriptæ: quod fieri non poteſt. Eſt enim ſeſquialter coni Ψ: inſcripta vero figura cono Ψ major eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur majus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Neque vero eſt minus. Sit enim, ſi fieri poteſt, minus. Itaque rurſus dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium ſphæroidis excedit; eademque alia, quæ ſupra, conſtruantur. Quoniam igitur inſcripta figura minor eſt ſegmento, conſtat etiam circumſcriptam cono Ψ minorem eſſe. Itaque rurſus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΘE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in circumſcripta figura, ΘE axem habentem, eamdem habet rationem, quam primum quadratum ad ſemetipſum. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens EΠ, ad ſecundum cylindrum, qui eſt in circumſcripta figura, EΠ axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum ſecundum cum ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi ΘE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eumdemque habet axem, eam habet rationem, quam reſpondens ipſi quadratum ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Igitur omnes etiam cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad ſpatium æquale tum primo quadrato, tum gnomonibus, qui a reliquis quadratis ablati ſunt. Quadrata autem omnia minora ſunt

γνωμόνων τῶν ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν, μείζονά ἐστι ἢ ἡμιόλια. Ἐστὶ γάρ τινες γραμμαὶ κείμεναι [p] αἱ ΞP, ΞΣ, ΞT, ΞΥ, ΞΦ, τῷ ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερέχουσαι, καὶ ἃ ἐλαχίστα ἴσα τὰ [q] ὑπεροχᾷ. Ἐστὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, ἐφ' ἃν τὰ δύο Ξ, Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τοῖς μεγίστοις. Τὰ [r] εὐθὺ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασῶν, ἃ ἐστιν ἑκάστα ἴσα τοῖς μέγιστα, πάντων μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερεχουσῶν, ἐλάσσονά ἐστι ἢ [s] τριπλάσια· τῶν δὲ λοιπῶν, χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας, μείζονα ἢ τριπλάσιον. Τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τῶν [t] ἑλίκων ἐκδεδομένοις δέδεικται. Ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐστι, ἢ [u] τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἃ ἐστὶ ἀφαιρημένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστὶ ἢ ἡμιόλια. Τῶν δὲ γνωμόνων μείζονα ἢ ἡμιόλια. Ὡς τε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, μείζων ἐστὶν [v] ἢ ἡμιόλιος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. Τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι· τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Οὐδὲ πάνυ ἔλασσον. Ἔστω γὰρ, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ [x] ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγεγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ ἂν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμήματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΘE, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν ΘE, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν EΠ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν EΠ, [y] τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ ΘE, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃν τοῦτον ἔχει λόγον, ὁμοίως τεταγμένῳ αὐτῷ τετραγώνων ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Καὶ πάντες ἂν οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους, τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσι, τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τετραγώνων ἀφαιρημένοις. Καὶ τὰ τετράγωνα πάντα ἐλάσσονά ἐστι,

[p] αἱ ΞP, ΞΣ, ΞT, ΞΥ, ΞΨ, ΞΩ, τῷ [q] Sic MS. [r] εὐθία [s] τριπλασία [t] ἑλίκων [u] διπλασία [v] ἡμίσειος [x] ἄμισθον [y] τὸν

ἢ ἡμιόλια ἔσῃ ἴσα τῷ τε πρώτῳ τετραγώνῳ, καὶ τοῖς γνωμόσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις· διότι καὶ τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχόντων, [y]χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης τετραγώνου, μείζονά ἐστι ἢ τριπλάσια. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Ὅπερ ἀδύνατον. Τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι· τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον, [z]τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ μεῖζόν ἐστιν, οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστί.

quam ſeſquialtera ſpatii æqualis tum primo quadrato, tum gnomonibus qui a reliquis quadratis ablati ſunt; quoniam quadratorum, quæ deſcribuntur ab æqualiter ſeſe invicem excedentibus, dempto eo, quod deſcribitur a maxima, majora ſunt, quam tripla. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, minor eſt, quam ſeſquialter figuræ circumſcriptæ. Quod fieri non poteſt. Eſt enim ſeſquialter coni Ψ: circumſcripta vero figura cono Ψ minor eſſe demonſtrata eſt. Non eſt igitur minus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ'.

Καὶ τοίνυν αὖ καὶ τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἔσεται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, τὴν βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Τετμάσθω [a]γὰρ σχῆμα σφαιροειδὲς· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔσω ἀ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ Θ· τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἔσω ἀ ΑΓ εὐθεῖα. Ἐστεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τοῦ κέντρου τετάχθαι. Ἐστεῖται ἒν τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο [b]ὄτως ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. [c]Ἀχθω δή τινες αἱ ΚΛ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ· ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεσταλέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαύοντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ [d]τὰ Β, Δ ἐπιζευχθεῖσα, πεσεῖται διὰ τοῦ Θ· καὶ ἐστοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα, ἄξονες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. Δυνατὸν δέ ἐστιν εὑρεῖν κύλινδρον, ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἃ ὃ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, ἃ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Εὐρεθέντος δὲ ἐστεῖταί τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τοῦ ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Πάλιν δὴ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι, κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, ὃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, ἃ ἀπὸ διαμέτρου τᾶς ΑΓ. Εὑρεθέντος δὲ ἐστεῖται τὸ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Λέγω δή, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος ἀμίσεον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου. Ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου. Εἰ ἒν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. [e]Ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο [f]περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων, ὕψος ἴσον ἐχόν-

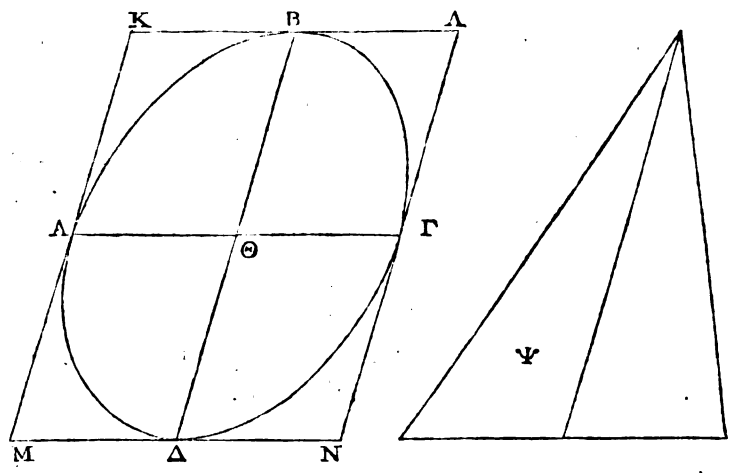
PROP. XXX. THEOR.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur per centrum plano ad axem non recto; pariter dimidium ſphæroidis duplum erit ſegmenti coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, et axem eumdem.

Secetur enim ſphæroidea figura: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓΔ; cujus centrum punctum Θ; plani vero, quod figuram ſecuit, recta ΑΓ. Hæc utique per Θ tranſibit; quoniam planum poſitum eſt per centrum agi. Atque erit acutianguli coni ſectio quædam circa diametrum ΑΓ deſcripta; quoniam poſitum eſt planum, quod ſecat, rectum ad axem non eſſe. Ducantur rectæ quædam ΚΛ, ΜΝ ipſi ΑΓ parallelæ, quæ acutianguli coni ſectionem in punctis Β, Δ contingant: et ab ipſis ΚΛ, ΜΝ plana excitentur plano, quod per ΑΓ actum eſt, parallela. Hæc utique ſphæroiden in punctis Β, Δ contingent; quæque ipſa Β, Δ jungit recta linea per Θ tranſibit: atque erunt ſegmentorum quidem vertices puncta Β, Δ; axes vero rectæ ΒΘ, ΘΔ. Itaque fieri poteſt, ut cylindrus inveniatur axem habens ΒΘ, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta. Hoc igitur invento erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac dimidium ſphæroidis baſim habens, eumdemque axem. Rurſus autem fieri poteſt, ut conus inveniatur verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque hoc invento erit ſegmentum aliquod coni eamdem ac ſegmentum ſphæroidis baſim habens, et axem eumdem. Dico dimidium ſphæroidis hujus coni eſſe duplum. Sit jam conus Ψ duplus ſegmenti hujuſce coni. Et ſi quidem dimidium ſphæroidis cono Ψ æquale non eſt, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura ex-

[y] Sic MS. [z] τᾶ ἡμίσιος [a] γὰρ τμᾶμα [b] ὕτως [c] ἄχθωσαν [d] τα [e] ἐνέγραψα [f] περιέγραψα

cedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua dimidium ſphæroidis conum Ψ excedit. Demonſtrabitur pariter, ac ſupra, figura dimidio ſphæroidis inſcripta major eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum; figuræ autem dimidio ſphæroidis inſcriptæ majus quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Non eſt igitur majus dimidium ſphæroidis cono Ψ. Sin autem eſt minus, dimidio ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ dimidium ſphæroidis excedit. Rurſus pariter, ac ſupra, demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem ipſius quidem coni Ψ eſſe ſeſquialterum; circumſcriptæ vero figuræ minus, quam ſeſquialterum. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus eſt dimidium ſphæroidis cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.



PROP. XXXI. THEOR.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ, ſectæ non per centrum plano ad axem recto, minus ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axi ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Sit enim ſegmentum aliquod ſphæroideæ figuræ ſectum non per centrum plano ad axem recto: eodemque ſecto per axem plano alio; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio ΑΒΓ, cujus diameter, eademque axis ſphæroidis, ΒΖ; et centrum Θ; plani vero, quod ſegmentum ſecat ſectio ſit recta ΑΓ. Hæc utique rectos cum ΒΖ angulos efficiet; quoniam poſitum eſt planum eſſe ad axem rectum. Sit autem ſegmentum illud, quod ſectum eſt, cujus vertex eſt

τῶν συγκειμένων· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ [g] ἀμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζον ἐὸν τοῦ [h] Ψ κώνου· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τῷ μὲν Ψ κώνῳ ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος [i] ἐν ἀμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος. Ὅπερ ἀδύνατον. [k] Οὐκ ἔσται ἄρα μεῖζον τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστιν, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἀμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ [l] ἀμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. Πάλιν ἐν ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθήσεται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τῷ μὲν Ψ κώνῳ ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ περιγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἀμιόλιος. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσται ἄρα ἔλασσον [m] τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ ὅτε μεῖζόν ἐστιν, οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἐστί. Φανερὸν ἄρα ἐστὶν ὃ ἔδει δεῖξαι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα'.

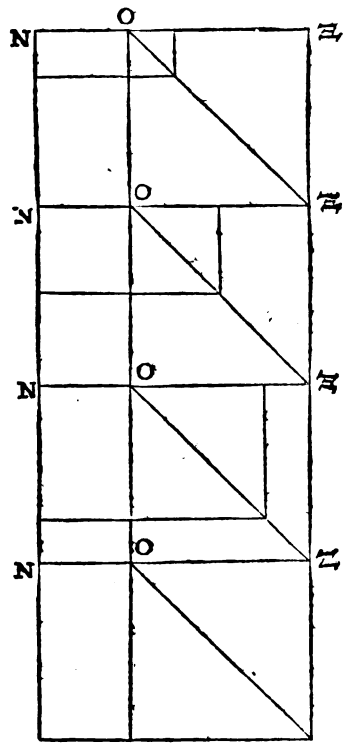
Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἔλαττον τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα τάτε ἀμίσεα τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

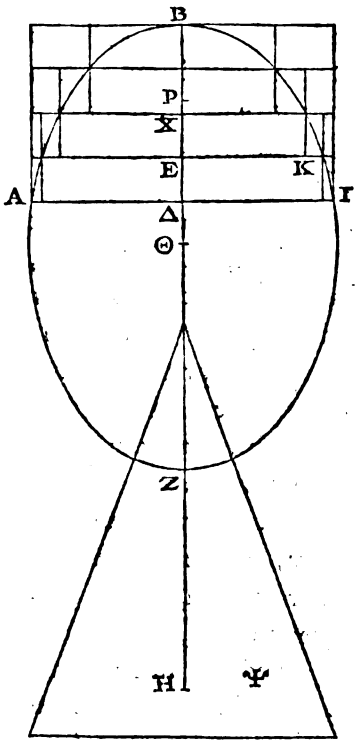
Ἔστω γάρ τι τμῆμα σφαιροειδέος [n] σχήματος, ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος, τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἀ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς, καὶ ἄξων σφαιροειδέος ἔστω ἀ ΒΖ, κέντρον δὲ τὸ Θ· τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμῆμα, τομὰ ἔστω ἀ ΑΓ εὐθεῖα. Ποιήσει δ' αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν ΒΖ· ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα ὑπέκειτο. Ἔστω δὴ τὸ τμῆμα τὸ ἀποτετμᾶ-

[g] ἡμίσει [h] Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών· τοῦ δὲ [i] ἐν ἡμίσει [k] οὐκ ἄρα ἔν τὸ [l] ἡμίσεος [m] τοῦ ἡμίσεος [n] τμήματος

μῆμον, ἧ κορυφὴ τὸ Β σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἡμίσεως τοῦ σφαιροειδέος σχήματος, καὶ τῇ Β Θ ἴσα [o] ἔστω ἡ Ζ Η. Δεικτέον ὅτι τὸ τμῆμα, ἧ κορυφὴ τὸ Β σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ Δ Η ποτὶ τὰν Δ Ζ.

Sit cylindrus eamdem ac minus ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: et ſit item conus Ψ, qui ad conum eamdem baſim habentem eam habeat rationem, quam Δ Η ad Δ Ζ. Dico conum Ψ ſegmento, cujus vertex eſt punctum Β, æqualem eſſe. Si enim æqualis non eſt, ſit primo, ſi fieri poteſt, minor. Itaque ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum ſphæroidis excedit conum Ψ. Quoniam igitur circumſcripta figura, quæ ſegmento major eſt, inſcriptam minus excedit,





Ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς Β Δ ἁ Β Ρ. Ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν Β Η τριπλάσιά ἐστιν τᾶς [q] Β Θ, καὶ ἁ Β Δ τᾶς Β Ρ, τριπλάσια ἔσαι καὶ ἁ Δ Η τᾶς Θ Ρ. Ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν Β Δ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τετραπλάσιον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ Δ Η ποτὶ τὰν Θ Ρ. Ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ Δ Ζ ποτὶ τὰν Δ Η. Ἔξει ἄρ ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων ὁ κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Δ Ζ ποτὶ τὰν Θ Ρ. [r] Ἔστωσαν δὴ γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ Ν, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς ἐν τᾷ Β Δ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ Ζ Δ. Ἔστω δὲ καὶ τᾶν Ξ Ο ἑκάστα ἴσα τᾷ Β Δ. Τᾶν δὲ Ν Ο ἑκάστα διπλάσια ἐστέτω τᾶς Θ Δ. Παραπεπλωκέτω δὴ παρ' ἑκάσαν αὐτᾶν χωρίον τι, πλάτος ἔχον ἴσον τᾷ Β Δ, ὥς τε εἶμεν ἕκαστον τῶν ἐχόντων [s] τᾶς διαμέτρω τετράγωνον. Ἀφῃρήθω δὴ ἀπὸ μὲν τᾶς πρώτας γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ

punctum Β, minus quam dimidium ſphæroideæ figuræ; æqualiſque ſit Ζ Η ipſi Β Θ. Oportet demonſtrare, ſegmentum, cujus vertex eſt punctum Β, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam Δ Η ad Δ Ζ.

quam ſegmentum conum; conſtat inſcriptam figuram cono Ψ majorem eſſe. Sit autem Β Ρ tertia pars ipſius Β Δ. Et quoniam tripla eſt cum Β Η ipſius Β Θ, tum Β Δ ipſius Β Ρ; tripla erit etiam Δ Η ipſius Θ Ρ. Itaque cylindrus eamdem ac ſegmentum baſim habens, et axem Β Δ, ad conum eamdem baſim, eumdemque axem habentem, eamdem habet rationem, quam Δ Η ad Θ Ρ. Habet autem conus, quem diximus, ad conum Ψ eamdem rationem, quam Δ Ζ ad Δ Η. Habebit igitur, rationibus diſſimiliter ordinatis, cylindrus eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, ad conum Ψ eamdem rationem, quam Δ Ζ ad Θ Ρ. Poſitæ modo ſint lineæ, in quibus Ξ Ν, multitudine quidem æquales ſegmentis, quæ ſunt in recta Β Δ, magnitudine vero æquales unaquæque ipſi Ζ Δ. Ac linearum Ξ Ο æqualis unaquæque ſit ipſi Β Δ. Erit igitur reliquarum Ν Ο unaquæque dupla ipſius Θ Δ. Applicetur unicuique ipſarum ſpatium aliquod latitudinem habens ipſi Β Δ æqualem; ita ut quadratum in unoquoque ſit circa ſuam diametrum deſcrip-

[o] ἴσα τῇ Α Ζ Η
[r] ἴσωσαν ex MS.
[s] τὰς διαμέτρους
[q] In MS. Β Θ, καὶ ἁ Β Δ τᾶς Β Ρ, τριπλάσια ἴσαι καὶ ἁ Δ Η τᾶς Θ Ρ deſunt.

cum. Auferatur autem ab horum primo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BE: itemque a ſecundo gnomon latitudinem habens æqualem ipſi BX: eodemque modo ab unoquoque, quod ſequitur, ſpatio gnomon latitudinem habens ſegmento uno minorem latitudine gnomonis, qui proxime ablatus eſt. Erit utique gnomon, qui a primo ſpatio ablatus eſt, æqualis ſpatio, quod ſub BE, EZ continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, excedens ſpecie quadrata, atque habens latus exceſſus ipſi ΔE æquale. Gnomon vero, qui a ſecundo ſpatio ablatus eſt, æqualis erit ſpatio, quod ſub ZX, XB continetur: et reliquum erit ſpatium, quod ipſi NO applicatum eſt, excedens ſpecie quadrata. Et reliqua eodem modo. His ita ſe habentibus producantur plana cylindrorum omnium, ex quibus inſcripta ſegmento figura componitur, ad ſuperficiem uſque cylindri, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet eumdemque axem. Dividetur utique totus cylindrus in cylindros multitudine quidem æquales cylindris, qui in circumſcripta figura ſunt, magnitudine vero æquales unuſquiſque eorum maximo. Jam cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui ſunt in inſcripta figura, ΔE axem habentem, eamdem habet rationem, quam quadratum, quod a ΔΓ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a KE. Hæc autem eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub BΔ, ΔZ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub BE, EZ. Habet igitur cylindrus ad cylindrum eamdem rationem, quam primum ſpatium ad gnomonem, qui ab eodem ablatus eſt. Pariter aliorum etiam cylindrorum, unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habens ipſi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in inſcripta figura, eumdem axem habentem, eamdem habebit rationem, quam ſpatium ipſi reſpondens ad gnomonem, qui ab eodem ablatus eſt. Itaque quædam ſunt magnitudines, nempe cylindri, qui in toto cylindro ſunt; aliæque item magnitudines, nempe ſpatia, quæ ipſi ΞN applicata ſunt, latitudinemque habent ipſi BΔ æqualem, multitudine cylindris æquales, eamdemque binæ ad binas rationem habentes. Comparantur autem cylindri, cum aliis cylindris, qui ſunt in inſcripta figura; poſtremus autem cum nullo comparatur: et adhuc ſpatia comparantur cum aliis ſpatiis, hoc eſt cum gnomonibus, qui ab iiſdem auferuntur, reſpondentibus ſibi iiſdem rationibus; poſtremum vero cum nullo comparatur. Conſtat igitur etiam omnes cylindros, ad omnes alios cylindros eamdem habere rationem, quam omnia ſpatia ad omnes gnomones. Cylindrus igitur, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad figuram ſegmento inſcriptam, eamdem habebit rationem, quam omnia ſpatia ad omnes gnomones. Et quoniam quædam lineæ æquales

BE· ἀπὸ δὲ τῆς δευτέρας, πλάτος ἔχων ἴσον τῇ BX. Καὶ ἀφ' ἑκάστης, τὸν αὐτὸν τρόπον, εἷς ἀπὸ τοῦ ἑπομένης χωρὶς γνώμων ἀφαιρήθω, πλάτος ἔχων ἐνὶ τμάματι ἔλασσον τῆς πλάτεος ᾧ πρὸ αὐτῆς γνώμονος ἀφαιρημένης. Ἐσείται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τῆ πρώτης χωρὶς γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν BE, EZ· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπλωκὸς παρὰ [e] τὸν NO, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, τὸν τῆς ὑπερβλήματος πλευρὰν ἔχων ἴσην τῇ ΔE. Ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρας χωρὶς γνώμων ἀφαιρημένος, ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ZX, XB· καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ τὸν NO παραπεπλωκὸς, ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ. Καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις. Ἐξοῦντι δὲ ὧδε ἐκβεβλήθω τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τό τε ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὸν ἐπιφάνειαν τῆς κυλίνδρου, τῆς βάσιν ἔχοντος τὸν αὐτὸν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Ἐσείται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. Ὁ δὴ πρῶτος ὁ κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΔE, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν ΔE, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἐν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἕκαστος ἄξονα ἔχων τὸν ἴσον τῇ ΔE, ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. Ἐντὶ δὲ μεγέθεά τινα οἱ κύλινδροι, οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, χωρία παρὰ τὸν ΞN παραπεπλωκότα, πλάτος ἔχοντα τὸν ἴσον τῇ BΔ, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις, καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Λέγονται δὲ οἵ τε κύλινδροι ποτ' ἄλλους κυλίνδρους, τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος [u] ὐδὲ ποθὲν λέγεται· καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τοὺς ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρεμένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις· τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον ὐδὲ ποθὲν λέγεται. Δῆλον δὲ ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι, ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους, τὸν αὐτὸν ἔξουντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία, ποτὶ πάντας τοὺς γνώμονας. Ὁ ἄρα κύλινδρος, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς

[e] τὰν Θ

[u] οὐδὲποθεν

Digitized by Google

γνώμονας. Καὶ ἐπεὶ ἐντὶ τινὲς γραμμαὶ ἴσαι κείμεναι ἐφ' ἃν τὰ ΝΟ, καὶ παρὰ ἑκάσαν παραπεπλωκοτόν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλάγιαι τῶν ὑπερβλημάτων ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα ἐσὶ τᾷ ἐλαχίσᾳ· καὶ ἄλλα ἐντὶ χωρία παρὰ τὰν ΞΟ παραπεπλωκότα, πλάτος δὲ ἔχοντα ἴσον τᾷ ΒΔ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ· δῆλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐσιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσω λόγον ἔχοντι, τὸ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ. Φανερὸν δ' ἔν ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τὰς γνώμονας μείζονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [w] τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις [x] τᾶς ΞΟ. Ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, [y] καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, [z] τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. Ἔσι δὲ τᾷ μὲν ΞΝ ἴσα ἁ ΔΖ· [a] τᾷ δὲ ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ, ἁ ΔΘ· [b] τῷ δὲ τρίτᾳ δύο μόρια τᾶς ΞΟ, ἁ ΔΡ. Ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἐδείχθη ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τ' Ψ κῶνον. Μείζονα ἄρ' ἔχει λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τ' Ψ κῶνον. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐσὶ μεῖζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἀλλ' ἔσω, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω τὶ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον· ὡς τε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μεῖζόν ἐσιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσθω. Ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐσι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφὲν δ' ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος· δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐσι τοῦ Ψ κώνου. Πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ, ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον, τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἔλαττον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπλωκότων, πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ, ποτ' αὐτό. Ἑκάτερα γὰρ ἴσα ἐσίν. Ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τ' ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἔχων ἴσαν τᾷ ΔΕ, ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ [c] πεπλωκότων

positæ sunt, in quibus NO, quarum unicuique spatium applicatum est excedens specie quadrata; latera autem excessuum æqualiter sese invicem excedunt; et excessus æqualis est illarum minimæ: præterea alia sunt spatia, quæ ipsi ΞO applicata sunt, latitudinemque habent ipsi BΔ æqualem, multitudine quidem illis æqualia, magnitudine vero æqualia unumquodque illorum maximo; constat omnia spatia, quorum unumquodque maximo æquale est, ad omnia alia spatia minorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum tertiæ parti ipsius ΞO. Constat igitur eadem spatia ad omnes gnomones majorem rationem habere, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Cylindrus igitur, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, ad figuram segmento inscriptam, majorem rationem habet, quam ΞN ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipsius NO, tum duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Æqualis est autem ΔZ quidem ipsi ΞN; ΔΘ vero dimidiæ ipsius NO; denique ΔP duabus tertiis partibus ipsius ΞO. Igitur totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam, majorem rationem habet, quam ΔZ ad ΘP. Quam autem rationem habet ΔZ ad ΘP, hanc habere demonstratus est idem cylindrus ad conum Ψ. Majorem igitur habebit rationem cylindrus ad inscriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non potest. Demonstrata enim est inscripta figura major esse cono Ψ. Non est igitur majus sphæroidis segmentum cono Ψ. At vero sit, si fieri potest, minus. Itaque rursus segmento solida figura inscribatur, itemque alia circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus composita; ita ut circumscripta figura excedat inscriptam magnitudine minore, quam qua conus Ψ segmentum excedit: eademque alia, quæ supra, construantur. Quoniam igitur inscripta figura minor est segmento, et circumscripta inscriptam minus excedit, quam conus Ψ segmentum; constat circumscriptam figuram cono Ψ minorem esse. Rursus cylindrus primus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ΔE, ad cylindrum eorum primum, qui sunt in circumscripta figura, eumdem axem habentem, eam habet rationem, quam postremum spatium eorum, quæ ipsi ΞN applicata sunt, latitudinemque habent ipsi BΔ æqualem, ad semetipsum. Utraque enim æqualia sunt. Secundus autem cylindrus eorum, qui in toto cylindro sunt, axem habens ipsi ΔE æqualem, ad cylindrum, qui secundum ipsum est in circumscripta figura, eamdem habet rationem, quam primum spatium eorum, quæ ipsi ΞN applicata sunt, latitu-

[w] τὰ τε ἡμίσια [x] τᾶ ΞΟ [y] In MS. καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι desunt.
[z] τάτι ἡμίσια [a] τὰ δὲ ἡμίσια [b] τὰ [c] περιπεπτωκότων

dinemque habent ipſi B Δ æqualem, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt. Aliorum item cylindrorum unuſquiſque, qui in toto cylindro ſunt, axem habentium ipſi Δ E æqualem, ad cylindrum, qui ſecundum ipſum eſt in circumſcripta figura, eamdem habet rationem, quam ſpatium ipſi reſpondens eorum, quæ ipſi Ξ N applicata ſunt, ad gnomonem, qui ab ipſo ablatus eſt ante illud, quod poſtremum dicitur. Igitur eadem ratione, qua ſupra, omnes cylindri, qui in toto cylindro ſunt, ad omnes cylindros, qui ſunt in circumſcripta figura, eamdem habebunt rationem, quam omnia ſpatia, quæ ipſi Ξ N applicata ſunt, ad ſpatium æquale tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui ab aliis ablati ſunt. Et quoniam demonſtratum eſt omnia ſpatia, quæ ipſi Ξ N applicata ſunt, ad omnia ſpatia, quæ applicata ſunt ipſi N O, excedentia ſpecie quadrata, dempto maximo, majorem habere rationem, quam Ξ N ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius N O, tum tertiæ parti ipſius Ξ O; conſtat ſpatia eadem ad reliqua, quæ æqualia ſunt tum poſtremo ſpatio, tum gnomonibus, qui a reliquis ablati ſunt, minorem rationem habere, quam Ξ N ad rectam utrique æqualem, tum dimidiæ ipſius N O, tum duabus tertiis partibus ipſius Ξ O. Conſtat igitur etiam cylindrum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam Z Δ ad Θ P. Quam autem rationem habet Δ Z ad Θ P, hanc habet cylindrus, quem diximus, ad conum Ψ. Minorem igitur rationem habet idem cylindrus ad circumſcriptam figuram, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Demonſtrata enim eſt circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ. Non eſt igitur minus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. Et quoniam neque majus eſt, neque minus, æquale utique eſt.

τῶν, πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ Β Δ, ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ. Καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος, τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ἄξονα ἐχόντων ἴσαν τᾷ Δ Ε, ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν Ξ Ν [d] παραπεπλωκότων, ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον [e] πρὸ τοῦ λεγομένου τοῦ ἐσχάτου. Καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ Ν παραπεπλωκότα, ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ χωρίῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν ἄλλων, ἁλικὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ ὦν δέδεικται, ὅτι πάντα τὰ χωρία, τὰ παρὰ τὰν Ξ Ν παραπεπτωκότα, ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν Ν Ο παραπεπλωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, χωρὶς τοῦ μεγίστου, μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ Ν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ν Ο, καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ξ Ο· δῆλον ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ τὰ λοιπά, ἃ ἐντὶ ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ, καὶ τοῖς γνωμόνεσι, τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ ὃν ἔχει ἁ Ξ Ν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ν Ο, καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾶς Ξ Ο. Δῆλον ἄρα, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ὃν ἔχει ἁ Ζ Δ ποτὶ τὰν Θ Ρ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ Δ Ζ ποτὶ τὰν Θ Ρ, τοῦτον ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ὅπερ ἀδύνατον. Ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. Ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον, οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

PROP. XXXII. Theor.

Quinetiam ſi ſphæroidea figura ſecetur non per centrum plano ad axem non recto, minus ejuſdem ſegmentum ad ſegmentum coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ ſegmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti.

Secetur enim ſphæroidea aliqua figura, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio A Β Γ Δ; plani vero, quod figuram ſecat, recta Γ Α. Ducantur autem ipſi Α Γ parallelæ Π Ρ, Σ Τ, quæ

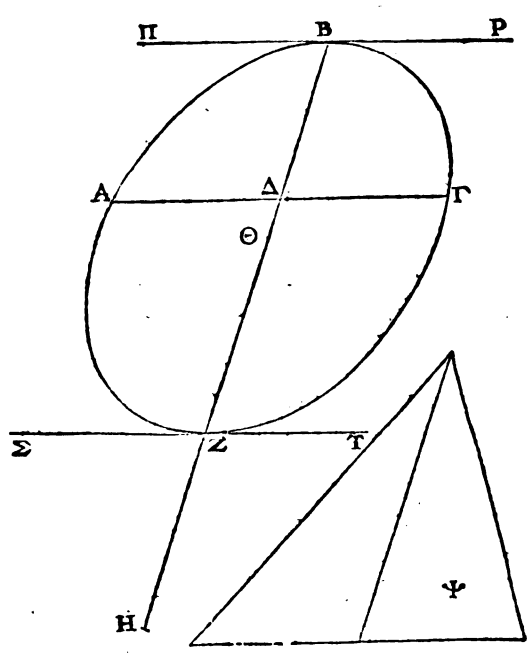
ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ'.

Καὶ τοίνυν ἅλικα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, μὴ δὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι, ἴσαι [f] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς ὑπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομμένων τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

Τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδὲς, ὡς εἴρηται καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλῳ ὑπιπέδῳ ἁλᾷ ὃ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τὸ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ Α Β Γ Δ ὀξυγωνίου κώνου τομά· ὃ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα, ἁ Γ Α εὐθεῖα. Καὶ παρὰ τὰν Α Γ [g] ἄχθω αἱ Π Ρ, Σ Τ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ

[d] πεπτωκότων [e] πρὸ τοῦ λέγομεν τοῦ ἐσχάτου, καὶ παντὸς [f] τάτε [g] ἄχθωσαν

κώνυ τομᾶς κατὰ τὰ Β, Ζ· καὶ ἀνεσακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. Ἐπιψαυσοῦντι δὲ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος [h] κατὰ τὰ Β, Ζ· καὶ ἐσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων ἐπιζευχθεῖσαι, καὶ ἔσω ἀ ΒΖ. Πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρυ. Καὶ ἔστω κέντρον τᾶ σφαιροειδέος, καὶ τᾶς τᾶ ὀξυγωνίυ κώνυ τομᾶς, τὸ Θ. Ἐπεὶ ἦν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τετμᾶσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἀ τομά ἐστιν ὀξυγωνίυ κώνυ τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἀ ΓΑ. Λελάφθω ἦν ὅτε κύλινδρος ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἀ τᾶ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά, ἀ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ· καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, ἃ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἀ τᾶ ὀξυγωνίυ κώνυ τομά, ἀ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. Ἐστεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρυ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· [i] καὶ ἀπότμαμα κώνυ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ σφαιροειδέος, ἃ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶ κώνυ, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἀ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Ἴσα δὲ ἔστω ἀ ΖΗ τᾷ ΘΖ.



Λελάφθω δή τις κῶνος ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα ἃ κώνυ ἃ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἀ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. Εἰ ἦν μή ἐστιν ἴσον τὸ τμᾶμα τᾶ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατὸν, μεῖζον. Ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμμον· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τᾶ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα ἃ σφαιροειδέος τᾶ Ψ κώνυ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερῳ δειχθήσεται τὸ ἐγγεγραμμὸν σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνυ, καὶ ὁ τόμος τᾶ κυλίνδρυ ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμὸν σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸ Ψ κῶνον. Ὅ ἐστιν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσεῖται ἦν τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνυ μεῖζον. Ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατὸν, ἔλασσον. Ἐγγεγραμμὸν δὴ πάλιν ἔστω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρυ τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμμα· ὡς τε τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἃ ἐγγραφέντος

coni ſectionem in punctis ΒΖ, contingant: excitenturque ab iiſdem plano acto per ΑΓ plano parallela. Hæc utique contingent ſphæroiden in punctis Β, Ζ: eorumque vertices jungentur recta ΒΖ; quæ quidem per centrum tranſibit. Sit autem centrum ſphæroidis, idemque acutianguli coni ſectionis, punctum Θ. Quoniam igitur ſphærois poſita eſt ſecta eſſe plano ad axem non recto, ſectio eſt acutianguli coni ſectio, cujus diameter ΑΓ. Itaque ſumatur cylindrus axem habens, quæ ipſi ΒΔ in directo jaceat, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio circa diametrum ΑΓ deſcripta: itemque conus verticem habens punctum Β, in cujus ſuperficie ſit acutianguli coni ſectio deſcripta circa diametrum ΑΓ. Atque erit ſegmentum aliquod cylindri eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, eumdemque axem: itemque ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habens, et axem eumdem. Oportet demonſtrare ſphæroidis ſegmentum, cujus vertex eſt punctum Β, ad ſegmentum coni, eamdem ac ſegmentum baſim habens, eumdemque axem, eam habere rationem, quam ΔΗ ad ΔΖ. Sit autem ΖΗ æqualis ipſi ΘΖ.

Sumatur conus aliquis Ψ, qui ad ſegmentum coni eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habentis, eumdemque axem, eam habeat rationem, quam ΔΗ ad ΔΖ. Et ſi æquale non eſt ſegmentum ſphæroidis cono Ψ, ſit primo, ſi fieri poteſt, majus. Itaque ſegmento ſphæroidis ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine minore, quam qua ſegmentum ſphæroidis excedit conum Ψ. Pariter ac ſupra demonſtrabitur inſcripta figura major eſſe cono Ψ; et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad inſcriptam figuram majorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Non erit igitur majus ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. At vero ſit, ſi fieri poteſt, minus. Rurſus ſphæroidis ſegmento ſolida figura inſcribatur, itemque alia circumſcribatur ex cylindri ſegmentis æqualem altitudinem habentibus compoſita; ita ut circumſcripta figura excedat inſcriptam mag-

[h] κατὰ τὸ Β Ζ

[i] In MS. ἀποτμάμα κώνυ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν in MS. deſunt.

Digitized by Google

nitudine minore, quam qua conus Ψ ſphæroidis ſegmentum excedit. Rurſus autem eadem ratione, ac ſupra, demonſtrabitur circumſcripta figura minor eſſe cono Ψ: et ſegmentum cylindri, quod eamdem ac ſphæroidis ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, ad circumſcriptam figuram minorem rationem habere, quam ad conum Ψ. Quod fieri non poteſt. Neque igitur minus erit ſphæroidis ſegmentum cono Ψ. Manifeſtum eſt igitur, quod oportebat demonſtrare.

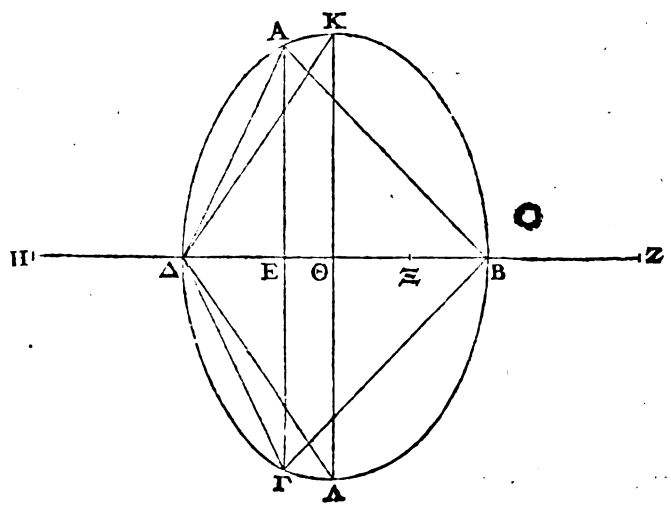
ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τῆ τμάματος. Πάλιν δὲ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται τὸ [k] περιγεγραμμένον ἔλασσον τῆ Ψ κώνῳ· καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου, ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα [l] λόγον ἔχων, ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. [m]Ο ἐστιν ἀδύνατον. Οὐκ ἐστὶ ταῖ οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου. Φανερὸν οὖν ὃ ἔδει δεῖξαι.

PROP. XXXIII. THEOR.

Cujuſlibet ſphæroideæ figuræ ſectæ, non per centrum, plano ad axem recto, majus ſegmentum ad conum qui eamdem ac ſegmentum baſim habeat, eumdemque axem, eam habet rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis ſphæroidis, tum axi minoris ſegmenti, ad axem minoris ſegmenti.

Secetur ſphæroidea aliqua figura, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto; ſit figuræ quidem ſectio acutianguli coni ſectio A B Γ, cujus diameter, eademque axis figuræ, B Δ; plani vero, quod ſecat, recta Γ A. Hæc utique ipſi B Δ ad rectos angulos erit. Sit autem ſegmentorum majus, cujus vertex eſt punctum B: et centrum ſphæroidis punctum Θ: apponaturque Δ H æqualis ipſi Δ Θ; itemque B Z eidem æqualis. Oportet demonſtrare, ſegmentum ſphæroidis, cujus vertex eſt punctum B, ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam E H ad E Δ.

Itaque ſecetur ſphærois per centrum plano ad axem recto; et ab eo, qui oritur, circulo conus excitetur, verticem habens punctum Δ. Eſt igitur tota ſphærois dupla ſegmenti, quod baſim habet circulum, qui circa diametrum K Λ deſcribitur, et verticem punctum Δ. Segmentum autem, quod diximus, duplum eſt coni, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem. Hæc enim demonſtrata ſunt. Tota igitur ſphærois ejus, quem diximus, coni eſt quadrupla. At vero hic conus ad conum, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum A Γ deſcribitur, et verticem punctum Δ, rationem habet, quæ componitur tum ex ea, quam habet



ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τῆτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἃ ἴσα συναμφοτέραις [n] τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶ ἄξονος τᾶ σφαιροειδέος, καὶ τῷ τᾶ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι, ποτὶ τὸν τᾶ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

Τετμάσθω τὶ σφαιροειδὲς, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τᾶ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τᾶ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἃ A B Γ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς, καὶ ἄξων τοῦ σχήματος, ἃ B Δ· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἃ Γ A εὐθεῖα. Ἐστῶ δὴ αὐτὰ ποτ' ὀρθὰς τᾷ B Δ. Ἔστω δὲ μεῖζον τῶν τμαμάτων, ἃ κορυφὰ τὸ B· καὶ κέντρον τᾶ σφαιροειδέος τὸ Θ. Ποτικείσθω δὴ ἃ Δ H τᾷ Δ Θ ἴσα, [o]καὶ ἃ B Z τᾷ αὐτᾷ ἴσα. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τᾶ σφαιροειδέος, ἃ κορυφὰ τὸ B, ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τῆτον ἔχει τὸν λόγον, [p]ὃν ἃ E H ποτὶ τὰν E Δ.

Τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τᾶ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ γενομένου κύκλου κῶνος ἔστω, κορυφὰν ἔχων τὸ Δ σαμεῖον. Ἔστι δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς διπλάσιον τοῦ τμάματος, τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν K Λ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον. Τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τᾶ κώνου τᾶ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα [q] τὸν αὐτόν. Δέδεικται δὲ καὶ ταῦτα. Τὸ ὅλον ἄρα σφαιροειδὲς τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ εἰρημένου. Ὁ δὴ κῶνος οὗτος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν A Γ, [r]κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκτε τᾶ ὃν ἔχει

[k] περιγεγραμμένου σχῆμα [l] Sic MS. [m] τάτε [n] καὶ ἃ B Z [o] ὃν ἴσχει ἃ E H [p] Sic MS.

Digitized by Google

ἀ ΘΔ ϖοτὶ τὰν ΕΔ, ϗ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶς ΚΘ τετράγωνον ϖοτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΑ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ ϖοτὶ τὸ ὑπὸ τᾶς ΕΑ, ὁ αὐτός ἐϛι τῷ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΒΘ, ΘΔ ϖοτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἀ ΘΔ ϖοτὶ τὰν ΕΔ, τὸτον ἐχέτω ἀ ΞΔ ϖοτὶ τὰν ΘΔ. Ἕξει ἄν καὶ τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ὃν ἀ ΔΘ ϖοτὶ τὰν ΔΕ. Ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκτε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ ΞΔ, ΘΒ, ϖοτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘΔ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ὁ αὐτός ἐϛι τῷ ὃν ἔχει τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ἔχει ἄν ὁ μὲν κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ϖερὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ϖοτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν ϖερὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ϖοτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. Ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ϖερὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ϖοτὶ τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ, τϛὶν ἀ ΒΕ ϖοτὶ ΕΖ. Τὸ γὰ ἔλαϛον ἢ ἡμίϛεον τοῦ σφαιροειδέος ϖοτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, ϗ ἄξονα τὸν αὐτὸν, δέδειχται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἀ συναμφοτέραις ἴϛα, τᾶτε ἡμισέα ἔϛ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος, ϖοτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. Οὗτος δέ ἐϛιν ὃν ἔχει ἀ ΖΕ ϖοτὶ τὰν ΒΕ. Ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος, ποτὶ τὸ τμᾶμα [q] ἔϛ σφαιροειδέος ἔλαϛον ἢ τὸ ἡμίϛεον τ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΔΕ. Ἐπεὶ ἄν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ϖοτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ· τετραπλάϛιον γὰρ ἑκάτερον. Ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ϖοτὶ τὸ τμᾶμα, τὸ ἔλαϛον ἢ τὸ ἡμίϛεον τοῦ σφαιροειδέος, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ϖοτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ· ἔχοι ϗ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ϖοτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλαϛον αὐτᾶ, τ αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ϖεριεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, ϖοτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕΔ. Ὡς τε ϗ τὸ μεῖζον τμᾶμα ἔϛ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλαϛον τ αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἀ ὑπερέχει

ΘΔ ad ΕΔ, tum ex ea, quam habet quadratum, quod a ΚΘ deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΑ. Ratio autem, quam habet quadratum, quod deſcribitur a ΚΘ, ad quadratum, quod deſcribitur ab ΕΑ, eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Jam vero quam rationem habet ΘΔ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Habebit igitur ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΘΔ, eam rationem, quam ΔΘ ad ΔΕ. Quæ autem ratio componitur tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΘΒ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘΔ, tum ex ea, quam habet ſpatium, quod ſub ΒΘ, ΘΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ, hæc eadem eſt atque illa, quam habet ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΕ, ΕΔ. Conus igitur, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΚΛ deſcribitur, et verticem punctum Δ, ad conum, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, eamdem rationem habet, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur, ſub ΒΕ, ΕΔ. Conus autem, qui baſim habet circulum, qui circa diametrum ΑΓ deſcribitur, et verticem punctum Δ, ad ſegmentum ſphæroidis, quod eamdem ac ipſe baſim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ; hoc eſt, quam ΒΕ ad ΕΖ. Demonſtratum enim eſt minus quam dimidium ſphæroidis ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ axis ſphæroidis, tum axi majoris ſegmenti, ad axem majoris ſegmenti. Hæc autem ea eſt, quam habet ΖΕ ad ΒΕ. Conus igitur, qui in dimidio ſphæroidis eſt, ad ſegmentum ſphæroidis dimidio minus eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΔΕ. Et quoniam tota ſphærois ad conum, qui in dimidio ſphæroidis eſt, eam rationem habet, quam ſpatium, quod ſub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΒΘ, ΞΔ: utrumque enim quadruplum eſt. Conus autem, qui in dimidio ſphæroidis eſt, ad ſegmentum ſphæroidis dimidio minus eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕ, ΕΔ: tota etiam ſphærois ad ſegmentum ipſius et minus eamdem rationem habuerit, quam ſpatium, quod ſub ΖΗ, ΞΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΖΕΔ. Quare etiam majus ſphæroidis ſegmentum ad minus eamdem rationem habet, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub

[q] τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἔλαϛον τοῦ ἥμιϛυ

Digitized by Google

ZH, ΞΔ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub ZE, ΔE, ad ſpatium, quod continetur ſub ZEΔ. Spatium autem, quod ſub ZH, ΞΔ continetur, ſpatium, quod continetur ſub ZE, EΔ, excedit ſpatio, quod continetur ſub ΞΔ, EH, et ſpatio, quod continetur ſub ZE, ΞE. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad minus, eamdem habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EH, ſpatioque, quod ſub ZE, ΞE continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ZE, EΔ. Minus autem ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ipſe baſim habet, eumdemque axem, eam habet rationem, quam ſpatium, quod ſub ZE, EΔ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub BE, EΔ: habet enim eam, quam ZE ad BE. Et conus, qui in minore ſegmento eſt, ad conum, qui eſt in majore ſegmento, eum habet rationem, quam ſpatium, quod ſub BE, EΔ continetur, ad quadratum, quod a BE deſcribitur. Hi enim coni, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui in ipſo ſegmento eſt, eam habet rationem, quam ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub ΞΛ, EH, ſpatioque, quod ſub ZE, ΞE continetur, ad quadratum, quod a BE deſcribitur. Hæc autem ratio eadem eſt atque illa, quam habet EH ad EΔ. Spatium enim, quod ſub ΞΔ, EH continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ΞΔ, EΔ, eam rationem habet, quam EH ad EΔ: et ſpatium, quod ſub ZE, ΞE continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub ZE, ΘE eam habet rationem, quam EH ad EΔ. Habet enim ΞE ad ΘE eamdem rationem quam EH ad EΔ; quoniam proportionales ſunt ΞΔ, ΘΔ, ΔE: æqualiſque eſt ΘΔ ipſi HΔ. Igitur ſpatium utrique æquale, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EH continetur, ſpatioque, quod continetur ſub ZE, ΞE, ad ſpatium æquale utrique, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EΔ continetur, ſpatioque, quod continetur ſub ZE, ΘE, eamdem habet rationem, quam EH ad EΔ. Quod autem quadratum a BE deſcribitur, id utrique æquale eſt, ſpatio, quod ſub ΞΔ, EΔ, continetur, ſpatioque, quod continetur ſub ZE, ΘE. Quadratum enim, quod a BΘ deſcribitur, æquale eſt ſpatio, quod ſub ΞΔ, EΔ continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a BE deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a BΘ, ſpatio æqualis eſt, quod continetur ſub ZE, ΘE; quoniam BΘ, BZ æquales ſibi invicem ſunt. Conſtat igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad conum, qui eamdem ac ſegmentum baſim habet, eumdemque axem, eam habere rationem, quam EH ad EΔ.

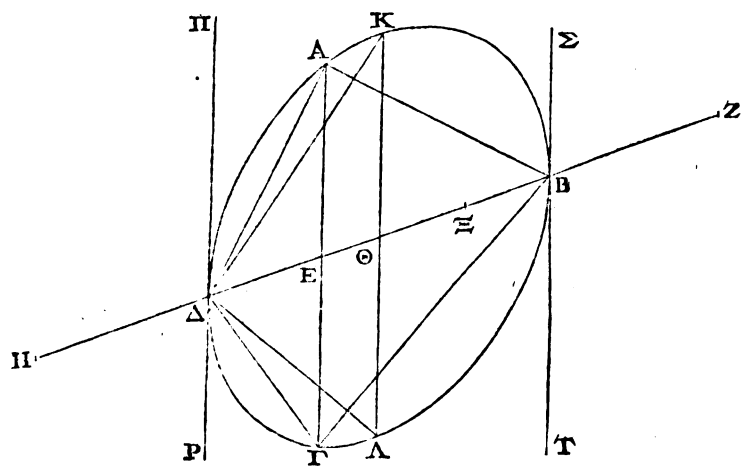
καὶ ἃ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τῶν ZE, EΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZEΔ. Ὑπερέχει δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ZH, ZΔ, τοῦ ὑπὸ τῶν ZE, EΔ, τῷ τε ὑπὸ τῶν ΞΔ, EH περιεχομένῳ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ZE, ΞE. Ἔχει ἄρα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλαττον, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞΔ, EH, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ZE, ΞE, ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZE, EΔ. Τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον [r] ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZE, EΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν BE, EΔ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ἂν ἀ ZE ποτὶ τὰν BE. Ὁ δὲ κῶνος, ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ μείζονι τμάματι, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχομένον ὑπὸ τῶν BE, EΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς BE τετράγωνον. Τὸν γὰρ τῶν ὕψεων λόγον ἔχοντι οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν. [s] Ἔχοι ἂν καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον, τὸν ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον [t] τοῦτον τὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞΔ, EH, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ZE, ΞE, ποτὶ τὸ τετράγωνον, τὸ ἀπὸ τᾶς BE. Οὗτος δὲ αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει ἀ EH ποτὶ τὰν EΔ. Τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ΞΔ, EH, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΞΔ, EΔ, τοῦτον ἔχει λόγον, ὃν ἀ EH ποτὶ τὰν EΔ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE, ΞE περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE, ΘE, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἀ EH ποτὶ τὰν EΔ. [u] Ἀ γὰρ ΞE ποτὶ τὰν ΘE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ EH ποτὶ τὰν EΔ, διὰ τὸ ἀνάλογον [w] εἶμεν τᾶς ΞΔ, ΘΔ, ΔE· καὶ [x] τᾶν ΘΔ ἴσαν τε εἶμεν τᾷ HΔ. Καὶ τὸ ἴσον ἐν ἀμφοτέροις τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞΔ, EH, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ZE, ΞE, ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις, τῷ τε ὑπὸ τῶν ΞΔ, EΔ, καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ZE, ΘE, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἂν ἀ EH ποτὶ τὰν EΔ. Τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς EB τετράγωνον ἴσον ἐστὶν ἀμφοτέροις, τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞΔ, EΔ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE, ΘE. Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τᾶς BΘ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΞΔ, EΔ περιεχομένῳ· ἃ δὴ ὑπεροχὰ ἃ μείζων ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς BE τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς BΘ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ZE, ΘE, ἐπεὶ ἴσαι ἀ BΘ, BZ. Δῆλον δὲ ὅτι τὸ μεῖζον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἀ EH ποτὶ τὰν EΔ.

[r] τοῦ ἔχει τὸν λόγον ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZE, EΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν BE EΔ. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἀ ΘZ ποτὶ τὰν BE [s] ἔχοιεν [t] τοῦτον τὸν λόγον ὃν in MS. desunt. [u] αἱ γὰρ [w] τὸ εἶμεν [x] τῶν ΘΔ

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ'.

Καὶ τοίνυν αἴκα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμᾶμα αὐτᾶς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶς κώνου τᾶς βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, [γ] τᾶτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τὰ ἡμισέα τᾶς ἐπιζευγνύσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τᾶς ἐλάσσονος τμάματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τᾶς ἐλάσσονος τμάματος.

Τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται· τμαθέντος δὲ αὐτᾶς [z] ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, τᾶς μὲν ὀχήματος τμὰ ἔσω ἀ ΑΒΓΔ, ὀξυγωνίου κώνου τομά· τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ ὀχῆμα ἀ ΓΑ εὐθεῖα. Παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἄχθωσαν αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαύουσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Δ, Β· καὶ ἀνεσακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ [a] τὰν ΑΓ. Ἐπιψαυσάντι δὲ ταῦτα τᾶ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἐσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Δ. [γ] Ἀχθῶ ἐν ἀ τᾶς κορυφᾶς ἐπιζευγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἀ ΒΔ. Πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔσω κέντρου τὸ Θ. Μεῖζον δὲ [b] ἦ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β· ποτικείσθω ἴσα ἀ ΔΗ τᾷ ΔΘ, καὶ ἀ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μεῖζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἀ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.



Τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἀπότμαμα κώνου, κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἀ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τᾶτον [c] ἐχέτω ἀ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τότε ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἐν ᾧ ἐγγέγραπται, τὸν αὐτὸν [d] ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν ΖΕ, ΕΔ. Ἔξει ἄρα τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου, ποτὶ τὸ ἐλασσ-

PROP. XXXIV. THEOR.

Quinetiam si sphæroidea figura secetur non per centrum plano ad axem non recto, majus ejusdem segmentum ad segmentum coni, qui eamdem ac segmentum basim habeat, eumdemque axem, eam habebit rationem, quam recta utrique æqualis, tum dimidiæ ejus, quæ segmentorum, quæ oriuntur, vertices jungit, tum axi minoris segmenti, ad axem minoris segmenti.

Secetur sphæroidea figura plano, ut dictum est; eademque secta per axem plano alio ad id, quod secat, planum recto; sit figuræ quidem sectio acutianguli coni sectio ΑΒΓΔ; plani vero, quod figuram secat, recta ΓΑ. Ducantur autem ipsi ΑΓ parallelæ ΠΡ, ΣΤ, quæ acutianguli coni sectionem in punctis Δ, Β contingant: excitenturque ab iisdem plana acto per ΑΓ plano parallela. Hæc utique contingent sphæroiden in punctis Β, Δ; eruntque Β, Δ segmentorum vertices. Itaque ducatur ΒΔ segmentorum, quæ oriuntur, vertices jungens; quæ quidem per centrum transibit, quod sit punctum Θ. Majus autem dimidio sphæroidis segmentum illud sit, cujus vertex est punctum Β: apponaturque ΔΗ æqualis ipsi ΔΘ; itemque ΒΖ eidem æqualis. Oportet demonstrare, majus sphæroidis segmentum ad segmentum coni, qui eamdem ac segmentum basim habet, eumdemque axem, eam habere rationem quam ΕΗ ad ΕΔ.

Secetur enim sphærois plano per centrum acto, eique quod per ΑΓ actum est parallelo: et inscribatur dimidio sphæroidis segmentum coni verticem habens punctum Δ: et quam rationem habet ΔΘ ad ΕΔ, hanc habeat ΞΔ ad ΘΔ. Demonstrabitur pariter, ac supra, segmentum coni, quod dimidio sphæroidis inscriptum est, ad segmentum coni, quod inscriptum est minori segmento eamdem habere rationem, quam spatium, quod sub ΞΔ, ΒΘ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΒΕ, ΕΔ: et segmentum coni, quod minori segmento inscriptum est, ad id, cui inscriptum est, segmentum eamdem rationem habere, quam spatium, quod sub ΒΕ, ΕΔ continetur, ad spatium, quod continetur sub ΖΕ, ΕΔ. Habebit igitur segmentum coni, quod dimidio

[γ] τᾶτον ἔχει [z] ἐπιπέδῳ, ἀλλὰ διὰ τὸ [a] Sic MS. [b] Sic MS. [c] ἐχέτω [d] ἔχοντα

Digitized by Google

ſphæroidis inſcriptum eſt, ad minus ſphæroidis ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, Β Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ. Itaque tota ſphærois ad ſegmentum coni, quod dimidio ſphæroidis inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam ſpatium, quod ſub Ζ Η, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Β Θ, Ξ Δ. Utrumque enim utriuſque quadruplum eſt. Habet autem ſegmentum coni, quod diximus, ad minus ſphæroidis ſegmentum eamdem rationem, quam ſpatium, quod ſub Ξ Δ, Β Θ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ. Habebit igitur tota ſphærois ad minus ſphæroidis ejuſdem ſegmentum rationem eamdem, quam ſpatium, quod ſub Ζ Η, Ξ Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ. At majus ſphæroidis ſegmentum ad minus eamdem habet rationem, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub Ζ Η, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε, Ε Δ ad ſpatium ſub Ζ Ε, Ε Δ: minus vero ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Ζ Ε, Ε Δ continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub Β Ε, Ε Δ. Demonſtratum enim eſt eam habere, quam Ζ Ε ad Β Ε. Denique ſegmentum coni, quod minori ſegmento inſcriptum eſt, ad ſegmentum coni, quod inſcriptum eſt majori ſegmento, eamdem habet rationem, quam ſpatium, quod ſub Β Ε, Ε Δ continetur, ad quadratum, quod a Β Ε deſcribitur. Horum enim, quæ diximus, conorum ſegmenta, cum eamdem baſim habeant, eamdem quam altitudines rationem habent. Hæ vero altitudines eamdem habent, quam Δ Ε ad Ε Β. Igitur majus ſphæroidis ſegmentum ad ſegmentum coni, quod eidem inſcriptum eſt, eamdem rationem habebit, quam exceſſus, quo ſpatium, quod ſub Η Ζ, Ξ Δ continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub Ζ Ε Δ, ad quadratum, quod a Β Ε deſcribitur. Quæ quidem ratio pariter, ac ſupra, eadem eſſe demonſtrabitur atque illa, quam habet Ε Η ad Ε Δ.

σον τμᾶμα σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, Β Θ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Ἔχει δὲ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶς κώνας τᾶς ἐν τῷ ἡμισέῳ τᾶς σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένας τὰν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Θ, Ξ Δ. Τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρα ἑκάτερον. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τᾶς κώνας τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τᾶς σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ξ Δ, Β Θ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Ἔχει δὲ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτᾶς τᾶς σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ. Αὐτὸ δὲ τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ ὑπεροχά, [e] ἃ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Ζ Η, Ξ Δ, τοῦ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ· τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶς κώνας τᾶς ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένας, τὰν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν Β Ε, Ε Δ. Δέδεικται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἃ Ζ Ε ποτὶ τὰν Β Ε. Τὸ δὲ ἀπότμαμα τᾶς κώνας, τοῦ ἐν τῷ [f] ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένας, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνας τᾶς ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένας, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν Β Ε, Ε Δ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον. Τὰ δὲ ἀποτμάματα τᾶν κώνων τὰ εἰρημένα [g] τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι, τὰν αὐτὰν ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι. Τὰ δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς Δ Ε ποτὶ τὰν Ε Β. Ἔχει καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶς κώνας, τᾶς ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένας, τὰν αὐτὸν λόγον, ὃν ἃ ὑπεροχά, [h] ἃ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν Η Ζ, Ξ Δ, τοῦ ὑπὸ τᾶν Ζ Ε Δ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β Ε τετράγωνον. Ὁ δὲ λόγος ὅτι, ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθήσεται, ὁ αὐτὸς ἐὼν τῷ ὃν ἔχει ἃ Ε Η ποτὶ τὰν Ε Δ.

TORELLUS IN PROP. XII.

Τάτων δὲ πάντων φανεραί εἰντι αἱ ἀποδείξις. Horum autem omnium demonſtrationes manifeſtæ ſunt. Ita ego verti, ne a naturali atque obvia Græci vocabuli ſignificatione recederem: ſed malim, in aperto ſunt. Qui enim manifeſtiores ſunt hæ demonſtrationes, quam quæ mox ſequuntur, quas tamen Archimedes non prætermiſit? Cœterum quemadmodum non conceſſerim eas manifeſtas eſſe, ita neque adeo obſcuras, ut in iis, quod Rivaltus fecit, plus æquo laborandum ſit. Revera enim hujuſmodi ſunt, ut, ſi recta via incedas, minimo negotio res confici poſſit. Itaque tria nobis demonſtranda proponimus: nam reliqua, quæ conſulto prætermittimus, ipſa per ſe patent.

[e] ἃ ὑπερέχει [f] μείζονι [g] τὸ τᾶν [h] ἃ

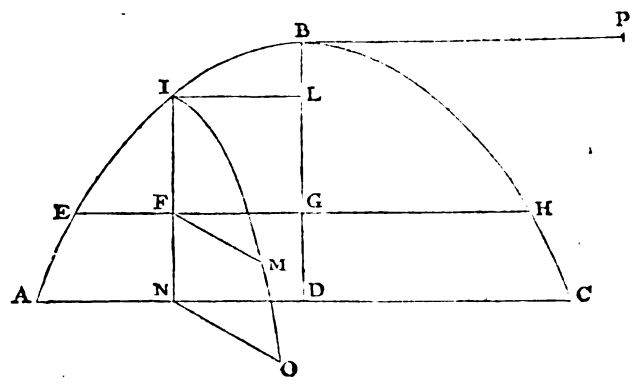
* Vide Pag. 275.

Digitized by Google

PROP. I.

Si rectangula conois plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit rectanguli coni ſectio eadem atque illa, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ipſius erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur rectangula conois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio rectanguli coni ſectio A B C; plani vero, quod ſecat, recta I N. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter B D. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab hiſce punctis rectæ M F, O N ad I N normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo rectanguli coni ſectio eſt A B C; quoniam planum, quod ſecat, ad idem planum eſt rectum. Ducantur porro per puncta F, N rectæ E H, A C, quæ æquales cum B D angulos efficiant: et per rectas E H, M F; A C, O N agantur plana. Hæc recta utique erunt ad B D: et ſecabitur conois planis ad axem rectis. Quare ſectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: hoc enim manifeſtum eſt: ideoque rectæ M F, O N ſpatia facient æqualia, altera quidem ei, quod ſub E F H continetur; altera vero ei, quod continetur ſub A N C. Ducatur poſtremo per punctum I recta I L ipſis E H, A C parallela. Quoniam igitur ſectio A B C rectanguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab E G deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet B G ad B L. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet exceſſus, quo B G ipſam B L excedit, ad B L. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab E G deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab I L, hoc eſt F G, ſpatio, quod continetur ſub E F H, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab F M: et exceſſus, quo B G ipſam B L excedit, æqualis ipſi L G, hoc eſt I F. Ut igitur quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habet I F ad B L. Eodem modo, proportione inverſa, demonſtrabitur, ut quadratum, quod ab I L deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab N O, ita ſe habere B L ad I N. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab N O, ita ſe habet I F ad I N. Itaque ſectio I M O rectanguli coni ſectio eſt, cujus diameter I N. At vero eandem eſſe atque ſectionem A B C, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Sit B P ea recta, ad quam exiguntur quadrata a rectis deſcripta, quæ ad axem B D ordinate ducuntur, quæ alio nomine rectum ſectionis latus vocatur. Erit igitur quadratum, quod ab I L deſcribitur, æquale ſpatio, quod ſub L B P continetur. Et quoniam ſupra demonſtratum eſt, ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab I L, ita ſe habere I F ad B L; ideo ut quadratum, quod ab F M deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub L B P, ita ſe habebit I F ad B L: et ſumpta communi altitudine B P, ita ſpatium, quod ſub I F, B P continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub L B P. Quæ autem ad eamdem magnitudinem eandem rationem habent, ea æqualia ſunt. Æquale eſt igitur quadratum, quod ab F M deſcribitur, ſpatio, quod ſub I F, B P continetur. Propterea ſectio I M O eadem eſt atque ſectio A B C.



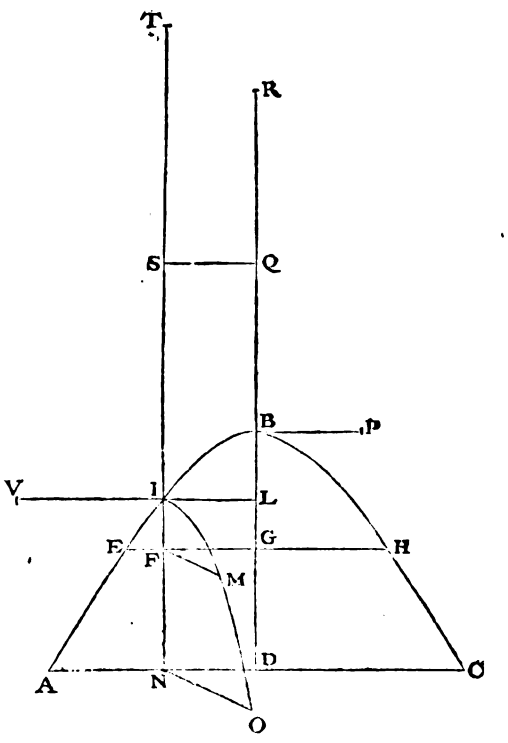
PROP. II.

Si obtuſiangula conois plano ſecetur acto ſive ſecundum axem, ſive per verticem coni conoiden continentis, ſectio erit obtuſianguli coni ſectio. Et ſi quidem ſecundum axem, ei ſimilis erit, quæ figuram comprehendit: ſi vero per verticem coni conoiden continentis, non ſimilis. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur primo obtuſiangula conois plano ſecundum axem acto: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit conoidis quidem ſectio obtuſianguli coni ſectio A B C; plani vero, quod ſecat, recta I N. Ac ſit conoidis axis idemque ſectionis diameter B D, et producatur ad oppoſitam uſque ſectionem, cujus vertex punctum R. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: et ducantur ab hiſce punctis rectæ M F, O N ad I N

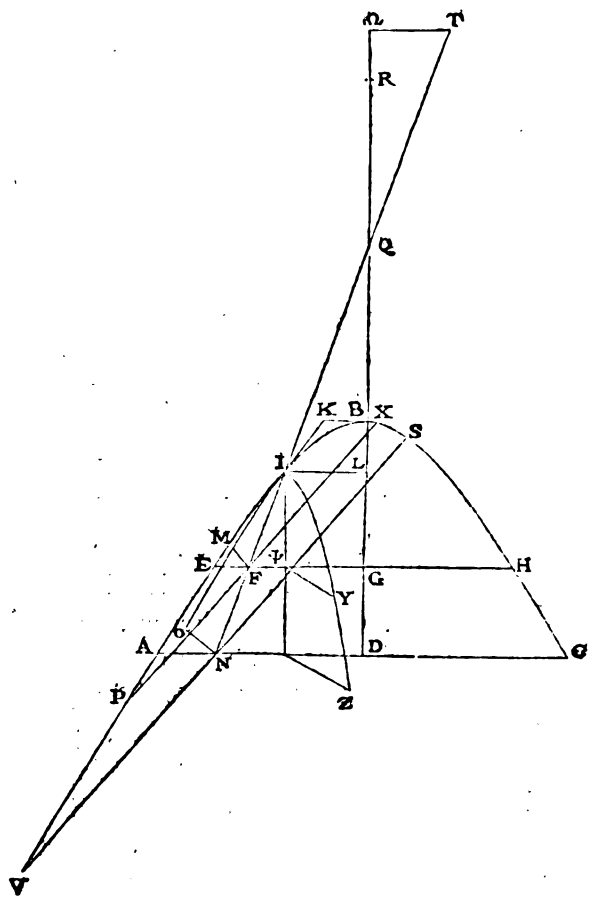
Digitized by Google

normales. Hæ normales utique erunt etiam ad id planum, in quo obtuſianguli coni ſectio eſt ABC. Ducantur porro per puncta F, N rectæ EH, AC, quæ æquales cum BD angulos efficiant: et per rectas EH, MF; AC, ON agantur plana. Hæc recta utique erunt ad BD: et ſecabitur conois planis ad axem rectis. Quare ſectiones circuli erunt, quorum centra puncta G, D: et ideo rectæ MF, ON ſpatia facient æqualia, altera quidem ei, quod ſub EFH continetur; altera vero ei, quod continetur ſub ANC. Ducatur poſtremo a puncto I recta IL ipſis EH, AC parallela; et producatur IN ad punctum T, ita ut pars ejus IS alteri ejus parti ST æqualis ſit; nimirum ducta ab oppoſitarum ſectionum centro Q recta QS ad IT normali. Quoniam igitur ſectio ABC obtuſianguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab EG deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet ſpatium, quod ſub RGB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab EG deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub RLB, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab EG deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ſpatio, quod continetur ſub EFH; hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab MF. Ut igitur quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB ad ſpatium quod continetur ſub RLB. Eodem modo, inverſa proportione, demonſtrabitur, ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habere ſpatium, quod ſub RLB continetur, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub RDB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB. Igitur æqua, eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab NO, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub RDB continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub RLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, exceſſui, quo quadratum, quod a GQ deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab LQ; et exceſſus, quo ſpatium, quod ſub RDB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, æqualis exceſſui, quo quadratum, quod a DQ deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab LQ. Igitur ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet exceſſus, quo quadratum, quod a GQ deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab LQ, ad exceſſum, quo quadratum, quod a DQ deſcibitur, quadratum excedit, quod deſcribitur ab LQ. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod a GQ deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab LQ, ſpatio, quod ſub TFI continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a DQ deſcribitur, quadratum excedit quod deſcribitur ab LQ, æqualis ſpatio, quod continetur ſub TNI. Igitur ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Itaque ſectio IMO obtuſianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IN. At vero ſimilem eſſe ſectioni ABC, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Sint rectæ IV, BP ſectionum IMO, ABC latera, quæ recta vocantur. Et quoniam ſupra demonſtratum eſt, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habere exceſſum, quo ſpatium, quod ſub RGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub RLB, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB; ideo permutando, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub TFI continetur; quod quidem ſpatium exceſſui, quam modo diximus, æquale eſt; ita ſe habebit quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB. Se habet autem ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod ſub TFI continetur, ita IV ad TI: et ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub RLB ita BP ad RB. Se habet igitur ut IV ad TI, ita BP ad BR. Propterea ſectio IMO ſimilis eſt ſectioni ABC. Quæ prima erat propoſitionis pars.



Digitized by Google

Secetur autem ſecundo obtuſiangula conois plano acto per coni verticem conoiden continentis: eademque, quæ ſupra, conſtruantur. Ducantur præterea per puncta B, I rectæ BK, IK ſectionem ABC contingentes: et per puncta F, N ipſi IK parallelæ PX, VS: producaturque IQ ad oppoſitam uſque ſectionem, ut ipſam in puncto T contingat. Quoniam igitur EH, PX parallelæ ſunt rectis BK, IK, ſectionem ABC in punctis B, I contingentibus; ut ſpatium, quod ſub EFH continetur, hoc eſt quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub PFX, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Eadem ratione, ut ſpatium, quod ſub ANC continetur, hoc eſt quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS, ita ſe habet quadratum, quod a BK deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IK. Ut igitur quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſe habet ſpatium, quod ſub PFX continetur; hoc eſt quadratum quod a PF deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub VNS; hoc eſt quadratum, quod deſcribitur ab VN. Se habet autem ut quadratum, quod a PF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab VN, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Se habet igitur, ut quadratum, quod ab MF deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab ON, ita ſpatium, quod ſub TFI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub TNI. Itaque ſectio IMO obtuſianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IN. At vero non eſſe ſectioni ABC ſimilem, hoc pacto demonſtrabitur. Sit enim, ſi fieri poteſt, ſimilis: et intelligatur per punctum I actum eſſe planum ſecundum axem BD, quod in conoide ſectionem faciat IYZ. Erit utique ſectio IMO ſimilis etiam ſectioni IYZ, quam ipſi ABC ſimilem eſſe demonſtravimus. Et quoniam ut TF ad FI, ita ſe habet, propter triangulorum ΩQT, FQG ſimilitudinem, ΩG ad GL; ideo ut MF ad FI, ita ſe habuerit YΨ ad ΨI; et permutando, ut MF ad YΨ, ita FI ad IΨ. Quod fieri non poteſt. Minor ſi quidem eſt MF quam YΨ; et FI major quam IΨ. Propterea ſectio IMO non eſt ſimilis ſectioni ABC. Quæ erat propoſitionis pars altera.



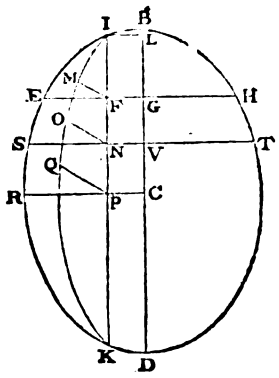
PROP. III.

Si ſphæroideon figurarum utralibet plano ſecetur ſecundum axem acto, ſectio erit acutianguli coni ſectio ei ſimilis, quæ figuram comprehendit. Diameter autem ſectionis erit communis ſectio planorum; tum ejus, quod figuram ſecat, tum ejus, quod rectum ad id, quod ſecat, planum per axem agitur.

Secetur longa ſphærois plano, ut dictum eſt: eademque ſecta per axem plano alio ad id, quod ſecat, planum recto, ſit ſphæroidis quidem ſectio acutianguli coni ſectio DEBH; plani vero, quod ipſam ſecat, recta IK. Ac ſit ſphæroidis axis idemque ſectionis diameter BD; centrum punctum C; minorque diameter RC, quæ ipſam IK in puncto P ſecet. Intelligantur modo ſumpta eſſe in ſectione duo puncta M, O: eademque, quæ in ſuperioribus propoſitionibus, conſtruantur. Eodem modo demonſtrabitur, ſectiones, quæ fiunt a planis per rectas EH, MF; itemque ST, ON actis circulos eſſe, quorum centra puncta G, V: ideoque rectas MF, ON ſpatia facere æqualia, alteram quidem ei, quod ſub EFH continetur; alteram vero ei, quod continetur ſub SNT. Quoniam igitur ſectio DEBH acutianguli coni ſectio eſt, ut quadratum, quod ab SV deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet ſpatium, quod ſub DVB continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Et dividendo, ut exceſſus, quo quadratum, quod ab SV deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ab IL, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, ſpatium excedit, quod conti-

Digitized by Google

netur ſub DLB, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod ab SV deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur ad IL, hoc eſt NV, ſpatio, quod continetur ſub SNT, hoc eſt quadrato, quod deſcribitur ab ON. Ut igitur quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB. Eodem modo, inverſa proportione, demonſtrabitur ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habere ſpatium quod ſub DLB continetur, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB. Igitur æqua eademque ordinata proportione, ut quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, ad exceſſum, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, ſpatium excedit, quod continetur ſub DLB. Æqualis eſt autem exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DVB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, exceſſui, quo quadratum, quod a CL, hoc eſt PI, deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a CV, hoc eſt PN: et exceſſus, quo ſpatium, quod ſub DGB continetur, excedit ſpatium, quod continetur ſub DLB, æqualis exceſſui, quo quadratum, quod a CL, hoc eſt PI, deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a CG, hoc eſt PF. Ut igitur quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a PN, ad exceſſum, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a PF. Æqualis eſt autem exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, excedit quadratum, quod deſcribitur a PN, ſpatio, quod ſub KNI continetur: et exceſſus, quo quadratum, quod a PI deſcribitur, quadratum excedit, quod deſcribitur a PF, æqualis ſpatio, quod continetur ſub KFI. Igitur ut quadratum, quod ab ON deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab MF, ita ſe habet ſpatium, quod ſub KNI continetur, ad ſpatium, quod continetur ſub KFI. Itaque ſectio IMK, acutianguli coni ſectio eſt, cujus diameter IK. At vero ſimilem eſſe ſectioni DEBH, quæ figuram comprehendit, hoc pacto demonſtrabitur. Ducatur a P recta QP ad IK normalis; quæ quidem dimidia pars erit minoris diametri ſectionis IMK. Demonſtrabitur pariter ac ſupra, ut quadratum, quod a QP deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur ab IL, ita ſe habere quadratum, quod a PI deſcribitur, ad ſpatium quod continetur ſub DLB. Et permutando. Se habet autem ut quadratum, quod ab IL deſcribitur, ad ſpatium, quod continetur ſub DLB, ita quadratum, quod ab RC deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BC. Se habet igitur ut quadratum, quod a QP deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a PI, ita quadratum, quod ab RC deſcribitur, ad quadratum, quod deſcribitur a BC: ideoque etiam, ut QP ad PI, ita RC ad BC. Si enim quatuor fuerint ſpatia ſimilia, ſibique invicem proportionalia, proportionales ſibi invicem erunt et rectæ lineæ, a quibus deſcribuntur. Propterea ſectio IOK ſimilis eſt ſectioni EBHD. Liceat autem, quæ de longa ſphæroide demonſtrari, etiam ad latam ſimili ratione transferre.



Porro hæ demonſtrationes brevius aliquanto confici poſſunt, ſi propoſitionibus quibuſdam utaris; quod ipſi fecimus in altera ſecundæ propoſitionis parte; quas ab aliis atque aliis ductas in tertio Conicorum libro Apollonius demonſtravit. Sed hoc, opinor, ad nitorem atque elegantiam pertinet, quodcunque demonſtrandum ſuſceperis, quam pauciſſimis ſuperſtruere.

Digitized by Google

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

ARCHIMEDIS

ARENARIUS.

ΟΙΟΝΤΑΙ τινὲς, [a] Βασιλεῦ Γέλων, ἔ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει. Λέγω δὲ, ὰ μόνον ἔ περὶ Συρακόσας τὲ καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος· ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάντε οἰκημμέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. [b] Ἐντὶ τινὲς δὲ, οἳ αὐτὸν [c] ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐκ ὑπολαμβάνοντι· μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Οἱ δὲ ἕτως δοξάζοντες, δῆλον [d] ὡς, εἰ νοήσαιεν ἐκ τᾶ ψάμμου ταλικοῦτον ὄγκον συγκείμμενον [e] εἶμεν, ἀλίκος ὁ πᾶς γᾶς ὄγκος, ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν τε πελαγέων πάντων, καὶ τῶν κοιλομάτων τᾶς γᾶς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων· πολλαπλασίως μὲν ἠγῶντο μηδ' [f] ἐν ἀκαρεῖ ἔμμεναι ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Ἐγὼ δὲ πειρασοῦμαι [g] τοῦτο δεικνύειν δι' ἀποδείξεων [h] γεωμετρικῶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τοῖ [i] ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν, καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον [k] γεγραμμένοις, ὑπερβάλλοντι τινὲς ὰ μόνον τὸν ἀριθμὸν [l] ἔ ψάμμου ἔ [m] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾶ γᾶ πεπληρωμένα, καθάπερ ἔιπαμεν, ἀλλὰ καὶ τὸν ἔ [n] μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. Κατέχεις δὲ ὅτι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν [o] πλειόνων Ἀστρολόγων ὰ σφαῖρα, ἃς ἐστὶ [p] κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, [q] ὰ δ' ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσα τᾶ εὐθειᾶ τᾶ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἀλίου, καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς. Ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων διακρίσας Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος [r] ὑποθεσιῶν ἐξέδωκεν γράψας· ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει, τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. Ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανῆ τῶν ἄστρων, καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον· τὰν

ARBITRANTUR nonnulli, Rex Gelo, arenæ numerum multitudine esse infinitum. Neque ejus tantum dico, quæ circa Syracusas reliquamque Siciliam est; sed ejus quoque, quæ circa regiones omnes cum habitabiles tum inhabitabiles. Quidam vero non illum quidem infinitum esse credunt; sed nullum esse denominatum numerum adeo magnum, ut illius multitudinem excedat. Itaque eos, qui ita existimant, manifestum est, si ejusmodi arenæ molem animo comprehenderent, cujusmodi esset totius terræ moles, si repletis in ea maribus, cavisque omnibus, excelsissimorum montium vertices exæquaret; multo minus sibi persuasuros numerum aliquem in promptu esse, qui illius multitudinem excederet. Ego vero demonstrare conabor, et quidem geometricis demonstrationibus, quibus ipse non repugnabis; eorum numerorum, qui denominati traditique a nobis sunt in iis libris, quos ad Zeuxippum scripsimus, quosdam esse, qui non modo ejus arenæ numerum excedant, cujus magnitudo terræ, ut diximus, repletæ æqualis sit; sed ejus quoque, cujus magnitudo sit mundo æqualis. Optime autem nosti mundum a plerisque Astrologis vocari sphæram, cujus quidem centrum idem est atque terræ; quæ vero a centro ducitur, rectæ æqualis est, quæ inter solis, terræque centrum interjicitur. Hæc utique refellens Aristarchus Samius in positionibus edidit, quas adversus Astrologos scripsit; ex quibus colligitur mundum eo, quem modo diximus, multo majorem esse. Ponit enim inerrantes quidem stellas, solemque ipsum immobiles

[a] Sic MS. [b] ἐν τινὶς [c] ἄπειρον ἢ εἶναι [d] ὡς ἦν νοῆσαι ἂν ἐκ τοῦ [e] τὰ μὲν ἀλίκων ὁ [f] μηδένα μάρη [g] τοῦ δεικνύειν [h] γεωμετρικῶν [i] ὑφάμων [k] γεγραμμένος [l] τὸν καὶ τοῦ ψάμμου [m] μέγεθος [n] μεγέθους [o] πλείστων [p] μέτρον μὲν [q] ὰ δὲ τοῦ κέντρου . . . . αἱ εὐθεῖαι [r] ὑπόθεσιν τινα

Digitized by Google

manere; terram vero circumferri per ambitum circuli circa ſolem, qui eſt in medio curriculo ſitus; denique ſphæram inerrantium ſtellarum, cujus idem eſt atque ſolis centrum, magnitudine ejuſmodo eſſe, ut circulus, per quem ponit terram circumferri, eam habeat rationem ad diſtantiam inerrantium ſtellarum, quam ſphæræ centrum habet ad ejus ſuperficiem. Hoc autem manifeſtum eſt fieri non poſſe. Cum enim ſphæræ centrum nullam habeat magnitudinem, neque ullam habere rationem ad ſphæræ ſuperficiem ponendum eſt. Credendus autem eſt Ariſtarchus hoc intellexiſſe: nimirum cum terra concipiatur quaſi mundi centrum; quam habet rationem terra ad mundum, quem diximus, hanc habere ſphæram, in qua circulus eſt, per quem ponit terram circumferri, ad inerrantium ſtellarum ſphæram. Nam demonſtrationes ſuas, phænomenis ita poſitis, conficit: maximeque videtur magnitudinem ſphæræ, in qua terram moveri vult, ponere ei, quem diximus, mundo æqualem. Itaque dicimus, ſi ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ponit Ariſtarchus inerrantium ſtellarum ſpæram eſſe; tunc id quoque demonſtratum iri, eorum numerorum, qui in Principiis denominantur, quoſdam eſſe, qui arenæ illius numerum multitudine excedant. Nimirum his poſitis; primum quidem, terræ ambitum eſſe quaſi tercentum myriadum ſtadiorum, non vero majorem. Cum enim alii demonſtrare conati ſint, quod tu minime ignoras, terræ ambitum eſſe quaſi triginta myriadum ſtadiorum; ego longe ſupergreſſus, poſito eodem quaſi decuplo majore, quam qui a prioribus illis exiſtimaretur, quaſi tercentum myriadum ſtadiorum non vero majorem, eſſe pono. Deinde terræ diametrum majorem eſſe diametro lunæ; et diametrum ſolis majorem diametro terræ; eadem pariter ſumens, quæ complures Superiorum Aſtrologorum. Poſtremo, ſolis diametrum quaſi trigintuplam eſſe diametri lunæ, non vero majorem. Cum enim ex Superioribus Aſtrologis, Eudoxus quidem Solis diametrum diametri lunæ quaſi nonuplam eſſe affirmaverit; Phidias vero Acupatri filius quaſi duodecuplam eſſe dixerit; denique Ariſtarchus demonſtrare conatus ſit majorem quidem eſſe quam duodevigintuplam, minorem vero quam vigintuplam; ego hunc quoque ſupergreſſus, ut quod propoſitum eſt ſine controverſia demonſtratum ſit, ſolis diametrum diametri lunæ quaſi trigintuplam, non vero majorem eſſe pono. Ad hæc, ſolis diame-

δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος· τὴν δὲ τῶν ἀπλανῶν ἄστρων σφαῖραν, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμένην, τῷ μεγέθει τηλικαύτην εἶμεν, [a]ὡς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύτην ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανῶν ἀποστασίαν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν. Τοῦτο δὲ ἄδηλον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν. Ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον [t]αὐτό. Ἐκδεκτέον δὴ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομεν ὥσπερ μὲν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾇ ἐστιν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν [u]ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν [w]τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν. Τᾶς δὲ ἀποδείξιος, τῶν φαινομένων ἅτως ὑποκειμένων, ἐναρμόζει· καὶ μάλιστα φαίνεται, τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινεμένην, ἴσον ὑποτίθεσθαι τῷ [x]ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. Φαμὲν δή, καὶ εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου [y]σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν [z]ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν· [a]καὶ ἅτως τινὰς δειχθήσεσθαι τῶν ἐν Ἀρχαῖς τῶν κατονομασίαν ἐχόντων, ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν καὶ τὸν τοῦ ψάμμου, τοῦ μέγεθος [b]ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένᾳ σφαίρᾳ. Ὑποκειμένων τῶν δε· πρῶτον μέν, [c]περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν ὡς τ' [d]μυριάδων σταδίων χ, μὴ μείζω. Καίπερ τῶν πειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καί τις παρακολουθεῖς, ἐσσαν αὐτὰν ὡς λ' μυριάδων σταδίων· ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος, καθεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς [e]δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν πρoτέρων δεδοξασμένου, τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν, [f]ὡς τ' μυριάδων σταδίων χ, μὴ μείζω. Μετὰ δὲ τοῦτο, τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα [g]εἶμεν τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας· καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρω τᾶς γᾶς· ὁμοίως τὰ αὐτὰ [h]λαμβάνων τοῖς πλείστοις τῶν Προτέρων Ἀστρολόγων. Μετὰ δὲ ταῦτα, τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας [i]ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα. Καίπερ τῶν Προτέρων Ἀστρολόγων, [k]Εὐδόξω μὲν, ὡς ἐννεαπλάσιον ἀποφαινομένου. Φειδίου δὲ τοῦ Ἀκεσπάτρου, ὡς δωδεκαπλασίαν· Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν, ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος ἁλίου τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας, μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλασίων, ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ ὑποκείμενον ἀναμφίλογον ᾖ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρω τᾶς σελήνας, ὡς [l]τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ [m]μὴ μείζονα. Ποτὶ δὲ τούτοις

[a] ἔστω τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν [b] Sic MS. [c] ἔχοντος ex MS. [d] τὰν περίμετρον [e] μοιριάδων [f] δεκαπλασίου [g] ὡς τ' μοιριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω [h] εἰκεῖ μὲν [i] λαμβάνω [k] ὡς λ' πλασιῶν [l] εὐδόξῳ μὲν [m] τριακοντα-πλασίαν [n] μὴ μείζονα [o] ὑποτίθεται [p] τῶν ἀπλανῶν ἄστρων [q] ἰφάμων [r] σφαῖρα [s] πλανέων ἄστρων [t] αὐτὸν [u] ὑποτίθεται [w] τῶν ἀπλανῶν ἄστρων [x] ἰφάμων [y] σφαῖρα [z] πλανέων ἄστρων [a] Sic MS. [b] ἔχοντος ex MS. [c] τὰν περίμετρον [d] μοιριάδων [e] δεκαπλασίου [f] ὡς τ' μοιριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω [g] εἰκεῖ μὲν [h] λαμβάνω [i] ὡς λ' πλασιῶν [k] εὐδόξῳ μὲν [l] τριακοντα-πλασίαν [m] μὴ μείζονα

Digitized by Google

τὰν διάμετρον τᾶ ἀλίᾳ μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνᾳ πλευρᾶς, τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένᾳ τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Τᾶτο ἢ ὑποτίθεμαι, Ἀρισάρχᾳ μὲν εἰρηκότος, τᾶ κύκλᾳ τῶν ζωδίων τὸν ἅλιον φαινόμενον, ὡς τὸ εἰκοσὸν κ᾽ ἑπλακοσιοσόν. Αὐτὸς ἢ ἐπισκεψάμενος, τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην, ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, ἐς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχοσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ μὲν ὅμοιον ἀκριβεῖ λαβεῖν ἐκ ἀχερές ἐσι· διὰ τὸ, μήτε τὰν ὄψιν, μήτε τὰς χείρας, μήτε τὰ ὄργανα, δι᾽ ὧν [m] λαβεῖν, ἀξιοπίστας εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι. Περὶ δὲ τάτων ἐπὶ τοῦ παρόντος ἐκ εὔκαιρον μακρύνειν, ἄλλως τε κ᾽ πλεονάκις τοιάτων ἐμπεφανισμένων. Ἀπόχρη δέ μοι, ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένω, γωνίαν λαβεῖν, ἃ τίς ἐσι μὴ μείζων τᾶς γωνίας ἐς ἃν [o] ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχοσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· κ᾽ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, [p] ἃ τίς ἐσιν ἐκ ἐλάτ[τ]ων τᾶς γωνίας ἐς [q] ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχοσαν ποτὶ [r] τᾷ ὄψει. Τεθέντος ἔν μακρᾶ κανόνος ἐπὶ πέδον ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν [s] ἀνατελεῖν ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, κ᾽ κυλίνδρω μικρᾶ τορνωθέντος, κ᾽ [t] τεθέντος ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθᾶ, εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τᾶ ἀλίω· ἔπειτ᾽ ἐόντος αὐτᾶ ποτὶ τῷ [u] ὁρίζοντι, κ᾽ δυναμένω αὐτοῦ ἀντιβλέπεσθαι, [w] ἐπεστράφη ὁ κανὼν [x] ἐς τὸν ἅλιον, κ᾽ ἀ ὄψις [y] κατεσάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος, ἐν μέσῳ κείμενος, τᾶ τε ἀλίω κ᾽ τᾶς ὄψιος, ἐπεσκότει τῷ ἀλίῳ. Ἀποχωριζομένω τᾶ κυλίνδρω ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾇ [z] ἄρξατο παραφαίνεσθ᾽ ἁ ἀλίω μικρὸν ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρω, [a] κατεσάθη ὁ κύλινδρος. [b] Εἰ μὲν ὁμοίως συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ᾽ ἑνὸς σαμείω βλέπειν· εὐθειᾶν ἀχθειᾶν ἀπ᾽ ἄκρω τᾶ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεσάθη ἐπιψαυσᾶν τῶ κυλίνδρω· ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τὰν ἀχθειᾶν [c] ἐλάοσων κα ἔη τᾶς γωνίας, ἐς ἃν ὁ ἅλιος [d] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχοσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· διὰ τὸ περιβλέπεσθαί τι τᾶ ἀλίω ἐφ᾽ ἑκάτερα τᾶ κυλίνδρω. Ἐπεὶ δ᾽ αἱ ὄψιες ἐκ ἀφ᾽ ἑνὸς σαμείω βλέπεντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ἐλάφθη τὶ μέγεθος σρογγύλον, ἐκ ἔλατ[τ]ον ὄψιος· κ᾽ τεθέντος τᾶ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τᾶ [e] κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις [f] κατεσάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπιψαυσᾶν τ᾽ μεγέθεος, κ᾽ τ᾽ κυλίνδρω· ἁ ἔν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάτ[τ]ων ἢ [g] τᾶς γωνίας, ἐς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ τὰν κορυφὰν ἐχόσας ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ δὲ μέγεθος τὸ ἐκ ἔλατ[τ]ον [h] ὄψιος, τόνδε τ᾽ τρόπον εὑρίσκεται. Δύο [i] κυλίνδρια ἀναλαμβάνεται λεπτὰ [k] ἰσοπαχέα ἀλλάλων, τὸ μὲν λευκὸν, τὸ δὲ [l] ἄ· καὶ [m] προσίθενται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λᾰυκὸν ἀφεσακὸς ἀπ᾽ αὐτᾶς, τὸ δὲ ἀ λευκὸν [n] ὡς ἐσιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥσε καὶ θιγγάνειν τᾷ προσώπᾳ. [o] Εἰ μὲν ἔν τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπ[τ]ότερα ἐῶντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται [p] ὑπὸ

trum majorem esse latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui sunt in mundo, inscripti. Quod quidem pono, affirmante Aristarcho, solem ejus circuli qui Zodiacus dicitur, partem quasi septingentesimam, et vigesimam apparere. Ego autem explorando hoc plane modo, conatus sum angulum per instrumenta sumere, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum habeat. Quem quidem omnio accurate sumere haud facile est; eo quod, neque oculus, neque manus, neque instrumenta, per quæ sumitur, satis idonea sunt ad id, quod accuratum est, ostendendum. Sed de his non est opus plura in præsentia dicere; cum sæpe alias fuerint observata. Mihi sufficit ad id, quod propositum est, demonstrandum, angulum sumere, qui major non sit angulo, cui sol sese accommodat, et verticem habeat ad oculum; rursusque aliam angulum sumere, qui angulo minor non sit, cui sol sese accommodat, et verticem item ad oculum habeat. Itaque posita longa regula super planum excitatum in loco, unde sol exoriens cospiciendus erat, et cylindro parvo, tornatoque super regulam ad rectos angulos posito statim post solis ortum; eodem subinde ad finitorem extante, ita ut ex adverso conspici posset, regula ad solem conversa est, oculusque in extremo regulæ constitutus; et cylindrus ita inter solem, oculumque interjectus, ut solem obscuraret. Amoto autem ab oculo cylindro, cum primum inciperet ab utraque cylindri parte solis minimum quiddam apparere, cylindrus sistebatur. Si quidem igitur contingeret, ut oculus ab uno puncto inspiceret; ductis rectis ab extremo regulæ in quo oculus constitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehenderetur, minor esset angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum haberet: propterea quod solis quippiam ab utraque cylindri parte conspectum fuit. Quoniam vero oculus non ab uno puncto, sed a magnitudine quadam inspicit; sumpta est magnitudo quædam teres oculi acie non minor: eademque posita in extremo regulæ, in quo oculus constitutus fuerat, ductisque rectis, quæ magnitudinem hanc, et cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, minor factus est angulo, cui sol sese accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Magnitudo autem, quæ oculi acie minor non sit, hoc pacto invenitur. Sumuntur duo cylindri exiles æquali inter se crassitudine, alter albus, alter non albus: apponunturque ad oculum, ita ut albus remotior ab oculo sit, non albus eidem quam proximus, ut faciem ipsam contingat. Si quidem igitur sumpti cylindri exiliores sint quam oculi acies,

[m] διαλαβεῖν [o] δ ex MS. [p] ἄτις [q] ἂν [r] τῇ ἀ ὄψει [s] ἀνατίλλειν [t] τεθέντος ex MS.
[u] ὡρίζοντι [w] ἀπεστράφη [x] εἰς τὸν [y] Sic MS. [z] ἀρξάατω [a] Sic MS. [b] εἶμεν [c] ψ᾽ κα
[d] ἐναρμόζῃ τᾶς κορυφὰν ἐχούσας [e] Sic MS. [f] κατεσάθη ἀχθεῖσα [g] τὰς γωνιάς [h] τὰς ὄψιος, τόνδε τὸν τρόπον [i] κυλίνδρια λαμβάνεται [k] ἰσοπαχέα ἀλλάλοις [l] οὕτως [m] προτίθενται ποτὶ [n] ὅσον ἐγγυτάτω τὰς ὄψιας [o] εἶμεν οὖν τὰ λειφθέντα [p] περὶ τὰς

Digitized by Google

proximiore altero ab eadem comprehenſo, remotior alter albuſque conſpicitur: et quidem ſi multo exiliores ſint, totus; ſin vero minus, partes ejus aliquæ ab utraque proximioris parte. Itaque ſumptis hujuſmodi cylindris, atque ita diſpoſitis, ut alter alterum craſſitudine ſua non autem ampliorem locum, obſcuret; tanta magnitudo, quanta eſt craſſitudo cylindrorum, qui hoc faciunt, minor quodammodo non eſt oculi acie. Angulus autem non minor angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet, hoc pacto ſumptus eſt. Amoto ſuper regulam ab oculo cylindro, ita ut totum ſolem obſcuraret, ductiſque rectis ab extremo regulæ, in quo oculus conſtitutus fuerat, quæ cylindrum contingerent; qui a ductis rectis angulus comprehendebatur, non minor factus eſt angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum haberet. Itaque his angulis hoc modo ſumptis, dimenſoque angulo recto, deprehenſus eſt eorum quidem major, qui in regulæ ſigno erat, minor eſſe quam una pars anguli recti in centum quatuor et ſexaginta partes diviſi; minor vero, major quam una pars anguli recti diviſi in partes ducentas. Conſtat igitur angulum, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet, minorem quidem eſſe quam unam partem anguli recti in centum quatuor et ſexaginta partes diviſi; majorem vero quam unam partem anguli recti diviſi in partes ducentas. Quæ cum ita ſe habeant demonſtratur, ſolis diametrum majorem eſſe latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui ſunt in mundo, inſcripti. Intelligatur enim planum ductum per terræ, ſoliſque centrum, et per oculum, ſole paulum ſupra finitorem extante, quod mundum quidem ſecet ſecundum circulum ΑΒΓ; terram vero ſecundum circulum ΔΕΖ; denique ſolem ſecundum circulum ΣΗ: ſitque centrum terræ punctum Θ, centrum ſolis punctum Κ, et oculus punctum Δ. Ducantur autem rectæ circulum ΣΗ contingentes; nimirum a puncto Δ rectæ ΔΛ, ΔΞ, quæ in punctis Ν et Τ contingant; et a puncto Θ rectæ ΘΜ, ΘΟ, quæ contingant in punctis Ρ, et Χ: eædemque ΘΜ, ΘΟ circulum ΑΒΓ ſecent in punctis Α, et Β. Igitur major eſt ΘΚ, quam ΔΚ; quoniam ponitur, ſolem ſupra finitorem eſſe; ideoque major eſt angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, quam qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ. Angulus autem, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, major quidem eſt quam una pars anguli recti in partes ducentas diviſi; minor vero quam una pars anguli recti diviſi in partes centum quator et ſexaginta. Æqualis eſt enim angulo, cui ſol ſeſe accommodat, qui verticem ad oculum habet. Quare angulus, qui comprehenditur a ΘΜ, ΘΟ, minor eſt quam una pars anguli recti in partes centum quatuor et ſexaginta diviſi; rectaque ΑΒ

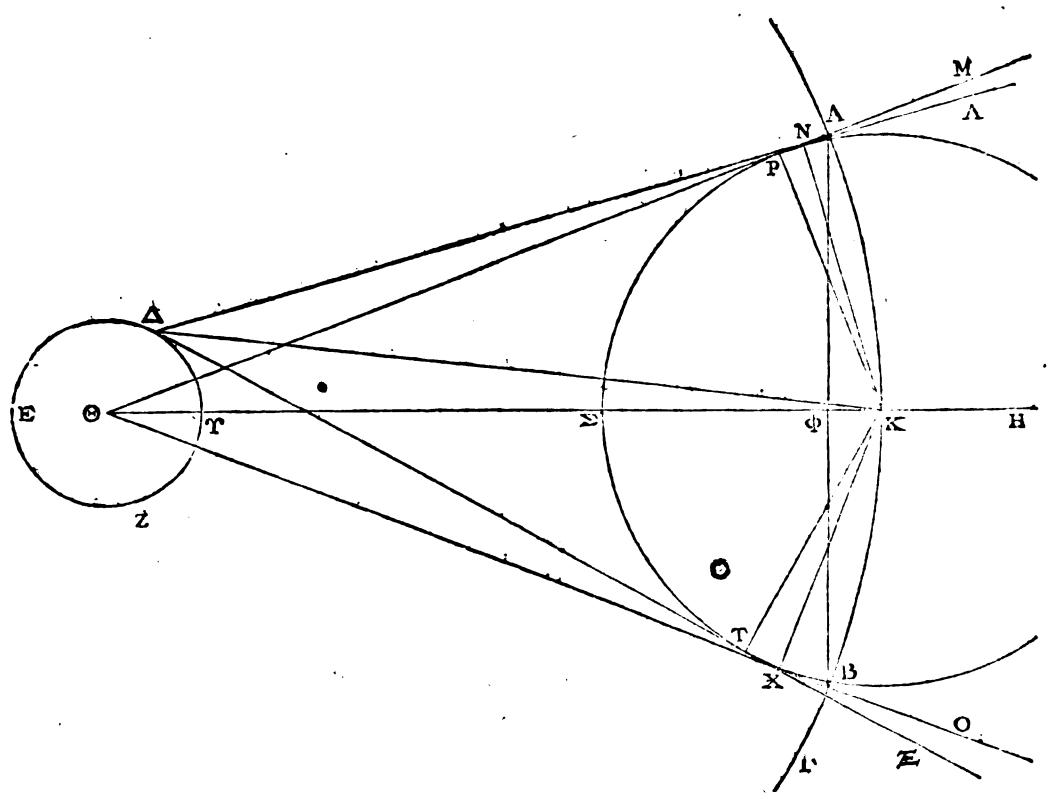
τᾶς ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ [q] ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λοιπόν· εἰ μὲν κα παραπολὺ λεπτότερα ἐῶντι, [r] πᾶν· εἰ δέ κα μὴ [s] παραπολύ, μέρεα τινὰ τᾶ λοιπᾶ ὁρῶντι [t] ἀφ' ἑκάτερα τᾶς ἐγγὺς τᾶς ὄψιος. Λαφθέντων δὲ τῶνδε τῶν κυλινδρίων, ἐπιταδείων ὅπως τῷ τάχει [u] ἐπισκοτεῖν τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ, καὶ ἐ πλείονι τόπῳ, τὸ δὴ ταλικοῦτον μέγεθος, ἀλίκον ἐστὶ τὸ τάχος τῶν κυλίνδριων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστα πως ἐστὶν ἐκ ἐλάττονα τᾶς ὄψιος. [w] Ἁ δὲ γωνία, ἐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας ἐς ἂν ὁ ἅλιος [x] ἐναρμόζει, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. Ἀποσταθέντος, ἐπὶ τοῦ [y] κανονίω, καὶ κυλίνδρω ἀπὸ τᾶς ὄψιος ἔτως, ὡς [z] ἐπισκοτεῖν τὸν κύλινδρον [a] ὅλῳ ἁλίῳ, καὶ [b] ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρω τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεςάθη, ἐπιψαυεσᾶν τοῦ κυλίνδρω· ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν, ἐκ ἐλάττων [c] γίνεται τᾶς γωνίας, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ταῖς δὴ γωνίαις, ταῖς ἔτως [d] λαφθείσαις, καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας, ἐγένετο [e] ἁ ἐν ςίγω, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς [f] εἰς ρξδ', ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τέτων· ἁ δὲ ἐλάττων, διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', μείζων ἢ ἓν μέρος τέτων. Δῆλον ἄν, ὅτι [g] ἁ γωνία, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν, [h] ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ', τέτων ἓν μέρος· μείζων δέ, ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ', τέτων [i] ἓν μέρος. Πεπισθμένων δ' τέτων, δείκνυται ἁ [k] διάμετρος τοῦ ἁλίω μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνω πλευρᾶς, [l] τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένω τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τᾶ κέντρω τᾶς γᾶς, καὶ τοῦ ἁλίω, καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίω· τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβεβλημένον ἐπίπεδον, τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν ΑΒΓ κύκλον, τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔΕΖ, τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ΣΗ κύκλον· κέντρον δὲ ἔςω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δ' ἁλίω τὸ Κ, ὄψις δὲ ἔςω τὸ Δ. Καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ΣΗ κύκλω· [m] ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἱ ΔΛ, ΔΞ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ν καὶ τὸ Τ· ἀπὸ δὲ τοῦ Θ, αἱ ΘΜ, ΘΟ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ρ καὶ τὸ Χ· τὸν δὲ ΑΒΓ κύκλον τεμνόντων αἱ ΘΜ, ΘΟ κατὰ τὸ Α καὶ τὸ Β. Ἔστι δὴ μείζων ἁ ΘΚ τᾶς ΔΚ, ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ [n] τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ. Ἁ δὴ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τέτων [o] ἓν μέρος. Ἴσα γάρ ἐστι τᾷ γωνίᾳ, ἐς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Ὡς τε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ', τέτων ἓν μέρος· ἁ δὴ ΑΒ

[q] Sic MS. [r] Sic MS. [s] παρὰ πολὺ μέρεα τινᾶ [t] ἰφ' ἑκάτερα [u] ἐπισκοτεῖ [w] ἁ δὲ ex MS.
[x] ἐναρμόζῃ [y] κανόνος [z] ἐπισκοτεῖν [a] ὅλῳ τῷ [b] ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν [c] γίνεται ἐστὶ τᾶς γωνίας [d] α ω
στγω' [e] εἰς ρξδ' εἰς σ μείζων ἢ εὔμετρος τούτων δῆλον [f] καὶ ἁ γωνία ἃς ἂν ὁ ἅλιος [g] ἢ διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τέτων·
ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τῶν ὀρθῶν εἰς σ μείζων ἢ εὔμετρος τούτων· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία [*] α ἴσαν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ἐλάττων μέν ἐστι ἢ διαιρεθεῖσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ΡΞΔ· τούτων ἔμμετρος· μείζων δὲ [h] ἔμμετρος [i] ἢ ἁ διάμετρος [k] τᾶς εἰς [l] ἀπὸ μὲν τῷ αἱ ΔΛ [m] Sic MS. [n] ἔμμετρος ἴσων γωνιαι εἰσὶ τὰ γωνία

Digitized by Google

ἐλάττων ἐστὶ τᾶς [o]ὑποτεινούσας ἐν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τῦ ΑΒΓ κύκλυ περιφερείας ἐς

minor quam quæ ſubjicitur uni parti circumferentiæ circuli ΑΒΓ diviſæ in partes ſexcentas



[p]χνς'. Ἃ δὲ τῦ εἰρημένυ πολυγωνίυ περίμετρος πρὸς τὰν ἐκ τοῦ κέντρυ [q]τῦ ΑΒΓ κύκλυ, ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ μδ' πρὸς τὰ ζ'· διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίυ ἐγγεγραμμένυ ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον πρὸς τὰν ἐκ τοῦ κέντρυ, ἐλάττονα λόγον ἔχειν, ἢ τὰ μδ' πρὸς τὰ ζ'. Ἐπίσαμαι γὰρ δεδειγμένον [r]ὑφ' ἁμῶν, ὅτι παντὸς κύκλυ ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρυ ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομορίοις. Ἐλάττων οὖν λόγον ἔχει ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΘΚ ἢ τὰ ια' ποτὶ τὰ αρμή'. [s]Ὡς τε ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΒΑ τᾶς ΘΚ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος. Τᾷ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος [t]τοῦ ΣΗ κύκλυ· διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ ΦΑ, ἴσα ἐστὶ τᾷ ΚΡ. [u]Ἴσαν γὰρ ἐοῦσαν τὰν ΘΚ τᾷ ΘΑ, ἀπὸ τῶν περάτων κάθετοι ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰν αὐτὰν γωνίαν. Δῆλον ἔν, ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. Καὶ ἁ ΕΘ[x] διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρυ [y]τῦ ΣΗ κύκλυ· ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΣΗ κύκλυ. Ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφότεραι αἱ ΘΥ, ΚΣ, ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. [z]Ὡς τε ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν [a]ΥΣ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ' ποτὶ τὰ ιϛθ'. Καὶ ἐπεὶ ἁ μὲν [b]ΘΚ ἁπ ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ΘΡ, ἁ δὲ [c]ΣΥ ἐλάττων τᾶς ΔΤ· ἐλάττω ἄρα καὶ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ, ἢ τὰ ρ' ποτὶ τὰ ιϛθ'. ἐπεὶ τῶν ΘΚΡ, ΔΚΤ [d]τριγώνων ὀρθογωνίων ἐόντων, αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ ἴσαι ἐντὶ, αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἄνισοι, καὶ

sex et quinquaginta. Polygoni autem, quem diximus, ambitus ad eam, quæ ex centro circuli ΑΒΓ, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem; eo quod cujuſlibet polygoni circulo inſcripti ambitus ad eam, quæ ex centro, minorem rationem habet, quam quatuor et quadraginta ad ſeptem. Non enim ignoras demonſtratum a nobis eſſe, cujuſlibet circuli ambitum majorem eſſe quam triplum diametri parte quadam, quæ quidem minor eſt quam ſeptima, major autem quam decem ſeptuageſimæ primæ. Recta igitur ΒΑ ad ΘΚ minorem rationem habet, quam undecim ad mille centum octo et quadraginta. Quare ΒΑ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Æqualis eſt autem ipſi ΒΑ circuli ΣΗ diameter; eo quod ejus dimidia ΦΑ æqualis eſt ipſi ΚΡ. Æquales enim cum ſint ΘΚ, ΘΑ, ab earum extremis normales ductæ ſunt ad eumdem angulum. Conſtat igitur circuli ΣΗ diametrum minorem eſſe quam ipſius ΘΚ partem centeſimam. At diameter ΕΘΥ minor eſt diametro circuli ΣΗ; quoniam circulus ΔΕΖ minor eſt circulo ΣΗ. Utraque igitur ſimul ΘΥ, ΚΣ minor eſt quam ipſius ΘΚ pars centeſima. Quare ΘΚ ad ΥΣ minorem rationem habet quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam ΘΚ minor non eſt quam ΘΡ, et ΣΥ minor quam ΔΤ; ideo minorem rationem habet ΘΡ ad ΔΤ, quam centum ad novem et nonaginta. Præterea quoniam triangulorum ΘΚΡ, ΔΚΤ rectangulorum latera quidem ΚΡ, ΚΤ æqualia ſunt, latera vero ΘΡ, ΔΤ inæ-

[o] ἀποτεινούσας [p] λγς [q] ὑφάμων [r] τοῦ ΕΗ [s] Υ ex MS. [t] ΘΚΥ [u] Υ pro Ν ex MS.
[x] In MS. τριγώνων deeſt.

Digitized by Google

qualia, eorumque majus est ΘP; ideo angulus, qui ab ipsis ΔT, ΔK comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur, ab ipsis ΘP, ΘK majorem quidem habet rationem, quam ΘK ad ΔK; minorem vero, quam ΘP ad ΔT. Si enim duorum triangulorum rectangulorum latera, quæ circa rectum angulum sunt, altera quidem æqualia fuerint, altera vero inæqualia; angulorum, qui inæqualibus lateribus adjacent, major ad minorem, majorem quidem rationem habet, quam laterum, quæ recto angulo subjiciuntur, majus ad minus; minorem vero, quam laterum, quæ circa rectum angulum sunt, majus ad minus. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘO, ΘM, minorem rationem habet, quam ΘP ad ΔT: quæ quidem minorem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Quare angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, ad angulum, qui comprehenditur a ΘM, ΘO, minorem rationem habet, quam centum ad novem et nonaginta. Et quoniam angulus, qui a ΔΛ, ΔΞ comprehenditur, major est quam ducentesima pars anguli recti; qui comprehenditur a ΘM, ΘO, major erit quam anguli recti in vicies mille partes divisi partes novem et nonaginta: ideoque major quam anguli recti in ducentas et tres partes divisi pars una. Igitur BA major est, quam quæ subjicitur uni parti circumferentiæ circuli ABΓ in partes divisæ octingentas et duodecim. Æqualis est autem solis diameter ipsi AB. Constat igitur solis diametrum latere chiliagoni majorem esse.

His autem positis, hæc quoque demonstrantur: nimirum diametrum mundi minorem esse quam decies millecuplam diametri terræ: et amplius diametrum mundi minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum. Quoniam enim positum est, diametrum solis non majorem esse quam trigintuplam diametri lunæ; terræque diametrum diametro lunæ esse majorem; manifestum est diametrum solis minorem esse quam trigintuplam diametri terræ. Rursus cum demonstratum sit, diametrum solis majorem esse latere chiliagoni circulo maximo omnium, qui sunt in mundo, inscripti; manifestum est ambitum ejus, quem diximus, chiliagoni minorem esse quam millecuplam diametri solis. Diameter autem solis minor est quam trigintupla diametri terræ. Quare ambitus chiliagoni minor est quam tricies millecupla diametri terræ. Quoniam igitur ambitus chiliagoni diametri quidem terræ minor est quam tricies millecupla, diametri vero mundi, major quam tripla; demonstratum est enim cujuslibet circuli diametrum minorem

μείζων ἡ ΘP· ἡ γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔT, ΔK, πρὸς τὴν γωνίαν τὴν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘP, ΘK, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἡ ΘK πρὸς τὴν ΔK· ἐλάττω δέ, ἢ ἡ ΘP πρὸς τὴν ΔT. Εἰ γὰρ καὶ [z] δυῶν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἕτεραι πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσαι εἰσὶν, αἱ δὲ ἕτεραι ἄνισοι, ἡ μείζων γωνία τῶν πρὸς ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς πρὸς τὴν ἐλάττονα, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἡ μείζων γραμμὴ τῶν ὑπὸ τὰς ὀρθὰς γωνίας ὑποτεινουσῶν, [y] πρὸς τὴν ἐλάττονα· ἐλάττονα δέ, ἢ ἡ μείζων γραμμὴ τῶν περὶ τὰς ὀρθὰς γωνίας πρὸς τὴν ἐλάσσονα. [x]Ὡς τε ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΛ, ΔΞ, πρὸς τὴν γωνίαν τὴν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘO, ΘM, ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ ἡ ΘP πρὸς τὴν ΔT· ἡ δέ τις ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ′ πρὸς τὰ ϛϑ′. [x]Ὡς τε ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΛ, ΔΞ, πρὸς τὴν γωνίαν τὴν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘM, ΘO, ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ′ πρὸς τὰ ϛϑ′. Καὶ ἐπεί ἐστιν ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ [z] τῶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθῆς· ἐστείτω ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΘM, ΘO, μείζων ἢ τὰς ὀρθὰς διαιρεθείσας εἰς [a] δισμύρια, τέτων ϛϑ′ μέρεα· ὥς τε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τὰς ὀρθὰς εἰς σ′, ϰϐ γ′, τούτων ἓν μέρος. Ἄρα ἡ BA μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἐν τριάμα, διηρημένας τᾶς τῦ ABΓ κύκλυ περιφερείας εἰς ωιϐ′. Τᾷ δὲ AB ἴσα ἐντὶ ἡ τῦ ἡλίυ διάμετρος. Δῆλον ἄν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ τῦ ἡλίυ διάμετρος τᾶς τῦ χιλιαγώνυ πλευρᾶς.

Τέτων δὲ ὑποκειμένων, δείκνυται καὶ τάδε· εἶον, ἡ διάμετρος τῦ κόσμυ τᾶς διαμέτρυ τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων· ϰϐ ἔτι, ἡ διάμετρος τῦ κόσμυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ ϛαδίων μυριάκις μυριάδες ρ′. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τῦ ἡλίυ μὴ μείζω εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρυ [b] τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζω εἶμεν τᾶς διαμέτρυ [c] τᾶς σελήνας· δῆλον ὡς ἡ διάμετρος τῦ ἡλίυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρυ τᾶς γᾶς. Πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη, ἡ διάμετρος τῦ ἡλίυ μείζων ἐοῦσα τᾶς τῦ χιλιαγώνυ πλευρᾶς τᾷ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένυ, τῶν ἐν τῷ κόσμῳ· φανερὸν ὅτι ἡ τῦ χιλιαγώνυ περίμετρος τῦ εἰρημένυ, ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρυ τῦ ἡλίυ. Ἃ δὲ διάμετρος τῦ ἡλίυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τεϱακονταπλασίων τᾶς διαμέτρυ τᾶς γᾶς. [x]Ὡς τε ἡ περίμετρος τῦ χιλιαγώνυ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρυ τᾶς γᾶς. Ἐπεὶ ἂν ἡ περίμετρος τῦ χιλιαγώνυ, τᾶς μὲν διαμέτρυ τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρυ τῦ κόσμυ μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γάρ τοι δὴ ὅτι παντὸς κύκλυ ἡ διάμετρος ἐλάτ-

[z] δύο [y] τὰν ἐλάττονα [x] In MS. τῶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθῆς· ἐσσεῖται ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ desunt. [a] δισμύρια pro δισμύρια ex MS. [b] τᾶς σελήνας [c] τᾶς σελήνας

Digitized by Google

των ἐστὶν ἡ τρίτον μέρος πάντος πολυγωνίου περιμέτρου, [d] ὃ καὶ ἰσόπλευρον ἐὸν καὶ πολυγωνιώτερον τοῦ ἐξαγώνου, ἐγγεγραμμένον μὲν τῷ κύκλῳ εἴη· καὶ ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς. Ἃ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου, ἐλάττων ἐστὶ ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς, ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ′, ἐκ τούτου δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὴν περίμετρον τῆς γῆς μὴ μείζονα εἶμεν, ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἡ δὲ περίμετρος τῆς γῆς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασιὰ τῆς διαμέτρου· διὰ τὸ πάντος κύκλου τὴν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τῆς διαμέτρου· [e] δῆλον, ἡ διάμετρος τῆς γῆς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ′ μυριάδων. Ἐπεὶ οὖν ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς· δῆλον ὡς ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ′.

Περὶ μεγεθέων καὶ τῶν ἀπεσημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι. Περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε. Εἴκα ἢ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου, μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ [f] τετρακοσιομόριον δακτύλω. Ὑποτίθεμαι δὴ τοῦτο, ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον. [g] Ἔνθεν ὅτι κανόνα λεῖον μάκωνες ἐπάλληλοι, ἐπὶ μίαν κείμεναι, ἁπτόμεναι ἀλλάλων, καὶ ἀνέλαβον αἱ κε μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίας μάκεος. Ἐλάττονα τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος, ὑποτίθεμαι ὡς τετρακοσιομόριον εἶμεν δακτύλω καὶ μὴ ἐλάττονα· βαλόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατον δείκνυσθαι τὸ προκείμενον. Ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα. [h] Χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν· ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ *περιπεπλωκότες τῷ περὶ Ζώξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται, διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον. Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα, καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀποχρεόντως ἐγιγνώσκομεν, μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Ἔστω οὖν ἁμῖν, οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλούμενοι. Τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν δευτέρων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθωσαν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες, καὶ αἱ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες, καὶ χιλιάδες, καὶ μυριάδες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Τὸν αὐτὸν

esse tertia parte ambitus cujuslibet polygoni circulo inscripti, qui æqualia latera, pluresque quam hexagonus angulos habeat; ideo diameter mundi minor est quam decies millecupla diametri terræ. At vero diametrum mundi, quæ minor est quam decies millecupla diametri terræ, minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum, hinc patet. Quoniam enim ponimus ambitum terræ majorem non esse trecenis myriadibus stadiorum; terræque ambitus major est quam triplus suæ diametri; eo quod cujuslibet circuli ambitus diametri major est quam triplus; constat diametrum terræ minorem esse centenis myriadibus stadiorum. Et quoniam diameter mundi minor est quam decies millecupla diametri terræ; constat mundi diametrum minorem esse decies centenis millibus myriadum stadiorum.

Hæc utique ponimus de magnitudinibus, et distantiis. De arena autem hæc. Si magnitudo quædam composita ex arena fuerit non major papavere, numerum ejus majorem non esse denis millibus; et diametrum papaveris non esse minorem quadragesima parte digiti. Hoc autem pono, re hoc modo explorata. Posita sunt super lævi regula papavera, singula in directo, ita ut sese invicem tangerent; eorumque viginti quinque majorem locum occuparunt, quam qui digitali longitudini responderent. Ego autem, posita diametro papaveris adhuc minore, eam pono quasi quadragesimam digiti partem et non minorem; ut etiam ex hoc, quod propositum est, sine controversia demonstretur. Quæ igitur ponimus, hæc sunt. Sed jam utile esse arbitror numerorum denominationes exponere: ne forte decipiantur illi, qui in librum, quem ad Zeuxippum scripsi, non inciderunt; si nihil de his hoc in libro dixerim. Contingit autem, ut nomina numeris ad myriadem usque impositа sint, cæteraque supra myriadem satis cognoscantur, myriadum numero usque ad decem mille myriadas producto. Itaque numeri, quos modo diximus, usque ad decem mille myriadas, primi vocentur. Ac primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur secundorum numerorum: numerenturque secundorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriades, usque ad decem mille myriadas. Rursus et secundorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur tertiorum numerorum: numerenturque tertiorum numerorum unitates, et ex unitatibus denarii, et centenarii, et millenarii, et myriadas,

[d] πλευραν ἰὼν ἄμετρος τοῦ κόσμου [e] δῆλον ὡς [f] τετρακοσιομόριον pro τέτρωπον τὸ μόριον ex MS. [g] ὑποτίθεμαι [h] χρήσιμα

* Wallisius legit, περιζητεύοντες, quod minus probo.

Digitized by Google

uſque ad decem mille myriadas. Eodem modo et tertiorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quartorum numerorum: at quartorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur quintorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad numerorum millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Ac numeri quidem, qui tot inter numeros cognoſcuntur, ſufficiunt. Licet autem etiam ulterius progredi. Etenim numeri quos modo diximus, primæ periodi vocentur: ac primæ periodi poſtremus numerus, unitas vocetur ſecundæ periodi primorum numerorum. Rurſus ſecundæ periodi primorum numerorum decem mille myriades, unitas vocetur ſecundæ periodi ſecundorum numerorum. Eodem modo et horum poſtremus, unitas vocetur ſecundæ periodi tertiorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad numerorum ſecundæ periodi millies-centum-millenariorum decem mille myriadas. Rurſus et ſecundæ periodi poſtremus numerus, unitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum: atque ita porro nomina progredientibus numeris imponantur, uſque ad peroidi millies-centum-millenariæ numerorum millies centum-millenariorum decem mille myriadas. His autem hoc modo denominatis: ſi numeri ab unitate proportionales poſiti deinceps fuerint, proximuſque unitati denarius ſit; octo horum primi una cum unitate, eorum qui primi vocantur, numerorum erunt: octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi: et reliqui eodem modo eorum erunt, qui denominantur ab intervallo, quo ſua numerorum octas a prima numerorum octade diſtat. Itaque primæ numerorum octadis octavus numerus mille myriadas eſt; ſecundæ octadis primus, quoniam decuplus eſt ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades. Qui quidem unitas eſt ſecundorum numerorum. Porro ſecundæ numerorum octadis octavus numerus mille ſecundorum numerorum myriades eſt; rurſuſque tertiæ octadis primus, quoniam decuplus eſt ejus, qui proxime antecedit, decem mille myriades ſecundorum numerorum. Atque hic quidem unitas eſt numerorum tertiorum. Manifeſtum eſt igitur plures, ut dictum eſt, octades fore. Sed utile fuerit hoc quoque noſſe. Si numerorum ab unitate proportionalium aliqui ex eadem proportione ſeſe invicem multiplicaverint; qui oritur numerus ex eadem proportione erit; diſtans a majore quidem ſeſe invicem multiplicantium tot numeris, quot minor ſecundum proportionem ab unitate diſtat; ab unitate vero, numero uno minore, quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes diſtant ab unitate. Sint enim numeri aliquot ab unitate proportionales, A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I, K, Λ, quorum A ſit unitas: ductoque Δ in Θ, ſit, qui inde oritur, X.

δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν· καὶ αἱ τῶν [l] πεντάτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες, μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοσῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Ἀποχρέωντι μὲν οὖν καὶ ἀπὸ τοσούτων οἱ ἀριθμοὶ γινωσκόμενοι. Ἔξεσι δὲ καὶ ὅπῃ πλέον προάγειν. Ἐσων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδους καλέσθωσαν· ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τὰς πρώτας περιόδους, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τὰς δευτέρας περιόδους πρώτων ἀριθμῶν, μονὰς καλείσθω, τὰς δευτέρας περιόδους δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος, μονὰς καλείσθω, δευτέρας περιόδου, τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες, τὰ ὀνόματα ἐχόντων, τὰς δευτέρας περιόδους, ἐς τὰς μυριακισμυριοσῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τὰς δευτέρας περιόδους, μονὰς καλείσθω, τρίτης περιόδου, πρώτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων, ἐς τὰς μυριακισμυριοσᾶς περιόδους, μυριακισμυριοσῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων· εἶκα ἐόντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον ἑξῆς κείμενοι, ὁ ᾗ παρὰ τὴν μονάδα δεκὰς εἴη· οἱ ὀκτὼ αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐόντων· οἱ ᾗ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων καλουμένων· καὶ οἱ ἄλλοι, τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις, τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐόντων ἀποσάσει τὰς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν, ἀπὸ τὰς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν [k] ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς, χίλιαι μυριάδες· τὰς ᾗ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσοῦνται. Οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁ δὲ ὄγδοος τὰς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ, [l] χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ, καὶ τὰς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσοῦνται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Οὗτος δὲ ἐστι μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν δὲ, ὅτι πολλαὶ ὀκτάδες [m] ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται. Χρήσιμον δὲ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. Εἶκα, ἀριθμῶν ἀπὸ τὰς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων, πολλαπλασιάζοντες τινὲς [n] ἀλλάλους τῶν ἐκ τὰς αὐτὰς ἀναλογίας· ὁ γενόμενος ἐσοῦται ἐκ τὰς αὐτὰς ἀναλογίας, ἀπέχων ἀπὸ μείζονος τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει· ἀπὸ ᾗ τὰς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάττονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχουσι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάζαντες ἀλλάλους. Ἔσων γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνὰ λόγον ἀπὸ μονάδος, οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ, μονὰς ᾗ ἔσω ὁ Α· καὶ [o] παραπολλαπλασιάσθω ὁ Δ τῷ Θ· ὁ δὲ γενόμενος ἔσω ὁ Χ. Εἰλήφθω δὴ ὁ ἐκ τὰς αὐτὰς ἀναλογίας ὁ Λ, ἀπέχων ἀπὸ τοῦ Θ τοσούτους,

[l] τετάρτων οὖν
[k] ὁ ὄγδοος
[l] χίλιαι χιλιάδες
[m] ἐξοῦνται pro ἐξοῦντι ex MS.
[n] In MS. ἀλλάλους deeſt.
[o] πολλαπλασιάσθω

Digitized by Google

[o]ὅσης ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Δεικτέον ὅτι [q]ἴσος ἐστὶν ὁ Χ τῷ Λ. Ἐπεὶ ἔν, ἀνάλογον ἐόντων, [r]ἴσον ἀπέχει ὅτε Δ ἀπὸ τοῦ Α, καὶ ὁ Λ ἀπὸ τοῦ Θ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ Δ ποτὶ τὸν Α, ὃν ὁ Λ ποτὶ τὸν Θ. Πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ Δ τοῦ Α τῷ Δ. Πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Λ τοῦ Θ τῷ Δ. Ὡς τε ἴσος ἐστὶν ὁ Λ τῷ Χ. Δῆλον ἔν ὅτι γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τε ἐστὶν, καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος πολλαπλασιαζάντων ἀλλάλως ἴσον ἀπέχων, ὅσης [t]ὁ ἐλάσσων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάσσονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος. Οἱ μὲν γὰρ οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, [u]τοσοῦτοί εἰντὶ ὅσης ὁ Θ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· οἱ δὲ Ι, Κ, Λ, ἑνὶ ἐλάσσονες, ἢ ὅσης ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. Σὺν γὰρ τῷ Θ, τοσοῦτοί εἰντί.

Τούτων δέ, τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων· τὸ προκείμενον δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν διάμετρον τᾶς [w]μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρακοσομόριον δακτύλω· δῆλον ὡς ἁ σφαῖρα δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [x]ὰ μείζων ἐστὶν ἢ ὡς τε χωρεῖν μάκωνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακισχιλίας. Τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἔχουσας τὰν διάμετρον τετρακοσομόριον δακτύλω πολλαπλασία ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. Δέδεικται γάρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ [y]ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ ὃ ψάμμω τὸν ἀριθμὸν, εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος, μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων· δῆλον ὡς, εἰ πληρωθείη ψαμμω ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, [z]ὰ μείζων καὶ ἔσται ὁ ἀριθμὸς ὃ ψάμμω ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχίλια. Οὗτος δέ ἐστιν ὁ [a]ἀριθμὸς, μονάδες τὲ ς′ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι. Ἐλάσσων ἔν ἐστιν ἢ ι′ μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ἃ δὲ τῶν ρ′ δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας [c]τὰν διάμετρον, [d]ἐπὶ ταὶς ρ′ μυριάδεσσι· διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον [e]ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαίρας. Εἰ ἔν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμω σφαῖρα [f]ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ′· δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμω ἀριθμὸς τοῦ γενομένω ἀριθμῷ πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν [g]δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δὲ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, δεκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, ἐν τᾷ τῶν δεκαπλῶν ὅρων ἀναλογίᾳ· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος, ὅρος ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος. Δέδεικται γὰρ ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονας ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφο-

Sumatur autem ex eadem proportione Λ, diſtans tot numeris a Θ, quot Δ ab unitate diſtat. Oportet demonſtrare Χ æqualem eſſe ipſi Λ. Quoniam enim, proportionales numeri cum ſint, æque diſtat Δ ab Α, atque Λ a Θ; eamdem habet rationem Δ ad Α, quam Λ ad Θ. Multiplex eſt autem Δ ipſius Α per Δ. Multiplex eſt igitur etiam Λ ipſius Θ per Δ. Quare æqualis eſt Λ ipſi Χ. Conſtat igitur numerum, qui oritur, ex eadem proportione eſſe; ac diſtare a majore ſeſe invicem multiplicantium tot numeris, quot minor ab unitate diſtat. Quinetiam conſtat, eumdem ipſum ab unitate diſtare numero uno minore, quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes diſtant ab unitate. Nam ipſi quidem Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ tot ſunt, quot Θ ab unitate diſtat; ipſi vero Ι, Κ, Λ uno minores, quam quibus Δ diſtat ab unitate; utpote qui una cum Δ totidem ſunt.

His igitur partim quidem poſitis, partim vero demonſtratis, quod propoſitum eſt, demonſtrabitur. Quoniam enim ponitur, diametrum papaveris non minorem eſſe quadrageſima parte digiti; conſtat ſphæram quæ diametrum digitalem habet, non majorem eſſe, quam ut contineat papaverum myriadas ſex et quatuor millia. Sphæræ enim, quæ diametrum habet quadrageſimam digiti partem, ſecundum numerum quem diximus, eſt multiplex; cum demonſtratum ſit ſphæras triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habere. Et quoniam ponitur arenæ numerum ad magnitudinem papaveris non eſſe majorem denis millibus; conſtat, ſi ſphæra, quæ diametrum digitalem habet arena impleretur, non majorem fore arenæ numerum, quam decies millies myriada ſex et quatuor millia. Qui quidem numerus eſt unitates ſex ſecundorum numerorum, et primorum quater mille myriades. Minor eſt igitur quam unitates decem ſecundorum numerorum. At vero ſphæra, quæ digitorum centum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet unius digiti, multiplex eſt centum myriadibus; eo quod ſphæræ triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habent. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt quæ diametrum habet digitorum centum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus ſecundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates ſecundorum numerorum decimus eſt numerus proportionalis ab unitate in decuplorum terminorum proportione; et centum myriades ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate ſextum et decimum. Demonſtratum eſt enim, diſtare ab unitate numero uno minore,

[p] ὅσας [q] ἶσον [r] ἴσων [s] ἀνάλογίας τυτέστι καὶ [t] ὁ ἔχων [u] τοσᾶ [w] μάκωνος [x] ἕτως [y] ἀλλάλας pro ἀλλάλαν ex MS. [z] οὕτως μεῖζον . . . . . ὁ οὖν τοῦ ψάμμω [a] ἀριθμὸς [b] δακτυλιαίαν pro δακτυλιαίας ex MS. [c] τᾶν [d] ἐφ' ᾗ [e] λόγον ex MS. [f] τηλικαύτα [g] δέκα μονάδων [h] ὅσσος

Digitized by Google

quam qui ex utriſque componitur, quibus ſeſe invicem multiplicantes ab unitate diſtant. Horum autem ſexdecim, octo quidem primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo vero, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; horumque poſtremus eſt mille myriades ſecundorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet digitorum centum, minorem fore, quam mille myriadas ſecundorum numerorum. Rurſus et ſphæra, quæ digitorum decem millium diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet digitorum centum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet digitorum decem millium; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur, mille myriadibus ſecundorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades ſecundorum numerorum ſextus et decimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et vigeſimum. Horum autem duo et viginti, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; ſex reliqui, eorum, qui vocantur tertii; horumque poſtremus eſt decem myriades tertiorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet digitorum decem millium, minorem fore, quam decem myriadas tertiorum numerorum. Et quoniam ſphæra, quæ unius ſtadii diametrum habet, minor eſt quam ſphæra, quæ diametrum habet digitorum decem millium; conſtat arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ unius ſtadii diametrum habet, minorem eſſe quam decem myriadas tertiorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ ſtadiorum centum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet unius ſtadii, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine quanta ea eſt, quæ diametrum habet ſtadiorum centum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus tertiorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades tertiorum numerorum alter et vigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate octavum et vigeſimum. Horum autem octo et viginti, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur

τέρων [i] ὃς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλατιάσαντες ἀλλάλους. Τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλυμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τέτυς ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ ὁ ἔσχατός ἐσιν αὐτῶν, χίλιαι μυριάδες [k] τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἔν, ὅτι τοῦ ψάμμυ τὸ πλῆθος τὸ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ῥ΄ δακτύλων ἐχέσα, ἔλατόν ἐσιν ἢ χιλιὰς μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα, ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον, [l] πολλάπλασία τᾶς ἐχέσας τὰν διάμετρον ῥ΄ δακτύλων, ταῖς ῥ΄ μυριάδεσσι. Εἰ ἔν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμυ σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐσὶν ἁ ἔχουσα σφαῖρα τὰν διάμετρον [m] μυριάδων δακτύλων· δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμυ ἀριθμὸς, τοῦ γενομένυ [n] πολλαπλασιαθεισᾶν [o] τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τ δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ῥ΄ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ΄ αἱ μυ τ δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, ἑκκαιδέκατός ἐσιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ῥ΄ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ· δῆλον ὡς ὁ γενόμυος ἐσεῖται δυοκαιεικοσὸς τ ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τ πρώτων καλυμένων [p] ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ μετ' αὐτὸς, δευτέρων καλυμένων· οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τ τριτῶν καλυμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐσι, δεκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἔν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμυ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ [p] σφαίρᾳ τὰν διάμετρον [q] ἐχέσα μυρίων δακτύλων, ἔλασσόν ἐσιν ἢ ι΄ μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐσὶν ἁ σαδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα, τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχέσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων· δῆλον, ὅτι καὶ τὸ τᾶ ψάμμυ πλῆθος τᾶ [r] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [s] ἐχέσᾳ σαδιαίαν, ἔλασσόν ἐσιν ἢ ι΄ μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ῥ΄ σαδίων, πολλαπλασίων ἐσὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχέσας τὰν διάμετρον σαδιαίαν, ταῖς ῥ΄ μυριάδεσσιν. Εἰ ἔν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμυ σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐσὶν ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ῥ΄ σαδίων· δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐσεῖται ὁ τοῦ ψάμμυ ἀριθμὸς, τᾶ γενομένυ ἀριθμᾶ, πολλαπλασιαθεισᾶν [t] τᾶν δεκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν, ταῖς ῥ΄ μυριάδεσσι. [u] Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δεκα μυριάδες δυοκαιεικοσός ἐσιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ῥ΄ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμυος ἐσεῖται ὀκτωκαιεικοσὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ ὀκτὼ καὶ εἴκοσι τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλυμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τέτυς ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τέτυς ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες, τῶν τετάρτων καλυμένων· καὶ

[i] ὁτιαμφότερα τὰν διάμετρον ῥ΄ δακτύλων ἰσχύσα ἐλάττον ἐσὶν ἢ χιλιαι μυριάδες τῶν χιλίαν pro ταιχιαν [k] In MS. desunt ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμυ τοῦ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ῥ΄ δακτύλων ἰσχύσα ἐλάττον ἐσὶν ἢ χιλιαι μυριάδες τῶν [l] πολλαπλασία ἐσὶ [m] μυρίων δακτύλων [n] τὰν pro ἐντὶ ex MS. [o] ἐντὶ pro ἐσὶν ex MS. [p] σφαίρᾳ τᾷ τὰν [q] ἰσχύσα pro ἴσχουσα ex MS. [r] μέγεθος pro μεγιθος ex MS. [s] ἰσχύσα pro τὰν ex MS. [t] τᾶν pro τὰν ex MS. [u] καὶ ἐπεὶ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δεκα in MS. desunt.

Digitized by Google

ὁ ἔχατος αὐτῶν ἐστὶ, χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Φανερόν ἔν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμε πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [w] ἐχέσᾳ σαδίων ρ', ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἀ σφαῖρα, ἀ ἔχεσα τὰν διάμετρον μυρίων σαδίων, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχέσας τὰν διάμετρον σαδίων ρ', ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Εἰ ἔν γένοιτο ἐκ τᾶ ψάμμε σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἀ σφαῖρα, ἀ ἔχεσα τὰν διάμετρον σαδίων μυρίων· δῆλον, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμε πλῆθος, τᾷ γενομένᾳ ἀριθμᾷ [x] πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ ἢ αἱ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοσός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμβος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλεμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τέτες ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τέτες ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· καὶ οἱ μετὰ τέτες ὀκτὼ, τῶν τεπάρτων· οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπλων καλεμένων ἐσσοῦνται· καὶ ὁ ἔχατος αὐτῶν ἐστὶ, δέκα μονάδες τῶν πέμπλων ἀριθμῶν. Δῆλον ἔν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμε πλῆθος τᾷ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [y] ἐχέσᾳ σαδίων μυρίων, ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ ι' μονάδες τῶν πέμπλων ἀριθμῶν. Πάλιν δὴ ἀ σφαῖρα, ἀ ἐχέσα τὰν διάμετρον σαδίων ρ' μυριάδων, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶν διάμετρον ἐχέσας σαδίων μυρίων, ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. Εἰ ἔν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμε σφαῖρα [z] τηλικαύτα, ἀλίκα ἐστὶν ἀ σφαῖρα ἀ ἔχεσα τὰν διάμετρον σαδίων ρ' μυριάδων· δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τᾶ ψάμμε ἀριθμὸς, τᾷ γενομένᾳ ἀριθμᾷ [a] πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν [b] δέκα μονάδων τῶν πέμπλων ἀριθμῶν, ταῖς ρ' μυριάσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπλων ἀριθμῶν δέκα μονάδες, τέπαρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ' μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα τέτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων [c] καλεμένων ἐντί· οἱ δὲ μετὰ τέτες ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τέτες ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τὲς τρίτες ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· οἱ δὲ μετὰ τέτες ὀκτὼ, τῶν πέμπλων καλεμένων· καὶ ὁ ἔχατος αὐτῶν [d] ἐστὶ, χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπλων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἔν, ὅτι τοῦ ψάμμε τὸ πλῆθος

alii, eorum, qui vocantur tertii; quatuor reliqui, eorum, qui vocantur quarti; horumque poſtremus eſt mille unitates quartorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet ſtadiorum centum, minorem fore, quam mille unitates quartorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ ſtadiorum decem millium diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet ſtadiorum centum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille unitatibus quartorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille unitates quartorum numerorum octavus et vigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quartum et trigeſimum. Horum autem quatuor et triginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui ſequuntur alii, eorum qui vocantur quarti; duo reliqui, eorum, qui vocantur quinti; horumque poſtremus eſt decem unitates quintorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium, minorem fore, quam decem unitates quintorum numerorum. Rurſus ſphæra, quæ centum myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ quæ diametrum habet ſtadiorum decem millium, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet ſtadiorum centum myriadum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem unitatibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem unitates quintorum numerorum quartus et trigeſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate quadrageſimum. Horum autem quadraginta, octo primi una cum unitate eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo, qui poſt tertios ſequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo qui poſt quartos ſequuntur, eorum, qui vocantur quinti; horumque poſtremus eſt mille myriades quintorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ

[w] ἐχύσα pro ἔχουσα ex MS. [x] πολλαπλασιασθισῶν τῶν [y] ἐχούσα pro ἔχουσα ex MS. [z] τηλικαύτα τὸ μέγιθος ἀλίκα [a] πολλαπλασιασθεισῶν τῶν [b] δίκα ex MS. [c] καλεμένον pro καμένον ex MS. [d] ἐστὶ μυριάδες

Digitized by Google

multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, minorem fore quam mille myriadas quintorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decem mille myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ quæ diametrum habet centum myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fierit tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur mille myriadibus quintorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam mille myriades quintorum numerorum quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate ſextum et quadrageſimum. Horum autem ſex et quadraginta, octo primi una cum unitate, eorum, qui primi vocantur, numerorum ſunt; octo, qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur ſecundi; octo qui ſequuntur alii, eorum, qui vocantur tertii; octo qui poſt tertios ſequuntur, eorum, qui vocantur quarti; octo, qui poſt quartos ſequuntur, eorum, qui vocantur quinti; ſex reliqui, eorum, qui vocantur ſexti; horumque poſtremus eſt decem myriades ſextorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit, quæ diametrum habet decem mille myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam decem myriadas ſextorum numerorum. At vero ſphæra, quæ decies centenum millium myriadum ſtadiorum diametrum habet, ſphæræ, quæ diametrum habet decem mille mille myriadum ſtadiorum, multiplex eſt centum myriadibus. Si itaque ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta ea eſt, quæ diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum; conſtat minorem fore arenæ numerum, quam qui oritur decem myriadibus ſextorum numerorum in centum myriadas ductis. Et quoniam decem myriades ſextorum numerorum ſextus et quadrageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et centum myriades, ſeptimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore ab unitate alterum et quinquageſimum. Horum autem duo et quinquaginta, octo et quadraginta una cum unitate, eorum numerorum ſunt, qui primi, ſecundi, tertii, quarti, quinti, et ſexti vocantur; quatuor reliqui eorum, qui vocantur ſeptimi; horumque poſtremus eſt mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit quæ

τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [c] ἐχούσᾳ σαδίων ρ′ μυριάδων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι [f] μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Ἃ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σαδίων μυριᾶν μυριάδων, πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σαδίων ρ′ μυριάδων, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Εἰ ἦν γένοιτο ἐκ τᾶ ψάμμω σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἐχούσα τὰν διάμετρον σαδίων [g] μυριᾶν μυριάδων· φανερὸν, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμω πλῆθος, τοῦ γενομένω ἀριθμᾷ πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν [h] χιλιᾶν μυριάδων τ̄ πέμπτων [i] ἀριθμῶν, ταῖς ρ′ μυριάσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες, τετρακοσός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ′ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρακοσιοστὸς ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι, τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί· ὀκτὼ δὲ οἱ [k] μετ' αὐτούς, τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τρίτων· οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ, τῶν τετάρτων· καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτὼ, τῶν πέμπτων· οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ, τ̄ ἕκτων καλουμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, ι′ μυριάδες τῶν [l] ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἔν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμω πλῆθος τᾷ [m] μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον [n] ἐχούσᾳ σαδίων μυριάκις μυρίων, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι′ μυριάδες τῶν [o] ἕκτων ἀριθμῶν. Ἃ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σαδίων μυριάκις μυριάδων ρ′, πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σαδίων μυριάκις μυρίων, ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Εἰ ἦν γένοιτο ἐκ τᾶ ψάμμω σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα, ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σαδίων μυριάκις μυριάδων [p] ρ′· φανερὸν, ὅτι τὸ τᾶ ψάμμω πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένω ἀριθμᾷ, πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν ι′ μυριάδων τῶν [q] ἕκτων ἀριθμῶν, [r] ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες [s] ἕκτος καὶ τεσσαρακοσός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ′ μυριάδες, ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντακοσιοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων, οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι, εἴτε πρῶτοι καλέμενοί ἐντι, καὶ οἱ δεύτεροι, καὶ τρίτοι, καὶ τέταρτοι, καὶ πέμπτοι, καὶ ἕκτοι· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες, τῶν ἑβδόμων καλεμένων ἐντί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι, χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερὸν ἔν, ὅτι τοῦ ψάμμω τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος [t] ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ

[c] ἰχούσᾳ pro ἴχουσα ex MS. [f] μυριάδες [g] μυρίας [h] τῶν χιλίων [i] ἀριθμῶν ταῖς ρ′ μυριάσιν· ἐπεὶ δὲ αἱ μὲν τῶν πέμπτων in MS. desunt. [k] μετὰ τούτους [l] ἴκτων pro ἰκτῶν ex MS. [m] μέγεθος pro μεγέθεος ex MS. [n] ἰχούσα pro ἴχουσα ex MS. [o] ἴκτων pro ἰκ τῶν ex MS. [p] ρ′ ex MS. [q] ἴκτων pro ικτων ex MS. [r] τῶν ρ′ [s] ἴκτος pro ικτὸς [t] ἴσον

τὴν διάμετρον ἐχοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', ἐλάσσόν ἐστιν, ἢ [u] α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ'· δῆλον, ὅτι ἡ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἐλάσσόν ἐστιν ἢ α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. [w] Ὅτι μὴ ὁμοίως τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ, ἐλάσσόν ἐστιν ἢ α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, δέδεικται. Ὅτι δὲ ἡ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ ταλικαύτῃ, ἀλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων [x] ἄστρων σφαῖραν εἶμεν ἐλάσσόν ἐστιν ἢ α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν, δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται, τὰν γᾶν [y] αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν, [y] ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται· καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτὶ ἀλλάλας· ἁ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων [z] ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων· δῆλον ἄρα, ὅτι ἡ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. Ἐπεὶ δ' αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων· φανερὸν, ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖρα [a] ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυριάδων μυριάδεσι πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται δή, τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἐλάσσόν ἐστιν ἢ α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Δῆλον ἄρα, ὅτι εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐστεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς, τᾷ γενομένῳ ἀριθμῷ πολλαπλασιαθείσᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν α μονάδες, δυοκαιπεντακοσός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον· αἱ δὲ μυριάκις μύριαι μυριάδες, τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐστεῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. Οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος· καὶ [b] χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν τοίνυν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάσσόν ἐστιν ἢ α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν.

Ταῦτα δέ, Βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκόσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω· τοῖς δὲ μεταλελαβηκόσι,

diametrum habet decies centenum millium myriadum ſtadiorum, minorem fore, quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Quoniam igitur demonſtratum eſt, mundi diametrum minorem eſſe decies centenis millibus myriadum ſtadiorum; conſtat arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Itaque arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit ei, quem plures Aſtrologi mundum vocant, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum, demonſtratum eſt. At vero arenæ multitudinem, cujus magnitudo ſphæræ æqualis ſit tanta magnitudine, quanta ponit Ariſtarchus eſſe inerrantium ſtellarum ſphæram, minorem eſſe quam mille myriadas octavorum numerorum, deinceps demonſtrabitur. Cum enim ponatur, terram eamdem ad mundum, quem diximus, habere rationem, quam habet is, quem diximus, mundus ad ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus: cumque ſphærarum diametri eamdem inter ſe invicem rationem habeant: demonſtratumque ſit, mundi diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri terræ; conſtat ſphæræ inerrantium ſtellarum diametrum minorem eſſe quam decies millecuplam diametri mundi. Et cum ſphæræ triplam ſuarum diametrorum inter ſe invicem rationem habeant; conſtat ſphæram inerrantium ſtellarum, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mundi millies-centies millies-decies millecuplam. Demonſtratum autem eſt, arenæ multitudinem, cujus magnitudo mundo æqualis ſit, minorem eſſe quam mille unitates ſeptimorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur, ſi ſphæra ex arena fieret tanta magnitudine, quanta Ariſtarchus ponit inerrantium ſtellarum ſphæram eſſe; arenæ numerum minorem fore, quam qui oritur mille unitatibus ſeptimorum numerorum in millies centies mille myriadas ductis. Et quoniam mille unitates ſeptimorum numerorum alter et quinquageſimus eſt numerus proportionalis ab unitate; et millies centies mille myriades, tertius et decimus ab unitate ex eadem proportione; conſtat numerum, qui oritur, ex eadem proportione fore quartum et ſexageſimum. Qui quidem numerus eſt octavorum octavus; hoc eſt mille myriades octavorum numerorum. Manifeſtum eſt igitur arenæ multitudinem, cujus magnitudo æqualis ſit inerrantium ſtellarum ſphæræ, quam ponit Ariſtarchus, minorem eſſe quam mille octavorum numerorum myriadas.

Hæc autem, Rex Gelo, non admodum credibilia viſum iri arbitror multis, qui mathematicis diſciplinis inſtructi non ſunt: ſed credibilia e-

[u] χιλίαι [w] ὅτι μεν . . . . . ὁμοίως [x] ἄστρων pro ἀστρῶν ex MS. [y] In MS. ἂν deeſt. [z] ὄσα
[a] In MS. ἂν deeſt. [b] πεντακισχίλιαι

Digitized by Google

runt propter demonſtrationem iis, qui eaſdem probe callent, quique diſtantiis, et magnitudinibus terræ, ſolis, lunæ, et mundi totius cognoſcendis operam dederunt. Quo circa exiſtimaverim haud abſurdum fore, ſi qui eadem hæc diligentius contemplentur.

καὶ περὶ τῶν ἀποσημάτων, καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς, καὶ τᾶ ἀλίω, καὶ τᾶς σελλώας, καὶ τᾶ ὅλω κόσμω περφροντικότεσσι, περιὰ λόγω τὰν ἀπόδειξιν ἐοικέναι. Διόπερ ὡήθλω καί τινας [c] ἐκ ἀνάρμοσον ἔμη ἔτι [d] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

[c] οὐκ ἂν ἄρμον εἴη [d] ἐπιθεωρῆσαι pro ἐπιθεώρηται ex MS.

Digitized by Google

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO VEHUNTUR

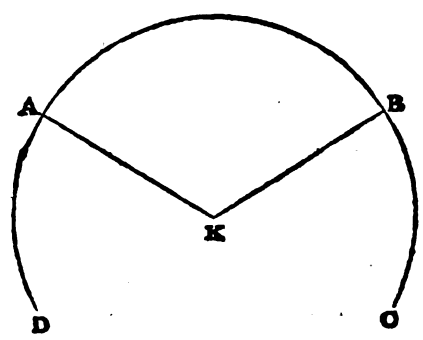
LIBER PRIMUS.

POSITIO I.

PONATUR humidi eam eſſe naturam, ut partibus ipſius æqualiter jacentibus, et continuatis inter ſeſe, minus preſſa a magis preſſa expellatur. Unaquæque autem pars ejus premitur humido ſupra ipſam exiſtente ad perpendiculum, ſi humidum ſit deſcendens in aliquo, aut ab alio aliquo preſſum.

PROPOSITIO I.

Si ſuperficies aliqua plano ſecetur per idem ſemper punctum; ſitque ſectio circuli circumferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano ſecatur: ſphæræ ſuperficies erit.



Secetur ſuperficies aliqua plano per K punctum ducto: et ſit ſectio ſemper circuli circumferentia, centrum habens punctum K. Dico eam ſphæræ ſuperficiem eſſe.

Si enim non eſt ſphæræ ſuperficies; rectæ lineæ, quæ a puncto K ad circumferentiam ducuntur, non omnes æquales erunt. Itaque ſint A, B puncta in ſuperficie; et inæquales lineæ AK, KB: per ipſas autem AK, KB planum ducatur, quod ſectionem faciat in ſuperficie lineam DABC. Ergo DABC circuli circumferentia eſt, cujus centrum K; quoniam ſuperficies ejuſmodi ponebatur: et idcirco æquales inter ſe ſunt AK, KB. Sed et inæquales; quod fieri non poteſt. Conſtat igitur ſuperficiem eam eſſe ſphæræ ſuperficiem.

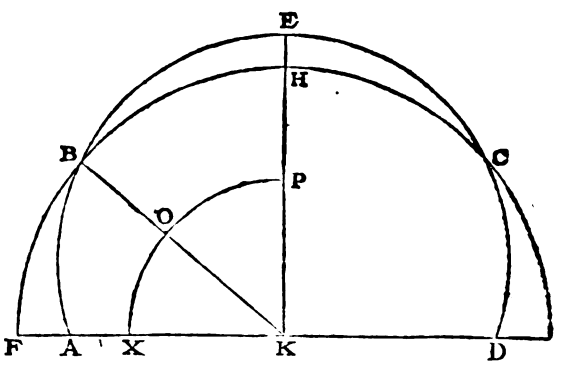
Digitized by Google

PROP. II.

Omnis humidi conſiſtentis, atque manentis ſuperficies ſphærica eſt; cujus ſphæræ centrum eſt idem, quod centrum terræ.

Intelligatur humidum conſiſtens, manenſque; et ſecetur ipſius ſuperficies plano per centrum terræ ducto. Sit autem terræ centrum K: et ſuperficiei ſectio, linea ABCD. Dico lineam ABCD circuli circumferentiam eſſe, cujus centrum K.

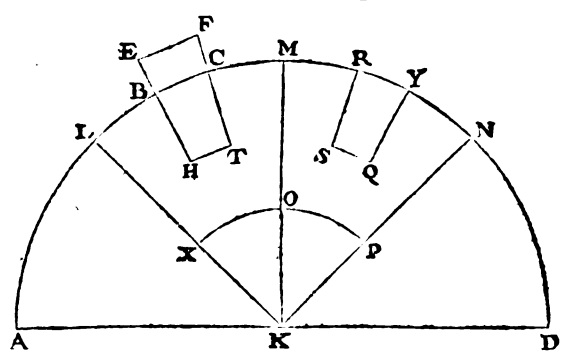
Si enim non eſt, rectæ lineæ a puncto K ad lineam ABCD ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibuſdam quidem a puncto K ad ipſam ABCD ductis major; quibuſdam vero minor: et ex centro K, intervalloque lineæ ſumptæ circulus deſcribatur. Cadet ergo ipſius circumferentia partim extra lineam ABCD, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibuſdam quidem a puncto K ad ipſam ductis eſt major; et quibuſdam minor. Itaque ſit circuli deſcripti circumferentia FBH: et ex B ad K ducta linea, jungantur FK, KHE, quæ angulos æquales faciant. Deſcribatur autem et ex centro K circumferentia quædam XOP in plano, et in humido. Ergo partes humidi, quæ ſunt ad circumferentiam XOP æqualiter jacent, ac continuatæ inter ſeſe: et premuntur quidem partes, quæ ad XO circumferentiam, humido, quod loco AB continetur: quæ vero ad circumferentiam OP premuntur humido, quod continetur BE. Inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circumferentiam XO, et ad OP. Quare minus preſſæ a majis preſſis expellentur. Non ergo conſiſtet humidum. Atqui ponebatur conſiſtens, et manens. Neceſſarium eſt igitur lineam ABCD eſſe circuli circumferentiam, cujus centrum K. Similiter autem demonſtrabitur, et ſi quomodocunque aliter ſuperficies humidi plano ſecta fuerit per centrum terræ; ſectionem circuli circumferentiam eſſe; et centrum ipſius eſſe, quod et terræ centrum. Ex quibus conſtat ſuperficiem humidi conſiſtentis, atque manentis ſphæricam eſſe: et ejus ſphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam ejuſmodi eſt, ut ſecta per idem ſemper punctum ſectionem faciat circuli circumferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipſa plano ſecatur.



PROP. III.

Solidarum magnitudinum, quæ æqualem molem habentes æque graves ſunt, atque humidum; in humidum demiſſæ demergentur ita, ut ex humidi ſuperficie nihil extet: non tamen ad huc deorſum ferentur.

Sit magnitudo aliqua æque gravis, atque humidum: et ſi fieri poteſt, in humidum demiſſa extet ex ſuperficie ipſius: conſiſtat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, et humidi, ac per ſolidam magnitudinem, ut ſit ſuperficiei quidem humidi ſectio ABCD; ſolidæ vero magnitudinis inſidentis EHTF; et terræ centrum K: ſitque ſolidæ magnitudinis pars, quæ in humido eſt, BHTC; et quæ extra humidum, BEFC. Intelligatur etiam ſolida figura comprehenſa pyramide, baſim quidem habente parallelogrammum, quod eſt in ſuperficie humidi; verticem autem centrum terræ: ſitque ſectio plani, in quo eſt ABCD circumferentia, et planorum pyramidis KL, KM: et deſcribatur quædam alterius ſphæræ ſuperficies XOP circa centrum K, in humido ſub EFHT, ut ſit ipſa XOP ſectio facta a ſuperficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, et ſimilis comprehendenti ſolidam figuram, ipſi conjuncta, et continuata: ſitque, ſectio planorum ipſius KM, KN: et in humido intelligatur quædam magnitudo RSQY ex ipſo humido conſtans, æqualis, et ſimilis ſolidæ BHTC, quæ quidem pars eſt ſolidæ magnitudinis in humido demerſa. Partes igitur humidi, quæ ſcilicet in prima pyramide ſuperficie XO continetur, et quæ in altera continetur PO æqualiter ſunt poſitæ, et continuatæ; ſed non ſimiliter pre-



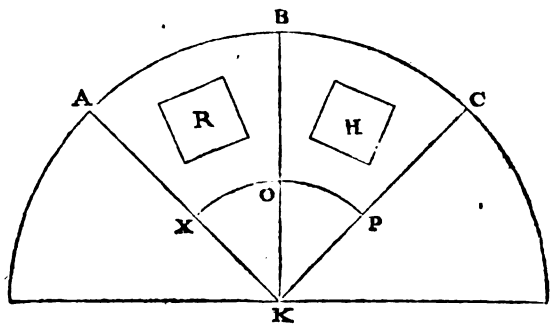
Digitized by Google

muntur. Nam contenta quidem XO, premitur ſolido EHTF, et humido interjecto inter ſuperficies XO, LM et plana pyramidis; contenta vero PO premitur ſolido RSQY, et humido inter ſuperficies OP, MN, et pyramidis plana interjecto. Minor autem eſt gravitas humidi, quod eſt inter MN, OP quam ejus, quod inter LM, XO. Solidum enim RSQY eſt minus ſolido EHTF. Cum ſit æquale ipſi BHTC; quia magnitudine æquale, et æque grave ponitur ſolidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale eſt. Conſtat igitur partem contentam ſuperficie OP, expelli ab ea, quæ ipſa XO continetur: et non conſiſtere humidum. Ponebatur autem conſiſtens, et manens: non ergo ex ſuperficie humidi extat aliquid ſolidæ magnitudinis. Sed neque demerſum ſolidum ad inferiora feretur. Simliter enim prementur omnes partes humidi æqualiter poſitæ, cum ſolidum ſit æque grave, atque humidum.

PROP. IV.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demiſſa in humidum non demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

Sit magnitudo ſolida humido levior; et demiſſa in humidum demergatur tota, ſi fieri poteſt, ut nulla pars ipſius extet ex humidi ſuperficie. Conſiſtat autem humidum, maneatque: et intelligatur aliquod planum ductum per centrum terræ, per humidum, et per magnitudinem ſolidam: a quo ſuperficies quidem humidi ſecetur ſecundum circumferentiam ABC; ſolida autem magnitudo ſecundum figuram, in qua R: et centrum terræ ſit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens figuram R, ſicuti prius, quæ punctum K pro vertice habeat: ſecenturque ipſius plana a ſuperficie plani ABC ſecundum AK, KB: et ſumatur pyramis alia æqualis, et ſimilis ſuperiori, cujus plana ſecentur a plano ABC, ſecundum BK, KC: deinde alterius ſphæræ ſuperficies quædam deſcribatur in humido circa centrum K, ſub ſolida magnitudine: et ſecetur ab eodem plano ſecundum XOP: poſtremo intelligatur alia magnitudo H in poſteriori pyramide, quæ ex humido conſtet, et ſolidæ magnitudini R ſit æqualis. Partes igitur humidi, et quæ in prima pyramide continetur ſuperficie XO; et quæ in ſecunda ſuperficie OP continetur, æqualiter jacent, et continuatæ inter ſeſe; non tamen ſimiliter premuntur: nam quæ eſt in prima pyramide premitur magnitudine ſolida R, et humido continente ipſam, quod eſt in loco pyramidis ABOX: quæ vero in altera pyramide premitur ſolida magnitudine H, et humido ipſam continente in loco pyramidis POBC. At gravitas ſolidæ magnitudinis R, minor eſt gravitate humidi, in quo H: quoniam magnitudo ſolida mole quidem æqualis, et humido levior ponitur: gravitas autem humidi continentis magnitudines R, H eſt æqualis; cum pyramides æquales ſint. Magis ergo premitur pars humidi, quæ eſt ſub ſuperficie OP. Quare expellet partem minus preſſam, et non manebit humidum. Ponebatur autem manens. Non igitur demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.



PROP. V.

Solidarum magnitudinum quæcunque levior humido fuerit, demiſſa in humidum uſque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt partis demerſæ, eandem, quam tota magnitudo, gravitatem habeat.

Diſponantur eadem, quæ ſupra: ſitque humidum manens: et magnitudo *EHTF humido levior. Si igitur humidum manet, ſimiliter prementur ejus partes, quæ æqualiter jacent. Similiter ergo premetur humidum ſub ſuperficiebus XO, OP. Quare æqualis eſt gravitas, qua premuntur. Eſt autem et gravitas humidi, quod in prima pyramide abſque ſolido BHTC, æqualis gravitati humidi, quod in altera pyramide abſque RSQY humido. Perſpicuum eſt igitur gravitatem magnitudinis EHTF gravitati humidi RSQY æqualem eſſe. Ex quibus conſtat, tantam humidi molem, quanta eſt pars demerſa ſolidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere gravitatem.

PROP. VI.

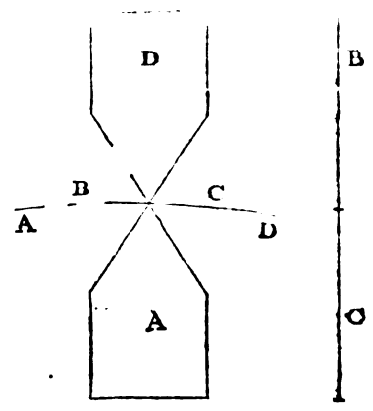
Solidæ magnitudines humido leviores, in humidum impulſæ ſurſum feruntur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, gravius eſt ipſa magnitudine.

* Vide Fig. Prop. III.

Digitized by Google

Sit enim magnitudo A levior humido: et ſit magnitudinis quidem A gravitas B: humidi vero molem habentis æqualem ipſi A, gravitas ſit BC. Demonſtrandum eſt magnitudinem A in humidum impulſam tanta vi ſurſum ferri, quanta eſt gravitas C.

Accipiatur enim quædam magnitudo, in qua D, habens gravitatem ipſi C æqualem. Itaque magnitudo ex utriſque magnitudinibus conſtans, in quibus AD, levior eſt humido: nam magnitudinis quidem quæ ex utriſque conſtat gravitas eſt BC; humidi vero habentis molem ipſis æqualem gravitas major eſt, quam BC: quoniam BC gravitas eſt humidi molem habentis æqualem ipſi A. Si ergo demittatur in humidum magnitudo ex utriſque AD conſtans; uſque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta eſt pars magnitudinis demerſa eandem, quam tota magnitudo gravitatem habeat. Hoc enim jam demonſtratum eſt. Sit autem ſuperficies humidi alicujus ABCD circumferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta eſt magnitudo A, gravitatem habet eandem, quam magnitudines A, D: perſpicuum eſt partem ipſius demerſam eſſe magnitudinem A; reliquam vero D totam ex humidi ſuperficie extare. Quare conſtat magnitudinem A tanta vi ſurſum ferri, quanta deorſum premitur ab eo, quod eſt ſupra; videlicet a D, cum neutra ab altera expellatur. Sed D fertur deorſum tanta gravitate, quanta eſt C: ponebatur enim gravitas ejus, in quo D, ipſi C æqualis. Patet igitur illud quod demonſtrare oportebat.

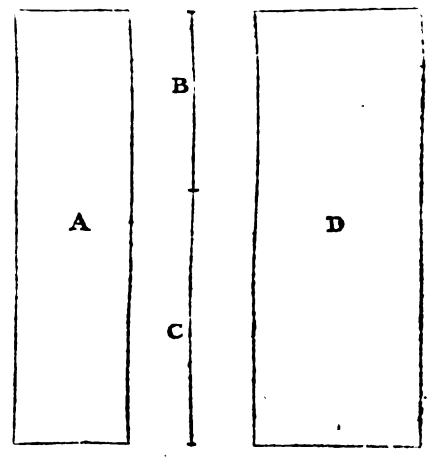


PROP. VII.

Solidæ magnitudines humido graviores demiſſæ in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: et erunt in humido tanto leviores, quanta eſt gravitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

Solidas magnitudines humido graviores, in humidum demiſſas deorſum quidam ferri, donec deſcendant, manifeſtum eſt: partes enim humidi, quæ ſub eis ſunt, premuntur magis, quam partes æqualiter ipſis adjacentes; quoniam magnitudo ſolida humido gravior ponitur. Leviores autem eſſe, uti dictum eſt, demonſtrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo A gravior humido: et ſit magnitudinis quidem A gravitas BC: humidi vero molem habentis æqualem ipſi A gravitas ſit B. Demonſtrandum eſt magnitudinem A in humido exiſtentem habere gravitatem æqualem ipſi C.

Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua D, levior humido; cujus gravitas ſit ipſi B æqualis: humidi vero molem habentis æqualem magnitudini D, ſit gravitas æqualis BC. Itaque compoſitis magnitudinibus A, D, magnitudo ex utriſque conſtans æque gravis erit, atque ipſum humidum: gravitas enim utrarumque magnitudinum eſt æqualis utriſque gravitatibus, videlicet BC, et B: gravitas autem humidi habentis molem æqualem utriſque magnitudinibus, eſt eiſdem gravitatibus æqualis. Demiſſis igitur magnitudinibus, et in humidum projectis æque graves erunt, atque humidum: neque ſurſum, neque deorſum ferentur: quoniam magnitudo quidem A gravior humido feretur deorſum; et eadem vi a magnitudine D ſurſum retrahetur. Magnitudo autem D humido levior feretur ſurſum tanta vi, quanta eſt gravitas C: demonſtratum enim eſt magnitudines ſolidas humido leviores, impulſas in humidum tanta vi retrahi ſurſum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem gravius eſt ipſa magnitudine. At humidum molem habens æqualem D, gravius eſt, quam D, ipſa C gravitate. Conſtat igitur magnitudinem A deorſum ferri tanta gravitate, quanta eſt C. Quod demonſtrare oportebat.



POSITIO II.

Ponatur eorum, quæ in humido ſurſum feruntur, unumquodque ſurſum ferri ſecundum perpendicularem, quæ per centrum gravitatis ipſorum ducitur.

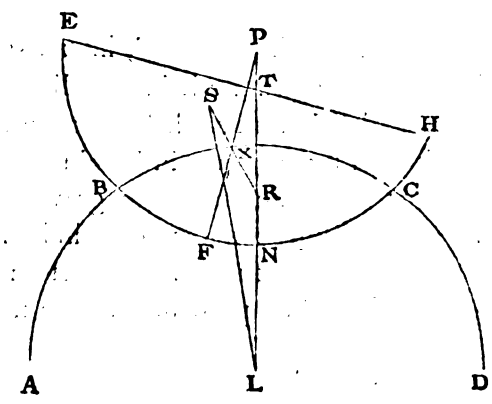
Digitized by Google

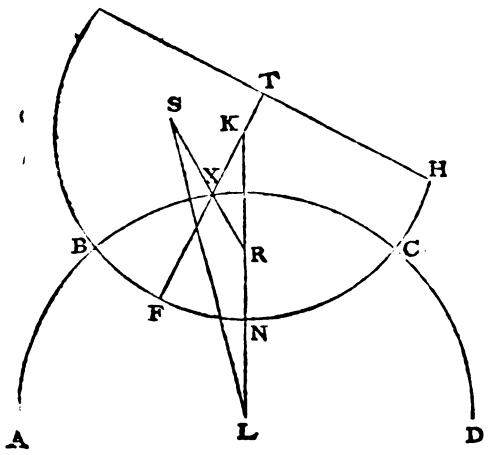
PROP. VIII.

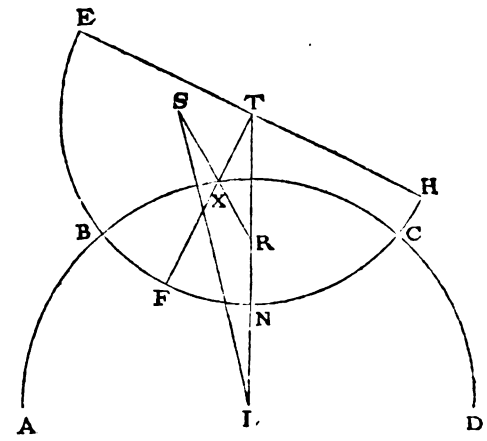
Si aliqua magnitudo ſolida levior humido, quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humidum demittatur, ita ut baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita ut axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, ut baſis portionis humidum contingat non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur.

[* Intelligatur quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa; et ducatur planum per axem portionis, et per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circumferentia ABCD: et figuræ ſectio EFH circumferentia: ſit autem EH recta linea; et FT axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis FT non ſit ſecundum perpendicularem; demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui.

Itaque centrum ſphæræ eſt in linea FT. Nam ſit primum figura major dimidia ſphæra: ſitque in dimidia ſphæra ſphæræ centrum T; in minori portione ſit centrum P; et in majori K: per K vero, et terræ centrum L ducatur KL ſecans circumferentiam EFH in puncto N. Quoniam igitur unaquæque ſphæræ portio axem habet in linea, quæ a centro ſphæræ ad ejus baſim perpendicularis ducitur: habetque in axe gravitatis centrum: portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendicylari per K ducta. Et idcirco centrum gravitatis ipſius erit in linea NK, quod ſit R. Sed totius portionis gravitatis centrum eſt in linea FT inter K, et F, quod ſit X. Reliquæ ergo figuræ quæ eſt extra humidum, centrum erit in linea RX producta ad partes X; et aſſumpta ex ea, linea quadam, quæ ad RX eandem proportionem habeat, quam gravitas portionis in humido demerſæ habet ad gravitatem figuræ, quæ eſt extra humidum. Sit autem S centrum dictæ figuræ: et per S ducatur perpendicularis







LS. Feretur ergo gravitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam SL deorſum; portionis autem, quæ in humido, ſurſum per rectam RL. Quare non manebit figura: ſed partes ejus quæ ſunt ad E, deorſum; et quæ ad H ſurſum ferentur: idque continenter fiet, quoad FT ſit ſecundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonſtrabitur.]

PROP IX.

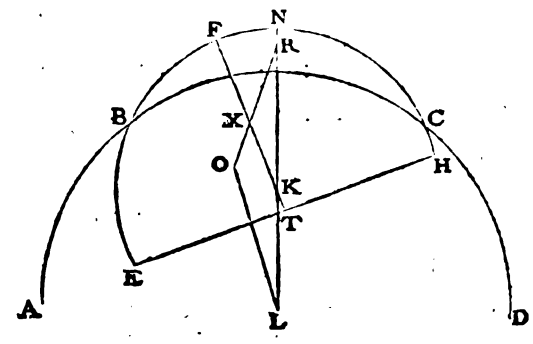
Quod ſi figura humido levior in humidum demittatur, ita ut baſis tota ſit in humido; inſidebit recta, ita ut axis ipſius ſecundum perpendicularem conſtituatur.

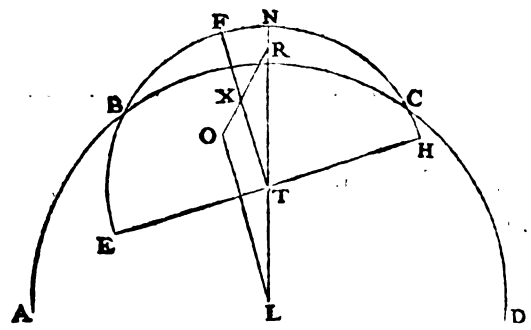
Intelligatur enim magnitudo aliqua, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: et intelligatur planum per axem portionis, et per centrum terræ ductum: ſitque ſuperficiei quidem humidi ſectio ABCD circumferentia; figuræ autem ſectio circumferentia EFH: et ſit EH recta linea: et axis portionis FT. Si igitur fieri poteſt, non ſit FT ſecundum perpendicularem. Demonſtrandum eſt non manere figuram; ſed in rectum reſtitui.

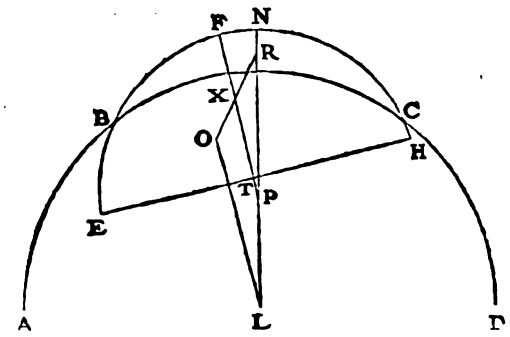
* Suppleta a Federico Commandino.

Digitized by Google

Eſt autem centrum ſphæræ in linea FT: rurſus enim ſit figura primo major dimidia ſphæra; et ſphæræ centrum in dimidia ſphæra ſit punctum T; in minore portione P; in majori vero ſit K: et per K, et terræ centrum L ducatur KL. Itaque figura quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per K: et propter ea, quæ ſuperius dicta ſunt, centrum gravitatis ipſius eſt in linea NK, quod ſit R; totius autem portionis centrum gravitatis eſt in linea FT, inter K et F, quod ſit X. Reliquæ ergo figuræ, ejus ſcilicet, quæ eſt in humido, centrum erit in recta linea RX producta ad partes X; et aſſumpta ex ea linea quadam, quæ ad XR eandem habeat proportionem, quam gravitas portionis, quæ eſt extra humidum, ad gravitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem O centrum dictæ figuræ: et per O perpendicularis ducatur LO. Feretur ergo gravitas portionis quidem, quæ eſt extra humidum, per rectam RL deorſum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam OL ſurſum. Non manet igitur figura; ſed partes ejus, quæ ſunt ad H, deorſum ferentur; et quæ ad E, ſurſum. Atque hoc ſemper erit, donec FT ſecundum perpendicularem fiat.







Digitized by Google

ARCHIMEDIS

DE IIS QUÆ IN HUMIDO

VEHUNTUR

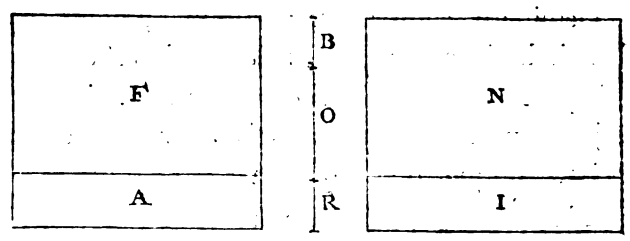
LIBER SECUNDUS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido levior demittatur in humidum, eam in gravitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

Demittatur enim in humidum aliqua magnitudo ſolida, quæ ſit FA, levior humido: et pars quidem ipſius demerſa ſit A; quæ autem extra humidum, F. Demonſtrandum eſt, magnitudinem FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habere, quam habet A ad FA.

Accipiatur enim aliqua humidi magnitudo NI æqualis magnitudini FA; ſitque ipſi F æqualis N: et ipſi A æqualis I. Magnitudinis autem FA gravitas ſit B: et magnitudinis NI gravitas OR; et ipſius I ſit R. Magnitudo igitur FA ad NI eam proportionem habet, quam gravitas B ad gravitatem OR. Sed quoniam magnitudo FA in humidum demiſſa levior eſt humido; patet tantam humidi molem, quanta eſt pars magnitudinis demerſa, eandem quam magnitudo FA habere gravitatem. Hoc enim ſuperius demonſtratum eſt. At ipſi A reſpondet humidum I, cujus quidem gravitas eſt R; et ipſius FA gravitas B. Ergo B gravitas ejus, quod habet molem æqualem toti magnitudini FA, æqualis erit gravitati humidi I, videlicet ipſi R. Et quoniam ut magnitudo FA ad humidum NI ſibi reſpondens, ita eſt B ad OR: eſt autem B æqualis ipſi R: et ut R ad OR, ita I ad NI; et A ad FA: ſequitur ut FA ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habeat, quam magnitudo A habet ad FA. Quod demonſtrare oportebat.



PROP. II.

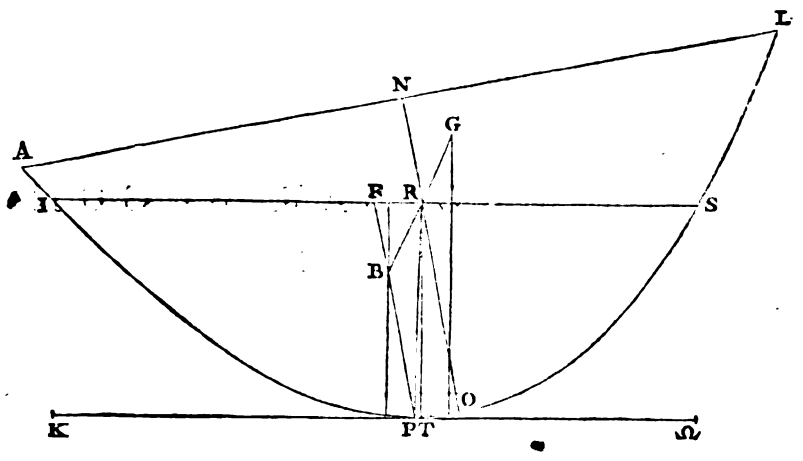
Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit non majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate;

Digitized by Google

demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; et poſita inclinata, non manebit inclinata; ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere talem portionem, quando planum quod ipſam ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans.

Sit portio rectanguli conoidis, qualis dicta eſt; et jaceat inclinata. Demonſtrandum eſt non manere ipſam; ſed rectam reſtitui.

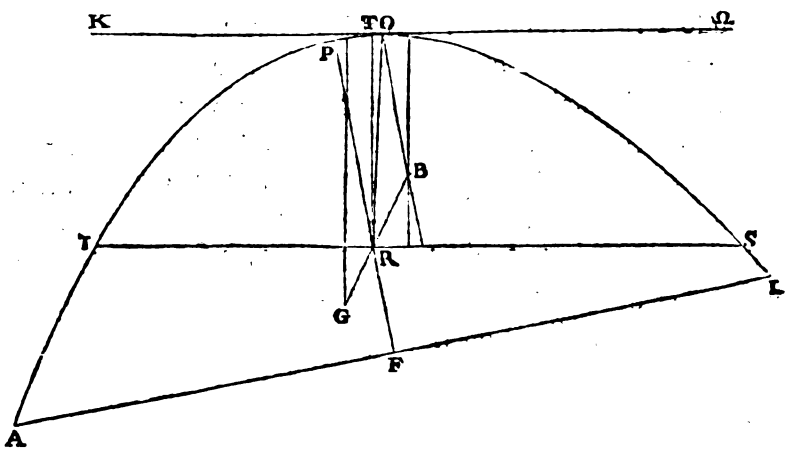
Itaque ſecta ipſa plano per axem, recto ad planum, quod eſt in ſuperficie humidi, portionis ſectio ſit APOL rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter NO: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Si igitur portio non eſt recta; non utique erit AL ipſi IS æquidiſtans. Quare NO cum IS non faciet angulos rectos. Ducatur ergo KΩ contingens ſectionem coni in P [*quæ ipſi IS æquidiſtet: et a puncto P ad IS ducatur PF æquidiſtans ipſi ON, quæ erit ſectionis IPOS diameter, et axis portionis in humido demerſæ. Sumantur deinde centra gravitatum: ſitque ſolidæ magnitudinis APOL gravitatis centrum R; ipſius vero IPOS centrum ſit B: et juncta BR producatur ad G, quod ſit centrum gravitatis reliquæ figuræ ISLA. Quoniam igitur NO ipſius quidem RO ſeſquialtera eſt; ejus autem, quæ uſque ad axem minor quam ſeſquialtera; erit RO minor, quam quæ uſque ad axem. Quare angulus RPΩ acutus erit: cum enim linea, quæ uſque ad axem major ſit ipſa RO; quæ a puncto R ad KΩ perpendicularis ducitur, videlicet RT, cum linea FP extra ſectionem conveniet: et propterea inter P et Ω puncta cadat neceſſe eſt. Itaque ſi per B, G ducantur lineæ ipſi RT æquidiſtantes; angulos rectos cum ſuperficie humidi continebunt: et quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per B ducta eſt, ipſi RT æquidiſtans: quod vero eſt extra humidum, ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur; et non ita manebit ſolidum APOL: nam quod eſt ad A, feretur ſurſum; et quod ad L, deorſum, donec NO ſecundum perpendicularem conſtituatur.]



PROP. III.

Recta portio conoidis rectanguli quando axem habuerit non majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitque ipſius baſis in humido; et ſecta ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio APOL rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter PF: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Quod ſi inclinata jaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. Ergo PF cum IS angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædam KΩ æquidiſtans ipſi IS; contingenſque ſectionem APOL in O: et ſolidæ quidem magnitudinis APOL ſit R gravitatis centrum: ipſius autem IPOS centrum ſit B: junctaque BR producatur: et ſit G centrum gravitatis reliquæ figuræ ISLA. Similiter demonſtrabitur angulum ROK acutum eſſe: et perpendicularem ab R ad KΩ ductam cadere inter K et O, quæ ſit RT. Si autem a punctis G, B ducantur ipſi RT æquidiſtantes; pars quidem ſolidæ magnitudinis, quæ in humido eſt, ſurſum



* Suppleta a Federico Commandino.

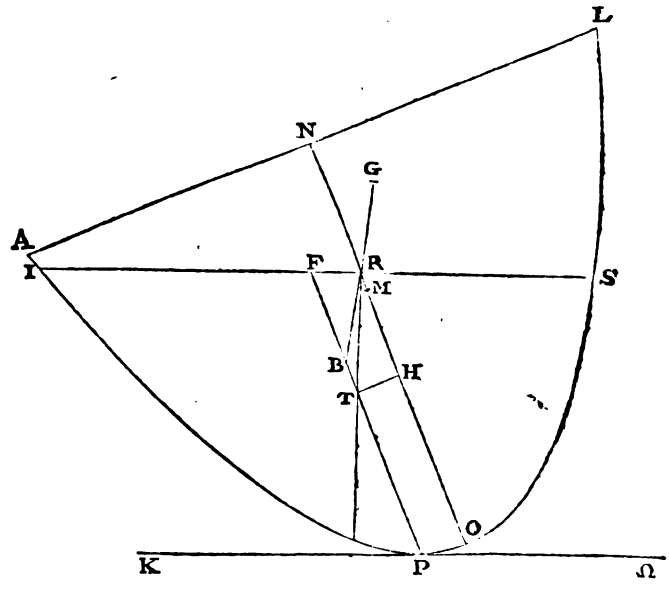
Digitized by Google

feretur ſecundum perpendicularem per G ductam: quæ autem extra humidum, ſecundum perpendicularem per B deorſum feretur: et non manebit ſolidum A P O L ſic habens in humido: ſed quod quidem eſt ad A, feretur ſurſum: quod autem ad L, deorſum; donec P F fiat ſecundum perpendicularem.

PROP. IV.

Recta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido levior, et axem habuerit majorem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem: ſi in gravitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; et poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

Sit portio conoidis rectanguli, qualis dicta eſt: et demiſſa in humidum, ſi fieri poteſt, non ſit recta; ſed inclinata: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, portionis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio A P O L, axis portionis, et ſectionis diameter N O; et ſuperficiei humidi ſectio ſit I S. Si igitur portio non eſt recta, non faciet N O cum I S angulos æquales. Ducatur K Ω contingens rectanguli coni ſectionem in P; æquidiſtanſque ipſi I S: et a puncto P ipſi ON æquidiſtans ducatur P F. Itaque ſumantur centra gravitatum: et ſolidi quidem A P O L centrum ſit R; ejus autem, quod intra humidum, centrum B: junctaque B R producatur ad G, ut G ſit centrum gravitatis ſolidi, quod extra humidum. Quoniam igitur N O ipſius quidem R O ſeſquialtera eſt; ejus autem, quæ uſque ad axem, major quam ſeſquialtera: patet R O majorem eſſe, quam quæ uſque ad axem. Sit ei, quæ uſque ad axem æqualis R H: et O H dupla ipſius H M. Quod cum N O ipſius R O ſeſquialtera ſit; itemque M O ipſius O H: et reliqua N M reliquæ R H ſeſquialtera erit. Ergo axis tanto major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea M O. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in gravitate proportionem habere, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. Quare conſtat portionem ad humidum in gravitate non minorem proportionem habere, quam quadratum lineæ M O ad quadratum ipſius N O. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim ſupra demonſtratum eſt; et quam proportionem habet demerſa portio ad totam, eam quadratum P F habet ad N O quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, et ſphæroidibus, ſi a rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, quam quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. Non minorem ergo proportionem habet quadratum P F ad quadratum N O, quam quadratum M O ad idem N O quadratum. Quare P F non eſt minor ipſa M O; nec B P item minor H O. Si igitur ab H ducatur linea ad rectos angulos ipſi N O, coibit cum B P, atque inter B, et P cadet. Coeat in T. Et quoniam P F quidem æquidiſtans eſt diametro, H T autem ad diametrum perpendicularis; et R H æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab R ad T et producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto P contingente. Quare et cum I S, et cum humidi ſuperficie, quæ per I S tranſit. Itaque ſi per B, G puncta lineæ ipſi R T æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: et quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per B ducta fuerit ipſi R T æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur. Atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.

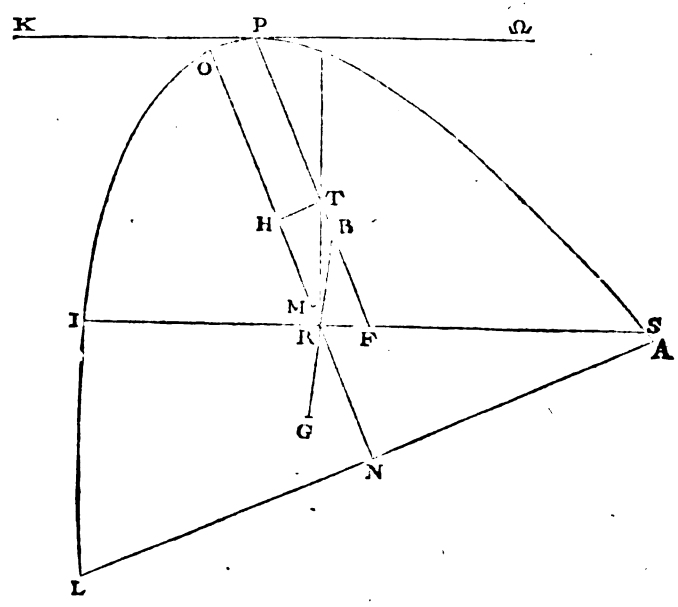


Digitized by Google

PROP. V.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; ſi ad humidum in gravitate non majorem proportionem habeat, quam exceſſus, quo quadratum quod fit ab axe majus eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; et poſita inclinata non manebit inclinata, ſed reſtituetur ita, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim in humidum portio aliqua, qualis dicta eſt: et ſit baſis ipſius tota in humido. Secta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, erit ſectio rectanguli coni ſectio, quæ ſit APOL: axis portionis, et ſectionis diameter NO: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit IS. Quoniam igitur axis non eſt ſecundum perpendicularem; ipſa NO cum IS non faciet angulos æquales. Ducatur KΩ contingens ſectionem APOL in P; atque ipſi IS æquidiſtans: per P autem ducatur PF æquidiſtans ipſi NO: et ſumantur gravitatum centra: ſitque ipſius APOL ſolidi centrum R; ejus quod extra humidum ſit B: et juncta BR producatur ad G, quod ſit centrum gravitatis ſolidi in humido demerſi: ſumatur præterea RH æqualis ei, quæ uſque ad axem: OH autem dupla ipſius HM; et alia fiant, ſicuti ſuperius dictum eſt. Itaque cum portio ad humidum in gravitate non majorem proportionem habere ponatur, quam exceſſus, quo quadratum NO excedit quadratum MO, ad ipſum NO quadratum: et quam proportionem in gravitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demerſa ad totam portionem, quod demonſtratum eſt in prima propoſitione: magnitudo demerſa non majorem proportionem habebit ad totam portionem, quam ſit dicta illa proportio. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum NO ad quadratum MO. Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum NO ad quadratum PF. Quadratum igitur NO ad quadratum PF non majorem proportionem habet, quam ad quadratum MO. Ex quo efficitur, ut PF non ſit minor ipſa OM; neque PB ipſa OH. Quæ ergo ab H ducitur ad rectos angulos ipſi NO, coibit cum BP inter P et B. Coeat in T. Et quoniam in rectanguli coni ſectione PF eſt æquidiſtans diametro NO; HT autem ad diametrum perpendicularis: et RH æqualis ei, quæ uſque ad axem: conſtat RT productam facere angulos rectos cum ipſa KPΩ. Quare et cum IS. Ergo RT perpendicularis eſt ad ſuperficiem humidi. Et ſi per B, G puncta ducantur æquidiſtantes ipſi RT, ad ſuperficiem humidi perpendiculares erunt. Portio igitur, quæ eſt extra humidum, deorſum in humidum feretur ſecundum perpendicularem per B ductam; quæ vero intra humidum, ſecundum perpendicularem per G ſurſum feretur: et non manebit ſolida portio APOL, ſed intra humidum movebitur, donec utique ipſa NO ſecundum perpendicularem fiat.



PROP. VI.

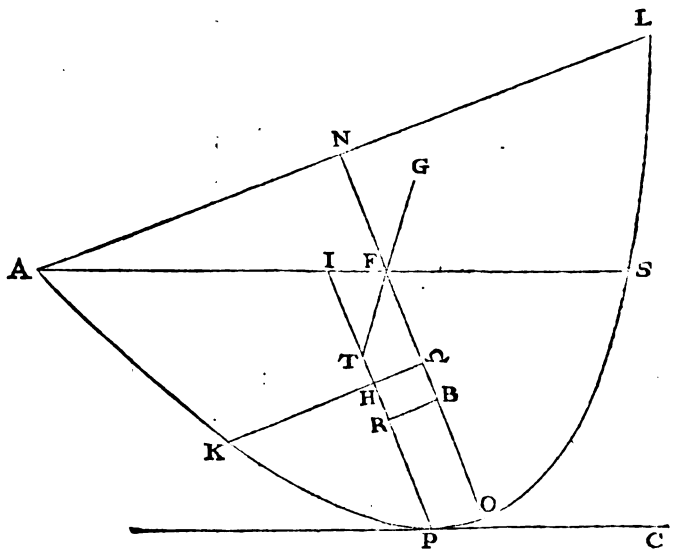
Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem, minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demiſſa adeo, ut baſis ipſius contingat humidum, nunquam conſiſtet inclinata ita, ut baſis in uno puncto humidum contingat.

Sit portio, qualis dicta eſt, et in humidum demittatur, ſicuti diximus, adeo ut baſis ejus in uno

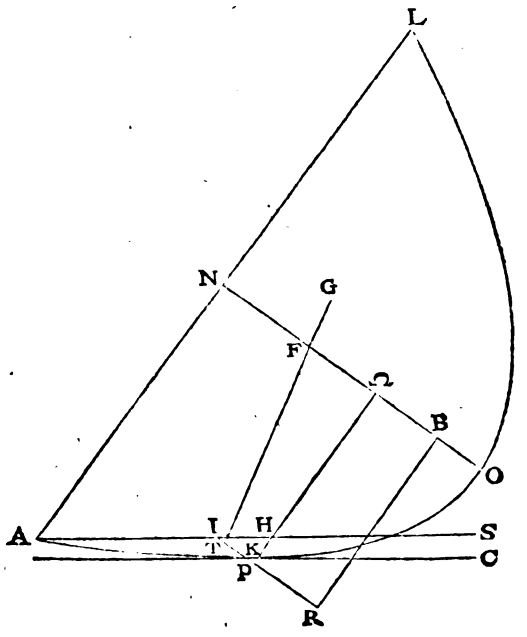
Digitized by Google

puncto contingat humidum. Demonſtrandum eſt non manere ipſam portionem, ſed revolvi ita, ut baſis nullo modo humidi ſuperficiem contingat.

Secta enim ipſa per axem, plano ad ſuperficiem humidi recto, ſit ſectio ſuperficiei portionis APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit AS: axis autem portionis, ac ſectionis diameter NO: et ſecetur in F quidem ita, ut OF ſit dupla ipſius FN; in Ω vero, ut NO ad FΩ eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: et ipſi NO ad rectos angulos ducatur ΩK. Itaque quoniam NO ad FΩ majorem habet proportionem, quam ad eam, quæ uſque ad axem; ſit ei, quæ uſque ad axem æqualis FB: et ducatur PC quidem ipſi AS æquidiſtans, contingenſque ſectionem APOL in P; PI vero æquidiſtans ipſi NO: et primum ſecet PI ipſam KΩ in H. Quoniam ergo in portione APOL,



quæ continetur recta linea, et rectanguli coni ſectione, KΩ quidem æquidiſtans eſt ipſi AL; PI vero diametro æquidiſtat: ſecaturque ab ipſa KΩ in H: et AS æquidiſtat contingenti in P: neceſſarium eſt ipſam PI ad PH vel eandem proportionem habere, quam habet NΩ ad ΩO, vel majorem: hoc enim jam demonſtratum eſt. At vero NΩ ſeſquialtera eſt ipſius ΩO. Et PI igitur vel ſeſquialtera eſt ipſius HP; vel major, quam ſeſquialtera. Quare PH ipſius HI aut dupla eſt, aut minor, quam dupla. Sit autem PT dupla TI. Erit centrum gravitatis ejus, quod eſt in humido, punctum T. Itaque juncta TF producatur; ſitque ejus, quod extra humidum gravitatis centrum G: et a puncto B ad rectos angulos ducatur ipſi NO ducatur BR. Quod cum PI quidem ſit æquidiſtans diametro NO: BR autem ad diametrum perpendicularis: et FB æqualis ei, quæ uſque ad axem: perſpicuum eſt FR productam æquales facere angulos cum ea, quæ ſectionem APOL in puncto P contingit. Quare et cum AS: et cum ſuperficie humidi. Lineæ autem ductæ per T, G æquidiſtantes ipſi FR, erunt et ad humidi ſuperficiem perpendiculares: et ſolidi APOL magnitudo, quæ et intra humidum ſurſum feretur ſecundum perpendicularem per T ductam; quæ vero extra humidum ſecundum eam, quæ per G, deorſum feretur. Revolvetur ergo ſolidum APOL: et baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem continget. At ſi PI lineam KΩ non ſecet, ut in ſecunda figura; manifeſtum eſt punctum T, quod eſt centrum gravitatis demerſæ portionis, cadere inter P et I: et reliqua ſimiliter demonſtrabuntur.



PROP. VII.

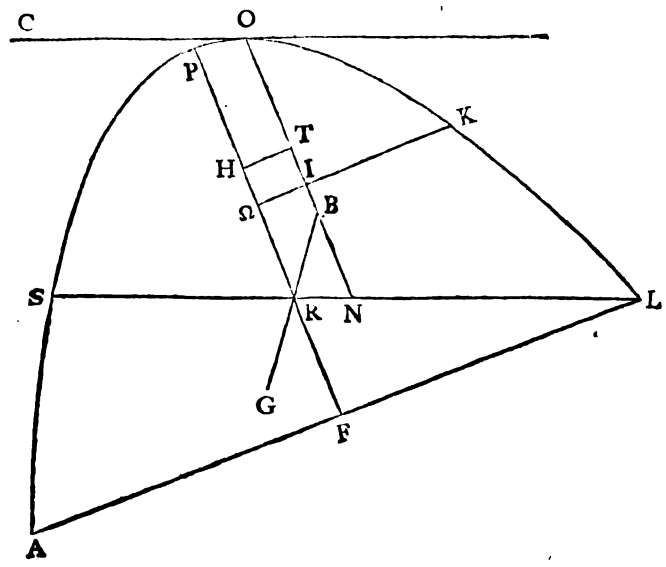
Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem quidem quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo ut baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, ut baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed ut tota in humido ſit, et nullo modo ejus ſuperficiem contingat.

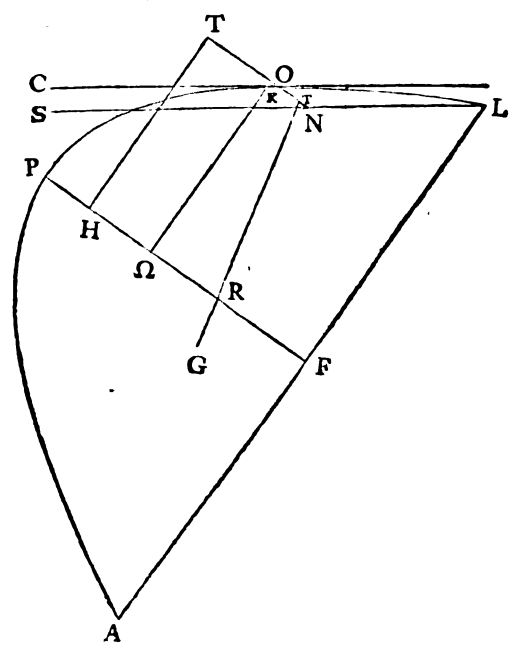
Sit portio qualis dicta eſt: et demittatur in humidum, ut diximus, adeo ut baſis ipſius in uno

Digitized by Google

puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed revolvi ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat.

Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit APOL rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit SL: axis portionis, et ſectionis diameter PF: ſeceturque PF in R quidem ita ut RP ſit dupla ipſius RF; in Ω autem ut PF ad RΩ proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: et ΩK ipſi PF ad rectos angulos ducatur. Erit RΩ minor, quam quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis RH: et CO quidem ducatur contingens ſectionem in O, quæ ipſi SL æquidiſtet; NO autem æquidiſtet PF: et primum ipſam KΩ ſecet, atque in puncto I. Similiter ut in ſuperioribus demonſtrabitur NO, vel ſeſquialtera ipſius OI, vel major, quam ſeſquialtera. Sit autem OI minor, quam dupla ipſius IN: ſitque OB dupla BN: et diſponantur eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus, ſi ducatur linea RT, facere eam angulos rectos cum linea CO, et cum ſuperficie humidi. Quare a punctis B, G lineæ ductæ ipſi RT æquidiſtantes, etiam ad humidi ſuperficiem perpendiculares erunt. Portio igitur quæ eſt extra humidum deorſum feretur ſecundum eam perpendicularem, quæ per B tranſit; quæ vero intra humidum, ſecundum eam, quæ per G, ſurſum feretur. Ex quibus conſtat revolvi ſolidum, ita ut baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorſum fertur ex parte L. Quod ſi NO non ſecuerit ipſam Ω K, eadem nihilominus demonſtrabuntur.





PRÓP. VIII.

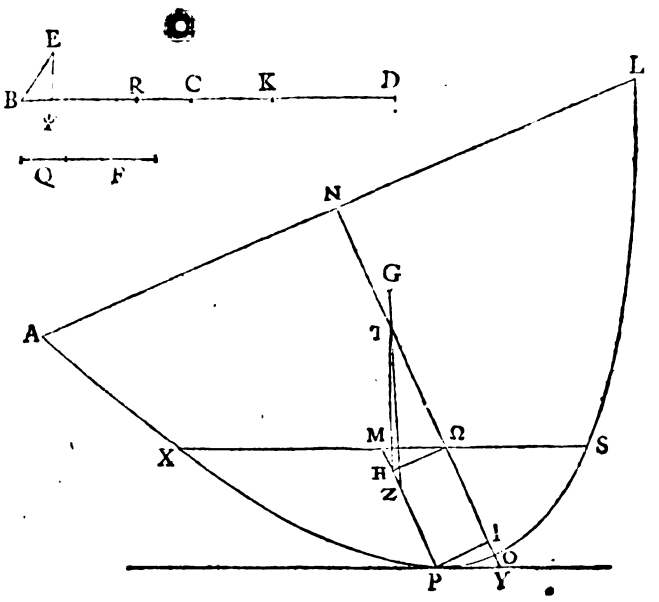
Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: ſi in gravitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; neque in rectum reſtituetur, neque manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

Sit portio qualis dicta eſt; ſitque BD æqualis axi: et BK quidem dupla ipſius KD: RK vero æqualis ei, quæ uſque ad axem: et ſit CB ſeſquialtera BR. Erit et CD ipſius KR ſeſquialtera. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, habeat quadratum FQ ad quadratum DB: et ſit F dupla ipſius Q. Perſpicuum igitur eſt FQ ad DB proportionem minorem habere ea, quam habet CB ad BD. Eſt enim CB exceſſus, quo axis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem: quare FQ minor eſt ipſa BC: et idcirco F minor ipſa BR. Sit ipſi F æqualis RΨ: ducaturque ad BD perpendicularis ΨE, quæ poſſit dimidium ejus, quod lineis KR, ΨB continetur: et jungatur BE. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam,

Digitized by Google

ficuti dictum eſt, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat angulo E B Ψ æqualem.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, ut baſis ipſius humidi ſuperficiem non contingat: et ſi fieri poteſt, axis cum ſuperficie humidi non faciat angulum æqualem angulo E B Ψ; ſed primo majorem. Secta autem portione plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio A P O L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio X S: ſitque axis portionis, et ſectionis diameter N O: et ducatur P Y quidem ipſi X S æquidiſtans, quæ ſectionem A P O L contingat in P: P M vero æquidiſtans ipſi N O: et P I ad N O perpendicularis. Sit præterea B R æqualis O Ω. Itemque R K ipſi T Ω: et Ω H perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portionis cum ſuperficie humidi facere angulum majorem angulo B: erit angulus P Y I angulo B major. Majorem ergo proportionem habet quadratum P I ad quadratum Y I, quam quadratum E Ψ ad Ψ B quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, eandem linea K R habet ad lineam I Y: et quam proportionem habet quadratum E Ψ ad quadratum Ψ B, eandem habet dimidium lineæ K R ad lineam Ψ B. Quare majorem habet proportionem K R ad I Y, quam dimidium K R ad Ψ B: et idcirco I Y minor eſt, quam dupla Ψ B. Eſt autem ipſius O I dupla.



Ergo O I minor eſt, quam Ψ B: et I Ω major, quam Ψ R. Sed Ψ R eſt æqualis ipſi F. Major igitur eſt I Ω, quam F. Et quoniam portio ad humidum in gravitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum F Q ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habet pars ipſius demerſa ad totam portionem: et quam pars ipſius demerſa habet ad totam, eandem habet quadratum P M ad quadratum O N: ſequitur quadratum P M ad quadratum O N eam proportionem habere, quam quadratum F Q ad B D quadratum. Atque ideo F Q æqualis eſt ipſi P M. Demonſtrata eſt autem P H major, quam F. Conſtat igitur P M minorem eſſe, quam ſeſquialteram ipſius P H: et idcirco P H majorem, quam duplam H M. Sit P Z ipſius Z M dupla. Erit T quidem centrum gravitatis totius ſolidi: centrum ejus partis, quæ intra humidum, punctum Z: reliquæ vero partis centrum erit in linea Z T producta uſque ad G. Eodem modo demonſtrabitur linea T H perpendicularis ad ſuperficiem humidi. Et portio demerſa in humido feretur extra humidum ſecundum perpendicularem, quæ per Z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per G, intra humidum feretur. Non ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per Z, G ductarum, quæ quidem per Z ducitur, ad eas partes cadit, in quibus eſt L; et quæ per G ad eas, in quibus eſt A. Quare ſequitur centrum Z ſurſum ferri: et G deorſum. Ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad A, deorſum; quæ vero ad L, ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem eo, qui eſt ad B. Minorem igitur proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, quam quadratum E Ψ ad Ψ B quadratum: quare K R ad I Y minorem proportionem habet, quam dimidium K R ad Ψ B: et propterea I Y major eſt, quam dupla Ψ B. Eſt autem ipſius O I dupla. Ergo O I ipſa Ψ B major erit.

Digitized by Google

Sed tota O Ω eſt æqualis ipſi R B: et reliqua Ω I minor quam Ψ R. Quare et P H minor erit, quam F. Quod cum M P ipſi F Q ſit æqualis, conſtat P M majorem eſſe, quam ſeſquialteram ipſius P H: et P H minorem, quam duplam H M. Sit P Z ipſius Z M dupla. Rurſus totius quidem ſolidi centrum gravitatis erit punctum T; ejus vero partis, quæ intra humidum, Z: et juncta Z T inveniatur centrum gravitatis ejus, quæ extra humidum in protracta, quod ſit G. Itaque per Z, G ductis perpendicularibus ad humidi ſuperficiem, quæ ipſi T H æquidiſtent; ſequitur portionem ipſam non manere, ſed revolvi adeo, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat majorem eo, quem nunc facit.

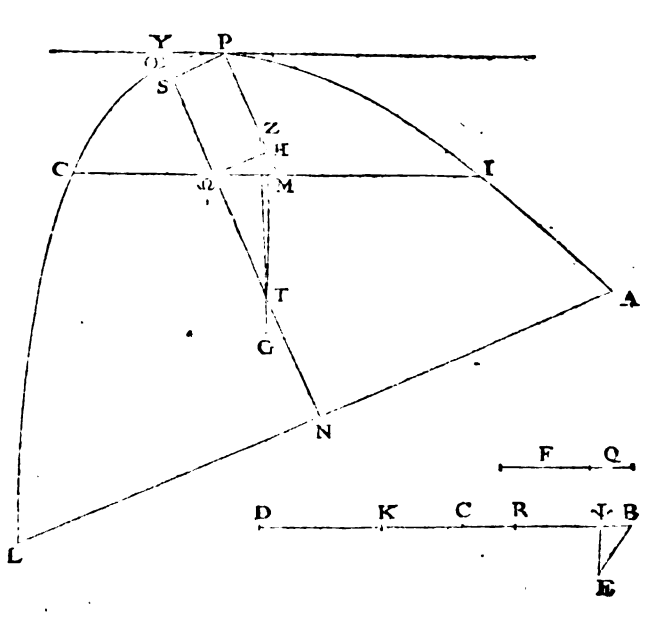
Et quoniam cum antea poſuiſſem facere angulum majorem angulo B, portio neque tunc conſiſtebat; perſpicuum eſt ipſam conſiſtere, ſi angulum fecerit angulo B æqualem. Sic enim erit I O æqualis Ψ B: itemque Ω I æqualis Ψ R: et P H ipſi F. Erit igitur M P ſeſquialtera P H; et P H dupla H M. Quare cum H ſit centrum gravitatis ejus partis, quæ eſt in humido, per eandem perpendicularem, et ipſa ſurſum, et quæ extra eſt, feretur deorſum. Manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.

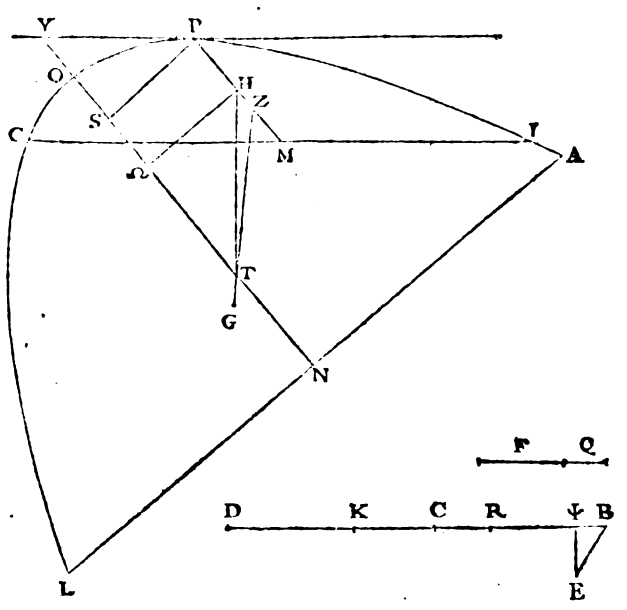
PROP. IX.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit majorem quidem, quam ſeſquialterum ejus, quæ uſque ad axem; minorem vero, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; et in gravitate ad humidum proportionem habeat majorem, quam exceſſus, quo quadratum, quod fit ab axe majus eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demiſſa adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, et poſita inclinata, nec convertetur ita, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem ſit, nec manebit inclinata, niſi quando axis cum ſuperficie humidi angulum fecerit æqualem angulo ſimiliter ut prius, aſſumpto.

Sit portio, qualis dicta eſt: ponaturque D B æqualis axi portionis: et B K quidem ſit dupla ipſius K D; K R autem æqualis ei, quæ uſque ad axem: et C B ſeſquialtera B R. Quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat exceſſus, quo quadratum B [illegible] excedit quadratum F Q, ad ipſum B D quadratum: et ſit F ipſius Q dupla. Conſtat igitur exceſſum, quo quadratum B D excedit quadratum B C ad quadratum B D, minorem habere proportionem, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q ad B D quadratum. Eſt enim B C exceſſus quo axis portionis major eſt, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem. Quare quadratum B D magis excedit quadratum F Q, quam B C quadratum: et idcirco linea F Q minor eſt, quam B C: itemque F minor, quam B R. Sit ipſi F æqualis R Ψ: et ducatur Ψ E perpendicularis ad B D, quæ poſſit dimidium ejus, quod ipſis K R, Ψ B, continetur. Dico portionem in humidum demiſſam adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, ita conſiſtere, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

Demittatur enim portio in humidum, ſicuti dictum eſt; et axis cum humidi ſuperficie non faciat angulum æqua-





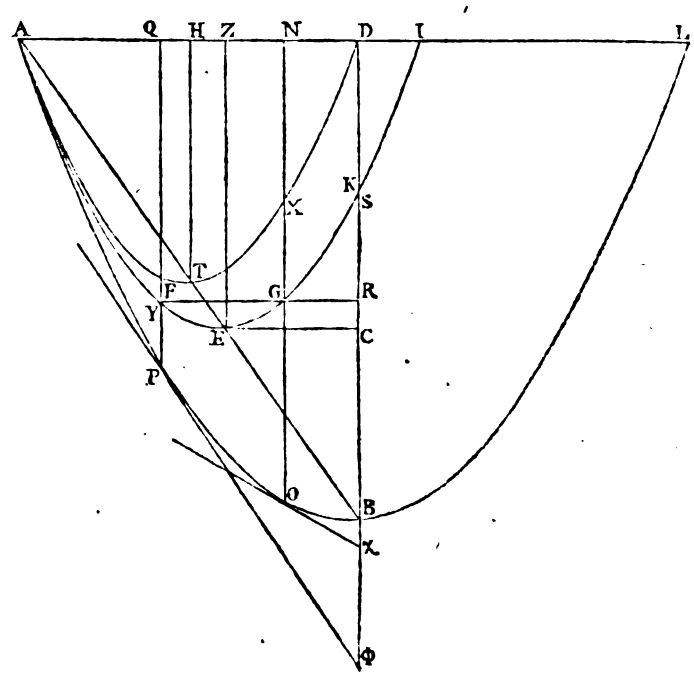
Digitized by Google

lem ipſi B, ſed primo majorem: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio portionis ſit A P O L rectanguli coni ſectio; ſuperficiei humidi ſectio C I; ſitque axis portionis, et ſectionis diameter N O, quæ ſecetur in punctis Ω, T, ut prius: et ducantur Y P quidem ipſi C I æquidiſtans, contingenſque ſectionem in P; M P vero æquidiſtans N O: et P S ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum ſuperficie humidi facit angulum majorem angulo B; erit et angulus S Y P angulo B major. Quare quadratum P S ad quadratum S Y majorem habet proportionem, quam quadratum Ψ E ad quadratum Ψ B: et propterea K R ad S Y majorem habet, quam dimidium ipſius K R ad Ψ B. Ergo S Y minor eſt quam dupla Ψ B; et S O minor, quam Ψ B. Quare S Ω major, quam R Ψ; et P H major, quam F. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionem: ſequitur partem demerſam ad totam portionem, eam proportionem habere, quam exceſſus, quo quadratum B D excedit quadratum F Q, ad quadratum B D. Habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum proportionem eandem, quam quadratum B D ad quadratum F Q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum, eandem habet quadratum N O ad quadratum P M. Ergo P M ipſi F Q æqualis erit. Demonſtrata eſt autem P H major, quam F: quare M H minor erit, quam Q; et P H major, quam dupla H M. Sit igitur P Z dupla ipſius Z M: et juncta Z T producatur ad G. Erit totius quidem portionis gravitatis centrum T: ejus, quæ eſt extra humidum, Z: reliquæ vero partis, quæ in humido, centrum erit in linea Z T producta; quod ſit G. Demonſtrabitur ſimiliter, ut prius, T H perpendicularis ad ſuperficiem humidi: et quæ per Z, G ducuntur æquidiſtantes ipſi T H, ad eandem perpendiculares. Ergo portio, quæ eſt extra humidum deorſum feretur ſecundum eam quæ per Z tranſit; quæ vero intra, ſecundum eam, quæ per G, ſurſum elevabitur. Non igitur manebit portio ſic inclinata, nec convertetur ita, ut axis ad ſuperficiem humidi ſit perpendicularis: quoniam quæ ex parte L deorſum; quæ vero ex parte A, ſurſum ferentur, ut ex jam demonſtratis apparere poteſt. Quod ſi axis cum ſuperficie humidi fecerit angulum minorem angulo B, ſimiliter demonſtrabitur, non manere portionem, ſed inclinari, donec utique axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo B æqualem.

PROP. X.

Recta portio conoidis rectanguli, quando levior humido axem habuerit majorem, quam ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, ita ut baſis ipſius non contingat humidum: non nunquam quidem recta conſiſtet; non nunquam inclinata: et interdum adeo inclinata, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi: idque in duabus diſpoſitionibus: interdum quidem ita, ut baſis in humidum magis demergatur: interdum vero ita, ut ſuperficiem humidi nullo modo contingat; ſecundum proportionem, quam habet ad humidum in gravitate. Eorum quæ dicta ſunt, ſingula inferius demonſtrabuntur.

Sit portio qualis dicta eſt: et ſecta ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit A P O L rectanguli coni ſectio: axis portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in puncto quidem K ita, ut B K dupla ſit ipſius K D: in C vero ita, ut B D ad K C proportionem habeat eandem, quam quindecim ad quatuor. Conſtat igitur K C majorem eſſe, quam quæ uſque ad axem. Sit ei, quæ uſque ad axem, æqualis K R: et ipſius K R ſeſquialtera D S. Eſt autem et S B ſeſquialtera ipſius B R. Itaque jungatur A B; et per C ducatur C E perpendicularis ad B D, quæ lineam A B in puncto E ſecet: et per E ducatur E Z æquidiſtans B D. Rurſus ipſa



Digitized by Google

AB bifariam in T divisa, ducatur TH eidem BD æquidistans: et intelligantur rectanguli coni sectiones descriptæ: AEI quidem circa EZ diametrum; ATD vero circa diametrum TH; quæ similes sint portioni ABL. Transibit igitur AEI coni sectio per K: et quæ ab R ducta est perpendicularis ad BD, ipsam AEI secabit. Secet in punctis Y, G: et per Y, G ducantur ipsi BD æquidistantes PYQ, OGN, quæ secent ATD in F, X. Ducantur postremo, et PΦ, Oχ contingentes sectionem APOL in punctis P, O. Cum ergo tres portiones sint APOL, AEI, ATD, contentæ rectis lineis, et rectangulorum conorum sectionibus; eæque similes, et inæquales, quæ contingunt sese super unamquanque basim: a puncto autem N sursum ducta sit NXGO; et a Q ipsa QFYP: habebit OG ad GX proportionem compositam ex proportione, quam habet IL ad LA; et ex proportione, quam AD habet ad DI. Sed IL ad LA habet eandem, quam duo ad quinque. Etenim CB ad BD est, ut sex ad quindecim; hoc est ut duo ad quinque: et ut CB ad BD, ita EB ad BA: et DZ ad DA: harum autem DZ, DA duplæ sunt ipsæ LI, LA: et AD ad DI eam proportionem habet, quam quinque ad unum. Sed proportio composita ex proportione, quam habet duo ad quinque; et ex proportione, quam quinque ad unum; est eadem, quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam proportionem habent. Dupla est igitur GO ipsius GX: et eadem ratione ostendetur PY ipsius YF dupla. Itaque quoniam DS sesquialtera est ipsius KR; erit BS excessus, quo axis est major, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem. Si igitur portio ad humidum in gravitate eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit a linea BS ad quadratum, quod a BD, aut majorem; in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humidum, recta consistet. Demonstratum est enim superius, portionem, cujus axis est major, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem, si ad humidum in gravitate non minorem proportionem habeat, quam quadratum, quod fit ad excessu, quo axis major est, quam sesquialter ejus, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demissam in humidum, ita ut dictum est, rectam consistere.*

II.

Si portio ad humidum in gravitate minorem quidem proportionem habeat, quam quadratum SB ad quadratum BD; majorem vero, quam quadratum XO ad quadratum BD; demissa in humidum, adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet; ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat; et axis cum humidi superficie angulum faciat majorem angulo χ.

III.

Si portio ad humidum in gravitate, eam habeat proportionem, quam quadratum XO ad quadratum BD; demissa in humidum inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet, et manebit ita, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: et axis cum superficie humidi angulum faciat angulo χ æqualem. Quod si portio ad humidum in gravitate eam proportionem habeat, quam quadratum PF ad quadratum BD; in humidum demissa, et posita inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet inclinata, ita ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo Φ æqualem.

IV.

Si portio ad humidum in gravitate majorem quidem proportionem habeat, quam quadratum FP ad quadratum BD; minorem vero, quam quadratum XO ad BD quadratum; in humidum demissa, et inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum consistet, et manebit ita, ut basis in humidum magis demergatur.

V.

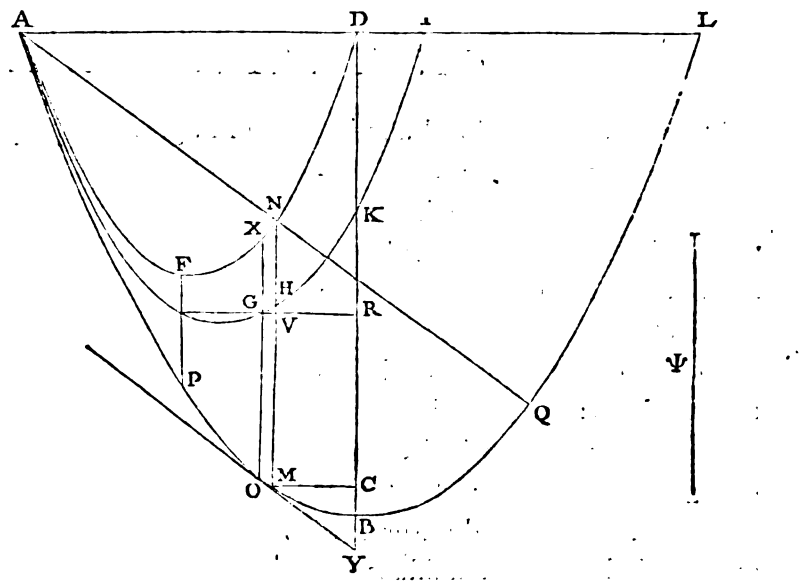
Si portio ad humidum in gravitate proportionem habeat minorem, quam quadratum FP ad quadratum BD: demissa in humidum, et posita inclinata adeo ut basis ipsius non contingat humidum: consistet inclinata, ita ut axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo Φ: et basis nullo modo superficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonstrabuntur.

* Quæ hac decima Propositione continentur, Archimedes in quinque partes dissecuit, quarum primam, ut supra, demonstravit.

Digitized by Google

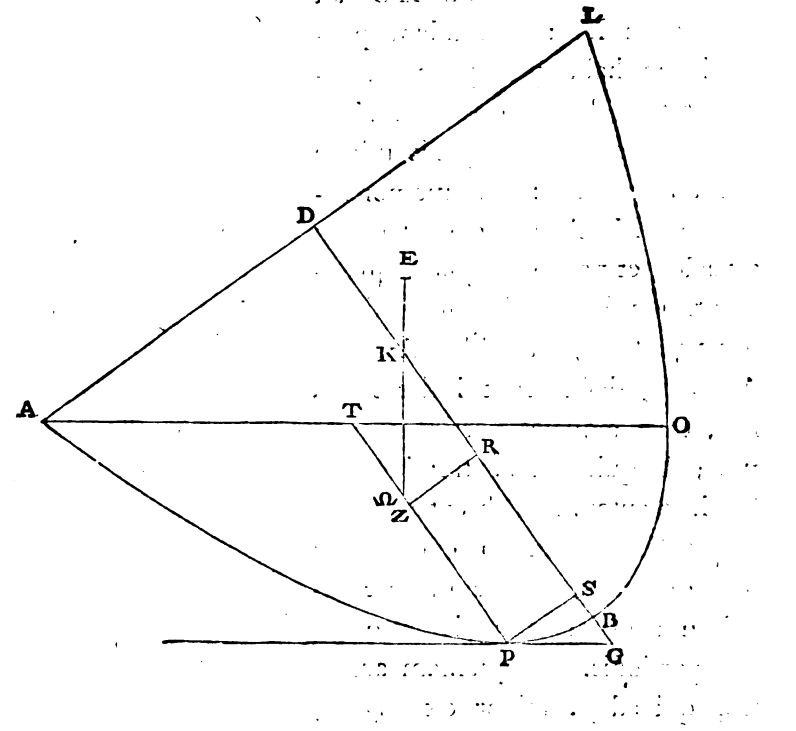
DEMONSTRATIO SECUNDÆ PARTIS.

Itaque primum habeat portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum X O ad quadratum B D; minorem vero, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem, ad quadratum B D: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eam habeat quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D: erit Ψ major quidem, quam X O, minor vero, quam exceſſus, quo axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem. Aptetur quædam recta linea M N conicis ſectionibus A M Q L, A X D interjecta, ac media, quæ lineæ Ψ ſit æqualis; ſecetque reliquam coni ſectionem in puncto H; et rectam lineam R G in V. Demonſtrabitur



M H dupla ipſius H N, ſicuti demonſtratum eſt O G ipſius G X duplam eſſe. A puncto autem M ducatur M Y contingens ſectionem A M Q L in M: et M C ad B D perpendicularis. Poſtea ducta A N, et producta ad Q, lineæ A N, N Q inter ſe æquales erunt. Quoniam enim in ſimilibus portionibus A M Q L, A X D ductæ ſunt a baſibus ad portiones lineæ A Q, A N, quæ æquales angulos continent cum ipſis baſibus, eandem proportionem habebit Q A ad A N, quam L A ad A D. Æqualis eſt ergo A N ipſi N Q; et A Q ipſi M Y æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinatam conſiſtere ita, ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat: et axis cum ea faciat angulum angulo χ majorem.

Demittatur enim in humidum, conſiſtatque ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat humidi ſuperficiem: et ſecta ipſa portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto; ſuperficiei quidem portionis ſectio ſit A P O L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit A O: axis autem portionis, et ſectionis diameter B D: et ſecetur B D in punctis K, R, ut dictum eſt: ducatur etiam P G æquidiſtans ipſi A O, quæ ſectionem A P O L contingat in P: atque ab eo puncto ducatur P T æquidiſtans ipſi B D; et P S ad B D perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum B D: quam vero proportionem habet portio ad humidum, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionem: et quam pars demerſa ad totam, eandem habet quadratum



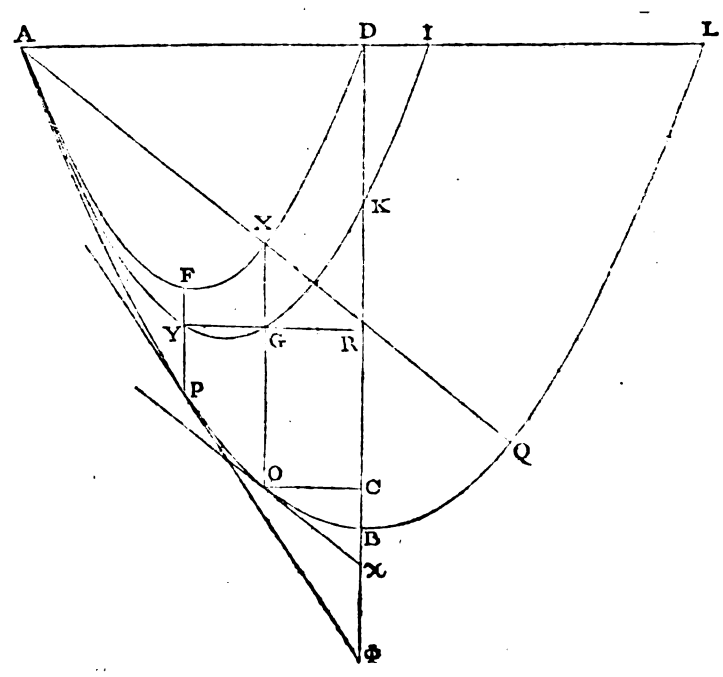
T P ad B D quadratum: erit linea Ψ æqualis ipſi T P. Quare et lineæ M N, P T; itemque portiones A M Q, A P O inter ſe ſunt æquales. Quod cum in portionibus æqualibus, et ſimilibus, A P O L, A M Q L ab extremitatibus baſium ductæ ſint A O, A Q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; et anguli, qui ad Y, G: et lineæ Y B, G B, et B C, B S inter ſe æquales erunt. Quare et ipſæ C R, S R: et M V, P Z: et V N, Z T. Quoniam igitur M V minor eſt, quam dupla V N; conſtat P Z ipſius Z T minorem eſſe, quam duplam. Sit P Ω dupla ipſius Ω T: et juncta Ω K ad E producatur. Ergo totius quidem portionis centrum gravitatis erit punctum K; partis ejus, quæ in humido eſt, centrum Ω; ejus vero, quæ extra humidum in

Digitized by Google

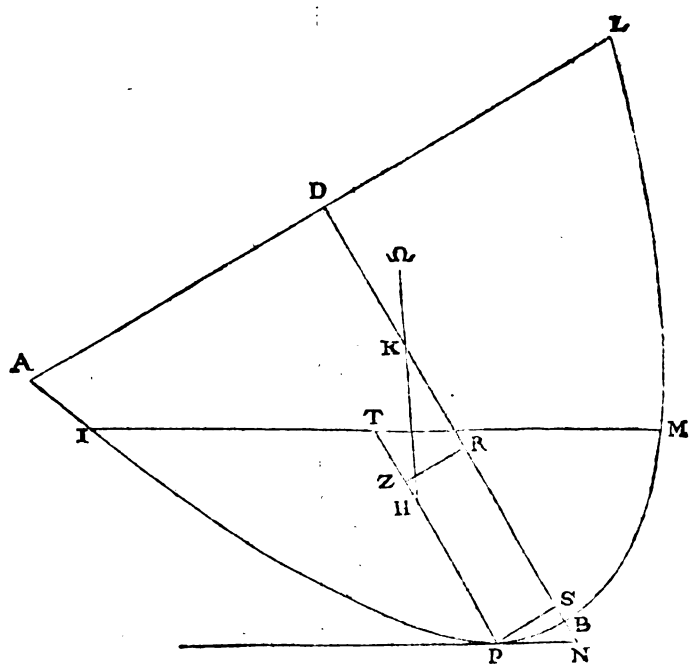
linea KE, quod ſit E. Sed linea KZ perpendicularis erit ad ſuperficiem humidi. Quare et lineæ quæ per puncta E, Ω, æquidiſtantes ipſi KZ ducuntur. Non ergo manebit portio, ſed revolvetur ita, ut baſis ipſius ſuperficiem humidi nullo modo contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens, ſurſum fertur ex parte A. Perſpicuum eſt igitur portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum majorem angulo χ.

DEMONSTRATIO TERTIÆ PARTIS.

Habeat deinde portio ad humidum eam in gravitate proportionem, quam quadratum XO habet ad quadratum BD: et in humidum demittatur adeo inclinata, ut baſis ipſius non contingat humidum. Secta autem ipſa per axem plano ad humidi ſuperficiem recto, ſolidi ſectio ſit rectanguli coni ſectio APML: ſuperficiei humidi ſectio ſit IM: axis portionis, et ſectionis diameter BD: ſeceturque BD ſicuti prius: et ducatur PN quidem ipſi IM æquidiſtans, et contingens ſectionem in P; PT vero æquidiſtans BD, et PS ad ipſam BD perpendicularis. Demonſtrandum eſt, portionem non conſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi contingat. Maneant enim eadem, quæ in ſuperiori figura:



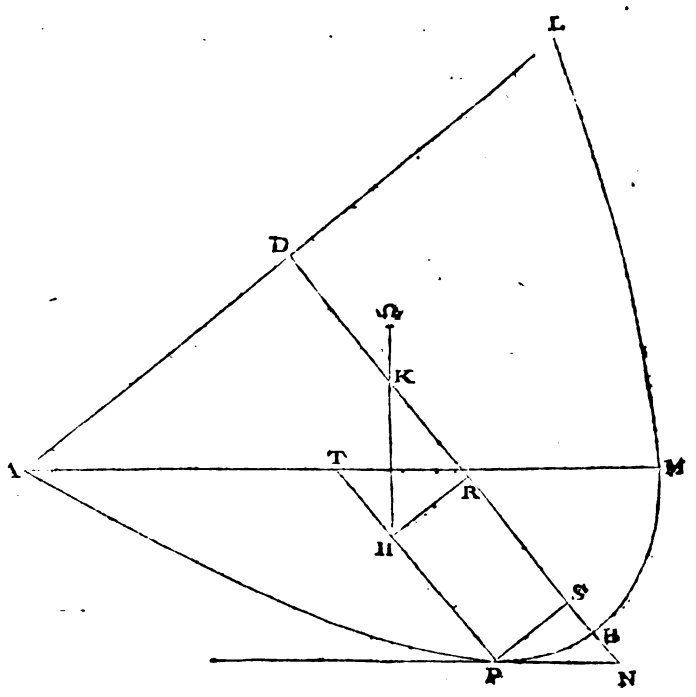
ducaturque OC ad BD perpendicularis: et juncta AX ad Q producatur. Erit AX æqualis ipſi XQ. Deinde ducatur Oχ ipſi AQ æquidiſtans. Quoniam igitur portio ad humidum eam in gravitate proportionem habere ponitur, quam quadratum XO ad quadratum BD: et eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum TP ad quadratum BD: æqualis utique erit TP ipſi XO: cumque portionum IPM, AOQ diametri ſint æquales, et portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus AOQL, APML, ductæ ſunt lineæ AQ, IM, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: conſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutum cum diametro totius portionis. Et quoniam angulus, qui ad χ, minor eſt angulo,



qui ad N; major erit BC, quam BS: CR autem, quam SR minor. Quare et OG minor, quam PZ: et GX major, quam ZT. Ergo PZ major eſt, quam dupla ZT; quia OG ipſius GX eſt dupla. Sit PH dupla HT: et juncta HK ad Ω producatur. Erit totius quidem portionis centrum gravitatis K; partis ejus, quæ intra humidum, H; ejus vero, quæ extra humidum, in linea KΩ, quod ſit Ω. Itaque demonſtrabitur ſimiliter et KZ ad humidi ſuperficiem perpendicularis, et quæ per puncta H, Ω æquidiſtantes ipſi KZ ducuntur. Quare non manebit portio, ſed inclinabitur, donec baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi: atque ita conſiſtet. Nam in portionibus æqualibus AOQL, APML, ductæ erunt ab extremitatibus baſium AQ, AM, quæ

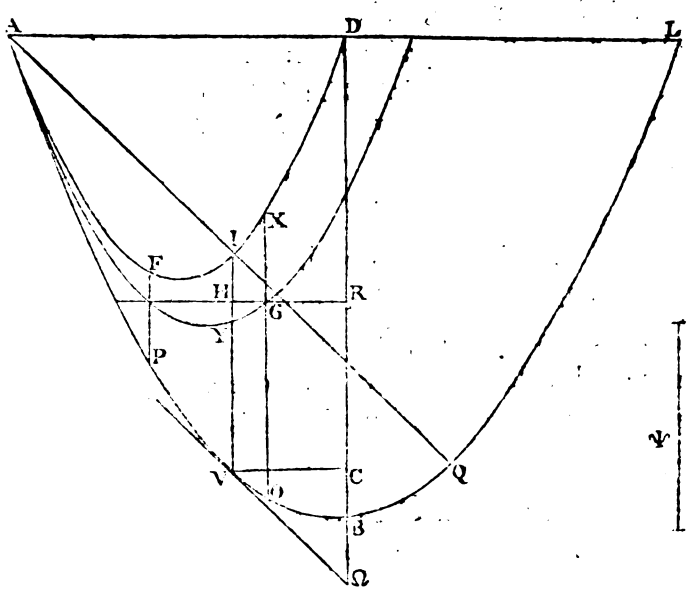
Digitized by Google

æquales portiones abſcindunt: etenim AOQ ipſi APM, ut in ſuperioribus, æqualis demonſtrabitur. Ergo æquales faciunt acutos angulos AQ, AM cum diametris baſium: quod anguli ad χ et N æquales ſint. Quare ſi ducta HK ad Ω producatur, erit totius portionis gravitatis centrum K; partis ejus, quæ in humido, H; at ejus, quæ extra humidum, in linea HK; quod ſit Ω: et HK ad humidi ſuperficiem perpendicularis. Per eaſdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido eſt, ſurſum, et quod extra humidum deorſum feretur. Quare manebit portio, cujus baſis humidi ſuperficiem in uno puncto continget: et axis cum ipſa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonſtrabitur portionem, quæ ad humidum in gravitate eandem proportionem habeat, quam quadratum PF ad quadratum BD in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: et axis cum ipſa faciat angulum angulo Φ æqualem.



DEMONSTRATIO QUARTÆ PARTIS.

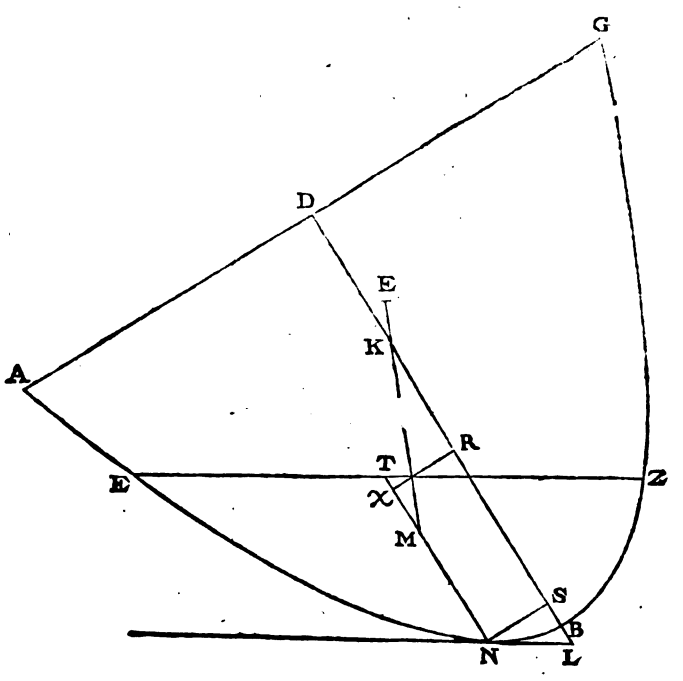
Habeat rurſum portio ad humidum in gravitate proportionem quidem majorem, quam quadratum FP ad quadratum BD; minorem vero, quam quadratum XO ad BD quadratum: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem habeat quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum BD. Erit Ψ major, quam FP, et minor, quam XO. Aptetur ergo quædam recta linea IV inter portiones AVQL, AXD interjecta, quæ ſit æqualis Ψ, et ipſi BD æquidiſtans: occurratque reliquæ ſectioni in Y. Rurſus VY dupla ipſius YI demonſtrabitur, ſicuti demonſtrata eſt OG ipſius GX dupla. Ducatur autem ab V linea VΩ, quæ ſectionem AVQL in V contingat: et juncta AI ad Q producatur. Eodem modo oſtendemus lineam AI ipſi IQ æqualem eſſe: et AQ ipſi VΩ æquidiſtantem. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, ita conſiſtere, ut baſis in humidum magis demergatur quam ut in uno puncto ejus ſuperficiem contingat.

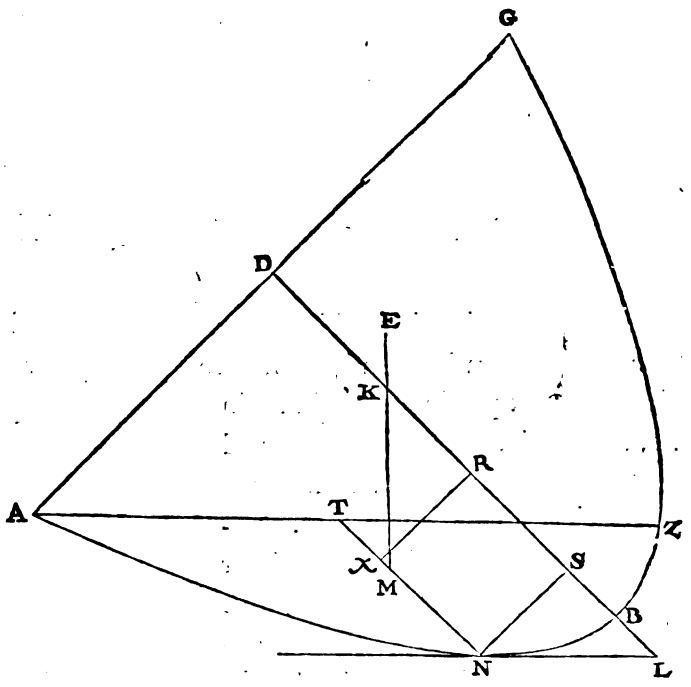


Demittatur enim in humidum, ut dictum eſt; et jaceat primo ſic inclinata, ut baſis nullo modo contingat ſuperficiem humidi. Secta autem ipſa plano per axem ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio ANZG; ſuperficiei humidi EZ: axis portionis, et ſectionis diameter BD: ſeceturque BD in punctis K, R, ſicuti prius; et ducatur NL quidem ipſi EZ æquidiſtans; quæ contingat ſectionem ANZG in N; et NT æquidiſtans ipſi BD: NS vero ad BD perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit a linea Ψ ad quadratum BD: erit Ψ ipſi NT æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. Quare et NT eſt æqualis ipſi VI. Portiones igitur AVQ, ENZ inter ſe ſunt

Digitized by Google

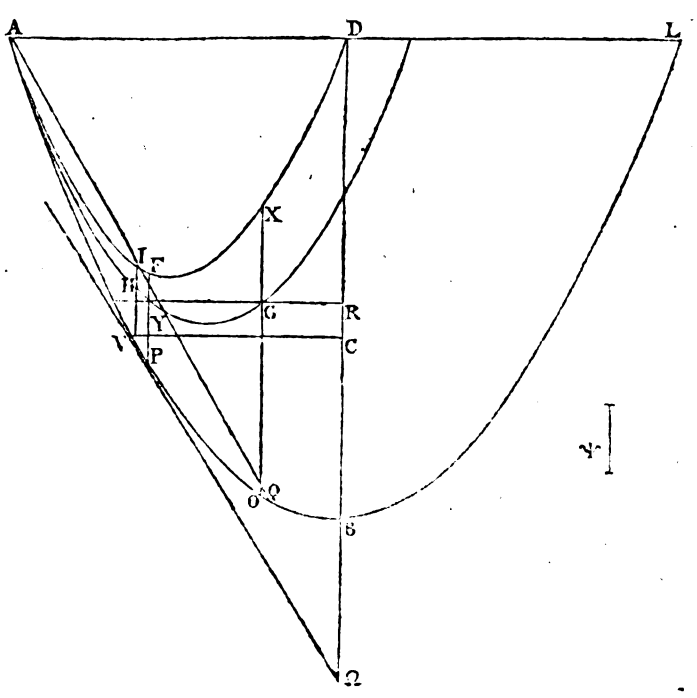
æquales. Et cum in æqualibus, et ſimilibus portionibus AVQL, ANZG ductæ ſint AQ, EZ, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate baſis ducitur. At triangulorum NLS, VΩC angulus ad L angulo ad Ω major eſt. Ergo BS minor erit, quam BC: et SR major, quam CR: ideoque Nχ major, quam VH; et χT minor, quam HI. Quoniam igitur VY dupla eſt ipſius YI; conſtat Nχ majorem eſſe, quam duplam χT. Sit NM dupla ipſius MT. Perſpicuum eſt ex iis, quæ dicta ſunt, non manere portionem; ſed inclinari, donec ejus baſis contingat ſuperficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura: et alia eadem diſponantur demonſtrabimus rurſum NT æqualem eſſe ipſi VI: et portiones AVQ, ANZ inter ſeſe æquales. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus AVQL, ANZG ductæ ſunt AQ, AZ, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos continebunt. Ergo triangulorum NLS, VΩC anguli, qui conſiſtunt ad L, Ω puncta, æquales ſunt: et BS recta linea æqualis ipſi BC: SR ipſi CR, Nχ ipſi VH: et χT ipſi HI. Quod cum VY dupla ſit ipſius YI, erit Nχ major, quam dupla χT. Sit igitur NM ipſius MT dupla. Rurſus ex his manifeſtum eſt, non manere ipſam portionem; ſed inclinari ex parte A: ponebatur autem portio humidi ſuperficiem in uno puncto contingere. Ergo neceſſe eſt, ut ejus baſis in humidum magis demergatur.





DEMONSTRATIO QUINTÆ PARTIS.

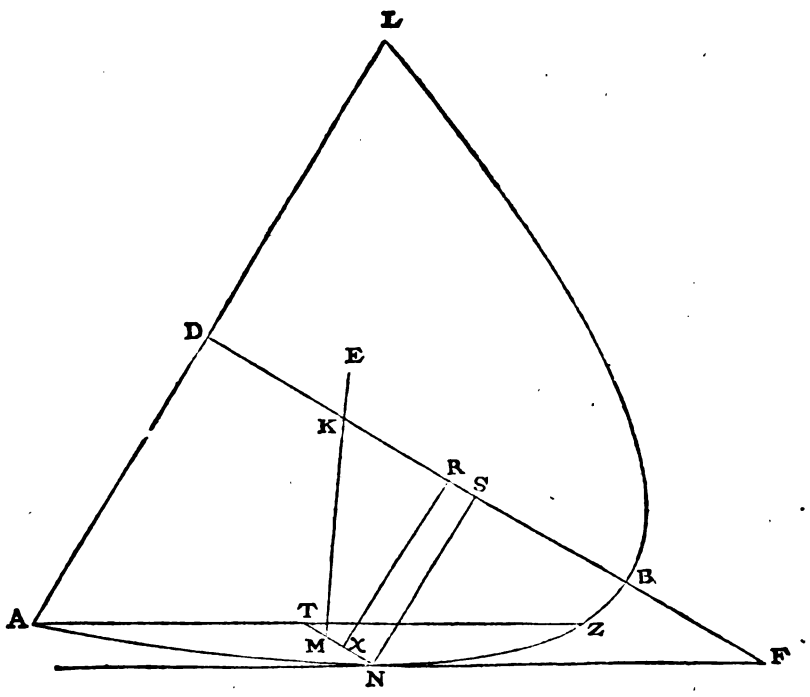
Habeat denique portio ad humidum in gravitate minorem proportionem, quam quadratum FP ad quadratum BD: et quam proportionem habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum, quod fit a linea Ψ habeat ad quadratum BD. Erit Ψ minor ipſa PF. Rurſus aptetur quædam recta linea VI, ſectionibus AVQL, AXD interjecta, et ipſi BD æquidiſtans; quæ mediam coni ſectionem in puncto H, et rectam lineam RY in Y ſecet. Demonſtrabitur VH dupla HI, quemadmodum demonſtrata eſt OG ipſius GX dupla. Ducatur poſtea VΩ contingens AVQL ſectionem in V: et GC ad BD perpendicularis:

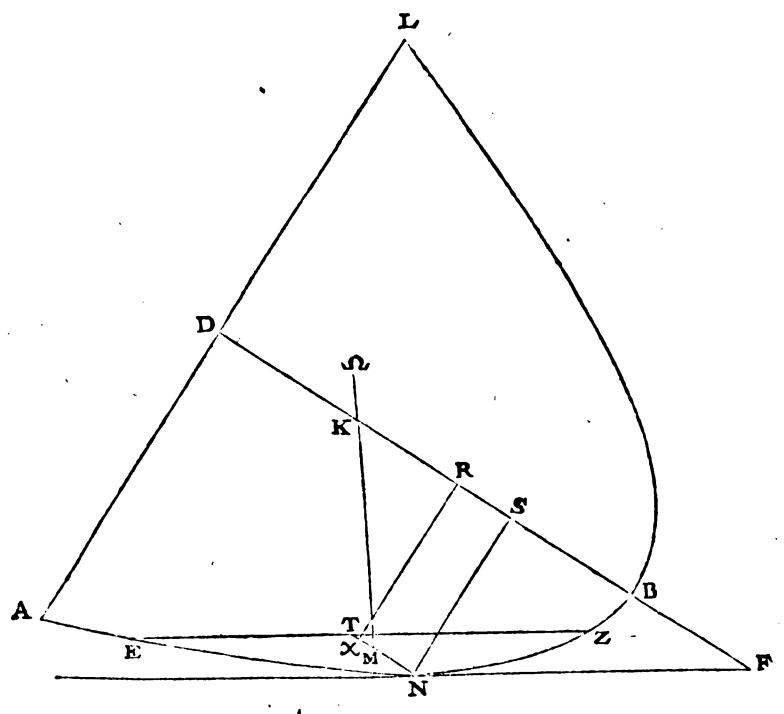


Digitized by Google

junctaque A I producatur ad Q. Erit ergo A I æqualis I Q: et A Q ipſi G Ω æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamque adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem angulo Φ: et baſis humidi ſuperficiem nullo modo contingat.

Demittatur enim in humidum; et conſiſtat ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi. Secta autem portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio A N Z L rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi A Z: axis autem portionis, et ſectionis diameter B D: ſeceturque B D in punctis K, R, ut ſuperius dictum eſt: et ducatur N F quidem ipſi A Z æquidiſtans, et contingens coni ſectionem in puncto N; N T vero æquidiſtans ipſi B D: et N S ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in gravitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à Ψ ad quadratum B D: et quam habet portio ad humidum in gravitate, eandem quadratum N T habet ad B D quadratum, ex iis, quæ dicta ſunt: conſtat N T lineæ Ψ æqualem eſſe. Quare et portiones A N Z, A G Q ſunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, et ſimilibus A G Q L, A N Z L, ab extremitatibus baſium ductæ ſunt A Q, A Z, quæ æquales portiones abſcindunt: perſpicuum eſt angulos facere æquales cum portionum diametris: et triangulorum N F S, G Ω C, angulos, qui ad F, Ω æquales eſſe: itemque æquales inter ſe, S B, C B; et S R, C R. Quare et N χ, G Y æquales: et χ T, Y I. Cumque G H dupla ſit ipſius H I, erit N χ minor, quam dupla ipſius χ T. Sit igitur N M ipſius M T dupla: et juncta M K protrahatur ad E. Itaque centrum gravitatis totius erit punctum K: partis ejus, quæ eſt in humido, punctum M: ejus autem, quæ extra humidum, in linea protracta, quod ſit E. Ergo ex proxime demonſtratis patet, non manere portionem, ſed inclinari adeo, ut baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. At vero portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo Φ minorem, ſic demonſtrabitur. Conſiſtat enim, ſi fieri poteſt, ut non faciat angulum minorem angulo Φ: et alia eadem diſponantur; ut in ſubjecta figura. Eodem modo demonſtrabimus N T æqualem eſſe Ψ, et propterea ipſi G I. Et quoniam triangulorum P Φ C, N F S angulus F non eſt minor angulo Φ, non erit B S major,





Digitized by Google

quam BC. Ergo neque SR minor quam CR: neque Nχ minor quam PY. Sed cum PF ſit major, quam NT: ſitque PF ſeſquialtera PY: erit NT minor, quam ſeſquialtera Nχ: et idcirco Nχ major quam dupla χT. Sit autem NM dupla MT: et juncta MK producatur. Conſtat igitur ex jam dictis non manere portionem; ſed revolvi ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo Φ minorem.

Digitized by Google

ARCHIMEDIS,

UT ALIQUI CREDUNT,

LEMMATA

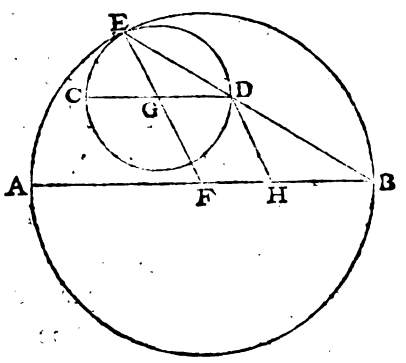
ABRAHAMI ECCHELLENSIS STUDIO

EX ARABICO IN LATINUM SERMONEM CONVERSA.

PROPOSITIO I.

SI mutuo se tangant duo circuli, ut duo circuli A E B, C E D in E, fuerintque eorum diametri parallelæ, ut sunt duæ diametri A B, C D, et jungantur duo puncta B, D, et contactus E lineis D E, B D, erit linea B E recta.

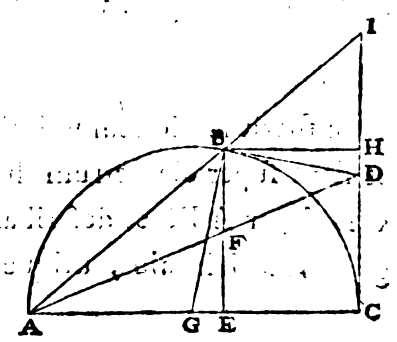
Sint duo centra G, F, et jungamus G F, et producamus ad E, et educamus D H parallelam ipsi G F. Et quia H F æqualis est ipsi G D, suntque G D, E G æquales; ergo ex æqualibus F B, F E remanebunt G F, nempe D H, et H B, quæ erunt æquales, atque duo anguli H D B, H B D æquales. Et quia duo anguli E G D, E F B atque duo anguli E G D, D H B sunt æquales, remanebunt duo anguli G E D, G D E, qui inter se, et duobus angulis H D B, H B D æquales erunt. Ergo angulus E D G æqualis est angulo D B F. Et comprehensus angulus G D B est communis. Ergo erunt duo anguli G D B, F B D (qui sunt pares duobus rectis) æquales duobus angulis G D B, G D E. Igitur ipsi quoque sunt æquales duobus rectis. Ergo linea E D B est recta: et hoc est, quod voluimus.



PROP. II.

Sit C B A semicirculus, quem rectæ contingant D C, D B; sitque B E ad A C normalis; ducaturque recta A D et occurrat rectæ B E in F. Erit B F ipsi F E æqualis.

Jungatur enim A B, eaque cum C D producta in puncto I concurrat. Tum vero a puncto G, quod semicirculi C B A centrum est, jungatur G B; ducaturque, a puncto B, B H ipsi A C parallela. Et quoniam angulus E B H æqualis est angulo G B D, erit utique angulus D B H, communi ablato E B D, æqualis angulo G B E. Æqualis est autem angulus I B H angulo A B G, cum uterque angulo I A C sit æqualis. Igitur angulus I B D, qui ex duobus componitur D B H, I B H, æqualis est angulo A B E, qui componitur ex duobus G B E, A B G. At vero etiam angulus B I D æqualis est angulo A B E. Igitur angulus I B D æqualis est angulo B I D. Quæ enim eidem



Digitized by Google

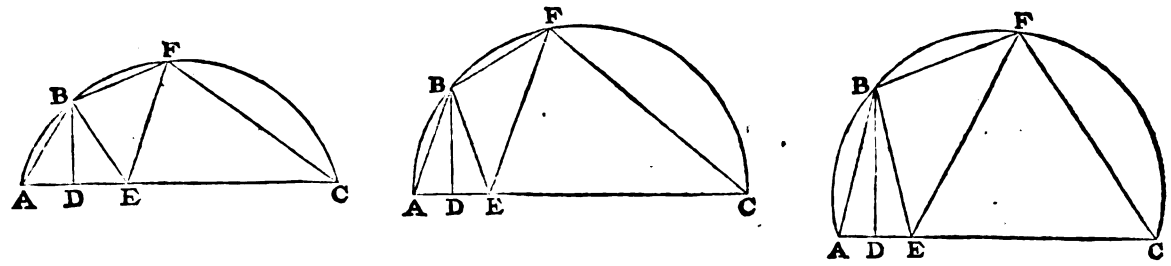
ſunt æqualia et ſibi invicem ſunt æqualia. Hinc etiam recta BD rectæ ID æqualis eſt. Et cum æquales invicem ſint rectæ BD, DC, æquales invicem erunt ipſæ etiam ID, DC. Quoniam vero ſimilia ſunt triangula tum AID, ABF; tum AIC, ABE; tum ADC, AFE; ut ID ad BF, ita ſe habet DC ad FE; et permutando, ut ID ad DC, ita BF ad FE. Æqualis eſt autem ID ipſi DC. Æqualis eſt igitur etiam BF ipſi FE. Quod oportebat demonſtrare.

Atque ita propoſitio vera eſſe deprehenditur, quo normalis cunque cadat BE, quam Arabus Interpres ponit in centrum G cadere, Græci Auctoris mentem non aſſecutus. Itaque, rejecta ejus demonſtratione ut peculiari, generaliſſimam attulimus.*

PROP. III.

Sit CA ſegmentum circuli, et B punctum ſuper illud ubicumque, et BD perpendicularis ſuper AC, et ſegmentum DE æquale DA, et arcus BF æqualis arcui BA: utique juncta CF erit æqualis ipſi CE.

Demonſtratio. Jungamus lineas AB, BF, FE, EB. Et quia arcus BA æqualis eſt arcui BF, erit AB æqualis BF. Et quia AD æqualis eſt ED, et duo anguli D ſunt recti, et DB communis, ergo

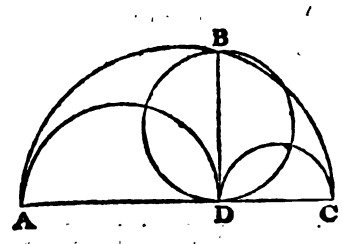


AB æqualis eſt BE, et propterea BF, BE ſunt æquales; et duo anguli BFE, BEF ſunt æquales. Et quia quadrilaterum CFBA eſt in circulo, erit angulus CFB cum angulo CAB ipſi oppoſito, immo cum angulo BEA, æqualis duobus rectis. Sed angulus CEB cum angulo BEA, æquales ſunt duobus rectis. Ergo duo anguli CFB, CEB ſunt æquales, et remanent CFE, CEF æquales. Ergo CE æqualis eſt CF: et hoc eſt quod voluimus.

PROP. IV.

Sit ABC ſemicirculus, et fiant ſuper AC diametrum duo ſemicirculi, quorum unus AD, alter vero DC, et DB perpendicularis. Utique figura proveniens, quam vocat Archimedes *ARBELON*, id eſt ſuperficies comprehenſa ab arcu ſemicirculi majoris, et duabus circumferentiis ſemicirculorum minorum, eſt æqualis circulo, cujus diameter eſt perpendicularis DB.

Demonſtratio. Quia linea DB media proportionalis eſt inter duas lineas DA, DC, erit planum AD in DC æquale quadrato DB. Et ponamus AD in DC cum duobus quadratis AD, DC communiter. Fiet planum AD in DC bis cum duobus quadratis AD, DC, nempe quadratum AC, æquale duplo quadrati DB cum duobus quadratis AD, DC. Et proportio circulorum eadem eſt, ac proportio quadratorum. Ergo circulus, cujus diameter eſt AC, æqualis eſt duplo circuli, cujus diameter eſt DB cum duobus circulis, quorum diametri ſunt AD, DC, et ſemicirculus AC æqualis eſt circulo, cujus diameter eſt DB cum duobus ſemicirculis AD, DC. Et auferamus duos ſemicirculos AD, DC communiter, remanent figura, quam continent ſemicirculi AC, AD, DC: et eſt figura, quam vocavit Archimedes Arbelon, æqualis circulo, cujus diameter eſt DB, et hoc eſt quod voluimus.



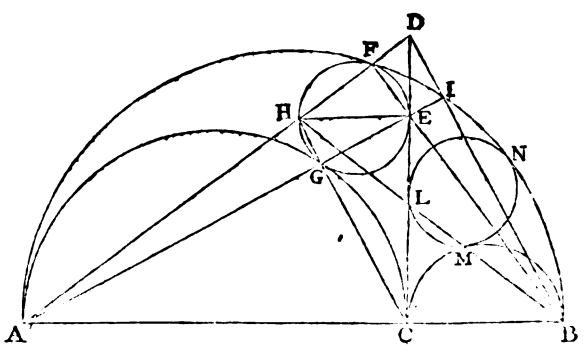
PROP. V.

Si fuerit ſemicirculus AB, et ſignatum fuerit in ejus diametro punctum C ubicumque, et fiant ſuper diametrum duo ſemicirculi AC, CB, et educatur ex C perpendicularis CD ſuper AB, et deſcribantur ad utraſque partes duo circuli tangentes illam, et tangentes ſemicirculos, utique illi duo circuli ſunt æquales.

* Vide Præfationem, Pag. xix.

Digitized by Google

Demonſtratio. Sit alter circulorum tangens DC in E, et ſemicirculum AB in F, et ſemicirculum AC in G, et educamus diametrum HE. Erit parallela diametro AB, eo quod duo anguli HEC, ACE, ſunt recti. Et jungamus FH, HA, ergo linea AF eſt recta, uti dictum eſt in propoſitione 1. et occurrent AF, CE in D, eo quod egrediuntur ab angulis A, C minoribus duobus rectis. Et jungamus etiam FE, EB. Ergo EFB eſt etiam recta, uti diximus: et eſt perpendicularis ſuper AD, eo quod angulus AFB eſt rectus, quia cadit in ſemicirculum AB. Et jungamus HG, GC. Erit HC etiam recta. Et jungamus EG, GA. Erit EA recta, et producamus eam ad I. Et jungamus BI,

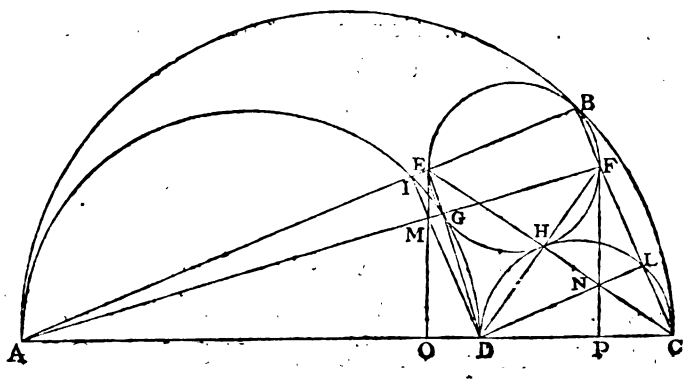


quæ ſit etiam perpendicularis ſuper AI. Et jungamus DI. Et quia AD, AB ſunt duæ rectæ, et educta ex D ad lineam AB perpendicularis DC, et ex B ad DA perpendicularis BF; quæ ſe mutuo ſecant in E, et educta AE ad I eſt perpendicularis ſuper BI, erunt BID rectæ, quemadmodum oſtendimus in Propoſitionibus, quas confecimus in expoſitione tractatus de triangulis rectangulis. Et quia duo anguli AGC, AIB ſunt recti, utique BD, CG ſunt parallelæ, et proportio AD ad DH, quæ eſt ut AC ad HE, eſt ut proportio AB ad BC. Ergo rectangulum AC in CB æquale eſt rectangulo AB in HE. Et ſimiliter demonſtratur in circulo LMN, quod rectangulum AC in CB æquale ſit rectangulo AB in ſuam diametrum: et demonſtratur inde etiam, quod duæ diametri circulorum EFG, LMN, ſint æquales. Ergo illi duo circuli ſunt æquales. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. VI.

Si fuerit ſemicirculus ABC, et in ejus diametro ſumatur punctum D, et fuerit AD ipſius DC ſeſquialtera, et deſcribantur ſuper AD, DC duo ſemicirculi, et ponatur circulus EF inter tres ſemicirculos tangens eos, et educatur diameter EF in illo parallela diametro AC, reperiri debet proportio diametri AC ad diametrum EF.

Jungamus enim duas lineas AE, EB, et duas lineas CF, FB. Erunt CB, AB rectæ, uti dictum eſt in prima propoſitione. Deſcribamus etiam duas lineas FGA, EHC: oſtendeturque eſſe quoque rectas ſimiliter duas lineas DE, DF. Et jungamus DI, DL, et EM, FN, et producamus eas ad O, P. Et quia in triangulo AED, AG eſt perpendicularis ad ED, et DI eſt quoque perpendicularis ad AE, et jam ſe mutuo ſecuerunt in M, ergo EMO erit etiam perpendicularis, quemadmodum oſtendimus in expoſitione, quam confecimus de proprietatibus triangulorum, et cujus demonſtratio jam quidem præceſſit in ſuperiori propoſitione. Similiter quoque erit FP perpendicularis ſuper CA. Et quia duo anguli, qui ſunt apud L, et B ſunt recti, erit DL parallela ipſi AB, et pariter DI ipſi CB. Igitur proportio AD



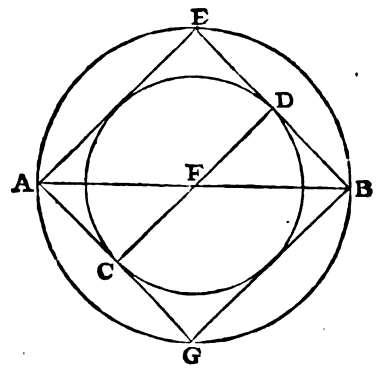
ad DC eſt ut proportio AM ad FM, immo ut proportio AO ad OP. Et proportio CD ad DA ut proportio CN ad NE, immo ut proportio CP ad PO. Et erat AD ſeſquialtera DC. Ergo AO eſt ſeſquialtera OP: et OP ſeſquialtera CP. Ergo tres lineæ AO, OP, PC ſunt proportionales: et in eadem menſura, in qua eſt PC quatuor, erit OP ſex, et AO novem, et CA novendecim. Et quia PO æqualis eſt EF, erit proportio AC ad EF ut novendecim ad ſex. Igitur reperimus dictam proportionem. Etiam ſi fuerit AD ad DC qualiſcumque, ut ſeſquitertia aut ſeſquiquarta, aut alia, erit judicium, et ratio, uti dictum eſt. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. VII.

Si circulus circa quadratum deſcriptus fuerit, et alius intra illud, utique erit circumſcriptus duplus inſcripti.

Digitized by Google

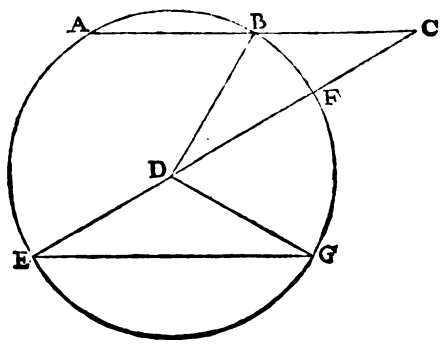
Sit itaque circulus comprehendens quadratum A B, circulus A B, et inſcriptus C D, et ſit diameter quadrati A B, et eſt diameter circuli circumſcripti, et educamus C D diametrum circuli inſcripti parallelam ipſi A E, quæ eſt ei æqualis. Et quia quadratum A B duplum eſt quadrati A E, ſive D C; et proportio quadratorum ex diametris circulorum eſt eadem proportioni circuli ad circulum, igitur circulus A B duplus eſt circuli C D, et hoc eſt quod voluimus.



PROP. VIII.

Si egrediatur in circulo linea A B ubicumque, et producatur in directum, et ponatur B C æqualis ſemidiametro circuli et jungatur ex C ad centrum circuli, quod eſt D, et producatur ad E, erit arcus A E triplus arcus B F.

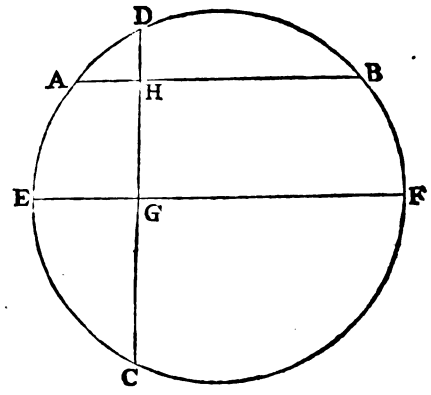
Educamus igitur E G parallelam ipſi A B, et jungamus D B, D G. Et quia duo anguli D E G, D G E ſunt æquales, erit angulus G D C duplus anguli D E G. Et quia angulus B D C æqualis eſt angulo B C D, et angulus C E G æqualis eſt angulo A C E, erit angulus G D C duplus anguli C D B, et totus angulus B D G triplus anguli B D C: et arcus B G æqualis arcui A E, triplus eſt arcus B F. Et hoc eſt, quod voluimus.



PROP. IX.

Si mutuo ſe ſecuerint in circulo duæ lineæ A B, C D, (ſed non in centro) ad angulos rectos, utique duo arcus AD, C B ſunt æqua-
les duobus arcubus A C, D B.

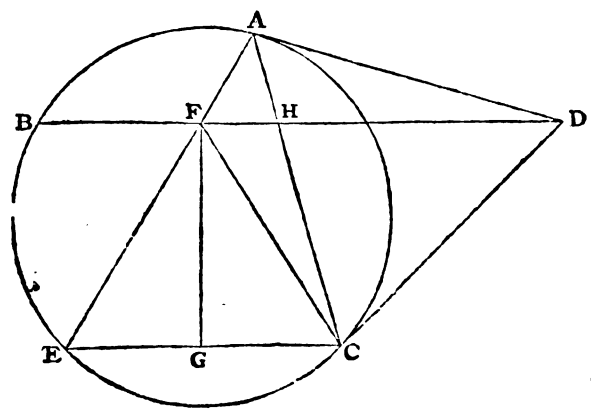
Educamus diametrum E F parallelam ipſi A B, quæ ſecet C D bifariam in G, erit E C æqualis ipſi E D. Et quia tam arcus E D F, quam E C F eſt ſemicirculus, et arcus E D æqualis arcui E A cum arcu A D, erit arcus C F cum duobus arcubus E A, A D æqualis ſemicirculo. Et arcus E A æqualis arcui B F. Ergo arcus C B cum arcu A D æqualis eſt ſemicirculo. Et remanent duo arcus E C, E A, nempe arcus A C cum arcu D B æquales illi. Et hoc eſt quod voluimus.



PROP. X.

Si fuerit circulus A B C, et D A tangens illum, et D B ſecans illum, et D C etiam tangens, et ducta fuerit C E parallela ipſi D B, et juncta fuerit E A ſecans D B in F, et ducta fuerit ex F perpendicularis F G ſuper C E; utique bifariam ſecabit illam in G.

Jungamus A C, et quia D A eſt tangens, et A C ſecans circulum, erit angulus D A C æqualis angulo cadenti in alterno ſegmento A C, nempe angulo A E C. Et eſt æqualis angulo A F D, eo quod C E, B D ſunt parallelæ. Ergo anguli D A C, A F D ſunt æquales. Et in duobus triangulis D A F, A H D ſunt duo anguli A F D, H A D æquales, et angulus D communis: propterea erit rectangulum F D in D H æquale quadrato D A, immo quadrato D C. Et quia proportio F D ad

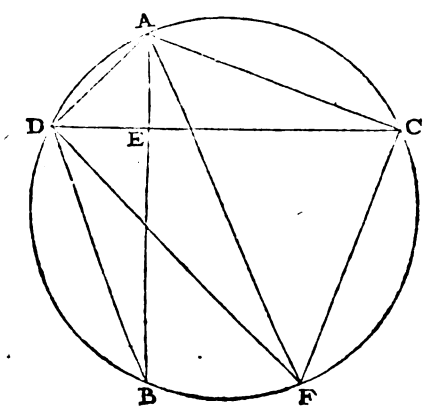


Digitized by Google

DC eſt eadem proportioni CD ad DH, et angulus D communis, erunt triangula DFC, DCH ſimilia: et angulus DFC æqualis DCH, qui æqualis eſt angulo DAH. Et hic eſt æqualis angulo AFD. Ergo duo anguli AFD, CFD ſunt æquales. Et DFC æqualis angulo FCE: et erat DFA æqualis angulo AEC. Ergo in triangulo FEC ſunt duo anguli C, E æquales; et duo anguli G recti. Et latus GF commune. Propterea erit CG æqualis ipſi GE. Ergo CE biſariam ſecatur in G. Et hoc eſt, quod voluimus.

PROP. XI.

Si mutuo ſe ſecuerint in circulo duæ lineæ AB, CD ad angulos rectos in E, quod non ſit in centro, utique omnia quadrata AE, BE, EC, ED æqualia ſunt quadrato diametri.

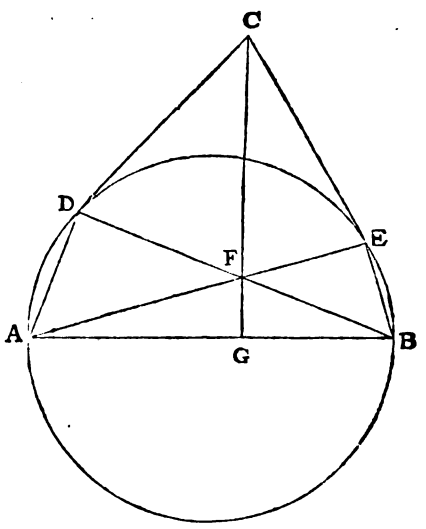


Educamus diametrum AF, et jungamus lineas AC, AD, CF, DB. Et quia angulus AED eſt rectus, erit æqualis angulo ACF, et angulus ADC æqualis AFC, eo quod ſunt ſuper arcum AC. Et remanent in duobus triangulis ADE, AFC duo anguli CAF, DAE æquales. Erunt pariter duo arcus CF, DB æquales: immo et duæ cordæ eorum æquales. Et duo quadrata DE, EB æquantur quadrato BD, nempe CF; et duo quadrata AE, EC æquantur quadrato CA. Et duo quadrata CF, CA æquantur quadrato FA, nempe diametri. Igitur quadrata AE, EB, CE, ED omnia ſunt æqualia quadrato diametri. Et hoc eſt quod voluimus.

PROP. XII.

Si fuerit ſemicirculus ſuper diametrum AB, et eductæ fuerint ex C duæ lineæ tangentes illum in duobus punctis D, E, et junctæ fuerint EA, DB ſe mutuo ſecantes in F, et juncta fuerit CF, et producatur ad G, erit CG perpendicularis ad AB.

Jungamus DA, EB. Et quia angulus BDA eſt rectus, erunt duo anguli DAB, DBA reliqui in triangulo DAB æquales uni recto. Et angulus AEB rectus. Igitur ſunt æquales ei. Et ponamus angulum FBE communem. Ambo anguli DAB, ABE ſunt æquales FBE, FEB, immo angulo DFE externo in FBE. Et quia CD eſt tangens circulum, et DB ſecans illum, angulus CDB æquatur angulo DAB. Et pariter angulus CEF æquatur angulo EBA. Ergo duo anguli CEF, CDF ſimul æquales ſunt angulo DFE. Et jam quidem planum fit ex noſtro tractatu de figuris quadrilateris, quod ſi educantur inter duas lineas æquales ſibi occurrentes in aliquo puncto, uti ſunt duæ lineæ CD, CE, duæ lineæ ſe mutuo ſecantes, uti ſunt duæ linæ DF, EF, et fuerit angulus ab illis contentus ut eſt angulus F æqualis duobus angulis, qui occurrunt duabus [lineis] ſe invicem ſecantibus, uti ſunt duo anguli E, D ſimul, erit linea egrediens a puncto concurſus ad punctum ſectionis, uti eſt linea CF æqualis cuilibet linearum ſibi occurrentium, ut CD, vel CE. Propterea erit CF æqualis ipſi CD. Ergo angulus CFD eſt æqualis angulo CDF, nempe angulo DAG. Sed angulus CFD cum angulo DFG eſt æqualis duobus rectis: ergo angulus DAG cum angulo DFG æqualis eſt duobus rectis. Et remanent in quadilatero ADFG duo anguli ADF, AGF æquales duobus rectis. Sed angulus ADB rectus eſt, ergo angulus AGC eſt rectus. Et CG perpendicularis ad AB; et hoc eſt quod voluimus.

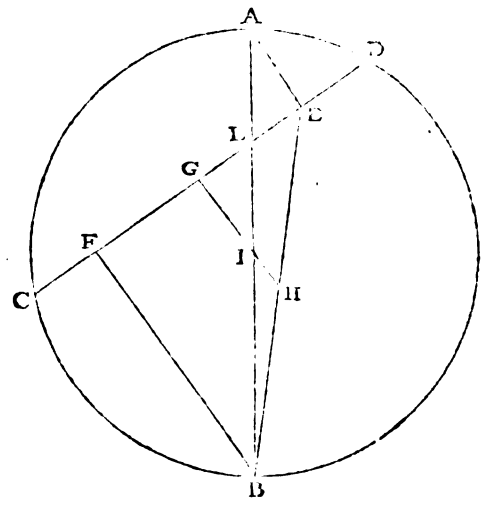


PROP. XIII.

Si mutuo ſe ſecent duæ lineæ AB, CD in circulo, et fuerit AB diameter illius, at non CD, et educantur ex duobus punctis A, B duæ perpendiculares ad CD, quæ ſint AE, BF; utique abſcindent ex illa CF, DE æquales.

Digitized by Google

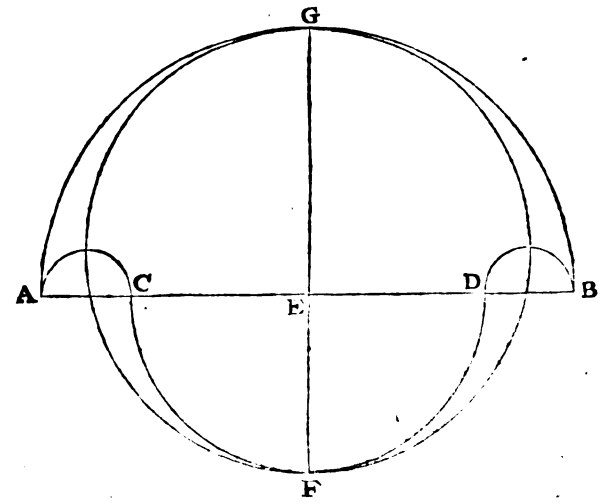
Jungamus E B, et educamus ex I, quod eſt centrum, perpendicularem I G ſuper C D, et producamus eam ad H in E B. Et quia I G eſt perpendicularis ex centro ad C D illam bifariam dividet in G: et quia I G, A E ſunt duæ perpendiculares ſuper illam, erunt parallelæ: et quia B I æqualis eſt I A, erit B H æqualis ipſi H E: et propter earum æqualitatem, et quia B F eſt parallela ipſi H G erit F G æqualis ipſi G E. Et ex G C, G D æqualibus remanent F C, E D æquales. Et hoc eſt quod voluimus.



PROP. XIV.

Si fuerit A B ſemicirculus, et ex ejus diametro A B diſſectæ ſint A C, B D æquales, et efficiantur ſuper lineas A C, C D, D B ſemicirculi; et ſit centrum duorum ſemicirculorum A B, C D punctum E, et ſit E F perpendicularis ſuper A B, et producatur ad G: utique circulus, cujus diameter eſt F G, æqualis eſt ſuperficiei contentæ a ſemicirculo majori, et a duobus ſemicirculis qui ſunt intra illum, et a ſemicirculo medio qui eſt extra illum. Et eſt figura, quam vocat Archimedes Salinon.

Quia D C bifariam ſecatur in E, et addita eſt illi C A, erunt duo quadrata D A, C A dupla duorum quadratorum D E, E A. Sed F G æqualis eſt ipſi D A. Ergo duo quadrata F G, A C dupla ſunt duorum quadratorum D E, E A. Et quia A B dupla eſt A E, et C D dupla quoque E D, erunt duo quadrata A B, D C quadrupla duorum quadratorum D E, E A, immo dupla duorum quadratorum G F, A C. Similiter etiam duo circuli, quorum diametri ſunt A B, D C dupli ſunt eorum, quorum diametri ſunt G F, A C: et dimidii eorum, quorum diametri ſunt A B, C D æquales duobus circulis, quorum diametri ſunt G F, A C. Sed circulus, cujus diameter A C, eſt æqualis duobus ſemicirculis A C, B D. Ergo ſi auferamus ex illis duos ſemicirculos A C, B D, qui ſunt communes, remanet figura contenta a quatuor ſemicirculis A B, C D, D B, A C, (quæ ea eſt, quam vocat Archimedes Salinon) æqualis circulo, cujus diameter eſt F G. Et hoc eſt quod voluimus.



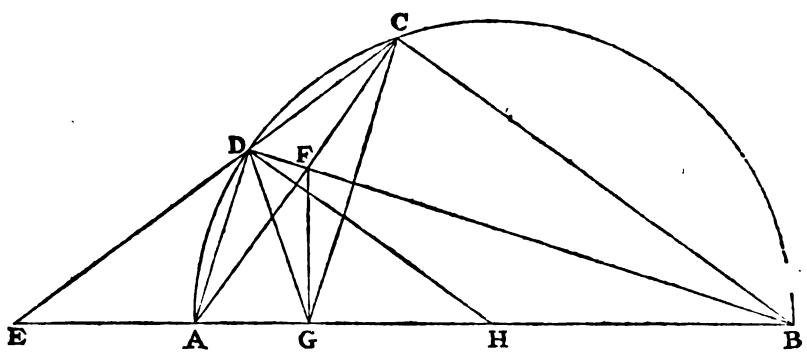
PROP. XV.

Si fuerit A B ſemicirculus, et A C corda Pentagoni, et ſemiſſis arcus A C ſit A D, jungatur C D, et producatur ut cadat ſuper E, et jungatur D B, quæ ſecet C A in F, et ducatur ex F perpendicularis F G ſuper A B, erit linea E G æqualis ſemidiametro circuli.

Jungamus itaque lineam C B, et ſit centrum H, et jungamus H D, D G, et A D. Et quia angulus A B C, cujus baſis eſt latus Pentagoni, eſt duæ quintæ partes recti, quilibet duorum angulorum C B D, D B A eſt quinta pars recti. Et angulus D H A duplus eſt anguli D B H. Ergo angulus D H A eſt duæ quintæ partes recti. Et quia in duobus triangulis C B F, G B F duo anguli B ſunt æquales, et G, C recti, et latus F B commune, erit B C æquale ipſi B G. Et quia in duobus triangulis C B D, G B D duo latera C B, B G ſunt æqualia, et ſimiliter duo anguli ad B, et latus B D commune, erunt duo anguli B C D, B G D æquales. Et quilibet eorum eſt ſex quintæ partes recti, et eſt æqualis angulo D A E externo quadrilateri B A D C, quod eſt in circulo. Ergo remanet angulus D A B æqualis angulo D G A; et erit D A æqualis ipſi D G. Et quia angulus-

Digitized by Google

DHG eſt duæ quintæ partes recti, et angulus DGH ſex quintæ partes recti, remanet angulus HDG duæ quintæ partes recti; et erit DG æqualis GH. Et quia ADE externus quadrilateri ADCB, quod eſt in circulo, eſt æqualis angulo CBA, et eſt duæ quintæ partes recti, et æqualis angulo GDH. Et quia in duobus triangulis EDA, HDG ſunt duo anguli EDA, HDG æquales, et pariter duo anguli DGH, DAE, et duo latera DA, DG, erit EA æquale HG. Et ponamus AG commune. Erit EG æquale AH. Et hoc eſt quod voluimus.



Et hinc patet, quod linea DE æqualis ſit ſemidiametro circuli. Quia angulus A æqualis eſt angulo DGH, ideo erit linea DH æqualis lineæ DE. Et dico quod EC dividitur media, et extrema proportione in D, et majus ſegmentum eſt DE: et hoc quia ED eſt corda hexagoni, et DC decagoni. Et hoc jam demonſtratum eſt in libro Elementorum. Et hoc eſt quod voluimus.

Digitized by Google

Digitized by Google

ARCHIMEDIS

OPERA MECHANICA,

UT CUJUSQUE MENTIO

AB ANTIQUIS SCRIPTORIBUS FACTA EST.

DE SPHÆRA ARTIFICIALI.

LACTANTIUS DIVIN. INST. LIB. 2. CAP. 5.

AN Archimedes Siculus concavo ære ſimilitudinem Mundi ac figuram potuit machinari, in quo ita Solem ac Lunam compoſuit, ut inæquales motus et cœleſtibus ſimiles converſionibus ſingulis quaſi diebus efficerent: et non modo acceſſus ſolis et receſſus, vel incrementa diminutioneſque Lunæ, verum etiam ſtellarum vel inerrantium, vel vagarum diſpares curſus orbis ille, dum vertitur, exhiberet?

Explicitius quam Cicero, Lib. 1. Tuſc. Quæſt. Cum Archimedes Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæra illigavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Mundum ædificavit Platonis Deus, ut tarditate et celeritate diſſimillimos motus una regeret converſio.

CLAUDIANUS.

Juppiter in parvo cum cerneret æthera vitro,
Riſit, et ad Superos talia dicta dedit.
Huccine mortalis progreſſa potentia curæ?
Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legeſque Deorum
Ecce Syracuſius tranſtulit arte Senex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium mentitus Signifer annum,
Et ſimulata novo Cynthia menſe redit.
Jamque ſuum volvens audax induſtria mundum,
Gaudet, et humana ſidera mente regit.
Quid falſo inſontem tonitru Salmonea miror?
Æmula Naturæ parva reperta manus.

DE CORONA.

VITRUVIUS DE ARCHIT. LIB. 9. CAP. 3.

Archimedis vero cum multa miranda inventa et varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia id, quod exponam, videtur eſſe expreſſum nimium. Hiero enim Syracuſis auctus regia poteſtate,

Digitized by Google

rebus bene geſtis, cum auream coronam votivam Diis immortalibus in quodam ſano conſtituiſſet ponendam, immani pretio locavit faciendam, et aurum ad ſacoma appendit redemptori. Is ad tempus opus manufactum ſubtiliter Regi approbavit, et ad ſacoma pondus coronæ viſus eſt præſtitiſſe. Poſtquam indicium eſt factum, dempto auro, tantundem argenti in id coronarium opus admixtum eſſe: indignatus Hiero ſe contemptum, neque inveniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogavit Archimedem, ut in ſe ſumeret ſibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet ejus rei curam, caſu venit in balneum, ibique cum in ſolium deſcenderet, animadvertit quantum corporis ſui in eo inſideret, tantum aquæ extra ſolium fluere. Itaque cum ejus rei rationem explicationis offendiſſet, non eſt moratus, ſed exiluit gaudio motus de ſolio, et nudus vadens domum verſus, ſignificabat clara voce inveniſſe quod quæreret. Nam currens identidem Græce clamabat εὕρηκα, εὕρηκα. Tum vero ex eo inventionis ingreſſu duas dicitur feciſſe maſſas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita feciſſet, vas amplum ad ſumma labra implevit aqua, in quo demiſit argenteam maſſam. Cujus quanta magnitudo in vaſe depreſſa eſt, tantum aquæ effluxit. Ita exempta maſſa, quanto minus factum fuerat refudit ſextario menſus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit, quantum ad certum pondus argenti certa aquæ menſura reſponderet. Cum id expertus eſſet, tum auream maſſam ſimiliter pleno vaſe demiſit, et ea exempta, eadem ratione menſura addita, invenit ex aqua non tantum defluxiſſe, ſed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri maſſa eſſet quam argenti. Poſtea vero repleto vaſe, in eadem aqua ipſa corona demiſſa, invenit plus aquæ defluxiſſe in coronam, quam in auream eodem pondere maſſam: et ita ex eo, quod plus defluxerat aquæ in corona quam in maſſa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, et manifeſtum furtum redemptoris.

AUCTOR LIBELLI DE PONDERIBUS, ET MENSURIS, QUI PRISCIANO, VULGO TRIBUITUR.

Argentum fulvo ſi quis permiſceat auro,
Quantum id ſit, quove id poſſis deprendere pacto,
Prima Syracuſii mens prodidit alta Magiſtri.
Regem namque ferunt Siculum, quam voverat olim
Cœlicolum Regi, ex auro ſtatuiſſe coronam,
Compertoque dehinc furto (nam parte retenta,
Argenti tantundem Opifex immiſcuit auro)
Oraſſe ingenium Civis, qui mente Sagaci,
Quis modus argenti fulvo latitaret in auro
Repperit, illæſo quod Diis erat ante dicatum.
Quod te, quale ſiet, paucis adverte, docebo.
Lancibus æquatis, quibus hæc appendere mos eſt,
Argenti, atque auri, quod edax purgaverit ignis,
Impones libras, neutrum ut præponderet, haſque
Summittes in aquam, quas pura ut ceperit unda,
Portinus inclinat pars hæc, quæ ſuſtinet aurum:
Denſius hoc namque eſt ſimilari craſſius unda:
At tu ſiſte jugum, mediique e cardine centri
Intervalla nota, quantum diſcerpſerit illinc,
Quotque notis diſtet ſuſpenſo pondere filum.
Fac drachmis diſtare tribus. Cognovimus ergo
Argenti atque auri diſcrimina: denique libram
Libra tribus drachmis ſuperat, quum mergitur unda.
Sume dehinc aurum, cui pars argentea mixta eſt.
Argentique meri par pondus, itemque ſub unda
Lancibus impoſitum ſpecta; propenſior auri
Materies ſubſiſtet enim, furtumque docebit.
Nam ſi ter ſenis ſuperabitur altera drachmis
Sex ſolas libras auri dicemus ineſſe;
Argenti reliquum, quia nil in pondere differt
Argentum argento, liquidis quum mergitur undis.

Digitized by Google

DE ORGANO HYDRAULICO.

TERTULLIANUS LIB. DE ANIMA CAP. 14.

Specta portentosissimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia sonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum, et una moles erunt omnia.

DE MACHINIS AERE ET AQUA MOVENTIBUS.

JOANNES TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

—— Μέμνηνται πολλοὶ τοῦ Ἀρχιμήδους.
Ἀνθέμιος μὲν πρώτιστον, ὁ παραδοξογράφος.
Ἥρων, καὶ Φίλων, πάππος τε καὶ παῖς μηχανογράφος,
Ἐξ ὧνπερ ἀνεγνώκειμεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις,
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τῶν μηχανικωτάτων,
Βαρυουλκόν, πνευματικήν, τάς ὑδροσκοπικάς τε,
Κἀκ τούτου δὴ τοῦ γέροντος τῶν βίβλων Ἀρχιμήδους.

——Multi meminerunt Archimedis.
Anthemios quidem in primis, qui paradoxa scripsit:
Heron, et Philon, avusque et filius machinarum scriptor,
Ex quibus legimus et speculares incensiones, [spectantium,
Omnemque aliam disciplinam rerum præcipue ad machinas
Ponderum tractricem, spiritalem, aquarumque specimina,
Idque ex senis hujusce libris Archimedis.

DE COCHLEA.

DIODORUS BIBL. LIB. I.

Ἡ δὲ νῆσος αὕτη πολλαῖς διώρυξι χαροποιήτοις διείληπται, καὶ χώραν περιέχει καλλίστην τῆς Αἰγύπτου. Ποταμόχωστος γὰρ οὖσα καὶ κατάρρυτος πολλὰς καὶ παντοδαπὰς ἐκφέρει καρπούς, τοῦ μὲν ποταμοῦ διὰ τὴν κατ' ἔτος ἀνάβασιν νεαρὰν ἰλὺν ἀεὶ καταχέοντος, τῶν δ' ἀνθρώπων ῥᾳδίως ἅπασαν ἀρδευόντων διά τινος μηχανῆς, ἣν ἐπενόησε μὲν Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος, ὀνομάζεται δὲ ἀπὸ τοῦ σχήματος κοχλίας.

Ipsa autem insula pluribus fossis manufactis dirimitur, et fœcundissimam Ægypti regionem ambit. Cum enim limosa sit et irrigua, varii generis fructus affatim gignit; exundante quotannis ipso flumine, novumque limum inferente, atque incolis totam facile irrigantibus instrumenti cujusdem ope, quod Archimedes Syracusanus excogitavit, et a figuræ similitudine cochlea vocatur.

IDEM. LIB. 5.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον, ἀπορρύτοις γὰρ τοῖς ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς Αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὲ τούτων συνεχῶς ἐκ διαδοχῆς παραδιδόντες μέχρι τοῦ στομίου τὸν τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηραίνουσι, καὶ παρασκευάζουσιν εὔθετον τὴν ὥρὸς τὰς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνως δ' ὄντος τοῦ ἀργάνου καθ' ὑπερβολὴν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥᾳδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ' ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, ὃ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην· περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

Et quod omnium mirabilissimum videri debet, fluentes aquas cochleis, quæ Ægyptiæ vocantur, exhauriunt, quas Archimedes Syracusanus invenit, cum in Ægyptum se contulit. Harum autem ope aquam continua vice ad os usque attollentes fodinæ locum exsiccant, operique faciendo idoneum reddunt. Porro hoc instrumentum cum ingeniosissimum sit, minimo labore ingens aquæ vis, supra quam cuique credibile est, attollitur, et quidquid influxerit ab imo ad summum effunditur. Quocirca jure optimo quis miretur Artificis ingenium; neque modo in hisce cochleis, sed in aliis etiam pluribus, et quidem majoribus, quæ toto terrarum orbe celebrantur. Quæ singula, cum ad Archimedis ætatem pervenerimus, diligenter persequemur.

MOSCHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Ἡ δὲ ἀντλία, καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι' ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξηντλεῖτο διὰ κοχλίου, Ἀρχιμήδους εὑρόντος.

Sentina autem, licet profundissima esset, ope cochleæ, quam Archimedes invenit, ab uno homine exhauriebatur.

Digitized by Google

DE HELICE.

MOSCHION APUD ATHENÆUM DEIPNOSOPH. LIB. 5.

Quæ igitur pars (navis) abſoluta eſſet, hanc juſſit in mare deduci, ut ibi pars reliqua perficeretur. Cum autem in ea deducenda multum difficultatis eſſet, unus machinator Archimedes haud magna mole deduxit. Conſtructa enim helice tantam navim ad mare tranſvexit. Itaque primus Archimedes helicis conſtruendæ rationem invenit.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθέλκειν προσετέτακτο, τὴν λοιπὴν κατασκευὴν ἵν' ἐκεῖ λαμβάνῃ. Ὡς δὲ περὶ τὸν καθελκυσμὸν αὐτὸν τὸν εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δ' Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

DE LOCULO.

AT. FORTUNATIANUS IN ARTE METRICA.

Nam ſi loculus ille Archimedius quatuordecim eboreas lamellas, quarum anguli varii ſunt, in quadratam formam incluſas habens, componentibus nobis aliter atque aliter, modo galeam, modo ſicam, alias columnam, alias navem figurat, et innumerabiles efficit ſpecies, ſolebatque nobis pueris hic loculus ad confirmandam memoriam plurimum prodeſſe; quanto majorem poteſt nobis afferre voluptatem, quantoque pleniorem utilitatem &c.

DE TRISPASTO.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

— Fabricatus eſt multas mechanicas facultates:
Et triſpaſto machina, manu læva et ſola,
Septem et mille modiorum attrahebat pondus.

— Ἐργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις.
Καὶ τῇ τρισπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,
Πεντεμυριομέδιμνον καθείλκυσεν ὁλκάδα.

ORIBASIUS DE MACHINAMENTIS LIB. EX EDIT. HENRICI STEPHANI. 1567. CAP. 26.

Triſpaſtum Apellidis, ſeu Archimedis. — Illud in primis ſcire convenit, quod neque Apellides neque Archimedes Medici fuerunt, ſed Architecti, qui machinamentum hoc excogitarunt, quemadmodum nos accepimus de hiſtoria, ad naves deducendas funibus non per manus, ſed per ergatam attractis: illius autem ſæculi medici ejus ſtructuræ modum minuentes triſpaſtum organum medicinale ad luxata fractaque reſtituenda fabricarunt &c.

DE TORMENTIS BELLICIS.

POLYBIUS HIST. LIB. 8.

At Marcellus quinqueremibus LX. Achradinam aggreditur. Hæ omnes hominibus repletæ erant arcus, fundas, et velitares haſtas habentibus, quibus ex propugnaculis pugnantes deturbarent. Ad hæc, demptis quinqueremibus 8. interioribus remis, ita ut binæ binis, quæ latera nudata erant, jungerentur, cum eas exteriore remorum ordine agerent, Sambucas, quas vocant, moenibus admovebant. Genus hoc machinamenti hujuſmodi eſt. Scalam quatuor pedes latam conficiunt, ita ut, ubi erecta fuerit, ejuſdem cum muro altitudinis ſit. Hujus utrumque latus loris prælatis muniunt et contegunt: ac ſuper junctarum navium lateribus, qua ſeſe invicem contingunt, tranſverſam conſtituunt, ut longe ſupra roſtra emineat. Deinde ſummis navium malis trochleæ cum anchorariis funibus aptantur; quas qui in puppi ſunt, ubi uſus venerit, ſcalæ capiti illigatas trahunt, dum ii, qui ſunt in prora, ſcalam ipſam fulcientes dant operam ut tu-

Ὁ δὲ Μάρκος ἐξήκοντα σκάφεσι πεντηρικοῖς ἐπιέπεσε τῇ Ἀχραδινῇ. Ὧν ἕκαστον πλῆρες ἦν ἀνδρῶν ἐχόντων τόξα καὶ σφενδόνας καὶ γρόσφους, δι' ὧν ἔμελλον τοὺς ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων μαχομένους ἀναστέλλειν. Ἅμα δὲ τέτοις ὀκτὼ πεντήρεσι παραλελυμμέναις τὰς παρούς, ταῖς μὲν τοῖς δεξιοῖς, ταῖς δὲ τοῖς εὐωνύμοις, καὶ συνεζευγμέναις πρὸς ἀλλήλας σὺν δύο κατὰ τὰς ἐψιλωμένας τοίχους, προσῆγον πρὸς τὸ τεῖχος ἀφ' ἧς τῶν ἐκτὸς τοίχων αἱρέσιας τὰς λεγομένας σάμβυκας. Τὸ γένος δ' κατασκευῆς τῶν εἰρημένων ὀργάνων ἐστὶ τοιοῦτον. Κλίμακα τῷ πλάτει τετράπεδον ἑτοιμάσαντες, ὥστε ἐξ ὑποβάσεως ἰσοῦψῆ γενέσθαι τῷ τείχει, ταύτης ἑκατέραν τὴν πλευρὰν δρυφακτώσαντες καὶ σκεπάσαντες ὑπερπετέσι θωρακίοις, ἔθηκαν πλαγίαν ἐπὶ τοὺς συμφαύοντας τοίχους τῶν συνεζευγμένων νεῶν, πολὺ προπίπτουσαν τῶν ἐμβόλων. Πρὸς δὲ τοῖς ἰσοῖς ἐκ τῶν ἄνω μερῶν

Digitized by Google

τροχιλίαι προσήρτηντο σὺν κάλοις. Λοιπὸν, ὅταν ἐγγίσωσι τῆς χρείας, ἐνδεδεμένων τῶν κάλων εἰς τὴν κορυφὴν τῆς κλίμακος, ἕλκυσι διὰ τῶν τροχιλιῶν τέτταρες ἑστῶτες ἐν ταῖς πρύμναις. Ἕτεροι δὲ παραπλησίως ἐν ταῖς προώραις ἐξηρεισμένοι ταῖς ἀντηρίσιν, ἀσφαλίζουσι τὴν ἄρσιν τοῦ μηχανήματος. Κἄπειτα διὰ τῆς εἰρεσίας τῆς ἀφ' ἑκατέρου τῶν ἐκτὸς ταρσῶν ἐγγίσαντες τῇ γῇ ταῖς ναῦς, πειράζουσι προσερείδειν τῷ τείχει τὸ προειρημένον ὄργανον. Ἐπὶ δὲ τῆς κλίμακος ἄκρας ὑπάρχει πίτυρον ἠσφαλισμένον γέρροις τὰς τρεῖς ἐπιφανείας· ἐφ' ἃ τέτταρες ἀναβεβηκότες ἀγωνίζονται, διαμαχόμενοι πρὸς τοὺς ἔργοντας ἀπὸ τῶν ἐπάλξεων τὴν πρόσθεσιν τῆς σαμβύκης. Ἐπὰν δὲ προσερείσαντες ὑπερδέξιοι γένωνται τοῦ τείχους, ἤτοι μὲν, τὰ πλάγια τῶν γέρρων παραλύσαντες ἐξ ἑκατέρου τοῦ μέρους, ἐπιβαίνουσιν ἐπὶ τὰς ἐπάλξεις ἢ τοὺς πύργους· οἱ δὲ λοιποὶ διὰ τῆς σαμβύκης ἕπονται τούτοις, ἀσφαλῶς τοῖς κάλοις βεβηκυίας τῆς κλίμακος εἰς ἀμφοτέρας τὰς ναῦς. Εἰκότως δὲ τὸ κατασκεύασμα τῆς προσηγορίας τέτευχε ταύτης· ἐπειδὰν γὰρ ἐξαρθῇ, γίγνεται τὸ σχῆμα τῆς νεὼς ταύτης καὶ τῆς κλίμακος ἐνοποιηθὲν, παραπλήσιον τῇ σαμβύκῃ. Πλὴν ἤτοι μὲν τὸν τρόπον τοῦτον διηρμοσμένοι, προσάγειν διενοοῦντο τοῖς πύργοις. Ὁ δὲ προειρημένος ἀνὴρ, παρεσκευασμένος ὄργανα πρὸς ἅπαν ἐμβελὲς διάστημα, πόρρωθεν μὲν ὑπερπλέοντας τοῖς εὐτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρησίαν. Ὅτε γὰρ ταῦθ' ὑπερπετῆ γίγνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν ἀπόσημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἤγαγε διατροπὴν, ὥστε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὸν ἐπίπλουν, ἕως ὁ Μάρκος δυσθετούμενος ἠναγκάσθη, λάθρα νυκτὸς ἔτι, ποιήσασθαι τὴν παραγωγήν. Γενομένων δ' αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει παρασκευὴν πρὸς τοὺς ἀμυνομένους ἐκ τῶν πλοίων. Ὡς ἀνδρομήκους ὕψους κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαισταίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐκτὸς ἐπιφάνειαν. Οἷς τοξότας καὶ σκορπίδια παρασήσας ἐντὸς τοῦ τείχους, καὶ βάλλων διὰ τούτων, ἀχρήστους ἐποίει τοὺς ἐπιβάτας. Ἐξ ὧν καὶ μακρὰν ἀφεστῶτας, καὶ σύνεγγυς ὄντας τοὺς πολεμίους, οὐ μόνον ἀπράκτους παρεσκεύαζε πρὸς τὰς ἰδίας ἐπιβολὰς, ἀλλὰ καὶ διέφθειρε τοὺς πλείστους αὐτῶν. Ὅτε δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρίσαιεν ἐξαίρειν, ὄργανα παρ' ὅλον τὸ τεῖχος ἡτοιμάκει, τὸν μὲν λοιπὸν χρόνον ἀφανῆ, κατὰ δὲ τὸν τῆς χρείας καιρὸν ἐκ τῶν ἔσω μερῶν ὑπὲρ τοῦ τείχους ἀνισάμενα καὶ προαιπλοῦντα πολὺ τῆς ἐπάλξεως ταῖς κεραίαις. Ὧν τινὰ μὲν ἐβάσταζε λίθους οὐκ ἐλάττους δέκα ταλάντων, τινὰ δὲ σηκώματα μολίβδινα. Λοιπὸν, ὅτε συνεγγίζοιεν αἱ σαμβύκαι, τότε περιαγόμεναι καρχησίῳ πρὸς τὸ δέον αἱ κεραῖαι διά τινος χασμρίας, ἀφίεσαν εἰς τὸ κατα-

tius erigatur. Poſtquam vero naves exteriore utroque remorum ordine ad terram appulerint, machinas, quas diximus, muro applicare conantur. Porro in ipſo ſcalæ faſtigio tabula eſt cratibus a tribus lateribus munita, cui inſidentes quatuor milites certamen adverſus eos ſuſcipiunt, qui e propugnaculis impediunt quo minus ſambuca admoveatur. Qua ſemel admota, cum primum iſti evecti ſupra muri altitudinem fuerint, cratibus ab utroque latere disjectis in propugnacula turreſve irruunt: reliqui per ſambucam ſuccedunt, ſcalæ pedibus per anchorarios funes utrique navi firmiter innixis. Merito autem hæc machina id nominis nacta eſt. Nam ubi erecta fuerit, figura cum navis, tum ſcalæ, quæ corpus unum conſtituunt, ad ſambucam proxime accedit. His ita confectis Romani turribus ſuccedere cogitabant, verum, quem ſupra memoravimus, Vir, tormentis conſtructis, quibus ad quodvis intervallum tela mitteret, cum procul invadentes Romanos majoribus validioribuſque baliſtis et catapultis vulneraret, rem in ſummam difficultatem adduxit. Ubi vero tela ſublimia ferrentur ſupra caput, minoribus ſubinde tormentis pro modo intervalli utebatur: quo facto adeo perturbavit hoſtem, ut ejus impetum comprimeret, neque propius accedere pateretur. Quibus difficultatibus circumventus Marcellus clam de nocte naves propius admovere coactus eſt. Quæ cum intra teli jactum terræ appropinquaſſent, aliud opus adverſus eos, qui e navibus pugnabant, Archimedes inſtituit. Murum crebris pro humani corporis modo cavis aperuit; quæ tamen extrinſecus palmaria eſſent. Ibi ſagittarios et ſcorpiones modicos ab interiore muri parte diſpoſuit: cumque per ea cava hoſtem peteret, claſſiariorum impetus ludificabatur. Quo fiebat, ut Romani tum qui procul eſſent, tum qui propius ſubirent, non modo nihil eorum perficere poſſent, quæ ſibi animo propoſuerant; ſed multi etiam interficerentur. Porro ubi conarentur ſambucas erigere, tormenta per totum murum diſpoſuerat, quæ reliquo tempore occulta, ubi uſus incideret, extrahebantur, roſtriſque longe ſupra propugnacula eminebant. Atque horum aliqua ſaxa non minora decem pondo, aliqua plumbi libramenta geſtabant. Porro cum ſambucæ appropinquarent, tum vero erectis in ſummum malum fune trocleatim acto, prout uſus poſtularet, tormentorum roſtris, ſaxa in eas

Digitized by Google

demittebantur; ut non modo ſambucæ, ſed navis etiam ipſa confringeretur, quique in ea eſſent grave periculum adirent. Præterea alia opera in illos adhibebantur, qui cratibus tecti, atque ideo tuti adverſus tela, quæ per muri cava ingerebantur, impetum facerent: quippe in hos ſaxa ita librabantur, ut qui in prora pugnarent, fugere cogerentur. Simul etiam ferrea manus catenæ illigata demittebatur, qua ille, qui roſtrum regebat, ubi proram prehendiſſet, tormenti calcem, quæ intra murum eſſet, reclinabat ad ſolum. Poſtquam autem, ſublata prora, navim in puppim ſtatuiſſet, anterior tormenti pars ſiſtebatur, ſimulque ferrea manus, et catena ope funis trocleatim acti eximebantur. Quo facto naves aliæ quidem obliquæ, aliæ vero pronæ cadebant: denique plurimæ, quæ rectæ caderent, cum prora ex alto demiſſa demergerentur, unda pariter ac tumultu complebantur. Itaque Marcellus conſilii inops ob ea, quæ Archimedes continuo objiceret, cum quæ ipſe agebat, ea videret ab oppidanis non ſine detrimento atque ludibrio eludi, graviter id quidem moleſteque ferebat: ſed tamen ejus opera irridens, Archimedem ajebat navibus ſuis e mari aquam haurire; ſambucas vero fuſte percuſſas, ceu fœdere excluſas, cum ignominia eſſe dimiſſas. Atque hic exitus maritimæ oppugnationis fuit. Quid quod etiam Appius cum iiſdem difficultatibus premeretur, incœpto deſtitit? Nam cum procul adhuc eſſent milites, baliſtis et catapultis correpti abſumebantur: mirabilis ſiquidem erat telorum apparatus, ſive copiam, ſive eorum vim atque uſum ſpectes, ut in quem Hiero impenſas, Archimedes artem operamque contulerat. Ubi vero mœnibus ſuccederent, alii vulneribus, quæ per muri cava, ut ſupra diximus, infligebantur, ſaucii aditu prohibebantur; alii, qui cratibus tecti inſtabant, conficiebantur, ſaxis trabibusque in caput demiſſis. Præterea haud leve damnum afferebant ferreæ manus e tormentis, ut ſupra diximus, demiſſæ, quibus homines cum ipſis armis abrepti projiciebantur. Poſtremo Appius cum in caſtra ſe recepiſſet, convocato tribunorum concilio, communi omnium ſententia quidvis potius experiri placuit ad capiendas Syracuſas, quam ut oppugnatione agerent; quod ad extremum etiam fecerunt. Cum enim menſes octo urbem obſediſſent, nullo quidem ſolertis atque audacis animi molimine abſtinuerunt; ſed apertam moliri vim nunquam ſunt auſi. Tantum Vir unus atque una ars tempore et loco adhibita momenti habet. Itaque Romani tot terreſtribus maritimiſque copiis inſtructi, niſi unus ſenex Syracuſis

σκεύασμα τὸν λίθον. Ἐξ ὧν συνέβαινε, μὴ μόνον αὐτὸ σιωπραύεσθαι τὸ ὄργανον, ἀλλὰ καὶ τὴν ναῦν, καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ κινδυνεύειν ὀλοχερῶς. Τινά τε τῶν μηχανημάτων πάλιν ἐπὶ τοὺς ἐφορμοῦντας καὶ προβεβλημένους γέρρα, καὶ διὰ τούτων ἠσφαλισμένους πρὸς τὸ μηδὲν πάσχειν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ τείχους φερομένων βελῶν, ἠφίει μὲν καὶ λίθους συμμέτρους πρὸς τὸ φεύγειν ἐκ τῆς πρώρας τοὺς ἀγωνιζομένους. Ἅμα δὲ καὶ καθίει χεῖρα σιδηρᾶν ἐξ ἁλύσεως δεδεμένην, ἣ δραξάμενος ὁ τὴν κεραίαν οἰακίζων, ὅθεν ἐπιλάβοιτο τῆς πρώρας, κατῆγε τὴν πλέρναν ὁ μηχανὴς ἐντὸς τοῦ τείχους. Ὅτε δὲ κυφίζων τὴν πρώραν ὀρθὸν ποιήσειε τὸ σκάφος ἐπὶ πρύμναν, τὰς μὲν πρώρας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίσας· τὴν δὲ χεῖρα καὶ τὴν ἅλυσιν ἐκ τῆς μηχανῆς ἐξέραινε διά τινος χασηρίας. Οὗ γενομένου, τινὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τινὰ δὲ καὶ κατεστρέφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῆς πρώρας ἀφ' ὕψους ῥιφείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίγνετο καὶ ταραχῆς. Μάρκος δὴ δυσχρηστούμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ' Ἀρχιμήδους, καὶ θεωρῶν μετὰ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τοὺς ἔνδον ἀποτριβομένους αὐτοῦ τὰς ἐπιβολάς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δ' ἐπισκώπτων τὰς αὐτοῦ πράξεις ἔφη, ταῖς μὲν ναυσὶν αὐτοῦ κυαθίζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τὰς δὲ σαμβύκας ῥαπιζομένας, ὥσπερ ἐκσπόνδους μετ' αἰσχύνης ἐκπεπλωκέναι. Καὶ τὰ μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εἰς παραπλησίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς. Ἐπὶ μὲν γὰρ ὄντες ἐν διαστήματι, τοῖς τε πετροβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶναι τὴν τῶν βελῶν κατασκευὴν, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν, ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γεγονότος, ἀρχιτέκτονος δὲ καὶ δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. Συνεγγίζοντές γε μὲν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν ταῖς διὰ τοῦ τείχους τοξοτίσιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου· οἱ δὲ μετὰ τῶν γέρρων βιαζόμενοι, ταῖς τε κατὰ κορυφὴν λίθων καὶ δοκῶν ἐμβολαις διεφθείροντο. Οὐκ ὀλίγα δὲ καὶ ταῖς χερσὶ ταῖς ἐκ τῶν μηχανῶν ἐκάκοποίουν, ὡς καὶ πρότερον εἶπα. Σὺν αὐτοῖς γὰρ τοῖς ὅπλοις τὰς ἄνδρας ἐξαιρέντες ἐρρίπτουν. Τὸ δὲ πέρας, ἀναχωρήσαντες εἰς τὴν παρεμβολὴν, καὶ συνεδρεύσαντες μετὰ τῶν χιλιάρχων οἱ περὶ τὸν Ἄππιον, ὁμοθυμαδὸν ἐβουλεύσαντο πάσης ἐλπίδος πεῖραν λαμβάνειν, πλὴν τοῦ διὰ πολιορκίας ἑλεῖν τὰς Συρακούσας, ὡς καὶ τέλος ἐποίησαν. Ὀκτὼ γὰρ μῆνας τῇ πόλει προσκαθεζόμενοι, τῶν μὲν ἄλλων στρατηγημάτων ἢ τολμημάτων ἀδενὸς ἀπέστησαν· τοῦ δὴ πολιορκεῖν ἀδέποτε ἔτι πεῖραν λαβεῖν ἐθάρρησαν. Οὕτως εἷς ἀνὴρ, καὶ μία τέχνη δέοντος ἡρμοσμένη πρὸς ἕνια τῶν πραγμάτων, μέγα τι χρῆμα φαίνεται γίγνεσθαι καὶ θαυμάσιον. Ἐκεῖνοι γοῦν τηλικαύτας δυνάμεις ἔχοντες καὶ κατὰ γῆν καὶ κατὰ θάλατταν, εἰ μὲν ἀφέλοι τις πρεσβύτην ἕνα Συρακουσίων,

Digitized by Google

παραχρῆμα τῆς πόλεως κυριεύσειν ἔλπιζον· τότε ἢ συμπαρόντες, ἐκ ἐθάῤῥουν ἀδ' ἐπιβάλλεσθαι κατά γε τοῦτον τὸν τρόπον, καθ' ὃν ἀμύνασθαι δυνατὸς ἦν Ἀρχιμήδης. Οὐ μὴν ἀλλὰ νομίσαντες, μᾶλλον' ἂν ὑπὸ τῆς τῶν ἀναγκαίων ἐνδείας διὰ τὸ πλῆθος τὰς ἔνδον ὑποχειρίους σφίσι γενέσθαι, ταύτης ἀντείχοντο τῆς ἐλπίδος, καὶ ταῖς μὲν ναυσὶ τὰς κατὰ θάλατταν ἐπικουρίας αὐτῶν ἐκώλυον, τῷ δὲ πεζῷ στρατεύματι πᾶς κατὰ γῆν. Βουλόμενοι δὲ μὴ ποιεῖν ἄπρακτον τὸ χρόνον, ἐν ᾧ προσεδρεύσει ταῖς Συρακούσαις, ἀλλ' ἅμα τι καὶ τῶν ἐκτὸς χρησίμων κατασκευάζεσθαι, διεῖλον οἱ στρατηγοὶ σφᾶς αὐτοὺς καὶ τὴν δύναμιν· ὥστε τὸν μὲν Ἄππιον, ἔχοντα δύο μέρη, προσκαθῆσθαι τοῖς ἐν τῇ πόλει, τὸ δὲ τρίτον ἀναλαβόντα Μάρκον ἐπιπορεύεσθαι τοὺς Καρχηδονίων αἱρησόμενους κατὰ τὴν Σικελίαν.

fuiſſet, urbem ſe primo impetu capturos ſperaſſent. Adſtante Archimede, ne oppugnationem quidem tentare auſi ſunt; ſaltem ea ratione, cui ille poſſet occurrere. Cum autem ingens multitudo mœnibus includeretur, ſperantes fore ut oppidani propter annonæ inopiam ultro ſe dederent, ad hoc animum adjecerunt. Itaque eos claſſe maritimis ſubſidiis, iis vero, quæ terra adveherentur, terreſtri milite prohibebant. Ac ne tempus omne, quo Syracuſas corona cingebant, ipſis ab opere vacaret, ſed utile aliquid ſimul foris agerent, ita copias inter ſe partiti ſunt Imperatores, ut cum duabus partibus urbem obſideret Appius; tertiam Marcellus accipiens in eorum fines per Siciliam duceret, qui cum Carthaginienſibus ſentiebant.

LIVIUS HIST. LIB. XXIV.

Inde terra marique ſimul cœptæ oppugnari Syracuſæ, terra ab Hexapylo, mari ab Achradina, cujus murus fluctu alluitur. Et quia ſicut Leontinos terrore ac primo impetu ceperant, non diffidebant vaſtam disjectamque ſpatio urbem parte aliqua ſe invaſuros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuiſſet tanto impetu cœpta res fortunam, niſi unus homo Syracuſis ea tempeſtate fuiſſet. Archimedes is erat, unicus ſpectator cœli ſiderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum, operumque, quibus ea, quæ hoſtes ingenti mole agerent, ipſe perlevi momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles, pleraque alta et difficilia aditu, ſummiſſa quædam, et quæ planis valibus adiri poſſent, ut cuique aptum viſum eſt loco, ita omni genere tormentorum inſtruxit. Achradinæ murum, qui, ut ante dictum eſt, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat. Ex cœteris navibus ſagittarii funditoreſque, et velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis eſt, vix quemquam ſine vulnere conſiſtere in muro patiebantur. Hi, quia ſpatio miſſilibus opus eſt, procul muro tenebant naves. Junctæ aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cum exteriore ordine remorum velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adverſus hunc navalem apparatum Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris diſpoſuit. In eas, quæ procul erant, naves ſaxa ingenti pondere emittebat: propiores levioribus, eoque magis crebris petebat telis. Poſtremo, ut ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingererent, murum ab imo ad ſummum crebris cubitalibus fere cavis aperuit: per quæ cava pars ſagittis, pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem. Quæ propius quidem ſubibant naves, quo interiores ictibus tormentorum eſſent, in eas tollenone ſuper murum eminente, ferrea manus firmæ catenæ illigata cum injecta proræ eſſet, gravique libramento plumbi recelleret ad ſolum, ſuſpenſa prora navim in puppim ſtatuebat. Dein remiſſa ſubito, velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ affligebat, ut etiam ſi recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio eſt eluſa; omniſque vis eſt averſa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum inſtructa erat, Hieronis impenſis curaque per multos annos, Archimedis unica arte. Natura etiam adjuvabat loci: quod ſaxum cui impoſita muri fundamenta ſunt, magna ex parte ita proclive eſt, ut non ſolum miſſa tormento, ſed etiam quæ pondere ſuo provoluta eſſent, graviter in hoſtem incidérent. Eadem cauſa ad ſubeundum arduum aditum inſtabilemque ingreſſum præbebat. Ita conſilio habito, cum omnis conatus ludibrio eſſet, abſiſtere oppugnatione, atque obſidendo tantum arcere terra, marique commeatibus hoſtem placuit.

DE SPECULIS COMBURENTIBUS.

GALENUS DE TEMPERAMENTIS LIB. 3. CAP. 2.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδην φασὶ διὰ τῶν πυρίων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις. Ἀνάπτεται δ' ἑτοίμως ὑπὸ πυρίου καὶ ἔριον καὶ συπτῆσον, καὶ θρυαλλὶς καὶ νάρθηξ, καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ᾖ ζηρὸν καὶ καῦσον.

Hoc utique modo, ut ego arbitror, Archimedes etiam traditur per comburentia ſpecula hoſtium naves incendiſſe. Facile vero ſuccenditur a ſpeculo comburente lana, ſtuppa, ellychnium, ferula; quidquid denique ſiccum eſt et perflabile.

Digitized by Google

ZONARAS ANNAL. LIB. 9.

Denique totam Romanorum classem mirabili prorsus modo combussit. Cum enim quoddam speculum ad solem convertisset, radios ejus excepit, incensoque aere, ob densitatem lævitatemque ipsius speculi, ingentem flammam excitavit, quam cum navibus injecisset portum subeuntibus, totas absumpsit.

Καὶ τέλος σύμπαν τὸ ναυτικὸν τῶν Ρωμαίων παραδόξως κατέπρησε. Κάτοπτρον γάρ τι πρὸς τ᾽ ἥλιον ἀνακτείνας, τήν τε ἀκτῖνα αὐτοῦ ἐς αὐτὸ ἀσεδέξατο, καὶ τ᾽ ἀέρα ἀπ᾽ αὐτῆς τῇ πυκνότητι καὶ τῇ λειότητι ξ᾽ κατοπτρὸς πυρώσας, φλόγα τε μεγάλην ἐξέκαυσε, καὶ πᾶσαν αὐτὴν ἐς τὰς ναῦς ὑπὸ τ᾽ τοῦ πυρὸς ὁδὸν ὁρμήσας ἐνέβαλε, καὶ πάσας κατέκαυσεν.

TZETZES CHIL. 2. HIST. 35.

Ac verò Marcello Imperatore olim Romanorum,
Syracusas terra obsidente, et mari,
Quasdam quidem primum machinis attraxit onerarias naves,
Et ad Syracusanum murum cum levasset,
Cum ipsis viris iterum in profundum demisit unà.
Marcello autem auferente paululum onerarias,
Senex iterum omnes facit Syracusanos
Attollere posse lapides plaustrales,
Et singulos jacientes, demergere naves.
Cum autem Marcellus removisset illas ad jactum arcus,
* Educens quod speculum fabricavit senex:
A distantia autem commensurati speculi,
Parva hujusmodi specilla cùm posuisset, quadrupla angulis
Quæ movebantur squamis, et quibusdam scalpturis,
Medium illud posuit radiorum solis,
Australis, et Æstivalis et Hyemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis,
Exarsio sublata est formidabilis ignita navibus.
Et has in cinerem redegit longitudine arcus jactus.
Sic vincit Marcellum machinis Senex.

Καὶ τῦ Μαρκέλλυ στρατηγῦ ποτὲ δὲ τῶν Ῥωμαίων,
Τῇ Συρακόσῃ κατὰ γῆν προσβάλλοντος, καὶ πόντον,
Τινὰς μὲν πρῶτον μηχαναῖς ἀνείλκυσεν ὁλκάδας,
Καὶ πρὸς τὸ συρακόσιον τεῖχος μετεωρίσας,
Ἀυτάνδρους πάλιν τῷ βυθῷ κατέπεμπεν ἀθρόως.
Μαρκέλλυ δ᾽ ἀποσήσαντος μικρόν τι τὰς ὁλκάδας,
Ὁ Γέρων πάλιν ἅπαντας ποιεῖ Συρακουσίυς
Μετεωρίζειν δύνασθαι λίθυς ἁμαξιαίυς,
Καὶ τὸν καθένα πέμποντα, βυθίζειν τὰς ὁλκάδας.
Ὡς Μάρκελλος δ᾽ ἀπέσησε βολὴν ἐκείνας τόξυ,
*Ἐξάγων ὅντι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ Γέρων·
Ἀπὸ δὲ διαςήματος συμμέτρυ τῦ κατόπτρυ,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς τετραπλᾶ γωνίαις,
Κινέμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμοίς,
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τῶν ἡλίυ,
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς, καὶ χειμεριωτάτης·
Ἀνακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τῦτο τῶν ἀκτίνων,
Ἐξαψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλυ.
Οὕτω νικᾷ τὸν Μάρκελλον ταῖς μηχαναῖς ὁ Γέρων.

* Fortasse. Sexangulum speculum &c.

* Ἑξάγωνόν τι κάτοπτρον &c.

Digitized by Google

APPENDIX.

Digitized by Google

Digitized by Google

COMMENTARIUS

IN ALIQUAS

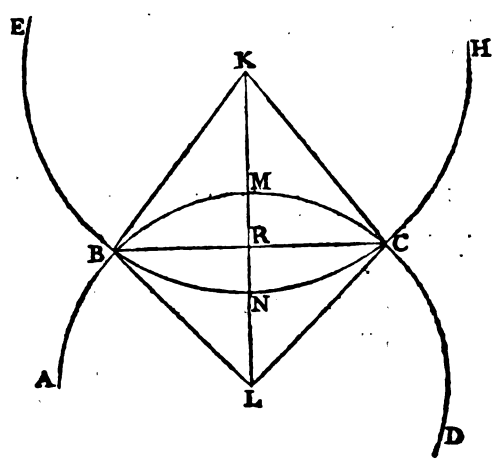
ARCHIMEDIS

PROPOSITIONES

DE IIS QUÆ IN HUMIDO VEHUNTUR.

IN PROP. VIII. Lib. I.

"PORTIONIS in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendiculari per K ducta." Secent enim ſe invicem circumferentiæ in punctis B, C; et jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L. Secet recta K L rectam B C in puncto R, circumferentias vero in N, M. Tum propter L, K centra circulorum, erunt rectæ B L, L C, uti etiam rectæ B K, K C, inter ſe æquales; et idcirco (8. 1.) anguli B L K, C L K æquales. Quare rectæ B R, R C æquales ſunt, et anguli B R L, C R L recti; et proinde (3. 3.) recta K L bifariam ſecabit, et ad rectos angulos, omnes rectas in ſegmento B M C vel B N C ipſi B C parallelas. Ergo portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis eſt in recta K L.



IN PROP. IX. Lib. I.

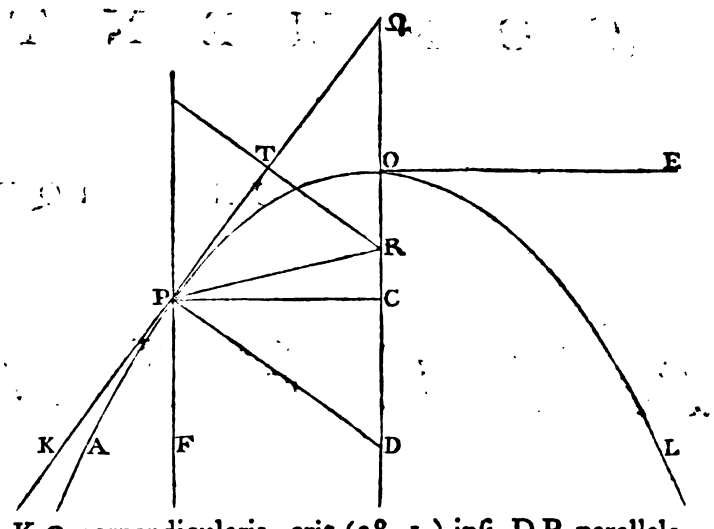
" Itaque figura quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per K." Hoc iiſdem verbis ut ſupra demonſtrabitur, ſi jungantur L B, B K, B C, K L, K C, C L.

Digitized by Google

IN PROP. II. Lib. II.

"Seſquialterum ejus, quæ uſque ad axem;" hoc eſt, ſeſquialterum dimidiæ rectæ juxta quam poſſunt quæ ad axem ordinatim applicantur, ut conſtat ex demonſtratione Prop. V. de Conoidibus et Sphæroidibus.

Pag. 340. lin. 19. "Quare angulus R P Ω acutus erit." Sit enim rectanguli coni ſectio A O L, cujus axis O D; et ipſam contingat recta K Ω in puncto P et occurrat axi in Ω. Sit recta O E juxta quam poſſunt quæ ad axem ordinatim applicantur; et ducantur a contactu P ad axem rectæ P C, P D, recta quidem P C axi ordinatim applicata, recta vero P D contingenti K Ω perpendicularis. Tum erit rectangulum Ω C D (8. et 17. 6.) æquale quadrato ex P C, et proinde æquale rectangulo E O C, per cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. Ut igitur Ω C ad O C ita E O ad C D. Sed recta O C dimidia eſt ipſius Ω C, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. et idcirco eſt recta C D dimidia ipſius O E, et proinde æqualis rectæ, quæ ad axem uſque pertingit. Quare ſi O R ſegmentum axis ſit minus linea, quæ uſque ad axem, punctum R cadet inter puncta O, D; et idcirco ſi jungatur R P erit angulus R P Ω acutus.

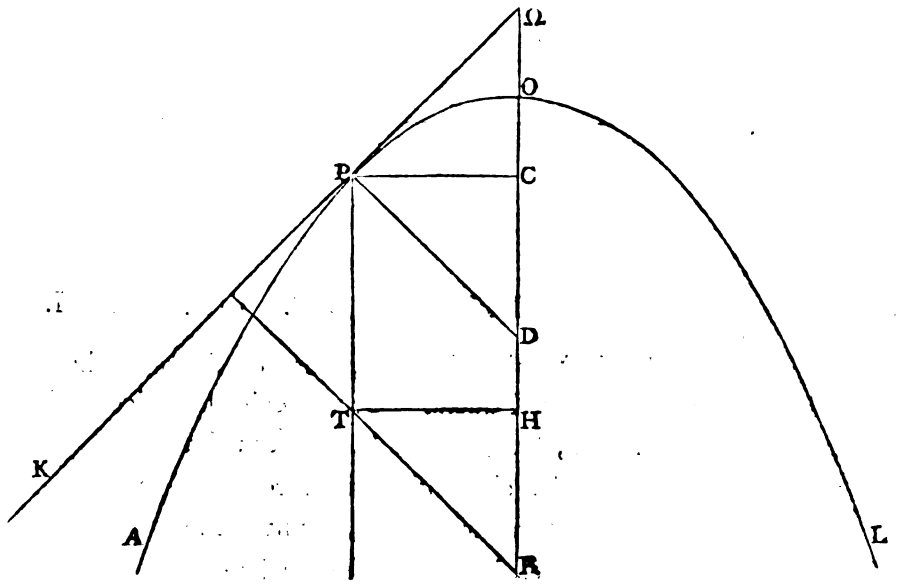


Porro, ſi ducatur recta R T contingenti K Ω perpendicularis, erit (28. 1.) ipſi D P parallela; et proinde cum linea F P extra ſectionem conveniet, et cadet inter P et Ω puncta.

Eadem ratione demonſtrabitur, in Prop 3. "angulum R O K acutum eſſe: et perpendicularem ab R ad K Ω ductam cadere inter K et O."

IN PROP. IV.

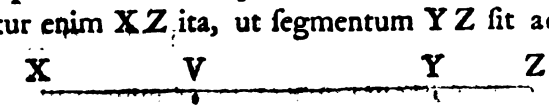
"Ducta linea ab R ad T et producta." &c. Sit enim rectanguli coni ſectio A O L, cujus axis O D, et ipſam contingat recta K Ω in puncto P; et ſint cætera ut ab Archimede poſita. Ducantur a contactu P rectæ P D, P C ad axem; recta P C ei quidem ordinatim applicata, recta vero P D contingenti perpendicularis. Itaque, ut ſupra, demonſtrabitur rectam C D æqualem eſſe ei, quæ uſque ad axem. Sunt igitur inter ſe æquales rectæ C D, H R, uti etiam (34. 1.) rectæ C P, H T; et proinde (4. 1.) anguli C D P, H R T æquales. Ergo rectæ D P, R T ſunt parallelæ (27. 1.); et idcirco recta R T producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto P contingente.



Eadem ratione demonſtrabitur in Prop. 5. rectam "R T productam facere angulos rectos cum ipſa K P Ω."

IN PROP. V.

"Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum N O ad quadratum M O." Dividatur enim X Z ita, ut ſegmentum Y Z ſit ad X Z ut magnitudo demerſa ad totam portionem. Sit vero ſegmentum X V ad X Z ut exceſſus qua-



Digitized by Google

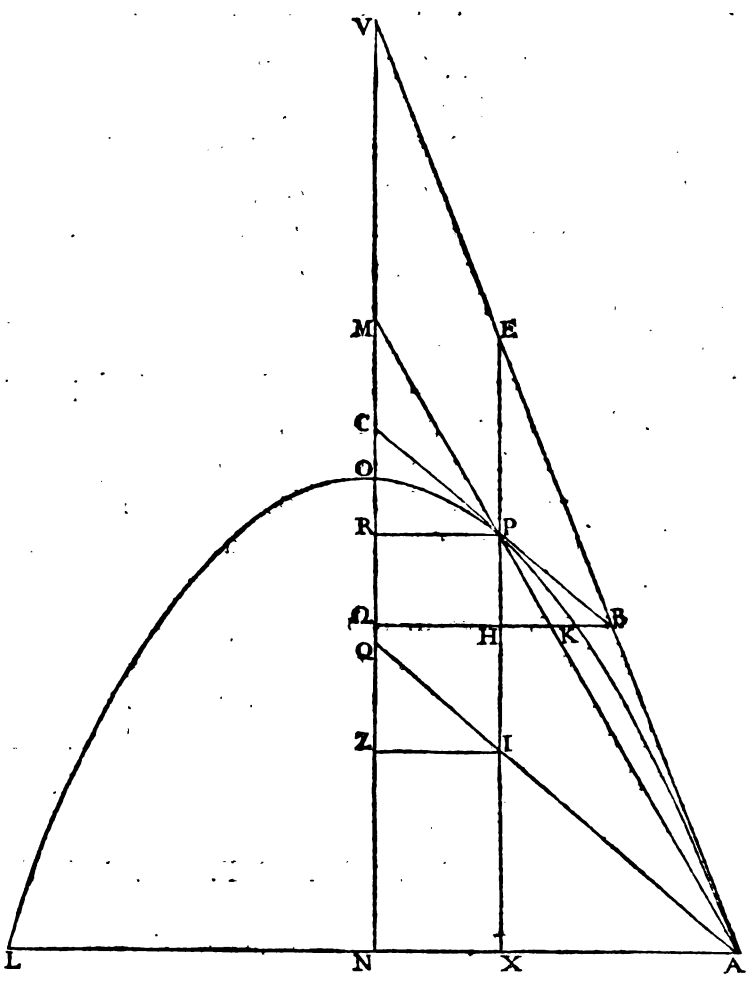
drati NO ſupra quadratum MO ad ipſum NO quadratum. Et quoniam magnitudo demerſa non majorem proportionem habet ad totam portionem quam exceſſus, quo quadratum NO excedit quadratum MO, ad ipſum NO quadratum, ſegmentum YZ non eſt majus ſegmento XV. Quare ſegmentum VZ non eſt majus ſegmento XY. Recta igitur XZ non habet majorem proportionem ad XY, quam habet ad VZ. Sed ut recta XZ ad XY ita tota portio ad eam quæ eſt extra humidum; et per hypotheſin et converſionem, ut recta XZ ad VZ ita quadratum NO ad quadratum MO. Quare non majorem proportionem habet tota portio ad eam quæ eſt extra humidum, quam quadratum NO ad quadratum MO.

IN PROP. VI.

" Quoniam ergo in portione APOL, quæ continetur recta linea, et rectanguli coni ſectione, KΩ quidem æquidiſtans eſt ipſi AL; PI vero diametro æquidiſtat: ſecaturque ab ipſa KΩ in H; et AS æquidiſtat contingenti in P: neceſſarium eſt ipſam PI ad PH vel eandem proportionem habere, quam habet NΩ ad ΩO, vel majorem: hoc enim jam demonſtratum eſt." Ubi tamen vel ab Archimede vel ab alio inter Veteres Mathematicos, ſe omnino ignorare profitetur Commandinus, qui itaque demonſtrationem in Commentariis ſuis adjecit, magno molimine, et ſchematum plurimorum ope confectam. Nos idem brevius et facilius ex ſequentibus.

Cæteris manentibus, ut ab Archimede poſita ſunt, occurrant rectæ ΩK, ÇP ſibi invicem in B; et per punctum B ducatur recta BV quæ ſectionem continget.

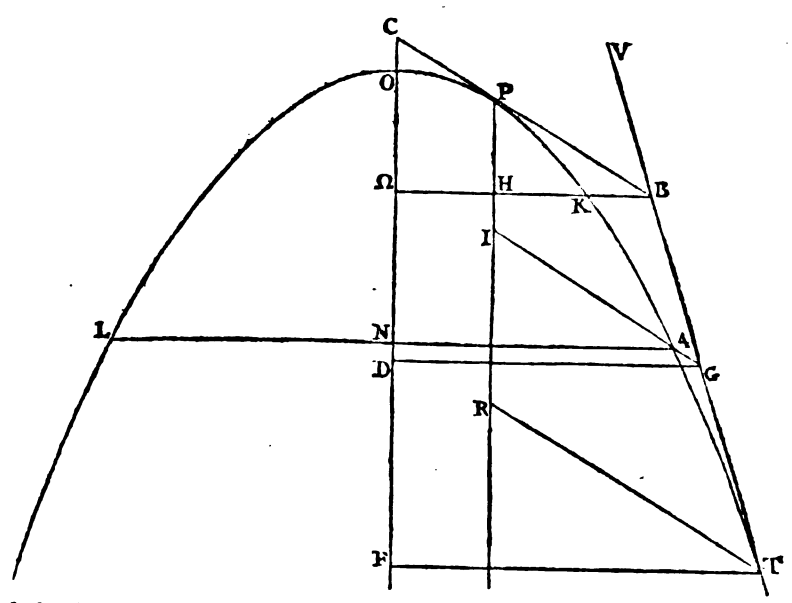
Primum contingat recta BV ſectionem in puncto A, et occurrat diametris IP, NO in E, V. Occurrant rectæ BP, AI diametro NV in C, Q; et per puncta P, I ducantur rectæ PR, IZ ipſi AL parallelæ et occurrentes NO in R, Z. Poſtremo, ducatur recta AP et occurrat rectæ NV in M. Tum erit recta IP rectæ PE æqualis, recta autem NO rectæ OV, et recta RO rectæ OC, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. conic. Apol. Sed propter parallelas EH, VΩ, erit EP ad VC ut BP ad BC, hoc eſt, ut PH ad CΩ; et propter æquales EP, PI, et conſtructionem, erit recta VM rectæ MQ æqualis. Porro recta RZ rectæ IP, vel EP, æqualis eſt. Quare ut RZ ad VC ita PH ad CΩ, hoc eſt, propter æquales (34. 1.) ut RZ ad RN ita RΩ ad CΩ; et dividendo, ut RZ ad ZN ita RΩ ad CR. Ut vero IP ad CM ita (4. 6.) AP ad PM; et ut AP ad PM ita AX ad XN vel IZ, hoc eſt IX vel ZN ad QZ. Quare (11. 5.) propter æquales, ut RZ ad CM ita ZN ad QZ; et permutando, ut RZ ad ZN ita CM ad QZ. Sed propter æquales (34. 1.) IZ, PR et parallelas IZ, PR et IQ, PC, erunt (26. 1.) QZ, CR inter ſe æquales: et proinde, (11. 5.) ut RΩ ad CR ita CM ad CR. Sunt igitur CM, RΩ æquales. Rurſus, ut AV ad BV ita ſe habet VN ad VΩ et VQ ad VC; et proinde ſumendo dimidia antecedentium, ut VO ad VΩ ita VM ad VC. Quare dividendo, ut VO ad OΩ ita VM ad MC; hoc eſt, ut NO ad OΩ ita QM ad MC: et proinde dividendo, ut NΩ ad OΩ ita QC ad CM. Ergo, quoniam rectæ QC, PI, uti etiam CM, RΩ, PH inter ſe æquales ſunt; erit NΩ ad OΩ ut PI ad PH.



Secundo, contingat recta VB ſectionem in puncto T; et ducatur recta TR ipſi AI vel CB parallela, et occurrens PI in R. Ducatur etiam recta TF ipſi AN vel ΩK parallela, et occur-

Digitized by Google

rens O N in F. Producatur recta I A et occurrat contingenti B T in G; et ducatur recta G D ipsi A N parallela, et occurrens O N in D. Tum propter parallelas, erit D Ω ad F Ω ut B G ad B T, et B G ad B T ut P I ad P R. Quare ut D Ω ad F Ω ita P I ad P R. Sed, ut supra, demonstrabitur, rectam F Ω esse ad Ω O ut P R ad P H; et proinde (22. 5.) ut D Ω ad Ω O ita P I ad P H. Sed D Ω ad Ω O majorem proportionem habet quam N Ω ad Ω O; et idcirco P I ad P H majorem proportionem quam N Ω ad Ω O.



" At vero N Ω sesquialtera est ipsius Ω O." Pag. 343. Nam O F (vide Fig. pag. 343.) est dupla ipsius F N, et idcirco ut N F ad N O ita quinque ad quindecim; et, per hypothesin, ut F Ω ad N O ita quatuor ad quindecim. Quare (24. 5.) ut N Ω ad N O ita novem ad quindecim; et N Ω ad Ω O ut novem ad sex.

IN PROP. VIII. Vide Fig. Pag. 345.

" Erit et C D ipsius K R sesquialtera." Quoniam enim est B K dupla ipsius K D, erit B D sesquialtera B K. Ut igitur B D ad B K ita C B ad B R; et idcirco ut B D ad B K (19. 5.) ita C D ad R K. Sed ut B D ad B K ita tria ad duo; et proinde C D sesquialtera ipsius K R.

" Perspicuum igitur est F Q ad D B proportionem minorem" &c. Nam recta C B est excessus quo axis major est, quam sesquialtera ejus quæ usque ad axem; et idcirco, per hypothesin, quadratum ex F Q ad quadratum ex B D minorem proportionem habet quam quadratum ex B C ad quadratum ex B D. Ergo quadratum ex F Q minus est quadrato ex B C, et proinde recta F Q minor ipsa B C.

" Sed quam proportionem habet quadratum P I ad quadratum I Y, eandem linea K R habet ad lineam I Y." Nam per hypothesin, et Prop. 11. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex P I æquale est duplo rectanguli sub O I, K R; et idcirco, per Prop. 35 et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apol. quadratum ex P I æquale est rectangulo sub K R, I Y. Ergo ut quadratum ex P I ad quadratum ex I Y ita rectangulum sub K R, I Y ad quadratum ex I Y, hoc est (1. 6.) linea K R ad lineam I Y.

" Et quam proportionem habet quadratum E Ψ ad quadratum Ψ B, eandem habet dimidium lineæ K R ad lineam Ψ B." Nam, ex hypothesi, quadratum ex E Ψ æquale est rectangulo sub dimidio lineæ K R et linea Ψ B; et idcirco ut quadratum ex E Ψ ad quadratum ex Ψ B ita rectangulum sub dimidio lineæ K R et linea Ψ B ad quadratum ex Ψ B, hoc est (1. 6.) dimidium lineæ K R ad Ψ B.

IN PROP. IX. Vide Fig. Pag. 346.

" Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum, proportionem eandem quam quadratum B D ad quadratum F Q:" nempe invertendo et convertendo, quoniam pars demersa ad totam portionem, eam proportionem habet, quam excessus quadrati B D supra quadratum F Q ad quadratum B D.

IN DEMONSTRATIONEM PRIMÆ PARTIS

PROP. X.

" Est autem et S B sesquialtera ipsius B R." Nam, per constructionem, est B D sesquialtera rectæ B K, recta vero D S sesquialtera ipsius K R. Quare ut B D ad B K ita D S ad K R; et

Digitized by Google

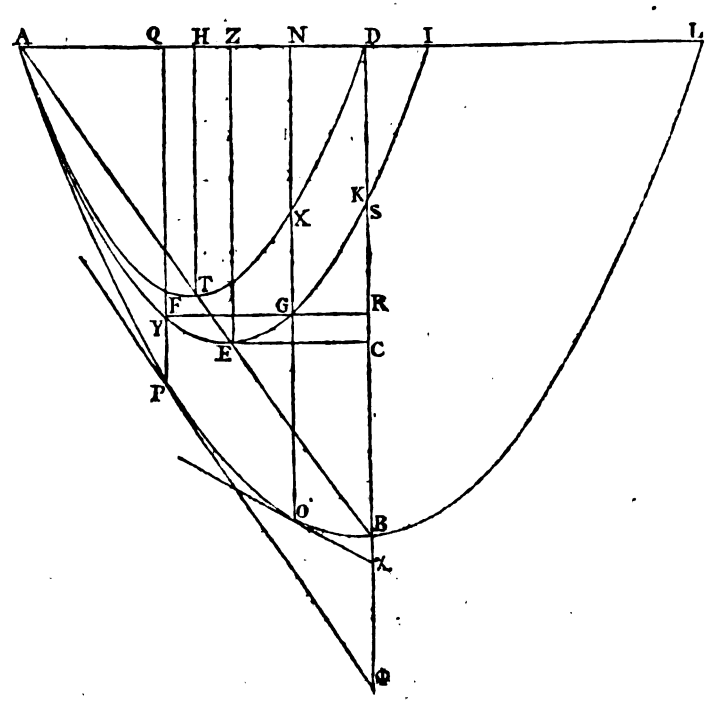
proinde (19. 5.) BD ad BK ut SB ad BR. Ergo eſt SB ſeſquialtera ipſius BR.

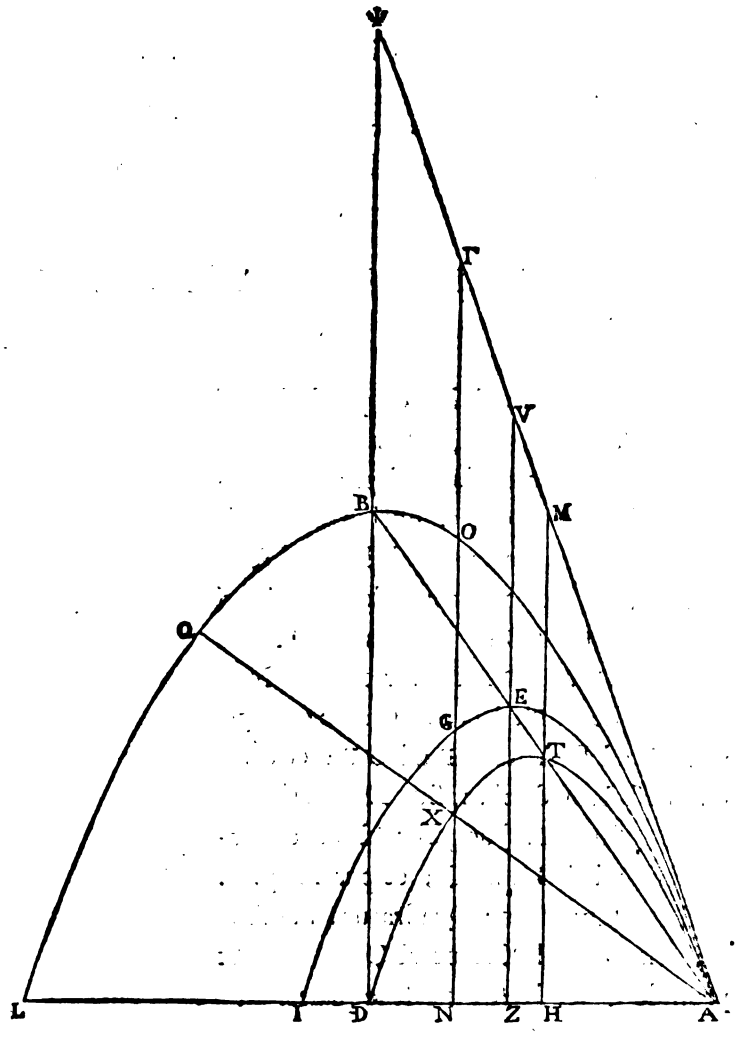
" Tranſibit igitur AEI coni ſectio per K." Quoniam enim eſt BK dupla ipſius KD, erit DK ad BD ut quinque ad quindecim. Sed, per hypotheſin, ut KC ad DB ita quatuor ad quindecim; et proinde (24. 5.) ut DC ad DB ita novem ad quindecim, et dividendo ut DC ad CB ita novem ad ſex, hoc eſt, tria ad duo.

Rurſus (4. 6.) ut DC ad CB ita AE ad EB, hoc eſt, AZ ad ZD; et proinde ut tria ad duo ita AZ ad ZD, et in eadem proportione eſt DB ad BK. Conſtat igitur AEI coni ſectionem tranſire per K, ex quarta Prop. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ.

" Habet OG ad GX proportionem compoſitam ex proportione, quam habet IL ad LA; et ex proportione, quam AD habet ad DI."

Nam contingat recta AΨ ſectionem ABL, et occurrat rectis DB, NO, ZE, HT in punctis Ψ, Γ, V, M. Tum erit BD ad EZ ut DA ad AZ, per Prop. 11. Lib. 6. Apol. et idcirco (4. 6.) BD ad EZ ut DΨ ad ZV. Sed recta DΨ eſt dupla rectæ BD, per Prop. 35. et cor. Prop. 51. Lib. 1. Apollonii; et proinde recta ZV dupla ipſius EZ. Quare recta AΨ contingit ſectionem AEI, per Prop. 33. Lib. 1. Apollonii. Eodem modo demonſtrabitur rectam AΨ contingere ſectionem ATD.



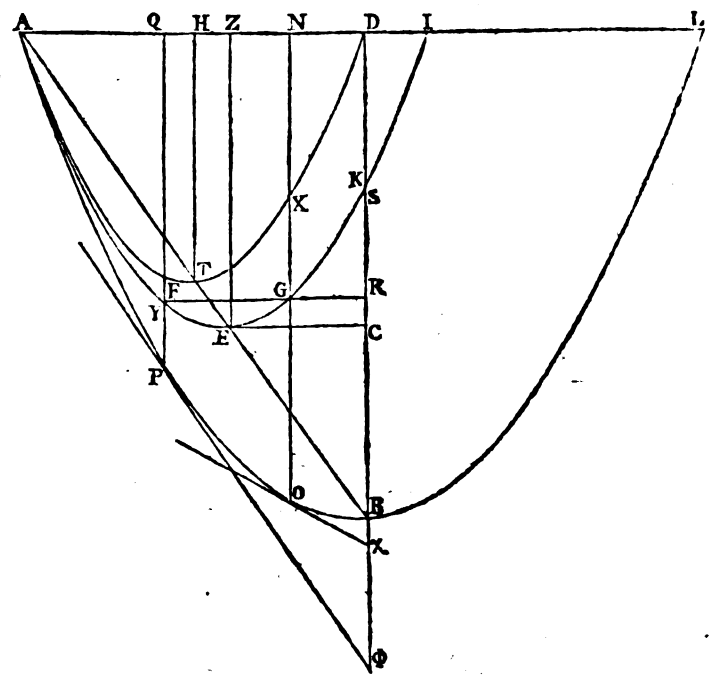


Quare, per Prop. 5. Libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, ut AL ad AN ita NΓ ad ΓO; ut vero IA ad AN ita NΓ ad ΓG. Eſt igitur rectangulum ſub AN, NΓ æquale rectangulo ſub AL, ΓO (16. 6.), uti etiam rectangulo ſub IA, ΓG; et idcirco rectangulum ſub AL, ΓO eſt æquale rectangulo ſub IA, ΓG. Ut igitur AL ad IA ita ΓG ad ΓO; et convertendo ut AL ad IL ita ΓG ad GO. Rurſus, ut AD ad AN ita NΓ ad ΓX, et idcirco rectangulum ſub AD, ΓX æquale eſt rectangulo ſub AN, NΓ; hoc eſt, æquale rectangulo ſub IA, ΓG. Quare ut AD ad AI ita ΓG ad ΓX, et dividendo ut AD ad DI ita ΓG ad GX; et invertendo ut DI ad AD ita GX ad ΓG. Et quoniam ut AL ad IL ita ΓG ad GO, erit rectangulum ſub AL, DI ad rectangulum ſub IL, AD ut rectangulum ſub FG, GX ad rectangulum ſub GO, ΓG, hoc eſt (1. 6.) GX ad GO. Ergo recta OG ad GX habet proportionem compoſitam ex proportione, quam habet IL ad LA, et ex proportione quam AD habet ad DI.

" Sed IL ad LA habet eandem quam duo ad quinque." Nam ſupra demonſtratum eſt, rectam DC ad CB eandem proportionem habere quam tria ad duo; et proinde componendo erit DC ad

Digitized by Google

DB; hoc eſt, ZE ad DB ut tria ad quinque. Sed, propter ſectionum ſimilitudinem, ut ZE ad DB ita AI ad AL. Quare ut AI ad AL ita tria ad quinque; et idcirco (19. 5.) IL ad LA ut duo ad quinque.



" Et AD ad DI eam proportionem habet, quam quinque ad unum." Ut enim BD ad DC ita quindecim ad novem, hoc eſt triginta ad octodecim; et proinde ſumendo dimidia antecedentium, ut TH ad DC ita quindecim ad octodecim, hoc eſt, quinque ad ſex. Quare ut TH ad EZ, hoc eſt, propter ſectionum ſimilitudinem, AD ad AI ita quinque ad ſex; et dividendo, ut AD ad DI ita quinque ad unum.

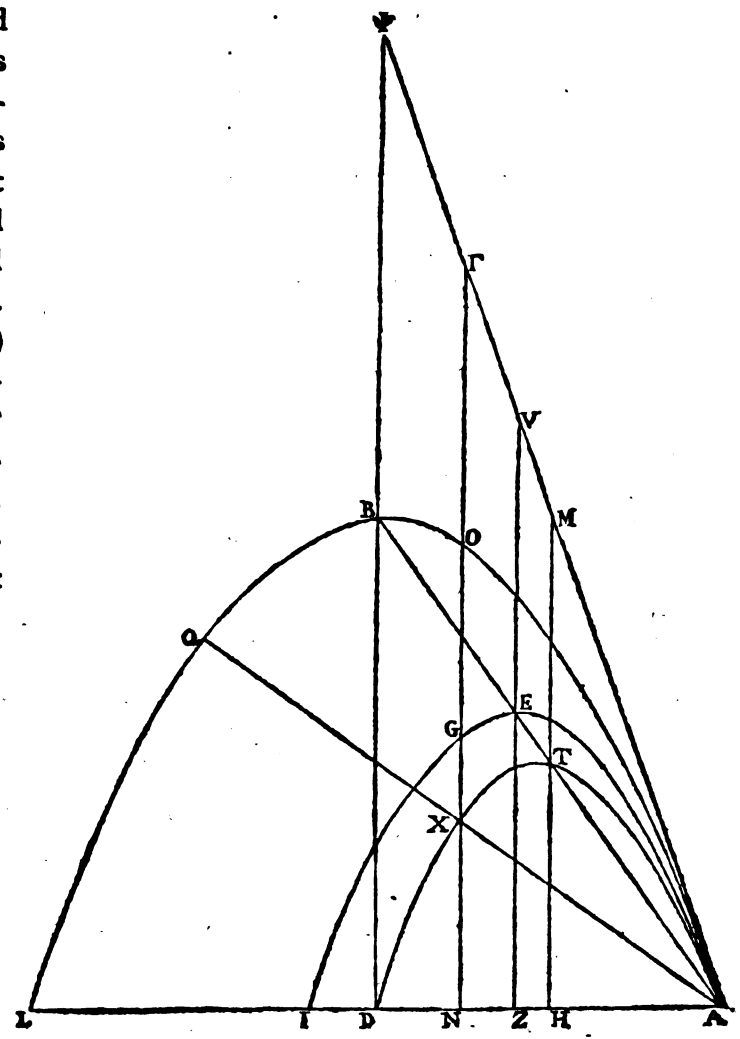
" Harum autem DZ, DA duplæ ſunt ipſæ LI, LA." Nam demonſtratum eſt, rectam, AZ ad ZD eandem proportionem habere quam tria ad duo; rectam vero AL ad LI eandem quam quinque ad duo. Quare componendo ut AD ad ZD ita quinque ad duo; et proinde (11. 5.) ut LA ad LI ita AD ad ZD. Sed AL dupla eſt ipſius AD, et idcirco LI dupla ipſius ZD.

" Demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cujus axis eſt major, quam ſeſquialter ejus, quæ uſque ad axem," &c. Nimirum in Propoſitione quarta.

IN DEMONSTRATIONEM SECUNDÆ PARTIS

PROP. X.

" Poſtea ducta AN, et producta ad Q, lineæ AN, NQ inter ſe æquales erunt." Nam cæteris ut ſupra manentibus, erit, per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, LN ad NA ut NO ad Oγ; et componendo ut LA ad NA ita Nγ ad Oγ. Rurſus ut DA ad NA ita Nγ ad Xγ, et invertendo ut NA ad DA ita Xγ ad Nγ. Quare (23. 5.) ut LA ad DA ita Xγ ad Oγ; et quoniam eſt LA dupla ipſius DA, erit Xγ dupla ipſius Oγ. Jungatur AX, et occurrat ſectioni ABL in Q; et per Prop. 5. libri Archimedis de Quadratura Parabolæ, erit QX ad XA ut XO ad Oγ, et proinde QX, XA inter ſe æquales.



Digitized by Google

COLLATIO OPERUM
ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN

CODICE IV. PLUTEI XXVIII.

BIBLIOTHECÆ LAURENTIANÆ, FLORENTIÆ,

MEMBRANACEO IN FOL. MINORI SÆCULI XIII.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN EODEM CODICE;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

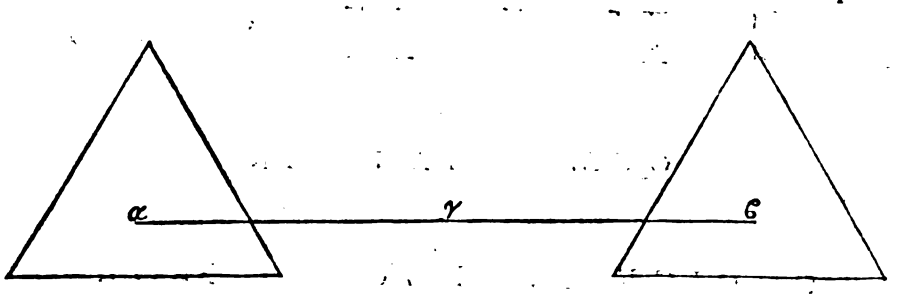
Edit. Oxon.			Edit. Basil.			Codex Florent.
	Tit.	———		Tit.	Αρχιμηδους επιπεδων &c.	Concordat titulus cum editione.
Pag. 1.	l. 1	ἀπὸ τῶν ἴσων	Pag. 104.	l. 35	* *	deeſt τῶν
———	l. 7	προστίθη	———	l. 39	προστίθη	προστιθη
———	l. 12	ἐφαρμόζει	———	l. 42	ἐφαρμόζη	εφαρμοζει
———	l. 19	σχήματος, ἃ ἀ περίμετρος	———	l. 45	σχήματος οὗ ἀπερίμετρος	σχηματος ουκα απεριμετρος
—— 2.	l. 16	ἰσορροπήσει	—— 55.	l. 39	* *	ισσοροπησει
———	l. 17	ἀδ' ἕτερον	———	l. 40	* *	ουδ'ιτερον
———	l. 24	ἴσχη	———	l. 48	ἴσχει	εχη
———	l. 32	ἐπισκεμμένοις.	—— 56.	l. 3	* *	επισκεπτομενοις
———	l. 44	πρὸς ΘΚ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ, καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπιζευχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ,	———	l. 12	πρὸς καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΘΛ, καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΔ· καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ, ΚΔ &c.	προς ΘΚ· και η ΖΘ προς ΘΛ· και η ΔΘ προς ΘΜ· και επιζευχθωσαν αι ΜΚ ΚΛ &c.
—— 3.	l. 2	ἀπὸ τῦ Θ	———	l. 27	* *	αι απο του Θ
———	l. 4	ἃ ἀ περίμετρος	———	l. 29	* *	ουκα απεριμετρος (ſic)
———	l. 7	προειρημένους	———	l. 30	* *	προοιμιοις.
———	l. 8	περίμετρον,	———	l. 31	* *	περιδιαμετρον
———	l. 12	τοῦ ΑΒΓ	———	l. 34	τοῦ ΑΒ	του ΑΒΓ
———	l. 21	βάρεος,	———	l. 41	* *	βαρους
———	l. 26	ὅπερ ὐχ	———	l. 45	οὐχ	οπερ ουχ
———	l. 39	Ἀφαιρεθείσας	—105.	l. 1	* *	αφαιρεθεισας γαρ
———	l. 42	ποτιτεθείη.	———	l. 3	* *	ποτιτεθη
					Cap. I.	
———	l. 46	ἢ τὸ μεῖζον ἀπὸ τῦ ἐλάσσονος,	———	l. 4	καὶ τὸ ἀπὸ τῦ ἐλάσσονος	και το ζ M (quo nexu indicatur vox μειζον) απο του χ (quo nexu ſignificatur ελασσονος, ut etiam infra alias occurrit)
———	l. 48	καὶ ἴσῳ μεῖζον τὸ Α·	———	l. 5	καὶ ἴσῳ τὸ Α	και ισω μειζον (ſcriptum ut ſupra) το Α
———	l. 52	ἴσῳ	———	l. 6	* *	ισω ελαττων

Aſteriſmi deſignant Baſileenſis Editionis cum Oxonienſi concordantiam.

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 4. l. 2 Τὰ γὰρ ἴσα	Pag. 105. l. 10 γὰρ ἴσα	τα γαρ ισα

Schema ad hoc pertinens Caput ita se habet



Cap. II.

——	l. 14 κέντρον ἴσας	—— l. 20 * *	κεντρον ουν
——	l. 22 μεγεθέων	—— l. 23 * *	μεγεθων
——	l. 31 ἰσορροπῶντι	—— l. 31 * *	ισορροπησουντι
——	l. 33 ὅτι τὸ Γ	—— l. 34 τὸ ὅτι Γ	οτι το Γ
——	l. 37 Κέντρον τὸ βάρεος	—— 56. l. 47 * *	ισω κεντρον του βαρους

Cap. III.

——	l. 47 μεγεθέων	—— 105. l. 36 * *	των μεγεθεων
—— 5.	l. 2 αὐτῶν κέντρον	—— l. 37 * *	το αυτο κεντρον
——	l. 19 καὶ τῷ πλήθει	—— l. 50 * *	κατω πληθει
——	l. 22 μεγέθιος	—— l. 51 * *	μεγεθια

Cap. IV.

——	l. 45 καὶ ὡς τὸ Α	—— 106. l. 18 * *	και ισω ως το Α
—— 6.	l. 13 ἡμίση	—— l. 26 ἥμισυ	ημιση
——	l. 20 ἴσῳ τὸ Α τῷ Ζ.	—— l. 34 * *	ισω και το Α το Ζ
——	l. 27 εἰς τὰς τῷ	—— l. 38 εἰς τᾶς τᾶ	deest τᾶ
——	l. 28 ἴσα ἐστὶ	—— l. 39 * *	ισω ισαι
——	l. 41 Ἀλλ' ἔν τὸ	—— l. 45 * *	ισαι ουν το
——	l. 44 διέσαχε	—— l. 47 διεσάμεν	διεσακεν

Cap. V.

—— 7.	l. 6 ἀντιπεπονθότως	—— 107. l. 1 * *	αντιπεπονθοτως
——	l. 9 δὲ τὰ	—— l. 3 τὰ δὲ	δε τα
——	l. 18 τῷ Γ, ἢ ὦ.	—— l. 10 * *	τω Γ Η. ου
——	l. 28 τὸ ΑΒ	—— 57. l. 2 * *	το απο ΑΒ
——	l. 31 ἔλαττον	—— l. 4 * *	το ελαττον
——	l. 32 τῶν μείζονος	—— ib. * *	του μειζονος

Cap. VI.

——	l. 42 μεγέθιός τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ,	—— 107. l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῆ	αφαιρεθη τι μεγεθος
—— 8.	l. 4 τῆ ἀφῃρημένῃ μεγέθιος	—— l. 22 τοῦ ἀφῃρημένῃ μεγέθεως	των αφηρημενων μεγεθεων
——	l. 7 ᾧ τὸ κέντρον	—— l. 24 αὗτως κέντρον	οὐ κεντρον
——	l. 20 τμάματα	—— l. 36 * *	τα τμαματα
——	— ib. ἀντιπέπονθε	—— — ib. ἀντιπεπονθέμεν	αντιπεπονθενμεν
——	l. 25 ἐστὶ ἄρα	—— l. 38 * *	αρα εστι

Cap. VII.

—— 9.	l. 7 τῆ βάρεος	—— 108. l. 5 τοῦ βάρε	του βαρους

Cap. VIII.

——	l. 16 δίχα τέμνουσα	—— l. 9 τέμνουσα	διχα τεμνουσα
——	l. 28 Τὰ ἄρ ΑΔΒ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα	—— l. 21 τρίγωνα ἴσα	τα αρα ΑΒΔ ΒΔΓ τριγωνα ισα
——	l. 32 Καὶ τετμάσθω δίχα ἡ ΔΒ κατὰ τὸ Θ	—— l. 24 καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΔΒ κατὰ τὸ Θ.	deſunt
——	l. 38 τὸ ΒΔΓ	—— l. 30 * *	το ΑΔΓ
——	l. 39 τᾶς ΑΒ	—— l. 31 * *	τας μεν ΑΒ
——	l. 43 τριγώνω	—— l. 34 τριγωνίω	τριγωνου

Cap. IX.

—— 10.	l. 6 σαμεῖα	—— l. 40 σαμεῖον	σαμεια
——	l. 19 ἴσῳ τὸ Η κέντρον	—— 109. l. 2 ἴσῳ τὸ ἢ κέντρον	ισω το Η κεντρον
——	l. 26 ἑκάσαν	—— l. 5 ἑκάσην	εκασον
——	l. 28 ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ	—— l. 6 * *	ισα εστι τα υπο ΕΔΗ
——	l. 32 τὸ Ν σαμεῖον, ὅπερ	—— l. 8 * *	deſunt

Cap. X.

——	l. 37 βάσιν	—— l. 10 * *	ταν βασιν
——	l. 38 ὁμοίως	—— l. 11 ὁμοίας	ομοιως
——	l. 44 ἐπιζεύχθω	—— l. 12 * *	επιξευχθω, et ſic in linea 18.
——	l. 50 ὁμοίως	—— l. 15 * *	ομοιως corr. ομοιας
—— 11.	l. 2 γεγονέτω	—— l. 19 * *	πεποιησθω
——	l. 8 ὑπὸ ΑΗΒ	—— l. 28 * *	υπο ΑΗΒ γωνια
——	l. 20 ὁμολόγως	—— l. 34 * *	τους ομολογως
——	l. 21 καὶ ἴσας	—— l. 34 * *	deeſt και

Cap. XI.

——	l. 27 ἐπὶ μέσαν	—— l. 36 * *	επιμεσα
——	l. 32 καὶ δ' αὐτοῦ	—— l. 39 * *	και δια του
——	l. 35 τᾶς ΘΙ	—— l. 40 * *	τας ΘΙΕ

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 11. l. 41 τοῦ δὴ ΖΟ	Pag. 109. l. 43 * *	του δε ΖΘ
—— l. 49 τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ.	—— l. 46 * *	τας ΑΜ, ΜΖ ΖΓ ΚΖ
—— 12. l. 9 λόγον ἔχει	—— l. 51 * *	deeſt ἔχει
—— l. 17 τι μέγεθος	—— 110. l. 4 τὸ μέγεθος	τι μεγεθος
—— l. 42 ἡ ΑΕ	—— 57. l. 13 * *	η ΑΘ
—— l. 45 ἐστιν ἄρα	—— l. 15 * *	αρα εστιν
—— 13. l. 5 τρίγωνα	—— l. 22 * *	τα τριγωνα
—— l. 6 ἴσων βασίων	—— ib. ἴσου βάσίων	ισων βασιων
—— l. 14 ἔχει λόγον	—— l. 27 * *	λογον εχει
—— l. 15 ἄρα πρὸς	—— ib. * *	deeſt ἄρα
—— 14. l. 7 πορεύεται διὰ τῆ Θ	—— 111. l. 1 * *	πορευεται δε δια του Θ.
	Cap. XII, XIII.	
—— l. 31 αὐτᾶς	—— l. 12 * *	αυτης
—— l. 33 ἔχει τὸν λόγον	—— l. 14 * *	εχειν τον λογον
—— l. 43 ἐκβαλης	—— l. 18 * *	εκβαλη
—— 15. l. 9 τᾷ βάσει ἄκραι ἀ ΜΘ.	—— l. 32 τᾶ βάσει * οὐκ τᾶς ἀ ΜΘ.	τα βασει ακραι ἀ ΜΘ
—— l. 33 σαμεῖον	—— 57. l. 37 σημεῖον	σαμειον, et ſic infra.
—— l. 42 βάρεος	—— l. 46 * *	βαρους
—— l. 46 ἐπιζευγνύμεναι	—— l. 49 ἐπιζευγνύμεναι	επιζευγνυμεναι
—— 16. l. 7 βάρεος	—— 58. l. 5 * *	βαρους
	—— 127. Archimedes τετραγωνισμος παραβολης	
—— 18. l. 5 κέχρηται	—— l. 37 * *	κεχρηται
—— l. 11 συραμὶς	—— l. 40 * *	μυραμις
—— l. 15 προκειμένω	—— l. 43 προκειμένω	προειρημενω
—— l. 17 τῶν ἄνευ τούτε	—— l. 45 τοῦ τούτου	των ανευ του τουτου
	Cap. I.	
—— l. 27 τομὰ ἀ ΑΒΓ,	—— 128. l. 1 τομὰ ἀ ΒΓ	τομα αφας ἀ ΑΒΓ
—— — ib. ἀ μὲν	—— l. 2 * *	deſunt
—— l. 29 ΑΔΓ	—— l. 3 * *	ΑΓ
—— l. 31 τῆ κώνε τομᾶς κατὰ τὸ Β° ἰσογώνιαι αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι.	—— l. 4 * *	του κωνου τομας· ισα εσται α ΑΔ τα ΑΓ· και ιση η ἀ ΑΔ παραλληλος εσσουσαι αι τε ΑΓ. και ἀ κατα το Β. επιψαυουσαι τας τε κωνικ τομας.
	Cap. II.	
—— l. 38 ἀ ΑΒΓ,	—— l. 7 ἀ ΑΒ	ἀ ΑΒΓ
—— — ib. ΒΔ	—— l. 8 ἀ ΒΔ	α μεν ΒΔ
—— l. 40 καὶ ἀ ΓΕ	—— l. 10 * *	α δε ΕΓ
	Cap. III.	
—— 19. l. 2 ἀ ΑΒΓ	—— l. 13 ἀ ΑΒ	ἀ ΑΒΓ
—— l. 3 ἀχθῶσι	—— l. 15 * *	αχθωσαν
—— l. 4 παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β	—— — ib. * *	deſunt
—— l. 7 μάκει	—— l. 17 μήκει	deeſt
—— l. 8 ὅτως	—— — ib. * *	deeſt
	Cap. IV.	
—— l. 19 τίμνουσα ἑκατέραν τᾶν ΑΓ ᾗ ΓΒ εὐθεῖα τὸν αὐτὸν	—— l. 24 τίμνουσαν, τὰν δὴ	τιμνουσα ταν δια
—— l. 23 διὰ τῆ Η	—— l. 27 διὰ τοῦ Κ	δια του Ι
—— l. 27 τὰν ΚΗ	—— l. 29 * *	ταν ΚΙ
—— l. 30 ὅτως ἀ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΖ δυναμει·	—— l. 31 οὕτως ἀ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυναμει· ὥς τε	ουτως ἀ ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαι. ωστε
—— l. 37 ΔΖ, ὅτως ἀ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. Τᾷ δὴ	—— l. 34 ΔΖ, οὕτως ἀ ΘΖ ποτὶ ταν ΘΗ. τὰ δὴ	deſunt. Inter ΘΗ et τὰ δὴ intercedit lacuna trium vel quatuor verborum.
	Cap. V.	Deinceps nulla fit in Codice Capitum numeratio.
—— 20. l. 5 παρὰ τὰν ΑΖ·	—— 129. l. 4 * *	ποτι ταν ΑΖ
	Cap. VI.	
—— l. 37 κάτω νοείσθω·	—— l. 27 * *	καταφρεισθω
—— 21. l. 5 ὁ ζυγὸς, ἐσσεῖται ἀ ΑΓ	—— l. 33 ὁ ζυγὸς ΕΚ, καὶ ἀ ΑΓ	ο ζυγος ιηκα ἀ ΑΓ
—— l. 8 καθέτοι	—— l. 39 * *	καθετοις
—— l. 16 τριγώνιον	—— l. 47 * *	τριγωνον
—— l. 17 καταγασθὶν,	—— l. 48 * *	καταγαδειν
	Cap. VII.	
—— l. 34 βάσιν	—— 130. l. 7 * *	βασιν μεν
	Cap. VIII.	
—— 22. l. 8 κρεμάσθω	—— l. 23 * *	κικρεμασθω
	Cap. IX.	
—— l. 34 κρεμάσθω	—— l. 50 * *	κικρεμασθω, et ſic infra
	Cap. X.	
—— 23. l. 19 τοῦτον ἔχειν	—— 131. l. 20 * *	τουτον εχει corr. τουτον ὃν εχει
—— l. 25 ἔχον	—— l. 23 * *	εχοντα
—— l. 26 ἰσορροπήσει	—— l. 24 * *	ισορροπειτω
—— l. 30 Μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπεζῖον	—— l. 26 * *	μειζον ὁν αλογον εχον το ΒΔΗΚ τραπειον
	Cap. XI.	
—— l. 48 τὰ Β, Η	—— l. 43 τὸ Β, Η	τα ΒΗ

Digitized by Google

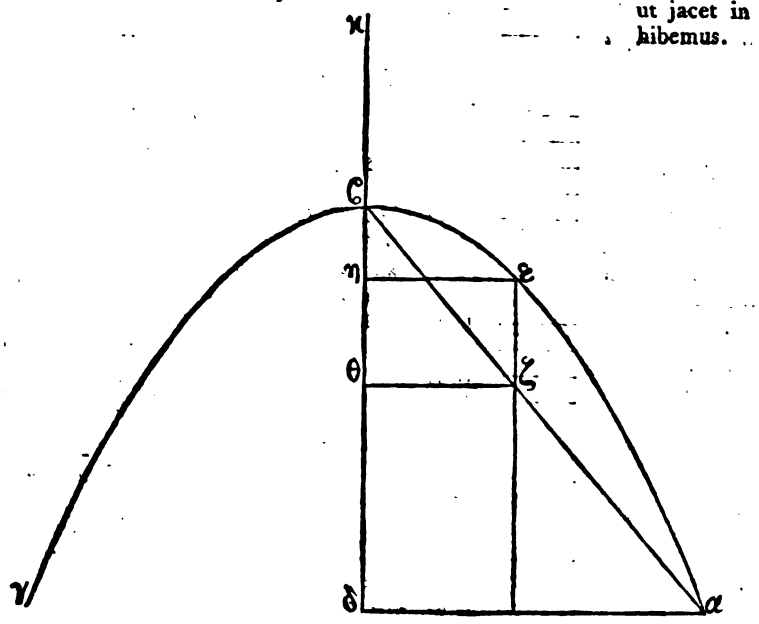
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XII.	
Pag. 24. l. 20 τῦ Α	Pag. 131. l. 50 * *	του μιν Α
—— l. 27 τῷ Ζ,	— 132. l. 5 * *	τα Ζ
	Cap. XIII.	
—— l. 43 κατὰ τὰ Ε, Η·	—— l. 23 * *	κατα τα ε.
—— l. 46 ἰσορῥοπήτω	—— l. 26 ἰσορῥοπήτω	ισορροπειτω
	Cap. XIV.	
—— 25. l. 20 τριγώνῳ,	—— l. 41 τριγωνίᾳ	τριγωνου
—— l. 22 α ΓΒ	—— l. 42 ἡ ΑΒ	ἡ ΑΒΓ
—— l. 25 καὶ κεκρεμάσθω	— 132. l. 43 * *	και κρεμασθω
—— l. 30 ζυγῦ	—— l. 44 * *	του ζυγου
—— l. 39 τῷ ΤΗ·	—— l. 45 τῦ ΘΗ	τω ΤΗ
—— 26. l. 4 ἴσχυσα λόγον	— 133. l. 1 ἴσχειν λόγον	εχοντι λογον
—— l. 5 ποτὶ τὸ ΑΖ.	—— — ib. * *	ποτι το ΑΖ
—— l. 6 ποτὶ δὲ ταὶ ΒΙ	—— — ib. * *	ποτι δι ται ΒΗ
	Cap. XV.	
—— l. 46 ἀγμέναι	—— l. 41 * *	αγμενων
—— 27. l. 5 τὰ ΒΕ	—— l. 44 τᾶ ΒΕ,	ται ΒΕ
—— l. 22 Νοείσθω δὲ	—— l. 49 * *	νοισθω δη
—— l. 32 τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ	— 134. l. 1 τὰ ΡΧΨΩΔ	των ΡΧΨΩΔ
—— l. 39 τῦ Ρ	—— l. 15 * *	του ΡΧ
	Cap. XVI.	
—— 28. l. 5 τὸ ΒΘΓ	—— l. 33 * *	το ΒΓΔ
—— l. 17 αἱ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ ΠΟ..	—— l. 40 * *	αι ΜΦΝΡΞΘΠΣ
—— l. 39 μείζον ἢ	—— l. 48 * *	μειζον ὁν ἤ
—— l. 51 κατασκευάσθω.	— 135. l. 2 * *	κατεσκευασθω
—— 29. l. 3 ἐντὶ	—— l. 4 * *	εστι
—— l. 14 ἐστὶν	—— l. 15 * *	εντι
	Cap. XVII.	
—— l. 35 τομᾶς	—— l. 28 τιμᾶς	τομας
—— 30. l. 1 τριπλάσιον· δῆλον	— 136. l. 2 τριπλάσιον, δῆλον	τριπλασιον εστι τω δι ΒΘΓ τριγωνω τετραπλασιον. δηλον
—— l. 2 τμᾶμα	—— — ib. τμημα	deeſt
—— — ib. ΒΘΓ τριγώνου.	—— — ib. τοῦ ΒΘΓ τριγωνου	του ΒΔΓ τριγωνου
—— l. 6 ἀπὸ τᾶς	—— l. 4 * *	απο επι τας
	Cap. XVIII.	
—— l. 21 ὀρθογωνίῳ	—— l. 14 ὀρθογωνίῳ	και ορθογωνιου
	Cap. XIX.	
—— l. 31 ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιως, αἱ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας·	—— l. 20 * *	deſunt omnia.
—— l. 45 ἔστι μέντοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν	—— l. 32 ἔστω μέν τοι δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν	αι μεν τι δηλον ως ταν αυταν
	Cap. XX, XXI.	
—— 31. l. 35 τμαμάτεσσι,	— 137. l. 5 τμημάτεσσι	τμημασιν
—— 32. l. 1 τμάματος τῦ ΑΖΒ· τρίγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ τᾶν αὐτᾶν	—— l. 17 * *	του τμηματος του ΑΖΒ. το δι ΑΖΒ τριγωνον ταν αυταν
—— l. 10 ὀκταπλάσιον.	—— l. 21 * *	εστιν οκταπλασιον
—— l. 12 τμᾶμα	—— l. 21 τμῆμα	τμηματος
	Cap. XXII.	
—— l. 17 τῷ βάσιν	—— l. 23 * *	deeſt τῶ
—— l. 23 τετραπλάσιον ἢ ἴσον τὸ Ζ τῦ Η· καὶ ἴσον τὸ Ζ ἴσου	—— l. 29 τετραπλάσιον δὲ ἴσον τὸ Ζ· καὶ ἴσον τὸ Ζ ἴσου	τετραπλασιον δι ισον το ηγουμενον του τετμημενου. μειζον δι ισον το Ζ. και ισον το Ζ ισον &c.
—— l. 39 εἰς τὰ	—— l. 41 * *	τα ις τα
—— l. 41 ἴσα ἐντὶ τῷ Θ·	—— l. 43 ὄντων ΤΘ	οντων το Θ
—— l. 44 ἐς τὸ τμᾶμα.	—— l. 44 ἐς τὸ τμῆμα	εις το τμημα
	Cap. XXIII.	
—— 33. l. 2 συντιθέντι	—— l. 46 * *	συντιθεντι
—— l. 4 εἰς τὸ αὐτὸ	—— l. 47 * *	ες το αυτο
	Cap. XXIV.	
—— l. 46 μεῖζον,	— 138. l. 25 * *	μειζον εστι
—— l. 48 ΑΔΕΒΓ	—— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ
	Ἀρχιμήδους τετραγωνισμὸς παραβολῆς τέλος.	Poſt repetitionem tituli, qualis erat in principio Libri, ſubjungitur: Εὐτυχοίης λίαν γεωμέτρα. Πολλοὺς ἐς λυκάβαντας ἰοὺς πολὺ φίλτατε μούσαις
	— 112. Ἀρχιμήδους Ισορῥοπικῶν β΄.	Ἀρχιμήδους ισοροπικων β΄.
	Cap. I.	
—— 35. l. 18 τὰ Ε, Ζ	—— l. 7 * *	εστω ια ΕΖ
—— 36. l. 4 τᾷ ΗΕ	—— l. 10 * *	ια ΗΘ
—— — ib. Ἔστω καὶ	—— — ib. * *	εστω αρα και
—— l. 7 Περιβεβλήσθω	—— l. 11 * *	παραβεβλησθω

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 36. l. 14 ωστὶ τὸ ΝΞ.	Pag. 112. l. 15 πρὸς τὸ ΝΞ	deest τὸ
—— l. 16 ἀ ΛΘ τᾷ ΘΚ,	—— l. 16 ἀ ΛΘ τᾶ ΛΚ	ἀ ΛΘ τα ΘΚ
—— l. 20 Καὶ τῆ	—— l. 18 * *	ωςι και του
—— l. 22 Λέγω εἰς	—— l. 19 Εἶχα εἰς &c.	Ab hiſce verbis Codex exorditur Caput novum, ſcilicet β.
—— l. 29 γνωρίμως	—— l. 23 * *	γνωρισμως
—— l. 35 τὰν διαμέτρων	—— l. 29 τᾶν διαμέτρων	ταν διαμετρω
—— — ib. εἰς τῆτο τῶν	—— l. 30 εἰς τοὺς τῶν	εις τουλων
—— l. 37 τῆτο δὲ δικτίον	—— l. 32 τοῦτο δίδικται	τουτο δε δικτιον
—— l. 44 δεθεῖσαν	—— 58. l. 15 * *	δεθεισαν ευθειαν
—— 37. l. 8 ἅπαντα	—— l. 20 * *	παντα
	Cap. II.	Heic nulla fit novi Capitis diviſio, ſed conjungitur cum ſuperiore, ac propterea numeratio Capitum deinceps coincidit.
—— l. 14 ἐπὶ τᾶς τῆ	—— 112. l. 36 ἐπὶ τοῦ	επι τας του
—— l. 19 Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἴσω ἀ ΒΔ.	—— 113. l. 1 διάμετρος δὲ τῆ τμήματος ἴσω ἀ ΒΔ	deſunt omnia.
—— l. 24 τῆ μὲν ΑΕΚΓ	—— l. 2 * *	του μεν ΕΖΙΚ
—— l. 39 ἐκάλει	—— 58. l. 27 * *	εκβαλει
—— l. 43 ἀγομένην. Οὔτως γὰρ	—— l. 30 ἀγομένη. οὕτως γὰρ	αγομενην. ου γαρ
—— l. 46 ΕΗ, ΖΟ ἴσονται	—— l. 32 * *	ΕΗ ουκ ισονται
—— l. 50 ἐφαπτόμενον	—— l. 35 ἐφαπτόμενα	εφαπτομεναι
—— 38. l. 3 πρὸς ΗΑ,	—— l. 38 * *	deest πρὸς
—— l. 4 τῆ ΑΗ.	—— — ib. * *	τη ΑΔ
—— l. 6 ἴση ἐστί.	—— l. 39 ἴση ἐστὶ	εστιν ιση
—— l. 11 δὲ καὶ ΑΕ,	—— l. 42 * *	δη και αι ΑΕ
—— l. 18 τὴν ΒΔ	—— l. 47 * *	την ΒΓ
—— l. 19 ΒΑ,	—— — ib. * *	η ΒΔ
—— l. 20 ΔΔ ἐπλά.	—— 59. l. 1 ἡ Δ΄Δ ἑπτὰ	η Δ επλα
—— l. 24 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ,	—— l. 3 * *	deſunt
—— 39. l. 6 ἡ ΑΔ	—— l. 13 ἡ ΔΔ	η ΑΔ
—— l. 7 εἰς τῆς τῶν ἐξῆς	—— l. 14 * *	εις τουλων εξης
—— l. 8 ἀριθμῶν	—— — ib. * *	αριθμους
—— l. 11 ἐξῆς ἀριθμὺς τίμενθαι. Οὕτω	—— l. 16 ἐξῆς ἀριθμους, * οἷον	εξης κειμενους αριθμυς. οιου
—— l. 14 τὸ ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ σχῆμα	—— l. 18 * *	το απο ΓΒΑ Ζ ϛ Γ σχημα
	Cap. III.	
—— l. 36 εἰς τῆς τῶν	—— 113. l. 16 * *	εις τουλων
—— l. 37 περισσὰς	—— l. 17 * *	περισσων
—— l. 38 καὶ ΡΟ, ὁμοίως καὶ	—— l. 18 καὶ ΡΟ, ὁμοίως καὶ	και ΠΡΟ. και
—— l. 42 ἐξῆνται.	—— l. 25 * *	εξουλι
—— l. 48 τὰς ΛΜ, Ωϛ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρίων ἰσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα	—— l. 33 τὰς ΛΜ, ΩΠ. καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρίων ἰσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα	deſunt omnia
—— l. 50 τᾶς ΜΝ, ϛη.	—— l. 35 τᾶς ΜΝ, Πη	τας ΜΝ ΕΤ
—— 40. l. 1 αὐτὸν λόγον	—— l. 36 * *	τον αυτον λογον
—— l. 3 γεγραμμένω τὸ κέντρον	—— l. 37 * *	εγγεγραμμενω το Ο κεντρον
—— l. 12 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 22 * *	προς ταις κορυφαις
	Cap. IV.	
—— l. 20 εὐθείας, καὶ	—— 113. l. 40 * *	ευθειας τι και
—— l. 45 Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ Κ,	—— l. 49 * *	deſunt omnia
—— l. 47 εὐθύγραμμον	—— l. 50 * *	αρα ευθυγραμμον
—— l. 48 ἔχει,	—— l. 51 εἶχε	εχει
—— — ib. πρὸς ΖΔ·	—— — ib. πρὸς ΖΔ	προς Δ
—— l. 50 λόγον τῆ ἐγγεγραμμένω πρὸς	—— — ib. λόγον τοῦ ἐγγεγραμμένω πρὸς	λογον τον του ευθυγραμμου προς
—— l. 51 τὸ μὲν Ε	—— 114. l. 1 * *	το μεν Β
—— 41. l. 2 λοιπῆ τοῦ	—— l. 3 * *	λοιπον του
—— l. 16 δικάτῳ	—— 60. l. 5 * *	διυτερω
—— l. 17 τῶν περὶ	—— l. 6 * *	του περι
	Cap. V.	
—— l. 21 τὸ τῆ ὅλω	—— 114. l. 21 * *	deest τὸ
—— l. 40 ἀ ΘΙ.	—— l. 39 ἀ ΘΙ, ΖΗ.	deest ΖΗ
—— l. 42 ἐκεῖν ἄρα ἀ	—— — ib. * *	εστιν αρα και ἀ
—— l. 47 τὸ Ε σαμεῖον,	—— l. 42 * *	deest Ε
—— 42. l. 3 Ὡϛ' εἴη ΚΑ	—— l. 44 ὡς τ' εἴη ΚΑ	ὡς' ειηκα
—— l. 13 τοῦ μὲν ΑΚΒ	—— l. 49 * *	deſunt ΑΚΒ
—— l. 17 καὶ ἐπεζεύχθω	—— l. 51 καὶ ἐπεζεύχθω &c. uſque ad verba εἶμεν τῶν τριγώνων, quæ incidunt in pag. 115. lin. 2.) incluſive.	deſunt omnia
—— l. 27 Ἔσαι ὧν τοὺ	—— 115. l. 2 * *	εσαι δε του
—— l. 31 ΑΒΓ κέντρον	—— l. 10 * *	ΑΒΓ τριγωνου κεντρον
—— l. 44 τμάμαΐα·	—— l. 22 * *	τμαμαΐα corr. τα τμαμαΐα
—— 43. l. 5 ΒΛΓ	—— 60. l. 14 * *	ΒΓΔ
—— l. 7 τὸ Τ.	—— l. 15 * *	το Γ.
—— l. 10 καὶ ἡ ΙΝ	—— l. 17 * *	και η ΗΘ
—— l. 23 κέντρον τὸ Τ·	—— l. 20 * *	κεντρον το Γ.
	Cap. VI.	
—— l. 38 εἶμεν πάσας τᾶς	—— 115. l. 28 εἶμεν τὰς	ειμεν πασας τας
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 * *	τα περιλειπομενα
—— l. 16 ἔσαι μείζων τᾶς ΒΘ. Καὶ ἔστω ἀ ΘΗ.	—— l. 48 ἔσαι μείζων τᾶς ΒΘ. ϗ καὶ ἔστω ἀ ΘΗ.	deſunt omnia

Digitized by Google

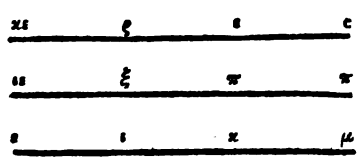
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 44. l. 18 εὐθυγράμμω δὶ τῦ ΑΚΒΑΓ τὸ Ε,	Pag. 115. l. 49 * *	desunt pariter omnia
—— l. 26 ἰσσὸντι τῷ τμάμαϊι·	—— 116. l. 2 ἰσὶ τὴν τῶ	ησην τω
	Cap. VII.	
—— 45. l. 24 ἀ ΒΚ ποτὶ Κ Δ,	—— l. 31 ἀ Β πρὸς Κ Δ	ἀ ΒΚ προς Κ Δ
—— l. 26 τμᾶμα	—— 60. l. 37 τμῆμα	τμαμα, et sic mox τμαματι pro τμηματι
—— l. 32 τὰ Β, Ζ	—— l. 40 τὰ ΒΖ	τα Β Δ Ζ
	Cap. VIII.	
—— l. 36 κέντρον	—— 116. l. 32 * *	το κεντρον
—— l. 37 ἀμιόλιον	—— l. 33 * *	ειμιολιον
—— l. 40 οἷον	—— l. 34 * *	ομοιον
—— l. 43 τὸ ΑΒΓ τμᾶμα	—— l. 40 τὸ ἀ ΒΓ τμᾶμα	το Α Β Δ τμαμα
—— l. 45 τᾶν ΑΒ, ΒΓ,	—— l. 46 τῶν ΑΒ, ΒΓ	τα ΒΑ ΑΓ
—— – ib. καὶὰ τὰ Ζ, Η·	—— l. 47 καὶὰ τὰ Ζ Η,	desunt
—— 46. l. 1 ἢ ἄχθωσαν	—— – ib. * *	καϊ αχθων
—— – ib. παρὰ τὰν ΒΔ	—— l. 48 * *	desunt
—— – ib. αἱ ΚΖ, ΗΔ·	—— l. 49 * *	αϊ Κ Ζ Η
—— l. 5 τμαμάτων	—— l. 50 * *	των τμαματων
—— l. 9 ὕτως ἀ ΘΔ ποτὶ τὰν ΜΖ. Ἀ δὶ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	—— 117. l. 1 οὕτως ἀ ΘΔ πρὸς τὰν ΜΖ. ἀ δὲ ΒΔ τῖρωπλασίων τᾶς ΚΖ.	desunt omnia
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 2 ὁ Θ	ὁ ηλιος
—— l. 21 τᾶς ΣΞ.	—— l. 4 * *	τας Ε Ξ
—— l. 23 καὶ γὰρ τῦτο	—— l. 5 καὶ τῶς τῦτο	και γαρ τουτο
—— l. 41 τᾶς ΘΔ.	—— l. 15 * *	τας Θ Δ οϊ.
—— l. 45 τὰς διαμέτρους.	—— 60. l. 44 * *	τας διαμετρους
—— l. 47 ποτὶ ΚΖ,	—— l. 45 πρὸς ΚΖ	προς Κ Δ
—— l. 48 ἔ σαμεῖον Θ.	—— l. 46 οὕτως σαμεῖον	ου σαμειον
—— 47. l. 7 ἢ ΔΒ τῆς ΒΘ,	—— l. 50 * *	η Δ Β της Β Ε
—— l. 8 τᾶ ΕΗ.	—— – ib. * *	της Ε Β schema ad hunc locum pertinens, utpote ab edito aliquantum discrepans, ut jacet in Codice, ita depictum exhibemus.

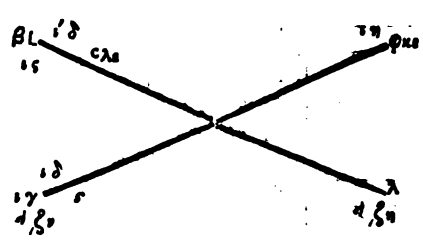


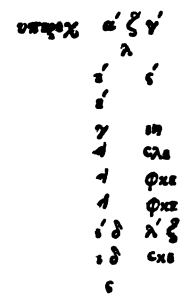
—— l. 18 τᾶς ΒΣ·	—— 61. l. 8 τῆς ΒΕ.	τας Β Ε
—— l. 20 τῖρωπλασία·	—— l. 12 * *	τριπλασια
—— l. 22 ΑΒΞ	—— l. 16 ἢ ΒΖ	η Β Ζ
—— l. 35 τριπλασία	—— l. 24 * *	τριπλασια η Δ Β.
	Cap. IX.	
—— l. 48 τᾶν ἀναλόγον	—— 117. l. 18 τᾶς ἀνὰ λόγον	ταὶν αναλογον
—— – ib. λόγον ἔχει	—— l. 19 * *	εχει λογον
—— l. 49 τᾷτι διπλασίᾳ	—— l. 19 τᾶ τι διπλασίᾳ	τα τι Β (hac enim littera Β utitur pro διπλασία, quemadmodum paullo post utitur littera Δ pro τετραπλασία, et Σ pro ἐξαπλασία.)
—— – ib. τᾶν ἀναλόγον,	—— l. 19 τὰς ἀνὰ λόγον	ταν αναλογιαν
—— l. 51 ἢ τᾷ γ′	—— l. 20 * *	desunt
—— 48. l. 11 ἀ ΖΘ δύο	—— l. 27 * *	τα Α Ζ Θ δυο
—— l. 19 ποτὶ τὰν ΒΔ	—— l. 29 πρὸς τὰν ΒΔ	προς ταν Β τας ΒΔ
—— l. 29 αὐτὸν ἐξοῦντι	—— l. 35 * *	τον αυτον εξουντι
—— l. 31 καὶ δ′ τᾶς ΓΒ,	—— l. 36 καὶ Δ τᾶς ΓΒ,	desunt
—— l. 39 ἐντεταραγμένα	—— l. 40 τετραγμένων	τεταραγμενα
—— l. 40 ὃν ἀ ποντάπλασία	—— l. 41 * *	ον α Δ Ε
—— l. 43 τᾶς τετραπλασίας	—— l. 43 * *	deest τᾶς
—— l. 44 Ἀλλ᾽ ἀ συγκειμένα	—— – ib. ἀλλ᾽ ἀ συγκείμενα &c. usque ad τᾶς ΓΒ, ΒΔ (quæ incidunt in lin. 2. pag. 118.) inclusive.	desunt omnia
—— l. 49 ἀ ΑΟ	—— 118. l. 3 ἀ ΑΟΕ πρὸς	ἀ ΑΟ προς
—— 49. l. 3 τᾷ συγκειμένᾳ	—— l. 4 τὰ συγκειμένα	ταν συγκειμεναν
—— l. 5 ὡς ἀ ΑΔ	—— l. 5 * *	ὡς ἀ Δ Β
—— l. 8 τεταγμένως,	—— l. 7 * *	τετμημενων

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Edit. Florent.
Pag. 49. l. 8. τιταραγμίνας	Pag. 118. l. 7 * *	τιταραγμινος
—— l. 9 ἴσα ἰσὶν,	—— l. 8 * *	deeſt ἰσὶν
—— l. 13 ἔτως ἀ ΓΒ	—— l. 10 * *	ως ἀ ΓΒ
—— l. 25 μετὰ τᾶς γ′ τᾶς ΓΔ,	—— l. 15 * *	μετα τας ΓΔ
—— l. 27 Ὅλα ἂν ἀ ΟΒ ποτὶ τὰν ΕΒ	—— l. 17 ὅλα οὖν ἀ ΟΒ πρὸς τὰν ΕΒ	ολα ουν ἀ ΕΒ προς ΒΕ
—— l. 28 ἴσα τᾶτε	— ib. ἴσα τᾶ	ἀ ισα τα
—— l. 33 ΓΒ, ΓΑ·	—— l. 20 ΓΔ, ΓΑ	ΓΒ ΒΑ
—— l. 36 ὡς ΑΕ	—— l. 22 * *	deeſt ὡς
—— l. 37 συναμφοτίρω	—— l. 23 συναμφοτίρους	συναμφοτιρου
—— l. 40 ΒΔ, ΒΑ,	—— l. 24 * *	ΒΔ ΔΑ
—— l. 44 τᾶς ΑΒΔ, μετὰ τᾶς δ′	—— l. 26 * *	Inter litteras ΑΒΔ, et vocem μετὰ relicta fuerat in Codice lacuna trium linearum, in quo ſpatio manu poſteriori depicta fuit figura geometrica, quam, ut jacet in Codice, ita exhibemus.







—— — ib. Ὥστε ἀ ΕΑ	—— — ib. * *	ωστε και ως ἀ ΕΑ
—— l. 47 τᾶς β′ συναμφοτίρω	—— l. 27 τᾶς συναμφοτίρω	τας Β συναμφοτιρου
50. l. 4 ἔτως ἀ β′	—— l. 30 * *	ετως ΑΒ
—— l. 7 Ἐδείχθη δὲ ὡς ΟΒ ποτὶ ΕΒ, ἔτως ἀ γ′	—— l. 32 ἐδείχθη δὲ ὡς ΟΒ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἀ Γ	εδειχθη δε και ως ἀ ΑΒ προς ΕΒ, ουτως ΑΓ
—— l. 11 ὡς ἀ ΟΒ ποτὶ ΖΗ, ἔτως ἀ συγκειμένα	—— l. 33 ὡς ἀ ΟΒ, ἔτως ἀ συγκειμένα	ὡς α ΕΒ προς ΖΗ, ουτως α συγκειμενα
—— l. 16 καὶ γ′ τὰς ΓΒ,	—— l. 36 καὶ γ′ τᾶς ΓΒ	και εκ τυ τας ΓΒ
—— l. 17 τᾶς ΓΒ,	—— l. 37 * *	και δ′ τας ΓΒ
—— l. 23 τᾶς ΑΒ. Ὅπερ ἔδει	—— l. 40 τᾶς ΑΒ, ὅπερ ἔδει	τας ΔΒ ΟΙ.
—— l. 33 ἡ ΑΒ, ΓΒ	61. l. 35 * *	η ΑΓ ΓΒ
—— l. 34 ἡ ΑΒ, ΓΒ	—— — ib. * *	η ΑΓ ΓΒ
—— l. 43 ἅπαντα πρὸς	—— l. 41 * *	ουτως απαντα προς
51. l. 3 τῆς δ′ τῆς ΓΒ,	—— l. 46 τῆς Δ τῆς ΓΒ	της Δ της ΓΔ
—— l. 5 τῆς ΒΔ μόνης·	—— l. 47 * *	τῆς ΓΔ μοης
—— l. 6 τῆς β′ τῆς ΒΔ,	—— l. 48 τῆς Β τῆς ΒΔ	της Β της Δ Ε
—— l. 9 τῆς ΓΒ, ΒΔ,	—— l. 50 * *	της ΓΔ ΒΔ
—— l. 10 μόνης,	— ib. * *	μόνου
—— l. 19 τὸν αὐτὸν	62. l. 5 * *	του αυτου λογου
—— l. 22 τῆς ΑΒ, ΒΕ,	—— l. 6 * *	της ΑΒ ΒΓ
—— l. 27 πρὸς ΑΔ,	—— l. 10 * *	προς ΛΔ
—— l. 32 τρὶς	—— l. 13 * *	τριτου
—— l. 35 καὶ δ′ συναμφοτίρω τῆς ΓΒ	—— l. 15 * *	και συναμφοτιρου της ΓΔ
—— l. 38 ἄρα ἐστὶν	—— l. 16 * *	deeſt ἐστὶν
—— l. 42 ὡς ἐν	—— l. 19 * *	deeſt ὡς
—— l. 44 τῆς ΑΒ,	—— l. 20 * *	της ΑΔ
—— l. 47 τῆς ΓΒ, ΔΒ· ὡς	—— l. 22 τῆς ΓΒ, ΔΒ. ὥς τι	της ΓΒ ΒΑ. ως δε
52. l. 10 μετὰ τῆς	—— l. 33 μετὰ τὰν	μιλα της
—— l. 15 τεταγμένων,	—— l. 36 * *	τιλαγμενην
—— — ib. ἔσης	—— — ib. * *	της ουσης
—— l. 47 τῆ γ′ τῆς ΓΔ,	63. l. 4 τῆς Γ τῆς ΓΔ	deſunt τῆς Γ
—— l. 49 τῆς ΕΒ.	—— l. 5 * *	deſunt
—— l. 51 ἡ συγκειμένη	—— l. 7 * *	ηγουμενον η συγκειμενη
53. l. 1 ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτίρω τῆ	—— l. 8 ΑΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτίρου τῆς	deſunt omnia
—— l. 4 καὶ ἡ γ′ τῆς ΓΔ,	—— l. 12 καὶ Γ τῆς ΓΔ	και Γ της Β Δ
—— l. 8 καὶ ἡ β′ τῆς ΔΕ,	—— l. 14 καὶ Β τῆς ΕΔ	και Β της ΒΕ Δ
—— l. 9 τῆς ΓΒΔ.	—— l. 15 * *	της ΑΒΔ
—— l. 12 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτίρω τῆς	—— l. 17 ΑΒ, ΒΕ, καὶ Δ συναμφοτίρω τῆς	deſunt omnia
—— l. 17 καὶ γ′ τῆς ΔΒ.	—— l. 18 καὶ Γ τῆς ΔΒ	και Γ της Δ Ε
—— l. 20 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆ δ′	—— l. 19 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς Δ	αφαιρεθεισα η Δ
—— l. 22 ἀπὸ τῆς δ′ τῆς ΔΒ γ′, μένει	—— l. 21 ἀπὸ τᾶς ΔΒ, Γ, μένει	απο της Α της ΔΒΓ. μενει
—— l. 23 Προσλαβοῦσα δὲ τήν	—— — ib. * *	προσλαβουσα Δ την
—— l. 26 καὶ γ′ τῆς	—— l. 23 καὶ Γ τῆς	και η Γ της
—— l. 27 αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ὧν	—— l. 24 * *	αἱ ΕΔ ΔΙ ειν
—— l. 40 ἡ ΔΒΓ	—— l. 32 * *	η ΔΒΙ
—— l. 41 δὶς τῆ ΓΒ,	—— — ib. * *	δις τη ΑΓ
—— l. 43 καὶ β′ συναμφοτίρω	—— l. 33 καὶ Β συναμφοτίρου	deeſt Β
54. l. 2 τῆς ΑΒΕ,	—— l. 41 * *	της ΑΒΔ
—— l. 6 μετὰ	—— l. 43 καὶ μετὰ	deeſt και
—— l. 7 καὶ δ′ συναμφοτίρω	—— l. 44 καὶ Δ συναμφοτίρω	deeſt Δ
—— l. 8 ἄλλο τι τὰν ΖΗ,	—— l. 45 * *	αλλοτι τα τριαπιμπλα της ΖΗ
—— l. 10 τῆ ΓΒΔ	—— l. 46 * *	της ΔΕΓ
—— l 12 τεταγμένης	—— l. 47 * *	τιλαραγμενης
—— l. 13 ὡς ΟΒ πρὸς ΖΗ,	—— — ib. * *	ως η ΕΒ προς ΖΗ
—— l. 16 Ἡ δὲ συγκειμένη	—— l. 49 * *	η δε συγκειμενη, nulla tranſverſa linea ſuper δε appoſita, ita ut conjunctio potius appareat, quam litteræ aliquam partem ſchematis indicantes.

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 54. l. 17 τῆς ΑΒΔ,	Pag. 63. l. 50 * *	της ΓΔΒ
—— l. 25 Ἑκάτερον γὰρ ἑκατέρου	—— 64. l. 3 * *	εκατον γαρ εκατερος
—— l. 26 Καί ἐστι	—— l. 4 * *	deeſt καὶ
—— — ib. δεκαοκτώ.	—— — ib. * *	δε και οκτω
—— l. 33 πέντε	—— l. 6 ἴναλα	ενατα
	Cap. X.	
—— l. 44 ἔχειν λόγον	—— 118. l. 44 ἔχει λόγον	εχειν λογον
—— l. 45 ἡμίσεις	—— l. 45 * *	deeſt
—— l. 49 ἡμίσεις	—— l. 47 * *	deeſt
—— 55. l. 3 ΑΔΕΓ τόμοι διάμετρός ἐστιν ἡ ΗΖ· καὶ αἱ μὲν	—— l. 49 ΑΔΕΓ διάμετροι ἐστὶν ἡ ΗΖ. καὶ αἱ μὲν	deſunt omnia
—— l. 16 τρίτε β' τῆς ΔΗ,	—— 119. l. 2 τῆ τε Β τῆς ΔΗ	τα τε Β τας ΖΗ
—— l. 19 ΑΔΕΓ	—— l. 6 * *	ΑΔΓ
—— l. 22 μέσα	—— l. 12 μεῖζα	μεσα
—— l. 23 ἡ ΝΞ·	—— l. 13 * *	ἁ ΜΞ
—— — ib. Καὶ ὡς ΤΜ	—— l. 15 * *	και ως ἡ ΤΜ
—— l. 25 ὅπερ ἦν	—— l. 17 * *	οπερ εαν
—— — ib. τὸ ἕτερον	—— l. 18 * *	το ετερον
—— l. 28 ἡ ΒΖ δὲ	—— l. 20 * *	deeſt δὲ
—— l. 30 τεταγμένως	—— l. 21 τεταγμέναν	τεταγμενως
—— l. 34 πρὸς ΝΟ. Ὡς ᾗ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ μάκει, οὕτως ἡ ΜΝ	—— l. 23 πρὸς ΝΟ, ὡς δὲ ἡ ΜΝ πρὸς ΝΟ μάκει, οὕτως ἡ ΜΝ	deſunt omnia.
—— 56. l. 8 τῆς διπλασίας τῆς ΑΖ,	—— l. 34 τῆς διπλασίας τῆς	deeſt διπλασίας
—— l. 10 τῆς διπλασίας τῆς	—— l. 35 * *	heic quoque deeſt διπλασίας
—— l. 15 καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ	—— l. 38 * *	deſunt
—— l. 18 τῆς ΑΖ,	—— l. 40 τῆς ΑΖ	και της ΑΖ
—— l. 21 ἑτέρῳ	—— l. 41 ἑτέρου	του ετερου
—— l. 23 γίνηται,	—— l. 42 * *	γενησεται
—— l. 28 ἕκτε τῆς β' τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ, οὕτως ἡ συγκειμένη	—— l. 45 ἕκτε τῆς Β τῆς ΑΖ, καὶ τῆς ΔΗ, οὕτως ἡ συγκειμένη	deſunt omnia
—— l. 34 τὰ πενταπλάσια. Ἔστιν	—— l. 49 τὰ πενταπλάσια. ἐστὶν	τα ε εστιν
—— l. 35 πενταπλῆ	—— — ib. * *	deeſt
—— l. 37 καὶ τὰν ΝΤ.	—— l. 50 καὶ τὴν ΝΤ	deeſt τὴν
—— l. 39 καὶ δικαπλῆ	—— l. 51 * *	και ι.
—— 57. l. 9 διὰ τὰ	—— 120. l. 8 * *	δια το
—— l. 24 PI. Καί ἐστι μὲν τῆ ὅλῃ τμάματος κέντρον	—— l. 15 * *	deſunt omnia
—— l. 27 καὶ τῆ ΑΔΕΓ τομέως	—— l. 16 καὶ τοῦ ΔΕΓ	και του ΑΒΕΓ
—— l. 33 ἰφαπλομένη	—— 64. l. 11 * *	εφαπλομενοι
—— l. 36 ὑπὸ τῆς ΒΖ.	—— l. 13 * *	υπο της ΒΖΗ
—— l. 38 τμᾶμα πρὸς	—— l. 14 τμῆμα πρὸς	τμαμα προς, et ſic paullo poſt in eadem linea
—— l. 44 ἥμισυ	—— l. 18 * *	ημιση
—— 58. l. 3 τὰς ΔΗ, ΑΖ·	—— l. 20 τὰς ΔΗΑΖ	τας ΔΗ ΑΖ
—— l. 19 τῆς ΔΗ	—— l. 30 τῆς ΔΗ	της ΑΒ
—— l. 25 ὁ ἀπὸ ΑΖ	—— l. 33 * *	deeſt ὁ
—— — ib. ἀπὸ ΜΝ	—— — ib. * *	απο ΔΝ
—— l. 30 Ὡς δὲ	—— l. 36 ὡς τε	ως δε
—— l. 35 τῆς ΑΖ	—— l. 41 τῆς ΑΖ πρὸς ΔΗ	τῆς ΑΖ προς ΑΖ (ſic)
—— l. 41 πρῶτον, τὸ	—— l. 42 * *	πρωτον μεν το
—— l. 43 δεύτερον	—— l. 43 * *	καμ δευτερον
—— l. 44 ἀπὸ τῆς ΔΗ	—— l. 44 ἀπὸ τῆς Δ	απο της ΔΗ
—— 59. l. 6 ὕψος τὴν	—— l. 50 * *	υψος δε την
—— l. 8 συγκειμένη	—— — ib. συγκειμένης	η συγκειμενη
—— l. 11 πρὸς ΙΚ,	—— 65. l. 3 πρὸς ΚΙ	προς ΚΓ
—— l. 17 οὕτως ἡ ε'	—— l. 4 * *	ουτως η Β
—— l. 32 ε' συναμφοτέρῳ τῆς ΜΝΤ, καὶ ε' συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς	—— l. 13 Ε συναμφοτέρῳ τῆς ΜΝΤ, καὶ Ι συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς	deſunt omnia
—— l. 35 τῆς ΜΝΤ,	—— l. 15 * *	της ΟΝΤ
—— l. 36 καὶ δ' τῆς ΝΞ,	—— — ib. καὶ Δ τῆς ΝΞ	ſunt in lacuna ΝΞ
—— l. 41 τῆς ΜΟ,	—— l. 18 * *	της ΜΘ
—— l. 46 τοῦ ΔΒΕ	—— l. 21 * *	του ΑΒΕ
—— l. 47 τῆς ΒΗ.	—— l. 22 * *	της ΧΗ
—— l. 49 ἀφαιρεθεῖσα	—— — ib. * *	αφαιρεθεισα
—— l. 50 λόγον ἔχει,	—— l. 24 * *	λογον εξει
—— 60. l. 1 πρὸς ΝΤ·	—— l. 25 * *	ſunt in lacuna ΝΤ
—— l. 3 ἡ ΖΘ,	—— l. 26 * *	η ΙΘ
—— l. 5 καὶ ἐστι τὸ Ρ	—— l. 27 * *	οπερ το Ρ

Digitized by Google

MONITUM.

QUUM Editio prædicta, quam præ manibus habemus, incipiat a poſtremis duobus verſibus Epiſtolæ Archimedis ad Doſitheum, Libro I. de Sphæra et Cylindro præmiſſæ, quæ in noſtro Codice integra habetur, licet variis lacunis interpolata; Pariſienſi editione anni 1615. quæ eamdem Epiſtolam exhibet, pro ejus collatione uti volebamus; ſed quum Lectio Codicis ab edita toto cælo diſſideat, melius duximus eam, uti jacet in Codice, ex integro deſcribere. Ita igitur habet:

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

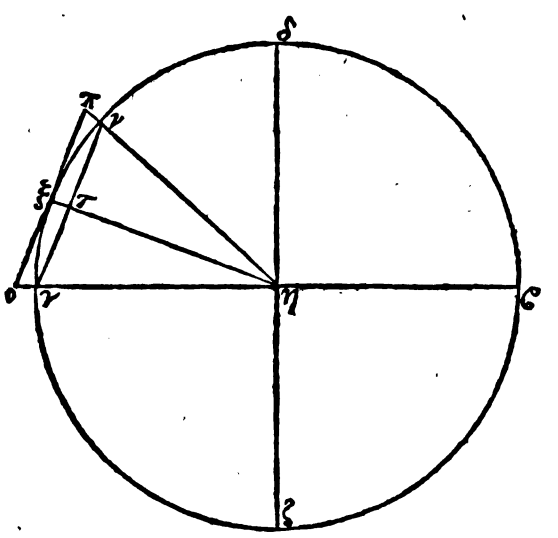
ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ Δωσιθέῳ χαίρειν. Πρότερον μὲν ἀπέσταλκά σοι τὰ ὑπ᾽ ἐμοῦ τότε θεωρημένα γράψαντες μετὰ ἀποδείξεων· ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀρθογωνίου κώνου, τομῆς ἐστι τριτον ἰσὶ ταύτην τὴν βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον. μετὰ δὲ ταῦτα ἀπόπεσον τῶν θεωρημάτων ἀντιλέγον· ἐπεπραγματευον δὴ μετὰ τὰς ἀποδείξεις αὐτά. ἐστὶν δέ τα δε. πρῶτον μὲν ὅτι τῆς σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου. ἔπειτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῆ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος· ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τ κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὃς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχοντ ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δ ἴσσον διαμέτρῳ τῆς σφαίρας· τότε ἡμιόλιόν ἐστι τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα. ἠγνόεισο δὲ πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ὄντε ἐνοικότος ὅτι τούτων τῶν σχημάτων ἐστιν οκινησαιμι ἀντιπαραβαλειν αὐτα το τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξαντα πολλα περὶ τὰ γερεὰ θεωρητεντων ὅτι πασα πυραμις τριτον ἐστι μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδει καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πας κωνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ ὅτε τῶν προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα πολλῶν πρὸ εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμέτρων συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεισθαι· μὴ δ᾽ ὑφ᾽ ἑνὸς καταγνοῆσθαι. ἔξεσαι δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν ἓν κόνωνος ἔτι ζῶντ ἐκδιδόσθαι ταῦτα. τηνον γὰρ ὑπολαμβάνομέν που μάλιστα δύνασθαι καταινῆσαι ταῦτα. καὶ τὴν ἀρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. δοκιμάζοντες δὲ

In hiſce verbis deſinit primæ paginæ Codicis pars anterior, ubi notandum ea quæ nos huc uſque deſcripſimus, manum præſeferre diverſam ab ea, quæ totum deinde Codicem exaravit. Pars paginæ poſterior incipit a verbis καλῶς ἔχειν κ.τ.λ. a quibus etiam exorditur Editio Baſileenſis, ac proinde in poſterum variantes Codicis ab ipſa editione ſub oculos ponemus.

Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Pag. 64. l. 18 τῶν μαθημάτων,	Pag. 1. l. 1 * *	deeſt τῶν
—— l. 20 περὶ τὰ	—— l. 2 * *	τα . . τα
—— l. 21 ἐπισκέψασθαι. Ἔρρωσο.	—— — ib. * * Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου βιβλίον α΄.	ἐπισκέψασθαι ἐῤῥωμενω. Deeſt in Codice titulus iſte, et incipit Liber in eadem linea.
—— l. 22 τάτε ἀξιώματα,	—— l. 3 τά τε ἀξιώματα	τω τε ἀξίωμα
—— l. 23 ἀποδείξεις	—— — ib. * *	αποδέιξης (uſurpat enim Codex aliquando η pro ει, quod ſemel monuiſſe ſufficiat.)
—— l. 35 ἐκ ἐν	—— l. 10 ἓν ἐν	ἐκ ἐν
—— l. 44 γερεὸν	—— l. 14 * *	eſt in lacuna.
—— l. 45 κορυφὴν	—— — ib. κωρυφὴν	κορυφην
—— — ib. κέντρον	—— l. 15 * *	μόριον
—— 65. l. 4 κώνοιν	—— l. 18 * *	κονοιν (adhibet enim indifferenter ο pro ω et e converſo)
—— l. 8 Τῶν τὰ αὐτὰ	—— l. 19 * *	τω των τα αυτᾶ
—— l. 17 Ὁμοίως	—— l. 23 * *	ομοιως δε
—— l. 21 ἀνίσας	—— l. 25 * *	ανισ (hic nexus adhiberi ſolet a Codice pro ης ita ut legi deberet ανισης)
—— l. 28 τὸ μεῖζον	—— l. 29 τὸ μεταξὺ Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα, &c.	το μειζον Concordat titulus.
—— l. 37 δυοδεκάεδρα,	—— 1. l. 5 θεωρήματα	δυοδεωρητα
—— l. 42 παρὰ μέλος	—— l. 8 παραμένος	παραμελος
—— 66. l. 3 Πρέπει δ᾽	—— l. 11 πρέπον δ᾽	πρεποι δ᾽
—— l. 6 ἣν ἔχεις περὶ	—— l. 12 ἣν ἔχει περὶ	ην εχεις περι
—— l. 9 ΕΙΣ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ	—— l. 15 Εἰς τὰς ὅρες	Concordat
—— l. 10 τὰ μέλλοντα	—— l. 16 τὰ μένοντα	τα μελλοντα
—— l. 20 ἀλλὰ πᾶσαν	—— l. 22 ἀλλὰ πᾶσαι ἰν	αλλα πασαν απλως ες
—— l. 21 παρὰ τὴν	—— l. 23 * *	την παρα την
—— l. 22 ὁπωσοῦν	—— — ib. οποσοῦν	οπωσον
—— l. 33 ἐπ᾽ αὐτὰ	—— l. 34 ἐπ᾽ αὐτὴν	επ᾽ αυτην δε
—— l. 42 ἔννοιαν	—— l. 38 * *	ευνοιαν
—— l. 44 εἰς τὰς	—— l. 39 * *	ως τας
—— l. 46 ἐννοιῶν,	—— l. 41 * *	ευνοιων
—— l. 47 αἰτημάτων	—— — ib. * *	των αιτηματων
—— l. 55 ἐπὶ ταῖς ΑΓΒ γραμμαῖς	—— l. 46 * *	επι τας ΑΓΒ γραμμης
—— 67. l. 2 αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ,	—— 2. l. 1 * *	αι, ΑΔ, ΔΓ, ΓΕ, ΕΒ,
—— l. 11 μείζως	—— l. 8 * *	μειζωσης
—— l. 20 ἐννοίας προλαβεῖν.	—— l. 17 * *	ευνοιας προσλαμβανειν
—— l. 22 κοίλας	—— l. 19 * *	λοιλας
—— l. 27 παρλαμβάνουσαν	—— l. 21 παραλαμβάνουσαν	περιλαμβανουσαν
—— l. 28 κάθηλον	—— l. 22 * *	καταδηλον
—— l. 40 Ἐπιζευχθῶσαν	—— l. 31 * *	επεζευχθωσαν
—— l. 42 καὶ ἐλάττους	—— l. 36 * *	deeſt καὶ
—— l. 46 συνεχάμεναί	—— l. 37 συνεχάμεναι	συνεχαλμεναι
—— 68. l. 8 ΑΖΗΘΚ.	—— 3. l. 2 ΑΞΗΘΚ	ΑΖΗΘΚ
—— l. 20 γραμμὴν	—— l. 8 γραμμαὶ	γραμμην
—— l. 24 ἀλλὰ καὶ ἐπίθηκεν	—— l. 11 ἀλλὰ καὶ ἴθηκεν	αλλα προσιθηκεν
—— l. 29 ὡς ἐστι	—— l. 15 * *	ος εστι
—— l. 35 ἑτέραν	—— l. 19 * *	εκατεραν
—— l. 37 κειμένας,	—— l. 21 * *	κειμεναις
—— l. 40 ταυτὸ δεῖν	—— l. 23 * *	το δειν
—— l. 43 Ἐπὶ γὰρ	—— l. 27 * *	επει γαρ
—— l. 48 ἐδὲ ἵτως ἄνισοί	—— l. 30 * *	πως ανισοι
—— l. 50 σαφῶς	—— l. 31 * *	σαφες

Digitized by Google

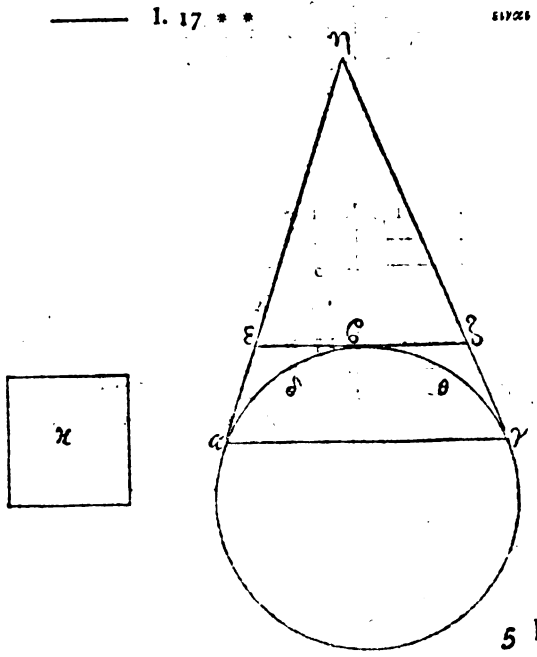
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 68. l. 53 ἐπιζεύχθωσαν	Pag. 3. l. 33 ἐπιζεύχθωσαν	επιζευχθωσαν
—— 69. l. 1 αἱ ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ μείζως	—— l. 41 * *	αι ΑΒΓ. αι αρα ΒΖΓ των ΒΑΖ μειζως
—— l. 19 ἡ ΘΗ κατὰ	—— l. 51 ἡ ΘΚ κατὰ	η ΘΗ κατα
—— l. 24 τῇ ΚΛ	—— 4. l. 5 τῇ ΚΔ	τη ΚΛ
—— l. 30 ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΗΛ,	—— l. 12 ἡ δὲ ΚΝ τῆς ΚΛ	η δι ΚΗ της ΗΛ
—— l. 33 ἐπινοῦντα δεικνύειν καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀνὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι	—— l. 23 ἐπινοῦντα * αἱ λαμβανόμεναι	επινοωντα δεικνυειν και επι των επιφανειων αναπασι τοις προειρημενοις. οταν αι λαμβανομεναι
	Cap. I, II.	
—— 70. l. 18 Ἔστω	—— 1. l. 47 * *	ως τι corr. a manu posteriori εστω
—— — ib. τὰ ΑΒ,	—— — ib. τὸ ΑΒ	τα ΑΒ
—— l. 25 τοσαπλάσιός ἐστω ἡ ΖΗ τῆς ΗΕ.	—— 2. l. 4 * *	τοσαυταπλάσιος ἔστω η ΖΗ της ΖΕ
—— l. 27 ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ.	—— l. 5 ὡς ΘΑ πρὸς οὕτως τὸ ΖΗ πρὸς ΗΕ	ως το ΘΑ προς ουτως το ΖΗ προς ΖΕ
—— l. 2 λόγον ἔχειν	—— l. 12 λόγον ἔχει	λογον εχειν
—— l. 42 Τὸ δὴ	—— 4. l. 25 * *	το δη
—— l. 45 πολλαπλασιεπιμερὶς,	—— l. 26 πολλαπλασιμόριον	πολλαπλασιεπιμοριον
—— 71. l. 1 λόγον ἔχη,	—— l. 30 λόγον ἔχει	λογον εχη
—— l. 10 Καὶ τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ	—— l. 36 * *	και το ΕΖ αρα προς ΖΘ
—— l. 21 οὕτως τὸ ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσαι καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον	—— l. 43 οὕτως τὸ ΖΕ, καὶ τὸ ΘΕ μεῖζον	ουτως το ΖΕ προς ΕΘ εσαι το ΘΕ μειζον
—— l. 28 τῷ ἀναγερίψαντος,	—— l. 48 * *	τω αναγερψαντι
	Cap. III.	
—— l. 43 ἔχη	—— 2. l. 16 ἔχει	εχη
—— l. 47 δὲ δύο	—— l. 18 * *	γαρ δυο
—— l. 48 ὥστε τὴν Θ	—— l. 19 * *	desunt
—— l. 53 αἱ ΓΕ, ΔΖ:	—— l. 22 * *	αι ΓΒ ΔΖ



—— 72. l. 6 ἰσοπλεύρου ἡ ΓΝ.	—— l. 27 * *	desunt ἡ ΓΝ
—— l. 8 τῇ ΗΞ εὐθείᾳ,	—— l. 28 * *	τη ΝΞ ευθεια
—— l. 12 πλευρὰ ἡ ΝΓ.	—— l. 30 * *	πλευρα η ΗΝΓ
—— l. 15 ἐλάσσων ἐστὶ	—— l. 31 * *	deest ἐστὶ
—— l. 19 ἡ ἡ ΜΚ	—— 3. l. 1 * *	ηπερ η ΜΚ
—— l. 21 μὲν ΠΟ	—— l. 2 * *	η μεν ΠΟ
—— l. 27 Καὶ ἐκβληθείσης	—— 5. l. 5 * *	προσεκβληθεισης
—— l. 32 Ἔστι γὰρ	—— l. 7 * *	εσαι γαρ
—— l. 36 βεβηκυίας,	—— l. 11 βεβηκίας	βεβηκυας
—— 73. l. 33 πρὸς τὸ Κ γωνίας	—— l. 42 * *	προς τω ΚΓ γωνιας
—— l. 36 ὅμοιόν ἐστιν. Ὥστε ἡ	—— l. 44 ὅμοιον ἐστὶν, ὡς ἡ	ομοιον εστιν και εστιν ως η
—— l. 43 τὴν ἐγγεγραμμένην	—— 3. l. 5 * *	την του εγγεγραμμενην
—— l. 48 πρὸς τὸ Δ	—— l. 7 * *	προς τω Δ
—— 74. l. 2 τῇ ΘΚ τῆς ΚΛ, προσβεβλήθω	—— l. 12 τῇ ΘΚ τῆς ΘΔ προσβεβλήσθω	τη ΚΘ προσβεβλησθω
—— l. 3 ἐπίπεδον	—— l. 12 οὖν	deest
—— l. 7 ὑπὸ ΛΘΚ.	—— l. 14 ὑπὸ ΛΗΘ	υπο ΛΚΘ
—— l. 10 τῇ ἀγαγόμενον	—— l. 17 * *	deest και
	Cap. V.	
—— l. 28 ἀνίσως	—— l. 28 ἀνίσως	ανισ͂, ita ut videatur legendum ανισης, hunc enim nexum adhibere solet Codex pro σης
—— l. 31 ἡ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	—— l. 30 * *	η την Ε προς την Ζ
—— 75. l. 8 ἄρα τῇ τὸ	—— 4. l. 5 * *	deest και
—— l. 11 Ὁμοίως δὴ δείξομεν,	—— l. 6 * *	Ab hisce verbis Codex inchoat Caput VI.
	Cap. VI.	
—— l. 24 Δεικτέον δή,	—— l. 13 * *	Hæc verba δικτέον δὴ conjunguntur cum superioribus in eadem linea
—— l. 26 ἡ τομέα,	—— l. 14 * *	η τον τομεα
—— l. 35 τῷ χωρίῳ	—— l. 19 * *	τω τι χωριω

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 75. l. 43 περιλείμματα	Pag. 4. l. 24 * *	περιλιμματα, et ſic infra απολιμματα
76. l. 12 καὶ ἄλλα τα	l. 37 * *	και ολα τα
l. 19 τ᾽ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον.	5. l. 49 τὸν κύκλον. ὃς τι	τον κυκλον ελασσονα λογον εχει ηπερ το συναμφοτερον προς τον κυκλον ως τε
l. 34 τρίγωνον τὸ	Cap. VII.	
77. l. 1 ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ	4. l. 41 * *	βασιν τω
	l. 50 * *	Ab hiſce verbis inchoat Codex novum Caput, ſcilicet VIII.
l. 2 Ἔστω κῶνος	l. 51 * *	Ωστε κωνος
l. 27 τὸ δὲ ὑπὸ τῶν	5. l. 14 * *	deeſt τῶν
l. 30 διπλάσιον τῶν	l. 17 * *	διπλασιον εστι των
	Cap. VIII.	Caput IX. propter diviſionem Capitis VII. ſuperioris in duo; igitur in poſterum numeratio Capitum in Codice numerationem editionis unitate ſuperat; quod ſemel monuiſſe ſatis ſit.
78. l. 1 ἄξων τῆ κώνῳ	l. 30 * *	αξων αυτω κωνω
l. 8 ἄρα καὶ αἱ	l. 34 * *	deeſt αι
l. 33 Αἱ ἀπὸ	6. l. 2 * *	αι αρα απο
l. 48 καὶ ἐπὶ	l. 12 * *	και αι επι
l. 51 τῆ πρὸ τούτου	l. 14 * *	τω πρωτω τω
l. 52 ἰσόπλευρον	l. 15 * *	ισοπλευρον
	Cap. IX.	
80. l. 21 τῆ ΑΔΓ τριγώνῳ.	6. l. 44 * *	τω ΑΔΕ τριγωνω
l. 29 μείζων	6. l. 27 * *	μειζω
l. 39 Ὁμοίως δὴ	l. 33 * *	ομοιως δη
	Cap. X.	
81. l. 6 λέγω δὴ,	6. l. 51 * *	deeſt δη
l. 9 γὰρ ἡ ΗΒΖ	7. l. 2 * *	deeſt articulus ἡ
l. 26 λήμματι·	l. 10 * *	λαματι
l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον,	l. 19 * *	deſunt hæc omnia, lacuna relicta.
l. 37 τῶν περιλειμμάτων τ᾽ ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ ἐκ ἐλάττων. Ἔστω πρῶτον ἐκ ἐλάττων. Ἐπεὶ ἔν	l. 20 * *	deſunt pariter hæc omnia, relicta lacuna.
l. 41 ἔχουσα τὸ Ε,	l. 24 * *	εχουσα τω Ε
l. 48 μετὰ τ᾽ ΑΗΒ, ΒΖΓ	l. 32 * *	μετα των ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ
l. 50 Τῶν δὲ ΑΗΒ, ΒΖΓ	l. 33 * *	των δε ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ
82. l. 4 Ἀλλὰ τὰ ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ	l. 35 * *	deeſt ΖΕΓ
l. 14 Πάλιν	l. 40 * *	παλιν ΔΗ
l. 17 τὸ δὲ ὕψος	l. 41 * *	deſunt
l. 19 τὸν βάσιν μὲν	l. 42 * *	η βασιν μεν
l. 37 παράλληλός ἐστι	6. l. 39 * *	παραλληλος γαρ
l. 50 τμήματα	7. l. 5 * *	τα τμηματα
83. l. 17 Καὶ ἡ ΔΖ ἐστὶ τῆς ΖΓ	l. 13 καὶ ἡ ΔΖΕ τῆς ΖΓ	και η ΔΖ αρα της ΖΓ
	Cap. XI.	
l. 37 περιφερειῶν	8. l. 4 * *	deeſt
l. 40 τῆς ΑΒ μείζων	l. 5 * *	της ΑΒ διαμετρω μειζων
l. 47 Τὸ δὲ Η	l. 7 * *	το δη Η
l. 53 τμήματα	l. 10 * *	τριγωνα
84. l. 4 τρίγωνα,	l. 13 * *	επιπεδα
l. 7 κοίλαι	l. 15 * *	κοιλα
l. 13 ἔν ἡ	l. 21 * *	deeſt ἡ
l. 21 ἀποτεμνομένη	l. 27 * *	η αποτεμνομενη
l. 31 καταληφθήσεται	l. 33 καταληφθήσεται	καταλειφθησεται
l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα,	l. 34 * *	των παραλληλογραμμων
l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	l. 35 * *	τα παραλληλογραμμα
85. l. 16 Λοιπὴ	9. l. 1 * *	λοιπον
l. 18 παραλληλογράμμου	l. 2 παραλληλογραμμίου	παραλληλογραμμου
	Cap. XII.	
l. 22 αἱ εἰσὶ βάσεις	l. 4 αἱ εἰσὶ βάσις	οι εισι βασις
l. 45 τῶν πλευρῶν	l. 16 * *	της πλευρας
l. 46 εἰσὶ,	l. 17 * *	εινας



5 Γ

Digitized by Google

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
Pag. 85.	l. 51 καὶ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιφερειῶν	Pag. 9.	l. 20 καὶ τῶν ΑΔΒ, ΒΘΓ περιφερειῶν	και των ΑΔ ΔΒ ΒΘ ΘΓ περιφερειων
—— 86.	l. 3 ἐν τῇ ἑτέρᾳ	——	l. 24 * *	deſunt ἐν τῇ
——	l. 21 τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν,	——	l. 34 * *	της ΑΒΓ περιφερειας
——	l. 24 τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ,	——	l. 35 * *	των ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ
——	l. 25 τῶν εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων,	——	l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ειρημενων παραλληλογραμμων επιφανειαι μετα των ειρημενων σχηματων
——	l. 35 τῷ κύκλῳ	——	l. 40 * *	deeſt κύκλῳ
——	l. 49 μείζων	——	l. 47 * *	μειζω
—— 87.	l. 7 Καὶ ὅτι ἰσὸν	——	l. 52 * *	deeſt καὶ
			Cap. XIII.	
—— 88.	l. 17 πρὸς τὴν Η δυνάμει.	—— 10.	l. 35 * *	προς το Η δυναμει
——	l. 18 πρὸς τὴν Η δυνάμει,	——	l. 38 * *	deeſt τὴν
——	l. 26 τὸ ἀπὸ τῆς Η.	——	l. 45 * *	deeſt τῆς
——	l. 28 Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, οὕτως ἡ Η προς PZ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ πρὸς PZ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ,	——	l. 46 ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΤΔ προς PZ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ &c.	deſunt voces ὡς et οὕτως
——	l. 31 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης	——	l. 48 * *	deeſt οὕτως
——	l. 48 περιγεγραμμένον,	—— 11.	l. 5 * *	περιγεγραμμενω
—— 89.	l. 1 ἐν τῷ Β τῷ κύκλῳ	——	— ib. * *	εν τω κυκλω τω Β
——	l. 15 ἐγγεγραμμένῳ·	——	l. 12 * *	εγγεγραμμενον
——	l. 17 ἴση ἔσω	——	l. 13 * *	ιση εστι
——	l. 27 ὃ ἐστι βάσις	——	l. 19 * *	ος εστι βασις
—— 90.	l. 1 περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον, ᾧ περὶ	—— 7.	l. 18 περιγεγραμμένον, καὶ περὶ	περιγεγραμμενον και εγγεγραμμενον, και περι
——	l. 4 τῷ ἑτέρῳ	——	l. 20 * *	τω εν ετερω
——	l. 6 Περὶ δὲ τὸν	——	l. 21 περὶ τὸν	περι δε τον
——	l. 7 περιγεγραμμένῳ.	——	l. 22 * *	περιγεγραμμενον
——	l. 24 κέντρων εἰσὶ τῶν	——	l. 32 κέντρων * τῶν	κεντρων εισι των
——	l. 26 ἀλλήλας ἔχουσι δυνάμει, ὡς τὰ	——	l. 35 ἀλλήλας * δυνάμει ὡς τι τὰ	αλληλας εισι δυναμει ως τα
——	l. 29 ἡμίσειαί εἰσι τῶν	——	l. 38 ἡμίσειαι * τῶν	ημισειαι εισι των
——	l. 30 ὁμοίων	——	l. 40 * *	γωνιων ομοιων
——	l. 39 τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. Ἐπεὶ	——	l. 45 τρίγωνον. ἐπεὶ	τριγωνον προς το ΖΡΑ τριγωνον επε.
——	l. 42 ἡ ΤΔ πρὸς Η	——	l. 46 * *	η ΤΑ προς Η
—— 91.	l. 2 Ἐδείχθη δὲ	—— 8.	l. 3 * *	εδειχθη δε εχον
			Cap. XIV.	
——	l. 35 ἐκ τῶν κέντρων	—— 11.	l. 51 * *	εκ τω κεντρω
——	l. 42 ἡ δὲ Δ	—— 12.	l. 3 ἡ ΔΤ	η δε ΔΤ
——	l. 47 περιγεγραμμένης	——	l. 6 * *	της περιγεγραμμενης
—— 92.	l. 8 ἐλάσσων ἐστὶ	——	l. 13 * *	ελασσων εσται
——	l. 18 ἐν τοῖς Α, Β	——	l. 19 * *	εν τοις ΑΒ κυκλοις
——	l. 25 πρὸς τὴν πλευράν,	——	l. 23 πρὸς πλευράν	προς την πλευραν
——	l. 28 πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου,	——	l. 24 * *	deſunt hæc omnia
——	l. 45 Οὐκ ἄρα ἐδείχθη	——	l. 34 ὅτι, ὅτι ἐδείχθη	ουκ αρα εδει
—— 93.	l. 2 Νοείσθω	—— 8.	l. 10 * *	νεισησθω
——	l. 9 ἡ ΑΗ ἡ καθέτος γίνεται ἐπὶ	——	l. 15 * *	η ΑΗ ητις καθετος γαρ εστιν επι
——	l. 22 Ὥστε	——	l. 25 ὥς τε	ως τις
——	l. 23 ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΛ,	——	— ib. * *	ως η ΑΗ προς ΗΛ
——	l. 25 λαμβανομένῃ.	——	l. 27 * *	λαμβανομενης
——	l. 31 ἡ ΑΗ πρὸς	——	l. 32 ἡ ΑΚ πρὸς	η ΑΗ προς
			Cap. XV.	ʘ
—— 94.	l. 3 ἥμισυ,	—— 12.	l. 49 ἥμισυ	ημισυ (et ſic ſuperius)
——	l. 16 καὶ ὑπὸ ΔΑ,	—— 13.	l. 43 * *	και τω υπο ΔΑ
——	l. 35 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— 8.	l. 39 * *	υπο των ΒΔ ΔΖ
——	l. 39 τὸ ὑπὸ ΔΑ, ΑΗ.	——	l. 41 * *	το υπο ΔΑ ΔΖ
			Cap. XVI.	
—— 95.	l. 1 ἐπιφανείᾳ	—— 13.	l. 2 * *	τη επιφανεια
——	l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	——	l. 15 τὸ ὑπὸ ΒΔΖ	το υπο το ΒΔΖ
——	l. 28 ὁ Λ κύκλος	——	l. 33 ὁ ΚΛ κύκλος	ο Λ κυκλος
——	l. 33 ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.	——	l. 36 * *	E regione iſtorum et ſequentium verborum adſcriptum eſt in margine ab eadem manu : οι γαρ κυκλοι προς αλληλους εισι (ita enim interpretamur nexum ⁓) προς τω απο των διαμετρων τετραγωνα.
—— 96.	l. 1 Οἱ κῶνοι οἱ	—— 14.	l. 1 * *	deeſt alterum οἱ
——	l. 6 ἔστιν ὁ κύλινδρος	——	l. 2 * *	εστιν ως ο κυλινδρος
——	— ib. ὡς ὁ ἄξων	——	l. 3 * *	deeſt ὡς
			Cap. XVII.	
——	l. 28 καθέτῳ	——	l. 15 * *	καθετου
——	l. 37 οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς	——	l. 20 * *	ουτως η ΕΘ (corr. ΕΔ) προς
——	l. 42 πρὸς ΕΘ. Ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	——	l. 22 πρὸς ΔΘ. ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΚ.	προς ΔΘ (corr. ΕΘ) ως δε η ΕΔ προς ΘΔ (correct. ΘΕ) ουτως η ΕΘ (corr. ΔΘ) προς ΘΚ
			Cap. XVIII.	
—— 97.	l. 36 Ὡς ἄρα	—— 15.	l. 10 * *	ως τε αρα

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XIX.	
Pag. 98. l. 12 περιλείμματι	Pag. 15. l. 16 * *	περιλημματι (hanc vocem diverſimode exhibet Codex, modo cum η, modo cùm ι, aliquando cum unico μ, aliquando cum duplici &c. quòd ſemel monuiſſe ſatis fuerit.)
—— l. 24 ἀχθείσης	—— l. 23 ἀχθήσεις	αχθεισης
—— – ib. τῆς ΖΗ,	—— l. 24 * *	τη ΖΗ
—— 99. l. 1 διὰ δὴ τοῦτο	—— l. 41 * *	δια δη τουτοις
—— l. 9 βάσεσι	—— l. 51 * *	ταις βασεσιν
	Cap. XX.	
—— l. 19 κύκλῳ κῶνος	—— 16. l. 4 * *	κωνου κυκλος
—— 100. l. 10 ὁμοίως	—— l. 16 * *	ομοιω
—— l. 12 ἐκ τῆς τοῦ	—— l. 17 * *	εκ τι της του
	Cap. XXI.	
—— l. 49 ἡ δὴ ΒΛ τῇ ΖΚ·	—— l. 32 ἡ δι ΒΛ τῇ ΖΗ	η δι ΒΛ τη ΖΚ
—— 101. l. 11 ὡς εἷς τὸ	—— 17. l. 9 * *	deeſt εἷς
—— l. 14 Ἔστιν ἄρα	—— l. 13 * *	εσται αρα
	Cap. XXII.	
—— l. 19 τὰς πλευρὰς	—— l. 21 * *	αι τας πλευρας
	Cap. XXIII.	Hoc Caput in Codice non diſtinguitur ulla numeratione, ſed conjungitur cum ſuperiore, ac propterea deinceps, numeratio Capitum concordat.
—— 102. l. 6 πρὸς Α, Γ	—— l. 46 * *	προς τοις ΑΓ
—— l. 12 αἱ μὲν ΑΖ, ΑΝ	—— l. 49 * *	αι μεν ΑΞ ΑΝ
—— l. 35 ἐγγραφόμενον	—— 18. l. 12 * *	εγγεγραμμενον
—— l. 37 ἡ ἐπιφάνεια	—— l. 15 * *	ου η επιφανεια
—— l. 48 τῷ ἐν ἑτέρῳ	—— l. 30 * *	deeſt ἐν
—— 103. l. 7 παραλλήλως	—— 8. l. 49 παραλλήλῳ	παραλληλους
	Cap. XXIV.	
—— l. 15 πολυγώνου, ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, καὶ παραλλήλους ὄσας	—— 18. l. 42 πολυγώνῳ (τίραπλεύρῳ) παραλλήλως ὄσας	πολυγωνῳ τετραγωνους ουσας
—— l. 24 Κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ,	—— 19. l. 1 κύκλος δή τις ἐκκείσθω ὁ Ξ &c.	Hoc loco notandum, Circulos, qui in Schemate ad hoc Caput pertinente lineis rectis exhibentur in editione, quales ſunt quæ litteris ξ, ο, π, ρ, σ, τ. υ, denotantur, in Codice lineis rotundis, ſeu circulis repræſentari, quod et de ſequentibus intelligi volumus.
—— 104. l. 23 ἄρα κύκλος	—— l. 20 * *	deeſt ἄρα
	Cap. XXV.	
—— l. 33 ἡ ἀπὸ τῶν	—— l. 24 * *	η υπο των
—— l. 40 αἱ ΕΙ, ΘΜ,	—— l. 26 αἱ ἄρα ΑΙ, ΘΜ	αι ΕΙ ΘΜ
—— 105. l. 18 Ὁ δὲ Ρ κύκλος	—— l. 51 ὁ Ρ κύκλος	ο δε Ρ κυκλος
	Cap. XXVI.	
—— l. 35 ἴσχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 20. l. 7 * *	ισχων την επιφανειαν
—— 106. l. 17 τῆς μεταξὺ	—— l. 26 * *	τη μεταξυ
—— l. 19 ἴσον ἴσαις κώνῳ	—— l. 30 * *	ισον τω κωνω
	Cap. XXVII.	
—— l. 48 ὕψος δὲ ἴσον	—— 21. l. 4 * *	deeſt ἴσον
—— l. 50 ἐπιφάνεια	—— l. 6 * *	η επιφανεια
—— 107. l. 1 ἐστὶν ἄρα,	—— l. 9 * *	εσται αρα
—— l. 24 ἰσόγωνιον,	—— l. 23 ἰσόγωνον	ισογωνιον
—— l. 52 ἐπὶ τῷ πρώτῳ.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	επι του πρωτου
—— – ib. Ἔσται ἕν	—— l. 37 ἐστὶ ἕν	εσται ουν
—— 108. l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 * *	deſunt
—— l. 8 Διηρημένης	—— l. 49 διηρημένως	διηρημενης
	Cap. XXVIII.	
—— l. 27 Τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 22. l. 8 * *	της επιφανειας
—— l. 36 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 * *	της επιφανειας
	Cap. XXIX.	
—— l. 52 ἀρτιογώνιον,	—— l. 19 * *	αρτιογωνιον corr. αρτιογωνιου
—— 109. l. 1 τῇ ΘΖ, πρὸς τὴν ΖΘ	—— l. 20 * *	τη ΖΕ προς την ΖΕ
—— l. 22 μεγίστῳ κύκλῳ τῷ ἐν	—— l. 37 * *	μεγιστου κυκλου των εν
—— l. 25 ΑΒΓΔ	—— 9. l. 2 * *	ΑΒΓ
—— l. 27 ἡ ΚΖ	—— l. 3 ἡ ΚΞ	η ΚΖ
—— 110. l. 5 τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ,	—— 22. l. 47 τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ	των εν τη σφαιρα
—— l. 16 ὁ κῶνος ἴσος	—— 23. l. 3 * *	ο κωνος ο ισος
—— l. 17 εἰρημένῳ·	—— – ib. * *	ειρημενου κωνου
	Cap. XXX.	
—— l. 29 τὸ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 9 * *	deſunt
—— l. 41 ἐπιζευγνύμεναι	—— l. 16 * *	επιζευγνυμεναι
—— 111. l. 7 τὸ ὑπὸ τ	—— l. 36 * *	του υπο της
—— l. 8 τῷ πολυγώνῳ ΣΤ ἐγγεγραμμένῳ.	—— l. 38 * *	deſunt
—— l. 12 πρὸς ἄλληλα	—— l. 45 * *	προς αλληλας

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 112. l. 2 τῦ Ο κώνυ,	Pag. 24. l. 7 * *	deeſt Ο
—— l. 7 ἔχει	—— l. 10 * *	εξει, et ſic paullo infra.
—— l. 15 ὀρθῶν γωνιῶν	—— 9. l. 9 * *	ορθω γινομενον
—— l. 16 ἰσογώνιον ἀρὰ τὸ ΗΑΕ τρίγωνον τῷ ΓΚΑ τριγώνῳ.	—— l. 10 ἰσογώνιον γὰρ &c.	ισογωνιον ΓΧ (qui nexus adhiberi ſolet in Codice pro verbo γίνεται) το ΗΑΕ τριγωνον. και
—— l. 23 περιγεγραμμένυ	—— l. 14 * *	εγγεγραμμενου
—— l. 40 ἄρα	—— l. 24 * *	deeſt
—— l. 41 ἐκ κέντρυ	—— l. 25 * *	εκ του κεντρου
	Cap. XXXI.	
—— l. 47 Ἔστω γὰρ	—— 24. l. 13 * *	ως γαρ
	—— 25. l. 1 Prior linea paginæ 25 in editione redundat.	
	Cap. XXXII.	
—— 114. l. 6 βάσιν	—— l. 6 * *	του βασιν
—— l. 17 ἐλάσσονα λόγον ἐλάσσονα.	—— l. 12 * *	deeſt ſecundum ἐλάσσονα
—— l. 49 τοῦ Κ πρὸς Ι.	—— l. 22 τῷ Κ πρὸς Ι	του Κ προς Ι
—— 115. l. 30 πρὸς τὴν Ι. Ἡ ℵ Κ	—— 26. l. 2 * *	deſunt
—— l. 47 Ποιεῖτε	—— 9. l. 30 ποιεῖ	ποιη
—— l. 49 τῇ ΓΚ,	—— l. 32 * *	της ΓΚ
—— 116. l. 2 ἴση ἡ Θ. Ἔσονται δὴ αἱ Η,Θ	—— l. 34 ἴση ἡ Θ. ἔσονται δὴ αἱ Θ,Ι,Η	ιση η ΗΘ. ισονται δη αι ΘΗ
—— l. 11 μέρυς τῆς Η·	—— l. 40 μέρες τὸ Η.	μερους της Η.
	Cap. XXXIII.	
—— 117. l. 15 Δεικτέον ἔν,	—— 26. l. 50 * *	deeſt οὖν
—— — ib. ὁ Λ κύκλος	—— — ib. * *	déeſt λ
—— l. 33 καὶ αἱ ἐκ	—— 27. l. 7 * *	deeſt αἱ
	Cap. XXXIV.	
—— 118. l. 8 πολύγωνον	—— l. 12 * *	τμημα πολυγωνον
	Cap. XXXV.	
—— l. 41 ἴση ἔστω	—— l. 32 * *	ιση εστι
—— l. 49 τοῦ ὑπὸ ΛΘ,	—— l. 38 * *	deeſt ὑπὸ
—— 119. l. 1 ἴσου ὄντος τῷ ἀπὸ ΘΑ.	—— l. 39 * *	deſunt omnia
—— l. 2 ἐπιφάνειᾳ	—— — ib. * *	τη επιφανεια
—— l. 3 κέντρυ τοῦ Μ.	—— l. 40 * *	κεντρου του ΑΜ
—— l. 10 λόγον ἔχουσιν,	—— 10. l. 3 * *	εχουσι λογον
—— l. 15 Ἔστι γὰρ	—— l. 6 * *	εσαι γαρ
	Cap. XXXVI.	
—— l. 27 ἡμικυκλίυ τὸ ΑΒΓ·	—— 27. l. 46 ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ &c. In Schemate editionis, quod pertinet ad hoc Caput, error eſt, nam pro littera Β exhibet litteram Δ.	
—— l. 30 μειώσης ἡ ΒΕ,	—— l. 47 * *	μειουσης της ΒΑ
—— l. 44 σχήματι	—— l. 51 * *	τμηματι
—— 120. l. 8 ἴσον ἐστὶ	—— 28. l. 10 * *	ιση εστι
—— l. 21 βάσεις ἴσας	—— l. 23 * *	βασεις ισας
—— l. 35 τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι	—— l. 30 * *	του βασιν μεν εχοντος
	Cap. XXXVII.	
—— 121. l. 13 περιγραφὴν	—— 29. l. 3 * *	περιγραφιν
—— l. 26 κύκλος ἐστί.	—— l. 8 * *	deeſt ἐστὶ
—— l. 33 μείζων ἐστὶ ἡ ἐπιφάνεια	—— l. 11 * *	μείζων γ†, (quem nexum Codex adhibere ſolet pro voce γίνεται) επιφανεια
—— l. 39 δὴ καὶ	—— 10. l. 9 * *	deeſt και
—— l. 40 ἀπὸ τῦ Δ	—— l. 9 * *	απο του ΔΕ
—— l. 44 μείζων ἐστὶ ἡ	—— l. 12 * *	μειζων γινεται η
—— l. 46 κολούρυ	—— l. 13 * *	κωλουρου κωνου
—— — ib. οἰσθήσεται,	—— — ib. ἠσθήσεται	οισθησεται
—— — ib. ἃ ἡ ἐκ τῦ κέντρυ	—— — ib. οὕτως ἡ ἐκ τῦ	ου εκ του
—— l. 47 ἔχει τῆς	—— — ib. * *	επι της
—— 122. l. 3 ἃ ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 15 ὕτως ἡ ἐκ τῦ	ου η εκ του
—— l. 14 ἢ ἔστι ἡμισείας	—— 29. l. 16 * *	και επι της ημισιας
	Cap. XXXVIII.	
—— l. 38 τὰς γωνίας	—— l. 24 * *	deſunt
—— 123. l. 5 Ἐὰν	—— l. 38 * *	εαν γαρ
—— l. 9 Ἴση ἄρα	—— l. 42 * *	deeſt ἄρα
—— l. 25 τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΓΔ, ΔΞ,	—— 10. l. 24 * *	το υπο ΓΔ, ΔΗ. το δε υπο ΓΔ, ΔΗ
	Cap. XXXIX.	
—— 124. l. 46 πρὸς τὴν ΑΛ·	—— 30. l. 35 * *	deeſt τὴν
—— 125. l. 10 ὕτως ἡ ΑΛ	—— l. 41 ὡς ἡ ΑΛ	ου η ΑΛ
—— l. 12 ὕτως ἡ ἐκ Ξ	—— l. 42 ἃ ἡ ἐκ τοῦ	χ (quo nexu Codex utitur fere ſemper ad indicandam vocem ὕτως, vel οὕτω) η εκ του. et ſic habetur infra ad lineam 44. editionis, ubi dicitur οὗ τὸ ὕψος.
—— l. 17 Ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν	—— l. 45 ὅμοιοι εἰσὶν	ομοιοι αρα εισιν
—— l. 27 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. Ὡς δὲ	—— 10. l. 29 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ. ὡς δὲ	εστιν ως η ΕΔ προς ΔΑ. η ΕΚ προς ΑΛ. ως δε
—— l. 45 ἐλάσσονος,	—— l. 39 * *	ελαττονος

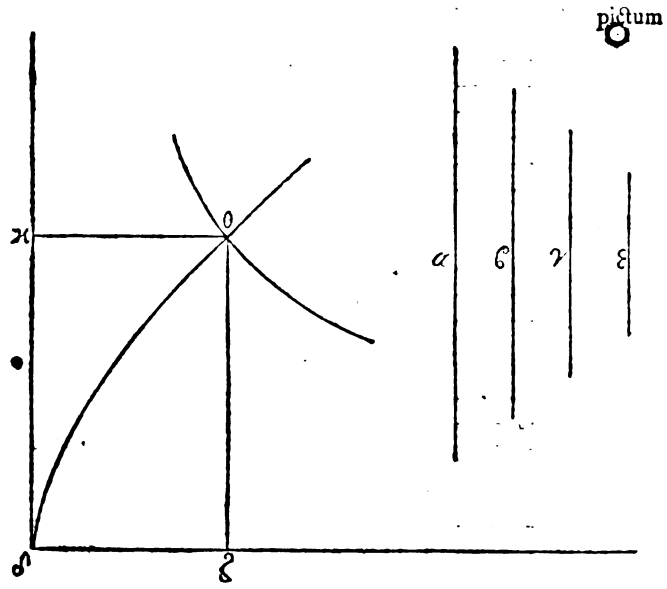
Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag.126. l. 5 ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ,	Pag. 10. l. 43 ὡς ἡ ΕΔ προς ΔΑ	ως η ΕΔ προς ΔΑ
—— l. 6 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν, τουτέστιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος	—— l. 44 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος.	η απο του κεντρου επι την αφην επιζευχθεισαν τουτεστιν η εκ του κεντρου της ελασσονος
	Cap. XL.	
—— l. 24 Δεῖ δὴ ἓξαι	—— 31. l. 1 δέδεικται	δεδειξαι
—— l. 28 ἐπὶ τὰ	—— l. 3 * *	επι το
—— l. 41 πρὸς τὸν κύκλον.	—— l. 10 * *	προς τον Z κυκλον
—— 127. l. 19 πρὸ τούτου,	—— 10. l. 50 * *	περι τουτου
	Cap. XLI.	
—— l. 28 Ἐὰν	—— 31. l. 27 * *	και εαν
	Cap. XLII.	
—— 128. l. 26 ὅπως ἡ τῇ	—— 32. l. 1 ὅπερ ἡ τοῦ	οπως η του
—— 129. l. 2 Τὸ ἄρα περιγεγραμμένον	—— l. 15 * *	η το περιγεγραμμενον
—— l. 3 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ γεριὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον.	—— l. 16 * *	desunt hæc omnia
—— l. 19 τομέος	—— l. 25 * *	τομεως
—— 130. l. 1 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— 11. l. 9 * *	desunt
		In fine libri legitur : Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου α΄.
	Αρχιμηδους περι σφαιρας καὶ κυλινδρου βιβλιον β΄.	decst βιβλιον
—— 131. l. 1 ἀπίσειλας	—— 33. l. 1 * *	επισειλας
—— l. 9 τμήματος	—— l. 5 * *	deest
—— l. 22 διὰ τούτου	—— l. 12 διὰ τῆ τῶν	δι' αυτου των
	Cap. I.	
—— 132. l. 16 ἡ κυλίνδρου ἡμιόλιος	—— l. 20 * *	η κυλινδρου ομιολιος
—— l. 42 τῶν ΗΘ,	—— l. 39 * *	των της ΗΘ
—— 133. l. 5 οὕτω τὴν ΗΘ	—— l. 43 * *	deest ουτω
—— l. 20 τουτέστιν ἡ Β,	—— 34. l. 4 * *	τουτεστιν η ΗΒ
—— l. 25 Φησὶ δὴ	—— 11. l. 17 * *	φησιν δη
—— l. 27 ἐστιν εἰπεῖν,	—— l. 19 * *	εστι ποιειν
—— l. 29 σαφέστερον	—— l. 20 σαφέστερον	σαφεστερον
—— l. 37 ἡμιόλιος ἔσαι τῇ	—— l. 25 ἡμιόλιος διὰ τοῦ	ημιολιος εστει του
—— l. 43 τῇ ΑΓ.	—— l. 30 * *	του ΑΓ κωνου,
—— 134. l. 1 ἔ δέον	—— l. 40 * *	ου δε ον
—— l. 12 τῆς ΖΗ.	—— 12. l. 1 * *	τη ΖΗ
—— l. 16 περιγεγράφθω.	—— l. 3 * *	γεγραφθω
—— l. 39 Εἰ δὴ δέοι	—— l. 25 εἰ δέοι	ει δε δειοι
—— 135. l. 4 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ β΄.		
—— l. 8 ὑπ' αὐτῇ	—— l. 47 * *	υπ' αυτου
—— l. 10 ἐντυχήκαμεν,	—— l. 48 * *	εντετυχηκαμεν
—— l. 11 γράφειν.	—— l. 49 * *	γραβ (qui nexus in Codice modo ην, modo ειν significat, ita ut legi possit γραφειν, et γραφην)
—— l. 13 πρὸ τὸ	—— l. 50 * *	προς το
—— l. 15 χρεῖται·	—— l. 51 * *	χρηται
—— l. 17 ἔννοια	—— 13. l. 2 * *	ενοια
—— l. 20 ΩΣ ΠΛΑΤΩΝ.		
—— l. 36 Τούτων ὧν	—— l. 11 * *	των ουν
—— l. 40 ᾧ τὸ μὲν	—— l. 14 * *	deest οὗ
—— l. 49 γενομένων	—— l. 21 * *	γενομενων
—— 136. l. 1 ΩΣ ΗΡΩΝ		
—— l. 15 τὰς ΕΗ, ΕΖ.	—— 14. l. 8 * *	τα ΕΗ ΕΖ.
—— l. 19 Δίχα δὴ	—— l. 12 * *	deest δή. E regione autem istorum verborum in margine Codicis ab eadem antiqua manu adscriptum legitur : λφ ιβ΄. του α΄. των Ευκλειδου.
—— l. 20 τέμνεται	—— l. 14 * *	τεμνεται
—— l. 22 Κοινὸν προσκείσθω	—— l. 17 * *	Et hic in margine legitur : λφ ς΄. του β΄. των ευκλειδου.
—— l. 26 Τὸ ἄρα ὑπὸ	—— l. 19 * *	Iterum in margine : λφ μη΄. του α΄. του ευκλειδου.
—— l. 32 ὡς ΖΔ πρὸς	—— l. 22 * *	ως η ΖΔ προς
—— l. 35 Τριγώνη γὰρ	—— l. 23 * *	heic quoque in margine : λφ β΄. του ς΄. των ευκλειδου.
—— l. 40 ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.		
—— 137. l. 22 Τριγώνη	—— l. 49 τριγώνη	τριγωνου
—— l. 25 ἡ ΔΑ πρὸς ΑΒ·	—— l. 50 * *	και η ΔΑ προς ΑΒ
—— l. 28 τῇ ὑπὸ Ἥρωνος κατασκευῇ.	—— 15. l. 1 τῇ ὑπὸ ἥρωνος κατασκευῆς,	τη υπο ηρωνος. το γαρ Β Θ παραλληλογραμμον το αυτο εστι τω ληφθεντι επι της ηρωνος κατασκευης
—— l. 39 Πολὺ γὰρ	—— l. 7 * *	πολυγε
—— l. 40 πρὸς τὰ Δ, Ζ.	—— l. 8 * *	προς το ΚΖ.
—— l. 41 ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.		
—— l. 44 Καὶ κέντρῳ	—— l. 11 κέντρῳ	και κεντρω
—— l. 45 περιφέρεια	—— ib. * *	περιφερειαν
—— 138. l. 17 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ ΕΝ ΤΩ ΠΕΡΙ ΠΥΡΙΩΝ.		
—— l. 28 διὰ τὴν ΑΕ τῇ ΑΖ	—— l. 37 * *	δια το την ΑΒ τη ΑΖ

Digitized by Google

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codex Florent.
Pag.138. l. 41	ἴσαι ΜΒ,	Pag. 15. l. 49	* *	ισαι αι ΜΒ
—— l. 47	ἐπὶ τεταγμένα	—— 16. l. 2	* *	επιταγταμενα
—— l. 48	ὡς τῶν ὁμοίως	——	– ib. ὁμοίως	ομοιων
—— l. 50	ὡς ἐπὶ	—— l. 3	* *	deeſt ὡς
—— l. 51	παραθίσει	—— l. 4	* *	παραθισεις
—— l. 53	ἴσονται ἡ ἀχθεῖσα,	—— l. 6	ᾗ ἡ ἀχθεῖσα	ισαι η αχθεισα
—— 139. l. 29	ΩΣ ΠΑΠΠΟΣ			
—— l. 33	πρότασιν ᾗ τὰ ἀπὸ τῆς	—— l. 33	* *	προθισιν και τα της
—— l. 35	ὀφειλησῶν	—— l. 38	* *	των οφειλουσων
—— l 45	σημεῖον, τὸ δὲ	—— l. 46	* *	σημειον ισω το δε
—— 140. l. 6	Νενοήσθω	—— 17. l. 6	νενοίωθω	νενοησθω
—— l. 7	ἐπιζευχθεῖσα	——	– ib. * *	επιζευχθεισα
——	– ib. ἐπὶ τὸ Δ,	—— l. 7	ἐϛὶ τὸ Δ.	επι το Λ.
—— l. 8	τῇ ΑΗ,	——	– ib. * *	deſunt.
—— l. 10	ᾗ ἡ ΑΓ.	—— l. 8	* *	και η ΑΓ.
—— 141. l. 1	ΩΣ ΣΠΟΡΟΣ.			
—— l. 29	ἡ ΘΒ πρὸς ΓΒ.	—— 18. l. 3	* *	η ΘΓ προς ΓΒ.
—— l. 31	τουτέϛι τὸ ἀπὸ ΑΒ	—— l. 4	* *	τουτεϛι το απο ΑΘ
——	– ib. ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ	——	– ib. * *	αρα το απο ΑΘ
—— l. 36	ἡ ϗ ΘΒ πρὸς ΒΓ διπλασίονα	—— l. 7	ἡ δὲ ΘΒ διπλασίονα	η δε ΘΒ προς ΒΓ διπλασιονα
—— l. 41	εἰρημένη.	—— l. 9	γραμμῇ.	γεγραμμενη
—— l. 42	ΩΣ ΜΕΝΕΧΜΟΣ.			
—— l. 43	αἱ Δ, Ε.	—— l. 11	* *	αι ΑΕ
——	– ib. τῶν Δ, Ε	——	– ib. * *	των ΑΕ
—— l. 45	ἡ ΑΗ πεπερασμένη κατὰ τὸ Α· ᾗ πρὸς τῷ Α	—— l. 12	ἡ ΑΗ περασμενη κατα τὸ Α καὶ πρὸς τῷ Α	η ΔΕ πεπερασμενη κατα το Δ και προς τω Δ
—— l. 46	ἡ ΑΖ·	—— l. 13	ΑΖ	ΔΖ
—— l. 48	αἱ Δ, Β, Γ,	—— l. 14	* *	αι ΑΒΓ
——	– ib. τῶν Δ, Γ	——	– ib. * *	των ΑΓ
—— l. 51	ἄρα τὸ Θ,	—— l. 16	ἄρα τῆς Θ	αρα το Θ
—— 142. l. 3	Ἐπὶ ὑπερβολῆς	—— l. 19	* *	επει υπερβολης
—— l. 20	ἴσον τῷ ὑπὸ Δ, Γ, ἐϛὶν ὡς	—— l. 32	ἴσον τῷ ὑπὸ ΔΓ, ἐϛὶν ὡς	ισον εϛι τω υπο ΔΑΖ εϛιν ως

Schema ad finem ſuperioris problematis in Codice appoſitum, quum aliquantum differat ab illo editionis. heic depictum exhibemus.



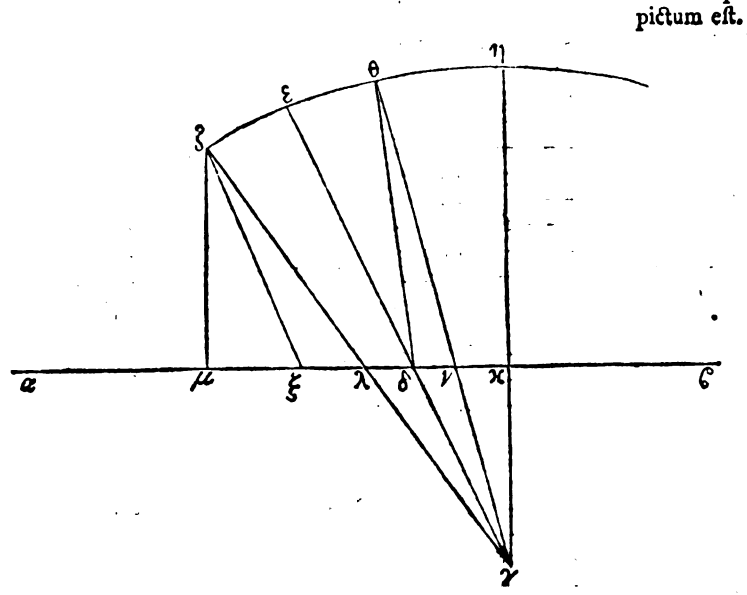
—— l. 29	ΑΛΛΩΣ.			
—— l. 30	πρὸς ὀρθὰς	—— l. 38	* *	αι προς ορθας
—— l. 34	ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· τὸ ἄρα	—— l. 43	ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ. τὸ ἄρα	ως η ΓΒ προς ΔΒ η ΔΒ προς ΒΕ. το αρα
—— l. 42	τὴν ΒΕ.	—— l. 48	* *	της ΒΕ
—— l. 47	τῆς ΔΖ·	—— 19. l. 1	* *	της ΕΖ
—— l. 50	Καὶ δοθέντα ἄρα τὰ	—— l. 2	καὶ δοθέντα τὰ	δοθεντα αρα τα
—— l. 53	ΒΔ, ΒΕ.	—— l. 4	* *	deſunt
—— 143. l. 3	Τίμνουσι δὴ ἀλλήλαις	—— l. 6	* *	τεμνουσι δη αλληλας
—— l. 18	Η ΑΡΧΙΤΟΥ ΕΥΡΕΣΙΣ, ΩΣ ΕΥΔΗΜΟΣ ΙΣΤΟΡΕΙ			
—— l. 19	αἱ ΑΔ, Γ.	—— l. 18	* *	αι ΑΒΓ
—— l. 20	τῶν ΑΔ, Γ	——	– ib. * *	των ΑΒΓ
—— l. 28	τέμνει	—— l. 23	* *	τεμει
—— l. 34	τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	—— l. 26	* *	της ΑΠ ευθειας
—— l. 43	τὸ κινούμενον	—— l. 28	* *	το μεν κινουμενον
—— 144. l. 6	ἐϛὶ ἄρα	—— 20. l. 9	* *	αρα εϛι.

In Schemate ad hoc pertinente theorema Codex noſter exhibet lineam rectam a circulis ſejunctam, et littera γ deſignatam, quæ in editione deſideratur.

—— l. 14	ΩΣ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ.			
—— l. 19	κύβου	—— l. 18	* *	καλου
—— l. 20	ἐν πάχει	—— l. 19	* *	εν ταχει
—— l. 27	πρῶτον	—— l. 23	* *	πρωτος
—— l. 32	τινά	—— l. 26	* *	τινας
——	– ib. νόσου.	—— l. 27	* *	deeſt
—— l. 33	ἐπιταχθέντας,	——	– ib. * *	deeſt

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 144. l. 34 Διαπιμψομένης	Pag. 20. l. 28 διαμεμψαμένοις	διαμεμψαμενους cost. διαπεμψαμενους
—— l. 36 δοθεισῶν	—— l. 29 * *	των δοθεισων
—— l. 41 ἐπιβραχύ τι τῆ	—— l. 32 * *	βραχυτητι του
—— l. 42 ὀργανικὴ	—— l. 33 * *	οργανικη ληψις
—— l. 46 σχηματίζειν,	—— l. 36 * *	μετασχηματιζειν
—— l. 49 καθίστᾶναι,	—— l. 38 * *	καθισταθαι
—— 145. l. 2 χοινικίδας,	—— l. 45 * *	χοινικιδας
—— l. 3 εἰ μέλλει	—— l. 47 εἰ μέλει	ει μελει
—— l. 25 πρὸς ΚΗ. Πάλιν	—— 21. l. 9 * *	προς ΖΗ. παλιν
—— l. 27 παραλλήλοις, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ.	—— l. 11 * *	παραλληλοις η ΖΚ προς ΚΘ
—— l. 36 ἀποδέδεικται.	—— l. 16 ἀποδέικται	αποδιδεικται
—— l. 39 στενακίσκους	—— l. 18 * *	στεινακισους
—— l. 50 ἔχεις	—— l. 25 * *	εχης
—— 146. l. 1 τὰ Α, Β, Γ, Δ	—— l. 28 τὰ Α, ΒΓ, Δ	τα ΑΒ ΓΔ
—— l. 17 διπλάσιον	—— 22. l. 1 * *	διπλησιον
—— l. 17 Φράζεται,	—— l. 2 * *	Φραζεται
—— l. 29 Πτολεμαῖε	—— l. 13 πτολεμαῖς	πτολεμαιε
—— — ib. συνηθῶν	—— — ib. συνη ων	συνηθων
—— l. 33 ἄνθεμα	—— l. 17 * *	ανθ' εμα
—— l. 35 ΩΣ ΝΙΚΟΜΗΔΗΣ		
—— l. 36 Ἐν τῷ περὶ κοχλοειδῶν γραμμῶν.		
—— l. 38 συγγράμματι,	—— l. 21 συγγράμματι	συγγραμματι
—— l. 39 ἀποπληρώντος	—— l. 22 * *	αποπληρουντος χρειαν.
—— l. 42 ἀνελλειπῶς. Τῶν τοίνυν,	—— l. 24 ἐλλείπους. τῶν τοίνυν	ελλειπως τοινυν των
—— 147. l. 12 εἰς τὸ ἀξώνιον,	—— 23. l. 3 εἰς τὸν ἀξόνιον	εις τι αξονιον
—— l. 28 κυλινδρίῳ	—— l. 8 * *	κυλινδριον
—— l. 33 κογχοειδῆ	—— l. 12 κογχοειδεῖ	κογχοειδη
—— l. 41 τῆ ΑΒ,	—— l. 17 * *	της ΑΒ.
—— l. 44 τῆς ΘΝ	—— l. 19 * *	της ΘΗ
—— 148. l. 1 λοιποῦσα	—— l. 20 * *	λειπουσα
—— l. 3 τοῖς Μ, Ν,	—— l. 21 * *	τοις ΜΗ
—— — ib. μείζων ἐστὶ	—— — ib. μείζων ἐστι	μειζων εσται
—— — ib. πρὸς τῷ Θ.	—— — ib. * *	προ τω Θ. Schema ad hanc demonstrationem pertinens ita in Codice depictum est.



—— l. 18 τῆ ΛΖ ὅπερ ἀδύνατον.	—— l. 30 τῆ ΛΖ ἀδύνατον	τη ΛΖ. οπερ αδυνατον
—— l. 26 διάγειν	—— 24. l. 4 * *	διαγαγειν
—— 149. l. 1 Συμβάλλει	—— l. 7 * *	συμβαλλει
—— l. 10 τῆ ΑΔ·	—— l. 13 * *	τη ΑΔ
—— l. 13 ἴσην τὴν ΘΚ τῆ ΑΔ, ἡ τῆ ΓΖ.	—— l. 14 * *	ισην την ΘΚΑΔΗ. τη ΓΖ
—— l. 15 κατὰ τὸ Μ.	—— l. 16 κατὰ τὸ ΜΓ,	κατα το Μ.
—— l. 16 ὡς ἡ ΓΛ	—— — ib. ὡς ἡ ΦΛ	ως η ΓΛ
—— l. 34 τῆ ΑΔ.	—— 25. l. 12 * *	της ΑΒ.
—— l. 35 Ἀλλ' ὡς ἡ ΗΓ	—— l. 14 * *	αλλ' ως η ΜΓ
—— l. 37 Καὶ σκυθέντι	—— l. 16 * *	και συνθεντι
—— l. 39 τῆ ΘΚ,	—— l. 18 τῆ ΘΗ,	τη ΘΚ.
—— l. 41 ἴσον τὸ ὑπὸ ΒΜΑ,	—— l. 21 * *	ισον τα υπο ΒΜ
—— l. 43 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μεῖὰ δὲ ἀπὸ ΓΖ·	—— l. 24 ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ μετὰ τῆ ἀπὸ ΛΔ, τὸ ὑπὸ ΒΓΚ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ	desunt omnia.
—— l. 44 ὧν τὸ ἀπὸ ΑΔ ἴσον τῷ	—— — ib. * *	ων το ΑΔ ισον τω
—— l. 48 οὕτως	—— l. 26 * *	deest

Cap. II.

—— 150. l. 15 κορυφὰς ἔχοντες	—— 34. l. 12 * *	κορυφας εχοντα
—— l. 19 νενοήθω	—— l. 14 * *	νοειθω
—— l. 22 βάσιν μὲν ἔχων	—— l. 15 * *	deest μεν
—— l. 25 Ἔστι δὴ	—— l. 17 * *	εσται δη
—— l. 37 κύκλος πρὸς τὸν	—— l. 23 κύκλος πρὸ τὸν	κυκλος προς τον
—— 151. l. 8 ἴσος ἄρα ὁ Μ	—— l. 28 * *	ισος αρα εστιν ο Μ
—— l. 16 ἀφαιρεθέντος	—— l. 31 αφερεθέντος	αφαιρεθεντος

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil. O	Codex Florent.
Pag.151. l. 21 ὡς συναμφότερος,	Pag. 34. l. 34 * *	ο συναμφοτερος
—— l. 28 AB. Ὁ ἄρα N κύκλος ἴσος ἴσῃ τῇ	—— l. 37 * *	deſunt
—— l. 39 ὕψος τὸ N κώνου,	—— 35. l. 5 ὕψος τοῦ κώνου	υψος τυ N κωνυ
—— 152. l. 3 δείξομεν	—— l. 13 * *	deeſt
—— l. 10 τῆς σφαίρας.	—— l. 17 * *	deſunt
—— l. 22 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ,	—— l. 23 ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΘΚ, ΘΛ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ	ισον αρα το υπο ΔΚΘΑ τω υπο των ΔΘΚ
—— l. 24 Ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	—— l. 24 * *	deſunt omnia
—— l. 27 ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ.	—— l. 25 * *	η ΘΕ προς ΕΓ
—— 153. l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.	—— 25. l. 37 πρὸς τὸ ΒΕ.	προς το υπο ΒΕ.
—— l. 41 λαμβανομένῳ	—— l. 45 * *	λαμβανομενω κωνω.
—— l. 45 τέμνει	—— l. 47 * *	τεμνη
—— 154. l. 6 Ὅτι δὲ οὖν	—— l. 51 * *	οτι δι και
—— l. 13 νενοείσθω	—— 26. l. 4 * *	νοεισθω
—— l. 16 Ὁ ἄρα κῶνος	—— l. 6 * *	ο αρα Ε κωνος
—— l. 18 ἔπερ ἡ	—— l. 8 οὗ περ ἡ	ουπερ και η
—— l. 21 τὴν ἐκ τῆ κέντρῳ	—— l. 10 τὴν τοῦ κέντρου	την εκ του κεντρου
—— l. 23 Ὁ Ζ ἄρα	—— l. 11 * *	ο αρα Ζ
—— l. 32 ὁ ΒΘΖΑ	—— l. 17 * *	ο ΒΘΖΔ
—— l. 37 ἀλλήλοις	—— l. 20 * *	αλληλους
—— l. 45 τὸ ΒΑΖ τμῆμα σφαίρας	—— l. 27 * *	το ΑΒΓ τμημα της σφαιρας
—— 155. l. 19 ὡς τὸ ἀπὸ ΑΓ,	—— 27. l. 2 * *	ουτως το απο ΑΓ
—— l. 22 ὕψεις τῆς ΘΔ	—— l. 4 * *	υψους της ΘΔ
—— — ib. Ὡς δὲ ἡ ΑΕ	—— — ib. * *	ως δε η ΔΕ
—— l. 23 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ,	—— l. 5 * *	προς το υπο ΔΕΓ
	Cap. III.	
—— l. 42 τῇ ΑΔ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τῆ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τῆ κέντρου ἴση ἐστὶ	—— 36. l. 3 * *	deſunt omnia.
—— 156. l. 30 πρὸς ἀλλήλως	—— 27. l. 10 πρὸς ἀλλήλοις	προς αλληλους
—— l. 39 οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΑ.	—— l. 15 * *	η ΒΔ προς ΔΑ
	Cap. IV.	
—— 157. l. 22 Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς	—— 36. l. 33 καὶ διὰ ταῦτα τοῖς	και δια ταυτοις
—— l. 31 ἔστως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ.	—— l. 37 * *	ουτως η ΒΧ προς ΧΒ
—— 158. l. 5 ἔστως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ·	—— 37. l. 6 * *	ουτως η ΒΖ προς ΒΧ
—— l. 17 Λοιπὸς ἄρα	—— l. 12 * *	λοιπον αρα
—— l. 23 ἔχει	—— l. 15 οὐκ ἔχει	deeſt οὐκ
—— l. 45 τέμνει	—— l. 26 * *	τεμει
—— 159. l. 5 τῷ ἀπὸ ΛΚ·	—— l. 29 τῷ ὑπὸ ΛΚ	τω απο ΛΚ
—— l. 28 ὡς ἡ ΛΔ	—— 27. l. 22 * *	ως η ΛΑ
—— 160. l. 5 ἡγέμενα	—— l. 29 * *	τα ηγουμενα
—— l. 10 Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ ΡΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ	—— l. 32 οὕτως τὸ ἀπὸ ΛΚ	αλλ' ως το απο απο ΡΛ προς το απο ΛΚ, ουτως το απο ΛΚ
—— l. 20 Ἐπεὶ γὰρ	—— l. 37 * *	επει γαρ εστιν
—— l. 31 λόγος ἔστι	—— l. 44 * *	λογος εσαι
—— l. 38 Ὅτι μὲν	—— l. 48 * *	Titulus : Περὶ συνθέσεως λόγων, qui in editione apponitur in margine ad hunc locum, nullus eſt in Codice, ſed omnia conjunguntur.
—— l. 41 ἀδιαρθώτως.	—— l. 50 ἀδιαρθρώτως,	αδιαρθρωτως πως.
—— l. 42 ἀναπληρῶσαι,	—— — ib. ἀναποπληρῶσαι	αποπληρωσαι
—— l. 44 ἀποδεικτικῶς,	—— 28. l. 2 ἀποδεικτικῆς	αποδεικτικως
—— l. 45 διατρίψαντας	—— l. 3 * *	ενδιατριψαντας
—— l. 55 τῷ περὶ	—— l. 9 * *	deeſt τῶ
—— 161. l. 13 οὖ ἡ μονὰς	—— l. 18 * *	ουσα η μονας
—— l. 21 ὁ ἄρα Ε	—— l. 24 * *	ο αρα Γ
—— l. 22 τὸν Ζ ποιήτω. Λέγω ὅτι	—— — ib. τὸν Ζ ποιήτω. λέγω ὅτι	τον Α ποιει. ο δε Β τον Ε πολλαπλασιασας τον Γ. ο δη Δ τον Ε πολλαπλασιασας τον Ζ ποιειτω. λεγω οτι
—— l. 23 τῷ τῷ Α	—— l. 25 * *	του Α
—— l. 25 Ὁ γὰρ Β τὸν Ζ	—— l. 27 * *	ο γαρ Β προς τον Ζ
—— l. 26 ποιείτω.	—— — ib. ποιήτω	ποιειτω
—— l. 35 Καὶ ὡς ἄρα ὁ Η	—— l. 35 καὶ ὡς ἄρα Η	και ως αρα ο Η
—— l. 39 τοῦ τοῦ Α πρὸς τ' Β λόγου.	—— l. 38 * *	του Α προς τον Β λογον
—— l. 45 Λέγω ὅτι ὁ τοῦ	—— l. 43 λέγω ὁ τοῦ	λεγω οτι ο του
—— l. 49 ἐπὶ τὸν β',	—— l. 45 ἐπὶ τὸν Β	επι το Β
—— l. 57 πρὸς τὸν γ',	—— 29. l. 1 πρὸς τὸν γ'	deeſt πρὸς
—— 162. l. 7 τῷ τοῦ γ'	—— l. 5 καὶ τοῦ γ'	deeſt τοῦ
—— — ib. διπλασιεπιτετάρτου.	—— — ib. διπλασιασιεπιτετάρτου	διπλασιεπιτεταρτυ
—— l. 12 ἐπὶ πάντων	—— l. 8 * *	επι παντων δι
—— l. 14 μεγέθεων,	—— l. 9 * *	μεγεθων
—— l. 17 κείμενοι,	—— l. 11 * *	κειμενοι οροι
—— l. 18 Δυὸ γὰρ ὅρων	—— l. 12 * *	δυο γαρ οντων οριων
—— l. 27 ὃν ὁ Α	—— l. 19 * *	ον εχει ο Α
—— l. 33 πρὸς τό ἀπὸ ΔΧ·	—— l. 24 * *	προς το απο ΒΧ
—— l. 40 οὕτω διάδηλον.	—— l. 28 * *	υτως εσαι δηλον.
—— l. 43 ἡ ΚΡ πρὸς ΡΒ.	—— l. 30 * *	η ΚΒ προς ΡΒ
—— l. 45 ἥπερ ἡ ΚΡ πρὸς ΒΡ·	—— l. 31 * *	ηπερ η ΚΒ προς ΒΡ
—— l. 46 ἡ ΖΒ πρὸς ΒΡ.	—— l. 32 ἡ ΖΒ πρὸς ΖΡ	η ΖΒ προς ΒΡ
—— l. 47 Ἐὰν ἄρα	—— — ib. * *	αναγρεψαντι. η ΡΛ προς ΛΧ ελαττονα λογον εχει ηπερ η ΒΖ προς ΖΡ. εαν αρα

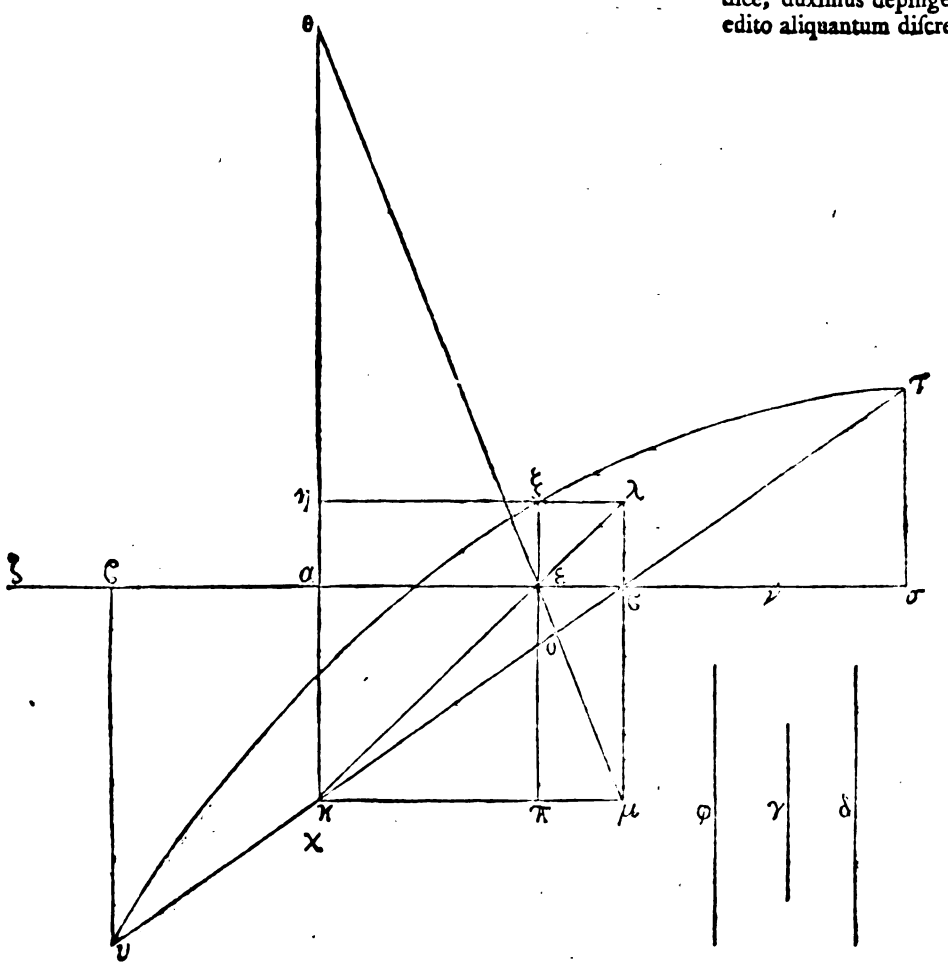
Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag.163. l. 4 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ τῆ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου· καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	Pag. 29. l. 38 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ. ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τ̃ ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ λόγου. καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα	προς το απο ΔΚ και της ΒΖ προς ΖΚ. τω δε αυτω τω της ΒΖ προς ΖΘ ο αυτος εστι και ο συγκειμενος εκ τω της ΒΖ προς ΖΚ. και της ΧΖ προς ΖΘ. και ο συγκειμενος αρα.
—— l. 7 τὸ ἀπὸ ΔΧ,	—— l. 40 * *	το απο ΔΚ
—— l. 8 πρὸς ΖΧ	— ib. * *	προς ΖΚ
—— l. 9 τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ,	—— l. 41 * *	της ΒΖ προς ΒΧ
—— l. 12 Καὶ δὴ δοθεῖσαν τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ	—— l. 43 * *	και εστι δοθεισαν της ΔΖ τεμειν δη κατα
—— l. 28 ἐπιβάλλειν	—— 30. l. 2 * *	επιβαλειν
—— l. 29 ἑτέραν	—— l. 3 ἑκατέραν	ετεραν
—— l. 32 μή ποτε	—— l. 5 * *	μητε
—— l. 34 προβεβλημένα	—— l. 6 προλελημμένα	αρα λελημμενα
—— l. 38 ὀλίγην	—— l. 9 * *	ολιγην μεν
—— l. 41 γλῶσσαν	—— l. 11 γλῶσαν	γλωσσαν
—— l. 42 ἐγέγραπτο·	—— l. 12 * *	εγγεγραπτο
—— l. 48 ἐννοίας	—— l. 15 * *	ευνοιας
—— l. 51 διορισμῶν.	—— l. 17 διορισμένων	διορισμων
—— 164. l. 12 ἕτως ἡ ΓΗ	—— l. 26 * *	ετως το απο ΓΗ
—— l. 25 οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ,	—— l. 40 οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΗΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ. ἀλλ' ὡς ἡ ΓΗ πρὸς ΗΜ	αλλ' ως το υπο ΓΗΖ προς το απο ΖΚ. αλ' ως η ΓΗ προς ΗΜ
—— l. 31 διὰ τῆ Η	—— l. 47 διὰ τοῦ Κ	δια τη Η
—— — ib. δύναδαι	—— l. 48 * *	deeſt
—— l. 38 γραφῆ ὑπερβολὴ,	—— 31. l. 2 * *	η γραφη υπο περιβολη
—— l. 47 δύο ἄρα	—— l. 7 * *	deeſt ἄρα
—— l. 48 βάσεις τὸ ἀπὸ	—— l. 8 * *	βασις το απο
—— 165. l. 4 τῶν ὁμοίως	—— l. 10 * *	των ομοιων
—— l. 15 ἀναλύσει	—— l. 17 ἀναλήσει	αναλυσει
—— l. 22 καὶ συμπιπλέτω τῆ ΓΕ	—— l. 21 * *	deſunt
—— l. 24 τὸ ΖΘ	—— l. 22 * *	το ΖΒ
—— l. 45 ἕτως	—— l. 44 * *	deeſt
—— 166. l. 1 παρὰ τὴν ΖΝ,	—— l. 48 * *	παρα την ΖΗ
—— l. 2 καὶ ἴσῳ ἡ ΜΞΖ.	—— l. 49 * *	και ισω ως η ΜΞΕ
—— l. 6 τῆ δευτέρᾳ βιβλίῳ	—— 32. l. 1 * *	deſunt
—— l. 10 ἡ ΒΞΚ,	—— l. 4 ἡ ΒΚΖ	η ΒΚΞ
—— l. 13 τὸ ΡΟ	—— l. 5 * *	το ΡΘ
—— l. 14 ἐπιζευχθῆ	—— l. 6 * *	επιζευχθη ευθεια
—— l. 20 τὸ Δ χωρίον,	—— l. 9 * *	ισον το Δ χωριον
—— l. 25 Ὅτι	—— l. 12 * *	οτι δε
—— l. 27 ἐπὶ τῆς ΕΑ,	—— l. 13 ἐπὶ τῆς ΒΑ	επι την ΒΑ
—— — ib. ἐν τῆ	— ib. ἐν τῆς	εν τη
—— l. 37 πάντων ὁμοίως	—— l. 29 * *	παντων των ομοιως
—— l. 42 ἕκτον	—— l. 38 ἕβδομον	ευδομον
—— 167. l. 9 παραβολῆς,	—— 33. l. 5 * *	υπερβολης
—— l. 15 Ἐφήπλετο	—— l. 7 * *	αφηπλετο
—— l. 29 ἴσον ἄρα τὸ	—— l. 12 ἴσον γὰρ τὸ	ισον γινεται το
—— l. 36 ΧΗΩ.	—— l. 14 * *	ΧΝΩ.
—— l. 39 ΧΗΩ,	—— l. 16 * *	ΧΝΩ.
—— l. 47 ἐπὶ τὴν ΕΑ	—— l. 20 * *	επι την ΒΑ
—— l. 49 συμβαλέτω	—— l. 22 * *	συμβαλλετω
—— l. 53 καὶ τῷ ΑΗ·	—— l. 24 * *	deeſt και
—— 168. l. 2 τῷ ὑπὸ Β,ΗΜ·	—— l. 26 * *	τω υπο Β,ΗΩ
—— l. 13 μεταξὺ τῶν Ε, Β λαμβανομένων. Πάντων ἄρα	—— l. 32 μεταξὺ τῶν ΕΒ λαμβανομένων. πάντων ἄρα	μεταξυ των ΑΕ λαμβανομενων. εδειχθη δε και επι παντων των μεταξυ των ΕΒ παντων αρα
—— l. 15 Ἐπεὶ δὴ	—— l. 34 * *	επει δη
—— l. 19 τοῦ ἀπὸ τῆς	—— l. 37 * *	τε απο τε της
—— 169. l. 6 εἶχον	—— 34. l. 8 * *	ειχεν
—— l. 7 Προσκειμένων	— ib. προτιθεμένων	προστιθεμενων
—— l. 14 προκειται	—— l. 14 * *	προβαινει
—— l. 18 ὑφ' ὑμῶν	—— l. 17 * *	υφημων
—— l. 25 καὶ μείζονα	—— l. 27 * *	και μειζονα
—— l. 32 ὡς δύο	—— l. 31 * *	ω δυο
—— l. 38 ἐδαμῶς	—— l. 35 * *	ευδαμου, ita enim videtur legi debere in noſtro Codice potius quam εδαμῶς
—— l. 41 συνέγραψε τὸν τρόπον	—— l. 37 συνέγραψα τὸ πρῶτον	συνεγραψατο τροπον
—— l. 44 ἠφανισμένας	—— l. 40 ἠφανισμένην	ηφανισμενα
—— l. 46 ΩΣ ΔΙΟΝΥΣΟΔΩΡΟΣ.		
—— 170. l. 11 ἐπὶ τὴν ΑΒ	—— 35. l. 3 ἐπὶ τὴν ΑΑΒ	επι την ΑΒ
—— — ib. καὶ διὰ τῶν Η, Α	— ib. * *	και δια ΗΑ
—— l. 14 δὲ ΑΒΚ,	—— l. 4 * *	δε αι ΑΒΚ
—— l. 22 ἴση ἐστὶν,	—— l. 6 * *	εστιν ισην.
—— l. 32 τῷ ὑπὸ ΖΜ, ΑΗ,	—— l. 9 τῷ ὑπὸ ΖΜΑΗ,	τω υπο ΛΜΑΗ
—— l. 33 ἡ ΜΛ	—— l. 10 * *	ουτως η ΜΛ
—— l. 40 οὕτως ὁ κύκλος,	—— l. 14 * *	ε ο κυκλος
—— l. 41 ἐστὶ τῆ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, ἧ ἡ ἐκ τοῦ	—— l. 15 ἐστὶ τῆ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ	εστι τη ΑΜ. και ως προς τον κυκλον η εκ τε
—— l. 42 Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, ἧ ἡ ἐκ τῆ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τῷ κέντρῳ ἴση ἐστὶ τῆ ΒΜ,	— ib. καὶ ὡς ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ ΒΜ,	
—— l. 47 ἐστὶ τῆ ΒΜ,	—— l. 18 * *	deſunt hæc omnia.
—— 171. l. 4 ἄρα ὁ βάσις	—— l. 23 ὁ ἄρα βάσις	εστι τη ΑΜ
—— l. 12 τὸ Β,	—— l. 28 * *	αρα ο βασις
—— l. 29 καὶ ἕτως	—— 36. l. 9 * *	το Δ
		deeſt και

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag.171. l. 39 ΩΣ ΔΙΟΚΛΗΣ		
—— l. 40 Ἐν τῷ περὶ Πύριων.		
—— l. 42 ἀπίδιξιν,	Pag. 36. l. 17 ἀπόδιξιν	ἀπιδιξιν
—— l. 44 τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι,	—— l. 18 * *	την την τω τμηματι
—— l. 51 τὴν ΕΑ, ΑΖ	—— l. 22 * *	την ΕΖ ΖΑ
—172. l. 1 πρὸς ΖΑ,	—— l. 23 * *	προς ΖΔ
—— l. 15 ἃ βάσις	—— l. 28 * *	ου βασις εισιν
—— l. 17 Καὶ γὰρ τοῦτο	—— l. 29 * *	και γαρ και τουτο
—— l. 18 ἐπὶ τῆ ἴσων	—— – ib. * *	επ' ισων
—— l. 21 πρὸς τὴν ΖΒ·	—— l. 31 * *	προς την ΖΕ
—— l. 29 δοθεῖσαν	—— l. 36 * *	δοθησαν ευθειαν
—— l. 40 αἱ ΘΑΚ,	—37. l. 5 * *	αι ΘΑΖ
—— l. 41 καὶ ἐπιζευχθεῖσαι	—— l. 6 * *	deeſt και
—— l. 42 ἐκβεβλήσθωσαν	—— – ib. * *	εκβληθεισαν
—— l. 43 διὰ τοῦ Λ	—— l. 7 * *	και δια του Λ
—— l. 48 ἡ ΖΑ τῇ ΘΑ.	—— l. 9 * *	η ΖΑ προς ΘΑ
—— l. 49 πρὸς	—— l. 10 πρὸ	προς
—— l. 52 ἡ ΛΒΕ,	—— l. 12 * *	της ΘΛΕ
—— l. 53 ἡ ΘΑΕ	—— – ib. * *	της ΑΒΕ
—173. l. 14 ἴση ἡ ΕΟ·	—— l. 31 * *	ιση η ΕΘ
—— l. 18 κατὰ Τ, Υ.	—— l. 32 * *	κατα τα ΤΥ
—— l. 19 διδομένῃ	—— – ib. * *	διδομενου
—— l. 22 αἱ ΣΤ, ΡΥ	—— l. 34 * *	αι ΣΡ ΤΥ
—— l. 26 ἡ ΣΒ πρὸς ΒΕ·	—— l. 37 * *	η ΕΒ προς ΒΣ
—— l. 29 οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ.	—— l. 38 οὕτως ἡ ΣΥ πρὸς ΕΡ	ουτως η ΣΕ προς ΕΡ
—— – ib. πρὸς ΟΥ, οὕτως	—— l. 39 * *	προς ΟΥΣ ουτως η ΣΕ προς ΕΡ, ουτως
—174. l. 4 ἐλλείψεως.	—38. l. 2 * *	ελληψεως
—— l. 5 τοῦ ΝΜ	—— l. 3 * *	του ΗΜ
—— l. 9 διδόσθαι,	—— l. 5 * *	διδοσθω
—— l. 13 πρὸς ΒΕ,	—— l. 8 * *	προς ΑΕ

Heic quoque Schema, uti jacet in Codice, duximus depingendum, quum ab edito aliquantum discrepet.



—— l. 16 ἐπὶ τῆ	—— l. 10 τῆς ἐπὶ	επι της
—— l. 26 παρὰ τὴν Φ	—— l. 16 περὶ τὴν Φ	παρα την Φ
—— l. 28 ἀσυμπλώτους τὰς ΑΚ, ΚΜ,	—— l. 17 ἀσυμπλώτοις τὰς ΑΚ, ΚΜ	ασυμπλωτους τας ΑΒ ΚΜ
—— l. 32 αἱ ΚΑ, ΜΒ	—— l. 19 * *	αι ΚΜ, ΜΒ
—— l. 46 Καὶ δι' ἴσου	—— l. 28 * *	και δι' ισου
—— l. 48 τὸ ἀπὸ ΟΥ,	—— l. 29 * *	το απο ΟΡ
—— l. 52 οὔσης	—— l. 31 * *	ισης
—175. l. 2 τὸ ἀπὸ ΞΟ,	—— l. 33 * *	το απο ΞΘ
—— l. 3 τὰ ἥμισυ·	—— – ib. * *	τα ημισυ
—— l. 4 ἴση γὰρ ἡ ΞΟ	—— l. 34 ἴση δὲ ἡ ΞΟ	deſunt
—— l. 6 ὡς συναμφότερος	—— l. 35 * *	ως η συναμφοτερος η
—— l. 15 ἡ Γ πρὸς τὴν Δ,	—— l. 40 ἡ Γ τὴν Δ	η Γ προς την Δ
—— l. 18 ὡς τὸ ὑπὸ	—— l. 41 * *	ως το απο
—— l. 19 Καὶ ὡς ἄρα	—— l. 42 * *	deeſt ἄρα
—176. l. 27 τὰ παρὰ τὴν ΕΗ	—39. l. 34 τὰ περὶ τὴν ΕΗ	τα παρα την Η
—— l. 47 οὕτως	—40. l. 11 * *	deeſt
—— l. 48 ὡς ἡ ΚΔ	—— – ib. * *	ως η ΚΑ
—— l. 49 ὡς ἡ ΚΒ	—— l. 12 * *	ως η ΚΑΒ

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 176. l. 51 ἐντὸς τῆ Z	Pag. 40. l. 13 * *	εντος τη B
—— l. 52 ἐκτὸς τῆ Θ·	— ib. * *	εκτος τη Θ Δ
— 177. l. 2 μεγεθῶν	l. 18 μεγέθων	των μεγεθων
—— l. 12 ὡς PΛ	l. 23 * *	ως η PΛ
	Cap. V.	
—— l. 33 καὶ ὡς	— 38. l. 10 * *	ως δε
—— l. 42 Ἔστι δὲ	l. 12 * *	εσται δε
— 178. l. 9 Λόγος ἄρα καὶ τῆς	l. 20 λόγος ἄρα καὶ τὰς	λογος αρα και της
—— l. 14 Ἔστιν ἄρα	l. 22 * *	εσται αρα
—— l. 43 Ἔστι δὴ	— 39. l. 10 * *	εσται δη
—— l. 47 ἡ PΞ, ΞΥ πρὸς τὴν ΞΥ,	l. 12 ἡ PΞΥ πρὸς τὴν ΞΥ	η PΞ ΞΥ προς την ΞΥ
— 179. l. 1 Ἴσος ἄρα ΨΘK	l. 13 * *	ισος αρα ο ΨΘK
—— l. 28 οὕτως	— 40. l. 30 * *	deeſt
—— l. 33 πρὸς ΦO,	l. 31 * *	deſunt
—— l. 54 ἴσον τῷ ὑπὸ	— 41. l. 5 * *	ισον το υπο
— 180. l. 5 ὡς συναμφοτέρῳ	l. 8 * *	ο συναμφοτερω
—— l. 6 Καὶ δοθεῖσα ἡ ΦH. ~~Δέδο-~~ται ἄρα	l. 9 καὶ δέδοται ἄρα	και δεδοται η ΦH. δεδοται αρα
—— l. 11 ἐστὶ	l. 12 * *	εσται
—— l. 29 ἐναλλὰξ ἡ ΨΥ	l. 23 * *	εναλλαξ ως η ΨΥ
—— l. 32 αἱ βάσεις τοῖς	l. 24 * *	deſunt αἱ βάσεις
—— l. 33 ἀλλήλας,	— ib. ἀλλήλυς	αλληλας
—— l. 41 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ς'.		
—— l. 42 εἰσὶν αἱ AB, ΘK,	l. 30 * *	εισιν αι AΘ, ΘK
	Cap. VI.	
— 181. l. 3 ὃ ἐστὶ ἐπὶ	— 39. l. 21 * *	ο εσται επ
—— l. 8 ᾗ δὲ	l. 24 οὕτως δὲ	ου δε
—— l. 23 ἃ ἡ ἐκ	l. 31 οὕτως ἡ ἐκ	ου η εκ
—— l. 27 τμημάτων	l. 33 * *	των τμηματων
—— l. 31 ἕτως ἡ ΘB πρὸς BΠ.	l. 35 * *	ουτως η ΘB προς ΘΠ
—— l. 36 δοθείς.	l. 37 * *	deeſt
— 182. l. 18 κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	— 40. l. 10 * *	deſunt omnia.
—— l. 24 τῇ ἐπιφανείᾳ τῆ ΔEZ τμήματος·	l. 14 τῇ ἐπιφανείᾳ τῆ ΔEΞ τμήματος,	deſunt omnia.
—— l. 31 ὅμοιά ἐστι	— 41. l. 38 * *	ομοια εισιν
—— l. 32 πρὸς τοῖς B, Λ	— ib. * *	προς τοις BΛΓ
—— l. 33 ἐστι	l. 39 * *	deeſt
—— l. 34 ὡς ἡ ΘB πρὸς ΘΓ, οὕτως ἡ ΛN πρὸς MN. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ MN πρὸς NP, διὰ	l. 40 * *	ως η ΘB προς ΘΠ. ουτως η ΛH προς HP. δια
—— l. 37 ἡ ΛN πρὸς NP.	l. 41 * *	η HΛN προς HP
—— l. 46 ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΙΝ ΤΟΥ ζ'.		
—— l. 49 αἱ ΓΠ, MP·	l. 49 * *	η ΓΠ MP
— 183. l. 6 πρὸς ΠΓ, ἕτως ἡ ΛP, πρὸς PM· καὶ	— 42. l. 4 πρὸς ΠΔP, πρὸς PM. καὶ	προς ΠΓ. η ΛP προς PM. και
—— l. 8 ἄρα πρὸς	l. 5 * *	αρα αι προς
	Cap. VII.	
—— l. 18 τεμεῖν	— 40. l. 18 τομεῖν	τεμειν
—— l. 20 ἔχειν	— ib. * *	εχει
—— l. 36 δὶς	l. 26 * *	δυο
— 184. l. 3 τὸ ABΓ	— 41. l. 1 * *	το απο ABΓ
—— l. 14 τῷ ABΓ	l. 8 * *	deſunt
—— l. 20 συναμφότερος	— 42. l. 8 * *	συναμφοτερου
—— l. 21 δεδομένον μέγεθος	l. 9 μέγεθος	δεδομενον μεγεθος
—— l. 41 EΔ, ΔZ	l. 22 ἡ ΔB τῆς ΔZ	η ΔB της AB
—— l. 42 ἡ EΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΔZ	l. 23 ἡ EΔ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς ΘZ,	η EΔ αρα προς ΔZ μειζονα λογον εχει
	Cap. VIII.	
—— l. 49 τὸ ἔλασσον,	— 41. l. 12 * *	deeſt ἔλασσον
— 185. l. 5 πρὸς τὸ AΔΓ,	l. 16 * *	προς τον AΔΓ
—— l. 17 πρὸς τὸ ἀπὸ	l. 22 * *	deeſt ἀπὸ
— 186. l. 15 τοῦ ὑπὸ τῶν	— 42. l. 4 τοῦ ὑπὸ τοῦ ΘBK	του υπο των ΘBK
—— l. 27 τὸ ἀπὸ BΔ	l. 9 * *	το απο BA
— 187. l. 3 ἡ ἐκ τῆ κέντρῳ ἡ BΓ,	l. 18 * *	η εκ του κεντρου προς HBΓ
—— l. 22 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	l. 31 * *	προς την ΘΓ
—— l. 23 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ,	l. 32 * *	προς το απο HΘ ΘΓ
—— l. 25 ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘA,	l. 33 ἐστὶ ἐπὶ τὴν ΘA	εστι προς την ΘA
—— l. 26 ἐπὶ τὴν ΘA	— ib. * *	προς την ΘA
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘH,	l. 34 * *	deſunt
—— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	— ib. * *	προς την ΘH
—— l. 32 ἐπὶ τὴν ZΘ,	l. 35 * *	επι την AZ
—— l. 41 πρὸς ἐπιφάνειαν	l. 38 * *	deſunt
—— l. 45 κύβῳ	l. 40 κύβον	κυκλον
— 188. l. 6 καὶ ὁ τῆς AΘ	l. 43 καὶ ὅταν AΘ	και ὁ$^{\text{ταν}}$ AΘ (illo autem nexu Codex indicare ſolet της)
—— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ ~~Ꝑ~~ E τῇ EΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ EK·	l. 50 * *	deſunt omnia.
—— l. 22 ἡμῖν	l. 51 * *	μεινει
—— l. 25 Δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι	— 43. l. 1 * *	δειξαι αρα διοτι

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag.118. l. 27 ἀπὸ τ͂ Θ Η	—43. l. 2 ὑπὸ τῆς Θ Η	απο της Θ Η
—189. l. 12 ὕτως τὸ ἀπὸ Β Δ	—42. l. 32 * *	υτως το απο Ε Α
—— l. 16 πρὸς Δ Ζ.	—— l. 35 * *	προς Δ
—— l. 34 πρὸς τὴν Δ Ζ,	—— l. 48 * *	deeſt τὴν
—— l. 38 Ἐλατίον	—— l. 49 * *	ελασσον
—— l. 44 οὕτως τὴν Β	—43. l. 4 * *	deeſt οὕτως
—— l. 45 ἤπερ δεῖ	—— l. 6 * *	ειπερ δει
—190. l. 2 ἀπὸ Ζ Κ	—— l. 11 * *	απο Ζ Η
—— l. 5 τῇ Ε Δ,	—— l. 12 * *	της Ε Δ
—— l. 6 τῶν Β Ζ Δ τῷ ὑπὸ τ͂ Β Ε Δ.	—— l. 13 * *	των Β Ε Δ του υπο των Β Ζ Δ
—— l. 9 ἐφίστηκεν	—— l. 14 * *	αφιστηκεν
—— l. 10 τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τ͂ ἴσων. Ὡς τε εὐθεῖα	—— l. 15 τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τ͂ ἴσων, ὡς τε εὐθεῖα	νομων ισον γ† (quod alias in noſtro Codice indicare ſolet γὰρ, et non γίνεται) τω υπο των ισων. ως τε η ευθεια
—— l. 20 ὑπὸ τ͂ Α, Ζ Ε.	—— l. 20 ὑπὸ τ͂ Α Ζ Ε	υπο των Α Ζ
—— l. 22 πρὸς τὸν Ζ Ε ἐλάσσονα	—— l. 21 * *	προς τον Ζ ελασσονα
—— l. 23 Καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β	—— l. 22 καὶ ὁ Α Ε πρὸς τ͂ Β	και ο Α αρα προς τον Β
—— l. 26 πρὸς Β Κ,	—— l. 24 * *	προς Θ Κ
—— l. 32 ὡς Θ Β	—— l. 28 * *	ως η Θ Β
—— l. 33 πρὸς Β Κ·	—— l. 29 * *	προς Α Β
—— l. 40 Τὸ δὲ ἀπὸ Θ Ζ	—— l. 33 * *	το δε απο Θ Κ
—— l. 41 ἄνισοις ταῖς Θ Ζ, Ζ Κ	—— l. 34 ἀνίσας ταῖς Θ Ζ, Ζ Κ	ανισοις ταις Θ Ζ Ζ Ε
—— l. 44 διπλάσια. Τὸ ἄρα	—— l. 36 * *	διπλασια του αρα
—— l. 46 πρὸς Β Ε,	—— l. 37 * *	προς Β Κ. τετεσιν η Θ Β προς Β Ε.
—191. l. 10 τοῦ τῆς Α Β	—— l. 44 * *	τω απο της Α Β
—— l. 17 Ἡ ἄρα Β Ζ πρὸς Δ ἡμιόλιον	—— l. 49 ἡ ἄρα Β Ζ πρὸς Δ ἡμιόλιον (reliqua deſiderantur in editione)	η αρα Β Ζ προς Δ ημιολιον λογον εχει τω ον εχει η Γ προς Δ. ως τε η Α Β προς Δ μειζονα η ημιολιον λογον εχει του της Γ προς Δ.
—— l. 20 ΛΕΜΜΑ		concordat
—— l. 36 τὸ ἄρα	—44. l. 9 ὁ ἄρα Ν	ο αρα Η
—— l. 40 τ͂ Ο πεποίηκεν·	—— l. 10 * *	τον Β πεποιηκεν
—— l. 44 λόγος ὁ αὐτός	—— l. 12 * *	deſunt ὁ αὐτὸς
—192. l. 2 Καὶ ὁ τῷ Κ	—— l. 17 * *	και εστιν ο του Κ
—— l. 3 ὁ αὐτὸς	— ib. * *	deeſt ὁ
—— l. 14 ὑπὸ Α Β	—— l. 23 * *	υπο Α Β Ε
—— l. 18 μεγεθῶν	—— l. 26 μεγέθεων	μεγεθων
—— l. 19 τὸ μέσον,	— ib. * *	τι μεσον
—— l. 20 Ὁμοίως δὲ	—— l. 27 * *	ομοιως δη
—— l. 27 πρὸς τὸν κῶνον	—— l. 31 * *	deeſt τὸν
—— l. 35 τῆς σφαίρας,	—45. l. 1 * *	τω της σφαιρας
—193. l. 5 ἡ διπλάσιον	—— l. 13 διπλάσιον	διπλασιονα
—— l. 6 ὅτι τὸ ἀπὸ Α Θ ἐπὶ	—— l. 14 ὅτι τὸ απο Α Θ ἐπὶ	οτι ο του απο Α Β επι
—— l. 13 τὸ ἀπὸ	—— l. 17 * *	deeſt ἀπὸ
—— — ib. πρὸς τὸ ἀπὸ Γ Θ	—— l. 18 * *	προς το απο Ε Θ
—— l. 26 ὅτι μείζων	—— l. 25 * *	οτι μειζων εστιν
—— l. 32 Ὥστε τὸ	—— l. 28 ὡς δὲ	ως τε
—— l. 35 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Α Θ ἐπὶ τὴν Θ Η, πρὸς τὸ ἀπὸ Γ Θ ἐπὶ τὴν Θ Η, τὸ ἀπὸ Α Θ πρὸς τὸ ἀπὸ Γ Θ. Τὸ ἄρα	—— l. 30 * *	αλλ' ως το απο Α Θ προς το απο Γ Θ επι την Θ Η. προς το απο Γ Θ το αρα
—194. l. 7 τ͂ ἡμιόλιον	—— l. 38 * *	deeſt τὸν
—— l. 15 Α Β κύβου πρὸς τ͂ ἀπὸ τ͂ Β Γ κύβον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς Α Β κύβος πρὸς τ͂ ἀπὸ τ͂	—— l. 42 Α Β πρὸς τ͂ ἀπὸ τ͂ Β Γ κύβον, ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τ͂ Α Β κύβος πρὸς τ͂ ἀπὸ τ͂	deſunt hæc omnia.
—— l. 27 τὸ ἀπὸ Γ Θ	—— l. 49 τὸ ὑπὸ ἀπὸ ἐπὶ	το απο Γ Θ επι
—— l. 29 ὁ τῷ ἀπὸ	—— l. 50 ὁ ἀπὸ Α Θ	ο του απο Α Θ
—— l. 31 ὁ αὐτός ἐστι τῷ	—46. l. 2 * *	ο αυτος γαρ τω
—195. l. 4 ὑπὸ Β Θ Γ. Ὃ ᾧ	—— l. 12 * *	απο Β Θ Γ. ο δε
—— l. 9 τὸ ἀπὸ	—— l. 14 * *	deeſt ἀπὸ
—— l. 20 ἔλασσον	—— l. 21 * *	μειζον
—— l. 21 πρὸς τὸ ὑπὸ	— ib. * *	deeſt ὑπὸ
—— l. 48 ἡ Κ Λ, Θ Α	—— l. 37 ἡ Κ Λ Θ Α	η Κ Θ Α
—196. l. 6 τῇ Β Θ	—— l. 40 * *	της Β Θ
—— l. 14 πρὸς Β Θ.	—— l. 45 * *	προς Α Θ
—— l. 20 τὸ ἀπὸ Γ Θ	—— l. 49 * *	το υπο Γ Θ Β
—— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ Α Θ ἐπὶ τὴν Θ Η, πρὸς τὸ ἀπὸ Γ Θ ἐπὶ τὴν Θ Ζ μείζονα	—— l. 50 τουτέστι τὸ ἀπὸ Α Θ ἐπὶ τὴν Θ Η, πρὸς τὸ ὑπὸ Γ Θ Β, ἐπὶ τὴν Θ Ζ μείζονα	υτως το απο Α Θ προ; το υπο Γ Θ επι την Θ Ζ μειζονα
—— l. 26 πρὸς τὸ ὑπὸ Β Θ Γ, ᾧ ἀπὸ Β Θ	—47. l. 2 * *	deſunt
—— l. 32 Γ Θ ἐπὶ τὴν	—— l. 5 * *	inter verba Γ Θ, et ἐπὶ inſerta ſunt ab eadem manu ea quæ ſequuntur : επι την Θ Η προς το απο Γ Θ, et quidem in margine.
—— l. 38 ἐπὶ τὴν Θ Ζ	—— l. 8 ἐπὶ Θ Ζ	επι την Θ Ζ
—— l. 41 Α Β κύβου	—— l. 11 * *	Α Θ κυβου
—— l. 42 Β Γ κύβου λόγος,	— ib. Β Γ κύβου λόγον	Β Γ κυβου λογος
	Cap. IX.	
—197. l. 2 Τῶν ἐπὶ τῇ	—43. l. 7 * *	deeſt ἐπὶ
—— l. 17 αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅτι	—— l. 14 * *	deſunt omnia.
—— l. 28 τὸ Σ σημεῖον,	—— l. 27 * *	το Γ σημειον
—198. l. 15 ὑπὸ τ͂ Α Κ, Γ Ξ·	—44. l. 2 * *	υπο των Α Ξ
—— l. 19 Μ Κ, Κ Γ. Ὡς τε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τ͂	—— l. 4 Μ Κ Γ. ὥστε μεῖζον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν	deſunt
—— l. 25 Α Ρ, πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 7 * *	deſunt
—— l. 27 ἐστιν ἴση τῇ Α Ν.	—— l. 8 * *	εστιν ιση τη Α Η

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		In fine Libri repetitur titulus hoc pacto: Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου ϛ'.
Pag. 199. l. 8 Ἔστω τῇ	Pag. 47. l. 22 * *	εστω και τη
—— l. 10 ἡμισφαιρίῳ.	—— l. 23 ἡμισφαιρίῳ	ημισφαιριω
—— l. 38 τῷ ἀπὸ AP,	—— l. 40 * *	desunt
—— l. 39 τὸ ὑπὸ APΓ	—— l. 41 * *	deest υπο
—— l. 41 τῷ ὑπὸ	—— l. 42 * *	των μεν υπο
—— l. 42 μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ	—— l. 43 * *	μειζον γαρ εστι τω υπο
—— — ib. τῷ ἀπὸ AP,	—— — ib. τῷ ὑπὸ AKΓ,	τω απο KΓ
—— l. 44 ἴσον γίνεται	—— l. 44 * *	ισον γαρ εστι
— 200. l. 4 ἴσον τῷ	—— l. 48 * *	ισον εστι των
—— l. 15 τῆς AB πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς BK.	— 48. l. 4 τ̃ AΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τ̃ ΓB	της AB προς το απο της ΓK
—— l. 17 γίνεται	—— l. 5 * *	γ† ⁄ quo nexu indicari solent verba γαρ εστι
—— l. 21 τὸ ABK	—— l. 8 * *	το απο ABK
—— l. 25 ἡ MK πρὸς AP.	—— l. 10 * *	η MN προς APK
—— l. 26 τὰ ἥμισυ,	—— — ib. * *	τα ημισυ
—— l. 31 τῆς ZA	—— l. 13 * *	τη ZA
—— l. 32 τῇ AZ·	—— l. 14 * *	τη AZ
—— — ib. ἡ NA,	—— — ib. * *	η NMA
—— l. 36 τὴν ΘZ	—— i. 16 * *	την BΘZ
—— l. 37 τὴν BΔ,	—— — ib. * *	την BA
—— l. 43 τ̃ AN.	—— l. 20 * *	της AN
— 201. l. 1 τῷ NΘZ,	—— l. 23 * *	τω NΘΞ
—— l. 4 τὴν ABΔ	—— l. 25 * *	την EZΘ
—— l. 5 Εὐτοκιῷ Ἀσκαλωνίτῃ	—— l. 26 * *	
—— l. 8 Εὐτοκίῳ σινυτῷ	—— l. 30 * *	
	Αρχιμηδους κυκλου μετρησις	Concordat titulus
	Cap. I.	
— 203. l. 5 κύκλος, ὡς	— 44. l. 17 * *	κυκλος τριγωνω των E ως
—— l. 6 τριγώνῳ τῷ E.	—— l. 18 * *	desunt.
— 204. l. 2 ἐλάττων,	—— l. 24 * *	μειζων
—— l. 11 τῇ PA ἴσῃ	—— l. 29 * *	της PA ισῃ
—— l. 15 τρίγωνον	—— l. 34 * *	deest
—— l. 16 Ἔστιν ἄρα	—— l. 35 * *	εστι αρα
—— l. 17 ἔστι τῇ E ἔλασσον.	—— l. 37 * *	τω E εστιν ελασσον
—— l. 29 εὐχῆς	— 49. l. 8 ἔχῃς	ευχης
—— l. 38 ὅτι τοῦτ'	—— l. 13 ὅτι τὸ	οτι τουτ
—— l. 39 ἐπιμελῶς,	—— l. 14 ἐπιμελῆς	επιμελως
— 205. l. 1 δ' ἔτι	—— l. 24 δέ τι	δε τινι
—— l. 4 Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ	—— l. 26 * *	αλλα περιφερειαν
—— l. 8 τὸ μέγεθος	—— l. 28 * *	τι μεγεθος
—— l. 12 ἴσην αὐτῇ,	—— l. 31 * *	ισην αυτο
—— l. 13 τρίγωνον τὸ	—— l. 32 * *	το τριγωνον το
	Cap. II.	
	Cap. III.	
— 206. l. 4 τρίτον	— 45. l. 16 * *	τριτω
—— l. 22 μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν	—— l. 24 * *	μειζον, η ον
—— l. 31 πλευρά ἐστι	—— l. 27 πλευρὰ ἐστὶν	desunt
—— l. 32 περιγραφομένῳ	—— l. 28 * *	εστι
	Cap. IV.	
— 207. l. 18 τρίτον	— 46. l. 7 * *	τριτω
—— l. 21 Τετμήσθω	—— l. 8 * *	deest
—— l. 23 HΓB ἄρα,	—— l. 10 * *	deest ἄρα
—— l. 25 ἄρα ἴση	—— — ib. * *	desunt
—— l. 36 πρὸς σμ'.	—— l. 16 * *	προς SN
— 208. l. 1 δ' ιγ'.	—— — ib. ΔIΓ.	ΔI γ' α'
—— l. 2 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— — ib. * *	desunt
—— l. 15 ἥπερ ,στλς' πρὸς βιζ' δ'.	—— l. 21 ἥπερ ,ς T ,ιλς, πρὸς μαζιϛδ	ηπερ ,ς TA ς' προς ,ζIZ δ'
—— l. 18 ἡ δέκα ο' α'.	—— l. 23 ἡ δέκα ο' α.	η ον ο' ι α'.
—— l. 20 ἡ δέκα ο' α'.	—— l. 24 ἡ δέκα ο' α.	η θ' ι' α
		In fine repetitur titulus, ut in principio.
—— l. 30 Ἀριθμὸς μὲν	— 49. l. 44 ἀριθμὸν μὲν	αριθμος μεν
—— — ib. πολλαπλασιαζόμενος,	—— — ib. πολλαπλασιαζόμενον	πολλαπλασιαζομενος
—— l. 33 δυναμένην	—— l. 46 δύναμιν	δυναμενην
—— l. 37 Ἐξὸν	—— l. 48 * *	εξων
—— l. 39 τρίτον	— 50. l. 1 * *	τριτω
—— l. 41 τὴν EZ· ἡ ὑπὸ ΓEZ, τρίτον	—— l. 2 τὴν EZ. καὶ ἡ ὑπὸ ΓEZ τρίτον	την EZ εστιν η υπο ΓEZ τριτω
—— l. 44 πρὸς τῷ κέντρῳ	—— l. 4 * *	deest πρὸς
—— l. 45 τρίτον ἄρα ὀρθῆς.	—— l. 5 * *	τριτω αρα ορθη
—— l. 48 ἐπὶ τὸ M,	—— l. 6 * *	επι το Γ
—— l. 49 πρὸς τῷ M	—— l. 7 πρὸς τὸ M	προς το Γ
— 209. l. 11 τὸ ἀπὸ EΓ,	—— l. 13 τὸ ἀπὸ E	το απο EΓ

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 209. l. 18 col. 1 αωλς′	Pag. 50. l. 19 col. 1 * *	,δωλς′
—— – ib. col. 2 ,ξχν′	—— – ib. col. 2 * *	,ς ,β φρτγ
—— – ib. col. 3 M ,β ,γχς′	—— l. 20 — ib. * *	,τρνθ
—— l. 19 col. 2 υνϑ′	—— – ib. col. 3 * *	M
—— l. 21 — ib. M ,γυϑ′	—— l. 21 col. 2 * *	M
—— l. 24 ὡς ΖΕ	—— l. 22 ἡ ΖΕ	ως η ΖΕ
—— l. 28 πρὸς ΖΓ,	—— l. 24 πρὸς ΖΗ	προς ΖΗ corr. προς ΖΓ
—— l. 36 δέδειχται,	—— 51. l. 2 δέδοται	δεδειχται
—— l. 40 ,ϑυ·	—— l. 4 * *	deeſt ,
—— l. 41 τῆ φζα′ η′	—— l. 5 τοῦ φζα′ ἴσον	του φζαη′, quæ quidem littera ultima η′ cum accentu videtur indicare ἴσον.
—— l. 42 Ἡ ἄρα ΕΗ	—— l. 6 * *	η αρα ΕΓ
—— l. 44 φζα′	—— – ib. φζα′ ἴσον	φζαη′
—— 210. l. 4 col. 1 M ,ς ,δϑο′	—— l. 11 col. 1 M ,ς ,δλο′	M ,ς ,δ λ
—— – ib. col. 2 ,ς ,βφεν′	—— – ib. col. 2 ,ς ,βφ′, ρν′	επ φρν′
—— l. 5 — ib. τρνϑ′	—— l. 12 — ib. * *	,γ ρνϑ′
—— l. 8 — ib. M ,θυν′	—— l. 17 col. 1 * *	M ,θ κν′
—— l. 12 τῇ ΘΕ.	—— l. 18 * *	της ΘΕ
—— l. 13 πρὸς ρνγ′.	—— l. 19 ἴσον πρὸς	Η′ προς (ex quo apparet litteram illam Η′ accipi ſine ullo dubio in Codice pro voce ἴσον)
—— l. 18 μορίῳ	—— l. 21 μορίον	μοριου
—— l. 19 Μείζονες	—— l. 22 * *	μειζονος
—— – ib. ὑπὲρ	—— – ib. ὑπὲρ	deeſt
—— l. 23 αροβ′ η′	—— l. 24 ,αξϑη′	,αροϑη′
—— l. 25 ,αρξβ′ η′	—— l. 25 * *	,αξκη′
—— l. 26 M φλδλ′ ξδ′.	—— l. 26 M φλδι′λ′, ξ′ δ′.	M φλδιξδ′.
—— l. 29 ,αροβ′ η′ ἐγγισα. Λείπεται	—— l. 27 ,αροϑ′. λείπεται	,αροϑη′. εγγισα. λειπεται
—— l. 33 col. 3 MMM ,βρκε′	—— l. 31 col. 3 MMM ,ϑρμσλ′	MMM ϑρκε
—— l. 34 col. 1 ,σσιβλ′	—— l. 32 col. 1 * *	,σcιϑζ
—— – ib. col. 2 ,βφρν′	—— – ib. col. 2 * *	φρη
—— – ib. col. 3 ,ζσ ιβ′	—— – ib. col. 3 ,ζσκαλ′	ζcιϑζ
—— l. 35 col. 1 M ,σ ,γχξκζλ′	—— l. 33 col. 1 * *	M ,σ ,τχ
—— – ib. col. 3 M ,ζ ,δϑρμη′λ′δ′	—— – ib. col. 3 * *	M ζ ,δ λρμηζδ′
—— l. 36 col. 2 M ,γυϑ′	—— l. 34 col. 2 * *	M τυ
—— – ib. col. 3 ,βσρμδ′δ	—— – ib. col. 3 * *	deeſt σ
—— l. 37 col. 1 ρμεδ′ ξδ′	—— l. 35 col. 1 * *	ρκε′ ιϑ′ λ′ ζλ′ δ′ ξδ′
—— – ib. col. 3 ρμσλ′ ξδ′	—— – ib. col. 3 * *	ρκειϑληζδδξδ′
—— l. 38 col. 1 M φλδλ′ ξδ′	—— l. 36 col. 2 M ,γϑζλ′ ξ′ δ	M ρλζτωοζξδ′
—— l. 40 — ib. ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἐστὶ M ,γϑμγλ′ ξδ′.	—— l. 38 col. 1 ἀπὸ ΕΓ ΓΘ ἐστὶ M ,γϑμγλξ′δ.	απο ΕΓ ΓΑ εστι M ,τϑ Μ γζξϑ′.
—— – ib. col. 3 M ξσ′ λ′.	—— – ib. col. 3 M λσ′	M ξσ λ
—— 211. l. 8 καὶ ἔτι μορίῳ	—— l. 42 * *	και επιμοριου
—— l. 9 ρνγ′. Συναμφότερος	—— l. 43 * *	ρνγ συναμφοτερω
—— l. 15 ἀπὸ ΕΓ	—— 52. l. 1 * *	deeſt ἀπὸ
—— l. 40 col. 1 ἡ ΕΓ ,βτλδ′δ′ &c.	—— l. 4 col. 1 * *	η ΕΒ τλδδ′ υ ζ MM ηφ ζ ρ MM ,θα ,ασοε επι ,ϐτλδδ′

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		ς Μ ϡ λρκζL
		ϡη ασρκσισα
		φοιζL αισ φνϐ Μ ηψκγισ′
		εκ τυτων συναγεται το φμζ απο ΕΚ Μ ϡρλϐισ′
Pag.211. l. 20 col. 3 βτλϑ′δ′	Pag. 52. l. 4 col. 3 * *	ϡτλθδ′
		ϖϖι ϡτλθδ′ υ ξ ς α ΜΜΜΜ ηΦ υ θ ΜΜ ϡθβψοε ς Μ θλσοζL α Μ ϡη ϡψσοπαβδ′
		φοιζσϐδ′ισ′ φμζ Μ ϡσL ισ′
		ελλειπει αρχα τϖ ακριϐως ο ΜΜ αL
—— l. 37 καὶ ἔτι μορίῳ	—— l. 17 * *	και επιμοριω
—— — ib. μορίῳ	—— l. 18 * *	μοριω τινος.
—— l. 38 μείζων ἐστὶν ἡ ϡχογL′.	—— — ib. μείζων ϡχογL′.	μειζων εστι ϡχογζ′.
—213. l. 2 ὀρθῶν.	—— l. 22 * *	ορων
—— l. 4 ζϛ′ ἄρα ἐστί.	—— l. 23 * *	ϛϛ′ αρα εστι
—— l. 5 ΑΕΓ, ρζβ′	—— l. 24 * *	λετρϛϐ′
—— l. 8 ζϛ′ ἐστὶ	—— l. 25 * *	οϐ′ εστι
—— l. 10 ἔχοντος ζϛ′.	—— l. 26 * *	εχοντος ϛϐ′
—— l. 11 ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ, δέδειλαγ,	—— — ib. * *	η ΕΛ ϖρος ΑΓ δεδεικται
—— l. 12 ϡχογL′	—— l. 27 * *	ϡαχογL
—— l. 15 πρὸς ΑΓ,	—— l. 29 * *	ϖρος ΑΔ
—— l. 17 ἔχοντος ζϛ′.	—— l. 30 * *	εχοντος ϛϛ′
—— l. 18 ϡχπη′.	—— l. 31 * *	ϡχοη′
—— — ib. πολυπλασιαζόμενος	—— — ib. * *	πολλαπλασιαζόμενος
—— l. 20 ϡχογL′. Ἡ περίμετρος	—— l. 32 * *	ϡχϖγL περιφ η διαμετρος
—— l. 22 χξζL′.	—— l. 34 * *	χξζϛ′.
—— l. 24 ἐπιπλάσια τῶν χξζL′,	—— l. 35 * *	πολλαπλασια των χξζϛ′
—— — ib. ϡχοβL′,	—— — ib. * *	ϡχοϐζ′.
—— l. 31 περὶ διάμετρον	—— l. 40 * *	περιδιαμετρος ως
—— l. 43 σμγ Μ	—— l. 47 * *	Μ cπζ
—— l. 45 ρπϐ Μ	—— l. 49 * *	Μ ρ ϛ
—213. l. 3 col. 1 ϱ ν ς ΜΜΜ	—53. l. 5 col. 1 * *	Μ λ, Μ θ γθ
—— — ib. col. 2 μθ Μ	—— — ib. col. 2 Μ	Μ η
—— l. 4 col. 1 Μ	—— l. 6 col. 1 * *	Μ ϑ
—— — ib. col. 3 α Μ	—— — ib. col. 3 * *	Μ
—— l. 5 — ib. βφ′	—— l. 7 — ib. * *	ϡφη′
—— l. 6 col. 1 σμγ Μ ϡχ′	—— l. 8 col. 1 ϛμγ Μ ϡχ.	ρμγ γ Μ Μ ϡτχ
—— l. 8 — ib. ΒΓ ἀπὸ Β ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 — ib. * *	ΑΓ απο τυ ΓΒ
—— l. 12 ὑπὸ ΗΓΒ	—— l. 14 * *	υπο ΓΒ
—— l. 18 αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας	—— l. 17 * *	deſunt verba ὑπὸ, et ἴσας
l. 20 ἡ ΑΗ	—— l. 18 καὶ ἡ ΑΗ	deeſt καὶ
—— l. 22 ἡ Β Ζ πρὸς ΓΖ.	—— l. 19 * *	η ΓΖ ϖρος ΖΒ

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 213. l. 27 βϑια′	Pag. 53. l. 22 * *	ϛ λια (et sic infra in lineis editionis 23, 24, et 25. ubi pro numero ϑ Codex constanter habet λ)
—— l. 33 ϑη M	—— l. 26 * *	ρη M
—— l. 34 ,γιγλ′δ′	—— – ib. * *	,γογλδ′
—— – ib. τὸ ἀπ' αὐτῆς	—— l. 27 * *	απ' αυτων της
—— l. 36 ,γιγλ′δ′	—— l. 28 * *	,γιτςδ′
—— l. 38 col. 1 ἡ ΑΗ βϑια′	—— l. 29 col. 1 * *	η ΑΗ, ϛ, λα′
		επι ,ϛ λια ρπ πα M M λ ϛ M θρι′
		,ϛ λια ανζ M ,γ λκα
		τα απο των αηηγ′ M τη ,ϛτκα
—— – ib. col. 2 ἡ ΗΓ ψπ′	—— – ib. col. 2 * *	η ΗΓ ΨΠ αθ ε M M ,ς ε M ,γ ,ς ,ςγ ξ M ηυ
—— – ib. col. 3 ,γιγλ′δ′	—— – ib. col. 3 * *	γιγς²δ′
		επι γιγλδ′ ϑ γ M M οαφψη
		θλοας λδ′
		,αφια λδ′ ηη
		ψηϛλςδ′ η′ ις′ τη
		M ,ϛχπθις
		υπερεχει τη ακριϐης • M τξηις′
—214. l. 4 ἡ ΗΑΓ	—— l. 39 * *	η ΗΑ ΑΓ
—— l. 6 ἔλασσόν ἐστιν	—— l. 41 * *	εστιν ελασσον
—— l. 7 ἡ ΗΑ, ΑΓ	—— – ib. ἡ ΡΑ ΑΓ	η ΗΑ ΑΓ
—— l. 11 μέρος ιγ′.	—— l. 44 * *	μερος ′ιγκ′.
—— l. 16 αὐτῆς M ,ξχ′.	—— l. 46 * *	αυτης μερος ,η ,ξχ.
—— l. 19 πρὸς ΘΓ,	—— l. 48 * *	προς Θ
—— l. 21 col. 1 ἡ ΑΘ ,αωκγ′	—— l. 50 col. 1 * *	η ΑΘ ,αωκγ
		επι ,αωκγ ε γ ϛ MMM ,γ π λδ M M ,ϛϐυ ϛ α M M ,συξ
		,ϛυξθ λϛ ,γ M τκθ
		τετοις ισον το ΑΑΓ τλη M τκθς
—— – ib. col. 2 ἡ ΘΓ σμ′	—— – ib. col. 2 ἡ ΘΓ cμ′	Concordant omnia.
—— – ib. col. 3 ,αωλη ϑ ια′	—— – ib. col. 3 * *	,αωληθ′ ια′
		επι ,αωληθια′ ρ π γ MMM ,ρμαθ,ια′ π ξϑ λϛ θ MMM ′αγϋπη M οϛη′ γ ϛ θ Γ α MM ,δτc M γ γϛ η θ ,ηςυc M ξϑ M ηα

Digitized by Google

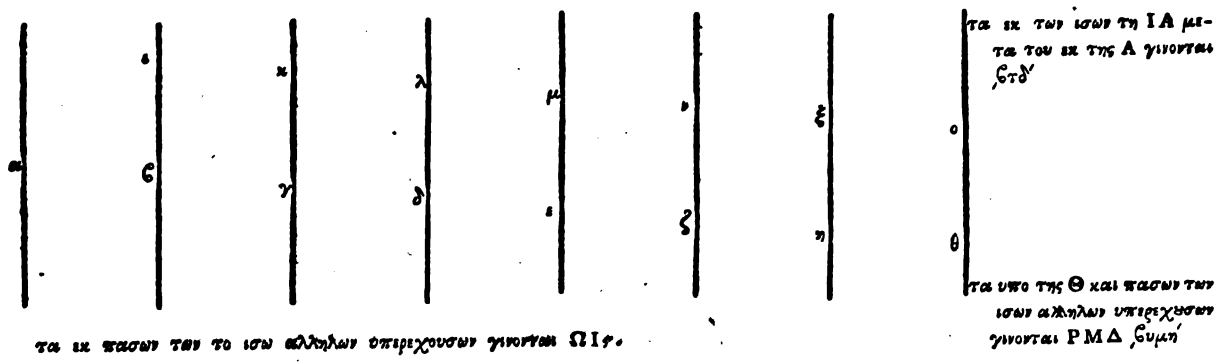
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
		θ θ θ ριαθπ′ ηηγγηπα ,ςθ′
		ια ςια′ οβη
		ηα βαι′ ηςθ′ ρκα
		τλη M ,αcναγοιεριεγγυς
		υπειρεχει αρα τω ακριβως M τκα′ ιγγυς
Pag.214. l. 44 τῶν δὲ σμ′,	Pag. 54. l. 17 * *	των δε EM
—— l. 45 λόγον ἴχει,	—— l. 18 * *	deeſt ἴχει
—— l. 46 ρα M	—— l. 19 ις′ι ρα M	οα ες′ι M
—— l. 48 ἴγλις′α· ὑπερέχει γὰρ τῦ ἀκριβῦς, τὸ ἀπ′ αὐτῆς, M ιβ′ γ′ λς′. Ἡ ΑΓ	—— — ib. ἴγλις′α. ἡ ΑΓ &c.	ιγγις′α. υπερεχει γαρ το απ′ αὐλης τω ακριβους ο M ι′ βγ′ λ′ ς′. η ΑΓ &c.
—215. l. 5 col. 1 ρα M ,δμθ′	—— l. 25 col. 1 * *	ρα M ,αMο′
—— l. 20 col. 2 ἡ ΑΓ ξς′	—— l. 36 col. 2 * *	η ΑΓ ξς′
—— l. 22 col. 1 βτλγ′ γ′	—— l. 38 col. 1 ,βτλ′ ργ′.	βτλζγ′.
—— l. 24 — ib. M α βξλς′α	—— l. 40 — ib. * *	α M ,βχλς′α
—— — ib. col. 2 ,δτης′	—— — ib. col. 2 ,δτης′	,ς ,δτης
—— — ib. col. 3 M α ,δομθαL′ δ′	—— — ib. col. 3 * *	α M ,δομθL δ′.
—— l. 25 — ib. φβL′ αL′ δ′ ις′	—— l. 41 — ib. * *	φβL αςδ′ ις′
—— l. 26 col. 1 M υς ,δ Ϸκη′ λς′	—— l. 42 col. 1 M &c.	υε M &c.
—— — ib. col. 3 ,θσιζL′ ις′	—— — ib. col. 3 * *	υς M θειL ις′
—— l. 27 col. 1 Τέτοις ἴσον, τὸ	—— l. 43 col. 1 * *	τετοις ισον οι το
—— l. 28 — ib. M υς	—— l. 44 — ib. * *	υε M
—— — ib. col. 3 M ο ιγL′ κδ′	—— — ib. col. 3 M ο ιγL′ κ′	ο M γL κ′
—— l. 30 ἡ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα	—— l. 45 ἡ ΑΓ μείζονα	η ΑΓ προς ΓΑ μειζονα
—— l. 31 πρὸς βιζ δ′.	—— l. 46 πρὸς ξς′	deſunt
—— l. 34 πλευρὰ,	—— l. 47 * *	πλευρας
—— — ib. ἡ ΑΓ, ξς′.	—— l. 48 * *	η ΑΓ ζς′
—216. l. 1 Ὠκυτοκίῳ,	—55. l. 4 * *	ωκυτοκιω
	Αρχιμηδους περι ελικων	Concordat titulus.
—217. l. 1 ΤΩΝ ποτὶ Κώνοια ἀποταλέντων	—81. l. 28 Των ποτὶ Κόνοια ἀποταλέντων	τον ποτι κονων. α αποταλεντων
—— l. 15 καὶ ἄδηλα	—— l. 36 * *	deeſt καὶ
—218. l. 1 Κώνως	—— l. 38 τὰν κώνων	ταν κονιος
—— l. 4 προεινέγκασθαι.	—— l. 40 προεινεγκέσθαι	προεινεγκασθαι
—— l. 5 κεχωρισμέναι,	—— — ib. μὲν κεχωρισμένων	μη κεχωρασμενα
—— — ib. δὲ ἀποτεινομένα, ὅπως οἱ φάμενοι	—— l. 41 δὲ ποτίσσομεν, ὅπερ οἱ φάμενοι μὲν	δε ποτ′ ισσομεν· οπως οι φαμι μεν
—— l. 11 ἐμφανίσω τοι.	—— l. 44 ἐμφανίσαι	εμφανιξαι
—— l. 35 Τέτων μὲν	—— l. 45 τετων μεν	τετων μεν ον
—— l. 38 τμαθῇ εἰς ἄνισα,	—82. l. 11 * *	τμηθη. εισαι ισα·
—— l. 43 εἰς ἄνισα	—— l. 13 τμηθῆ ἴσαν ἴσα,	εισανισα
—— l. 47 ποτὶ τὸ ἔλασσον, ἐλάσσονα μὲν	—— l. 15 ἴσαν ἴσα	ποτι το ελασσον αμεν
—219. l. 18 Εἰ δὲ καὶ	—— l. 17 * *	
—— l. 30 ὕπω τοι	—— l. 30 * *	ει δη και
—— l. 31 ἕλικος	—— l. 37 οὔτω σοι	υτω τοι
—— l. 37 εὐθεῖαι γραμμὰ	—— — ib. * *	ελικας
—— l. 43 ὑπὸ τᾶς	—— l. 40 εὐθεῖαι γραμμαὶ	ευθια γραμμα
—— l. 44 ὥρμασεν,	—— l. 43 * *	υπο τι τας
—220. l. 1 περιφορᾶ.	—— l. 44 * *	ωρμησεν
—— l. 7 ἰσσεῖθαι·	—— l. 49 * *	περιφερεια
—— l. 10 πολλαπλάσια	—83. l. 2 ἰσσεῖται	εσσειθαι
—— l. 17 περιενεχθείσας	—— l. 3 παλλαπλασια	πολλαπλασια
—— l. 19 διαγραμμάτισσι	—— l. 7 περιενεχθεισας	περιενεχθεισας
—— l. 20 καὶ ἐλάσσων	—— l. 8 διαγραμμάτισσι	διαγραματισσι
—— l. 37 Τᾶν ἀνίσαν	—— — ib. * *	και α ελασσων
—— l. 40 ὑπερίχει	—— l. 17 * *	ταισαν
	—— l. 19 * *	υπεριχειν
	Cap. I.	
—— l. 51 ἀ ΓΔ	—— l. 24 ἀ ΑΓ	α ΑΔ
—— l. 52 ὃν χρόνος ἁ	—— l. 25 * *	ον ο χρονος ο
—221. l. 26 συνθείσαν	—— l. 41 * *	συντεθεισαν

Digitized by Google

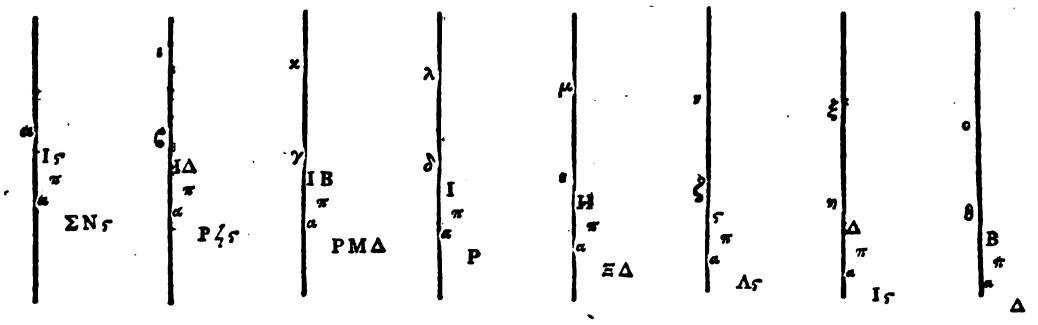
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. II.	
Pag. 221. l. 34 ὑπὶρ τῶν	Pag. 83. l. 46 * *	υπο των
	Cap. III.	
— 222. l. 10 ὁποσῦν	— 84. l. 11 * *	οποσων υν
— l. 13 Περιγεγραφέντος	— l. 12 * *	περιγεγραφεντος
	Cap. IV.	
— l. 22 γδ ὑπειχὰ,	— l. 16 γδ ὑπειροχὰ	γαρ α υπειροχα. Interim notandum inter Caput III. et IV. in margine adſcriptum legi ab eadem manu : δεδεικται γαρ εν τω α΄. θεωρηματι του περι σφαιρας και κυλινδρου.
— l. 28 τᾶς δὲ μείζονος	— l. 19 * *	τας δε μειζονας
	Cap. V.	
— l. 37 ποτὶ τὰν	— l. 24 ὑπὸ τὶ τὰν	ποτι την
— l. 47 τᾷ κέντρᾳ	— l. 27 * *	τᾳ Κ κεντρᾳ
	Cap. VI.	
— 223. l. 15 τᾶς περιφερείας	— l. 43 * *	τας τε περιφερειας
— l. 26 ὕσης	— l. 49 * *	ουσας
— — ib. Ἀχθω δὲ κᾷ	— — ib. * *	deeſt και
— l. 42 ποτὶ τὰν Η΄	— 85. l. 6 * *	deeſt την
	Cap. VII.	
— l. 49 ἐναπολαφθείσας,	— l. 15 * *	τας εναποληφθεισας
— 224. l. 1 τᾶς ἐκβεβλημένας	— l. 16 τῆς ἐκβεβλημένης	τας εκβεβλημενας
— l. 5 κᾷ ἔστω ἀ	— l. 18 * *	και ωστε α corr.
— l. 16 νευούσας	— l. 24 * *	νευουσαν
	Cap. VIII.	
— l. 29 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 * *	απο της τας
— l. 33 ἀπ' αὐτᾶν	— l. 45 * *	επ' αυταν
— l. 37 ἔστω	— l. 50 * *	deeſt
— l. 41 αἴκα παράλληλος &c.	— l. 51 * *	E regione iſtorum verborum legitur adſcriptum in margine ab eadem manu : η γαρ ΚΓ προς ΓΛ μειζονα λογον εχει ηπερ προς ΞΓ, και διο τουτο μειζον εστιν η ΞΓ της ΓΛ.
— l. 51 ἄλλαν	— 86. l. 3 ἀλλάλαν	αλλαν
— 225. l. 3 καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΙΝ ποτὶ τὸ	— l. 4 καὶ τὸ ὑπὸ τῶν υ ΚΙΙΝ πρὸς τὸ &c.	Inter verba ὑπὸ των, et ΚΙ ΙΝ πρὸς τὸ amanuenſis inſeruit, tamquam Archimedis verba, ea quæ ſequuntur, ſcilicet "ισον γαρ το μεν υπο ΙΚ ΝΙ το υπο ΞΙ ΙΛ, εν κυκλω γαρ δυο ευθειαι τεμνουσιν αλληλας. το δε υπο ΚΙ ΓΛ το υπο ΚΕ ΙΛ. τριγωνον γδ εστι το ΙΚΛ και παρα μιαν ηκται η ΕΡ. αναλογον αρ εστιν ως ΙΚ προς ΚΕ ουτω ΓΛ προς ΛΡ και διατουτο το υπο των ακρων ισον εστι το υπο των μεσων." quæ tamquam Scholion margini debuerat adſcribere ; quod poſtea animadverteris, ea omnia uncinis incluſit, et adpoſuit in margine σχολιον.
— l. 4 τᾶν ΚΙ,	— l. 4 υ ΚΙΙΝ	deeſt υ et pro ΚΙΙΝ habet ΚΙΝ
— l. 9 κᾷ ὧν ἀ Η ποτὶ	— l. 7 κᾷ ὧν ἡ ποτι	και ον α Η ποτι
	Cap. IX.	
— l. 22 ἴσχειν·	— l. 13 ἴσχει	εχειν
— l. 35 τᾶς ΓΛ.	— l. 20 ταῖς ΓΛ	της ΓΛ
— l. 51 οὕτως	— l. 35 * *	deeſt
— 226. l. 8 ἀπολαφθεῖσαν	— l. 39 * *	αποληφθεισαν
	Cap. X.	
— l. 25 ἀ Λ ἴσα	— l. 47 * *	deeſt ἀ
— l. 42 κᾷ δυσὶ τοῖς	— 87. l. 6 καὶ δύο τοῖς	και δυσι τοις
— l. 43 περιεχομένοις.	— — ib. περιεχομένων	περιεχομενοις
— l. 44 Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα	— l. 8 * *	ΙΚ ΛΜ ΝΞ ΟΠ. οτι λαβοντα
— 227. l. 2 ἴσα τοῖς	— l. 14 * *	ισα εστι τοις
— l. 11 εἶμεν.	— l. 19 * *	ειμεν τας Θ.
— l. 20 κᾷ τᾶς ἴσας	— l. 23 καὶ τᾶς ἴσου	και τας ισας
— l. 33 τῶν Β, Γ,	— l. 29 * *	των ΑΒΓ &c.
— l. 34 ἐντὶ τᾶν Β, Γ,	— l. 30 * *	εστι των ΑΒΓ &c.
— 228. l. 1 ἀπὸ τᾶς	— l. 40 ἀπὸ ταῖς	απο της

Digitized by Google

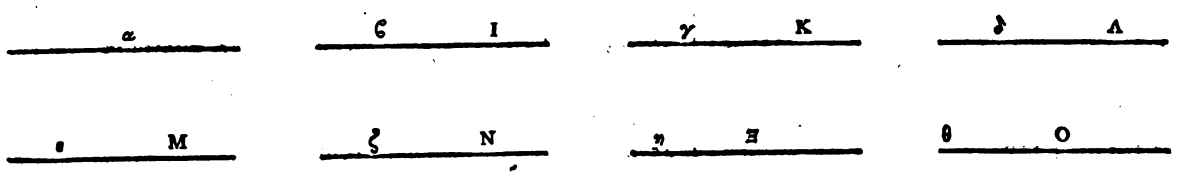
Schema ad hoc Caput pertinens, ſicuti et ſcholia, quæ ſunt in margine, ita ad amuſſim exhibemus, uti jacent in Codice.



Cum autem hiſce lineis a manu poſteriori additæ fuerint aliæ numerorum notæ, ut vetuſtiores a recentioribus diſtinguamus, operæ pretium duximus eamdem figuram iterum deſcribere, adjectis iis, quas manus poſterior ſuperaddidit.



Sequentes vero lineæ octo deſcriptæ ſunt in inferiori Codicis margine.



Edit. Oxon.	Edit. Baſil.	Codex Florent.
Cap. XI.		
Pag. 228. l. 17 τῷ δὲ μεγέθει	Pag. 87. l. 48 τῶ μεγθει	τω δι μεγθει
—— l. 20 τᾶς ἐλαχίσας,	—— l. 50 * *	της ελαχιϛης
—— l. 29 Ἔϛω	—— 88. l. 3 * *	ϊϛωσαν
—— — ib. ὁποσαιῦν	— ib. ὁποσεῦν	οποσαι ιν
—— l. 33 τὰν ΓΔ	—— l. 5 * *	τα ΓΔ
—— l. 39 τετράγωνα τὰ	—— l. 8 * *	τα τετραγωνα τα
—— 229. l. 4 ἴχει λόγον	—— l. 18 * *	ιχει τον λογον
—— l. 6 τετραγώνω·	—— l. 20 * *	τετραγωνω και το τετραγωνον
—— l. 9 ἢ τὰ ἀπὸ τᾶν	—— l. 22 ἀπὸ τᾶν	και τα απο ταν
—— l. 16 συναμφότερα,	—— l. 27 * *	τα συναμφοτερα
—— l. 18 Εἰ ἒν ἐκδείχθη	—— l. 28 εἰ ἒν ΚΛ δίχθᾳ	ει ιν καδειχθη
—— l. 21 τετραγώνων τῶν	—— l. 29 * *	των τετραγωνων των
—— l. 29 ἴσον τοῖς	—— l. 33 * *	ϊϛα τοις
—— l. 37 ὑπὸ τᾶς ΒΦ,	—— l. 37 * *	υπο ταν ΒΦ
—— 230. l. 3 τετράγωνα τὰ ἀπὸ	—— l. 43 * *	τα τετραγωνα τα
—— l. 21 τῷ ἴσῳ	—— 89. l. 2 ἴσω	τω ισω
—— l. 32 αὐτᾶς, ἰσοταχίως	—— l. 7 αὐτᾶς, * ἰσοταχίως ὡς	αυτας. ισοταχει. ως
—— l. 42 περιφορᾶ	—— l. 12 τᾶ περιφορᾶ	deeſt τᾶ
—— l. 43 τὸ κατὰ	—— — ib. * *	deeſt τὸ
—— l. 45 διαύσῃ,	—— l. 13 διαύσει	διαυσῃ
Cap. XII.		
—— 231. l. 10 τὰν ἕλικα μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἀπὸ	—— l. 22 τὰν ἕλικα τᾶν μὲν μιᾶ περιφορᾶ γεγραμμέναν ἀπὸ	ταν ελικα ται μεν μια. περιφορα οποια ιν γεγραμμενα απο
—— l. 12 ὁποιαιῦν	—— l. 23 * *	οποσαι ιν
—— l. 34 αἱ λοιπαί.	—— l. 35 * *	αι λυπαι
Cap. XIII.		
—— l. 44 ἐπιζεύχθησαν	—— l. 41 * *	επιζευχθωσαν
—— l. 52 τοῦ αὐτάλας.	—— l. 46 ὑτό τ'	τοτ'
—— 232. l. 1 διπλασίαν	—— l. 47 διπλασίας	διπλασιαϛ
—— l. 3 μείζονες	—— l. 49 * *	μειζων
—— — ib. διπλασίων.	— ib. * *	διπλασιαϛ
—— l. 6 ἐν τᾷ ΓΗ	—— l. 51 * *	ιν τα ΓΘΗ
Cap. XIV.		
—— l. 15 ὃν αἱ	—— 90. l. 4 * *	ων αι
Cap. XV.		
—— l. 47 Αἵκα αὐτὰ τὰν ἐν τᾷ	—— l. 25 * *	αι δικα ταν ιν τα
—— 233. l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— l. 46 εἰρημέναι	αι ειρημεναι περιφερειαι
—— l. 35 ὁ ἐν ἐλάσσων	—— l. 49 ὁ ἐλάσσων	ο ιν ελασσων

Digitized by Google

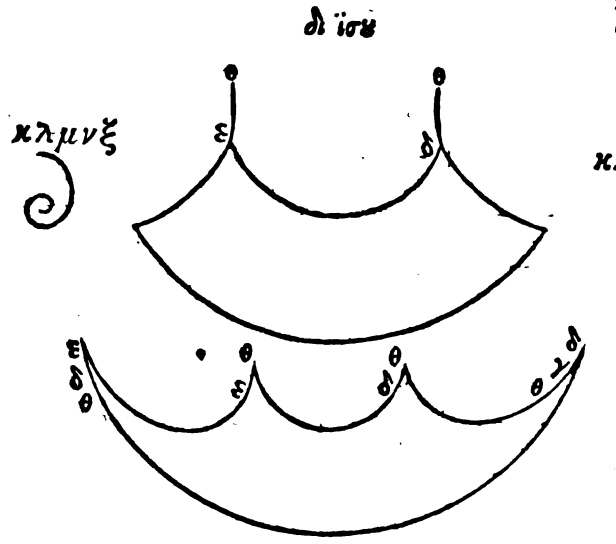
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XVI.	
Pag. 234. l. 2 ἐπιζεύχθω	—— 91. l. 7 * *	ἐπιζευχθω
—— l. 20 δικτέον ὄν.	—— l. 20 * *	δεικλεον ϛ (quo nexu aliquando Codex usus est pro ὅτως)
—— l. 21 εἰ δυνατὸν,	—— l. 21 δυνατὸν	ει δυνατον
—— l. 23 ἀπὸ τῆ	—— l. 22 * *	α τη
—— l. 44 Ὁμοίως δὴ	—— l. 36 * *	deest δη
	Cap. XVII.	
—— 235. l. 2 κατασκευάθω.	—— l. 40 * *	κατεσκευασθω
—— l. 7 Ἐπιψαύση	—— l. 42 * *	επιψαυσει
—— l. 18 λόγον ἔχει	—— l. 48 * *	εχει λογον
—— — ib. περιφέρεια μιᾷ ὅλας	—— — ib. περιφερειας μιᾷ ὅλας	περιφερεια μιᾷ ολας
—— l 22 ΔΝΤΡ κύκλῳ περιφέρειαν,	—— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλῳ περιφέρειαν	ΔΝΤΡ κυκλω περιφερειας
	Cap. XVIII.	
—— l. 52 ἐν ἀρχᾷ	—— 92. l. 22 * *	deest ἐν
—— 236. l. 2 ἃ μεταξὺ	—— l. 23 * *	deest ἃ
—— l. 30 ποτιβαλεῖν	—— l. 41 ποτιλαβεῖν	ποτιβαλειν
—— l. 33 ἔχειν λόγον,	—— l. 43 ἔχει λόγον	εχειν λογον
—— l. 48 ἄρα λόγον	—— 93. l. 3 * *	deest ἄρα
—— 237. l. 1 Ἔϛω δὴ πάλιν,	—— l. 6 * *	Ab hisce verbis exorditur Codex Caput novum, scilicet ιϑ'. quare in posterum numeratio discrepat.
	Cap. XIX.	
—— l. 51 τᾶς ἕλικος,	—— l. 44 * *	και τας ελικος
—— 238. l. 17 ἔχει λόγον	—— 94. l. 1 * *	deest λόγον
—— l. 39 τῆ ΤΜΝ κύκλῳ	—— l. 16 τῆ Μ κύκλῳ	τη ΜΝ κυκλω
—— l. 54 λόγον ἔχει	—— l. 33 * *	αρα λογον εχει
—— 239. l. 5 ἐπιψαύῃ	—— l. 37 ἐπιψαύει	επιψαυη
	Cap. XX.	
—— l. 19 τᾷ ἀπὸ τᾶς	—— l. 43 * *	deest τᾶ
—— l. 21 ἰσσεῖται	—— l. 44 * *	επειται videtur corr. εσειται
—— l. 23 τᾷ μεταξὺ	—— l. 45 * *	τας μεταξυ
—— l. 25 προαγομένα	—— l. 46 προαγευμένα	προαγμενα corr. προαγεμενα
—— l. 31 ἐπιζείχθω	—— l. 49 * *	επιζευχθω
—— l. 46 ποτιβαλεῖν	—— 95. l. 8 ποτιλαβειν	ποτιβαλειν
—— 240. l. 4 ἢ ἀ ΔΡ	—— l. 21 καὶ ἀ ΔΡ	η α ΔΡ
—— l. 11 ἀ ΚΜΡ	—— l. 25 ἀ ΚΜΝ	α ΚΜΡ
—— l. 16 ἢ ἀ ΑΧ	—— l. 26 * *	η ΑΧ
—— l. 27 ἀπὸ τᾶς	—— l. 30 * *	και τας
—— l. 31 περιφορᾷ	—— l. 32 * *	περιφορας
—— l. 32 κατασκευαδίωντι·	—— l. 33 * *	κατεσκευασθαιωντι
	Cap. XXI.	
—— 241. l. 14 ἐϛ' ἂν συμπέσῃ τᾷ	—— l. 49 καὶ συμπεσεῖται τᾶ	desunt
—— l. 33 τομέων	—— 96. l. 7 * *	τομαιων
	Cap. XXII.	
—— 242. l. 8 τὸ αὐτὸ	—— l. 29 * *	deest τὸ
—— l. 41 Ϝ ἐγγραφέντος ϗμαλὸς παντὸς τῆ προτεθέντος χωρίου.	—— 97. l. 6 τοῦ ἐγγραφέντος τοῦ προτεθέντος χωρίου	τη εγγραφεντος σχηματος ελασσονι παντος του προτεθεντος χωριου
—— l. 48 ὥϛε τι τὸ	—— l. 9 ὥϛε τὸ	εϛω το
	Cap. XXIII.	
—— 243. l. 5 τῆ περάτος	—— l. 14 τοῦ περάτων	των περατων
—— l. 13 ἐπιζεύχθωσαν	—— l. 18 * *	επιζευχθωσαν
—— l. 19 τομέως τῆ ΘΑΖ	—— l. 19 τομέως τῆ ΘΑ	τομεως τη ΘΑΖ
—— l. 23 προτεθέντος.	—— l. 20 * *	τη προτεθεντος
—— l. 30 προαγομένᾳ	—— l. 25 * *	προαγυμενα
—— l. 31 δή τι	—— l. 26 δὴ τὸ	δη τι το
—— l. 39 ὡς τὸ	—— l. 36 * *	ωϛε το
	Cap. XXIV.	
—— 244. l. 2 τῷ ϙ κύκλῳ.	—— l. 43 τῶ ἴϛω κύκλω	τω ϙ κυκλω
—— l. 9 ὁ ϙ κύκλος	—— l. 47 ὁ ἴϛος κύκλος	ο ϙ κυκλος
—— l. 15 τῆ κύκλῳ.	—— l. 49 * *	τη ϙ κυκλη
—— l. 25 ϗ ἐλαχίϛα	—— l. 51 * *	και α ελαχιϛα
—— l. 31 ὑπερεχυσᾶν,	—— 98. l. 6 ὑπιροχυσᾶν	υπειρεχυσαν
—— l. 34 ἀλλάλαν	—— l. 11 * *	αλλαλα
—— l. 35 αἱ τομίες	—— l. 12 * *	οι μεν τομεες
—— l. 46 Οὐδὲ τοίνυν	—— l. 24 * *	Ab hisce verbis novum Caput exorditur Codex, nimirum κϛ'.
—— 245. l. 10 ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ὧν ἐϛὶ μεγίϛα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίϛα δὲ ἁ ΘΕ, καί ἐϛιν ἁ ἐλαχίϛα ἴϛα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐνὶ δὲ ϗ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τῆ κύκλῳ περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν	—— l. 42 πολὶ τὰν ἕλικα πολιπίπτουσαι, τῶ μὲν &c.	ποτι ταν ελικα ποτιπιπτουσαι ων εϛι μειϛα μεν α ΘΑ. ελαχιϛα δε α ΘΕ. και εϛιν α ελαχιϛα ιϛα τα υπεροχα. εντι δε και αλλαι γραμμαι απο του Θ ποτι ταν του ΑΖΗΙ κυκλου περιφερειαν ποτιπιπτουσαι τω μεν &c.
—— l. 25 ὑπερεχυσᾶν	—— l. 45 ὑπιρεχυσῶν	υπειρεχουσαν
	Cap. XXV.	
—— 246. l. 1 Ἔϛω ἕλιξ, ἐφ' ἃϛ ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ διυλίρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα· ἔϛω δὲ τὸ μὲν	—— 99. l. 6 ἴϛω δὲ τὸ μὲν	εϛω ελιξ εφ' ας α ΑΒΓΔΕ εν τα διυτερα περιφορα γεγραμμενα. εϛω δε το μεν

Digitized by Google

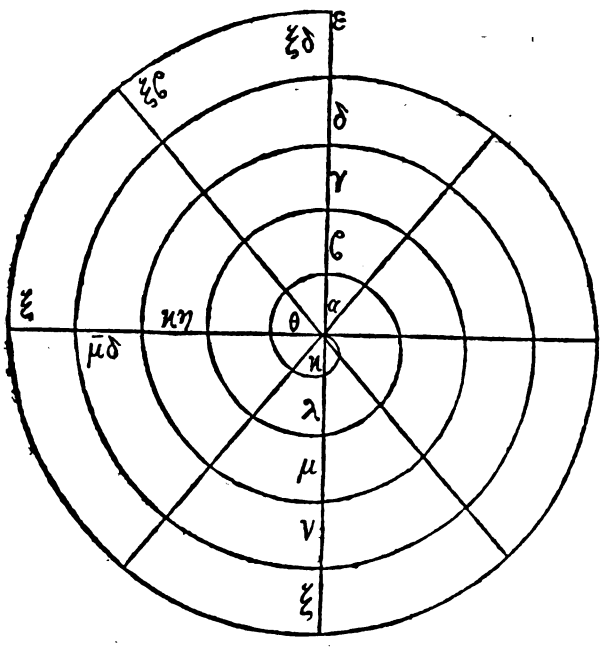
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 246. l. 29 ἐλάσσων.	Pag. 99. l. 32 * *	ελατ[ων
—— l. 30 γεγράψαι	—— l. 33 * *	περιγραψαι
—— l. 36 δὲ ὁ ΘΟΛ.	—— l. 36 * *	δε ο ΘΟΔ
—— l. 48 ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τῦ	—— l. 42 * *	υπερεχουσαν. απο δε τας ελαχιστας ουκ αναγραφεται. οι αρα τομεες οι απο των ισων τα μεγιστα ποτι τας τομεας τας απο των των ισω αλλων υπερεχουσαν. χωρις τυ
		Ab hiſce verbis novum Caput exorditur Codex, et eſt κη'.
—247. l. 23 Οὐδὲ τοίνυν	—100. l. 3 * *	
—— l. 51 μιᾷ ἐλάσσους ἑαυτᾶν,	—— l. 29 μιᾶ ἐλάσσους αὐτῆ	μιαν ελασσυς ταυτη
—248. l. 9 δὲ τοῖς μὲν	—— l. 34 δὲ τὸ μὲν τοῖς	δε τοις μεν
—— l. 20 κῆ τᾶς ΑΕ εὐθείας.	—— l. 40 κῆ τᾶς εὐθείας	και τας ΑΕ ευθειας
—— l. 29 μὲν ἐπὶ ἐλάσσονα	—— l. 45 μὲν ἐλάσσονα	μεν επι ελασσονα
—— l. 32 εἰρημένων τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τῦ ἐλάσσονος κύκλυ τῶν εἰρημένων ποτὶ	—— l. 46 εἰρημένων ποτὶ	Inter εἰρημένων et ποτὶ inſeruntur ab eadem Scriptoris manu hæc verba, quæ ſcripta ſunt in margine, nimirum: τας εκ τη κεντρυ τυ ελασσονος κυκλυ των ειρημενων.
	Cap. XXVI.	
—— l. 44 ἃ ἐστι μεταξὺ	—— l. 51 * *	α εστι τα μεταξυ
—— l. 51 τᾶν ἀπὸ	—101. l. 4 τᾶ ἀπὸ	των απο
—249. l. 7 ὃν συναμφότερα,	—— l. 14 * *	ον εχει συναμφοτερα
—— l. 14 ποτὶ τὸ Θ.	—— l. 22 πρὸς τὰ Θ	προς τω Θ
—— l. 43 μιᾶ ἐλάσσονες	—— l. 36 μιᾶ ἐλάσσονι	μια ελασσων
—— — ib. τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 37 τῶ μεγέθει	τω δε μεγεθει
—— l. 44 ἀπὸ τῦ Θ ποτὶ	—— — ib. ἀπὸ τῦ ποτὶ	απο του Θ ποτι
—250. l. 20 Οὐδὲ τοίνυν	—102. l. 1 * *	Ex hiſce verbis novum iterum Caput exorditur noſter Codex, ſcilicet λ'.
—— l. 25 ἐλάσσονι,	—— l. 3 * *	ελασσον
—— l. 26 Χ τομέως.	—— l. 4 ΧΕ τομέως	Χ ζ τομεως;
—— l. 28 ὁ ΘΒΗ,	—— l. 5 ὁ ΘΒΚ	ο ΘΒΓ
—— — ib. δὲ ὁ ΟΘΕ.	—— — ib. * *	deeſt articulus ὁ
—— l. 45 τᾶς ἐκάστας	—— l. 18 * *	deeſt τᾶς
—— l. 46 τομεῖς·	—— l. 19 * *	τομεις
—— l. 52 τᾶν ΘΑ, ΘΕ,	—— l. 24 * *	ταν ΘΑ ΑΕ
—251. l. 1 Ὡς τι κῆ	—— — ib. ὥστε κῆ	εσω και
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἐστὶν	—— l. 26 οὐκ ἐστὶν οὐδὲ	ουκ αρα εστιν ουδε
	Cap. XXVII.	
—— l. 16 προκειμένα	—— l. 30 * *	προκειμενω
—— l. 32 ἀεὶ	—— l. 45 * *	αιει
—— l. 37 Ἐπειδὴ τὸ	—— l. 50 ἐπεὶ δὲ τὸ	deeſt δε
—— l. 38 ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ ποτὶ τὰ ιβ'.	—— l. 51 ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ πρὸς τὰ ΙΒ	Inter voces τὰ et ἑπτὰ, ſed aliquanto ſuperius appoſitum eſt hoc ſignum ❨, quod alteri ſimili reſpondet in margine poſito, ubi inſtar ſcholii leguntur ea quæ ſequuntur: Οτι δε η ω' ελιξ προς τον ω' κυκλον λογον εχει ον Ζ προς ΙΒ και αυτοις δεδεικται ουχ ηττον δε και νυν δια αριθμων επισησαι οπως και τα ιφιξης συναρακολουθηται γινηται. επει γαρ εδεικνυτο η ω' ελιξ προς τον ω' κυκλον λογον εχουσα ον συναμφοτερα το τε υπο των ΒΘ Θ Α· και του τριτου μερους του απο της ΑΒ προς τουτ της ΑΒ υποκεισθω ημιν η ΑΘ μοναδων ουσα ΙΣ ω δηλον την ΒΘ γινεσθαι Μ̊ ΛΒ γινεσθαι ουν το υπο ΒΘ ΘΑ Μ̊ ΦΙΒ· το δε τριτον του απο της ΒΑ Μ̊ πεΓ' ομου γινεσθαι Μ̊ φζξΓ'. το δε απο ΒΘ Μ̊ ,ακδ'. και εχει τα φζξΓ' προς ,ακδ' λογον ον επτα προς ΙΒ. το δε απο της εκ του κεντρου του ω' κυκλου Μ̊ ,ακδ' το δε απο της εκ του κεντρου του α' κυκλου Μ̊ CΝΣ. και εχει προς αλληλα λογον ον ΙΒ προς Γ'. τα λοιπα δη φανερα. συναγεται γαρ εν τω δι ισου και δι ιλοντι.
		/: hunc nexum extricare minime licuit, quemadmodum illum, qui ſequitur in linea ſequenti
—252. l. 1 κῆ τὸ τρίτον μέρος &c.	—103. l. 6 * *	Heic quoque ante vocem και aliud ſignum appoſitum eſt, cui aliud ſimile reſpondet margini adſcriptum, ubi ſequens ſcholion legitur: Δηλον οτι ενταυθα προσυπακουστεον και δι ισου του υπο ΓΘ ΘΒ μεσα τυ Γ' (hoc nexu arbitror ſignificari τρίτου) μερους του απο της ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ λογον εχει ον τα ΚΛΜ χωρια προς τα ΚΛ. ταυτα δε φησιν το υπο ΓΘ ΘΒ μετα του Γ' μερους του απο της ΓΒ προς το υπο ΒΘ ΘΑ μετα τυ Γ' μερους του απο της ΒΑ. λογον εχει ον ΙΘ προς Ζ. το Γ' υπο ΓΘ ΘΒ Μ̊ εστιν ,αφλς' το δε Γ' του απο της ΒΓ Μ̊ πεΓ' επι και το απο της CΗΣ (ita eſt in Codice, ſed quid ſibi velit, ignoro,) ,αχκαΓ' εστι δε το υπο ΒΘ ΘΑ μετα του Γ' μερους του απο της ΒΑ ΦζΖ Γ' απερ προς αλληλα λογον εχει ον Θ προς ΖΙ.
—— l. 6 λόγον ποτὶ ἄλλαλα,	—— l. 7 λόγον πρὸς ἄλλαλα	προς αλλαλα λογον
—— l. 9 ποτὶ τὸ ξ'.	—— l. 9 * *	ποτι τα Ζ

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 252. l. 10 ποτὶ τὰ ϛ′.	Pag. 103. l. 9 * *	ποτι τα ϛ′.
—— l. 16 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΕ	—— l. 12 * *	Ante hæc verba aliud ſignum adſcriptum eſt, quod ad marginem Codicis inferiorem remittit, ubi ſchema ſequens depictum eſt:



—— l. 38 ὧν τὸ ὑπὸ	—— l. 22 * *	ον τι υπο
—— l. 42 τότε ὑπὸ ΓΘΒ,	—— l. 25 τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΘΒ	deeſt ὑπὸ
—253. l. 4 Ταῦτα δὶ ἴσα ἐστὶ	—— l. 26 * *	E regione horum verborum, nullo adpoſito ſigno, ſcriptum eſt in margine: δηλον οτι και συνδυο.
—— l. 14 ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ.	—— l. 31 * *	ποτι το υπο ταν ΘΔ. ΓΕ. ποτι το υπο ταν ΘΓ. ΔΒ.
		Schema pertinens ad Caput editionis XXVII.



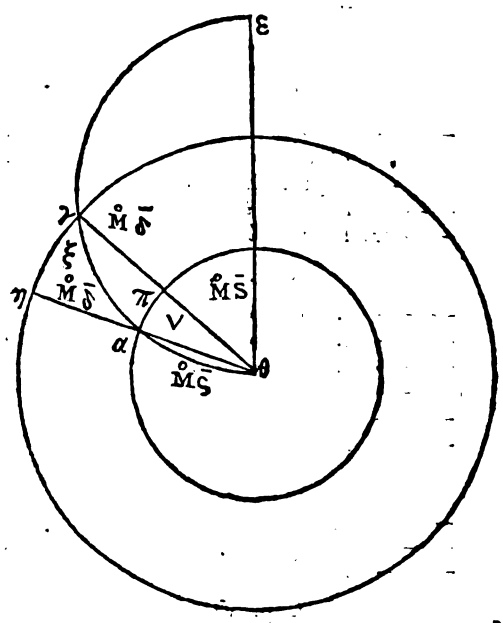
Cap. XXVIII.

—— l. 38 ὧν ἀ ἐκ τᾶ	—— l. 44 ὧν ᾗ ἐκ τοῦ	Heic nulla Capitis numeratio occurrit in margine, ſed cum ſuperiori conjungitur.
—— l. 41 τᾶ κέντρω	—— l. 45 * *	ον α εκ του
—— – ib. ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλω,	—— l. 46 πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλω	του κεντρου των
—— l. 42 τριταμορίω	—— – ib. * *	defunt omnia
—254. l. 1 Καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθῶσαν εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ·	—— l. 48 καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ Θ	τριτημοριου
—— l. 5 ἀ ΘΑ	—— l. 50 * *	και απο των ΑΓ επιζευχθωσαν επι το Θ.
—— – ib. τριταμόρια τᾶς ΗΑ	—— – ib. * *	α ΗΘ
—— l. 6 τάν τι ΘΑ, κὴ ἓν τριταμόριον τᾶς ΗΑ.	—— l. 51 * *	τριτημορια τας Η
—— l. 9 ἔχειν	—— l. 1 * *	ταν τι ΗΘ. και εν τριταμοριον τας ΜΑ.
—— l. 18 τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΠΞ	—— l. 6 τὸ ΝΠΞ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΞ	εχων
—— l. 22 ἀπὸ τᾶς ΗΑ,	—— l. 10 * *	το ΝΠ χωριον ποτι τον ΝΗΞ
—— l. 24 ὁ δὲ ΝΠΞ	—— l. 11 * *	απο τω ΗΑ
—— l. 28 τομέα	—— l. 14 * *	ο δε ΝΗΞ
—— l. 31 χωρίον	—— l. 17 * *	deeſt
—— l. 33 ποτὶ	—— l. 20 * *	deeſt
—— – ib. ΗΑ, ΘΑ,	—— – ib. * *	deeſt
—— l. 38 ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ,	—— l. 22 * *	ΗΑ, ΘΕ.
—— l. 40 συναμφότερα,	—— l. 23 * *	υπαν ΗΘΑ
—— l. 44 χωρίον	—— l. 25 * *	τα συναμφοτερα
—— l. 45 ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ,	—— l. 26 * *	deeſt
		υπο ταν ΘΗ, ΗΑ, et ſic in ſequenti linea, et in linea 28.

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 255. l. 2 ὑπὸ τᾶν ΘA, HA	Pag. 104. l. 29 * *	υπο ταν ΘHA.
—— l. 4 ἄτι ΘA	—— l. 30 * *	ατι ΘH
—— l. 5 ταὶ ΘA,	—— – ib. * *	ταν ΘH
—— l. 8 ἄτι ΘA,	—— l. 31 * *	ατι ΘH
—— l. 9 ταὶ ΘA,	—— l. 32 * *	ταν ΘH

In fine repetitur titulus, qualis erat in principio. Schema vero ad hoc ultimum Caput pertinens, utpote ab editione diversum, ut infra depictum exhibemus.



Notandum heic est ad calcem hujus Libri περὶ ἑλικῶν occurrere Scholion valde longum, quod integram occupat paginam 92. quodque pertinet ad Caput X. ejusdem Libri. Hoc nos, ne Codicis collationem interrumpamus, ad ipsius finem rejiciendum duximus.

Αρχιμηδους περι κωνοειδεων και σφαιροειδεων.

—— 257. l. 1 ΑΠΟΣΤΕΛΛΩ τοι	—— 47. l. 1 ἀποστέλλω σοι	αποστελλω τοι
—— l. 7 ἠπόρησα·	—— l. 4 * *	απορησα
—— l. 16 ὑπέκειτο	—— l. 10 ὑπόκειτο	υπεκειτο
—— l. 26 ἀποτέμῃ τὶ	—— l. 14 ἀποτέμῃ, τὸ τὶ	απο τε μη τι
—— 258. l. 1 ἐν τῷ τμάματι	—— l. 18 ἐν τῷ τμήματι	ε̃ν τω τμαματι, et sic infra.
—— l. 3 Προεβάλλοντο	—— l. 19 * *	προεβαλλειτο
—— l. 8 ὀρθογωνίᾳ	—— l. 21 * *	τε ορθογωνιε
—— l. 14 ἃ διάμετρος	—— l. 24 διάμετρος	α διαμετρος
—— l. 15 ἀμβλυγωνίᾳ	—— – ib. * *	αμβλυγωνιε κωνε
—— l. 20 ἰσσεῖται	—— l. 27 * *	επειται
—— – ib. ἔγγιστα	—— – ib. * *	αι εγγιστα
—— l. 27 ἔγγιστα	—— l. 30 τῆ ἔγγιστα	deest τῆ
—— l. 29 τᾶς τε κορυφᾶς	—— l. 31 τῆς τε κορυφῆς	τας τε κορυφας
—— l. 33 ἄλλο ἐπίπεδον	—— l. 34 ἄλλον ἐπίπεδον	αλλο επιπεδον
—— l. 39 ἄξονα	—— l. 36 * *	αξονα δε
—— l. 51 ὃν ἀ	—— l. 43 * *	deest ὃν
—— 259. l. 5 ὃν ἀ	—— 48. l. 3 * *	deest ἀ
—— l. 11 ἀποκαταθῇ	—— l. 6 ἀποκατασταθῇ	αποκαταση
—— l. 12 περιγραφθὲν	—— – ib. * *	περιλαφθεν, et sic iterum in linea edit. 9.
—— l. 20 κορυφὰν δὲ τὸ	—— l. 10 κορυφὴ δὲ τὸ	κορυφαν δε το
—— l. 33 τὰς κορυφὰς	—— l. 17 * *	τα τας κορυφας
—— l. 45 ποτ' ἀλλάλοις	—— l. 24 ποτ' ἀλλήλοις	ποτ' αλλαλης
—— l. 52 Αἴκα δὲ ὀρθῶ μὲν	—— l. 27 * *	ειδεκα ορθωμεν
—— 260. l. 1 ταὶ αὐταὶ	—— l. 29 * *	τοι ται αυται
—— l. 3 ἡμισία	—— l. 30 ἡμίσεια	ημισεια
—— l. 4 τῆ ἐλάσσονος	—— – ib. * *	τω του ελασσονος
—— l. 16 Αἴκα δὲ μήτε	—— l. 37 * *	ει δε κα μητε
—— l. 21 λόγον,	—— l. 39 * *	τον λογον
—— l. 37 ἰσοσφαιροειδέων	—— l. 48 * *	ισων σφαιροειδεων
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	—— – ib. ὑπὸ τῶν	απο των
—— l. 49 προβλήματα.	—— 49. l. 3 * *	προκειμενα

Cap. I.

Omittit hoc loco Codex numerationem, eamque inchoat a Capite sequenti, ac propterea quod in editione est secundum, in Codice est primum, ac sic deinceps

—— l. 54 Αἴκα δὲ ἀ	—— l. 6 εἰκα δὲ ἀ	ει δε κ' α
—— 261. l. 9 δυσὶν ἐπιπέδοισιν	—— l. 11 * *	δυοις επιπεδοις
—— l. 19 ὀξυγωνίων	—— l. 16 * *	των οξυγωνιων
—— l. 24 τῷ ἴσῳ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλάλῳ	το ισω αλλαλω

Cap. II.

—— 262. l. 40 καὶ τῶν H, Θ, I, K, Λ, M μιγέθεων, τὰ μὲν H, Θ, I, K, Λ λίγωντι ποτὶ	—— 50. l. 3 καὶ τῶν HΘIKΛM λίγωνται ποτὶ	και των HΘIKΛM τα μεν HΘIKΛ λεγωνται ποτι

Digitized by Google

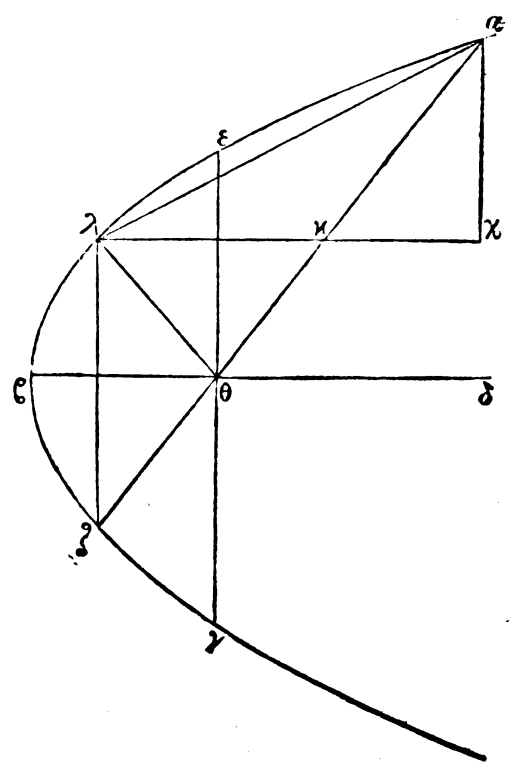
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. III.	
Pag. 262. l. 50 ἢ αἱ πλευραὶ τῶν	—— 50. l. 7 * *	deeſt καὶ
—— 263. l. 25 γραμμῶν	—— l. 36 * *	γραμμα
—— l. 26 ἰκάστα	—— l. 37 ἰκάστη	ικαστα
—— l. 34 ἢ ἀ ὑπεροχὰ ἴσα τῇ	—— l. 49 ἢ ἀ ὑπεροχὰ ἴσα τᾶ	και α υπερεχουσαι ισαι τα
—— 264. l. 6 ὑπερεχυσᾶν,	—— 51. l. 1 ὑπερέχυσαν	υπερεχουσαι
—— l. 14 τῶν δὲ	—— l. 5 τῶν δὴ	των δη
—— l. 21 Αἶκα κώνε	—— l. 9 Εἶκα κώνε	Ab hiſce verbis exorditur Codex Cap. γ′.
—— l. 27 ἰσσεῖται	—— l. 12 * *	ιπειτα
—— l. 30 ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.	—— l. 13 * *	Ad hæc verba in margine eadem manus adſcripſit : ει τω γ′. των απολωνιε κωνικων θεωρηματων ν′.
	Cap. IV.	Continuatur in Codice Caput γ′.
—— l. 35 εἰς αὐτὰ	—— l. 16 * *	εις αυταν
—— l. 47 ἀ ΘΓ	—— l. 28 * *	α ΒΓ
—— l. 49 ἂν δύνανται	—— l. 31 ἂν δύνανται	παραιδυνανται
—— 265. l. 23 ἢ ὑπὸ τᾶς	—— l. 46 καὶ ὑπό τι τᾶς	deſunt ὑπό τι
—— l. 39 τᾷ διαμέτρῳ τᾶς	—— 52. l. 3 τᾶ διαμέτρῳ τᾶς	ταμης τας
	Cap. V.	
—— 266. l. 2 τυτ' ἐστὶ	—— l. 9 * *	deſunt
—— l. 5 ἔστω κύκλος	—— l. 10 * *	εστω δε κυκλος
—— l. 27 ἐπιζεύχθωσαν.	—— l. 21 * *	επιζευχθωσαν
—— l. 28 εὐθύγραμμον	—— l. 22 * *	deeſt
—— l. 42 ὀξυγωνίᾳ	—— l. 36 * *	τω οξυγωνιω
—— l. 52 ὀξυγωνίᾳ	—— l. 42 * *	οξυγωνιω κωνω
	Cap. VI.	
—— 267. l. 21 τι χωρίον	—— 53. l. 3 * *	τι χωριον
—— l. 27 τὸ Ψ·	—— l. 5 * *	deeſt τὸ
—— l. 39 τᾶς EZ.	—— l. 18 τᾶς EΔ	της EZ
	Cap. VII.	
—— l. 45 ποτ' ἄλλαλα,	—— l. 20 * *	ποτι τα αλλα
—— 268. l. 22 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ	—— l. 40 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχονται δυνάμει ποτ' ἄλλαλα, ὃν αἱ	των αυτων λογων εχωντι [adhibet enim Codex indiſcriminatim, ut alias diximus, ω pro ο, et e contra, quod nos minime curavimus, niſi ubi ſententiæ aliqua mutatio fiat] ποτ' αλλαλα ὃν εχοῖι δυναμει ποτ' αλλαλας αι
	Cap. VIII.	
—— l. 33 Διὸδὼ τὶς ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ	—— l. 44 * *	deeſt κώνᾳ
—— l. 40 ἀνεγαχθῆσα	—— l. 48 ἐνεγαχθῆσα	ανεγαχησα
—— l. 42 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμενα
—— 269. l. 2 μείζων	—— 54. l. 4 * *	μειζω
—— — ib. ΑΔ, ΔΒ	—— l. 5 * *	ΑΔ ΑΒ
—— l. 7 αἱ ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 αἱ ΓΑΖ	αι ΑΓ ΓΖ
—— l. 13 τᾷ κώνᾳ	—— l. 14 * *	του κωνου τουτου
—— l. 22 ἐπὶ τὰν ΑΒ.	—— l. 22 ἐπὶ τὴν ΑΒ	επι ταν ΑΒ
—— l. 23 αἱ ΓΑΖ.	—— — ib. ἀ ΓΑΖ	α ΑΓ ΓΖ
—— l. 33 ὑπὸ ΕΠ, ΕΡ ἢ ὧν	—— l. 27 * *	deſunt ὑπὸ, et καὶ
—— l. 34 ΑΔ, ΔΒ·	—— l. 28 * *	ΑΔ ΑΒ
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 * *	ΑΔ ΑΒ
—— l. 47 ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 35 * *	deeſt τᾶν
	Cap. IX.	
—— 270. l. 20 ἐστιν ὀρθὸν	—— l. 45 * *	ο εστιν ορθον
—— l. 21 ἀ τοῦ	—— l. 46 * *	αυτου
—— l. 23 ἀνεγακύσας	—— l. 47 * *	εναγακουσας
—— l. 40 ἐν ᾧ ἐστιν	—— 55. l. 1 ὃ ἐν ἐστὶν	εν ω εστιν
—— 271. l. 3 τομὰ	—— l. 17 * *	τομαν
—— l. 10 ἀχθεῖσα	—— l. 27 ἀχθεῖσαι	αχθεισα
—— l. 13 ἰσσεῖται τι σαμεῖον	—— l. 29 * *	ισσειτι σαμειον
—— l. 36 τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 40 τᾶς ΑΚ, ΚΒ	ταν ΑΚ ΚΒ
—— l. 38 ὧν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ πρὸς	—— l. 41 * *	ον ποτ' α ΚΒ ποτι
	Cap. X.	
—— 272. l. 28 τὰν ΖΗ·	—— 56. l. 13 τὰν ΖΥ	ταν ΖΗ
—— l. 37 τᾷ Θ καθετὸς	—— l. 19 * *	του Θ, α ΘΚ καθετος
—— l. 38 ἀ ΘΚ.	—— — ib. * *	deſunt
—— l. 49 λόγον,	—— l. 25 * *	deeſt. Interim notandum, e regione verborum, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἀ ΖΗ τᾶ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, quæ incidunt in edit. pag. 56. lin. 23. et 24. adſcriptum eſſe in margine ab eadem manu : δια το κ′. τε α′. των κωνικων απολλωνιου.
—— 273. l. 5 παρὰ τὸν	—— l. 28 περὶ τὸν	παρα τον
—— l. 12 ἀγμίναν	—— l. 31 ἀγμίνας	αγμιναν
—— l. 14 Ἔστω πάλιν	—— l. 33 * *	Ab hiſce verbis Codex inchoat novum Caput, ſcilicet ι′.
—— l. 19 ἐπίπεδον τὸ ἐν ᾧ	—— l. 40 ἐπίπεδον τὸ ἓν ἐν ᾧ	το επιπεδον το εν ω
—— l. 29 Ἀλλ' ἔστω	—— l. 51 * *	Ab hiſce vocibus iterum Codex exorditur Caput novum, ſcilicet ια′.

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 273. l. 30 ἡμισείας τᾶς	Pag. 56. l. 51 ἡμισίας τᾶ	ημισειας τας
—— l. 36 ἐντὶ τᾷ	—— 57. l. 6 ἐντὶ τᾶ	εν τα
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 * *	τυ κυλινδρυ
—— 274. l. 12 ποτὶ ἀπὸ τᾶς	—— l. 26 * *	ποτι το απο τας
—— l. 14 ποτὶ ἀπὸ τᾶς	—— l. 27 * *	ποτι το απο τας
—— l. 18 ἐντὶ τᾷ	—— l. 28 * *	εν τη τυ
	Cap. XI.	ιϛ'.
—— l. 26 βάσιων	—— l. 32 * *	βασιων
	Cap. XII.	ιγ'.
—— 275. l. 12 ὀποτερᾶν ἐπιπέδω	—— l. 49 ὀποτερων ἐπιπέδω	οποτερον εν επιπεδω
—— l. 20 κύκλος ἰσσεῖνταν	—— 58. l. 2 * *	α τομα κυκλος ισσειναν
	Cap. XIII.	ιδ'.
—— l. 32 ἀπὸ τᾶς	—— l. 8 * *	deeſt ἀπὸ
—— l. 35 διάμετρος	—— l. 9 * *	α διαμετρος
—— l. 41 ΑΒΓ,	—— l. 15 * *	ΒΓ
—— 276. l. 2 εὐθειᾶν	—— l. 35 * *	ευθειας
—— l. 11 μέσα γίνεται	—— l. 38 μέση γίνεται	μεση γαρ εϛιν
—— l. 19 ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ,	—— l. 40 ὑπὸ τᾶν ΑΘΓ	υπο ταν ΑΘ ΘΓ
—— l. 37 ἴχονται	—— l. 47 * *	ιχονται
	Cap. XIV.	ιε'.
—— l. 43 ἐπιπέδῳ	—— l. 50 * *	deeſt
—— 277. l. 13 ποτὶ τὸ ἐπίπεδον	—— 59. l. 7 * *	ποτι το επιπεδω
—— l. 29 καθετᾶν	—— l. 15 * *	καθετων
—— l. 36 συμπίπτοντι.	—— l. 18 * *	συμπτωμα
	Cap. XV.	ιϛ'.
		Codex enim repetit numerationem duorum Capitum ſuperiorum, quare nos in poſterum eam utpote erroneam minime curabimus.
—— 278. l. 12 τοῦ σφαιροειδέος	—— l. 30 * *	τυ μεν σφαιροειδιος
—— l. 21 τᾶ ΒΔ·	—— 60. l. 1 τὰ ΒΔ	τα δι ΒΔ
—— l. 25 κ᾽ ἀ ΜΛ	—— l. 2 κ᾽ ἀ ΝΛ	και α ΜΛ
—— l. 28 ἀγομέναν,	—— l. 3 ἀγομένας	αγμενας
	Cap. XVI.	
—— 279. l. 4 Ἐν τῷ	—— l. 16 Εἶκα τῶ	εν τω
—— l. 10 παράλλαλος	—— l. 19 * *	παραλληλος
—— 280. l. 5 κ᾽ διὰ τᾶς	—— l. 50 * *	και το δια τας
—— l. 32 ὅτι κ᾽ τὸ	—— 61. l. 11 * *	deeſt καὶ
	Cap. XVII.	
—— l. 38 ἅψηται	—— l. 14 * *	αψηται
—— l. 46 εὐθεῖα	—— l. 18 εὐθεῖαι	ευθεια
—— 281. l. 10 κατ᾽ ἄλλο σαμεῖον	—— l. 26 * *	κατ᾽ αλλο συ σαμειον
—— l. 13 Ἐπὶ γὰρ	—— l. 27 ἐπεὶ	επι γαρ
	Cap. XVIII.	
—— l. 26 ἀφᾶν	—— l. 33 * *	ταν αφαν
—— l. 38 εὐθεῖαν	—— l. 40 * *	ευθειας
	Cap. XIX.	
—— l. 43 ἀγόμεναι,	—— l. 45 * *	αγομεναι ευθειαι
—— l. 47 καὶ διὰ τοῦ	—— l. 48 * *	δια δε τυ
—— l. 49 Τίμπει ϝ τῦτο τὸ σφαιροειδὲς	—— l. 50 * *	τιμει δε τυτο το τι σφαιροειδες
—— 282. l. 12 ἀγομένα·	—— 62. l. 4 * *	αγμενα
—— l. 16 παράλληλος	—— l. 6 * *	ακται παραλληλος
	Cap. XX.	
—— l. 36 μήτε	—— l. 16 * *	μη
—— 283. l. 10 ἐπιπέδᾳ	—— l. 40 * *	τυ επιπεδυ
—— l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 * *	και το λοιπον
—— l. 18 ταὶ δὲ μεταξὺ	—— l. 44 τὰ δὲ μεταξὺ	ταν δι μεταξυ
	Cap. XXI.	
—— l. 34 ἀποτεμνομένᾳ	—— 63. l. 1 * *	αποτετμημενυ
—— l. 41 τμᾶμα,	—— l. 5 τμῆμα	τμαμα
—— l. 42 τμάματος, τομὰ ἴϛω	—— l. 6 * *	τμηματος; τομας εϛω
—— l. 43 ἀποτέμνοντος	—— – ib. * *	αποτετμηκοτος
—— 284. l. 8 ἔχων	—— l. 21 * *	ο εχων
—— l. 15 διαιρέσεων	—— l. 25 διαιρισῶν	διαιρεσεων
—— l. 19 Ἐφ᾽ ἑκάϛᾳ	—— l. 27 * *	αφ᾽ εκαϛυ
—— l. 25 κ᾽ συγκείμενον	—— l. 31 * *	deeſt καὶ
—— l. 27 ἐφ᾽ ἃ τὸ Β	—— – ib. τῶν ἐφ᾽ ἃ τὸ Β	deeſt τῶν
—— – ib. Λοιπὸν δὲ	—— – ib. * *	λοιπον δε εϛι
	Cap. XXII.	
—— l. 42 ἡμίσως	—— l. 39 * *	ημικυκλιυ
—— l. 43 ὁμοίως	—— – ib. ὅμοιον	ομοιως
—— l. 44 ἐγγράψαι,	—— l. 40 * *	εγγεγραψαι
—— i. 45 ὥϛε τὸ	—— l. 41 ἴϛω τὸ	ωϛε το
—— l. 46 ἐγγραφέντος	—— – ib. ἐγγραφεντος	εγγραφομενυ
—— 285. l. 18 Ἔϛιν	—— l. 51 ἰϛὶν	εϛαι

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 285. l. 41 τῷ ἐπιπέδῳ	Pag. 64. l. 16 * *	τω επιπεδω τω
—— l. 44 τομαὶ	—— l. 21 * *	τομαι ται
—— l. 48 εὐθεῖαι	—— l. 25 * *	ευθια
—286. l. 9 τμήματι,	—— l. 33 τμήματι	τμηματι
—— l. 16 ταὶ περὶ	—— l. 36 * *	deeſt ται
	Cap. XXIII.	
—— l. 46 περιγραφὲν	—— l. 51 περιγραφὸν	περιγραφεν
—— l. 51 ταὶ ΑΓ,	—65. l. 2 τὸν ΑΓ	ται ΑΓ
—— l. 53 ταὶ ΒΘ.	—— l. 5 * *	ται ΒΓ
—287. l. 9 ὅλος	—— l. 21 * *	ο ολος
—— l. 21 ἐγγεγραμμένῳ	—— l. 24 * *	περιγεγραμμενω
—— l. 29 καὶ τῷ ὃν	—— l. 28 * *	και τον ον
—— l. 37 τᾶς διαμέτρου	—— l. 32 τῆς διαμέτρου	τας διαμετρω
—— l. 42 ἐγγεγραμμένῳ	—— l. 34 * *	γεγραμμενω
—— l. 49 ὅλῳ	—— l. 38 * *	deeſt
—288. l. 6 κηλίκῳ ὑπερέχει	—— l. 43 κων ὑπερέχει	κω υπερεχει
—— l. 7 κατασκευαθῶ.	—— — ib. * *	κατεσκευαθω
—— l. 22 ταὶ ΒΕ,	—— l. 51 * *	τα ΒΕ
—— l. 26 τοῦτον λόγον,	—66. l. 2 * *	τουτον τον λογον
—— l. 40 τὸν κύκλον	—— l. 9 * *	τον κυλινδρον
—— l. 48 τμάματι,	—— l. 13 τμήματι	τμηματι
	Cap. XXIV.	
—289. l. 10 Τίμιον	—— l. 20 * *	τιμιι
—— l. 12 τῷ κατὰ	—— — ib. κατὰ τῶ ταὶ	το κατα ταν
—— — ib. Ἐπιψαύσει	—— l. 21 ἐπιψαύει	επιψαυσει
—— l. 18 ὀξυγωνίᾳ κώνου τομᾶς	—— l. 23 ὀξυγωνίᾳ τομας	οξυγωνιω κωνω τομας
—— l. 21 ἀνειλεκῦσα,	—— l. 25 * *	ανειλκυσα
—— l. 39 ἔχον ταὶ	—— l. 39 ἔχοντα ταὶ	εχον ταν
—— l. 47 τμάματι,	—— l. 50 * *	τμηματι
—— l. 50 τμάματι,	—67. l. 1 * *	τμηματι, et ſic infra, quod in poſterum minime adnotabimus, quum pro ω more Dorico adhibeat α, et viceverſa, quæ quidem inconſtantia etiam in editione animadverti poteſt.
—290. l. 20 ταὶ ΒΕ μήκει·	—— l. 12 ταὶ ΒΕ δυνάμει	ται ΒΕ μακει
—— l. 33 ὁμοίως	—— l. 18 ὁμοίως	ομοιως
	Cap. XXV.	
—— l. 46 ὀρθογωνίῳ	—— l. 25 * *	τω ορθογωνιω
—— l. 47 ἐπιπέδοιν,	—— — ib. * *	επιπεδοις
—291. l. 18 καὶ αἰ	—— l. 51 * *	deeſt αι
—— l. 31 Ἀχθω δὴ καὶ	—68. l. 2 * *	deeſt καὶ
—— l. 33 ταὶ ΔΖ	—— l. 3 * *	ται ΑΖ
—— l. 35 κορυφὰ τὸ Α. Τὸ δὲ	—— l. 4 * *	κορυφα το Α. το δε
—— l. 37 ποτ' ἄλλαλα	—— l. 5 * *	ποτι ταλλαλα
—— l. 38 βάσιων	—— — ib. * *	βασιων
—— l. 42 ἀ ΛΜ	—— l. 7 * *	α ΝΑ
—— l. 50 ἀ ΛΜ	—— l. 11 * *	α ΝΑ
—292. l. 2 αἱ δὲ ΛΜ,	—— l. 13 * *	αι δε ΑΝ
—— l. 3 ἀ ΛΜ	—— — ib. * *	α ΑΝ
—— l. 5 ἀ ΛΜ	—— l. 14 * *	α ΛΝ
—— l. 9 ἀ ΛΜ	—— l. 16 * *	α ΛΝ
—— l. 11 τᾶς ΛΚ ποτὶ ΛΜ.	—— l. 17 τῆς ΛΚ πρὸς ΛΜ	της ΛΝ προς ΛΚ
—— l. 13 ἀ ΛΚ ποτὶ ταὶ ΛΜ	—— — ib. * *	α ΑΝ ποτι ταν ΛΚ
—— — ib. ἀ ΛΜ	—— l. 18 * *	α ΛΝ

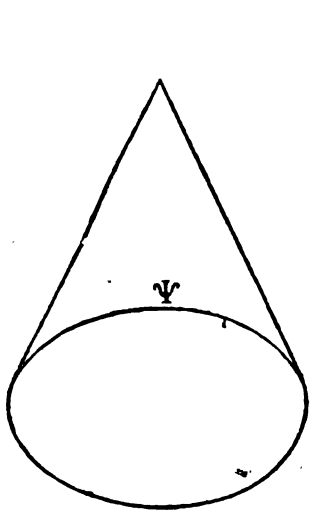


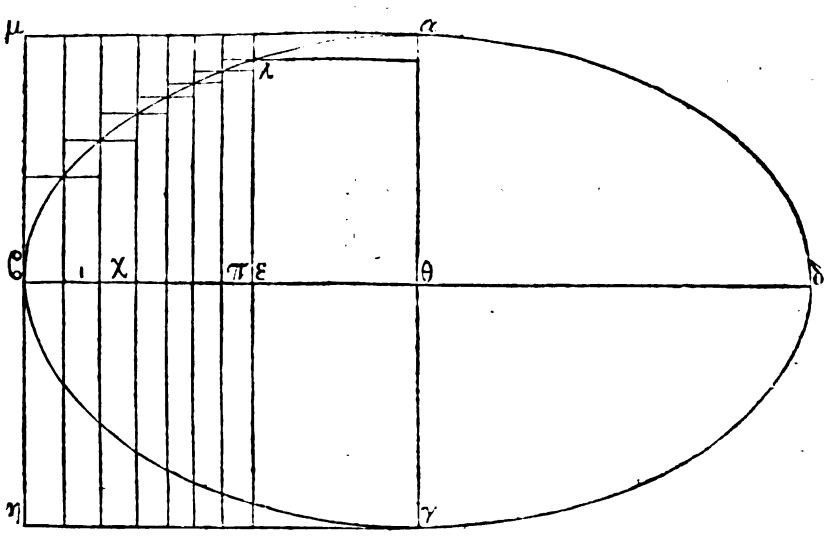
Digitized by Google

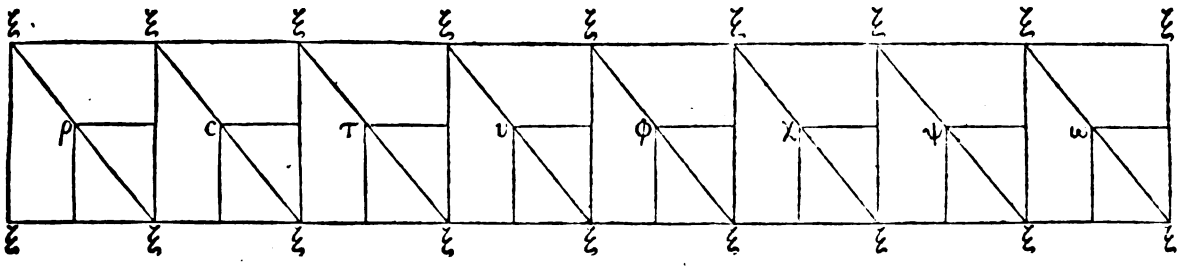
Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
	Cap. XXVI.	
Pag. 292. l. 22 ἀγμένοις,	Pag. 68. l. 22 ἀγμένῃ	ἀγμενοις
—— l. 23 ἄλλαλα	—— l. 23 ἄλληλα	ἀλλαλα. Hæc quoque vox indiscriminatim exhibetur, modo cum α, et modo cum η.
—— l. 24 αὐτῶν.	—— l. 24 αὐτοῖς	αυτης
—— l. 26 ἴσῳ δὲ τῷ	—— – ib. * *	ισῳ δε τα
—— l. 27 ἀ Λ.	—— l. 25 * *	α ΑΛ
—— l. 32 ἀ ΑΒΓ	—— l. 27 * *	deest ἀ
—— l. 34 τᾷ Κ	—— l. 28 * *	τα ΙΚ
—— l. 40 ἴσον ἐντὶ	—— l. 30 * *	ισον εστι
—— l. 43 ἐστὶ τᾷ Λ,	—— – ib. * *	εστι τα Δ
—— l. 45 τῷ τῷ αὐτῷ·	—— l. 32 * *	ισον τω αυτω
—— l. 46 ἀπὸ τῶν Κ, Λ	—— l. 33 ἀπὸ τῶν ΚΛ	απο των ΚΑ
—— 293. l. 3 δύο κῶνοι βάσεις	—— l. 42 δύο κῶνοι βάσιν	δη κωνοι βασιας
—— l. 9 μάκει.	—— l. 46 μήκει	μακει
—— l. 26 ἴσα ἀ Κ,	—— 69. l. 4 * *	ισα α ΑΚ
	Cap. XXVII.	
—— l. 33 ὀρθῷ	—— l. 7 τῷ ὀρθῷ	deest καὶ
—— l. 45 ἀ ΑΓ.	—— l. 13 * *	desunt
—— 294. l. 31 ἢ τὸ τμᾶμα	—— l. 45 * *	deest ἢ
—— l. 36 Ἐσσεῖται	—— l. 47 * *	εστειται
—— l. 45 ὃν ἀ ΖΔ	—— l. 51 * *	deest ὃν
—— – ib. Ἔστω δὲ αἱ	—— 70. l. 1 * *	εστωσαν δε αι
—— l. 46 ἐφ' ἃν τὰ Ξ,	—— – ib. ἐφ' αὐτὰ Ξ	εφαν τα Ξ
—— – ib. ἴσαι τοῖς	—— – ib. * *	ισα τοις
—— l. 50 ἴστω ἴσον τῷ	—— l. 3 * *	εστω ιν τω
—— l. 51 ἐλάχιστον ἴσον τῷ	—— – ib. * *	ελαχιστον ιν τω
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 * *	των τω ισω
—— 295. l. 1 τὸ Μ, ἴσα	—— l. 6 τὸ Μ ἴσα	τοιισα
—— l. 11 ὑπὸ τᾶν ΖΔΒ,	—— l. 10 * *	υπο ταν ΖΔ ΒΔ
—— – ib. ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ.	—— l. 11 * *	υπο τας ΖΕ ΒΕ
—— l. 16 τὸ ΞΜ χωρίον·	—— l. 13 * *	deest ΞΜ
—— l. 17 ἴσον ἴστι τὸ ΞΝ. Ἀ γὰρ Ξ	—— – ib. * *	desunt omnia.
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρίς	χωριον
—— l. 35 δὲ τῶν	—— l. 23 τῶνδε	των τε
—— l. 45 Δείδεικται δὲ,	—— l. 28 δεικτέον δὲ	δεδεικται δε
—— l. 48 ἀμφοτέραις,	—— l. 29 * *	συναμφοτεραις
—— l. 51 ὃν ὅλος	—— l. 31 * *	ον ο ολος
—— 296. l. 12 κατασκευάδω.	—— l. 37 * *	κατισκευαδω
—— l. 26 τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω	—— l. 44 * *	λογον το Ω
—— l. 29 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι	εστιν
	Cap. XXVIII.	
—— l. 51 ἔχοντος	—— 71. l. 6 * *	εχον
—— 297. l. 1 ἀ συναμφοτέραις ἴσα, τᾷ τε	—— l. 7 * *	αι συναμφοτεραι. ισα τω τε
—— l. 15 Τίμει	—— l. 14 * *	τεμει
—— l. 19 ἀνεγακέτω	—— l. 16 * *	ανεγακετω
—— l. 24 Ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 18 * *	ουσα αλλη οξυγωνιου κωνου τομα
—— l. 26 ἀνεγακύσας	—— l. 19 ἀναγακυσὰς	ανεγακυσας
—— 298. l. 8 περιγεγραφὲν	—— l. 48 * *	περιγεγραφεν
—— l. 16 ἐπιφάνειαν	—— 72. l. 2 * *	την επιφανειαν
—— l. 20 ἔχων ἄξονα τὰν	—— l. 4 * *	εχων αταν
—— l. 26 βάσεις	—— l. 7 * *	βασιες
—— l. 28 ποτ' ἀλλάλας,	—— – ib. ποτ' ἄλλάλης	ποτ' αλλαλας
—— l. 43 τᾷ ΔΕ,	—— l. 15 ταὶ ΔΕ	τα ΔΕ
—— l. 50 ποτ' ἄλλης	—— l. 19 * *	ποτ' αλλαλης
—— 299. l. 4 ἐν τοῖς λόγοις,	—— l. 21 * *	εν τοις αυτοις λογοις
—— l. 7 χωρὶς	—— l. 22 * *	τα χωρις
—— l. 9 ἀ ΜΞ	—— l. 23 ἀ ΓΞΝ	α ΞΝ
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 ψοτὶ	ποτι
—— l. 17 μεῖζον ἐὸν	—— l. 28 * *	μειξιον
	Cap. XXIX.	
—— l. 35 ἀμίσιον	—— l. 37 ἡμίσιον	αμισιον
—— l. 38 χῆμα	—— l. 38 * *	τμημὰ
—— l. 41 χήματος	—— l. 39 * *	τμηματος
	—— l. 47 ταὶ τῶ τμήμαῖι, ᾗ ἄξονα τ' αὐταν	desunt omnia αυτον
—— 300. l. 9 τετίσι ἀ	—— l. 51 * *	εχοι τον
—— l. 15 ἐχόντων	—— 73. l. 11 ἐφ' αὐτᾶ Ξ	εφαν τα Ξ
—— 301. l. 4 ἐφ' ἃν τὰ Ξ,	—— – ib. τοῖς τμήμασι	τοις τμημασι τοις
—— – ib. τοῖς τμᾶμασι	—— l. 16 πλάτος μὲν ἴσον τμήματι	πλατος μεν η τμηματι
—— l. 13 πλάτος μὲ ἔχων ἰνὶ τμάμαῖι,	—— l. 21 * *	εχοντι
—— l. 23 ἔχοντα	—— l. 23 * *	desunt
—— l. 26 τὸ ὑπὸ	—— – ib. * *	κυκλον
—— l. 27 κύλινδρον	—— 74. l. 2 γνώμονα	γνωμονα
—— l. 34 γνώμονα,	—— – ib. ἀφαιρημένου	αφαιρημενον
—— l. 35 ἀφαιρημένον.	—— l. 6 * *	τα ομολογα
—— l. 43 ὁμόλογα	—— l. 9 * *	αφαιρομενης, et sic infra lin. 11.
—— l. 47 ἀφαιρεμένης	—— l. 13 * *	ΞΦ. ΞΨ. ΞΩ. τω ισω
—— 302. l. 3 ΞΦ, τᾷ ἴσῳ	—— – ib. ὑπερεχόμενα	υπεροχα
—— l. 4 ὑπεροχᾷ.	—— l. 15 τὰ νῦν	τα υν
—— l. 7 οὖν	—— l. 17 ἀλίκων	ελικων
—— l. 12 ἰλίκων	—— l. 19 * *	λοιπων (tum relicta est lacuna unius syllabæ) να ιντι
—— l. 15 λοιπῶν μείζονά ἐντι		

Digitized by Google

Edit. Oxon.		Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 302. l. 16	μείζονα ἢ	Pag. 74. l. 19 * *	μειζονα εστι η
—— l. 18	ἐστὶν ἡ ἡμιόλιος	—— l. 20 * *	εστιν ημισεος
—— l. 24	ἀμίσειον	—— l. 23 * *	αμισιον
—— l. 27	ἐγγεγραφέντος	—— l. 25 * *	εγγραφεντος
—— l. 29	κατασκευάσω.	—— l. 26 * *	κατεσκευασω
— 303. l. 4	χωρὶς	—— l. 40 χώραν	χωρις
—— l. 12	ὅτι ἐλάσσων,	—— l. 44 * *	οτι ελάσσων







		Cap. XXX.	Ab hoc Capite in posterum nulla fit numeratio Capitum.
—— l. 17	τῆ κώνῳ,	—— l. 46 * *	τω κωνω τω
—— l. 19	χῆμα	—— l. 47 * *	τμημα
—— l. 24	ἀγομένα· ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο	—— l. 50 * *	αγομενα επι το επιπεδον. υπεκειτο
—— l. 29	ἐπιψαύουσαι	— 75. l. 2 * *	επιψαυουσαν
—— l. 33	ἐπιζευχθεῖσα,	—— l. 3 ἐπιζεύχθεισαι	επιζευχθεισα
—— l. 35	αἱ ΒΘ, ΘΔ.	—— l. 9 * *	αι ΒΘ ΘΑ
—— l. 36	εὑρεῖν κύλινδρον,	—— l. 11 * *	κυλινδρον ευρειν
—— l. 40	ἀμίσειος	—— l. 20 ἡμίσειος	ημισους
—— l. 46	ἀμίσειον	—— l. 23 ἡμίσειον	το ημισειον
—— l. 50	Ἐγγεγράφθω	—— l. 25 * *	εγγεγραφω
—— l. 52	περιγεγράφθω	—— l. 26 * *	περιγεγραψα
— 304. l. 15	ἡμιόλιος ἐών·	—— l. 30 ἢ ὁ τόμος ἐὼν,	ημιολιος εων
—— l. 19	ἐγγεγράφθω	—— l. 32 * *	εγγεγραφθω
—— l. 30	τὸ ἥμισυ	—— l. 37 * *	τω ημισυ
		Cap. XXXI.	
—— l. 39	τὸν ἄξονα τῆ	—— l. 42 * *	τον αξονα του του
—— l. 41	σχήματος,	—— — ib. * *	τμηματος
—— l. 46	σφαιροειδίος	—— l. 44 * *	τω σφαιροειδιος
—— l. 48	Ποιήσει δ'	—— l. 45 * *	ποιησει δι
— 305. l. 2	ἴσῳ ἀ ΖΗ.	—— l. 48 * *	ισω του ΑΖΗ
—— l. 6	ποτὶ τὰν ΔΖ.	—— l. 49 * *	ποτι τα ΔΖ
—— l. 21	ἴσῃ τὸ	— 76. l. 16 * *	ισι και το
—— l. 25	τᾶς ΒΘ, ᾗ ἀ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἔσαι καὶ	—— l. 20 * *	desunt omnia:
—— l. 41	ἀ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	—— l. 29 * *	α ΔΗ ποτι ταν ΔΖ
—— l. 46	ἐφ' ἃν τὰ ΞΝ,	—— l. 31 ἐφ' αὐτᾶ ΞΝ	εφαν τα ΞΝ
—— l. 47	ἐν τᾷ ΒΔ,	—— l. 32 * *	deest ἐν
—— l. 49	Τᾶν ἴσαν	—— l. 33 * *	τα ουν
—— l. 52	τᾶς διαμέτρω	—— l. 34 * *	τας διαμετρους
—— l. 53	τᾷ ΒΕ·	—— l. 35 * *	ταν ΒΕ
— 306. l. 8	τὰν ΝΟ,	—— l. 39 * *	ταν Θ
—— l. 20	τῷ δὲ μεγέθει	—— l. 45 τῶ μεγέθει	τω δι μεγεθι
—— l. 25	ἀπὸ τᾶς ΔΓ	—— l. 48 * *	απο τας ΔΕ
—— l. 34	ὃν τὸ ὁμοίως	— 77. l. 1 * *	deest ὁν
—— l. 44	ἀφαιρεμένης,	—— l. 6 * *	αφαιρημενης
— 307. l. 2	ἐφ' ἃν	—— l. 11 ἐφ' αὐτᾶ	εφαν τα
—— — ib.	παραπιπτώκοτόν	—— — ib.	παρεπίπτωκεν
—— l. 16	τᾶς ΞΟ.	—— l. 18 * *	τα ΞΟ
—— l. 36	ὑπερέχειν	—— l. 28 * *	υπερεχει
—— l. 38	κατασκευάσω.	—— l. 29 * *	κατεσκευασθω
—— l. 46	λόγον,	—— l. 33 * *	τον λογον
—— l. 48	τᾷ ΒΔ,	—— l. 34 τᾶ ΒΕ	τα ΒΔ

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 307. l. 53 πεπλωκότων,	Pag. 77. l. 37 * *	παραπεπλωκοτων
—— 308. l. 8 Καὶ πάντες	—— l. 41 * *	και παντος
—— l. 31 ἄρα λόγον	—— 78. l. 2 * *	deeſt ἄρα
—— l. 33 ἢ ποτὶ	—— l. 3 * *	deeſt ἢ
	Cap. XXXII.	
—— l. 49 τομὰ	—— l. 11 τομᾶ	τομαν
—— 309. l. 2 κατὰ τὰν ΑΓ.	—— l. 14 * *	καταν ΑΓ
—— l. 3 κατὰ τὰ Β, Ζ·	—— — ib. * *	κατα το ΒΖ
—— l. 31 τᾷ ΘΖ.	—— l. 36 * *	τα ΔΖ
—— 310. l. 1 ὑπερίχειν	—— l. 49 * *	υπερεχει
—— l. 2 Πάλιν δὴ	—— — ib. * *	παλιν δη
—— l. 3 περιγεγραμμένον	—— l. 50 * *	περιγεγραμμενον σχημα
—— l. 7 ἰσσεῖται οὖν	—— 79. l. 1 * *	εσσει ον
	Cap. XXXIII.	
—— l. 30 ὃν ἀ ΕΗ	—— l. 13 * *	ον εχει α ΕΗ
—— l. 32 γενομένω	—— l. 14 * *	του γενομενου
—— 311. l. 14 τὰν ΚΛ,	—— l. 38 τᾶν ΚΛ	τα ΚΛ
—— l. 21 τὸ τμᾶμα	—— l. 42 τὸ τμῆμα	το τμημα το
—— l. 24 ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ,	—— l. 43 * *	υπο ΗΕ ΒΕ
—— l. 33 ἴλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον	—— l. 48 τᾷ ἥμισυ	το ιλασσον του ημισυ
—— 312. l. 3 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΖΔ, ᾧ ὑπὸ	—— 80. l. 5 τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ, τοῦ ὑπὸ τᾶν	του υπο ταν ΖΗ ΞΔ α υπο ταν
—— l. 6 ποτὶ τὸ	—— l. 7 πρὸς τὸ	ποτι το
—— l. 11 τᾶτον ἴχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ·	—— l. 10 τοῦτον ἴχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ	τουτον ιχει τον λογον ον το περιεχομενον υπο ταν ΖΕ ΕΔ. ποτι το υπο ταν ΒΕΔ. τον γαρ αυτον ιχει λοῖον ον α ΖΘ πρὶ ταν ΒΕ.
—— l. 19 ἐπεὶ βάσιν	—— l. 12 * *	επιβασιν
—— l. 21 τᾶτον τὸν λόγον, ὃν	—— l. 13 * *	deſunt
—— l. 23 ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ,	—— l. 14 * *	υπο ταν ΖΘ ΞΕ
—— l. 30 τὸ ἀνάλογον	—— l. 18 * *	το αναλογον το
—— l. 33 τᾶν ΞΔ, ΕΗ,	—— l. 20 τᾶν ΞΔ, ΕΔ	ταν ΞΕ ΕΔ
—— l. 37 ἴσον ἐστὶν	—— l. 21 * *	ισον εστι
	Cap. XXXIV.	
—— 313. l. 31 ποτικείσθω δὲ ἀ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ,	—— l. 50 * *	ποτικεισθω δε τας ΔΗ ισα α ΔΘ
—— l. 38 παραλλήλω	—— 81. l. 2 παραλλήλα	παραλληλω
—— l. 44 ἐγγεγραμμένᾳ,	—— l. 5 ἐγγεγραμμένον	εγγεγραμμενω
—— l. 49 ἔχον	—— l. 8 * *	εχοντα
—— 314. l. 1 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ	—— l. 10 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ	υπο ταν ΞΔ ΒΕ
—— l. 6 τᾶν ΒΘ, ΞΔ.	—— l. 13 * *	ταν ΒΞ ΞΔ
—— l. 22 ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένᾳ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τᾶς κώνω τᾶς ἐν τῷ	—— l. 21 ἐλάσσονι τμήματι ἐγγεγραμμένᾳ, ποτὶ τὸ ἀπότμημα τᾶς κώνω τᾶς ἐν τῷ	
—— l. 26 τῶν ὑψέων	—— l. 23 τέτων ὕψεων	defunt omnia
—— l. 30 τᾶς ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένᾳ,	—— l. 25 * *	του των υψεων
		το εν αυτω εγγεγραμμενον. In calce vero repetitur Titulus, et quidem ita : περι κωνοειδων και σφαιροειδων. Concordat titulus.
	Archimedous Psammitης	
—— 319. l. 1 ΟΙΟΝΤΑΙ τινὲς, Βασιλεῦ Γέλων,	—— 120. l. 18 Οιονται τινὲς βασιλευγέλων	οιονται τινες βασιλευγελων
—— l. 2 τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον	—— — ib. τὸν ἄπειρον	τον απειρον corr. a manu posteriori τον αριθμον απειρον
—— l. 3 τᾶς περὶ	—— l. 19 * *	τον περι
—— l. 6 ἄπειρον μὲν εἶμεν	—— l. 21 ἄπειρον ενιμεν	απειρον ηενιμεν
—— l. 8 Οἱ δὲ ὕτως δοξάζοντες,	—— l. 23 οἱ δὲ ὐ δοξάζοντες	οι δε υτως δοξαζοντες
—— l. 9 νοήσαιεν	—— — ib. * *	νοεισαιεν
—— l. 14 ἀκαρεῖ	—— l. 26 * *	ακαρη
—— l. 15 τᾶτο δεικνύειν	—— — ib. * *	του δεικνυειν
—— l. 19 τᾷ ψάμμῳ τᾷ	—— l. 29 τὸν ς του	τον και του
—— l. 21 τᾷ μήκεος	—— l. 30 τοῦ μεγέθεος	του μεγεθους
—— l. 23 πλειόνων	—— — ib. * *	πλειωων
—— l. 24 κέντρῳ ἴσα τᾷ εὐθειᾷ	—— l. 31 κέντρῳ εὐθεῖαι	κεντρου αι ευθειαι
—— l. 28 ὑποθεσιῶν	—— l. 33 * *	υποθεσιων τινων
—— l. 31 ἀκίνητον·	—— l. 35 * *	ακινητον
—— 320. l. 5 ὥς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν	—— l. 37 ἐστὶ ὥς τε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν	εστω τον κυκλον καθ' αυταν
—— l. 8 Τᾶτο δὲ	—— l. 39 τοῦτο δ'	τουτο γ'
—— l. 11 αὐτό.	—— l. 41 * *	αυτον.
—— l. 16 καθ' ὃν	—— l. 43 * *	καθ ὐ
—— l. 17 ὑποτίθεται	—— — ib. ὑποτίθενται	υποτιθεται
—— — ib. ἀπλανέων	—— l. 44 ἁπλᾶν	απλανων
—— l. 25 ὕτως τινὰς	—— — 121. l. 1 ὐ τινὰς	υτως τινας
—— l. 26 κατονομασίαν	—— — ib. κατονομαζιῶν	κατονομαξιων
—— l. 29 περίμετρον	—— l. 2 * *	ταν περιμετρον
—— l. 30 μυριάδων	—— l. 3 * *	μοιριαδων
—— l. 31 πειραμένων	—— — ib. * *	πεπειραμενων
—— l. 35 ὡς τ' μυριάδων σταδίων	—— l. 6 τῶν λ᾽ λ σταδίων	τ̄ M̄ σταδιων
—— — ib. τὸ μὴ μείζω.	—— — ib. καὶ μείζων	και μη μειζων
—— l. 49 ἀναμφίλογον	—— l. 14 ἀμφίλογον	αναμφιλογον
—— l. 51 τριακονταπλασίαν	—— — ib. τριακονταπλασίας	τριακονταπλασιαν
—— l. 52 μειζόνα.	—— l. 15 μειζόνων	μειζον
—— 321. l. 10 λαβεῖν,	—— l. 20 * *	διαλαβειν

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 321. l. 15 ὁ ἅλιος	—121. l. 23 ἡ ἅλιος	ο αλιος
—— l. 17 ἅ τις ἐστιν	—— l. 24 ἅ τις ἐστὶν	ατις εστιν
—— l. 19 τᾷ ὄψει.	—— — ib. τῇ ὄψει	τη α οψει
—— l. 21 ἤμελλεν ἀνατελεῖν	—— l. 25 ἤμελλεν ἀνατελεῖν	ημελλεν ανατελλειν
—— l. 22 καὶ τεθείντος	—— l. 26 καὶ τεθὲν	και τεθειντος
—— l. 25 ἐς τὸν	—— l. 28 * *	εις τον
—— l. 26 καὶ ἡ ὀφὶς κατεσάθη	—— — ib. * *	και αψις κατεσαθη
—— l. 36 ἐναρμόζει,	—— l. 33 * *	εναρμοζη
—— l. 43 τῦ μεγίθεος,	—— l. 36 * *	του τι μεγιθεος
—— l. 46 ὄψιος,	—— l. 38 * *	τας οψιος
—— l. 47 τόνδε τὸν τρόπον	—— — ib. * *	τον δε τον τροπον
—— — ib. κυλίνδρια ἀναλαμβάνεται	—— l. 39 κύλινδρα ἀναλαμβάνεται	κυλινδρια λαμβανεται
—— l. 48 ἰσοπαχία ἀλλήλων,	—— — ib. ἰσοταχία ἀλλήλαν	ισοπαχια αλλαλοις
—— l. 49 προσίθεντας	—— l. 40 * *	προτιθενται
—— l. 51 τᾶς ὄψιος,	—— l. 41 * *	τας οψιας
—322. l. 2 εἰ μὲν κα	—— l. 43 εἰκόνα	εικοκα
—— l. 4 ἀφ' ἑκάτερα	—— l. 44 * *	εφ' εκατερα
—— l. 9 Ἀ δὲ γωνία,	—— l. 47 ἑδὲ γωνία	α δε γωνια
—— l. 13 ἐπισκοτεῖν	—— l. 49 * *	επικρωτειν
—— l. 14 ὅλῳ ἀλίῳ,	—— — ib. * *	ολω τω αλιω
—— l. 24 ἁ γωνία, ἐς ἂν ὁ ἅλιος	—122. l. 3 ἁ γωνία ἃ ἴσαν ὁ ἅλιος	και α γωνια ας αν ο ηλιος
—— l. 25 ἐστιν, ἢ διαιρεθείσας	—— l. 4 ἐστὶν, ἢ διαιρεθείσας &c.	εστιν η διαιρεθεισας ες PΞΔ τελων. α δε ελατ̃ων διαιρεθεισα των ορθων εις C μειζων. η εν μερος τετων. δηλον εν οτι και α γωνια α ισαν ο αλιος εναρμοζη ταν κορυφαν εχουσαν ποτι τα οψει. ελατ̃ων μεν εστιν η διαιρεθεισας &c. quæ eſt repetitio ſuperiorum verborum.
—— l. 28 διάμετρος	—— l. 5 * *	και α διαμετρος
—— l. 39 τοῦ Δ	—— l. 11 * *	deeſt Δ
—— — ib. ἐπιψαύοντων	—— — ib. * *	επιψαυον των, et ſic iterum in eadem linea.
—— l. 42 αἱ ΘΜ, ΘΟ	—— l. 12 * *	αι ΘΚ ΘΟ
—— l. 50 ἐς ἂν	—— l. 16 αἷς ἂν	α ισαν
—323. l. 14 τοῦ ΣΗ κύκλου·	—— l. 25 * *	τυ ϵΗ κυκλω
—— l. 21 τοῦ ΣΗ κύκλου.	—123. l. 3 * *	τυ ϵΗ κυκλω
—— l. 23 ποτὶ τὰν ΥΣ ἐλάττονα	—— l. 4 ποτὶ τὰν ῀ς ἐλάττονα	ποτι ταν VC (ubi notandum eſt litteram illam V ubi agitur de litteris ſchematibus appoſitis, accipi in Codice pro littera Υ quemadmodum etiam in ſequentibus duabus variis lectionibus.)
—— l. 25 ἃ μὲν ΘΚ	—— — ib. * *	α μεν ΘΚV
—— — ib. ἃ δὲ ΣΥ	—— l. 5 ἃ δὲ ΣΝ	α δι CV
—— l. 26 λόγον ἴσχει	—— — ib. * *	λογον εχοι
—— l. 28 τριγώνων	—— l. 6 * *	deeſt
—324. l. 4 ἐπὶ γὰρ κα δυῶν	—— l. 9 * *	ει γαρκα δυων (illa autem κα ſcripta ſunt non tamquam litteræ lineam aliquam in ſchemate depictam deſignantes, ſed tamquam encliticæ.)
—— l. 5 ἄτερας	—— — ib. * *	ατερ αι
—— l. 10 ποτὶ τὰν	—— l. 11 * *	deeſt ποτὶ
—— l. 16 Ὡς τι	—— l. 14 * *	ωτε και
—— l. 19 ἁ περιεχομένα	—— l. 17 * *	deeſt ἁ
—— l. 23 δισμύρια,	—— — ib. δεσμύρια	δεσμυρια
—325. l. 13 δῆλον, ἁ	—— l. 40 * *	δηλον ως α
—— l. 27 δακτυλιαίᾳ	—— l. 47 * *	δακτυλιαι
—326. l. 3 ἀριθμῶν μύριαι	—124. l. 10 * *	῀ς μυριαι (illa autem ſigla in Codice denotat vocem ἀριθμῶν, et ſic deinceps, ubi recurrit vox illa, quemadmodum ῀ς denotat ἀριθμοὶ, et ῀ ἀριθμὸς &c.— quod ſemel adnotaſſe ſufficiat.)
—— l. 7 γινωσκόμενοι·	—— l. 12 * *	γιγνωσκομενοι
—— l. 24 ἐξῆς κείμενοι,	—— l. 21 ἐξησκειμένοι	εξησκειμενοι
—— l. 25 δικὰς εἴη·	—— — ib. δικὰς τὶ	δικας η
—— l. 31 ὄγδοός	—— l. 24 * *	ο ογδοος
—— l. 39 Φανερὸν δὲ, ὅτι	—— l. 29 * *	φανερον δε εστι και
—— l. 40 ἐξῆντι,	—— — ib. ἐξῆτι	εξηντι
—— l. 49 ἀπὸ μονάδος	—— l. 34 * *	απομαδος, et ſic recurrit in linea editionis 35. et 37.
—— l. 52 παραπολλαπλασιάδων	—— l. 35 * *	πεπολλασιασθω
—327. l. 1 ὅτι ἴσος	—— l. 37 ὅτι ἴσαν	οτι ισος
—— l. 7 γενόμενος	—— l. 40 * *	ο γενομενος
—— l. 8 πολλαπλασιαξάντων	—— l. 41 * *	των πολλαπλασιαξαντων
—— l. 16 τοσοῦτοι	—— l. 44 τοσοῦτοις	τοσουτοι
—— l. 26 ἀλλάλας	—— l. 50 ἀλλάλαν	αλλαλας
—— l. 28 μέγεθος,	—— l. 51 * *	μεγιθος
—— l. 30 καὶ εἴη ὁ ἀριθμὸς	—125. l. 1 ΚΑΙΝ ὁ ἀριθμὸς	κ'αῖνο αριθμος
—— l. 37 δακτυλιαίαν	—— l. 4 δακτυλιαίας	δακτυλιαιαν
—— l. 38 τριπλάσιον	—— l. 5 * *	τριπλασιον λογον
—— l. 39 ἀλλάλας	—— — ib. ἀλλάλαν	αλλαλας
—— l. 40 ταλικαῦτα	—— l. 6 τηλικαῦτη	τηλικαυτα
—— l. 43 πολλαπλασιασθεισᾶν	—— l. 7 πολλαπλασθήσαν	πολλαπλασθεισαν
—328. l. 5 τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	—— l. 15 ἀριθμῶν	δευτερων αριθμων
—— l. 7 μέγεθος	—— — ib. μέγεθις	μεγιθος
—— l. 11 πολλαπλασία	—— l. 17 * *	πολλαπλασια εστι
—— l. 14 μυριάδων	—— l. 19 * *	μυριων
—— l. 16 τᾶν χιλιᾶν	—— l. 20 τάγχιαν	ταν χιλιαν
—— l. 20 ἀνάλογον·	—— l. 22 ἀναλογίας	αναλογιαν
—— l. 24 ἐστί·	—— l. 25 ἐστὶν	εστι

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codex Florent.
Pag. 328. l. 29 ταὶ διάμετρον	Pag. 125. l. 27 * *	τα ταν διαμετρον
—— l. 32 ἰχύσας	—— l. 29 ἰχύσης	ιχυσας
—— l. 34 τῆ μεγίθος	—— — ib. τοῦ μεγίθεος	τυ μεγιθος
— 329. l. 1 μοναίδες	—— l. 40 μυριάδες	μοναδες
—— l. 3 μέγιθος	—— l. 41 μεγίθεος	μεγιθος
—— l. 5 τῶν	—— l. 42 τῶν δὶ	deeſt δὶ
—— l. 15 ἀπὸ μοναίδος	—— l. 47 * *	απομαδος
—— l. 22 ἄλλοι	—— l. 51 * *	οι αλλοι
—— l. 30 μυριάδων,	— 126. l. 4 * *	μυριαδας
—— l. 33 ταλικαύτα,	—— l. 6 * *	ταλικαυτα το μεγιθος
—— l. 36 τᾶν δέκα μοναίδων	—— l. 7 τᾶν δὶ μοναίδων	ταν δεκα μοναδων
—— l. 44 καλεμένων	—— l. 11 καμένων	καμενων corr. καλεμενων
— 330. l. 4 σφαῖρα	—— l. 16 * *	σφαιρας corr.
—— l. 11 χιλιᾶν	—— l. 20 χιλίαν	ταν χιλιαν
—— l. 24 μυριάδες	—— l. 27 μυριάδων	μοιριαδων
—— l. 25 μέγιθος	—— — ib. μεγίθεος	μεγιθος
—— l. 34 μυριάδων	—— l. 32 * *	μυριαδων P.
—— l. 49 ἴσον	—— l. 40 ἴσα	ισον
— 331. l. 7 Ὅτι μὶν ὁμοίως	—— l. 43 * *	Inter μ̃, et ὁμοίως relicta eſt Lacuna trium circiter ſyllabarum.
—— l. 25 ἀλλαίας	— 127. l. 2 ἀλλαίαν	αλλαλας
—— l. 28 Δίδεικται δὶ,	—— l. 3 δίδικται γὰρ	διδιηται δι
— 332. l. 5 ἐπιθιωρῆσαι	—— l. 17 ἐπιθιώρηται	επιθιωρησαι
		In fine repetitur titulus, nimirum Αρχιμηδες ψαμμιτης.

Tandem pro coronide hujus Collationis ſubjiciemus Scholion illud, quod ſupra diximus * incidere in paginam Codicis 92. quodque pertinet ad Caput X. Libri Περὶ ἑλικῶν, in quo cum figlæ quædam occurrant, quas minime extricare potuimus, eas, ſicuti jacent in Codice, ita depingere conabimur. Ita igitur habet.

ΣΧΟΛΙΟΝ ΕΙΣ ΤΟ Ι ΤΗΕΩΡ.

Ιτα δι και των αριθμων ακολουθως τη λεξει σαφηνισθη το θιωρημα υποκισθω τα αυτα και οι αριθμοι υπογιγραφθωσαν ως υποκινται συν τοις πολλαπλασιασμοις. εστιν ουν συνθεντι ευρειν τα απο των τω ισω αλληλων υπερεχοντα μετα των απο ΙΚΛΜΝΞΟ και του απο της Α. ραχλϚ'. τα δι απο των τω ισω αλληλων υπερεχουσων ΩΙϛ. δηλον ουν το λεγομενον. λοιπον επιδιξαι βουλεται οτι τα δις υπο παντα μετα των απο ΙΚΛΜΝΞΟ του υπο της Β και πασων των τω ισω αλληλων υπερεχουσων ισον εστιν των εκ πασων των τω ισω αλληλων υπερεχουσων. και εστι μεν αυτοθεν υποκειμενων των αριθμων προχειρον. ο δι γε Αρχιμηδης γραμμικως αυτο βουλομενος διιξαι μεταγει τον λογον και φησι. επει δυο μεν τα υπο των ΒΙ περιεχομενα ισα τω υπο της διπλασιας της Β και της Θ και τα εξης. φανερα δι ταυτα αναγραψαντι σοι τα χωρια. δηλον δι οτι και οι αριθμοι απαντησουσιν. ως γαρ επι του δις υπο ΒΙ. εστιν η μεν ΒΙΔ ἡ δι ΙΒ. ωστε και το υπ' αυτων § γ†, Νϛ και εστιν η ΒΙΔ. η αρα διπλη ΚΗ επι τον Β δια το ισην ειναι της Ι της Θ ‡ ΓΧ. ομοιως δη ἡ τετραπλη της Γ. Νϛ. γίνεται ΜΗ. η δι εξαπλη της Δ γινεται Ξ. η δι οκταπλη της Ε γινεται ΞΔ και εφιξης υποκεινται. ωστε η εκ πασων της τε διπλης και τετραπλης και εξαπλης και των λοιπων ϑ τω διαϛραμμαὶι γινεται ΤΛϛ. ειτα παλιν τα συν συμπαντα ποτιλαβοντα το περιεχομενον υπο τε τας Θ και τας ισας πασαις ταις ΑΒΓΔΕΖΗΘ ισουνται ισα τω περιεχομενω υπο τε τας Θ και τας ισας πασαις. τα τε Α και τα τριπλασια της Β και εξης. επει γαρ λεγωντο δισ υπο τας Β και τετραπλης της Γ και εξης επαγει συν αυτοις τω τε υπο της Θ και της ισης πασαις των τω ισω αλληλων υπερεχουσων· ιδιωτερον η οτι τη διπλη της Β. επαγει και στερεαν ως γινεσθαι τριπλην και τη τετραπλη της Γ επαγει και πεμπτην και εξης ομοιως. γινεται ων ως ειρηται η διπλη της Β. και τετραπλη της Γ και εξης των λοιπων ΤΛϛ και εστιν η ΘΒ το υπο δηλον οτι ΧΟΒ η δι ιση πασαις ταις τω ισω αλληλαις υπερεχουσων γινεται ΟΒ α επι των Β γινεται ΡΜΔ μετα των ΧΟΒ γινεται ΩΙϛ. η δι τριπλη της Β γινεται ΜΒ. και εξης ως υποκεινται εστιν ουν η συγκειμενη εκ της Α και της τριπλης της Β και πεντεπλης και των εξης ΥΗ επι των δυο γινεται ΩΙϛ. απερ εστι και τα απο των ΑΒΓΔΕΖΗΘ.

Sequentes lineas cum ſuis ſupputationibus, ad hoc Scholion pertinentes, ideo tranſverſe deſcripſimus, ut idem ordo, quem habent in Codice, ſervaretur.

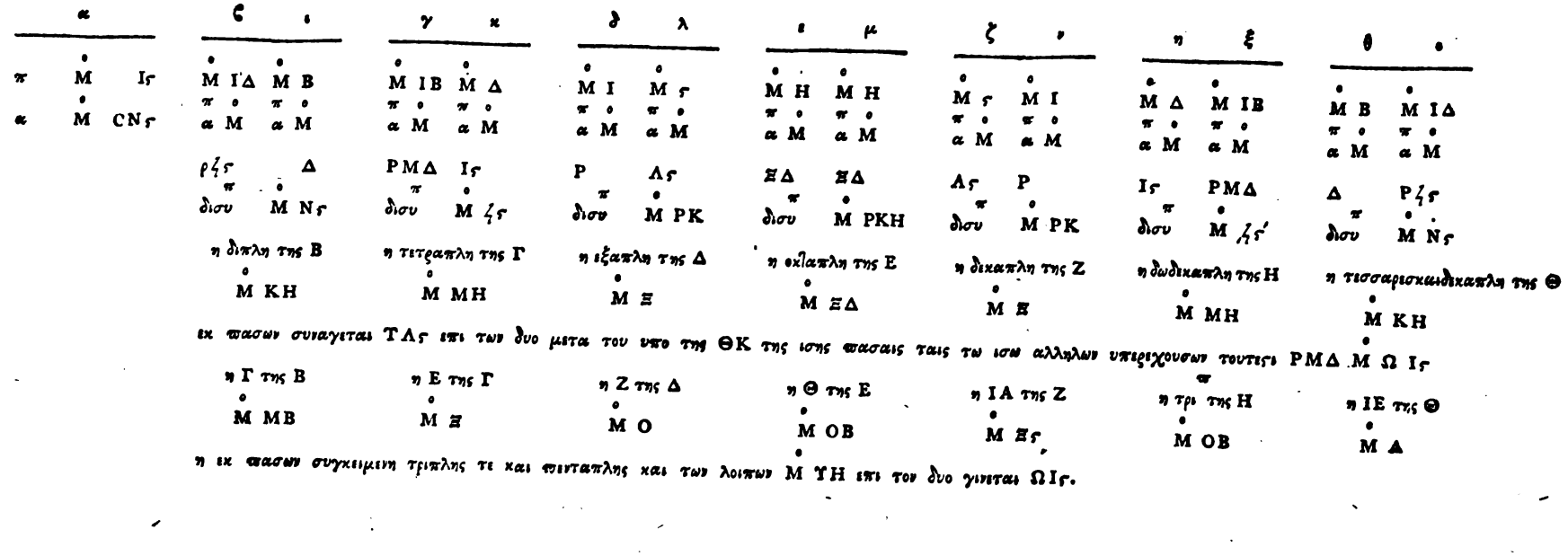
---

* Vide pag. 411.

§ Hoc nexu fortaſſe indicatur vox γίνεται, vel γίνονται, et occurrit etiam aliàs inferius, ubi pro γίνεται illud accepimus.

‡ Hunc nexum minime extricare valuimus.

Digitized by Google



Hoc opus absolutum fuit die XXIII. Mensis Junii, Ann. MDCCLXXXVI.

curante Angelo Maria Bandinio, I.V.D. Mediceæ Bibliothecæ, et Publicæ Marucellianæ

Regio Præfecto, ac Moderatore.

Digitized by Google

COLLATIO OPERUM
ARCHIMEDIS

QUÆ EXTANT IN MSS.

BIBLIOTHECÆ REGIÆ PARISIENSIS;

No. 2359, 2360, 2361, 2362.

NEC NON

EUTOCII ASCALONITÆ COMMENTARIORUM

QUI EXTANT IN IISDEM CODICIBUS;

INITA CUM

EDITIONE BASILEENSI

PER JOANNEM HERVAGIUM, ANNI MDXLIV.

Litera *A* notatur Codex 2359, Litera *B* Cod. 2360, Litera *C* Cod. 2361, Litera *D* Cod. 2362.

Edit. Oxon.			Edit. Basil.			Codices Parisien.
	Tit.	Αρχιμηδους επιπεδων &c.		Tit.	* *	Tit. Αρχιμήδης περὶ επιπεδων
Pag. 1.	l. 1	τῶν	Pag. 104.	l. 33	* *	deeſt. *A.*
———	l. 2	ἰσορρόπειν	———	– ib.	* *	ἰσορρόπων. *A.*
———	l. 3	ἰσορρόπειν ἀλλὰ ῥέπειν	———	l. 34	* *	ἰσορρόπων ἀλλα ῥέπων. *A.*
———	l. 6	ποτιτεθῆ τι	———	l. 36	ποτιτεθῆ	ποτϊτεθῆ τϊ. *A.*
———	l. 7	προιτέθη	———	l. 37	* *	ποτϊετέθη. *C.* προσετέθη. *D.*
———	l. 11	καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαμόζειν ἐπ' ἄλλαλα	———	l. 39	καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζη ἐπ' ἄλληλα	deſunt. *C.*
———	l. 12	ἐφαμοζειν	———	l. 40	ἐφαρμοζη	εφαρμοζει. *B. D.*
———	l. 19	ᾗ ἀ περίμετρος	———	l. 43	ᾗ ἀπερίμετρος	εἰκα ἀπερίμετρος. *B.* ἔκα ἀ περίμετρος. *C. D.*
———	l. 20	εἶμεν δεῖ	———	l. 44	εἶναι δεῖ	εϛι. *A.*
——— 2.	l. 2	τὶ λέγει	——— 55.	l. 23	* *	τὶ λέγει. *D.*
———	l. 6	βιβλίω	———	l. 26	* *	deeſt. *D.*
———	l. 11	βάρυς	———	l. 31	* *	βαρας. *A.*
———	l. 32	ἐπισκεμμένοις	——— 56.	l. 3	* *	ἐπϊσκεπτομένοις. *A. C. D.*
———	l. 35	πᾶσιν	———	l. 5	* *	πασῶν. *A.*
———	l. 44	ΕΘ πρὸς ΘΚ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ.	———	l. 12	ΕΘ πρὸς καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΘΑ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ κῆ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ. ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ	Ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
———	l. 49	τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ	———	l. 18	τῶ δὶ Ζ τριγωνω	τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. *B. C.*
			———	l. 22	a ΔΕΖ ad ἥ ΒΓ l. ſeq. inc.	deſunt. *D.*
——— 3.	l. 1	ΑΒΓ τριγώνῳ· ὥστε κῆ ἐν τῶ	———	l. 27	* *	deſunt. *D.*
———	l. 2	αἱ ἀπὸ τῦ Θ	———	l. 27	ἀπὸ τῦ Θ	αἱ ἀπὸ τῦ Θ. *C. D.*
———	l. 4	ᾗ ἀ περίμετρος	———	l. 29	* *	εἰκα ἀ περίμετρος. *B.* ᾗ κα ἀ περίμιτρος. *C.* ὑκ ἀ περίμιτρος. *D.*
———	l. 6	ἡμῖν	———	l. 30	* *	deeſt. *A.*
———	l. 7	προκειμένοις	———	– ib.	* *	προοιμίοις. *B. C. D.*
———	l. 12	τοῦ ΑΒΓ	———	l. 34	τῦ ΑΒ	τοῦ ΑΒΓ. *C. D.*
———	l. 16	συμπίπτουσιν	———	l. 36	* *	συμπίπτουσαι. *D.*
———	l. 26	ὅπερ	———	l. 45	deeſt	ὅπερ. *B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codices Parisien.
Pag. 3.	l. 31 ἰσεῖται	Pag. 104.	l. 45 ἔσσεινται	ἐσσυνται. *B. C.* ἔσονται. *A. D.*
——	l. 39 γὰρ τᾶς	— 105.	l. 1 τᾶς	γάρ τᾶς. *A. B. C. D.*
——	l. 42 ποτιτεθείη	——	l. 3 * *	ποτϊτεθῆ. *A. B. D.*
——	l. 46 τὸ μεῖζον ἀπὸ	——	l. 4 τὸ ἀπὸ	τὸ Γ Z ἀπὸ. *A.* τὸ μεῖζον ἀπὸ. *B.* τὸ Ψ Z ἀπὸ. *C. D.*
——	l. 48 ἴσῳ μεῖζον τὸ A	——	l. 5 τὸ A * ἴσῳ	ἴσῳ Γ Z τὸ A Σ. *A. D.* ἴσῳ μεῖζον τὸ A. *B.* ἴσῳ Ψ Z τὸ A. *C.*
——	l. 51 μὴ γὰρ ἴσῳ ἐλάττων	——	l. 6 μὴ γίνεται ἴγω	μὴ γὰρ ἴσῳ ἐλασσων. *A. C. D.*
— 4.	l. 1 ῥέψει ἐπὶ τὸ B	——	l. 8 * *	desunt. *D.*
——	l. 6 ταῦτα	——	l. 14 τὰ αὐτὰ	ταῦτα. *A. B. C. D.*
——	l. 9 μεῖζον	——	l. 17 μείζων	μείζον. *C. D.*
——	l. 13 ἴχοντι	——	l. 19 * *	ἔτι. *D.*
——	l. 15 μεγεθέων	——	l. 20 * *	μεγεθῶν. *A.*
——	l. 31 ἰσορροπῶντι	——	l. 31 * *	ἰσορροπήσοντι. *C. D.*
——	l. 37 κέντρου	— 56.	l. 46 * *	ἴσῳ κέντρον. *A. B. C. D.*
——	l. 47 πάντων	— 105.	l. 36 * *	πάντων τῶν. *B. C. D.*
— 5.	l. 2 αὐτῶν κέντρον	——	l. 37 * *	τὸ αὐτὸ κέντρον. *C. D.*
——	l. 3 a κίνησα ad A B Γ l. seq.	——	l. 38 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
——	l. 5 ἴσαι	——	l. 39 * *	deest. *A.*
——	l. 14 δῆλον	——	l. 45 * *	δῆλον ἔν. *B.*
——	l. 19 ὅτι ὁπόσων καὶ τῶ	——	l. 49 * *	ὁπόσων κάτω. *A.*
——	l. 22 μεγέθεις	——	l. 51 * *	μεγέθια. *A. B. C. D.*
——	l. 24 μεγεθέων	— 106.	l. 1 μεγέθεων	μεγεθέων. *C. D.*
——	l. 25 κέντρον	——	l. 2 * *	κέντρω. *A.*
——	— ib. a τὸ σαμεῖον ad βάρεος l. 38.	——	— ib. * * ad lin. 15.	desunt. *A. D.*
——	l. 45 καὶ ὡς	——	l. 18 * *	καὶ ἴσῳ ως. *A. C. D.*
— 6.	l. 2 A	——	l. 20 * *	deest. *B.*
——	l. 4 κοινὸν μέτρον	——	l. 21 * *	τϊ κοινὸν μετρον. *B.* κοινὸν κεντρον. *C.*
——	l. 11 ἑκατέραν	——	l. 24 ἑκατέρου	ἑκατέρα. *C.*
——	l. 13 ἡμίση	——	l. 26 ἡμίσυ	ἥμίση. *B. C. D.*
——	l. 20 ἴσῳ τὸ	——	l. 34 * *	ἴσῳ καὶ τὸ. *B. C. D.*
——	l. 25 πολλαπλάσιον ὂν	——	l. 37 πολλαπλασίων ὂν	πολλαπλάσιον. *A. D.* πολλαπλάσιον ὂν. *B. C.*
——	l. 27 τᾶ N	——	l. 38 τᾶ N	N. *A. D.*
——	l. 28 ἴσα ἰσὶ	——	l. 39 * *	ἴσα. *A.* ἴσον. *D.*
——	l. 32 μεγίθια	——	l. 41 * *	deest. *D.*
——	l. 40 κέντρον	——	l. 45 * *	μέτρον. *A. B. D.*
——	l. 41 ἀλλ' ἔν	——	ib. — * *	ἔν. *A. D.* ἴσαι ἔν. *B. C.*
——	l. 44 διέσακε	——	l. 46 * * —— 47 διεσάμεν	deest. *C.* —— διέσακε. *A. B. C. D.*
— 7.	l. 6 ἀντιπεπονθότως	— 107.	l. 1 * *	ἀντιπεπονθότων. *A. B. C. D.*
——	l. 18 ὥσε — τῶ Γ ἢ ὦ	——	l. 9 * * —— 10 * *	ἢ ὥσε. *B.* —— τῶ γη ἔτως. *A.*
——	l. 23 ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἀ Δ E	——	l. 16 * *	ποτὶ τὸ Γ H ἀ Δ E. *A.*
——	l. 25 τὸ Z, —— τὸ Δ.	——	l. 17 * * —— * *	τῶ Z. —— τῶ Δ. *B.*
——	l. 26 τῷ AB.	——	— ib. τὸ A	τῶ. A. *B.*
——	l. 31 ἔλατσον	— 57.	l. 3 * *	τὸ ἔλατσον. *A. C. D.*
——	l. 32 τῶν	——	— ib. * *	τᾶ. *B. C. D.*
——	l. 33 Ὥστε	——	l. 4 * *	deest. *A. B. C. D.*
——	l. 42 τι μέγεθος ἀφαιρεθῇ,	— 107.	l. 18 μέγεθος ἀφαιρεθῆ·	ἀφαιρεθῆ τϊ μεγίθεος. *A.* et μέγαθος. *B. C. D.*
——	l. 47 ἐπὶ	——	l. 20 ἐφ' ὅ	ἐφ' ὃ. *D.*
— 8.	l. 3 ποτὶ τὰν	——	l. 22 πρὸς τὴν	ποτὶ τὸν. *C.*
——	l. 4 τᾶ ἀφηρημένε μεγίθεος	——	— ib. * *	τῶν ἀφηρημένων μεγεθέων. *A. B. C. D.*
——	l. 20 τμάματα	——	l. 36 * *	τα τμαματα. *B. C. D.*
——	— ib. ἀντιπέπονθε μὲν	——	— ib. ἀντιπεπονπέμεν	ἀντιπέπονθεμεν. *A.* ἀντϊπέπονθεν μὲν. *C.* ἀντιπέπονθε μὲν. *D.*
——	l. 22 ἴσῳ	——	— ib. * *	ἄρα. *A.*
——	l. 45 Τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῶ KZ	——	l. 51 * *	desunt. *D.*
——	l. 47 αὐτῶν	— 108.	l. 1 αὐτᾶ	αὐτᾶ in marg. ex manu ead. αὐτῶν. *B.*
— 9.	l. 7 βάρεος	——	l. 5 βάρω	βάρεος. *D.*
——	l. 16 δίχα τέμνουσα	——	l. 9 τέμνουσα	δίχα τέμνουσα. *C. D.*
——	l. 28 Τὰ ἔν ΑΔΒ, ΒΔΓ	——	l. 21 desunt	τὰ ἄρα ΑΒΔ ΒΔΓ. *A. B.* τὰ δὲ ΑΒΔ ΒΔΓ. *C.* τὰ ἄρα ΔΒΔ. *D.*
——	l. 32 Καὶ τετμάδω δίχα ἃ ΔΒ κατὰ τὸ Θ,	——	l. 24 * *	desunt. *A. B. C. D.*
——	l. 38 ΑΒΔ	——	l. 29 * *	ΑΒΓ. *D.*
——	— ib. ΒΔΓ	——	l. 30 * *	ΑΔΓ. *D.*
——	l. 39 τᾶς ΑΒ	——	l. 31 * *	τᾶς μὲν ΑΒ. *B. C. D.*
——	l. 42 ΒΔΓ	——	l. 34 ΑΔΓ	ΒΔΓ. *B.*
——	l. 46 τὸ μέσον τᾶς ΕΖ τοθείσας· ὅπερ ἰσὶ	——	l. 36 * *	desunt. *D.*
— 10.	l. 6 σαμεῖα	——	l. 40 σαμεῖον	σαμεῖα. *A.*
——	l. 19 Μὴ γὰρ, ἀλλ', εἰ	— 109.	l. 2 * *	καὶ γὰρ ἄλλη. *D.*
——	l. 32 τὸ N σαμεῖον, ὅπερ	——	l. 8 * *	desunt. *B. C D.*
——	— ib. ὅπερ	——	— ib. * *	ἰσὶν ἄρα. *A.*
——	l. 37 βάσιν	——	l. 10 * *	τὰν βάσιν. *A. B. C. D.*
——	l. 38 ὁμοίως	——	l. 11 ὁμοίας	ὁμοίως. *C. D.*
— 11.	l. 2 κὴ γεγονίτω ὡς	——	l. 19 * *	καὶ πεποιήσθω. *A.* καὶ πεποιήσθω ως. *B. C.* πεποιηθω. *D.*
——	l. 7 AHB	——	l. 28 * *	AHB γωνία. *B. C. D.*
——	l. 19 ποτὶ	——	l. 34 * *	ποτὶ τᾶς. *C. D.*
——	l. 20 καὴ	——	— ib. * *	deest. *D.*
——	l. 31 δ' αὐτοῦ	——	l. 39 * *	διὰ τᾶ. *A. C. D.* διὰ τῦ Θ. *B.*
——	l. 32 Ἀεὶ δὴ	——	— ib. ἀ ἰδε	ἀεὶ δὴ. *C. D.*
——	l. 34 ΒΔ, ΔΓ	——	l. 40 * *	ΒΑ, ΑΓ. *B.*
——	l. 35 παρὰ τὰν ΑΔ	——	— ib. * *	calamo in transversum ducto deleta,
— 12.	l. 7 λόγος	——	l. 50 * *	deest. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 12. l. 7 λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῇ ὅλας τᾶς ΦΡ ποτὶ ΡΠ· διὰ τὸ ὅμοια εἶμεν τὰ τρίγωνα.	—109. l. 50 * *	μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἃ ΦΡ ποτὶ τὰ τρίγωνα. *A. D.*
—— l. 17 τι	—110. l. 4 τὸ	τὶ. *A. C. D.*
—— l. 29 ἢ ἀπολαφθείσας,	—— l. 20 * *	desunt. *D.*
—— l. 33 διὰ τᾶ Χ	—— l. 22 * *	δὴ τᾶ Χ. *A.*
—— l. 34 ἐπὶ τ' αὐτὰ πάντα ἐντὶ,	—— l. 23 * *	ex correctione in marg. ἐπὶ τὰ αὐτὰ πάντα πεσσεῖται ταυτὰ κέντρα. *B.*
—— l. 43 ὡς ἄρα	—57. l. 12 * *	ὥσπερ. *C.*
—13. l. 5 αὐτὰ	—— l. 20 * *	αὐτὰ τὰ. *C. D.*
—— i. 7 βάσεις. Ἀλλὰ	—— l. 21 * *	βάσεις, πρὸς ἄλλα. *A. D.*
—— l. 15 ἄρα	—— l. 25 * *	deest. *A.*
—— l. 17 τὰν	—— l. 26 * *	τᾶς. *A.*
—— l. 18 δῆλον ὅτι	—— l. 28 * *	δηλονότι. *C. D.*
—— l. 20 τῶν μὲν παραλληλογραμμῶν	—— l. 29 * *	τᾶ μὲν παραλληλογράμμα. *D.*
—— l. 27 αἱ ΕΔ, ΖΕ	—110. l. 27 * *	ΕΔ. *D.*
—— l. 28 παρὰ τὰν ΑΘ	—— – ib. * *	παρὰ τὰν ΑΔΒ ΑΘ. *C.*
—— l. 32 τὰν ΒΑ	—— l. 29 τὸν ΒΑ	τὰν ΒΑ. *B.*
—14. l. 8 διὰ τε	—111. l. 1 * *	δὶ διὰ τᾶ. *C.*
—— l. 12 Θ, Κ, Λ ἰν	—57. l. 30 ΘΜ ΑΕ	ΘΚ Λς, ΘΚ Λς. *D.*
—— l. 13 ΑΘ, ΕΚ, ΖΛ	—— – ib. ΑΘΕ ΚΖΛ	ΑΘΕ, ΚΖΥ. *D.*
—— l. 23 Ἔστι δὴ	—111. l. 5 εἰ δὴ	ἐστὶ δή. *B.*
—— l. 33 ἴσχει	—— l. 14 * *	ἴσχειν. *C. D.*
—— l. 34 τᾶ διπλασία	—— – ib. τᾶς διπλασίας	τὰ διπλασία. *B.*
—— l. 35 τᾶς μείζονος μετὰ	—— l. 15 * *	desunt. *D.*
—— l. 44 ΒΑΗ,	—— l. 19 * *	ΒΗ. *A.*
—15. l. 9 ἄκταν	—— l. 32 ἐκ τᾶς	ἄκται. *A. B. C. D.*
—— l. 10 τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ. Ὥστε τὸ Ε κέντρον τοῦ βάρεος	—— l. 33 * *	desunt. *C.*
—— l. 12 Διὰ ταῦτα δὴ	—— l. 36 * *	διὰ τὰ δή. *C.* διὰ τὰν αὐτὰ δή. *D.*
—— l. 15 τραπέζιον	—— l. 38 τραπεζίου	τὸ τραπέζιον. *B.* τετραπέζιον. *D.*
—— l. 17 καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τὸ βάρεος;	—— l. 39 * *	desunt. *C.*
—— l. 25 ποτὶ δύο τὰς ΑΔ,	—— l. 43 * *	ποτὶ τᾶς ΑΔ. *A.*
—— l. 28 τετέσθω	—— l. 45 * *	deest. *A. D.*
—— l. 39 τᾶς ΒΔ.	—57. l. 40 * *	desunt. *D.*
—— l. 44 τῶν πλευρῶν	—— l. 44 * *	τῆς πλευρᾶς. *D.*
—— – ib. ἐπιζευγνύμεναι	—— l. 45 ἐπιζευγνύμεναι	ἐπιζευγνύμεναι. *A. B. C.* ἐπιζευγύσαι. *D.*
—— l. 47 ΑΔ, ΒΔ,	—— l. 46 * *	ΑΔ, ΔΒ. *A.*
—— l. 49 βάσεις	—58. l. 1 βάσις	βάσεις
—16. l. 3 Ὥστε	—— l. 3 * *	ὥστε καὶ
—17. l. 1 ὃς	—127. l. 18 ὡς	ὅς. *B. C.*
—— l. 4 οἰκεῖον	—— l. 19 * *	deest. *C.*
—— – ib. ἐλυπήθημεν,	—— l. 20 ἐμπλήθημα	ἐλυπήθημεν. *B. C. D.*
—— l. 9 ὑφ' ἡμῶν	—— l. 23 ὑφ' ὑμῶν	ὑφ' ἡμῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ὑφ' ἡμῶν	—— l. 30 ὑφ' ὑμῶν	ὑφ' ἡμῶν. *A. B. C. D.*
—18. l. 15 προκειμένῳ	—— l. 40 * *	προειρημένῳ. *B. C. D.*
—— l. 17 τῶν ἄνευ τούτου	—— l. 41 τοῦ τούτου	τῶν ἄνευ τούτου τοῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 19 ἀναγομένων	—— l. 42 ἀναγμένου	ἀναγομένων. *B.*
—— – ib. ὑφ' ἡμῶν	—— – ib. * *	ὑφ' ἁμῶν. *A.*
—— l. 21 ἀποτέλλομεν	—— l. 43 ἀποτέλλομεν	ἀποτέλλομεν. *C. D.*
—— l. 27 ἃ ΑΒΓ, ἢ δὲ ἃ μὲν ΒΔ	—128. l. 1 ἃ ΒΓ, ἡ δὲ ἃ μὲν ΒΔ	ἐφ' ἃς ἃ ΑΒΓ. ἡ δὲ ΒΔ. *A. B. C.* ἐφ' ἃς ΑΒΓ. ἡ δὲ ΒΓ. *D.*
—— l. 29 ΑΔΓ	—— l. 3 * *	ΑΓ. *A.*
—— l. 32 κατὰ τὸ Β· ἐσσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι. Κ' ἂν ἴσα ἢ ἃ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅτι ΑΓ, καὶ ἃ καὶὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς	—— l. 5 καὶὰ τὸ Β, ἐσσοῦνται αἱ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι	ἴσα ἄρα ἃ ΑΔ τᾶ ΔΓ καὶ ἴσα ἃ ΑΔ παράλληλοι ἐσσοῦνται αἵτι ΑΓ καὶ ἃ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαι τᾶς τᾶ κώνα τομᾶς. *A. D.* et ἄρα mutato in ἴσαι. *C.* ἴσα ἴσαι ἃ ΑΔ τᾶ ΔΓ καὶ ἴση ἢ ἃ ΑΔ τᾶ ΔΓ παράλληλοι ἐσσοῦνται ἅτι ΑΓ καὶ ἃ καὶὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τᾶ κώνα τομᾶς. *B.*
—— l. 37 ἢ	—— l. 7 * *	deest. *C.*
—— l. 38 ΑΒΓ, ἢ δὲ ἃ ΒΔ	—— – ib. ΑΒ, ἢ δὲ ἃ ΒΔ	ΑΒΓ ἢ δὲ ἃ μὲν ΒΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 43 καὶ ἃ ΓΕ	—— l. 10 * *	ἃ δὲ ΕΓ. *A. B. C. D.*
—19. l. 1 ἢ	—— l. 13 * *	deest. *C.*
—— – ib. ΑΒΓ,	—— – ib. ΑΒ	ΑΒΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ἃ διάμετρος,	—— l. 14 τᾶ διαμέτρα	ἃ διάμετρος. *B.*
—— – ib. ἀχθῶσι	—— l. 15 * *	ἄχθωσαν. *C.*
—— l. 3 παρὰ τὰν	—— – ib. * *	desunt. *A. C. D.* παρὰ τὰν margine. *B.*
—— l. 4 κατὰ τὸ Β	—— l. 16 * *	ἐπιψαύουσαι. *B.* corr. marg. ἐπιψαύουσαν.
—— – ib. ἐπιψαύουσαν	—— – ib. * *	deest. *A. D.*
—— l. 6 μάκει	—— l. 17 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 7 ἕτως δυνάμει	—— – ib. * *	ex correctione μάκει. *B.*
—— l. 17 τέμνουσα	—— l. 24 τέμνουσαν	τέμνουσα. *A.*
	—— l. 25 δὴ τῶν non rep. in Ed. Ox.	διὰ τῶν. *A. C.* διὰ τὰν. *D.*
—— l. 21 Ἄχθω	—— l. 27 ἤχθω	ἄχθω. *C.*
—— l. 22 ΚΗ.	—— – ib. * *	ΚΙ
—— l. 23 τὰν	—— l. 28 * *	deest
—— l. 25 ΚΗ	—— l. 29 * *	ΚΙ. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει.	—— l. 31 * *	ΒΓ ΒΘ ΒΙ γραμμαὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ποτὶ τὰν ΔΖ, ἕτως ἃ ΘΖ	—— l. 33 * *	desunt. *A.* hiatus est lineæ dimidio æqualis. *B. C. D.*
—— l. 43 ἐν τῷ ΖΑΓ	—129. l. 1 * *	desunt. *D.*
	—— l. 2 ἀνάλογον non in Ed. Ox.	ἀνάλογον. *C. D.*
—20. l. 5 παρὰ τὰν	—— l. 4 * *	ποτὶ τὰν. *B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 20. l. 20 BE. Εἰ μὲν ἓν δίχα τέμνει ἃ ἀχθεῖσα τῶν	Pag. 129. l. 13 * *	deſunt. *D.*
—— 21. l. 3 ὡς νῦν κεῖται.	—— l. 31 * *	ὡς σύγκειται. *C.*
—— l. 5 ἰσσεῖται	—— l. 33 EK κὴ	ex κα ſine accentu. *A. C. D.*
—— l. 7 ἀγόμεναι	—— l. 36 * *	ἀγμέναι. *C.*
—— l. 8 καθέτοι	—— l. 39 * *	καθέτοις. *A. B. C. D.*
—— l. 9 διπλασίονα	—— l. 44 * *	διπλάσιον. *A.*
—— l. 10 εἶμεν	— ib. * *	ἄει μὲν. *A. D.*
—— l. 14 ἃ μὲν	—— l. 47 ὁ μὲν	μὲν. *C.*
—— l. 17 τριγώνιον,	— ib. * *	τρίγωνον. *A.*
—— l. 33 βάσιν	—— 130. l. 7 * *	βάσιν μὲν. *C. D.*
—— l. 37 χωρίον	—— l. 13 * *	deeſt. *C.*
—— l. 44 γάρ τι	—— l. 18 * *	γὰρ τοι. *B. C.*
—— 22. l. 32 κρεμάδω	—— l. 51 * *	κεκρεμάδω. *B. C. D.*
—— l. 34 τὰ Γ, E.	— ib. * *	ΓE. *C.* τὰ ΓE. *D.*
—— l. 35 κρεμάσθω	— ib. * *	κεκρεμάδω. *C. D.*
—— 23. l. 18 ἔχειν τὰν EH	—— 131. l. 20 * *	ὃν ἔχει τὰν EH. *A. D.* ὃν ἔχει ἀ EH. *B. C.*
—— l. 25 ἰσορροπήσει	—— l. 24 * *	ἰσορροπείτω. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἄρα λόγον ἔχει	—— l. 26 * *	λόγον ἔχοι. *C. D.*
—— l. 31 ἥπερ ποτὶ τὸ Λ· ἐπεὶ καὶ ἀ AB ποτὶ τὰν BE μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 27 * *	deſunt. *D.*
—— l. 31 λόγον ἔχει, ἥπερ	— ib. * *	λόγον ἔχον τὸ BΔHK τραπέζιον ποτὶ τὸ Z, ἥπερ. *A.*
—— l. 46 τὰ B, H,	—— l. 43 τὸ BH	τὰ BH. *B. C. D.*
—— l. 47 τὸ Z	— ib. τῶ Z	corr. τὸ Z. *B.*
—— 24. l. 2 τὸ Z	—— l. 44 * *	Z. *D.*
—— — ib. τᾧ Λ.	— ib. * *	αὐτᾧ Λ. *D.*
—— l. 19 τᾧ Λ	—— l. 50 * *	τᾧ μὲν Λ. *A. B. C. D.*
—— l. 26 τῷ Z,	—— 132. l. 5 * *	τᾶ Z. *C.* τὰ Z. *D.*
—— l. 44 ἰσορροπείτω	—— l. 26 ἰσορροπήτω	ἰσορροπείτω. *B. C. D.*
—— 25. l. 14 καθ' ἃ τέμνουσιν	—— l. 38 * *	κατατέμνουσιν. *C.*
—— l. 17 ΛZ, MH,	—— l. 40 * *	ΛZ MH. *A. D.*
—— l. 21 ἀ ΓB·	—— l. 42 ἡ AB	ἡ ABΓ. *B. C. D.*
—— l. 29 ζυγᾶ	—— l. 44 * *	τᾧ ζυγιᾧ. *A. D.* τᾧ ζυγᾧ. *B. C.*
—— l. 38 TH·	—— l. 45 ΘH	TH. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἀ ΓΔ,	—— l. 48 * *	deſunt. *A. D.*
—— 26. l. 4 ἔχουσα	—— l. 51 ἔχειν	ἔχοντϊ. *A. C. D.* ἴχουσα. *B.*
—— l. 16 ἔχον,	—— 133. l. 21 ἔχων	ἔχον. *B.*
—— l. 23 τὰ αὐτὰ	—— l. 29 * *	ταὔτα. *C.*
—— l. 27 μὲν	—— l. 30 * *	deeſt. *B.*
—— l. 29 τὸ δὲ N I τᾧ Ω,	—— l. 32 * *	deſunt. *D.*
—— l. 31 χωρίω. Ἔστι δὲ τὸ PXΨΩΔ	—— l. 33 * *	deſunt. *D.*
—— l. 36 τὸ δὲ ΘH τᾧ Ψ,	—— l. 35 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 45 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ	—— l. 41 ἐπὶ τὰ τῶ	ἐπὶ τῶ. *A. D.* ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῶ. *B.*
—— 27. l. 1 τὰν BΓ.	— ib. * *	τὰ BΓ. *D.*
—— l. 2 τὸ B·	—— l. 42 τῶ B	τὸ B. *B.*
—— l. 3 ἀπὸ τᾧ B ἀ BΔ. Καὶ	— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 13 ἴλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον· τῶν δὲ ZΦ, HΘ, IΠ, κὴ τᾧ ΓOI τρ γώνω	—— l. 47 * *	deſunt. *A. D.*
—— 28. l. 17 MΦ, NP, ΞΘ, ΠO.	—— 134. l. 40 MΦ NP ZΘ	MΦ NP ΞΘ ΠΣ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τρίγωνον, ἐλάσσονα ἐντὶ τοῦ τμάματος. Καὶ τῷ BΓE	—— l. 42 * *	deſunt. *D.*
—— l. 25 ΘO,	—— l. 43 * *	deſunt. *D.*
—— l. 26 γὰρ	—— l. 44 * *	deeſt. *A.*
—— l. 28 ΘP· κὴ τὸ XΞ ἴσον τῷ	— ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 39 μεῖζον ἢ	—— l. 48 * *	μεῖζον ὃν ἢ
—— 29. l. 10 τμάματος	—— 135. l. 11 * *	χωρίᾳ
—— — ib. ἴλασσον εἴη καὶ τὸ ΓBE τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων·	— ib. * *	deſunt. *A. D.*
—— — ib. εἴη καὶ	—— — ib. * *	εἴη ἂν καὶ. *B.*
—— l. 31 παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν BΓ· καὶ ἀ BΓ ἐστὶ	—— l. 27 * *	deſunt. *A.*
—— l. 34 τομᾶς	—— l. 28 τιμᾶς	τομᾶς. *A. B. C. D.*
—— 30. l. 1 δὲ	—— 136. l. 2 μὲν	abeſt. *D.*
—— — ib. τριπλάσιον· δῆλον	— ib. * *	τριπλάσιον ἐστὶ τᾧ δὲ BΘΓ τριῴγωνω τετραπλάσιον, δῆλον. *A. B. C. D.*
—— l. 2 BΘΓ τμᾶμα BΘΓ τριγώνω.	— ib. BΘΓ τμῆμα τῷ BΘΓ τριγώνου	BΘΓ τῷ BΔΓ τριγώνω. *A. C. D.*
—— l. 6 ἀπὸ τᾶς	—— l. 4 * *	ἀπὸ ἐπὶ τᾶς. *C.*
—— l. 7 ἀγομέναν	— ib. ἀπλομέναν	ἀγομέναν. *B.*
—— l. 16 εὐθείας κὴ	—— l. 14 εὐθείας	εὐθείας καὶ. *D.*
—— l. 23 παραλλήλος	—— l. 17 * *	παραλλήλοι
—— l. 29 ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι παρὰ τὰν διάμετρον, ἃ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιως, ἃ δὲ ἀπὸ μέσας τὰς ἡμισείας·	—— l. 20 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ἔστι μέντοι	—— l. 32 ἔσαι μὲν τοι	αἱ μὲν τῖ. *A. C. D.*
—— l. 44 ἴχοντι	— ib. * *	deeſt. *C.*
—— l. 45 ZΘ δυνάμει. Τετραπλασίων ἄρα ἐστὶ κὴ ἀ BΔ τᾶς BΘ μάκει. Φανερὸν	—— l. 33 * *	deſunt. *D.*
—— 31. l. 6 Ἔστω γὰρ τὸ ABΓ τμᾶμα,	—— l. 38 * *	deſunt. *D.*
—— l. 16 τῶν A, Γ	—— l. 48 * *	τας AΓ. *B.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 31. l. 19 τὸ ΑΒΓ	Pag. 136. l. 49 * *	ΑΒΓ. *C.*
—— l. 22 δεδειγμένα,	—— l. 50 * *	δεδειγμένα. *A.*
—— — ib. δῆλον ὅτι	—— — ib. * *	δηλονότι. *D.*
—— l. 23 περιλειπόμενα	—— l. 51 * *	περιεπόμενα. *A. D.*
—— 32. l. 1 τμάματος	—— 137. l. 17 * *	τῆ τμάματος. *A. C. D.*
—— l. 2 τριγωνον ἄρα τὸ ΑΖΒ	—— — ib. * *	τὸ δὲ ΑΖΒ τρίγωνον. *A. B. C. D.*
—— l. 10 ΑΖΒ	—— l. 21 * *	ΑΖΒ ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 12 τμᾶμα	—— — ib. * *	τμηματος. *C. D.*
—— l. 20 κώνῳ τομᾶς·	—— l. 28 τομᾶς	κώνῳ τομᾶς. *A.*
—— l. 21 ἐξῆς κείμενα	—— l. 29 * *	ἐξησκημένα. *D.*
—— l. 23 δὲ ἔστω τὸ Ζ	—— l. 30 * *	δὲ ἔστω τὸ ἡγεμένον τῆ ἑπομένῳ· μίγιστον δὲ ἔστω τὸ Ζ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 μεῖζόν	—— l. 33 μείζων	μειζον. *A. C. D.*
—— l. 34 δῆλον ὅτι	—— l. 38 * *	δῆλον ἔν. *A.*
—— l. 40 ἴσα ἐντὶ τῷ Θ·	—— l. 43 ἴσων ὄντων ΤΘ	ἴσων ὄντων τῶ Θ. *A. C. D.* ἴσα ἐντὶ τῶ Θ. *B.*
—— l. 42 τῷ Ι	—— — ib. τῶ ΗΩΙ	τῶ ϛΩΙ. *C. D.* τῶ Ι. *B.*
—— 33. l. 6 ἐξῆς κείμενα	—— l. 48 * *	ἐξησκημένα. *D.*
—— l. 44 μεῖζον,	—— 138. l. 25 * *	μειζον ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 46 ΑΔΒΕΓ	—— l. 27 ΑΔΕΒ	ΑΔΕΒΓ. *A. B. C. D.*
—— 34. l. 1 δὲ εἰς	—— l. 30 * *	δὲ κ᾽ εἰς. *A.*
—— l. 15 ἐστιν,	—— l. 49 * *	εἶναι. *A. D.*
—— l. 17 Κ	—— l. 51 * *	deeſt. *D.*
—— l. 26 τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων	—— 139. l. 4 τῶ μὲν ΖΗΘΙ χωρίω	τῶν μὲν ΖΗΘΙ χωρίων. *B. C.*
—— l. 28 μείζονι τοῦ Ι· δῆλον ὡς μείζονα ἐντὶ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τῆ τμάματος.	—— l. 5 * *	deſunt. *A. D.*
—— 35. l. 3 παραβαλεῖν,	—— 112. l. 2 * *	παραλαβεῖν. *D.*
—— l. 5 αὐτῶν	—— l. 3 * *	τῶν. *D.*
—— l. 7 διαιρέον	—— l. 5 διαιρέων	διαιρημενας ex corr. in marg. διαιρέοντα. *B.*
—— l. 8 τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν,	—— — ib. * *	τὰς ειρημένας εὐθείας. *B.*
—— — ib. αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως	—— l. 6 αὐτᾶς ἀντιπεπονθότων	αὐτᾶν αντιπεπονθότ. *B.*
—— l. 16 βάρεος	—— l. 7 * *	βώρεος ἔστω. *B. C. D.*
—— 36. l. 4 ΗΕ	—— l. 10 * *	ΗΘ. *B. C. D.*
—— — ib. ἴσα ἀ ΕΛ. Ἔστω καὶ	—— — ib. * *	ἴσα ἀ ΕΛ ἄρα κ᾽. *D.*
—— l. 7 Περιβεβλήσθω	—— l. 11 * *	παραβεβλήσθω. *B. C. D.*
—— — ib. παρὰ	—— l. 12 * *	περὶ. *A.*
—— l. 9 ΜΝ	—— — ib. * *	μὲν. *D.*
—— l. 17 ΘΚ,	—— l. 16 ΛΚ	ΘΚ. *A. C. D.*
—— l. 20 Καὶ τῆ	—— l. 18 Καὶ τῆ	ὥστε κ᾽ τῆ. *A.*
—— l. 25 εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέοντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι, κ᾽ ὕψος ἴσον· κ᾽	—— l. 20 et 21 * *	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 29 γνωρίμως	—— l. 23 * *	γνωϊσμῶς. *A.*
—— l. 32 κ᾽ τὰς ἐξῆς, παρὰ τὰν βάσιν ἐσσῆνται τῆ τμάματος.	—— l. 26 * *	deſunt. *C.*
—— l. 33 Καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τῆ τμάματος	—— l. 27 * *	deſunt. *D.*
—— l. 37 δὲ δεικτέον	—— l. 33 δέδεικται	δὲ δεικτέον. *A. B. C. D.*
—— l. 43 δοθεῖσαν	—— 58. l. 10 * *	δοθεῖσαν εὐθεῖαν. *A.*
—— 37. l. 10 Εἰ δὲ κ᾽	—— 112. l. 34 * *	εἰ καὶ. *A.* εἴκα καὶ. *D.*
—— l. 13 ἐπὶ τᾶς τῆ	—— l. 36 ἐπὶ τῆ	ἐπὶ τᾶς τῆ. *A.*
—— l. 17 τὸ	—— 113. l. 1 * *	τὸ δὲ. *C.*
—— l. 18 Διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἀ ΒΔ.	—— — ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 24 τραπεζείαν τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΛ· τῆ δὲ ΖΗΘΙ	—— l. 3 * *	deſunt. *A.*
—— l. 26 κέντρον ἐπὶ	—— l. 4 * *	κέντρον τῆ βαρέος ἐπὶ. *C.*
—— l. 33 ἀσαφές	—— 58. l. 19 * *	σαφ. *A.*
—— l. 35 παραβολῆς	—— l. 20 * *	περιβολῆς. *A.*
—— l. 41 ἀγομένην.	—— l. 24 ἀγομένη	ἀγομένην. *A. B. C.* deeſt. *D.*
—— l. 44 ΖΟ·	—— l. 26 * *	οὐκ. *A. B. C. D.*
—— l. 48 ἐφαπλόμεναι	—— l. 29 ἐφαπλόμεναι	ἐφαπλόμεναι. *B. C. D.*
—— 38. l. 1 ϛ′	—— l. 31 * *	καὶ. *D.*
—— l. 3 πρὸς	—— l. 32 * *	deeſt. *A.*
—— l. 5 Ἴση ἄρα κ᾽	—— l. 33 * *	ἴση ἄρα ἔν. *A.*
—— l. 6 τῆ ΚΓ ἴση ἐστί. Ἴση δὲ ὅλη ἡ ΑΔ τῆ ΔΓ· ἴση ἄρα κ᾽ ἡ ΔΘ τῆ ΔΚ·	—— — ib. * *	deſunt. *C.*
—— l. 11 ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ·	—— l. 37 * *	αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *D.*
—— l. 13 παρὰ	—— l. 38 * *	περὶ. *C. D.*
—— l. 15 ᾧ Τ,ΑΦ, κ᾽ Π,Δϛ.	—— l. 39 ϖ,β,γ,δ,ε,ϛ,ϛ′	ϖ,β,γ,δ,ε,ϛ,ϛ′. *B.* Π,Β,Γ,Δ,Εϛ ϛ. *C.* Π,β,γ,δ,ε,ϛ ϛ. *D.*
—— l. 19 ἡ Β,Α,	—— l. 41 * *	ἡ ΒΔ. *B. C. D.*
—— l. 24 πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΛ,	—— 59. l. 3 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 Τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΛ τῆ ἀπὸ Τ,Α.	—— l. 7 * *	διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΤΑ. *D.*
—— 39. l. 2 ἡ ΣΔ τριῶν,	—— l. 10 * *	deſunt. *D.*
—— l. 3 κ᾽ οἵων ἄρα ἡ ΔΒ δεκαεξ, ἡ Β,Δ ἐννέα,	—— l. 11 * *	deſunt. *B.*
—— l. 11 ἐξῆς ἀριθμὲς τέμνονται.	—— l. 16 ἐξῆς ἀριθμὲς,*	ἐξῆς κειμένες ἀριθμὲς. *A.* ἐξῆς κειμένες ἀϊθμὲς. *B. C.* ἐξησκημένες ἀριθμὲς. *D.*
—— l. 14 ΑΠΕΤΒΧΖϛΓ	—— l. 18 * *	ἀπὸ ΓΒΑΖϛΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἴσον.	—— 113. l. 10 ἴσων	ἴσον. *B. C. D.*
—— l. 36 περισσοὺς λόγους· καὶ ΡΟ, ὁμοίως·	—— l. 17 * *	περισσῶν λόγως καὶ ΠΡΟ. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 39. l. 41 ἐξῆνται.	Pag. 113. l. 25 * *	ἐξῆντϊ. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἐπεὶ	—— l. 29 ἐπὶ	καὶ. *D.*
—— l. 47 ΛΜ, Ωϛ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ	—— l. 33 * *	ΜΝ ϛΤ δὲ κῷ τῶν ἡ ΒΘΧΟΨ τριγώνων τὰ. *A. D.*
—— – ib. ΛΜ, Ωϛ. Καὶ ἐν τοῖς ΖΘ, ΥΨ τραπεζίοις τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἰσοῦσθαι ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ϛΨ. Ἔσαι	—— – ib. * *	ΜΝ, ϛΤ. ἔσαι. *B. C.*
—— 40. l. 1 αὐτὸν	—— l. 36 * *	τὸν αὐτὸν. *C.*
—— l. 3 γεγραμμένῳ τὸ κέντρον	—— l. 37 * *	ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον. *B.* ἐγγεγραμμένου τὸ Ο κέντρον. *C. D.*
—— l. 11 ταῖς κορυφαῖς	—— 59. l. 21 * *	πρὸς ταῖς κορυφαῖς. *C. D.*
—— l. 12 ὅτι	—— l. 22 * *	deeſt. *A.*
—— l. 18 καὶ	—— 113. l. 40 * *	τι καὶ. *D.*
—— l. 43 Ἀλλ' ἔστι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ,	—— l. 49 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἐγγεγραμμένον	—— l. 50 * *	ἐγγεγραμμένον ἄρα. *C. D.*
—— l. 48 τῷ ἐγγεγραμμένῳ	—— l. 51 * *	τὸν τῷ εὐθυγράμμῳ. *A. B. C. D.*
—— 41. l. 2 λοιπῷ	—— 114. l. 3 * *	λοιπὸν. *B. C. D.*
—— l. 7 εἴη	—— l. 16 * *	εἴη ἄν. *B.*
—— l. 15 δεκάτῳ	—— 60. l. 4 * *	δευτέρῳ. *B. C. D.*
—— l. 16 τῶν	—— l. 5 * *	τῷ. *A.*
—— l. 19 τὸ	—— 114. l. 21 * *	deeſt. *C. D.*
—— l. 21 εὐθυγραμμῳ	—— l. 22 εὐθύγραμμον	εὐθυγράμμῳ. *B.*
—— l. 23 ἐγγεγράφθω	—— l. 23 * *	γεγράφθω. *D.*
—— l. 25 τὰν ΒΕ	—— l. 24 * *	ἀ ΒΕ. *A.*
—— l. 38 ἀ ΘΙ.	—— l. 39 ἀ ΘΙ, ΖΗ	ἀ ΘΙ. *C. D.*
—— l. 39 κῷ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΝ ἀ ΝΗ,	—— – ib. * *	deſunt.
—— l. 40 τοῦ	—— l. 40 * *	deeſt. *C.*
—— l. 45 Ε	—— l. 42 * *	deeſt. *C. D.*
—— 42. l. 3 ΚΑ	—— l. 44 * *	κα. *C. D.*
—— l. 11 ὅλῳ	—— l. 48 * *	deeſt. *B.*
—— l. 13 ΑΚΒ	—— l. 49 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 17 κῷ ἐπιζεύχθω τὰ Θ, Μ, Ι, Ν. Ἴσα ἄρα ἐστὶν ἀ ΘΧ τᾷ ΧΜ, ἀ δὲ ΙΤ τᾷ ΤΝ. Ἀλλὰ κῷ τριπλῶν τῷ ΑΚΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΑΓ· τμᾶμα δὲ τὸ ΑΚΒ τμάματι τῷ ΒΑΓ. Δεδεικται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων.	—— l. 51 * * ad l. 2 pag. ſeq.	
—— l. 27 ὧν	—— 115. l. 2 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ΑΒΓ	—— l. 10 * *	δε. *A. B. C. D.*
—— l. 43 τρίσιον ποὶ τὰ ΚΑΒ, ΛΒΓ	—— l. 22 * *	ΑΒΓ τριγώνῳ. *A. B. C. D.*
—— l. 44 τὰ τμάματα·	—— – ib. τμάματα	deſunt. *D.*
—— l. 49 ἐπεὶ	—— 60. l. 6 * *	τὰ τμάματα. *A. B. C. D.*
—— 43. l. 4 παραβολῆς,	—— l. 9 * *	ἐπὶ. *D.*
—— l. 10 ὅσα	—— l. 14 * *	περϊβολῆς. *A.*
—— l. 26 Ἐπεὶ	—— l. 19 ἐπὶ	deeſt. *B.*
—— l. 31 κέντρον	—— l. 22 * *	ἐπεὶ. *B. D.*
—— l. 34 ἐς τὸ	—— 115. l. 26 * *	τὸ κέντρον. *B.*
—— l. 36 εὐθείαν	—— l. 27 * *	ἐστὶ. *A. D.*
—— l. 37 εἶμεν πάσας τᾶς	—— l. 28 εἶμεν τᾶς	εὐθείας αν. *A.*
—— 44. l. 15 περιλειπόμενα	—— l. 47 * *	εἶμεν πάσας τᾶς. *A. B. C. D.*
—— l. 16 ἄλλαν	—— – ib. * *	τὰ περϊλειπόμενα. *B. C. D.*
—— – ib. ἴσαι μείζων τᾶς ΒΘ. Καὶ ἴσω ἀ ΘΗ.	—— l. 48 * *	ἄλλα. *D.*
—— l. 18 εὐθυγράμμῳ δὲ τῷ ΑΚΒΛΓ τὸ Ε,	—— l. 49 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ἰσσῷντι	—— 116. l. 2 ἐστὶ τὴν.	deſunt. *A. B. C. D.* ἡ ἔστιν. *A.* ης την ſine accentu. *B.* εἰς τὴν margine ἴσως. ἴσην. *C.* ἤστην. *D.*
—— l. 27 Ζ. Ἔδει	—— l. 3 * *	Ζ. δεῖ. *C.* ΤΕ δεῖ. *D.*
—— l, 40 κώνῳ	—— l. 4 * *	deeſt. *D.*
—— 45. l. 13 εὐθυγράμμῳ	—— l. 21 * *	deeſt. *D.*
—— l. 21 γνωρίμως·	—— l. 27 * *	γνώριμον. *C.*
—— l. 24 ἀ ΒΚ	—— l. 31 ἀ Β.	ἀ ΒΚ. *A. B. D.*
—— l. 29 ΑΒΓ	—— 60. l. 34 ΑΒ.	ΑΒΓ. *A.*
—— – ib. γνωρίμως ἰσοπληθεὶς εἶμεν ταῖς ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένου	—— – ib. * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 34 κέντρον	—— 116. l. 32 * *	τὸ κέντρον. *D.*
—— l. 38 οἷον	—— l. 34 * *	ὅμοιον. *A. B. D.*
—— l. 43 ΑΒ, ΒΓ, κατὰ τὰ Ζ, Η· κῷ ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΒΔ αἱ ΚΖ, ΗΛ·	—— l. 46 * *	ΒΑ ΑΓ κῷ ἄχθων αἱ ΚΖΗ. *A. C. D.* ΒΑ ΑΓ κῷ ἄχθωσαν ἀ ΓΚΖΛΗ. *B.*
—— 46. l. 5 τμαμάτων	—— l. 50 * *	τῶν τμαμάτων. *A. B. C. D.*
—— l. 9 τὰν ΚΖ,	—— 117. l. 1 * *	τᾶς ΚΖ. *A. C. D.*
—— – ib. ἅτως ἀ ΘΔ ποτὶ τὰν ΜΖ. Ἀ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ.	—— – ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 2 ὁ Θ	ὁ ἡλϊος. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τριπλᾶ	—— l. 4 * *	τριπλασία. *C.*
—— l. 23 γὰρ	—— l. 5 τῶς	γὰρ. *A. B. C. D.* In ſchemate, quod ad Propoſitionem hanc pertinet, Θ et Χ mutuo mutantur. *C. D.*
—— l. 41 Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.	—— l. 15 deſunt	οι :. *A.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 46. l. 50 κ᾽ δίχα τεμηθῶ ἡ ΑΒ καὶ ἀ τὸ Ζ, κ᾽ διὰ τ᾽ Ζ	Pag. 60. l. 41 * *	καὶ διὰ τοῦ Ζ δίχα τετμήθω ἡ ΑΒ κατὰ τοῦ Ζ. *A. D.*
—— 47. l. 3 παρατεταγμένως	—— l. 43 * *	περὶ τεταγμένως. *A.*
—— l. 25 Τριπλῆ	—— 61. l. 18 * *	διπλῆ. *A. D.*
—— — ib. Τριπλῆ δὲ ἡ ΒΣ τῆς ΣΞ· οἱῶν ἄρα ἡ ΒΣ τριῶν,	—— — ib. * *	desunt. *C.*
—— l. 35 ΕΔ τριπλασία ἀ ΒΔ.	—— l. 24 ΕΔ τριπλασία	ΒΔ τριπλασία ἡ ΔΒ. *A.* τριπλασία ἡ ΔΒ. *B. C. D.*
—— l. 38 τοιούτω	—— l. 26 * *	τοιούτων. *B. D*
—— l. 43 συνεχεῖ	—— 117. l. 16 * *	σύνεχία. *A. D.*
—— l. 46 ἃ	—— l. 18 ἅς	ἃ. *B.*
—— l. 47 τᾶν ἀνάλογον	—— — ib. τᾶς ἀνὰ λόγον	τᾶν ἀνάλογον. *B. C. D.*
—— l. 48 τᾶν ἀναλόγον.	—— l. 19 τᾶς ἀνὰ λόγον	τᾶν ἀναλογίαν. *A. B. C. D.*
—— 48. l. 11 ἀ ΖΘ	—— l. 27 * *	τὰ ΑΖΘ. *B. C. D.*
—— l. 17 κ᾽ αἱ ΑΓ, ΓΔ,	—— l. 28 * *	desunt. *A.*
—— l. 19 τὰν ΒΔ	—— l. 29 * *	τὰν Β τᾶς ΒΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ποτὶ τὰν ΕΒ·	—— l. 30 * *	desunt. *D.*
—— l. 24 τὰν ΒΕ.	—— l. 32 * *	τὰ ΒΕ. *D.*
—— l. 25 τᾶς ΑΒ,	—— — ib. * *	τᾶς Β. *C. D.*
—— l. 29 Ἔξει ἦν	—— l. 35 * *	desunt. *D.*
—— l. 30 ΟΑ	—— — ib. * *	ΘΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 31 κ᾽ δ᾽ τᾶς ΓΒ,	—— l. 36 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐντεταραγμένα	—— l. 40 ἐντεταραγμένων	ἐντεταραγμένα. *B. C. D.*
—— l. 40 ΟΑ	—— l. 41 * *	Α. *A. C. D.*
—— — ib. πενταπλασία	—— — ib. * *	τέτραπλασία πεντάπλασία. *A.* ΔΕ. *B. C. D.*
—— l. 42 ἕκτε τᾶς διπλασίας	—— l. 42 * *	ἕκτε τᾶ. *D.*
—— l. 44 Ἀλλ᾽ ἀ	—— l. 43 * *	ἀλλὰ. *C. D.*
—— l. 48 ΓΒ, ΒΔ.	—— 118. l. 2 * *	ΓΒ ΕΔ. *C.*
—— l. 49 ΑΟ	—— l. 3 ΑΟΕ	ΑΟ ἄρα. *A. B. C.*
—— — ib. ΑΟ ποτὶ ΗΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο.	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— 49. l. 1 ΟΔ	—— — ib. * *	ΘΔ. *A. C. D.*
—— l. 3 τᾷ συγκειμένᾳ	—— l. 4 * *	τὰν σύγκειμέναν. *A. C. D.*
—— l. 5 ΑΔ	—— l. 5 * *	ΔΒ. *B. C. D.*
—— l. 7 ΒΔ.	—— l. 7 * *	ΗΒΔ. *B. C. D.*
—— l. 8 τῶν λόγων	—— — ib. τὸν λόγον	τῶν λόγων. *C.*
—— l. 9 ΟΔ	—— l. 8 * *	ΘΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 10 τᾶς ΑΒ, μετὰ	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 13 ΕΟ	—— l. 10 * *	ΘΕ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἔτως	—— — ib. * *	ως. *B. C. D.*
—— l. 19 ἀ β᾽	—— l. 12 * *	ΑΒ. *C. D.*
—— l. 20 ἀ γ᾽	—— l. 13 * *	Γ. *B. C. D.*
—— l. 24 ΕΟ	—— l. 15 * *	ΕΘ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τᾶς γ᾽	—— l. 16 * *	desunt. *B. C. D.*
—— l. 26 τᾶς δ᾽	—— — ib. * *	τᾶς Α. *C.*
—— l. 27 ΟΒ	—— l. 17 * *	ΕΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ποτὶ τὰν ΕΒ	—— — ib. * *	πρὸς Β. *B. C. D.*
—— l. 32 ἰκάτα	—— l. 20 * *	ἰκάτω. *D.*
—— l. 33 ΓΒ, ΓΑ·	—— — ib. ΓΔ, ΓΑ.	ΓΒ ΒΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 36 ὡς	—— l. 22 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 39 συναμφοτέρᾳ	—— l. 23 συναμφοτέρης	συναμφοτέρᾳ. *C. D.*
—— l. 40 ΒΔ, ΒΑ,	—— l. 24 * *	ΒΔ, ΔΑ. *B. C. D.*
—— l. 43 μετὰ τᾶς δ᾽ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ, ποτὶ τὰν β᾽ συναμφοτέρᾳ τᾶς ΑΒΔ,	—— l. 25 * *	repetuntur hæc verba. *A. C. D.*
—— l. 45 τᾶς ΓΒ. Ὥστε ἀ ΕΑ	—— l. 26 * *	τᾶς ΓΕ ὥς τι κ᾽ ὡς ἀ ΕΑ. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἀ συγκειμένα	—— l. 27 * *	συγκείμενα. *D.*
—— l. 47 ἕκτε τᾶς β᾽	—— — ib. ἕκτε τᾶς	ἕκτε τᾶς Β. *A. B. C. D.*
—— 50. l. 7 δὲ ὡς ΟΒ	—— l. 32 * *	δὲ καὶ ὡς ἀ ΑΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 11 ὡς ἀ ΟΒ ποτὶ ΖΗ,	—— l. 33 ὡς ἀ ΟΒ	ὡς ἀ ΕΒ ποτὶ ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 16 κ᾽ γ᾽	—— l. 36 * *	καὶ ἐκ τᾶ. *A.*
—— l. 17 κ᾽ δ᾽ τᾶς ΓΒ,	—— l. 37 τᾶς ΓΒ	καὶ Δ τᾶς ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 20 κ᾽ ἀ ΑΟ	—— l. 38 * *	καὶ ἀ Α. *A. C. D.*
—— l. 21 ΒΑ	—— l. 39 * *	ΒΘ. *C. D.*
—— l. 23 ΑΒ.	—— l. 40 * *	ΔΒ. *C. D.*
—— l. 29 πρώτοις	—— 61. l. 32 * *	deest. *D.*
—— l. 30 ἔτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸς ἑπόμενον.	—— — ib. * *	desunt. *A. D.*
—— l. 31 Ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΑΓ, ΓΔ, τετράγωνον ἡ ΑΔ, πρὸς ΔΕ, ἔτως συναμφότερος ἡ ΑΒ, ΓΒ πρὸς ΔΒ.	—— l. 33 * *	desunt. *C.*
—— l. 32 ΑΒ, ΓΒ	—— l. 34 * *	ΑΓ, ΓΒ. *B. D.*
—— l. 33 ΑΒ, ΓΒ	—— — ib. * *	ΑΓ, ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 39 πρότερον	—— l. 38 * *	πρότερα. *A. D.*
—— l. 42 ἅπαντα	—— l. 40 * *	ἔτως ἅπαντα. *D.*
—— 51. l. 3 ΓΒ,	—— l. 45 * *	ΓΔ. *B. C. D.*
—— l. 4 β᾽	—— — ib. * *	Δ. *B.*
—— l. 5 ΓΒ,	—— l. 46 * *	Γς. *D.*
—— l. 6 ΒΔ,	—— l. 47 * *	ΔΕ. *B. D.* ΑΕ. *C.*
—— l. 19 αὐτὸν	—— 62. l. 5 * *	αὐτὸν λόγον. *D.*
—— l. 31 δὶς δὲ ἐν τοῖς δευτέροις·	—— l. 12 * *	desunt. *D.*
—— l. 32 ἡ	—— l. 13 * *	deest. *D.*
—— — ib. τρὶς	—— — ib. * *	τρίτον. *C. D.*
—— l. 35 ἑ	—— l. 15 * *	deest. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 51. l. 35 ΓΒ, ΒΔ,	Pag. 62. l. 15 * *	ΓΔ, ΒΔ. *C. D.*
—— l. 37 ἐστι	—— l. 16 * *	ἡ. *D.*
—— l. 42 ἐστιν	—— l. 19 * *	deest. *D.*
—— l. 44 μεγέθεσιν,	—— l. 20 * *	μεγέθεων. *D.*
—— l. 47 δ′	—— l. 22 * *	deest. *D.*
—— – ib. ΓΒ, ΔΒ· ὡς	—— – ib. ΓΒ, ΔΒ ὥς τε	ΓΒ ΒΑ ὡς δὲ. *C. D.*
—— l. 50 ι′	—— l. 24 * *	ἡ. *D.*
—— – ib. ΓΒ, ΒΔ,	—— – ib. * *	ΓΒ. *D.*
—— 52. l. 1 καὶ τὰ δίκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο·	—— l. 28 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 7 ὅτι ἡ	—— l. 31 * *	ὅτι τι. *A.*
—— l. 10 μετὰ τῆς	—— l. 33 μετὰ τὴν	μετὰ τῆς. *A. B. C. D.*
—— l. 11 ἡ ΑΛ πρὸς ἄλλοτι τὴν ΔΕ, ὅτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν	—— l. 34 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 15 τεταραγμένης ὅσης	—— l. 36 * *	τεταραγμένης ης ασης. *B.* τεταραγμένης ῆς ὅσης. *C.* τεταγμένης ῆς. *D.*
—— l. 22 ἀναγρέψαντι,	—— l. 41 * *	ἀναγρέψαντες. *D.*
—— l. 33 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρου	—— l. 47 * *	desunt. *D.*
—— l. 37 ΓΒ,	—— l. 49 * *	desunt. *D.*
—— l. 39 Ἔστι δὲ καὶ	—— l. 51 * *	ἐστὶ δὲ ἢν. *A.*
—— l. 44 ΕΒ. Τὰ γδ	—— 63. l. 2 * *	ΕΒ· ᾗ ὡς ἄρα ἡ Γ τῆς ΔΒ, ὅτως ἡ Β τῆς δὲ πρὸς τὴν Β τῆς ΕΒ. τὰ γὰρ. *D.*
—— – ib. πολλαπλασίοις	—— l. 3 * *	πυλλαπλάσια. *A.*
—— l. 47 τῆς γ′	—— l. 4 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 49 τῆς ΕΒ.	—— l. 5 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 51 μεγέθεσιν ἡ	—— l. 7 * *	μεγέθεσιν ἡγέμενον ἡ. *B. C. D.*
—— l. 52 καὶ β′ τῆς ΒΕ,	—— – ib. * *	desunt. *A. D.*
—— 53. l. 1 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρᾳ	—— l. 8 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 8 ΓΔ, καὶ ἡ β′	—— l. 12 * *	ΒΔ καὶ ἡ Δ. *D.*
—— l. 10 πρὸς ΒΕ,	—— l. 13 * *	desunt. *D.*
—— l. 12 ΓΒΔ,	—— l. 15 * *	ΑΒΔ. *A.*
—— l. 15 τῆς ΑΒ, ΒΕ, καὶ δ′ συναμφοτέρᾳ	—— l. 17 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 μίαν,	—— l. 19 * *	μία. *A.*
—— l. 20 ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς δ′	—— – ib. * *	ἀφαιρεθεῖσα ἡ Δ. *A. B. C. D.*
—— – ib. γίνεται	—— – ib. * *	γὰρ. *C. D.*
—— l. 22 ἀπὸ τ῀ δ′ τῆς ΔΒ γ′,	—— l. 21 απο της ΔΒ, Γ	ἀπὸ τῆς Α τῆς ΔΒΓ. *A. B. D.* ἀπὺ τῆς Α τῆς ΑΒΓ. *C.*
—— l. 24 οὖν	—— l. 22 * *	ὧν καὶ. *A.*
—— l. 26 γ′	—— l. 23 * *	ἡ Γ. *A.*
—— l. 28 ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ	—— l. 24 * *	ΕΔ ΔΙ. *B. C. D.*
—— l. 40 ΔΒΓ	—— l. 32 * *	ΔΒΙ. *D.*
—— l. 41 ΑΒΔ, καὶ δὶς τῇ ΓΒ,	—— – ib. * *	ΒΔΑ καὶ δὶς τῇ ΑΓ. *B. C. D.*
—— l. 42 ἐστὶν	—— l. 33 * *	εἶναι. *A. D.*
—— l. 43 β′	—— – ib. * *	deest. *A.*
—— l. 47 τῆς ΕΒΑ, μετὰ τῆς δ′ συναμφοτέρᾳ	—— l. 36 * *	desunt. *D.*
—— 54. l. 6 μετὰ	—— l. 43 καὶ μετὰ	μετὰ. *D.*
—— l. 7 ΓΒ, πρὸς ἑπόμενον, τὴν β′ συναμφοτέρᾳ τῆς	—— l. 44 ΓΒ προς την β συναμφοτερου της	desunt. *D.*
—— – ib. δ′	—— – ib. * *	deest. *A. D.*
—— l. 9 τὴν ΖΗ,	—— l. 45 * *	τὰ τρία πέμπλα τῆς ΖΗ. *A. B. C. D.*
—— – ib. τῆς ΑΒΕ, καὶ ἡ δ′ συναμφοτέρᾳ	—— – ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 10 τῆς ΓΒΔ	—— l. 46 * *	τῆς ΔΕΓ. *B. C. D.*
—— l. 12 τεταγμένης	—— l. 47 * *	τεταραγμένης. *C. D.*
—— l. 13 ΟΒ	—— – ib. * *	ἡ ΕΒ. *A. C. D.*
—— l. 14 καὶ ς′ τ῀ ΓΒ, πρὸς τὰ τρία πέμπλα τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β συναμφοτέρου τ῀ ΑΒΔ,	—— l. 48 * *	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 16 δ′	—— l. 49 * *	deest. *D.*
—— – ib. Ἡ δὲ	—— – ib. ἡ ΔΕ a "καὶ ς" l. 50. ad "ΑΒΔ" l. 51.	ἡ δὲ. *C. D.* repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 25 Ἑκάτερον γδ ἑκατέρᾳ	—— 64. l. 3 * *	ἑκατὸν γὰρ ἑκάτερος. *A. B. C. D.*
—— l. 26 Καί	—— l. 4 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— – ib. δεκαοκτώ.	—— – ib. * *	δὲ καὶ ὀκτὼ. *A. B. C. D.*
—— l. 34 ἡ μὲν	—— l. 6 * *	ἡμῖν. *A.*
—— l. 39 κείμενον,	—— 118. l. 42 * *	κειμένη. *B.*
—— l. 43 ἔχειν	—— l. 44 ἔχει	ἔχειν. *C. D.*
—— l. 44 ἡμίσεις	—— l. 45 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ὕψος δὲ τὰν ἴσαν συναμφοτέρα, τᾶτε διπλασία· τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων, καὶ τᾷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν, τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσους τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσιων τῦ τόμυ,	—— – ib. * *	desunt. *C.*
—— l. 46 τᾷ μείζονι,	—— l. 46 τὸ μείζονι	τω μειζονι. *B. D.*
—— l. 48 ἡμίσεις	—— l. 47 * *	deest. *B. D.*
—— l. 49 ἀμφοτέραις,	—— – ib. ἀμφοτέρας	ἀμφοτέρα. *B.* σὺναμφοτέρας. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 55. l. 2 Διάμετρος δὲ	Pag. 118. l. 49 * *	deſunt. *D.*
—— l. 3 ΑΔΕΓ τόμῳ διάμετρός ἐστιν ἀ ΗΖ· ἡ αἱ μὲν	—— – ib. * * "τόμῳ" excepto	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 8 διαιρεθείσας	—— l. 51 * *	deeſt. *D.*
—— l. 14 ἔχον	—119. l. 1 ἔχων	ἔχον. *A. B. C. D.*
—— – ib. τᾶς ΑΖ	—— – ib. τῶν ΑΖ	τῆς ΑΖ. *B.* τῆς ΑΖ. *C. D.*
—— l. 15 τεκράγωνον,	—— – ib. τετραγώνων	τετράγωνον. *B. C.*
—— l. 16 ΔΗ,	—— l. 2 * *	ΖΗ. *C. D.*
—— l. 17 ἔχον	—— – ib. ἔχων	ἔχον. *A. B. C.*
—— l. 22 μέσα	—— l. 12 μετὰ	μέσα. *B. C. D.*
—— l. 24 ΤΜ	—— l. 15 * *	ἡ ΤΜ. *B. C D.*
—— l. 25 ὅπου ἂν ἔρχηται τὸ ἕτερον σαμεῖον·	—— l. 17 * *	ὅπερ ἐὰν ἔρχηται τὸ ϛερεὸν. *A. D.* et cum "ὅπϖ." *C.*
—— l. 26 εἴτε ἡ μεταξὺ τῶν Ζ, Η,	—— l. 19 * *	deſunt. *D.*
—— l. 28 δὲ ἤτοι ἀρχά	—— l. 20 * *	ἤτοι ἀρχϊκὴ. *A. B. C. D.*
—— l. 30 τεταγμένως	—— l. 21 τεταγμέναι	τεταγμένως. *B. C. D.*
—— l. 32 ἐφαπτομένα.	—— l. 22 * *	ἐφαπτόμεναι. *D.*
—— l. 33 τουτέστιν ἀ ΜΝ ϖοτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἀ ΜΝ ϖοτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἀ ΜΝ ϖοτὶ ΝΞ δυνάμει. Καὶ ὡς	—— l. 23 * *	τυτέστιν ἀ ΜΝΧ ϖοτὶ ΝΞ δυνάμει ἡ ὡς. *A.*
—— l. 34 ΜΝ ϖοτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἀ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἀ ΜΝ	—— – ib. * *	deſunt. *B. C. D.*
—56. l. 2 ϖοτὶ τὸν ἀϖὸ ΑΖ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἀ β̄ τᾶς ΔΗ, μετὰ τᾶς ΑΖ	—— l. 31 * *	deſunt. *D.*
—— l. 4 ϖοτὶ ΝΜ·	—— l. 32 * *	deſunt. *D.*
—— l. 8 τᾶς διπλασίας	—— l. 34 * *	deſunt. *A. B. D.* διπλασίας. ſolum. *C.*
—— l. 10 ἕκλε τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ· ὥς τε καὶ ἀ ΤΝ ποτὶ τὰν συϫειμέναν	—— l. 35 * *	deſunt. *C.*
—— – ib. τᾶς διπλασίας	—— – ib. * *	deſunt. *A. B. D.*
—— l. 15 καὶ ὁ ἀϖὸ ΑΖ	—— l. 38 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 20 τᾶς ΝΞ, καὶ	—— l. 41 * *	deſunt. *D.*
—— l. 21 καὶ ἑτέρῳ	—— – ib. καὶ ἑτέρῳ	καὶ τῷ ἑτέρῳ. *A.*
—— l. 23 β̄	—— l. 42 * *	ΒΚ. *A.*
—— – ib. γίνηται,	—— – ib. * *	γενήσεται. *A. B. C. D.*
—— l. 28 τᾶς ΑΖ, ἡ τᾶς ΔΗ, ἕτως ἀ συγκειμένα ἕκτε τᾶς β̄	—— l. 45 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἕτως ἀ	—— l. 48 ἕτος ἡ	deſunt. *D.*
—— l. 35 πενταπλᾶ	—— l. 49 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 37 τὰν ΝΤ,	—— l. 50 * *	ΝΤ. *C. D.*
—— l. 42 οὖν	—120. l. 2 * *	δὴ. *C.*
—57. l. 24 ΡΙ. Καί ἐστι μὲν τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον	—— l. 15 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ἐφαπτομένη	—64. l. 10 * *	ἐφαπτόμενοι. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ΒΖ.	—— l. 12 * *	ΒΖΗ. *D.*
—— l. 42 ϖρὸς τὸ τμῆμα,	—— l. 16 * *	deſunt. *D.*
—— l. 43 ἥμισυ	—— l. 17 * *	ἡμίση. *A. B. C. D.*
—58. l. 2 ϖαραλληλογράμματα	—— l. 18 * *	ϖαραλληλόγραμμα τὰ. *C. D.*
—— l. 6 ϖρὸς τὸ τμῆμα	—— l. 21 * *	deſunt. *D.*
—— l. 8 Ὁ γὰρ τῆς ΖΒ ϖρὸς ΒΗ	—— l. 22 * *	deſunt. *D.*
—— l. 16 μὲν	—— l. 27 * *	deeſt. *D.*
—— l. 21 ϖρὸς ΝΜ.	—— l. 30 * *	ϖρὸς . . . μ. *A.*
—— l. 23 ϖρὸς ΝΜ,	—— l. 31 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 24 ϖρὸς ΑΖ.	—— – ib. * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 25 ὅτε ἀϖὸ ΜΝ	—— l. 32 * *	ὃ ἀϖὸ ΛΝ. *A.*
—— l. 29 ϖρὸς τὸ ἀϖὸ τῆς δευτέρας ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.	—— l. 34 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 30 Ὡς δὲ	—— l. 35 ὥς τε	ὡς δὲ. *B. C. D.*
—— l. 32 οὕτως ἀ ΔΗ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς β̄ τᾶς ΑΖ, καὶ τᾶς ΔΗ.	—— l. 36 * *	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 40 ΔΗ,	—— l. 40 * *	ΑΖ. *B. C. D.*
—— l. 41 ϖρῶτον,	—— l. 41 * *	ϖρῶτον μὲν. *B. C. D.*
—— l. 43 β̄ τῆς	—— l. 42 * *	deſunt. *D.*
—— – ib. δεύτερον	—— – ib. * *	καὶ δεύτερον. *A.*
—— l. 44 ΔΗ κύβος·	—— l. 43 Δ κύβος	ΔΗ κύβος. *B. C.* ΔΗ. *D.*
—— l. 45 ΔΗ	—— – ib. ΑΗ	ΔΗ. *C.*
—— l. 47 λόγῳ	—— l. 45 * *	deeſt. *B.*
—59. l. 8 συγκειμένη	—— l. 49 συγκειμένης	ἡ συγκειμένη. *A. C. D.*
—— l. 11 Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΙ ϖρὸς ΙΚ,	—65. l. 1 * *	deſunt. *D.*
—— l. 12 τῆς β̄	—— l. 2 * *	deſunt. *D.*
—— l. 20 ΖΚ	—— l. 6 ϖρὸς ΖΗ	deſunt. *D.*
—— l. 22 ε̄	—— l. 8 * *	deeſt. *D.*
—— l. 23 καὶ ὁ συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, ϖρὸς τὴν β̄ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ,	—— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 24 ϖρὸς τὴν β̄ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ὁ̄ συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ.	—— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 32 ἐκ τῆς ε̄ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ, καὶ ὁ συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ, ϖρὸς τὴν συγκειμένην	—— l. 13 * *	deſunt. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 59. l. 34 καὶ μόνης τῆς NT, καὶ τῆς β′ συναμφοτέρου τῆς MNT,	Pag. 65. l. 14 * *	desunt. *D.*
—— l. 36 καὶ δ′ τῆς NΞ,	—— l. 15 * *	καὶ Δ τῆς parvo cum hiatu. *A. B. C.* desunt. *D.*
—— l. 46 λάβωμεν	—— l. 21 * *	λάβωμεν. *A.*
—— l. 51 ἴχει,	—— l. 24 * *	ἴξει
—— 60. l. 1 NT·	—— l. 25 * *	desunt hiatu intercedente. *A. B. C. D.*
—— l. 5 καί ἐστι	—— l. 27 * *	ὅπερ. *A. C. D.*

In MS. No. 2360. Epistola Archimedis ad Dositheum, Libro 1. de Sphæra et Cylindro præmissa ita se habet:

Ἀρχιμήδης τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου τὸ προειρημένον λείπει ἡ πρώτη γὰρ σελὶς τῷ ἀντιγράφῳ ἀφανὴς ἦν ὡς ὁρᾶς·

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὐπράττειν· πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμεν ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπὶ τρίτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον πεισθῆναι τῶν θεωρημάτων πεπραγμάτευται τὰς ἀποδείξεις σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ εἶτα δὲ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῆ ἐπιφάνεια ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος πρὸς δὲ τούτοις ὅτι παντὸς σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστὶ τῆς σφαίρας· καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας· ταῦτα τῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα γνοὺς ἀντιπαραβαλεῖ αὐτὰ πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνενηνόχοτος ὅτι τούτων τῶν σχημάτων τε θεωρημένα· καὶ πρὸς τὰ δόξαντα πολ ξου περὶ τὰ γεγραμμένα θεωρηθέντων ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον· καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φύσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα πολλῷ πρὸ εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν σύνεδοκιμεν ὑπὸ πάντων εἶδος μηδ' ὑφ' ἑνὸς καταγνωσθῆναι· ἐξεῖναι δὲ περὶ τούτων ἐπισκεψάσθαι τοῖς βουλομένοις· ὥφειλεμεν οὖν Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδιδόναι ταῦτα· τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομεν ἂν μάλιστα δύνασθαι καταλαβεῖν ταῦτα καὶ τὴν ἀρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι. δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων ἀπολλωνίου μὲν οὖν τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες ὑπὲρ ὧν ἐξεῖναι τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι ἐρρωμένως.

—— 64. l. 19 ἀποδείκνυμεν	—— 1. l. 1 * *	deest. *A.* deest hiatu intercedente. *D.*
—— l. 21 Ἔρρωσο.	—— l. 2 * *	ἐρρωμένως. *A. C. D.*
—— l. 22 τάτε ἀξιώματα,	—— l. 3 * *	τότε ἀξίωμα. *A. D.*
—— l. 24 α′. Εἰσὶ	—— l. 4 εἰ εισι	εἰσὶ. *B. C.*
—— l. 28 κοίλην	—— l. 6 * *	κοινην. *A.* κοινῶν. *D.* κοιλην altera manu.
—— l. 34 ἐκ ἐν	—— l. 10 ἓν ἐν	ἐκ ἐν. *B.* ἐκ. *D.*
—— — ib. ἴχνεσιν	—— — ib. * *	ἴχνεσαι. *B. D.*
—— l. 36 ἴχνεσιν	—— l. 11 * *	ἴχνεσαι. *A. B. C. D.*
—— l. 43 Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ,	—— l. 14 * *	τομέα ᾧ στερεὸν καλῶ. *C.* τὸ μι cum hiatu. *D.*
—— l. 44 ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας,	—— l. 15 * *	τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. *A.* πρὸς τὸ τῆς σφαίρας. *C.* desunt lacuna relicta. *D.*
—— 65. l. 7 Τῶν τὰ	—— l. 19 * *	τῶ τῶν τὰ. *B. C. D.*
—— l. 9 ἐν	—— l. 20 * *	deest. *D.*
—— l. 15 τὴν περιλαμβανομένην.	—— l. 23 * *	τῶν περιλαμβανομένων. *D.*
—— l. 16 Ὁμοίως καὶ	—— — ib. * *	Ὁμοίως δὲ καὶ. *D.*
—— l. 20 ἀνίσας	—— l. 25 * *	ἀνίσως. *B. D.*
—— l. 26 Ἔτι	—— l. 28 * *	ἐπὶ. *A.*
—— l. 27 μεῖζον	—— l. 29 μεταξὺ	μεῖζον. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἑαυτὸ	—— l. 30 * *	αὐτὸ. *A. C.*
—— l. 32 εὑρὼν	—— 1. l. 2 εὑρεῖν	εὗρον. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἐκτέθαι	—— l. 5 * *	ἐκθέσθαι. *A.*
—— — ib. δυσθεώρητα,	—— — ib. θεωρήματα	δύσθεώρηματα. *A.* δυσθεώρητα. *B. C. D.*
—— l. 36 μηδένα πω καθεῖναι	—— — ib. μηδένα πῶκα θεῖναι	μηδέναπω καθεῖναι. *C.* μηδένα πωκαθείναι. *D.*
—— l. 39 ἐπὶ τέλως	—— l. 8 * *	ἐπιτελώσης. *C.* ἐπὶτέλως. *D.*
—— l. 40 παρὰ μέλος	—— — ib. παραμένος	παράμελος. *A. D.* παρὰ μέλος. *B. C.*
—— 66. l. 6 διαμαρτάνοι,	—— l. 12 * *	διαμαρτάνων. *A.*
—— — ib. ἔχεις	—— — ib. ἔχει	ἔχεις. *A. C. D.* ἔχειν. *B.*
—— l. 9 μέλοντα	—— l. 15 μένοντα	μέλοντα. *A. D.*
—— l. 10 τῶν συνήθων	—— — ib. τῷ συνήθων	τῷ συνήθες. *C.* τῶν συνήθων. *D.*
—— — ib. τηρῶν,	—— l. 16 * *	τῇ. *A. D.*
—— l. 13 βέλεται·	—— l. 17 * *	deest. *D.*
—— l. 14 ἐπιζευγνυσῶν	—— l. 18 * *	ἐπιζευγνυσῶν. *D.*
—— l. 20 ἁπλῶς	—— l. 21 deest	ἁπλῶς. *A. B. C. D.*
—— — ib. τὴν παρὰ τὴν	—— l. 22 παρὰ τὴν	τὴν παρὰ τὴν. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἤτοι ἐκπεριφερῶν, ἤτοι ἐξ εὐθειῶν καὶ περιφερῶν, κυμπύλην ὀνομάζει.	—— l. 23 * τῇ ΑΒΓΔ	lacuna relinquitur lineæ dimidioque æqualis, et in margine hæc nota ἢν ὅλον σελίδιον ἡ καὶ δύο λείπει. *B.*
—— l. 26 ὑ τὰς	—— l. 24 * *	ὕσας. *A.*
—— l. 34 ἐπ' αὐτὴν δὲ	—— l. 33 ἐπ' αὐτὴν	ἐπ' αὐτὴν δὲ. *A. C. D.*
—— l. 39 ἐπιφανειῶν.	—— l. 36 * *	τῶν ἐπιφανειῶν. *B.*
—— l. 41 ἐμφανίζων	—— l. 37 * *	ἐμφανίζει. *D.*
—— l. 43 εἰς τὰς	—— l. 38 * *	πρὸς τὰς. *A. B. C. D.*
—— — ib. κάξ' αὐτῆς	—— l. 39 * *	ἐξ' αὐτῆς. *D.*
—— l. 45 ἔκτε τῶν	—— l. 40 * *	ἐκ τῶν. *C.*
—— l. 46 αἰτημάτων	—— — ib. * *	τῶν αἰτημάτων
—— l. 51 ὃν	—— l. 44 * *	ὃ. *B.*
—— l. 52 σημεῖον τὸ Z· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΓΒ. Φανερὸν δὴ, ὅτι αἱ ΑΓ, ΓΒ	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 54 ταῖς ΑΓΒ γραμμαῖς	—— l. 45 * *	τᾶς ΑΓΒ γραμμᾶς. *A. C. D.*
—— 67. l. 2 ΕΒ.	—— 2. l. 1 desunt	ΕΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 προλαβεῖν.	—— l. 17 * *	προσλαμβάνειν. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ἀνίσως	—— l. 18 * *	deest. *D.*
—— l. 25 περιλαμβάνῃ,	—— l. 20 * *	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 26 περιλαμβάνῃ,	—— l. 21 * *	περιλαμβάνει. *B.*
—— l. 27 περιλαμβάνουσαν	—— — ib. παραλαμβανέσαν	περιλαμβάνουσαν. *A.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 67. l. 28 καθηλον	Pag. 2. l. 22 * *	καταδηλον. *A. B. C.* κατα δηλον. *D.*
—— l. 42 καὶ	—— l. 36 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— 68. l. 4 ΤΗ ΑΖΗΘΚ. Ἀλλ' αἱ ΒΘΚ ἐλάττους	—— 3. l. 1 * *	deſunt. *D.*
—— l. 10 μείζως ΤΗ ΑΖΗΘΚΕ.	—— l. 2 * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 15 καὶ	—— l. 4 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 18 ἁρμόσει	—— l. 6 ἁρμόση	ἁρμόσει. *C. D.*
—— l. 22 νοεῖσθαι.	—— l. 9 νοείσθω	νοεῖσθαι. *B.*
—— l. 24 καὶ ἐπέθηκεν	—— l. 11 και εθηκεν	προσέθηκεν. *A. C. D.* καὶ προσέθηκεν. *D.*
—— l. 29 ὡς	—— l. 15 * *	ὅς. *A.*
—— l. 35 ἑτέραν	—— l. 19 * *	ἑκατέραν. *B. C. D.*
—— l. 37 κειμένας,	—— l. 21 * *	κειμέναις. *C. D.*
—— l. 40 ταυτὸ δεῖν	—— l. 23 * *	τὸ δεῖν. *A. B. C. D.*
—— l. 44 τὰ	—— l. 28 * *	deeſt. *A.*
—— l. 48 ὑπὸ ἀλλήλων, ἐδεῖ ἔτως	—— l. 30 * *	ὑπὸ ἀλλήλω πτ cum hiatu parvo. *A.* ὑπὸ ἀλλήλων πῆ. *C.* ὑπὸ ἀλλήλων πῆ cum parvo hiatu. *D.*
—— l. 49 ἐνίοτε ἴσαι,	—— l. 31 * *	ἐνίοταί ἴσαι. *A.*
—— l. 50 σαφῶς	—— — ib. * *	σαφὲς. *A. C. D.*
—— l. 56 ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΖΕ, ᾗ αἱ ΕΖΓ ἄρα τῆς ΑΓ μείζους εἰσί.	—— l. 38 * *	deſunt. *B.*
—— 69. l. 2 ΑΒ, ΔΕ. Αἱ ἄρα ΔΖΓ τῶν ΒΑΓ	—— l. 41 * *	ΑΒΓ αἱ ἄρα ΒΖΓ τῶν ΒΑΖ. *A.*
—— l. 13 τοῦτο ἐστὶ	—— l. 48 * *	τοῦτο τὸ ἐστὶ. *A.*
—— l 26 ΚΛ	—— 4. l. 5 ΚΔ	ΚΛ. *A. C. D.*
—— l. 33 ἐπινοεῖλα δεικνύειν ᾗ ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν, ἀνὰ πᾶσι τοῖς προειρημένοις, ὅταν αἱ λαμβανόμεναι	—— l. 23 ἐπινοεῖλα * αἱ λαμβανόμεναι	ut in Edit. Oxon. *A. D.* ἀνὰ πάσι· ἐν ἅπασι. *B. C.*
—— 70. l. 8 ΑΘ· συναμφότερος	—— 1. l. 41 * *	ΛΘ συναμφότερος δὴ ἡ ΛΚ ΚΘ τῆς ΛΚ· συναμφότερος. *C.*
—— l. 17 Ἔστω	—— l. 47 * *	ὥστε. *C.*
—— l. 18 μεῖζον τὸ ΑΒ.	—— 2. l. 1 μείζων τὸ ΑΒ	μείζω τὸ ΑΒ. *A.* μείζω τὰ ΑΒ
—— l. 19 ἀνίσας	—— — ib. * *	ἀνίσως. *B. C. D.*
—— l. 20 Κείσθω πῇ	—— l. 2 κείσθω διὰ τὸ δεύτερον τοῦ πρώτου τῶν εὐκλείδου	κείσθω διὰ τὸ δεύτερον ΤΟΥ πρώτου ΤΟΥ εὐκλείδου. *D.*
—— l. 24 τοσαπλάσιός	—— l. 4 * *	τοσαυταπλάσιος. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΗΕ.	—— l. 5 * *	ΖΕ. *A. B. D.*
—— l. 26 ὡς τὸ ΘΑ	—— — ib. ὡς ΘΑ	ὡς τὸ ΘΑ. *A.*
—— l. 27 ΗΕ.	—— — ib. * *	ΖΕ. *B. D.*
—— l. 29 μείζον	—— l. 6 μείζων	μείζον. *D.*
—— l. 36 Εὑρημένας	—— l. 10 * *	εὑρημέναι. *D.*
—— l. 38 ἔχειν	—— l. 12 ἔχει	ἔχειν. *B. C. D.*
—— l. 40 δὴ	—— 4. l. 24 * *	δὲ. *A.*
—— l. 41 καὶ	—— — ib. * *	deeſt. *A.*
—— l. 42 πολλαπλασιεπι μόριον,	—— l. 25 πολλαπλασιμόριον	πολλαπλὰς ἐπὶ μόριον. *A. D.* πολλαπλασιεπὶμόριον. *B. C.*
—— l. 43 πολλαπλασιεπιμερὲς,	—— l. 26 * *	πολλαπλάσιον ἐπὶ μερὲς. *A. D.*
—— l. 47 Καὶ	—— l. 28 * *	ς· καὶ. *C.*
—— — ib. ἥπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ. Ὅτι δὲ ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ,	—— l. 29 * * excepto ἔχει pro ἔχῃ	deſunt. *C.*
—— 71. l. 1 τέταρτον, ᾗ συνθέντι ὁ αὐτὸς λόγος ἀκολουθεῖ, δεικθήσεται ἔτως. Ἔστωσαν	—— l. 30 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 10 τὸ ΖΘ ἄρα πρὸς ΖΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ	—— l. 35 * *	deſunt. *D.*
—— l. 21 ΖΕ πρὸς τὸ ΘΕ, ἔσαι καὶ τὸ ΘΕ	—— l. 42 ΖΕ καὶ τὸ ΘΕ	ΖΕ πρὸς ΕΘ ἔσαι τὸ ΘΕ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἀναγρέψαντος,	—— l. 47 * *	ἀναγρέψαντϊ. *A. B. C. D.*
—— 39 ᾗ ἄλλο περιγράψαι,	—— 2. l. 14 * *	deſunt. *A. C.*
—— l. 42 ἔχῃ	—— l. 16 ἔχει	ἔχῃ. *D.*
—— l. 46 δὲ	—— l. 18 * *	γὰρ. *B. C. D.*
—— l. 47 ὥστε τὴν Θ	—— l. 19 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— 72. l. 2 Ἐπείπερ	—— l. 25 * *	ἐπεὶ γὰρ. *D.*
—— l. 6 ἡ ΓΝ.	—— l. 27 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 15 ἐστὶ	—— l. 31 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 18 τῇ ΗΞ.	—— 3. l. 1 * *	τη, η. ξ. *A.*
—— l. 13 ἢ ἡ ΜΚ	—— — ib. * *	ἥπερ η. μ. η. *A.*
—— l. 21 μὲν	—— l. 2 * *	ἡ μὲν. *B. C. D.*
—— l. 26 Καὶ ἐκβληθείσης	—— 5. l. 4 * *	προσεκβληθείσης. *A. C.* προσεκβεβληθείσης. *D.*
—— l. 30 τὸ ΚΧ	—— l. 6 * *	τῆ ΚΧ. *C.*
—— l. 31 Ἔστι	—— — ib. * *	deeſt. *A.*
—— l. 34 καὶ	—— l. 8 * *	deeſt. *D.*
—— 73. l. 1 δῆλον ὅτι καὶ	—— l. 11 * *	δηλονότϊ καὶ. *D.*
—— l. 3 μίαν	—— l. 14 * *	μία. *A.*
—— l. 5 ἐστὶν ἰσοπλεύρου	—— l. 16 * *	deſunt. *D.*
—— l. 11 γωνίας	—— l. 21 * *	deeſt lacuna relicta. *A.* deeſt. *D.*
—— l. 33 Κ γωνίας	—— l. 41 * *	ΚΓ cum hiatu. *A. D.*
—— l. 35 τῶν Λ, Μ	—— l. 42 τῶν ΛΜ	τῆ ΛΜ. *C.*
—— l. 46 ἐστιν.	—— l. 43 * *	ἐστὶν καὶ ἐστὶν. *A. B. C. D.*
—— — ib. οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. Ὡς τε καὶ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΛ	—— — ib. * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 41 τὴν τῆ	—— 3. l. 5 τὴν	τὴν τῆ. *A. C. D.*
—— 74. l. 2 τῆς ΚΛ,	—— l. 12 τῆς ΘΛ	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 3 ἐπείπερ	—— — ib. ἐπεὶ ἢν	ἐπεὶ. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 74. l. 9 τῇ	Pag. 3. l. 17 * *	τῆς. *C.*
—— l. 10 ᾗ ἀγάγωμεν	— ib. * *	ἀγάγωμεν. *B. C. D.*
—— l. 12 ὁμοίᾳ	—— l. 19 * *	ὁμοίως. *A. C. D.*
—— l. 23 μείζων	—— l. 26 * *	μεῖζον. *C. D.*
—— l. 27 ἀνίσως	—— l. 28 ἀνίσως	ἀνίσας. *C.* ἀνίσως. *D.*
—— l. 30 τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.	—— l. 30 * *	τὴν Ε πρὸς τὴν Ζ. *A. B. D.* τῆς Ε ποτὶ τὴν Ζ. *C.*
—— l. 32 μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η.	—— l. 31 * *	defunt. *D.*
—— 75. l. 8 καὶ	—— 4. l. 5 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 14 πρὸς τὸ ἐγγραφὲν	—— l. 8 * *	defunt. *D.*
—— l. 22 παραδέδωται.	—— l. 12 * *	παραδέδοται. *A. D.*
—— l. 25 ἡ τομέα,	—— l. 14 * *	ἡ τὸν τομέα. *A. C. D.*
—— l. 27 Ἔστω	—— l. 15 * *	ἔστω. *A.*
—— l. 32 εἶναι	—— l. 18 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 46 τὸ συναμφότερον,	—— l. 26 * *	τόσον ἀμφότερον. *D.*
—— 76. l. 12 ἄλλα	—— l. 37 * *	ὅλα. *A. B. C. D.*
—— l. 13 περιλείμματα	— ib. * *	περιλίμματα. *B. C.*
—— l. 19 κύκλον. Ὥστε τὸ	—— 5. l. 47 * *	κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ συναμφότερον πρὸς τὸν κύκλον· ὥστε. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἐστι	—— l. 48 * *	εἶναι. *A.*
—— l. 32 τρίγωνον τὸ	—— 4. l. 41 * *	βάσιν το. *A.* βάσιν τῶ. *B. C. D.*
—— — ib. ΑΒΓ. Λέγω	—— — ib. * *	defunt. *D.*
—— 77. l. 1 Ἔστω	—— l. 50 * *	ὥστε. *B. C. D.* alterâ manu ἔστω. *B.*
—— l. 2 κύκλος,	—— — ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 27 τῶν	—— 5. l. 14 * *	deeſt. *A.*
—— l. 29 διπλάσιον	—— l. 17 * *	διπλάσιον ἐστὶ. *A. D.*
—— l. 39 περὶ τὸν	—— l. 28 περὶ τῶν	περὶ τὸν. *C. D.*
—— l. 40 εἶναι·	—— — ib. * *	ἐστὶ. *D.*
—— 78. l. 1 τῷ κώνῳ	—— l. 31 * *	αὐτῷ κώνῳ. *B. C. D.*
—— l. 20 τῇ ΗΑ.	—— l. 41 * *	τη. μ. α. *A.*
—— l. 24 τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τῷ ΕΗΖ τριγώνῳ·	—— l. 43 * *	defunt. *B.*
—— l. 26 διπλάσιον τῷ ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ,	—— l. 46 * *	defunt. *D.*
—— l. 32 Αἱ ἀπὸ	—— 6. l. 1 * *	αἱ ἄρα ἀπὸ. *B. C. D.*
—— l. 50 πρὸ τούτου	—— l. 13 * *	πρώτῳ τῷ. *A. D.*
—— — ib. τὸ	—— l. 14 * *	deeſt. *B.*
—— 79. l. 8 ἐκπιεσέσης	—— 6. l. 3 * *	εκπιεσεσης. *B.* εμπιεσεσης altera manu.
—— l. 13 ἐπεζεύχθωσαν	—— l. 6 * *	ἐπεζεύχθωσιν. *C.*
—— l. 19 ἐπεζεύχθωσαν	—— l. 7 * *	ἐπεζεύχθωσιν. *C.*
—— l. 21 μείζονα	—— l. 9 * *	deeſt. *C.*
—— l. 22 Ὧ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ,	—— l. 10 * *	defunt. *C.*
—— 80. l. 21 ΑΔΓ	—— l. 44 * *	ΑΔΕ. *A. C. D.*
—— l. 34 γωνία γωνίᾳ·	—— 6. l. 29 * *	γωνία. *D.*
—— l. 41 ὃς ἐστι	—— 6. l. 45 * *	ὁσον *A. D.*
—— 81. l. 36 τὸ Θ χωρίον. Τὸ δὴ Θ χωρίον, ἤτοι ἐλαττόν ἐστιν τῶν περιλεμμάτων τῶν ΑΗΒ, ΒΖΓ, ἢ ἐκ ἐλαττον. Ἔστω πρῶτον ἐκ ἐλαττον. Ἐπεὶ ἐν	—— 7. l. 19 * *	In MSS. *A. B. C.* lacuna relinquitur cujus in media ſunt ἤτοι ἐλαττον ἐστὶν. ſed in *D.* ſupplentur ante hæc altera manu τὸ Θ χώριον. τὸ δὴ χώριον. τὸ δὲ Θ χώριον.
—— l. 41 τὸ Ε,	—— l. 24 * *	τῷ Ε. *A.*
—— — ib. κωνικὴ	—— — ib. * *	κοινὴ. *C.*
—— l. 48 ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 32 * *	ΑΗ ΒΚ ΒΖ ΓΛ. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ΑΗΒ, ΒΖΓ	—— l. 33 * *	ΑΗ ΒΚ ΒΖ ΓΛ. *A. B. C. D.*
—— 82. l. 2 ΖΕΓ	—— l. 35 * *	defunt. *A. D.*
—— l. 7 ἔσαι	—— l. 36 * *	τίνα. *A.*
—— l. 11 ἔσαι	—— l. 39 * *	τίνα. *A. D.*
—— l. 15 ΖΕΓ	—— l. 40 * *	defunt. *D.*
—— l. 16 ἔσαι	—— l. 41 * *	τίνα. *A.*
—— l. 17 τὸ δὲ ὕψος	—— — ib. * *	defunt. *A. B. C. D.*
—— l. 19 βάσιν	—— l. 42 βάσις	βάσιν. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἔσαι	—— l. 45 * *	τίνα. *A.*
—— l. 34 Ἤχθω	—— 6. l. 34 * *	ἄχθω. *A.*
—— l. 35 δίχα τμηθείσης	—— l. 35 * *	διατμηθείσης. *C.*
—— l. 36 ἡ οὕτως ἀγομένη παράλληλός ἐστι	—— l. 36 * *	defunt. *A. D.*
—— — ib. ἐστι	—— — ib. * *	γίνεται. *B. C.*
—— l. 40 γωνία ἄρα γωνίᾳ	—— l. 39 * *	ἄρα γωνία. *A. D.*
—— l. 49 τμήματα	—— 7. l. 5 * *	τὰ τμήματα. *A. C. D.*
—— 83. l. 7 ζ' θεωρήματος,	—— l. 9 ς θεωρήματος	καὶ θεωρήματος. *B.*
—— l. 17 ΔΖ ἐστὶ	—— l. 13 ΔΖΕ	ΔΖ ἄρα. *C. D.*
—— l. 19 μείζων	—— l. 14 * *	μεῖζον. *A. B. C. D.*
—— l. 36 περιφερειῶν	—— 8. l. 4 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ΑΒ μείζους	—— l. 5 * *	ΑΒ διαμέτρου μείζους. *A. B. C. D.*
—— l. 41 παραλληλόγραμμα,	—— l. 6 * *	παραλληλογράμματα. *A.*
—— l. 52 τμήματα	—— l. 10 * *	τρίγωνα. *A. B. C. D.*
—— 84. l. 4 τρίγωνα,	—— l. 13 * *	ἐπίπεδα. *A.*
—— l. 7 κοίλαι	—— l. 15 * *	κοῖλα. *C. D.*
—— l. 13 οὖν	—— l. 21 * *	ἄρα. *A. D.*
—— l. 18 τῷ κυλίνδρῳ.	—— l. 24 * *	κυλίνδρῳ et ſæpe hac paginâ. *D.*
—— l. 19 βάσεις	—— l. 25 βάσις	βάσεις et non infrequente hac prop. *B. D.*
—— l. 20 κυλίνδρῳ,	—— l. 26 * *	τῷ κυλίνδρῳ. *B.*
—— l. 21 ἀποτεμνομένη	—— l. 27 * *	ἢ ἀποτεμνομένη. *A.*
—— l. 31 οὖν	—— l. 32 * *	πρὸς. *A.*
—— l. 34 τὰ παραλληλόγραμμα,	—— l. 34 * *	τῶν παραλληλογράμμων. *B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 84. l. 36 τῶν παραλληλογράμμων,	Pag. 8. l. 35 * *	τὰ παραλληλόγραμμα. *A. B. C. D.*
—— l. 45 κοινὰ	—— l. 40 * *	μόνα. *A.*
—— 85. l. 7 Τὰ δὲ παραλληλόγραμμα ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ,	—— l. 47 * *	desunt. *C.*
—— l. 16 Λοιπὴ	—— 9. l. 1 * *	λοιπὸν. *A. D.*
—— l. 17 τῇ ΑΓΔΒ	—— — ib. * *	desunt. *A. D.*
—— l. 18 παραλληλογράμμῳ.	—— l. 2 παραλληλογραμμίνῳ	παραλληλογράμμῳ. *B. C. D.*
—— l. 19 ἐν	—— l. 3 * *	deest. *D.*
—— l. 21 αἱ εἰσὶ βάσεις	—— l. 4 αἱ εἰσὶ βάσεις	οἱ εἰσὶ βάσϊς. *B.* εἰσὶν βάσϊς. *C.* οἱ εἰσὶ βάσεις. *D.*
—— l. 28 ἴσωσαν	—— l. 7 * *	ἴσῳ. *A.*
—— l. 29 τὰ Α, Γ·	—— l. 8 * *	ΑΓ. *B. C.*
—— l. 44 τῶν πλευρῶν	—— l. 16 * *	τῆς πλευρᾶς. *A. B. C. D.*
—— l. 45 εἰσὶ,	—— l. 17 * *	εἶναι. *A.*
—— l. 48 χωρίον. Τῇ δὴ Κ	—— l. 19 * *	desunt. *D.*
—— l. 50 ΑΒ, ΒΓ	—— l. 20 ΑΔΒ ΒΘΓ	ΑΔ ΔΒ ΒΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— 86. l. 1 ἐν τῇ	—— l. 24 * *	desunt. *C. D.*
—— l. 4 περίμετρος	—— — ib. * *	περίμετρῳ. *A.*
—— l. 9 ἀπεναντίον	—— l. 27 ἀπεναντίων	ἀπεναντίου. *B. C. D.*
—— l. 19 ἀπεναντίον	—— l. 33 * *	ἀπεναντίῳ. *D.*
—— l. 21 τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν,	—— l. 34 * *	τῆς ΑΒΓ περιφερείας. *B. C. D.*
—— l. 24 ΑΕΒ, ΒΖΓ,	—— l. 35 * *	ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀπεναντίον	—— — ib. * *	ἀπεναντίων. *D.*
—— l. 25 εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων,	—— l. 36 εἰρημένων σχημάτων	ut in Edit. Oxon. *A.* et *C* εἰρημένων primo omisso.
—— l. 33 περιφέρειαν.	—— l. 39 * *	περιφερείας. *A. D.*
—— l. 35 κύκλῳ	—— l. 40 * *	deest. *A.*
—— l. 43 ἐλάσσων	—— l. 44 * *	ἐλάσσον. *C.*
—— 87. l. 7 Καὶ	—— l. 52 * *	deest. *D.*
—— l. 29 Νοήθω	—— 10. l. 10 * *	κείσθω. *D.*
—— 88. l. 14 ὅπερ αἱ	—— l. 32 * *	ὅπερ καὶ αἱ. *D.*
—— l. 16 ΤΔ πρὸς τὴν	—— l. 35 * *	ΤΔΖ τὴν. *A.*
—— l. 18 ἐκ τῆ κέντρῳ.	—— l. 37 * *	ἐκ τῶν κέντρων
—— — ib. ΤΔ πρὸς τὴν	—— l. 38 * *	ΤΔΖ. *A.* ΤΔ πρὸς. *B. C. D.*
—— l. 24 ἔτως	—— l. 44 * *	ὦ. *A.*
—— l. 26 ὑπὸ τῶν ΓΔ,	—— l. 45 * *	ὑπὸ τῆ ΓΔ. *B. C. D.*
—— — ib. τῆς	—— — ib. * *	deest. *B. C.*
—— l. 29 ὡς	—— l. 47 * *	deest. *B. D.*
—— — ib. ἔτως	—— — ib. * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 31 ἔτως	—— l. 48 * *	deest. *A.*
—— — ib. ἔτως	—— — ib. * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 33 ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.	—— l. 48 * *	deest. *A.*
—— l. 46 τῇ Α	—— l. 49 * *	ὁμοίῳ ἀναγεγραμμένων. *A.*
—— 89. l. 5 τὸ δὲ	—— 11. l. 3 * *	desunt. *A.*
—— l. 10 ἐγγεγραμμένον,	—— l. 8 * *	τύτο δὲ. *D.*
—— l. 11 ὥστε τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 10 * *	γεγραμμένον. *D.*
—— l. 12 ἔχειν,	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 15 ἐγγεγραμμένῳ·	—— l. 11 * *	ἔχει. *A.*
—— l. 17 ἔτω	—— l. 12 * *	ἐγγεγραμμένον. *C.*
—— l. 19 ἴση	—— l. 13 * *	ἐτὶ. *C. D.*
—— l. 25 τῶν παραλληλογράμμων	—— l. 14 * *	deest. *D.*
—— l. 27 ὃ ἐτὶ	—— l. 17 * *	τῇ παραλληλογράμμῳ. *A.*
—— 90. l. 1 περιγεγραμμένον, καὶ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 19 * *	ὃς ἐτὶ. *B. C. D.*
—— l. 4 ἑτέρῳ	—— 7. l. 17 περιγεγραμμένην ἢ περὶ	ut in Edit. Ox. *A. B. C. D.*
—— l. 6 Περὶ δὲ τὸν	—— l. 19 * *	ἐν ἑτέρῳ. *C. D.*
—— l. 24 εἰσὶ	—— l. 20 περὶ τὸν	περὶ δὲ τὸν. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ἔχουσι	—— l. 31 * *	εἰσὶ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ὧς	—— l. 34 * *	εἰσὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 πολύγωνα. Καὶ	—— l. 35 ὧς τε	ὡς. *A.*
—— l. 29 εἰσὶ	—— l. 36 * *	desunt. *D.*
—— l. 30 γωνιῶν, ὁμοίων	—— l. 38 * *	εἰσὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 40 πρὸς τὸ ΖΡΔ τρίγωνον.	—— l. 39 ὁμοίων	γωνίων ὁμοίων
—— l. 41 αἱ ἐκ τῶν	—— l. 44 desunt	πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον. *B.* πρὸς τὸ ΖΡΑ τρίγωνον altera manu.
—— 91. l. 3 ἢ ἐλάσσονα.	—— l. 45 ἐκ τῶν	αἱ ἐκ τῶν. *B.*
—— l. 15 δὴ	—— 8. l. 4 καὶ ἔλασσον	ἔχον καὶ ἔλασσον. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ὥστε τὸ περιγεγραμμένον	—— 11. l. 39 * *	δὴ. *A.*
—— — ib. πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον	—— l. 43 * *	desunt. *A.*
—— l. 22 ἔχειν,	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 33 ὃν	—— l. 44 * *	ἔχει. *A.*
—— l. 34 τῶν κέντρων	—— l. 50 * *	ὧν. *A.*
—— l. 40 γὰρ	—— l. 51 * *	τῇ κέντρῳ. *B. C. D.*
—— l. 41 δὲ Δ	—— 12. l. 3 * *	deest. *C.*
—— l. 46 περιγεγραμμένης	—— — ib. Δ	δὲ Δ. *B. C. D.*
—— l. 49 ἐλάσσονα	—— l. 6 * *	τῆς περιγεγραμμένης. *D.*
—— 92. l. 8 ἔστι	—— l. 8 * *	ἐλάσσω. *A.*
—— l. 12 ἔχειν	—— l. 13 * *	deest. *A. D.*
—— l. 18 τοῖς Α, Β	—— l. 16 * *	ἔχει. *A. C. D.*
—— l. 21 μήκει. Ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ	—— l. 19 * *	τοῖς ΑΒ κύκλοις. *B. C. D.*
—— l. 22 λόγον ἔχει,	—— l. 21 * *	desunt. *D.*
—— l. 25 τὴν πλευράν,	—— — ib. * *	desunt. *C.*
—— l. 28 πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου,	—— l. 23 πλευρὰν	τὴν πλευράν. *A. C. D.*
—— l. 45 ἄρα	—— l. 24 * *	desunt. *C. D.*
—— 93. l. 2 Νοείσθω	—— l. 34 ὅτι	ἄρα. *A. B. C. D.*
	—— 8. l. 9 * *	νενόησθω. *B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 93. l. 9 ἡ κάθετος γίνεται	Pag. 8. l. 14 * *	ἥτις κάθετος γὰρ ἐστὶ. *A.* ἥτις κάθετος γίνεται. *B. C.* ἥτις κάθετος γὰρ. *D.*
—— l. 24 κοινοῦ ὕψεος	—— l. 26 κοινῆ ὕψος	κοινῆς ὕψης. *A.* κοινῆ ὕψυς. *B. C. D.*
—— l. 25 λαμβανομένε.	—— – ib. * *	λαμβανομένης. *A. B. C. D.*
—— l. 38 τῇ δὲ πλευρᾷ	—— 12. l. 39 * *	τῇ διυτερᾳ. *C.*
—— l. 43 τῶν	—— l. 42 * *	τὴν. *A.*
—— l. 51 διὰ τὸ	—— l. 47 * *	διατῆ το. *A.*
—— 94. l. 3 ἥμισυ,	—— l. 49 ἡμίσυ	ἡμίση. *A. B. C.*
—— l. 9 ἔτυχεν	—— 13. l. 39 * *	ετυχε. *A.*
—— l. 15 καὶ ὑπὸ	—— l. 43 * *	καὶ τῶ ὑπὸ. *B. C. D.*
—— l. 16 ΔΖ, ΑΗ.	—— l. 44 * *	ΔΖ ΑΛ. *B. C. D.*
	—— – ib.	In margine οἱ τ' κύκλοι πόλι ἀλλήλες εἰσὶ πόλι τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα. *C.*
—— l. 18 ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ·	—— l. 45 * *	desunt. *D.*
—— l. 33 ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ,	—— 8. l. 37 * *	ὑπὸ τῶν ΒΔ ΔΖ. *A. B. D.* ὑπὸ τὴν ΒΔ ΔΖ. *C.*
—— l. 35 ΒΔ, ΑΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΖ. Κοινὸν προκείσθω τὸ ὑπὸ	—— l. 38 * *	
—— l. 39 ΒΔ, ΔΖ, καὶ τῷ ὑπὸ	—— l. 39 * *	desunt. *C.*
—— 95. l. 1 ἐπιφανεία	—— 13. l. 2 * *	desunt. *D.*
—— l. 17 τῶ ΑΒΓ κώνῳ· ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 18 * *	τῇ ἐπιφανεία. *B. C. D.*
—— l. 28 Α	—— l. 33 ΚΛ	desunt. *C.*
	—— l. 37	Α. *A. B. C. D.*
		In margine fine accentuatione οι γην κυκλοι προς αλληλες εισι προς τα απο των διαμετρων τετραγωνα. *B.*
—— 96. l. 2 ταῖς βάσεσι. Καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον	—— 14. l. 1 * *	
—— l. 5 ἔστιν ὁ	—— l. 2 * *	desunt. *A. D.*
—— – ib. ὡς	—— l. 3 * *	ἐστὶν ὡς ὁ. *C. D.*
—— l. 9 τῶν ἴσων κώνων	—— l. 5 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 ἀλλήλας	—— l. 18 * *	τῶ ἴσω κώνω. *A. D.*
—— l. 31 ὡς ἄρα	—— l. 8 * *	ἀλλήλως. *A. B. D.*
—— l. 35 ΔΘ	—— l. 20 * *	ὥσπερ. *C.*
—— l. 40 τυτέστι ἡ ΔΕ	—— l. 22 * *	ΕΘ. *A. C. D.*
—— l. 41 πρὸς ΘΕ,	—— l. 23 πρὸς ΘΔ	ἡ ΔΕ τυτέστι. *A.*
—— – ib. ΔΘ	—— – ib. * *	desunt. *C.*
—— l. 43 Ὡς ἄρα	—— l. 24 * *	ΕΘ. *A. C. D.*
—— 97. l. 24 ὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος, πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον.	—— 15. l. 4 * *	ὥσπερ. *C.*
—— l. 35 Ὡς	—— l. 10 * *	desunt. *A.*
—— 98. l. 1 ΗΘΚ	—— – ib. * *	ὥστε. *A. C. D.*
—— l. 5 ΗΘΚ	—— l. 12 * *	ΝΘΚ. *A.*
—— l. 13 ἴσον τῇ	—— l. 17 * *	ΝΘΚ. *A.*
—— l. 23 ἀχθείσης	—— l. 23 ἀχθήσεις	τ τῆ. *A.* τὸ τῆ. *C. D.*
—— 99. l. 2 τὸτο	—— l. 41 * *	ἀχθείσης. *A.*
—— l. 6 τοῦ ΜΝΞ κώνου· ἡ δὴ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει	—— l. 48 * *	τὸτος. *A. D.*
—— l. 9 βάσισι	—— l. 51 * *	desunt. *A. C. D.*
—— l. 18 κύκλω κῶνος	—— 16. l. 4 * *	ταῖς βάσεσι. *A. B. C. D.*
—— 100. l. 1 ΒΑ,	—— l. 12 * *	κώνω κύκλος. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἐπ' εὐθείας αὐτῇ.	—— – ib. * *	ΒΔ. *A.*
—— l. 12 ἐκ τῆς	—— l. 17 * *	ἐπευθείαν. *C.* ἐπ' εὐθείαν αὐτῆ. *D.*
—— l. 48 ΖΚ·	—— l. 32 ΖΗ	ἔκτε τῆς. *B. C. D.*
—— 101. l. 9 κἔτι ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ,	—— 17. l. 7 * *	ΖΚ. *A.*
—— l. 11 εἰς τῶν λόγων	—— l. 9 * *	desunt. *D.*
—— – ib. ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ,	—— l. 10 * *	τὸν λόγον. *A.*
—— l. 13 Ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, ὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. Ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, ὕτως πᾶσα αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.	—— l. 12 * *	ἡ ΕΞ Α. *C.* repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 14 Ἔστιν	—— l. 13 * *	deeſt. *D.*
—— l. 18 ταὶς	—— l. 21 * *	αἱ ταὶς. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τῶ πολυγώνῳ,	—— – ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 37 πρὸς ΒΞ,	—— l. 28 * *	desunt. *A.*
—— l. 42 ἐστὶν ὡς	—— l. 32 * *	ὅτι. *A.*
—— l. 43 ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ,	—— l. 34 * *	desunt. *D.*
—— l. 44 εἰς τῶν λόγων	—— l. 35 * *	εἰς τὸν λόγον. *A.*
—— l. 47 Ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ,	—— l. 39 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 48 ΖΗ,	—— l. 40 * *	desunt. *D.*
—— 102. l. 6 Α, Γ	—— l. 46 * *	τοῖς ΑΓ. *A. C. D.*
—— l. 8 γεγραμμένων ὀρθῶν	—— l. 47 * *	γεγραμμένω ὀρθὼ. *A.* γεγραμμένων ὀρθὸν. *B. C.* γεγραμμένον ὀρθὸν. *D.*
—— l. 13 τὴν	—— l. 50 τῆ	τὴν. *B.*
—— l. 35 σχῆμα ἐγγραφόμενον	—— 18. l. 12 * *	σχῆμα ἐγγεγραμμένον. *C.* σχῆμα ἐγγεγραμμένον. *D.*
—— l. 37 ἐπιφάνεια	—— l. 15 * *	ἡ ἐπιφανεια. *C. D.*
—— l. 48 ἐν	—— l. 30 * *	deeſt. *D.*
—— 103. l. 3 ἐσομένου	—— 8. l. 43 * *	ἐπομένω. *B.*
—— – ib. ἐν τοῖς	—— – ib. * *	ἐν τῆς. *A.*
—— l. 7 παραλλήλους	—— l. 46 παράλληλε	παραλλήλες. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 103. l. 14 ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι, ᾗ παραλλήλας	Pag. 18. l. 42 (τετραπλεύρη) παραλλήλας	τετραγώνας. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τῇ κέντρῳ	—— 19. l. 6 * *	τῇ μὲν κέντρῳ. *D.*
—— 104. l. 6 τῶν	—— l. 12 τὸν	τῶν. *D.*
—— l. 12 ΓΔ,	—— l. 14 * *	desunt. *C.*
—— l. 15 — ib. ὅλοι	—— l. 15 * *	ἄλλαι. *D.*
—— l. 32 ἀπὸ	—— l. 24 * *	ὑπὸ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 EI, ΘM,	—— l. 27 ἄρα I, ΘM	EI ΘM. *A. B. C. D.*
—— 105. l. 3 ἴσον	—— l. 31 * *	καὶ. *A.*
—— l. 18 Ὁ δὲ P	—— l. 51 ὁ P	ὁ δὲ P. *A. C. D.*
—— l. 23 ἴσος	—— 20. l. 4 * *	καὶ. *A.*
—— l. 26 ἴσον	—— l. 5 * *	καὶ. *A.*
—— l. 34 ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 7 * *	τῇ ἐπιφανείᾳ. *A.* τὴν ἐπιφάνειαν. *C. D.*
—— l. 38 ἴσον	—— l. 8 * *	καὶ. *A.*
—— 106. l. 4 ἐστὶ	—— l. 12 * *	deest. *B.*
—— l. 11 HMX,	—— l. 17 * *	NMX. *A.*
—— l. 14 ἴσον	—— l. 21 * *	deest. *A.*
—— l. 15 Ἔτι	—— l. 23 * *	ἐστὶ. *C.*
—— l. 19 ἴσον ἐστὶ κώνῳ	—— l. 30 * *	ἴσον τῷ κώνῳ. *B. C.* τῷ κώνῳ. *D.*
—— l. 22 ἴσον	—— l. 33 * *	deest. *A. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 41 * *	deest. *A. D.*
—— l. 29 ἴσοι	—— l. 43 * *	deest. *A. D.*
—— l. 32 ἐκκειμένῳ	—— l. 45 * *	εἰρημένῳ. *D.*
—— l. 36 τῶν	—— l. 48 * *	τῳ. *A.*
—— l. 39 μὲν	—— l. 49 * *	deest. *A.*
—— l. 48 ἴσον τῇ	—— 21. l. 4 * *	desunt. *A.* τῇ. *D.*
—— l. 49 ἐπιφάνεια	—— l. 6 * *	ἡ ἐπῖφανεία. *B. C. D.*
—— 107. l. 1 ἐστὶν	—— l. 9 * *	deest. *A. D.*
—— l. 51 ἐπὶ τοῦ πρώτου.	—— l. 36 ἐπὶ τῶν πρὸ τοῦ	ἐπὶ τὸ πρώτου. *B. C. D.*
—— — ib. Ἐὰν ἓν τὸ σχῆμα	—— l. 37 ἐστὶ ἓν τῷ σχῆμα	ἓν. *A. D.* ἔσται ἓν τῷ σχῆμα. *B. C.*
—— 108. l. 1 περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ	—— l. 39 * *	desunt. *C.*
—— l. 7 αἱ δύο πλευραὶ	—— l. 47 * *	desunt. *B. C. D.*
—— l. 8 Διηρημένης	—— l. 49 διηρημένως	διηρημένης. *B. C. D.*
—— l. 26 Τῇ ἐπιφανείᾳ	—— 22. l. 8 * *	τῆς ἐπιφάνειας. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἴσον	—— l. 9 * *	deest. *A. D.*
—— l. 35 τῇ ἐπιφανείᾳ	—— l. 13 * *	τῆς ἐπιφανείας. *A. B. C. D.*
—— l. 45 Ἐστω γὰρ ἥτις σφαῖρα	—— l. 17 * *	— desunt. *C.*
—— 109. l. 1 τῇ ΘZ, πρὸς τὴν ZΘ	—— l. 20 * *	— τῇ ZE πρὸς τὴν ZE. *A.*
—— l. 7 τῆς ἴσης πάσαις	—— l. 24 τῆς πάσαις	τῆς ἴσης πάσαις. *B.*
—— l. 12 ἴσον	—— l. 27 * *	deest. *A. D.*
—— l. 14 Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου τῆς ΘK.	—— l. 28 * *	desunt. *D.*
—— l. 20 ἡ	—— l. 33 * *	deest. *A.*
—— l. 23 τοῦ	—— l. 38 * *	τῶν. *A. C. D.*
—— l. 26 KZ	—— 9. l. 2 KΞ	KZ. *A.*
—— l. 34 ἴσος	—— 22. l. 40 * *	deest. *D.*
—— l. 35 ἴσον	— ib. * *	deest. *A. D.*
—— l. 38 ἐν τῇ	—— l. 42 * *	αὕτη. *A. D.*
—— l. 40 ἴσος	—— l. 43 * *	deest. *A. D.*
—— l. 41 ἴσον	—— l. 44 * *	deest. *A. D.*
—— l. 42 ἴσον	— ib. * *	deest. *A. D.*
—— 110. l. 4 τῶν	—— l. 47 τῶν	τῶν. *A.*
—— l. 5 γὰρ	—— l. 48 * *	deest. *A. D.*
—— l. 12 Μείζων	—— 23. l. 1 * *	μεῖζον. *B. C.*
—— l. 15 ἴσος	—— l. 3 * *	ὁ ἴσος. *A.*
—— l. 16 ἡ τετραπλάσιος	— ib. * *	ἤ τε τετραπλάσιος. *A.* τετραπλάσιος. *D.*
—— — ib. εἰρημένου·	— ib. * *	εἰρημένου κώνου. *A. C. D.*
—— l. 27 τὸ ἐγγεγραμμένον,	—— l. 9 * *	desunt. *A. D.*
—— 111. l. 2 ἴσος	—— l. 30 * *	deest. *A. D.*
—— l. 7 τὸ ὑπὸ	—— l. 36 * *	τῷ ὑπὸ. *B. C. D.*
—— l. 8 τῷ πολυγώνου τῷ ἐγγεγραμμένου.	—— l. 38 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἄλληλα	—— l. 45 * *	ἀλλήλας. *B. C. D.*
—— l. 18 τῶν πολυγώνων	—— l. 48 * *	τῷ πολυγώνῳ. *A.*
—— l. 20 ἴσοι	—— l. 49 * *	deest. *B.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένῳ.	—— l. 50 * *	τῷ ἐγγεγραμμένῳ. *A. C. D.*
—— 112. l. 4 Τῶν ἄρα	—— 24. l. 9 * *	τῷ ἄρα. *A.*
—— l. 7 ἔχει	—— l. 10 * *	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 11 ἔχει,	—— l. 12 * *	ἕξει. *B. C. D.*
—— l. 14 ὀρθῶν γωνιῶν	—— 9. l. 7 * *	ὀρθω. γῑνομένων. *A.* ὀρθῶν γινομένων. *B. C. D.*
—— l. 15 ἀρα	—— l. 8 γὰρ	γίνεται. *B.* γὰρ ἐστὶ. *C. D.*
—— l. 16 τῷ ΓKA τριγώνῳ.	— ib. * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 περιγεγραμμένῳ	—— l. 12 * *	ἐγγεγραμμένῳ. *A. C. D.*
—— l. 26 οὕτως ἡ διάμετρος πρὸς τὴν πλευράν·	—— l. 14 * *	desunt. *D.*
—— l. 29 EΛ,	—— l. 16 * *	desunt. *B.*
—— l. 36 EΛ, οὕτως	—— l. 21 * *	EΛ ὕτως τὸ ἀπὸ τ ἐκ Ϝ κέντρου Ϝ M ὕτως. *C.*
—— l. 37 τὸ ἀπὸ AK.	— ib. * *	τὸ AK. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἄρα	—— l. 22 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 40 ἐκ κέντρου	—— l. 23 * *	ἐκ τῷ κέντρῳ. *C. D.*
—— l. 44 τῶν	—— 24. l. 13 * *	τῷ. *D.*
—— l. 45 Ἔστω	— ib. * *	ὡς. *A. C. D.*
—— l. 49 Ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα, ἥτις ἐπιφάνεια τ σφαίρας,	—— l. 16 * *	desunt. *A. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 113. l. 9 εἶναι	Pag. 24. l. 21 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 10 πολυγώνῳ,	—— – ib. * *	deest. *D.*
—— l. 17 ἐπιφάνειαν	—— l. 28 * *	deest. *A.*
—— l. 47 Ἡ ἐπιφάνεια ἄρα	—— l. 50 * *	desunt. *D.*
—— l. 50 γὰρ τῷ	—— 25. l. 2 * *	γὰρ. *D.*
—— l. 52 Οὐκ ἄρα ὁδὶ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας	—— l. 3 * *	desunt. *A. D.*
—— 114. l. 5 βάσιν	—— l. 6 * *	τῷ βάσιν. *A.*
—— l. 13 ἐστιν	—— l. 10 * *	deest. *A.*
—— l. 17 λόγον ἐλάσσονα, τῷ	—— l. 12 * *	λόγον, τῷ. *A. C. D.*
—— l. 48 τῷ Κ	—— l. 22 τῷ Κ	τῷ Κ. *D.*
—— 115. l. 19 ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου	—— l. 47 * *	desunt. *D.*
—— l. 30 πρὸς τὴν Ι. Ἡ δὲ Κ	—— 26. l. 2 * *	desunt. *A. B. C. D.* sed in *B* lacuna relinquitur, et verba Edit. Bas. man. alt. scrib.
—— l. 43 Η. Τὸ	—— 9. l. 26 * *	Η. τὸ. *A.*
—— l. 44 προκειμένου	—— – ib. * *	προειρημένον. *B.*
—— l. 46 Ποιεῖτε	—— l. 27 ποιεῖ τε	ποιεῖται. *A. B. D.* ποιητέον. *C.*
—— 116. l. 2 Η, Θ	—— l. 31 Θ, Ι, Η,	ΟΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 5 τῷ ὃν ἔχει	—— l. 33 * *	τοῦτον ἔχει. *A.* desunt. *D.*
—— l. 11 τῆς Η·	—— l. 37 τὸ Η	τῆς Η. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἥπερ ἡ Η τῆς Λ. Τῷ δὲ αὐτῷ ὑπερέχει ἡ ΑΒ τῆς Η,	—— l. 38 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 28 σφαίρας.	—— 26. l. 11 * *	σφαίρας καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιόλιά τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. *A. B. C. D.*
—— l. 39 γίνεται	—— l. 17 * *	γὰρ. *A. C. D.*
—— 117. l. 15 ὃν, ὅτι ὁ Λ κύκλος	—— l. 50 * *	ὅτι ὁ κύκλος. *B. C. D.*
—— l. 19 Γίνεται	—— 27. l. 1 * *	deest. *A. D.* γίνεσθω. *B.* γὰρ. *C.*
—— l. 31 τῶν	—— l. 6 τῷ	τῶν. *A. D.*
—— l. 33 αἱ	—— l. 7 * *	deest. *A. D.*
—— 118. l. 1 ἔσται	—— l. 10 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 7 τμῆμα πολύγωνον	—— l. 12 πολύγωνον	τμῆμα πολύγωνον. *A. B. C. D.*
—— l. 9 περιενεχθῇ τὸ	—— l. 14 * *	περιενεχθήτω σχῆμα. *A.*
—— l. 21 τοῦτε	—— l. 20 * *	τετέσϊ. *C.*
—— l. 39 ἔσω	—— l. 32 * *	ὥστε. *A.*
—— 119. l. 1 ὑπὸ	—— l. 39 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἴσον ὄντος τοῦ ἀπὸ ΘΑ.	—— – ib. * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 2 ἐπιφανείᾳ	—— – ib. * *	τῇ ἐπιφανείᾳ. *B. C. D.*
—— l. 15 ἴσον	—— 10. l. 6 ἴσων	ἴσον. *A. C. D.*
—— l. 22 τῶν	—— 27. l. 45 * *	τῇ. *D.*
—— l. 25 καὶ κέντρον τὸ Ε. Καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ	—— l. 46 * *	desunt. *C.*
—— l. 28 ΒΕ,	—— l. 47 * *	ΒΑ. *A.*
—— – ib. ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, ᾗ ἀπὸ τοῦ	—— – ib. * *	ποιεῖ τῷ σχήματί ὑπὸ τῷ. *D.*
—— l. 42 σχήματι,	—— l. 51 * *	τμήματι. *A. B. C. D.*
—— 120. l. 9 βάσις	—— 28. l. 11 * *	ἡ βάσις. *A. B. C. D.*
—— l. 15 κώνῳ,	—— l. 19 * *	τῷ κώνῳ. *A. D.*
—— l. 21 ἴσους	—— l. 23 * *	ἴσας. *B. C. D.*
—— l. 24 ἐστὶν	—— l. 25 * *	deest. *D.*
—— l. 43 ἔλασσον	—— l. 39 * *	ελασσων. *B.*
—— l. 46 τομέα	—— l. 43 * *	τὸ μὲν Α. *C.*
—— l. 50 ἐπιφανείας	—— l. 49 * *	ἐπὶφάνειαν. *C.*
—— 121. l. 2 γράψεσιν,	—— l. 51 * *	γράψασαι. *A.*
—— l. 12 ἔσαι	—— 29. l. 3 * *	ἐστὶ. *A.*
—— l. 26 ἐστί.	—— l. 8 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἐστὶ ἡ	—— l. 11 * *	γὰρ ἐστὶ ἡ. *A.* γίνεται ἡ. *B.* γὰρ ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 39 Δ	—— 10. l. 7 * *	ΔΕ. *D.*
—— l. 43 ἐστὶ	—— l. 10 * *	γὰρ. *A. C. D.* γίνεται. *B.*
—— l. 45 κώνου ἐπιφανείας οἰωδήσεται,	—— l. 11 ἐπιφανείας ᾠδήσεται	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 46 ἔχει	—— – ib. * *	ἐπὶ. *A. C. D.*
—— 122. l. 12 πασῶν	—— 29. l. 16 * *	πάσας. *D.*
—— l. 13 ᾗ τῆς ἔτι	—— – ib. * *	ᾗ ἐπὶ τῆς. *B. C. D.*
—— l. 31 ὁ Ν,	—— l. 17 ἐγγεγραμμένῳ	deest. *C.*
—— 123. l. 5 Ἐὰν γὰρ	—— l. 23 * *	οὖ. *D.*
—— l. 29 περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος,	—— l. 38 ἐὰν	ἐὰν γὰρ. *A. B. C. D.*
—— l. 30 ἴσον	—— l. 48 * *	περιδιάμετρον τὴν —— ΚΛ κύκλος. *D.*
—— l. 36 οὖν τὸ	—— l. 49 * *	ἴσος. *B. C.*
—— 124. l. 12 ποιήτωσαν	—— 30. l. 1 * *	αὐτὸ. *A.*
—— l. 16 ἔχει, ᾗ	—— l. 13 * *	ποιείσθωσαν. *D.*
—— l. 28 Ἔσαι	—— l. 19 * *	inter ἔχει et ἡ parva lacuna relinquitur. *B.*
—— l. 37 γωνίας	—— l. 28 * *	ἐστὶ. *D.*
—— – ib. Ἔσαι	—— l. 30 αγωνίας	γωνίας. *B. C. D.*
—— l. 41 ὡς ἄρα	—— l. 31 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 43 καὶ ἡ	—— l. 32 * *	ὥσπερ. *C.*
—— l. 45 τὴν	—— l. 33 * *	desunt. *D.*
—— 125. l. 1 ἐστὶν	—— l. 35 * *	deest. *D.*
—— l. 5 Ἔσαι	—— l. 36 * *	deest. *A.*
—— l. 10 ὥστε	—— l. 38 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 12 ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῷ Ν κύκλου,	—— l. 41 ὡς	ὥστε. *B. C. D.*
	—— l. 42 * *	desunt. *A. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 125. l. 17 Ὅμοιοι ἄρα	Pag. 30. l. 45 ὅμοιοι	ὅμοιοι ἄρα. *B. D.* ὁμοιοι δὴ. *C.*
—— l. 26 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.	—— 10. l. 25 ἐστὶν ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 42 τῆς ΕΚ	—— l. 34 τῇ ΕΚ	τῆς ΕΚ. *B.*
—— l. 44 ὑπὸ τῆς ΕΚ, καὶ πασῶν, πρὸς τὸ	—— l. 35 * *	desunt. *D.*
—— 126. l. 5 ἔσαι	—— l. 39 * *	ἔσω. *A. D.*
—— — ib. ΕΔ	—— — ib. ΕΛ	ΕΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 6 κέντρῳ ἐπὶ τὴν ἀφὴν, τετέσιν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ τῆς ἐλάσσονος	—— l. 40 κέντρῳ τῆς ἐλάσσονος	κέντρου ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιζευχθεῖσαν. τετέσιν ἡ ἐκ τῇ κέντρῳ τῆς ἐλάσσονος. *B. C. D.*
—— l. 21 τῷ ΑΒΓ κύκλῳ·	—— 30. l. 51 * *	τὸ ΑΒΓ κύκλος. *C.*
—— l. 23 ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ. Δεῖ δεῖξαι ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος,	—— 31. l. 1 * *	
—— — ib. Δεῖ δεῖξαι	—— — ib. δεδεικται	desunt. *C.*
—— l. 41 τὸν κύκλον.	—— l. 10 * *	δεῖ δεῖξαι. *B. D.*
—— l. 45 ἔσαι,	—— l. 17 * *	τὸν Ζ κύκλον. *B. C. D.*
—— 127. l. 18 πρὸ τούτου,	—— 10. l. 45 * *	ἐστὶν. *D.*
—— l. 23 εἰσὶ τῶν ἐκ τῶν κέντρων.	—— 11. l. 2 * *	περὶ τούτου. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ἄρα	—— l. 3 * *	εἰς τὴν τῶν ἐκτὸς κέντρων. *C.*
—— l. 26 Ἐὰν	—— 31. l. 27 * *	deest. *A.*
—— l. 28 ἐστὶ	—— l. 28 ἔσαι	καὶ ἐὰν. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἀπὸ τῶν ΒΓ	—— l. 30 * *	ἐστὶ. *D.*
—— 128. l. 25 ὅπως	—— 32. l. 1 ὅπερ	ἀπὸ τῇ Γ. *B.* ἀπὸ τῶν Γ. *C. D.*
—— — ib. λόγον ἔχει	—— l. 2 * *	ὅπως. *A.*
—— l. 27 πρότερον	—— l. 3 * *	λόγον ἔχη. *B. C.*
—— l. 30 σημεῖον, πρὸς τὸ	—— l. 4 * *	πρότερον. *D.*
—— l. 33 ἡ πλευρὰ τῇ περιγεγραμμένου πολυγῶνου πρὸς τὴν πλευρὰν	—— l. 5 * *	σημεῖον πρὸς τὰ περιεχόμενα πρὸς τὸ. *D.* τῇ περιγεγραμμένου. *D.*
—— l. 42 Ἡ δὲ Δ πρὸς Ε	—— l. 10 * *	ἡ δὲ Δ πρὸς Ζ. *A.*
—— 129. l. 2 Τὸ ἄρα	—— l. 15 * *	ἢ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 3 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον.	—— l. 16 * *	
—— l. 19 τομέος	—— l. 25 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 30 Δ πρὸς Ε·	—— l. 30 * *	τομεὺς. *A.*
—— l. 35 Μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος.	—— l. 33 * *	ΔΕ. *C.*
—— 130. l. 1 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— 11. l. 8 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 5 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπόμνημα εἰς τὸ πρῶτον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 10 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— 131. l. 6 πάσης σφαίρας	—— 33. l. 3 * *	πάσης partim deletâ et marg. alt. man. corr. παντὸς τμήματος. *B.*
—— l. 8 δὴ ὅτι	—— l. 5 * *	δῆλον ὅτι. *C.*
—— — ib. τμήματος	—— — ib. * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 11 δὴ ὅτι	—— l. 7 διότι	δὴ ὅτι. *B.*
—— l. 16 τῆς σφαῖρας·	—— l. 9 * *	desunt. *D.*
—— l. 21 διὰ τούτων θεωρημάτων,	—— l. 12 διὰ τῶν θεωρημάτων	διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων. *B.* δὴ αὐτῇ. *C.* δὴ αὐτῶν τούτων θεωρημάτων. *D.*
—— 132. l. 13 ὁ	—— l. 19 * *	deest. *C.*
—— l. 18 Ε	—— l. 22 * *	B. *A.*
—— l. 39 εὐθειῶν	—— l. 36 * *	deest. *D.*
—— l. 40 τῶν	—— l. 39 * *	τῶν τῆς. *A. B. C. D.*
—— 133. l. 5 ἔτω τὴν ΗΘ	—— l. 43 * *	τὴν ΗΘ. *B. C.* desunt. *D.*
—— l. 12 ὡς τὸ ἀπὸ	—— 34. l. 1 * *	ὡς ἀπὸ. *C.*
—— l. 24 δὲ	—— 11. l. 13 * *	δὴ. *C. D.*
—— l. 26 εἰπεῖν,	—— l. 15 * *	ποιεῖν. *B. C. D.*
—— l. 36 ἔσαι	—— l. 22 διὰ	ἔσαι. *B. C.* ἄρα. *D.*
—— l. 42 ΑΓ.	—— l. 26 * *	ΑΓ κύνω. *A. B. C. D.*
—— — ib. Ὁ γὰρ κύλινδρος	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— 134. l. 1 ᾧ δέον	—— l. 36 * *	ὁδὲ ὂν. *A.*
—— l. 7 κείσθω αὐτῇ; ἡμίσεια ἡ ΗΜ· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΖΝ	—— l. 38 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 16 περιγεγράφθω.	—— 12. l. 3 * *	γεγράφθω. *A. B. C. D.*
—— — ib. Ἔσαι	—— — ib. * *	ἔσω. *A.*
—— l. 21 τρίτῳ	—— l. 6 * *	τρίγωνω. *C.*
—— l. 22 συνησάμενοι	—— — ib. * *	ποιησάμενοι. *D.*
—— l. 36 τὴν ΖΗ	—— l. 20 * *	τὸν ΖΗ. *B. D.*
—— l. 40 δὲ δέοι	—— l. 25 δέοι	δὲ δέοι. *A. B. C. D.*
—— l. 55 ΤΥ,	—— l. 36 * *	τῇ ΤΥ. *A. D.*
—— 135. l. 9 ἐντυχήκαμεν	—— l. 47 * *	ἐντετύχηκαμεν. *A.*
—— l. 10 γράφειν.	—— l. 48 * *	γραφὴν. *D.*
—— l. 12 πρὸ	—— l. 49 * *	πρὸς. *D.*
—— — ib. κεχρῆσθαι	—— — ib. * *	κεχρᾶσθαι. *A.*
—— l. 14 χρεῖται·	—— l. 50 * *	χρῆται. *A.*
—— l. 19 συνεχεῖ	—— 13. l. 3 * *	σύνεχεια. *B.*
—— l. 27 τὸ Θ Μ.	—— l. 8 * *	τῷ Θ Μ. *D.*
—— — ib. Σωλῆνι σχισθεισῶν	—— — ib. σωλῆνι σθεισῶν	σωληνίσθεισῶν. *B. C. D.*
—— l. 34 Τέτων	—— l. 10 * *	τῶν. *A.*
—— l. 38 οὗ	—— l. 13 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ψαύῃ	—— l. 15 * *	ψαίει. *D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 136. l. 13 ἀποτέμοι	Pag. 14. l. 7 ἀποτέμοις	ἀποτέμοι εἰς. *B.*
—— l. 14 τὰς	—— l. 8 * *	τὰ. *A.*
—— l. 19 δῆλον ὅτι	—— l. 13 * *	δηλονότι. *D.*
—— — ib. δίχα τέμνεται	—— l. 14 * *	δίχα τέτμηται. *A. C. D.*
—— l. 23 ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΖΘ, ΘΕ.	—— l. 17 * *	deſunt. *D.*
—— l. 27 ἴσον ἐστὶ	—— l. 20 * *	ἴσον. *D.*
—— l. 33 ὅτως	—— l. 23 * *	deeſt. *D.*
—— l. 35 ἡ ΑΒ. ΩΣ ΦΙΛΩΝ Ο ΒΥΖΑΝΤΙΟΣ.	—— l. 24 * * * *	deſunt. *D.* deſunt. *D.*
—— l. 39 δοθεῖσαι	—— l. 26 * *	deeſt. *A.*
—— l. 41 γιγράφθω	—— l. 27 * *	ἐγγιγράφθω. *C.*
—— 137. l. 3 ἔχει ἡ ΔΒΕΖ, ἴσης οὔσης, ὡς εἴρη), τῆς ΔΒ τῇ ΕΖ. Λέγω ὅτι	—— l. 34 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 25 ᾗ ἡ ΔΑ	—— l. 49 ἡ ΔΑ	καὶ ἡ ΔΑ. *B. C. D.*
—— l. 28 Ἥρωνος κατασκευῆ.	—— 15. l. 1 ἥρωνος κατασκευῆς	ἥρωνος· τὸ γδ ΒΘ παραλληλόγραμμον τὸ αὐτὸ ἐστὶ τῷ ληφθέντι ἐπὶ τῆς ἥρωνος κατασκευῆς. *A. B. C.* in *D.* τω ante ληφθέντι deeſt.
—— l. 39 Πολὺ γὰρ	—— l. 7 * *	πολύγε. *D.*
—— l. 40 πρὸς τὰ Δ, Ζ. ΩΣ ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ.	—— l. 8 * * * *	πρὸς τὸ ΚΖ. *A. B. C. D.* deſunt. *A.*
—— l. 43 Καὶ κέντρῳ	—— l. 10 κέντρῳ	καὶ κέντρῳ. *D.*
—— 138. l. 11 παραγομένῃ	—— l. 21 * *	παραγενομένῃ. *C.*
—— l. 27 διὰ τὴν ΔΕ	—— l. 35 * *	διὰ τὸ τὴν ΑΒ. *B. C. D.*
—— l. 38 ΗΖ,	—— l. 45 * *	deſunt. *D.*
—— l. 40 ΜΒ,	—— l. 47 * *	αἱ ΜΒ. *A.*
—— l. 46 ἐπὶ τεταγμένα	—— 16. l. 2 * *	ἐπὶ τὰ γενάμενα. *A. C. D.*
—— l. 47 ὁμοίως	—— — ib. * *	ὁμοίων. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ὡς	—— l. 3 * *	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 50 παραθέσθαι	—— l. 4 * *	παραθέσεις. *A. B. C. D.*
—— l. 52 ἔσονται ἡ	—— l. 6 καὶ ἡ	ἔγω ἡ. *A. D.*
—— 139. l. 4 τῦ ἀπὸ τῦ	—— l. 8 * *	τῦ ἀπὸ τῆς. *C. D.*
—— l 6 δύο εὐθεῖαι,	—— l. 9 * *	deſunt. *D.*
—— l. 31 ἀπὸ	—— l. 33 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 33 ἐὰν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῆναι,	—— l. 37 * *	ἐὰν τῶν εὑρεθῆναι τῶν ὀφειλουσῶν μέσων. *A.* ἐὰν τῶ ὀφειλεσῶν μέσων εὑφηθῆναι. *B. C. D.*
—— l. 40 σημεῖον·	—— l. 45 * *	σημεῖον ἔγω. *A. C. D.*
—— l. 52 μεταξὺ	—— 17. l. 1 μεταξὴ	μεταξῦ. *C. D.*
—— — ib. μεταξὺ τῶν Β, Γ, ἴως οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτῦ μέρος	—— — ib. * *	deſunt. *B.*
—— — ib. οὗ	—— l. 2 * *	ἧ. *D.*
—— 140. l. 2 μεταγοντες	—— l. 3 * *	μεταγαγόντες. *C.*
—— l. 4 ΒΔ κύβος,	—— l. 5 * *	deſunt. *D.*
—— l. 7 ἐπὶ τὸ Λ,	—— l. 7 ἐστὶ τὸ Α	ἐπὶ τὸ Λ. *D.*
—— l. 8 τῇ ΑΗ,	—— — ib. * *	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 10 ΑΓ.	—— l. 8 * *	ΑΓ. *C. D.*
—— l. 15 τῆς	—— l. 11 * *	deeſt. *A.*
—— l. 20 ὁ αὐτός ἐστι τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΜ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΜΗ.	—— l. 14 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 27 ἄρα	—— l. 17 * *	γὰρ. *A.*
—— l. 37 ὡς	—— l. 24 * * initio lineæ	deeſt. *D.*
—— l. 50 ΜΑ. Ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΜ πρὸς ΜΗ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΕ· ὡς δὲ ἡ ΓΜ πρὸς ΜΛ, ἡ ΑΜ	—— l. 31 * *	deſunt. *A. D.*
—— 141. ΣΠΟΡΟΣ.	* *	ΠΟΡΟΣ. *B.*
—— l. 1 αἱ δοθεῖσαι	—— l. 34 * *	δύο δοθεῖσαι. *A.*
—— l. 2 μέσας	—— — ib. * *	εὐθείας. *A.*
—— — ib. συνεχεῖ	—— l. 35 * *	σῦνεχέα. *B.*
—— l. 20 πρὸς ΜΚ, ἡ ΚΜ πρὸς ΜΕ· ὡς ἄρα ἡ ΔΜ	—— l. 47 * *	deſunt. *D.*
—— l. 22 ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 50 * *	deſunt. *D.*
—— l. 23 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— — ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 29 τυτέστιν ἡ ΔΜ πρὸς ΜΕ,	—— 18. l. 3 * *	deſunt. *D.*
—— l. 34 πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ΑΒ	—— l. 6 * *	deſunt. *D.*
—— l. 35 πρὸς ΒΓ	—— l. 7 deſunt	πρὸς ΒΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 37 Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΒ πρὸς Ξ,	—— l. 8 * *	deſunt. *D.*
—— l. 40 εἰρημένη.	—— l. 9 γραμμῆ	γεγραμμένη. *A. D.*
—— l. 43 πεπερασμένη	—— l. 11 περασμένη	πεπερασμένη. *B. C. D.*
—— l. 46 αἱ	—— l. 13 * *	deeſt. *B.*
—— l. 49 τὸ Θ,	—— l. 15 τῆς Θ	τὸ Θ. *A. D.*
—— 142. l. 20 ἴσον	—— l. 31 * *	ἴσον ἐστὶ. *A.*
—— — ib. Δ, Γ,	—— — ib. * *	ΔΑΖ. *D.*
—— l. 21 ἐστὶν ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ Δ, Ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΘΖΑ,	—— — ib. * *	deſunt. *C.*
—— l. 23 Ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ, καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε.	—— l. 33 ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε	ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ, ἡ ΖΑ πρὸς τὴν Ε, ἀλλ' ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν ΖΘ πρὸς ΖΑ καὶ ἡ ΖΑ πρὸς Ε. *D.*
—— l. 29 πρὸς	—— l. 36 * *	αἱ πρὸς. *A. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 142. l. 34 ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ, ἕτως ἡ ΔΒ	Pag. 18. l. 41 ἡ ΔΒ	ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ ἡ ΔΒ. *A. B. C. D.*
—— l. 41 τὴν	—— l. 46 * *	τῆς. *A.*
—— l. 42 Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΕ,	—— – ib. * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 43 ἡ ΒΕ	—— l. 47 * * fine lineæ.	desunt. *D.*
—— l. 47 τὴν ΒΔ. Ἤτταν ἢ κὴ ἑτέρας δοθείσης τῆς περὶ	—— 19. l. 1 * *	desunt. *D.*
—— l. 49 Καὶ δυθέντα ἄρα	—— l. 2 καὶ δυθέντα	δοθέντα ἄρα. *A. B.* δοθέντα δὴ. *C.* δοθέντα. *D.*
—— l. 52 ΒΔ, ΒΕ.	—— l. 4 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— 143. l. 3 Τέμνουσι δὴ ἀλλήλαις	—— l. 6 * *	τεμοῦσι δὴ ἀλλήλας. *B. D.* τεμνοῦσι δὴ ἀλλήλας. *C.*
—— l. 17 καμαρικῶν.	—— l. 15 * *	μακαρϊκῶν. *A.*
—— l. 18 αἱ δοθεῖσαι	—— l. 16 * *	δοθεῖσαι. *A. D.*
—— – ib. ΑΔ, Γ.	—— – ib. * *	ΑΒΓ. *D.*
—— l. 19 ΑΔ, Γ	—— – ib. * *	ΑΒΓ. *D.*
—— l. 27 τέμνει	—— l. 21 * *	τεμεῖ. *C. D.*
—— l. 33 τῇ ΑΠ εὐθείᾳ,	—— l. 24 * *	τῆς ΑΠ εὐθείας. *A. C. D.*
—— l. 42 τὸ	—— l. 26 * *	τὸ μὲν. *A. B. C. D.*
—— 144. l. 5 ΘΒ, ΘΖ,	—— 20. l. 8 * *	ΘΒΖ. *B. C.* ΘΒ. *D.*
—— – ib. ΘΑ, ΘΙ,	—— l. 9 * *	ΘΑΙ. *B. C.* ΘΑ Ι. *D.*
—— l. 7 ΜΑΘ·	—— l. 10 * *	desunt. *D.*
—— l. 10 οὕτως ἡ ΙΑ	—— l. 11 * *	desunt. *D.*
—— l. 17 σηκὸν	—— l. 16 * *	σϊκὸν. *A.*
—— – ib. κύβε	—— – ib. * *	καλῶ. *A. B. C. D.* corr. marg. *B.* man. alt. κύβε.
—— – ib. σφαλεὶς, διπλασιάζων	—— – ib. σφαλῆς, διπλασιάζων	σφαλεῖς, διπλασϊάζειν. *A. D.*
—— l. 25 πρῶτον	—— l. 21 * *	πρῶτος. *A. C. D.*
—— l. 28 συνεχεῖ	—— l. 23 * *	συνεχεία. *B.*
—— l. 30 τινά	—— l. 24 * *	τϊνὰς. *C. D.*
—— – ib. ἐπιβαλομένης νόσε,	—— – ib. * *	ἐπιβαλομένης. *A. B.* ἐπιβαλλομένης. *C.* ἐπιβαλλομένης. *D.*
—— l. 31 ἐπιταχθέντας,	—— l. 25 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 32 Διαπεμψομένους	—— l. 26 διαμεμψαμένοις	διαμεμψαμένους. *B. C. D.*
—— l. 34 ἐπιδιδόντων	—— l. 27 * *	ἐπιπεδόντων. *A.*
—— – ib. δοθεισῶν	—— – ib. * *	τῶν δοθεισῶν. *B. C. D.*
—— l. 39 ἐπιβραχύ τι	—— l. 30 ἐπὶ βραχύ τι	ἐπὶ βραχύτητι. *B. C. D.*
—— l. 40 ὀργανικὴ	—— l. 31 * *	ὀργανικὴ λῆψϊς. *B. C. D.*
—— – ib. εὑρήσομεν,	—— – ib. * *	εὑρίσκομεν. *C.*
—— l. 44 χηματίζειν,	—— l. 34 * *	μετασχηματίζειν. *A. B. C.* καταχηματίζειν. *D.*
—— l. 45 κὴ ναὺς,	—— l. 35 * *	desunt. *D.*
—— l. 47 καθιστᾶναι,	—— l. 36 * *	καθίσαθαι. *B. C. D.*
—— 145. l. 2 καταπρήσεις,	—— l. 42 * *	καταμωτρήσεις. *A.* καταμετρήσεις. *D.*
—— l. 3 μέλλει	—— l. 45 μένει	μέλει. *B. C.* μέλλει. *D.*
—— l. 4 δυνατὰ	—— l. 48 * *	δύναται. *B.*
—— l. 7 συνεχεῖ	—— 21. l. 2 * *	συνεχέα. *B.* ut semper
—— l. 20 σημείων εὐθεῖα,	—— l. 7 * *	εὐθεῖαι. *A.*
—— l. 30 κὴ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΕΚ πρὸς ΚΖ, ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ· ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΗ,	—— l. 12 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 32 ὡς ἢ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ, ἡ ΓΗ πρὸς ΔΘ. Καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΒΖ, ἡ ΒΖ πρὸς ΓΗ,	—— l. 13 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 36 ἀποδέδεικται.	—— l. 16 ἀποδέκται	ἀποδεδεικται. *A. C. D.*
—— l. 39 πυνακίσκους	—— l. 18 * *	πϋνακϊσάς. *A.*
—— l. 42 ὡσαύτως	—— l. 20 * *	ὡς αὐτῶ. *A.*
—— l. 47 μεμολυβδοχημένον.	—— l. 23 μεμολυβδοχημένων	μεμολϋβδοχημένον. *A. C. D.*
—— l. 50 ἔχεις	—— l. 25 * *	ἔχης. *C.*
—— 146. l. 2 ἔχη	—— l. 29 * *	ἔχει. *B.*
—— l. 6 ἀλλήλας,	—— l. 31 * *	ἀλλήλας εἰσὶν. *A. D.*
—— l. 7 ΒΖ πρὸς ΓΗ.	—— – ib. * *	ΚΖ πρὸς ΚΗ. *D.*
	—— 22. Carminis titulus	στίχοι ἥρω ἐλεγεῖοι. *A.*
—— l. 18 Φράζεαι	—— l. 2 * *	Φράζεται. *A.*
—— l. 23 δυσμήχανα	—— l. 7 δισμήχανα	δυσμήχανα. *C. D.*
—— l. 28 κεν	—— l. 12 * *	μὲν. *B.*
—— l. 29 Πτολεμαῖε	—— l. 13 ϖ̃ολεμαῖς	ϖ̃ολεμαῖε. *A. B. C. D.*
—— – ib. συνηθῶν	—— – ib. συνη ων	συνηθῶν. *A. C. D.* σϋνήμων. *B.*
—— l. 37 χρείαν.	—— l. 20 deest	χρείαν. *A.*
—— l. 40 τὰτε ἀνελλειπῆς.	—— l. 22 τυτ' ἐὰν ἐλλείπους	τυτ' ἐὰν ἐλλείπως. *A.* τᾶτε ἀνελλείπως. *C. D.*
—— l. 41 Ἐρατοσθένη	—— l. 23 * *	ἐρατοσθένη. *A.*
—— 147. l. 3 ϖ̃ελεκινοειδῆ,	—— l. 25 * *	πελεκοειδῆ. *A.*
—— l. 4 μέρος τὸ	—— l. 26 * *	μέρος. *D.*
—— l. 5 κὴ μέσην	—— – ib. * *	πρὸς μέσην. *B. C. D.*
—— l. 6 ὑπερέχον	—— 23. l. 1 * *	ὑπερέχειν. *B.*
—— l. 9 ϖ̃εριέλαινειν	—— l. 2 * *	περϊμάνειν. *A.*
—— – ib. τῷ	—— l. 3 * *	τῇ. *A.*
—— l. 10 πρὸς δὲ τῷ	—— – ib. * *	πρὸς τῶ. *A. D.*
—— l. 11 ἐγκείσεται εἰς τὸ	—— – ib. ἐγκείσεται εἰς τὸν	ἐγκείσεται εἰς τϊ. *C.*
—— l. 14 πελεκινοειδεῖ	—— l. 4 * *	πέλεκι νόει δεῖ. *D.*
—— l. 18 πρὸς Δ	—— l. 5 πρὸς τὸ Ζ	πρὸς τῶ Ζ. *D.* in hac prop. ferme πρὸς τῶ. in *C.* et *D.*
—— l. 27 ἐπὶ τῷ	—— l. 8 * *	ἐπὶ τὸ. *D.*
—— l. 28 κυλινδρίῳ	—— – ib. * *	κυλίνδριον. *A. D.*
—— l. 29 κυλινδρίῳ	—— l. 9 * *	κϋλίνδρου. *A.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 147. l. 30 νοημένης,	Pag. 23. l. 9 * *	νοημενω. *C.*
—— l. 36 τῇ γραμμῇ	—— l. 14 * *	γραμμη. *C.*
—148. l. 3 τοῖς	—— l. 21 * *	deeſt. *D.*
—— l. 10 τοῦτο δὲ	—— l. 26 * *	τοῦτο δέος. *A.*
—— l. 11 γίνεται	—— – ib. * *	γὰρ τὸ. *D.*
—— l. 19 ὅπερ ἀδύνατον.	—— l. 30 ἀδύνατον	ὅπερ ἀδυνάτου. *B. C. D.*
—— l. 20 διαγομένη	—— l. 31 * *	διαλεγομένη. *A.*
—— l. 26 διάγειν	—— 24. l. 4 * *	διαγαγεῖν. *D.*
—— l. 29 τῷ ΔΘ	—— l. 6 * *	ΔΘ. *D.*
—149. l. 3 τῇ διαθέσει.	—— l. 8 * *	διαθέσει. *D.*
—— l. 10 ἴση οὖσα τῇ ΑΔ· καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ΖΗ, καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ ΓΘ.	—— l. 13 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 13 τῇ	—— l. 14 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 16 Μ.	—— l. 16 ΜΓ	Μ. *A. B. C. D.*
—— – ib. ΓΛ	—— – ib. ΦΛ	ΓΛ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἀπὸ ΚΕ, ΕΖ, τουτέστι τῷ	—— 25. l. 6 * *	deſunt. *D.*
—— l. 37 σκυθέντι	—— l. 16 * *	συνθεντι. *A.*
—— l. 39 ΑΔ. Ἴση ἄρα κὴ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΜΔ τῷ ἀπὸ ΖΚ. Καί ἐστι τῷ μὲν	—— l. 19 * *	deſunt. *A.*
—— – ib. ΑΔ. Ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΖΚ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ	—— – ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 41 ὑπὸ ΒΜΑ,	—— l. 21 * *	ὑπὸ ΒΜ. *B. C.* ἀπὸ ΒΜ. *D.*
—— l. 43 Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΜΑ, μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΔ, τῷ ὑπὸ ΒΚΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΖ·	—— l. 24 * *	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 44 ἀπὸ	—— – ib. * *	deeſt. *A.*
—— l. 48 ἕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ.	—— l. 26 * *	ἡ ΓΚ πρὸς ΑΜ. *A.* deſunt. *D.*
—— l. 49 ΓΚ, ἡ ΜΑ	—— l. 27 * *	ΓΚ κὴ ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΓΚ ἐστὶ δὲ κὴ ὡς ΑΓ πρὸς ΓΚ ἡ ΜΑ. *A.*
—150. l. 5 πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.	—— 34. l. 8 * *	deſunt. *C.*
—— l. 8 τῷ διὰ τῶν	—— l. 9 * *	τῶν διὰ τὸν. *C.*
—— l. 15 ἔχοντες	—— l. 12 * *	ἔχοντα. *A.*
—— l. 18 νενοήθω	—— l. 14 * *	νοείσθω. *A.*
—— l. 21 μὲν	—— l. 15 * *	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 24 Ἔστι	—— l. 17 * *	ἔσται. *B. C.*
—— l. 26 βιβλίῳ.	—— l. 18 * *	ſcribuntur in marg. *C.* ἐν τῷ ΛΖ
—— l. 30 ἐστὶν,	—— l. 20 * *	deeſt. *B.*
—— – ib. ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ.	—— – ib. * *	repetuntur ἡ ΘΔ mutatis in ἄρα ΘΔ. *A.*
—— l. 6 πρὸς	—— l. 23 πρὸ	πρὸς. *B. C.*
—— l. 37 ἄξονι	—— – ib. ἄξωνι	ἄξονι. *A.*
—151. l. 8 ἄρα	—— l. 28 * *	ἄρα ἐστὶν. *A. C. D.*
—— l. 9 κύκλος,	—— – ib. κύκλον	κύκλος. *C.*
—— l. 21 ἐστιν ὡς	—— l. 34 * *	ὡς ὁ. *B.* ἐστὶν ὁ. *C. D.*
—— l. 28 τῇ ΑΒ. Ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται	—— l. 37 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 τοῦ Ν κώνου,	—— 35. l. 5 τοῦ κώνου	τοῦ Ν κώνου. *B. C. D.*
—— l. 41 ΒΘΖΑ	—— l. 7 * *	ΒΘ ΖΔ. *A. B. C.* ΚΒ ΖΔ. *D.*
—— – ib. ΒΘΖΚ	—— – ib. * *	ΒΘ ΖΑ. *D.*
—152. l. 3 δείξομεν	—— l. 13 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 7 τῆς σφαῖρας.	—— l. 17 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ΔΘ, ΘΚ, τῷ ὑπὸ τῶν ΔΚ, ΘΑ.	—— l. 23 ΔΘΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ τ ΔΚ	ΔΚΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘΚ. *A. C. D.* et τῶν mutato in τῷ. *C.*
—— l. 24 ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.	—— l. 24 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν	—— l. 26 * *	deſunt. *D.*
—153. l. 16 ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— 25. l. 29 * *	deſunt. *D.*
—— l. 22 ΓΒ	—— l. 33 * *	ΓΘΒ. *B. C. D.*
—— l. 23 ἕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην,	—— l. 34 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 28 τὸ ἀπὸ ΒΕ.	—— l. 36 τὸ ΒΕ	τὸ ἀπὸ ΒΕ. *C. D.*
—— l. 33 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ	—— l. 39 * *	deſunt. *D.*
—— l. 40 ἀπεδείκνυεν	—— l. 43 * *	ἀπεδείκνυμεν. *C. D.*
—— – ib. κώνῳ,	—— l. 44 deeſt	κώνῳ. *C. D.*
—— l. 44 τέμνει	—— l. 46 * *	τέμνη. *D.*
—154. l. 4 ὑπὸ κωνικῆς	—— l. 48 * *	ὑπὸ τῆς κωνικῆς. *A.*
—— l. 6 κώνου.	—— l. 50 * *	κώνου σφαίρας. *A.*
—— – ib. οὖν	—— – ib. * *	καὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 13 νενοείσθω	—— 26. l. 4 * *	νοείσθω. *B. C. D.*
—— l. 18 ἔπειρ	—— l. 8 * *	ἔπειρ κὴ. *C. D.*
—— l. 21 ἐκ	—— l. 10 deeſt	ἐκ. *A. D.*
—— l. 24 τὸ Α,	—— l. 11 τῷ Α	deſunt. *A.* τὸ Α. *B. C. D.*
—— l. 30 ἐπιφάνειαν τοῦ	—— l. 15 * *	ἐπιφάνειαν τῇ κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ. *D.*
—— l. 36 ἴσος	—— l. 19 * *	ἴση. *A.*
—— l. 45 ΒΑΖ τμῆμα	—— l. 27 * *	ΑΒΓ τμῆμα. *B. C. D.*
—155. l. 1 σφαίρας	—— – ib. * *	τῆς σφαίρας. *A. D.*
—— l. 2 ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ·	—— l. 28 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 13 κὴ ἔσω ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ.	—— l. 34 * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 19 ὡς τὸ	—— 27. l. 2 * *	ἕτως το. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ὑπὸ ΑΕΓ	—— l. 5 * *	ἀπὸ ΑΕΓ. *A.*
—— – ib. ἀπὸ ΕΓ,	—— – ib. * *	ὑπὸ ΔΕΓ. *A. C. D.* ἀπὸ ΔΕΓ. *B.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 155. l. 25 ἀπὸ Θ Δ, ἕτως τὸ	Pag. 27. l. 6 * *	deſunt. *D.*
—— l. 27 Γ Α.	—— l. 7 * *	Γ Δ. *B. C. D.*
—— l. 31 τεμεῖν,	—— 35. l. 37 * *	τομὴν. *A.*
—— l. 36 τὴν	—— 39. l. 1 * *	deeſt. *D.*
—— l. 38 αἱ Α Δ, Β Δ.	—— l. 2 * *	deſunt. *D.*
—— l. 39 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ☞ Δ Β Ε τμήματος δοθείς· ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ Α Ε τμήματος	—— — ib. * * omiſſo δοθείς	deſunt. *A.*
—— l. 41 ἐστὶ τῇ Α Δ· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ Δ Β Ε τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, ᾧ ἡ ἐκ τῦ κέντρου ἴση	—— l. 3 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 43 Δ Β·	—— l. 4 * *	Α Β. *B.*
—156. l. 6 Ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η· καὶ τετμήσθω ἡ Α Β,	—— l. 10 * *	deſunt. *C.*
—— l. 15 ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τῦ κέντρου τῇ Α Δ, ὁ δὲ Κ	—— l. 16 * *	deſunt. *D.*
—— l. 19 ὁ δὲ Κ τῦ Δ Β Ε τμήματος.	—— l. 18 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 23 τυτέστιν ἡ Ζ πρὸς Η, τὸ ἀπὸ Α Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Β,	—— l. 20 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ἀλλήλας	—— 27. l. 9 ἀλλήλοις	ἀλλήλας. *C.*
—— l. 33 πρὸς	—— l. 12 * * initio lineæ	deeſt. *C.*
—— l. 35 τί ἐστιν	—— — ib. * *	ἐστὶν. *B.*
—— l. 38 οὕτως τὸ ἀπὸ Β Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Α.	—— l. 14 * *	ἡ Β Δ πρὸς Δ Α. *A. B. C. D.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 19 * *	deeſt. *A. D.*
—157. l. 1 τὰ τμήματα	—— 36. l. 25 * *	τὰ τμήματα τὰ *A.*
—— l. 19 ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσι τὸν περὶ διάμετρον τὴν Α Γ κύκλον. Λόγος ἄρα καὶ τῆς Λ Χ πρὸς Χ Ρ δοθείς.	—— l. 32 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 20 τὴν Α Γ	—— — ib. * *	τὴν Α Γ. *B. C. D.*
—— l. 26 Καὶ ὅλη ἄρα ἡ Ρ Λ πρὸς ὅλην τὴν Κ Λ ἐστὶν, ὡς ἡ Κ Λ πρὸς Λ Δ,	—— l. 35 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 37 ἔσαι	—— 37. l. 3 * *	ἐστὶ. *D.*
—158. l. 17 Λοιπὸς	—— l. 12 * *	λοιπὸν. *C. D.*
—— l. 18 πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ, οὕτως ἡ Χ Ζ πρὸς Ζ Θ, τυτέστι πρὸς δοθέν.	—— — ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 20 δεῖ	—— l. 13 * *	deeſt. *B.*
—— l. 23 λεγόμενον ἔχει	—— l. 15 λεγόμενον ἐκ ἔχει	λεγόμενον ἔχει. *B. C.* λέγομεν ἔχει. *D.*
—— l. 26 κατὰ τὴν	—— l. 17 * *	τὴν κατὰ τὴν. *A.*
—— l. 27 ἔσται	—— — ib. * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 35 μεῖζον	—— l. 21 * *	μεῖζονος. *B.* μείζων. *D.*
—159. l. 4 Ἔσαι	—— l. 29 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 5 ἀπὸ	—— — ib. ὑπὸ	ἀπὸ. *B. C. D.*
—— l. 7 Ὡς τε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ Κ Λ πρὸς τὸ ἀπὸ Λ Δ, τὸ ἀπὸ Β Δ πρὸς τὸ ἀπὸ Δ Χ.	—— l. 30 * *	ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ Κ Λ πρὸς Λ Δ ἡ Β Δ πρὸς Δ Χ. *B. C.* bis. *A.* et ter repetita. *D.* et poſtea ut in Edit Baſ.
—— l. 30 ἕτως ἡ Ρ Χ	—— 27. l. 22 * *	deſunt. *D.*
—160. l. 1 Ἡ δὲ καὶ ὡς ἡ Δ Χ πρὸς Χ Β,	—— l. 25 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 4 πρὸς Λ Δ.	—— l. 26 * *	deſunt. *D.*
—— l. 5 ἡγούμενα	—— l. 27 * *	τὰ ἡγούμενα. *A. D.*
—— l. 8 ἕτως τὸ	—— l. 28 * *	ἕτως πρὸς τὸ. *A.*
—— l. 10 Ἀλλὰ ὡς τὸ ἀπὸ Ρ Λ πρὸς τὸ ἀπὸ Κ Λ,	—— l. 30 deſunt	ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ Ρ Λ πρὸς τὸ ἀπὸ Λ Κ. *A. D.* ἀπὸ ante Ρ Λ omiſſo. *C.* et Λ Κ mutatis in Λ Δ. *B.*
—— l. 20 γὰρ ὡς	—— l. 35 * *	γὰρ ἐστὶν ὡς. *B. C. D.*
—— l. 27 τῆς Δ Β	—— l. 39 * *	Δ Β. *A.*
—— l. 41 ἀδιαιρέτως,	—— l. 48 * *	ἀδιαρθρώτως πῶς. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἀποδεικτικεῶς,	—— 28. l. 2 ἀποδεικτικῆς	ἀποδεικτικῶν. *A.* ἀποδεικτικῶς. *B. C.* ἀποδεικτικῆ. *D.*
—— l. 45 εὐθὲν ἄτοπον	—— — ib. εὐθένα τόπον	εὐθὲν ἄτοπον. *B. C. D.*
—— — ib. Διατρίψαντας	—— l. 3 * *	ἐνδιατρίψαντας. *A. B. C. D.*
—— l. 49 τὸν μέσον,	—— l. 5 * *	τὸ μέσον. *A.*
—— l. 55 τῷ περὶ	—— l. 9 * *	περὶ. *A. C. D.*
—— — ib. Ἡρώνας	—— — ib. * *	ἥρων. *B.*
—161. l. 3 ἐκ ἔτι	—— l. 12 * *	ἐκ ἐστὶ. *C.* ἐκέτι. *D.*
—— l. 5 εἰ καὶ	—— l. 13 * *	ἢ καὶ. *B.*
—— l. 12 τὸν ἡγούμενον.	—— l. 18 * *	τὴν ἡγεμένην. *C.*
—— l. 13 ἃ ἡ μονὰς	—— — ib. * *	ὅσα ἡ μονὰς. *B. C. D.*
—— l. 14 ποιεῖ	—— l. 19 * *	ποτὶ. *C.*
—— l. 17 οἱ Α, Β,	—— l. 21 * *	ἡ Α Β. *A.*
—— l. 22 Ε τὸν Δ πολλαπλάσιας τὸν Ζ ποιείτω.	—— l. 24 * *	Γ τὸν Δ πολλαπλασίασας τὸν Α ποιεῖ· ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασίασας τὸν Γ· ὁ δὲ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω. *A. B. C. D.*
—— l. 23 τῦ τῦ	—— l. 25 * *	τῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 35 ἄρα ὁ Η	—— l. 35 ἄρα Η	ἄρα ὁ Η. *A. C. D.*
—— l. 36 ὁ Α πρὸς τὸν Γ. Ἴσος ἄρα	—— l. 36 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 39 τῦ τῦ	—— l. 38 * *	τῦ. *B. C. D.*
—— l. 46 ὅτι ὁ τῦ	—— l. 43 ὁ τῦ	ὅτι ὁ τῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 48 τῶν λόγων	—— l. 45 * *	deſunt. *D.*
—— l. 50 γίνεται	—— l. 46 * *	deeſt. *A. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 161. l. 57 πρὸς	Pag. 29. l. 1 * * initio lineæ	deest. *A. C. D.*
—— 162. l. 1 ὁ	—— – ib. * *	deest. *C.*
—— – ib. τῷ Θ′	—— – ib. * *	desunt. *A.*
—— l. 2 καὶ	—— l. 2 * *	ποτὶ. *C.*
—— l. 3 ἐστὶν	—— l. 3 * *	deest. *B.*
—— l. 4 τὸν β′	—— – ib. * *	τὸ B. *A.*
—— – ib. γίνεται	—— – ib. * *	deest. *A. D.*
—— l. 5 μονὰς	—— – ib. μονὰς Α	μονὰς μία. *C.*
—— l. 7 διπλασιεπιτετάρτου	—— l. 5 * *	διπλάσιον ἐπὶ τετάρτου. *A. D.*
—— l. 9 διπλασιεπιτετάρτου	—— l. 6 * *	διπλασίου ἐπὶ τετάρτου. *A. D.*
—— l. 13 ὁμοίως	—— l. 8 * *	δὲ ὁμοίως. *B. C. D.*
—— – ib. Συμφανὲς	—— l. 9 * *	σϋμφανὴς. *A.*
—— l. 16 ὧν	—— l. 11 * *	ὃν. *B.*
—— – ib. οἱ	—— – ib. * *	ἡ. *A.*
—— l. 17 κείμενοι,	—— – ib. * *	κείμενοι ὅροι. *A. B. C. D.*
—— l. 19 ὅρων	—— l. 12 * *	ὄντων ὅρων. *C. D.*
—— l. 27 ὃν ὁ Α	—— l. 19 * *	ὃν ἔχει ὁ Α. *A. B. C. D.*
—— l. 39 γίνεται	—— l. 27 * *	deest. *A.* lacuna relinquitur. *D.*
—— l. 40 διάδηλον	—— l. 29 * *	ἔστω δῆλον. *A. D.* ἔσται δῆλον. *B. C.*
—— l. 45 ΚΡ	—— l. 31 * *	ΚΒ. *B. C. D.*
—— l. 46 ΒΡ. Ἀναστρέψαντι ἡ ΡΑ πρὸς ΑΧ ἐλάσσονα ἔχει λόγον, ἤπερ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΡ. Ἐὰν	—— l. 32 ΖΡ. εαν	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 49 ἔσαι πρὸς	—— l. 33 * *	ἔστω ἄρα. *A.*
—— 163. l. 4 ΔΧ,	—— l. 38 * *	ΔΚ. *C. D.*
—— – ib. ΖΧ·	—— – ib. * *	ΖΚ. *C. D.*
—— – ib. ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ἐστὶ,	—— – ib. * *	τῷ δὲ αὐτῷ τῷ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΘ ὁ αὐτὸς ἐστὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 6 λόγου·	—— l. 40 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 12 δὴ δοθεῖσαν τὴν	—— l. 43 * *	δοθεῖσαν τῆς. *A. D.* ἔσαι δοθεῖσαν τῆς. *B.* ἔσαι δοθεὶς ἂν τῆς. *C.*
—— l. 13 δεῖ	—— – ib. * *	δὴ. *C.*
—— l. 15 ἁπλῶς	—— l. 45 * *	deest. *A.*
—— l. 16 λεγόμενον	—— – ib. * *	λέγομεν. *D.*
—— l. 26 ἔνεστι τόδε	—— 30. l. 1 ἔνεστι δὲ τὸ	ἔνεστι τὸ. *B.*
—— l. 27 Διονυσοδώρου	—— l. 2 * *	διόνϋσον δῶρον. *A.*
—— l. 29 ἑτέραν	—— l. 3 ἑκατέραν	ἑτέραν. *A. D.*
—— l. 30 αὐτὸς	—— l. 4 αὐτὸ	αὐτὸς. *A. D.*
—— l. 32 μή ποτε	—— l. 5 * *	μήτε. *A. C. D.*
—— – ib. δὲ τὸ	—— – ib. * *	τὸ. *B.*
—— l. 34 αὐτὸ	—— l. 6 * *	αὐτὸς. *C.*
—— – ib. ἔχον	—— – ib. * *	ἔχων. *C.*
—— – ib. προβεβλημένα	—— – ib. προβεβλημένα	παραλελημμένα. *A. C. D.*
—— l. 35 Διονυσοδώρῳ	—— l. 7 * *	διονύσῳ δώρῳ. *A.*
—— l. 36 τῆς	—— l. 8 * *	deest. *B.*
—— l. 38 ὀλίγην τὴν	—— l. 9 * *	ὀλίγην μὲν τὴν. *B. C. D.*
—— l. 51 διορισμῶν.	—— l. 17 διορισμένων	διορϊσμῶν. *A. B. C. D.*
—— 164. l. 12 ἕτως ἡ ΓΗ	—— l. 26 * *	ἕτως τὸ ἀπὸ ΓΗ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἀπὸ ΖΚ.	—— l. 37 * *	ΓΖ ΖΚ. *B.*
—— l. 25 ἕτως	—— l. 40 * *	ἀλλ' ὡς. *A.*
—— l. 29 ἄρα	—— l. 46 * *	ἐστὶ. *C.*
—— l. 31 δύνασθαι	—— l. 48 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 32 ἥξει	—— – ib. * *	ἥξειν. *B.*
—— – ib. ἔσαι	—— – ib. * *	deest. *A. D.*
—— l. 38 γραφὴ ὑπερβολὴ,	—— 31. l. 2 * *	ἡ γραφὴ περϊβολὴ. *A. D.* ἡ γραφὴ ὑποπερϊβολὴ. *B.* ἡ γραφὴ ὑπὸ περϊβολῆς. *C.*
—— l. 42 ἡ ΚΒ.	—— l. 4 * *	ἡ. ΗΚ. *B.* Η. Κ. *C.* ἡ Κ. *D.*
—— l. 43 Ἥπλετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς.	—— l. 5 * *	desunt. *B.*
—— l. 47 ἄρα	—— l. 7 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 48 βάσεις	—— l. 8 * *	βάσϊς. *C. D.*
—— – ib. καὶ	—— – ib. * *	ποτὶ. *C.*
—— 165. l. 4 ὁμοίως	—— l. 10 * *	ὁμοίων. *D.*
—— l. 10 τεμεῖν	—— l. 14 * *	τέμνειν. *C.*
—— l. 13 μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ, ἢ ἴσον ἢ ἔλασσον. Εἰ μὲν ὄν	—— l. 16 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 15 ἀναλύσει	—— l. 17 ἀναλήσει	ἀναλύσει. *C. D.*
—— l. 22 καὶ συμπιπτέτω τῇ ΓΕ	—— l. 21 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ΖΘ	—— l. 22 * *	ΖΒ. *A.*
—— l. 25 Ε	—— l. 23 * *	deest. *D.* delin. huj. fig. Ζ superior Edit. Bas. est Ξ. *D.*
—— l. 41 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΖΗ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΖΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΜ. Καὶ ἐναλλὰξ,	—— l. 38 * *	desunt. *C.*
—— l. 45 ἕτως	—— l. 44 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— 166. l. 6 τοῦ δευτέρου βιβλίου	—— 32. l. 1 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 7 ΒΞΚ,	—— l. 2 ΒΚ	desunt. *C.*
—— l. 14 ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα, ἥξει	—— l. 6 ἐπιζευχθῆ ἥξει	ἐπιζευχθῆ εὐθεῖα ἥξει. *B. C. D.*
—— l. 20 τῷ	—— l. 9 τὸ	τὸ. *B.* corr. τῷ
—— – ib. τὸ Δ	—— – ib. * *	ἴσον το Δ. *A.*
—— l. 25 Ὅτι	—— l. 12 * *	ὅτι δὲ. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ἐπὶ τῆς	—— l. 13 * *	ἐπὶ τὴν. *C. D.*
—— – ib. ἐν τῇ	—— – ib. ἐν τῆς	ἐν τῇ. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 166. l. 37 πάντων	Pag. 32. l. 29 * *	πάντων τῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 44 κατὰ τὸ Ν· καὶ διὰ τῦ Β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ΝΓΗ,	—— l. 42 * *	τὰς τὰς. ΝΓΗ. *D.*
—— 167. l. 3 τῆς ΚΘ·	—— 33. l. 2 * *	desunt. *D.*
—— l. 8 Ἡ ἄρα ΟΚΠ	—— l. 5 * *	desunt. *D.*
—— l. 9 παραβολῆς,	—— — ib. * *	ὑπερβολῆς. *C. D.*
—— l. 15 δὲ	—— l. 7 * *	deest. *D.*
—— l. 34 καὶ διὰ τῦ Τ	—— l. 10 * *	καὶ διὰ τότων. *C.* desunt. *D.*
—— l. 29 ἄρα τὸ	—— l. 12 γὰρ τὸ	γὰρ ἐστὶ. *A.* γίνεται τὸ. *B.* γὰρ ἐστὶν τὸ. *C.*
—— l. 34 ἐστὶ	—— l. 13 * *	deest. *A.*
—— l. 52 καὶ τὸ Β. Καὶ ἐπεὶ πάλιν, διὰ τὴν ὑπερβολὴν, ἴσον ἐστὶ τὸ Γ, καὶ τῷ ΑΗ· ἡ ἀπὸ τῦ Γ ἐπὶ	—— l. 24 * *	desunt. *D.*
—— 168. l. 2 Β, ΗΜ·	—— l. 26 * *	ΒΗΩ. *B. C. D.*
—— l. 3 τὸ ἀπὸ	—— l. 27 * *	desunt. *D.*
—— l. 8 Βς ἐπὶ τὴν ς Α, ἴσον	—— l. 29 * *	Βς ἐπὶ τὴν ΓΑ καὶ μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ ἐπὶ τὴν ΕΑ διὰ ἀπὸ Βς ἐπὶ τὴν ς Α ἴσον. *D.*
—— l. 12 τῶν Ε, Α λαμβανομένων. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ	—— l. 32 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— — ib. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν Ε, Β	—— — ib. * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 13 τῶν Ε, Β	—— — ib. * *	τῶν ΑΕ. *C.*
—— — ib. λαμβανομένων.	—— — ib. * *	deest. *B.*
—— l. 15 Ἐπισῆσαι	—— l. 34 ς ἐπισῆσαι	ἐπϊσῆσαι. *A. D.* ἐπϊσῆσαι fine lacuna. *B.*
—— l. 19 ἀπὸ τῆς ΒΕ	—— l. 37 * *	ἀπὸ τῦ τῆς ΒΕ. *B. C.* τῆς ΒΕ. *D.*
—— l. 21 γίνεται	—— l. 38 * *	deest. *A. D.*
—— l. 31 ἐστὶ	—— l. 43 * *	ἄρα. *B.*
—— l. 35 τῶν Ε, Β,	—— l. 46 * *	τῷ ΕΒ. *A.*
—— l. 44 ἡ δὲ	—— 34. l. 2 * *	desunt. *A.*
—— 169. l. 2 ἐπὶ τὴν ΒΖ,	—— l. 5 * *	desunt. *D.*
—— l. 6 εἶχον	—— l. 8 * *	εἶχεν. *C. D.*
—— l. 8 τῆς ΖΒ, καὶ διὰ μείζονα εἶναι τὴν ΒΖ	—— l. 9 * *	desunt. *D.*
—— — ib. μείζονα	—— — ib. * *	μείζον. *A.*
—— l. 12 μείζονα	—— l. 12 * *	μείζον. *A.*
—— l. 14 πρόκειται	—— l. 14 * *	προβαίνει. *A. B. C. D.*
—— l. 25 μείζονα	—— l. 27 * *	μείζον. *A.*
—— l. 27 ἔσαι	—— l. 28 * *	deest. *A. D.*
—— l. 32 ἐστὶ	—— l. 31 * *	deest. *C.*
—— l. 34 Ὧν τὸ	—— l. 32 * *	ὧς τὸ. *A.*
—— l. 37 ἀπεγράμεθα.	—— l. 34 * *	ἀπεγραψάμεθα. *A. B. D.*
—— l. 38 ὐδαμῶς	—— l. 35 * *	ὐδαμῦ. *A. B. C. D.*
—— l. 40 ἑτέραν	—— l. 36 * *	ἑκατέραν. *D.*
—— l. 44 ὑφανισμένας	—— l. 40 ἠφανισμένη	ἠφανϊσμένα. *B. C. D.*
—— 170. l. 9 ΖΒΚ	—— 35. l. 2 * *	ΒΚ. *D.*
—— l. 11 ΑΒ	—— l. 3 Α ΑΒ	ΑΒ. *B. C. D.*
—— — ib. διὰ τῶν Η, Λ	—— — ib. * *	desunt. *A. D.* δὶ ΗΛ. *B. C.*
—— l. 14 ΑΒΚ,	—— l. 4 * *	αἱ ΑΒΚ. *A.* ἰξ ΑΒΚ
—— l. 33 ἡ ΜΛ	—— l. 10 * *	ἕτως ἡ ΜΛ. *A. B. C. D.*
—— l. 38 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΜ,	—— l. 13 * *	desunt. *C.*
—— l. 41 ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς ἃ κύκλον, ἧ ἡ ἐκ τῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΒΜ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος, οὕ ἡ ἐκ τῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, πρὸς τὸν	—— l. 15 * * ἄρα omisso	ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ καὶ ὡς πρὸς τὸν. *A. C. D.* ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ inde sequitur lacuna lineæ dimidio æqualis et καὶ ὡς πρὸς ἃ. *B.*
—— l. 43 οὕ	—— l. 16 * *	deest. *D.*
—— l. 46 τὴν ΑΗ,	—— l. 18 * *	τῇ ΑΗ. *D.*
—— — ib. ἴσος	—— — ib. * *	ἴση. *A.*
—— 171. l. 1 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 20 * *	ὕψος δὲ τῆ. *B.*
—— l. 7 ὕψος δὲ τὴν ΖΜ,	—— l. 24 * *	ὕψος δὲ τῆ. *B.*
—— l. 9 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 26 * *	ὕψος δὲ τῆ. *B.*
—— l. 11 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 27 * *	ὕψος δὲ τῆ. *B.*
—— l. 25 τμήματι.	—— 36. l. 7 * *	τμήματος: *A.*
—— l. 29 καὶ	—— l. 9 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 33 ΜΖ	—— l. 11 * *	ΜΒΖ. *D.*
—— l. 34 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 12 * *	ὕψος δὲ τῆ. *B.*
—— l. 36 ὕψος δὲ τὴν	—— l. 13 * *	ὕψος δὲ τῆ. *B.*
—— l. 39 τῷ	—— l. 15 * *	deest. *A.*
—— l. 42 τὴν αὐτὴν	—— l. 17 * *	κώνω τὴν. *A.*
—— l. 43 κορυφῆς	—— l. 18 * *	κορϋφὴν. *A.*
—— 172. l. 15 βάσις	—— l. 27 * *	βάσις ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 26 δοθέντα·	—— l. 34 * *	δοθέντων. *A,*
—— l. 28 εὐθεῖαν	—— — ib. * *	εὐθεῖσαν. *A.*
—— — ib. πρὸς τὴν ΖΒ· ὡς δὲ τὴν ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν	—— — ib. * *	desunt. *C.*
—— ll 29 δοθεῖσαν	—— l. 35 * *	δοθεῖσαν εὐθεῖαν. *A. B. D.*
—— l. 42 ἐκβεβλήδωσαν	—— 37. l. 6 * *	ἐκβληθεῖσαν. *A.*
—— l. 48 τῇ	—— l. 9 * *	πρὸς. *A.*
—— l. 50 οὕτως συναμφότερος ἡ ΚΑΕ πρὸς συναμφότερον τὴν ΑΒΕ.	—— l. 11 * *	repetuntur hæc verba, ΑΒΕ mutatis in ΜΒΕ. *C.*
—— l. 52 ΑΒΕ, καὶ συναμφοτέρου τῆς ΘΑΕ ἴσον	—— l. 12 * *	ΑΒ ἴσον. *A.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 172. l. 56 συναμφότερος δὲ ἡ ΑΒΕ ἴση τῇ ΕΗ συναμφοτέρῳ δὲ ΚΑΕ ἴση τῇ ΡΕ,	Pag. 37. l. 14 * *	desunt. *D.*
—— 173. l. 2 ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΡΕΣ.	—— l. 21 * *	ΖΕΣ. *D.*
—— l. 9 Τὸ ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΡΕΣ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΡΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ.	—— l. 28 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 18 αὐτῇ κατὰ Τ, Υ-	—— l. 32 * *	τῇ κατὰ τὰ ΤΥ. *B.* αὐτὴ κατὰ τὰ ΤΤ. *D.*
—— l. 19 διδομένη	—— — ib. * *	δεδομένη. *B. C. D.*
—— l. 23 τὰ Τ, Υ. Δοθείσα ἄρα ἐστὶν ἡ	—— l. 35 * *	desunt. *D.*
—— l. 29 ΣΕ	—— l. 38 ΣΥ	ΣΕ. *A. C. D.*
—— l. 30 ΟΥ, οὕτως	—— l. 39 * *	ΟΥ οὕτως ἡ ΣΕ πρὸς ΕΡ οὕτω. *A. B. C. D.*
—— l. 35 τῷ ἀπὸ ΒΕ.	—— l. 42 * *	desunt. *D.*
—— l. 36 τοῦ	—— — ib. * *	τὸ. *A.*
—— l. 38 Καὶ τὸ ὑπὸ ΤΟΥ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς Γ πρὸς τὴν Δ.	—— l. 43 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 40 ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ	—— l. 44 * *	desunt. *D.*
—— l. 42 ᾗ δέδοται ὁ τῆς διπλασίας τῆς Γ πρὸς τὴν Δ	—— l. 46 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 47 γωνία,	—— l. 49 γίνεται	γωνία. *D.*
—— l. 48 παρὰ τὴν	—— l. 50 * *	περὶ τὴν. *A. D.*
—— 174. l. 9 διδόσθαι,	—— 38. l. 5 * *	διδόσθω. *A. C. D.*
—— l. 10 ἀσυμπλώτους.	—— — ib. * *	ἀσυμπλώτας. *C.*
—— — ib. Γεγράφθω,	—— l. 6 * *	γεγράφθαι. *B.*
—— l. 16 ἐπὶ τῆς	—— l. 10 τῆς ἐπὶ	ἐπὶ τῆς. *C. D.*
—— l. 17 ἡ	—— — ib. * *	deest. *D.*
—— l. 26 παρὰ	—— l. 16 περὶ	παρὰ. *A. B. D.*
—— l. 28 ἀσυμπλώτους	—— l. 17 ἀσυμπλώτοις	ἀσυμπλώτους. *B. C.*
—— — ib. ΑΚ, ΚΜ,	—— — ib. * *	ΑΒ ΚΜ. *C.*
—— l. 30 ἐπὶ τὸ Π. Διὰ δὲ τοῦ Ξ τῇ ΑΒ παράλληλος	—— l. 19 * *	ἐπὶ τὸ Ξ καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετος. *A. D.*
—— l. 47 πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΥ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΣΕΡ	—— l. 28 * *	desunt. *D.*
—— l. 50 ἀπὸ ΟΥ τοῦ ἀπὸ ΕΡ διπλάσιον, διὰ τὸ ᾗ τὸ	—— l. 30 * *	desunt. *D.*
—— 175. l. 3 ἥμισυ·	—— l. 33 * *	ἡμίση. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ἴση γὰρ ἡ ΞΟ	—— l. 34 ἴση δὲ ἡ ΞΟ	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 15 Γ πρὸς τὴν Δ,	—— l. 40 Γ τὴν Δ	Γ πρὸς τὴν Δ. *C. D.*
—— l. 19 ἄρα	—— l. 42 * *	deest. *D.*
—— l. 45 τεμνέτω	—— 39. l. 6 τεμνέτω	τεμνέτωσαν. *D.*
—— l. 52 ἐστιν	—— l. 7 * *	deest. *A.*
—— 176. l. 3 πρὸς ΑΖ.	—— l. 12 * *	desunt. *D.*
—— l. 7 πρὸς	—— l. 15 * *	καὶ. *A.*
—— l. 23 ᾗ τῷ	—— l. 31 * *	καὶ τὸ. *A.*
—— l. 27 παρὰ τὴν ΕΗ	—— l. 34 περὶ τὴν ΕΗ	παρὰ τὴν Η. *A. C. D.*
—— l. 36 διὰ τὸ	—— 40. l. 3 * *	δι' αὐτὸ. *D.*
—— l. 46 οὕτως	—— l. 10 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 47 πρὸς ΧΒ. Ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΚΒ πρὸς ΡΒ,	—— l. 11 * *	desunt. *D.*
—— l. 50 τῇ Ζ	—— l. 12 * *	τῇ Β. *B. C. D.*
—— l. 51 ἐκτὸς τοῦ Θ·	—— — ib. * *	ἐκτὸς τῆ ΘΔ. *B. D.* ἐκ τέτε ΘΔ. *C.*
—— — ib. ὁμοίως	—— l. 13 * *	ὅμοιον. *C.*
—— 177. l. 2 μεγεθῶν	—— l. 17 * *	τῶν μεγέθων. *A. D.*
—— l. 9 τὴν ΖΘ· ὡς δὲ ἑπόμενον	—— l. 21 * *	desunt. *D.*
—— l. 12 ΡΑ	—— l. 22 * *	ἡ ΡΑ. *C. D.*
—— l. 13 ἄλλῳ	—— 38. l. 2 * *	ἄλλο. *C. D.*
—— l. 22 αὐτῇ	—— l. 6 * *	αὐτῶ. *C.*
—— l. 27 κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ.	—— l. 8 * *	τὰ πρὸς κέντρα. *A.*
—— l. 35 ΩΦ	—— l. 11 * *	ΟΦ. *A.*
—— l. 37 βάσεις	—— — ib. βάσις	βάσεις. *B.*
—— l. 38 διαμέτρους	—— — ib. διάμετρον	διαμέτρους. *B.*
—— l. 41 Ἔστι	—— l. 12 * *	ἔσται. *D.*
—— 178. l. 5 ὅμοιος	—— l. 18 * *	ὁμοίως. *D.*
—— l. 11 ἄρα	—— l. 21 * *	deest. *A.*
—— l. 17 ἐναλλὰξ, ὡς ἡ ΑΒ	—— l. 24 * *	ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ. *A. D.*
—— l. 28 ΗΟ·	—— 39. l. 3 * *	ΗΘ. *A.*
—— — ib. τὰ Π, Σ.	—— — ib. * *	αὐτῶν Πς. *B.*
—— l. 31 ΩΦ	—— l. 4 * *	ΟΦ. *A.*
—— l. 43 Ἔστι	—— l. 10 * *	deest. *D.*
—— — ib. τμήμα	—— — ib. τμήματι	τμήμα. *A. B. C. D.*
—— l. 47 ΡΞ, ΞΥ	—— l. 12 ΡΞΥ	ΡΞ ΞΥ. *A.*
—— 179. l. 1 ΨΘΚ	—— l. 13 * *	ὁ ΨΘΚ. *A. B. C. D.*
—— l. 15 ἄλλῳ	—— l. 20 * *	ἄλλο. *B. C. D.*
—— l. 27 οὕτως	—— 40. l. 28 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 32 πρὸς ΦΟ,	—— l. 29 * *	desunt. *A. C. D.*
—— l. 43 πρὸς ΦΖ,	—— l. 44 * *	desunt. *D.*
—— 180. l. 5 συνθέντι ὡς	—— 41. l. 8 * *	συνθέντι ὁ. *C. D*
—— l. 7 Δέδοται ἄρα	—— l. 9 καὶ δέδοται ἄρα	καὶ δέδοται ἡ ΦΗ· δέδοται ἄρα. *A. B. C.* καὶ δέδοται ΦΗ δέδοται ἄρα. *D.*
—— — ib. Ἀλλὰ μὴν	—— l. 10 ἀλλὰ μὴν	ἀλλὴν. *A.*
—— l. 11 ἐστὶ	—— l. 12 * *	ἄρα. *A.*
—— l. 14 δοκῇ	—— l. 14 δυκεῖ	δοκῇ. *B.*
—— l. 26 ἡ ΦΗ.	—— l. 21 * *	ἡ Φ. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 180. l. 28 οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ, ἡ ΧΤ πρὸς Δ· ἐναλλὰξ ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἡ ΚΘ πρὸς Δ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων	Pag. 41. l. 22 * *	repetuntur hæc verba. *D.* et cum "ὡς" post "ἐναλλὰξ." *A.*
—— l. 32 αἱ βάσεις	—— l. 24 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ἀλλήλας,	—— — ib. ἀλλήλες	ἀλλήλας. *B. C.*
—— l. 34 ὡς ἄρα	—— l. 25 * *	ὥσπερ. *C.*
—— l. 41 Ἐπειδὴ	—— l. 29 * *	ἐπειδὴ δὲ. *D.*
—— l. 43 ἐὰν	—— l. 30 * *	deest. *C.*
—— l. 46 ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην. Ἀλλ'	—— l. 32 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— 181. l. 23 τῇ ΕΖ.	—— 39. l. 31 * *	τῇ ΛΜ τῷ κύκλῳ ἴσης ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ. *A. C.* τῇ ΛΜ τῷ κύκλῳ· ἴσης ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ τῷ κύκλῳ· ἴσης ἡ ἐκ τῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ. *D.*
—— l. 26 τμημάτων	—— l. 33 * *	τῶν τμημάτων. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΛΜ	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 35 δοθείς.	—— l. 37 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 36 δοθείς.	—— l. 38 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— 182. l. 18 κύκλῳ ἧ ἡ ἐκ τῦ κέντρου ἴση ἐστὶ	—— 40. l. 10 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 21 τῇ ΛΜ, ἴσος ἐστὶ	—— l. 12 * *	desunt. *A.*
—— l. 24 τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ ΔΕΖ τμήματος·	—— l. 14 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 31 ἐστὶ	—— 41. l. 37 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ἡ ΘΒ πρὸς ΘΓ, ἔτως ἡ ΛΝ πρὸς ΜΝ. Ἀλλ' ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΘΠ, ἡ ΜΝ πρὸς ΝΡ, διὰ τὸν	—— l. 38 * *	ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ ἔτως ἡ ΛΗ πρὸς ΗΡ διὰ τὸν. *A C. D.* ἡ ΘΒ πρὸς ΘΠ οὕτως ἡ ΛΝ πρὸς ΝΡ διὰ τὸν. *B.*
—— l. 41 κῦ ὀρθὴν	—— l. 43 * *	καὶ αἱ ὀρθὴν. *D.*
—— l. 43 πρὸς ΕΖ	—— l. 44 * *	desunt. *C.*
—— 183. l. 4 Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΓ, ἔτως τὸ ἀπὸ ΛΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΡΜ.	—— 42. l. 3 * *	desunt. *D.*
—— l. 6 ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ, οὕτως ἡ ΛΡ, πρὸς ΡΜ·	—— — ib. ἡ ΠΒ πρὸς ΠΛΡ πρὸς ΡΜ	ἡ ΠΒ πρὸς ΠΓ ἡ ΛΡ πρὸς ΡΜ. *A. B. C. D.*
—— l. 34 ΕΔ, ΔΒ τρὶς ἡ ΕΔ· ἡ δὲ ΒΔ δὶς ἡ ΕΔ· συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔ, ΔΖ πρὸς	—— 40. l. 26 * *	desunt. *A.* et excepto "πρὸς." *D.*
—— l. 35 δὶς	—— — ib. * *	δύο. *B C.*
—— l. 47 πρὸς ΔΒ.	—— l. 36 * *	desunt. *A.*
—— 184. l. 14 τῷ ΑΒΓ	—— 41. l. 8 * *	desunt. *A. C. D.*
—— l. 18 συναμφότερος	—— 42. l. 7 * *	συναμφοτέρῳ. *A.*
—— l. 19 ἐὰν δεδομένον μέγεθος	—— l. 8 ἐὰν μέγεθος	ἐὰν δεδομένον μέγεθος. *A. B. C. D.*
—— l. 20 λόγον	—— l. 9 * *	deest. *D.*
—— l. 22 πρὸς	—— l. 10 * *	deest. *C.*
—— l. 25 γὰρ	—— l. 12 * *	ἄρα. *A.*
—— l. 35 πρὸς ΔΒ.	—— l. 19 * *	desunt. *D.*
—— l. 41 ΔΖ	—— l. 22 ΘΖ	ΔΖ. *C. D.*
—— l. 46 ἐλασσον,	—— 41. l. 12 * *	deest. *A. C. D.*
—— l. 48 τὴν τῦ	—— l. 13 * *	τῦ. *D.*
—— 185. l. 17 τὸ ἀπὸ ΑΔ,	—— l. 22 * *	τὸ ΑΔ. *B. C. D.*
—— l. 33 μεῖζόν	—— l. 30 * *	μείζων. *B. C. D.*
—— 186. l. 1 Ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τ̃ ΘΖ, ΖΗ, ᾧ ἀπὸ ΖΚ. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΖ, ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ,	—— l. 34 * *	ἐλάσσονα ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. *D.*
—— l. 3 τῦ ὃν ἔχει	—— l. 36 * *	desunt. *D.*
—— l. 7 ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. Ὡς δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. Ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	—— l. 37 ἡ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	
—— l. 15 ὑπὸ τῶν	—— 42. l. 4 ὑπὸ τῦ	desunt. *A. D.* ὑπὸ τῶν. *C. D.*
—— l. 26 ΑΒΓ	—— l. 8 * *	desunt. *D.*
—— l. 29 τμήματος.	—— l. 10 * * fine lineæ	deest. *C.*
—— 187. l. 3 ἡ ΒΓ,	—— l. 18 * *	πρὸς ΗΒΓ. *B. C. D.*
	—— l. 21 Marg. MS. δηλαδὴ τ̃ κώνων μίσων λαμβανομένων. *C.*	
—— l. 22 ΑΘ, ΘΗ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ·	—— l. 30 * *	ΗΑΘ ἐστὶν πρὸς τὴν ΘΓ. *A. C.*
—— l. 23 ΘΓ,	—— l. 32 * *	ΗΘ ΘΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἐστὶν ἐπὶ	—— l. 33 * *	ἐστὶν πρὸς. *A. B. C. D.*
—— — ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ, ἐπὶ τὴν ΘΖ· ὁ ᾧ ᾧ ὑπὸ τ̃ ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. Ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ, ὁ ᾧ ἀπὸ τ̃ ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— — ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ὁ δὲ τῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ· ὁ τῦ ἀπὸ τ̃ ΘΑ ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ	ὁ τ̃ ἀπὸ τῆς ΘΑ ἐστι ποτὶ τὴν ΘΗ. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 187. l. 26 ἐπὶ	Pag. 42. l. 33 * * fine lineæ.	πρὸς. *B. D.*
—— l. 29 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	—— l. 34 * *	desunt. *A. B. D.*
—— l. 30 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ.	—— – ib. * *	πρὸς τὴν ΘΗ. *A. B. D.* ut vid. supra in. *C.*
—— l. 32 ΖΘ,	—— l. 35 * *	ΑΖ. *A. B. C. D.*
—— l. 33 διπλασίω, ὃς	—— – ib. διπλάσιον	διπλασίων. *B. C.*
—— l. 39 Φημὶ δὴ ὅτι	—— l. 37 φημὶ διότι	φημὶ διότι sed marg. ut videtur ex scriptoris ipsius manu φημὶ δὴ ὅτι. *B.*
—— l. 41 πρὸς ἐπιφάνειαν	—— l. 38 * *	desunt. *A. C. D.*
—— l. 45 κύβε	—— l. 40 * *	κύκλε. *A. C. D.*
—— 188. l. 1 κύβον.	—— – ib. * * Lineæ MS. quæ concordant cum iis inter 36 et 41. Edit. Bas. paginæ hujus, duobus asteriſmis notantur et manu eâdem ac supra ſcribuntur hæc verba	κύκλον. *A. C. D.* εὐθεμία σελὶς τῇ ἀντιγράφῳ οὕτω συγκεκυμένη ᾗ τεταραγμένη ὅσα ἐτύγχανεν ὡς αὐτη. *B.*
—— l. 4 ὁ ἀπὸ τ	—— l. 42 * *	ὁ τῆς. *A. C. D.*
—— l. 5 ὁ τῇ ἀπὸ ΑΘ	—— l. 43 * *	ὁ τῇ ΑΘ. *C.*
—— – ib. ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ, καὶ ὁ τῆς	—— – ib. * * ὅταν pro ὁ τ excepto	desunt. *D.*
—— l. 6 ὁ τῆς	—— – ib. ὅταν	ὁ τῆς. *B. C.*
—— l. 9 ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΒ	—— l. 45 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 12 τὴν ΘΗ	—— l. 46 * *	τῶν ΘΗ. *A.*
—— – ib. πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ	—— – ib. * *	desunt. *A. D.*
—— l. 20 Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ.	—— l. 50 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ἡμῖν	—— l. 51 * *	μεῖναι. *B. C. D.*
—— l. 25 δεῖ, ὅτι	—— 43. l. 1 * *	διότι. *A. C. D.*
—— l. 27 ἀπὸ	—— l. 2 ὑπὸ	ἀπὸ. *B. C. D.*
—— 189. l. 18 ὑπὸ ΔΒΖ ἴσον τὸ ἀπὸ	—— 42. l. 35 * *	desunt. *D.*
—— l. 32 πρὸς τὴν ΔΖ,	—— l. 46 * *	πρὸς ΔΖ. *C. D.*
—— l. 42 οὕτως	—— 43. l. 4 * *	deest. *A. B. C.*
—— – ib. οὕτως τὴν Β	—— – ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 43 ἔσαι πρὸς	—— l. 5 * *	desunt. *A. D.*
—— 190. l. 1 πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ. Τὸ δὲ ὑπὸ ΘΖΗ	—— l. 11 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.*
—— l. 9 τῷ ὑπὸ	—— l. 15 * *	τῶν ὑπὸ. *A. D.*
—— l. 11 γίνεται	—— – ib. * *	γὰρ. *B. C. D.*
—— l. 14 ἀπωτέρω	—— l. 17 * *	ἀπωτέρω. *B.*
—— l. 16 πρὸς ΔΖ.	—— l. 18 * *	desunt. *D.*
—— l. 23 Καὶ ὁ Α ἄρα	—— l. 22 καὶ ὁ ΑΕ	καὶ ὁ ἄρα. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ἄνισοις	—— l. 34 ἀνίσας	ἀνίσοις. *A. D.*
—— l. 46 ΝΚ, τετέστιν	—— l. 37 * *	ΝΚ τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ τουτέστιν. *A.* ΝΚ τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΘΚ τουτέστιν. *B.* ΝΚ τετέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ τετέστιν. *C. D.*
—— 191. l. 10 διπλάσιός	—— l. 44 διπλάσιον	δῖπλάσῖος. *B.*
—— l. 13 ὡς ἡ Ε	—— l. 46 * *	desunt. *D.*
—— – ib. ἡ Γ	—— – ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 18 λόγον ἔχει τῇ τῆς Γ πρὸς Δ. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τῇ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ.	—— l. 50 desunt	λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *A. D.* λόγον ἔχει τῇ ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ· ὥσε ἡ ΑΒ πρὸς Δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ τῆς Γ πρὸς Δ. *B. C.*
—— l. 22 τ Β πρὸς τὸ	—— 44. l. 2 τὴν Β πρὸς τὸ	τὴν Β πρὸς τὸ ἀπὸ τὴν Β πρὸς τὸ. *D.*
—— l. 30 τ Ο. Ἐπεὶ ἓν τὸ ὑπὸ τ ΑΒ ὁ Κ ἐστὶν, ὁ ᾧ Κ τ Β πολλαπλασιάσας	—— l. 7 * *	desunt. *A.*
—— l. 34 τὸ ἄρα Ν ἐστὶν ὁ ὑπὸ ΑΒ ἐπὶ τ Β. Πάλιν ἐπὶ τὸ ἀπὸ Γ ὁ Λ ἐστὶν, ὁ ᾧ Λ τ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ο ποιήκεν·	—— l. 8 * * τὸ initio mutato in ὁ	desunt. *D.*
—— l. 41 ὁ αὐτός	—— l. 11 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 44 τ Ν, Ξ	—— l. 12 * *	τῶν ΝΞ. *B. C. D.*
—— l. 46 τῶν Β, Δ	—— l. 13 * *	τὸν ΒΔ. *A.*
—— 192. l. 2 Κ πρὸς	—— l. 15 * *	desunt. *D.*
—— – ib. Καὶ ὁ τῇ Κ	—— l. 16 * *	καὶ ἐστὶν ὁ τῇ Κ. *B. C. D.*
—— l. 16 ληφθῇ τὸ	—— l. 24 * *	ληφθῇ τὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 καὶ τῇ ΒΓΔ	—— l. 31 * *	καὶ ΒΓΔ. *A.*
—— – ib. λαμβανομένων τῶν	—— – ib. * *	συλλαμβανομένων. *D.*
—— l. 32 ἐν ἑαυτῷ	—— l. 33 * *	ἐν αὐτῇ. *C.*
—— l. 33 τῆς σφαίρας,	—— 45. l. 1 * *	τῇ τῆς σφαίρας. *B. C. D.*
—— l. 34 πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.	—— l. 2 * *	desunt. *D.*
—— l. 41 καὶ τῇ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ.	—— l. 6 * *	desunt. *B. C.*
—— – ib. ΘΖ.	—— – ib. * *	ΘΓ. *D.*
—— 193. l. 1 καὶ τοῦτο συναποδέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι. Ὁ ἄρα Ε τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ.	—— l. 11 * *	desunt. *C.*
—— l. 5 διπλάσιον	—— l. 13 * *	διπλασίονα. *B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 193. l. 6 ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ	Pag. 45. l. 14 * *	ὅτι ὁ τῦ ἀπὸ AB. *A. B. D.*
—— l. 8 ὃν	—— l. 15 * *	deeſt. *A.*
—— l. 13 ἀπὸ	—— l. 18 * * initio lineæ	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 18 Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ,	—— l. 20 * *	deſunt. *C.*
—— l. 23 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. Πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ	—— l. 23 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 26 μείζων	—— l. 25 * *	μείζων ἐστὶ. *C.* μείζον ἐστὶ. *D.*
—— l. 30 τῆι ΘΗ μείζων ἐστὶ,	—— l. 27 * *	deſunt. *D.*
—— l. 32 Ὥστε	—— l. 28 ὡς δὲ	ὥστε. *B. C.* ὥς τε. *D.*
—— l. 35 τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ, τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ.	—— l. 30 * *	τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. *A. B. C.* τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ. *D.*
—— l. 39 πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ λόγος διπλάσιός ἐστι τῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ	—— l. 32 * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 43 πῦ	—— l. 34 * *	τὸ. *A.*
—— 194. l. 2 ὃν	—— l. 35 * *	deeſt. *D.*
—— l. 5 τὸ	—— l. 37 * *	deeſt. *D.*
—— l. 7 τὸν	—— l. 38 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 11 κύϐῳ	—— l. 41 * *	κύκλῳ. *D.*
—— — ib. ΒΓ κύϐον· τουτέστιν, ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύϐος πρὸς τ ἀπὸ ΘΒ κύϐον. Τῦ γὰρ τῆς	—— — ib. ΒΓ κύϐον τῦ γὰρ τῆς	deſunt. *D.*
—— l. 15 ἀπὸ τῆς AB κύϐου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύϐον. Ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς AB κύϐος πρὸς τὸν	—— l. 42 * * κύϐῳ omiſſo	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 16 κύϐον,	—— l. 43 * *	κύϐος. *C.*
—— l. 27 τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 τὸ ὑπὸ ἀπὸ	τὸ ἀπὸ ΓΘ. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ΑΘ κύϐος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς	—— l. 50 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ὁ τῦ ἀπὸ	—— — ib. ὁ ἀπὸ	ὁ τῦ ἀπὸ. *A. B. C.*
—— l. 31 προσλαϐὼν	—— 46. l. 2 * *	λαϐὼν. *B.*
—— l. 32 ἐστι	—— — ib. * *	γὰρ. *B. C. D.*
—— l. 38 μετὰ τῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ᾧ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ,	—— l. 5 * *	deſunt. *A. C. D.*
—— l. 40 Ἀλλ' ὁ τῆς ΒΘ πρὸς ΘΓ	—— l. 6 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— 195. l. 1 ᾧ τῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 10 * *	deſunt. *D.*
—— l. 7 ἀπὸ	—— l. 14 * *	deeſt. *B. C. D.*
—— l. 19 ἄρα	—— l. 20 * *	deeſt. *D.*
—— l. 20 ἔλασσον	—— l. 21 * *	μείζον. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ὅπερ ἡ ΘΗ πρὸς ΘΖ· τουτέστιν ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 23 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 37 ὅπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 31 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 47 ὅπερ	—— l. 37 * * initio lineæ	deeſt. *A.*
—— 196. l. 4 ὅπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΑΘ. Συνθέντι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 39 * *	deſunt. *D.*
—— l. 6 τῆ	—— l. 40 * *	τῆς. *C. D.*
—— l. 16 ΘΒ.	—— l. 46 * *	ΑΘ. *C. D.*
—— l. 22 ἀπὸ ΓΘ	—— l. 49 * *	ὑπὸ ΓΘΒ. *B. C. D.*
—— l. 24 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ,	—— l. 50 * *	ἕως τὸ ἀπὸ ΑΘ. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀπὸ ΓΘ	—— 47. l. 1 ὑπὸ ΓΘΒ	ὑπὸ ΓΘ. *A.*
—— l. 26 πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τοῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 2 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 σύγκειται	—— — ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 28 καὶ τῦ ἀπὸ ΒΘ	—— l. 3 * *	deſunt. *D.*
—— l. 29 ὑπὸ ΒΘΓ·	—— — ib. * *	ΒΘΓ. *C.*
—— — ib. ὁ ᾧ τῦ ἀπὸ ΒΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ	—— — ib. * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 30 τῷ τῆς ΒΘ	—— l. 4 * *	τῷ τε ΒΘ. *C.*
—— l. 31 ἐπὶ τὴν ΘΗ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ	—— l. 5 * *	repetuntur hæc verba. *A. B. C. D.*
—— l. 38 ἐπὶ τὴν ΘΖ	—— l. 8 ἐπὶ ΘΖ	ἐπὶ τὴν ΘΖ. *B. C. D.*
—— l. 39 πρὸς τ ἀπὸ ΒΓ κύϐον. Ἀλλ' ὁ μὲν τῦ ἀπὸ ΑΘ	—— l. 9 * *	πρὸς τὴν ἀπὸ ΑΘ. *D.*
—— l. 42 κύϐῳ λόγος,	—— l. 11 κύϐῳ λόγον	κύκλου λόγος. *A. D.* κύϐου λόγος. *B. C.*
—— 197. l. 1 ἐπὶ	—— 43. l. 7 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 8 ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τῦ κέντρου.	—— l. 10 * *	deſunt. *D.*
—— l. 16 αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. Λέγω ὅτι	—— l. 14 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 18 ἡμισφαίριον, τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν	—— l. 16 * *	deſunt. *A.*
—— 198. l. 11 ΑΡ, ΡΓ, μείζονι ἐστι τῦ περιεχομένου	—— 44. l. 1 * *	deſunt. *D.*
—— l. 15 ΑΚ, ΓΞ·	—— l. 2 * *	ΑΞ. *A. B. C. D.*
—— l. 19 τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚ, ΚΓ. Ὡς τε μεῖζόν ἐστι	—— l. 4 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ	—— l. 7 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—— l. 27 ΛΝ.	—— l. 8 * *	ΛΗ. *B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 199. l. 4 ΑΚ τοῦ ἀπὸ ΚΒ, τὸ ἀπὸ ΑΒ τῷ ἀπὸ	—— 47. l. 18 * *	desunt. *D.*
—— l. 8 Ἔστω τῇ	—— l. 21 * *	ἔστω καὶ τῇ. *A. B. C. D.*
—— l. 17 ἴσον	—— l. 27 * *	deest. *A.*
—— l. 18 μὲν	— ib. * *	deest. *D.*
—— l. 23 ἄλλο ϗ ἄλλο	—— l. 31 * *	ἄλλο καὶ. *D.*
—— l. 32 πρὸς	—— l. 36 * *	deest. *C.*
—— l. 37 τῷ συναμφοτέρῳ.	—— l. 39 * *	desunt. *C.*
—— l. 38 τῷ ἀπὸ ΑΡ,	— ib. * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 40 * *	ΑΡΓ. *A.*
—— l. 41 τῷ ὑπὸ ΑΡΓ	—— l. 41 * *	τῷ μὲν ὑπὸ ΑΡΓ. *A. B. C. D.*
—— l. 42 γίνεται τὸ	—— l. 42 * *	γὰρ ἐστὶ τῷ. *A. D.* γὰρ ἐστὶ. *C.*
—— l. 43 τῷ ὑπὸ ΑΚΓ,	— ib. * *	τῷ ἀπὸ ΚΓ. *B.*
—— — ib. τῷ ὑπὸ ΑΚΓ, μετὰ τῷ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ, μετὰ τῷ ἀπὸ ΑΡ,	— ib. * *	desunt. *C.*
—— — ib. μεῖα τῷ ὑπὸ ΑΚ, ΓΞ. Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΑΡΓ,	— ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 44 γίνεται	—— l. 43 * *	γὰρ ἐστὶ. *C.* γὰρ. *D.*
—— l. 48 ὑπὸ ΑΚΞ. Τῷ δὴ	—— l. 45 * *	desunt. *D.*
—— 200. l. 1 ΞΚΑ	— ib. * *	ΞΑΚ. *C.*
—— l. 2 συνθέντι	—— l. 46 * *	σὺνθέντα. *A.*
—— l. 4 ΞΚΑ	—— l. 47 * *	ΞΑΚ. *C. D.*
—— l. 6 ΓΑΡ.	—— l. 48 * *	ΑΓΡ. *C. D.*
—— — ib. ΓΑΡ	— ib. * *	ΑΓΡ. *C. D.*
—— l. 12 ἥπερ ἡ τρίτη ἡ ΚΓ πρὸς τετάρτην τὴν ΑΡ. Καὶ ἐναλλαξ, ἡ ΓΑ πρὸς ΚΓ μείζονα λόγον ἔχει,	—— 48. l. 3 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 15 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ.	—— l. 4 ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ	ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ. *B. C.* et *D.* τῆς omisso.
—— l. 17 γίνεται	—— l. 5 * *	deest. *A. D.*
—— l. 26 ΑΡ.	—— l. 10 * *	ΑΡΚ. *D.*
—— — ib. ἥμισυ,	— ib. * *	ἡμίση. *A. B. C. D.*
—— l. 28 ἡμίσεια	—— l. 11 * *	ἡ ἡμίσεια. *A. C. D.*
—— l. 38 μὲν	—— l. 17 * *	deest. *D.*
—— 201. l. 1 αὐτῆς	—— l. 23 * *	deest. *C.*
—— l. 2 καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν, μεῖζόν ἐστι	—— l. 24 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 4 ΑΒΔ	—— l. 25 * *	ΕΖΘ. *A.*
—— l. 5 Εὐτοκιοῦ Ἀσκαλωνίτου ὑπομνήμα εἰς τὸ δεύτερον τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας ϗ κυλίνδρου, ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 26 * *	desunt. *D.*
—— 203. l. 4 ὡς ὑποκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ Ε.	—— 44. l. 17 * *	τριγώνῳ τῷ Ε ὡς ὑπόκειται λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶν. *A. B. C. D.*
—— l. 16 Ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ	—— l. 22 * *	desunt. *D.*
—— 204. l. 5 ἐλάττων	—— l. 25 * *	μείζων. *A. D.*
—— l. 6 Ε	— ib. * *	deest. *D.*
—— l. 14 τομεῖς	—— l. 31 * *	τομεῖ. *D.*
—— l. 15 τρίγωνον	—— l. 33 * *	deest. *D.*
—— l. 16 Ἔστιν	—— l. 34 * *	ἔτι. *B. C. D.*
—— l. 17 ἔτι	—— l. 36 * *	ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 25 ἐπεξεργασίας	—— 49. l. 3 * *	ὑπεργασίας. *D.*
—— l. 28 εὐχῆς	—— l. 5 ἔχης	εὐχῆς. *B.* εὐχῶς. *D.*
—— — ib. ἀξιῳ	— ib. * *	ἀξίως. *A.*
—— l. 34 γνωρίζωμεν.	—— l. 8 * *	γνωρίζομεν. *B. C. D.*
—— l. 36 πρὸς τῶν	—— l. 10 * *	καὶ τῶν. *C.*
—— — ib. ἐζητημένον.	— ib. ἐζητημένων	ἐζητημένον. *C. D.*
—— l. 37 ὅτι τοῦτ'	— ib. ὅτι τὸ	ὅτι τῷ τὸ. *A. C. D.*
—— l. 38 ἐπιμελῶς,	—— l. 11 ἐπιμελῆς	ἐπιμελῶς. *A. D.*
—— l. 52 ἀνελλειπῶς	—— l. 20 * *	ἀνελλειπῶν. *D.*
—— 205. l. 1 δ' ἔτι	— ib. δὲ τι	δέ τινι. *A. B. C. D.*
—— l. 5 λαβεῖν,	—— l. 23 * *	λαβωσιν. *C.*
—— l. 6 ὁμως	—— l. 24 * *	ὁμῶ. *A.*
—— l. 7 ὑπ'	— ib. * *	deest. *D.*
—— — ib. Εἶναι	— ib. * *	ποτὲ. *C.*
—— l. 8 τὸ μέγεθος	— ib. * *	τὶ μέγεθος. *B. C. D.*
—— l. 12 αὐτῇ,	—— l. 27 * *	αὐτὸ. *B. C. D.*
—— — ib. ἐστὶ	— ib. * *	deest. *A.*
—— l. 13 τρίγωνον	—— l. 28 * *	τὸ τρίγωνον. *B. C. D.*
—— l. 15 ὑδεμιᾶς	—— l. 29 ὑδεμίαν	ὑδεμίας. *B. C.*
—— l. 17 ῥαδίαν	—— l. 31 * *	ῥαδίως. *D.*
—— l. 29 ΓΗΔ·	—— 45. l. 1 * *	ΓΗ. *A. D.*
—— 206. l. 13 ΕΗ	—— l. 20 * *	ΕΝ. *A.*
—— l. 14 Μ ϡθυ΄ πρὸς Μ ϡυϑ΄·	— ib. μ ϡθΥΝ πρὸς μ ϡγΥΘ	ΛΔΜ ΘΥΝ πρὸς Μ ΤΥΘ. *A.* Μ ΘΥΝ ϗ Μ ΓΥΘ. *C.* ΛΔΜ ΘΓΝ πρὸς ΜΒ ΤΙΘ. *D.*
—— l. 22 μείζονα λόγον ἔχει,	—— l. 24 * *	μείζων. *A. D.* μείζον. *B. C.*
—— l. 28 ὀρθὴ ἐστὶ μή. Κείσθω ἓν αὐτῇ ἴση, πρὸς τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ,	—— l. 26 * *	desunt. *A. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 206. l. 31 πλευρά ἐστι τῆ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένη	Pag. 45. l. 27 * *	τῆ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ. *A. B. C. D.*
— 207. l. 2 ΔΧΟΓΛ′	— 46. l. 1 * *	ΔΧΟΓ. *C.*
— l. 10 Μ ΔΧΠΗ′	— l. 3 μ ΔΧΠΗ	Μ Δ ΧΠΗ. *C.*
— l. 18 τρίτον ὀρθῆς.	— l. 7 * *	τρίτῳ ὀρθῆ. *A.*
— l. 19 ΔΤΝΑ′	— l. 8 * *	τνα. *A.*
— — ib. ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ΔΦΞ πρὸς ΨΠ′. Τετμήσθω	— — ib. * *	desunt. *A. D.*
— l. 20 ΔΦΞ πρὸς ΨΠ′.	— — ib. * *	ΔΦΞΖ ΨΠ. *C.*
— l. 21 Τετμήσθω	— — ib. * *	deeſt. *B. C.*
— l. 23 ἄρα,	— l. 10 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
— l. 25 ἄρα ἴση	— — ib. * *	deſunt. *B. C. D.*
— l. 33 ΓΝΓΛ′ δ′	— l. 14 * *	ΓΙΓΓ Δ′. *D.*
— l. 35 ΘΓ,	— l. 15 * *	deſunt. *D.*
— l. 36 ΕΠΔΚΔ′ δ′	— — ib. ΕΛΚΔΛ′ δ′	ΕΤΚΔ ε′ δ. *B.* ΕΤΚΔ ε′ δ′. *C. D.*
— — ib. σμ′.	— l. 16 * *	ΣΝ. *D.*
— 208. l. 1 δ′ ιγ′.	— — ib. * *	Δ· ιγ′ α′. *B.* ΔΙ γ′ α′. *C. D.*
— l. 2 ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	— — ib. * *	deſunt. *A. B. C. D.*
— l. 5 ξς′·	— l. 18 * *	ΣΞς. *B. C. D.*
	— — ib. κατάλογον	καὶ λόγον. *B. D.* καὶ omiſſo. *C.*
— l. 15 ΓΤΛς′ πρὸς ΒΙΖ′ δ′.	— l. 21 ΓΤΙλς πρὸς μαΖιΘδ′	ΓΤΑς′ πρὸς ΖΙΖ δ′. *A. B. C. D.*
— l. 16 καὶ δέκα οα′. Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τῆ ζς′ πολυγώνου	— l. 22 * *	deſunt. *A. D.*
— l. 18 ἡ δέκα οα′.	— l. 23 * *	ἡ ὃν ο′ ια′. *A. B. C.* ἡ θ′ ια′. *D.*
— l. 19 Ὡς τε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἡ δέκα οα′.	— — ib. * *	
— l. 20 ἡ δέκα οα′.	— l. 24 * *	deſunt. *D.* ἡ θ′ ια′. *A. B. C.* In tractatu hocce pro τρίτον ὀρθῆς in Edit. Bas. ſemper eſt τρίτῃ vel τρίτῳ ὀρθῆ. *D.*
— l. 28 Ἀριθμὸς	— 49. l. 39 ἀριθμὸν	ἀριθμὸς. *B. C. D.*
— — ib. πολλαπλασιαζόμενος,	— — ib. πολλαπλασιαζόμενον	πολλαπλασιαζόμενος. *A. B. C. D.*
— l. 31 δυναμένην	— l. 41 δύναμιν	δυναμένην. *A. B. C. D.*
— l. 35 ἡμᾶς	— l. 43 * *	ἡμῖν. *B.*
— — ib. Ἐξὸν	— — ib. * *	ἐξῶν. *A.*
— l. 37 τρίτον	— 50. l. 1 * *	τρίτῃ. *C. D.*
— l. 39 ΕΖ· ἡ	— l. 2 ΕΖ καὶ ἡ	ΕΖ ἡ. *A. D.* ΕΖ ἴσαι ἡ. *B. C.*
— — ib. ὑπὸ ΓΕΖ,	— — ib. * *	bis repetuntur hæc verba.
— l. 40 τρίτον	— — ib. * *	τρίτῃ. *A. C.*
— l. 43 τρίτον ἄρα ὀρθῆς.	— l. 5 * *	τρίτον ἄρα ὀρθῆ. *A.* τρίτῃ ἄρα ὀρθῆς. *C.*
— l. 46 ἐπὶ τὸ Μ,	— l. 6 * *	ἐπὶ τὸ Γ. *C. D.*
— l. 47 τῷ Μ θ	— l. 7 * *	τῷ Γ. *C. D.*
— 209. l. 7 Μ	— l. 11 * *	μέγεθος. *D.*
— l. 8 ἀπὸ ΕΖ	— l. 12 * *	ΕΖ. *D.*
— l. 11 ἀπὸ ΕΓ,	— l. 13 ἀπὸ Ε	ἀπὸ ΕΓ. *A. B. C. D.*

In MSS. 2359 et 2362 Multiplicationes quæ ſubjiciuntur ad illuſtrandas propoſitiones, ſcribuntur (forte ad unius exemplaris communis imitationem) more perturbate et ſine ullâ curâ diviſionum limites ſervandi; quamobrem earum collatio viſa eſt et perdifficilis et infructuoſa, præſertim eo magis quia in MS. 2362 notantur ut falſæ, lineis calamo ſuperductis.

	— l. 18 col. 3. ἐπεὶ ἐξελείπει ἄρα Μβ.	ἐπὶ ἐξε[λείπει ἄρα Μβ *B.*
— l. 18 col. 1 ααωλς′	— l. 19 col. 1. ΔαωΔς	ΔωΔς. *C.*
— — ib. col. 2 ΖχΘ′	— — ib. col. 2. ΖχΘ	ΖβΦΡΝΓ. *B. C.*
— l. 19 col. 1 Μ ΓγχΛς′	— l. 20 col. 1. Μ γΧΛς	Μ Γχας. *C.*
— — ib. col. 2 υνθ′	— — ib. υνθ.	τρνθ. *B.* τρνθ. *C.*
— l. 20 — ib. Μ γυθ′	— l. 21 col. 2. Μ γΥΘ	Μ ΓΥΘ. *B. C.*
— l. 25 Καὶ συνθέντι,	— l. 22 * *	deſunt. *A.*
— l. 28 ΖΓ,	— l. 23 ΖΗ	ΖΗ ex corr. alt. man. ΖΓ. *B.*
— l. 30 μείζον εἰσι	— l. 25 μείζον εἰσὶν	μείζον ἐστὶν. *C.* μείζων ἐστὶ. *D.*
— l. 36 δέδεικται,	— 51. l. 2 δέδοται	δίκται. *A.* δέδεικται. *B. C. D.*
— l. 38 δὲ	— l. 3 * *	deeſt. *A.*
— l. 40 ἔσαι Μ θυ·	— l. 4 * *	α Μ ΘΝ. *D.*
— l. 41 φΖα′ η′	— l. 5 ΦΖΑ ἴσον	ΦΖΑ η′. *C. D.*
— l. 44 φΖα′ η′	— l. 6 ΦΖΑ ἴσον	ΦΖΑ η′. *B. C. D.*
— 210. l. 4 col. 1 Μ εδΤΘ′	— l. 11 col. 1. Μ εδλο	εφξβζ″. *B. C.*
— l. 3 col. 3 εφξβΛ′	— — ib. * *	εδλ. *B.* εδ′λ. *C.*
— l. 4 col. 2 εβφρι′	— — ib. εβΦΡΝ	επΦΡΝ. *C.*
— l. 5 — ib. τρνθ′	— l. 12 * *	ΓΡΝΘ. *C.*
— l. 7 col. 3 θυκηΛ′ δ′ ξδ′	— l. 14 ΥΚΗ ζ′ δ′ ΞΔ	ΥΚΗ ζ′ δ′ δ′ ΞΔ. *B.* υκηζδξδ. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 210. l. 12 τῇ ΘΕ.	Pag. 51. l. 18 * *	τῆς ΘΕ. *A.*
—— l. 13 ,αρξβ′ η′	—— – ib. ,αρ ΞΒ ἴσον	ΑΡΞΒΗ. *A. D.*
—— – ib. Γίνεται	—— l. 19 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 18 μορίω	—— l. 21 μόριον	μορίω. *A. B. C. D.*
—— l. 19 Μείζονες	—— l. 22 * *	μείζονος. *A.*
—— – ib. ἤπερ	—— – ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 23 αροβ′ η′	—— l. 24 ΑΞΒΗ′	,ΑΡΟΒΗ′. *B. C. D.*
—— l. 26 Μ φλδ[′ ξδ′.	—— l. 26 Μ ΦΛΔΕ′[ξ′ δ′	Μ φλδεξδ. *A.* Μ ΦΛΔ Ξ δ′. *B.* Μ ΦΛΔς ΞΔ′. *C.* Μ ΦΛΔ. *D.*
—— l. 28 ἔσαι	—— l. 27 * *	χ. *D.*
—— – ib. Μ ,γ𝔇μγ[′ ξδ′.	—— – ib. Μ Γ𝔇ΜΓ[ξ′ δ	Μ ,Γ,ΛΜΓ[Ξ δ′. *C.* Μ ,Γ,Λ ΜΓς ΞΔ. *D.*
—— l. 29 ,αροβ′ η′ ἔγγισα	—— – ib. ,ΑΡΟΒ	,ΑΡΟΒ η′ ἔγγϊσα. *A. B. C. D.*

MULTIPLICATIONUM FORMULÆ PROUT INVENIUNTUR IN MSS. *B. C.*

ἡ ΕΓ ,ΑΡΞΒ η′	ἡ ΘΓ ΡΝΓ	,αροβ η′	ἡ ΕΓ ,αρξβη′	ἡ ΘΓ ΡΝΓ	,αροβη′
ἐπὶ ,α ρξβη′	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ ,αροβη′	ἐπὶ ,αρξβη′	ἐπὶ ΡΝΓ	ἐπὶ ,αροβη′
ρ ι ς		ρ ς	ρ ι ς		ρ ζ
Μ Μ Μ ,β ΡΚΑ	Μ α ,ετ	Μ Μ ι Μ βρκε	Μ Μ Μ ,ΒΡΚΕ	μα ,ετ	Μ μι Μ βρκε
ι α		ι α	ι α		ι α
Μ Μ ,ςσιβζ	,ε ,βφρν	Μ Μ ζςιβζ	Μ Μ ,ςσιβζ	,ε ,βφρν	Μ Μ ζςιβζ
ς β		ξ	ς		ζ
Μ ,ς ,Γ ,τχρκζ[	Μ τϋ	Μ ζ ,δ𝔇ρμηζδ′	Μ ,ς ,τχρκ ,ζ[	τρν θ β	Μ ζ ,Δ λρμηζδ′
,βτρκδ ,δ′		,βρμδδ′	,βσρκΔΔ′	Μ τυ	,βρμδΔ
ΡΚΕ ιβ[′ζ[δ′ ξδ′		ερκε ιβ[ηζδδξδ′	ΡΚΕ ΙΒ[′Ζ[Δ′ξδ′		ρκειβ[ηζΔΔξδ′
ρλε		ο			ο
Μ φλδ[ξδ′		Μ ,ρλζτωοζξδ′	τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς		Μ ρ λζτωοζξδ′
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς		ἐλλείπει ἄρα τῦ ἀκριβοῦς	ρλζ		ἐλλείπει δὲ τυ ἀκριβοῦς
ρλζ		ο	ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐστὶ Μ ,τ		ο
ἀπὸ ΕΓ ΓΑ ἐστὶ Μ ,τ		Μ ξς[			Μ ξς[.
𝔇 Μ Γξβ′			𝔇μγζξβ′		

B. *C.*

—— 211. l. 3 ὑπὸ		—— l. 40 * *		deeſt. *D.*	
—— l. 7 ἔτι μορίω		—— l. 42 * *		ἐπὶ μορίω *C. D.*	
—— l. 18 τῦ ἀκριβοῦς		—— 52. l. 3 * *		τῆς ἀκριβοῦς. *A.*	
—— 20, &c.					
ἡ ΕΒ τλδ′δ′	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	,βτλθδ′	η ΕΒ τλδ′Δ′	Col. 2. ut in Edit. Oxon.	,βτλθδ′
υ ζ			ο ζ		
Μ Μ ηφ		ἐπὶ ,βτλθδ′	Μ Μ ηφ		ἐπὶ ,βτλθδ′
ζ ρ		υ ξ ς α	ζ ρ		υ ξ ς α
Μ Μ ,θα ,ας,οε		Μ Μ Μ Μ ηφ	Μ Μ θ α ,ας ,οε		Μ Μ Μ Μ ηφ
		υ θ			υ θ
ἐπὶ ,βτλδδ′		Μ Μ ,θ ,βψοε	ἐπὶ ,ςτλΔδ′		Μ Μ ,θ ,ςψοε
ς		ς	ς		ς
Μ ,θ𝔇ρκζ[		Μ ,θ𝔇 ,ςοζ[	Μ ,ς𝔇ρκζ[		Μ ,θλςοζ[
					α
		α	ηας ρκς ις α		Μ κ ,βψσοπαβδ′
χ ,α ςφκς ις α		Μ ,η ,βψσοπαβδ′			
φοεζ[αις		φοεζςβδ′ ις′	φοεζ[αις		φοεζςβΔ′ ις′
φνδ		φμζ	φνδ		φμζ
Μ κ ,ψκΓ ις		Μ ,βς[ις′	Μ η ,ψκΓ ις′		Μ ,βς[ις′
ἐκ τύτων συνάγεται τὸ		ἐλλείπει ἀρα τῦ ἀκριβοῦς	ἐκ τύτων συνάγεται τὸ		ἐλλείπει δὲ τῦ ἀκριβοῦς
φμζ		ο	φμζ		ο
ἀπὸ ΕΚ Μ ,βρλβις		Μ Μ α[: ~	ἀπὸ ΕΚ Μ ,βρλβις′		Μ μα[

B. *C.*

—— l. 37 ἡ δὲ ΕΓ, βτλδ′ δ′ καὶ ἔτι μορίου	—— 52. l. 17 * *		defunt. *C.*
—— – ib. μορίω τινός·	—— – ib. μορίω	μορίω τινὸς. *A. D.*	
—— l. 38 μείζων	—— l. 18 * *	μείζων ἐστὶν. *A. C. D.*	
—— 212. l. 3 ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ὥς τε μὴ ἐστί·	—— l. 22 * *		defunt. *C.*
—— l. 4 μὴ′	—— l. 23 ΜΗ	μὴ′. *A.*	
—— l. 8 ΛΕΓ, ζς′	—— l. 25 ΛΕΓ ζς	ΛΕΓ ΟΒ. *B. C. D.*	
—— – ib. ὀρθῶν.	—— – ib. * *	ὀρῶν. *D.*	

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 212. l. 10 ζ ς′.	Pag. 52. l. 26 * *	ζ Β. *B.* ς Β. *C.* ζ ς β. *D.*
—— l. 11 ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ,	—— – ib. * *	ΕΔ πρὸς τὴν ΑΓ. *B.* ΕΔ ποτὶ ΑΓ. *C. D.*
—— l. 15 ΔΜ πρὸς ΑΓ,	—— l. 29 * *	ΔΜ ποτι ΑΔ. *C. D.*
—— l. 17 περίμετρος	—— l. 30 * *	περιδιάμετρος. *D.*
—— l. 18 ,δχπη′·	—— l. 31 * *	ΔΧΟΗ· α Μ ΑΧΟΗ. *C.* ,ΔΧΟΗ. *D.*
—— l. 19 περίμετρος	—— – ib. * *	περιδιάμετρος. *D.*
—— l. 20 Ἡ περίμετρος	—— l. 32 * *	ἥπερ ἡ διάμετρος. *B. C. D.*
—— l. 22 χξζζ′·	—— l. 34 * *	χξζς′. *B. C. D.* Pro ζ, est fere in MSS. ξ.
—— l. 24 ἐπιπλαπλάσια	—— l. 35 * *	πολλαπλάσια. *B. C. D.*
—— – ib. χξζζ′,	—— – ib. * *	χξζς′. *B. C. D.*
—— l. 26 περίμετρος	—— l. 36 * *	τρίμετρος. *D.*
—— l. 37 Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον	—— l. 42 * * τρίτον mutato in τρίτῳ	desunt. *D.*
—— l. 43 σμγ Μ	—— l. 46 * *	ως Μ. *B. C.* ος Μ. *D.*
—— l. 44 ξ Μ ,ηυ′.	—— l. 47 * *	α Μ Μϒ. *D.*
—— l. 45 ρπβ Μ	—— l. 48 * *	ςπβ Μ. *B. D.* σπβ Μ. *C.*
—213. l. 3 col. 1 ρ ν ς Μ Μ Μ μθ Μ	—53. l. 5 * *	ρ ς νθ Μ λ Μ Μ. *B. C.*
—— l. 4 col. 3 α Μ	—— l. 6 * *	ȣ Μ. *B. C.*
—— l. 6 col. 1 σμγ Μ ,γχ′	—— l. 8 ςμγ Μ ,γχ	ρμγ Μ ,τχ. *B. C.*
—— l. 8 — ib. ΒΓ ἀπὸ ΓΒ ἀπὸ ΑΓ,	—— l. 10 ΒΓ ἀπὸ τῆ ΑΓ	ΑΓ ἀπὸ τῆ ΓΒ. *B. C.*
—— l. 12 ΗΓΒ	—— l. 14 * *	ΓΒ. *B. C. D.*
—— l. 18 ὑπὸ	—— l. 17 * *	deest. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἴσας	—— – ib. * *	deest. *A.*
—— l. 20 ἡ ΑΗ	—— l. 18 ᾗ ἡ ΑΗ	ἡ ΑΝ. *A.* ἡ ΑΗ. *D.*
—— l. 30 ᾗ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ	—— l. 24 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 32 ,γϑκα′·	—— l. 25 * *	,ΓΚΑ. *D.*
—— l. 33 ϑη Μ ,βτκα′.	—— l. 26 * *	ρη Μ ΒΤΚΑ. *B.* ρη Μ ,ΒΤΚ. *C.* ρη Μ ,ΒΤΚΑ. *C.*
—— l. 34 ,γιγζ′ δ′	—— – ib. * *	ΝΓΟΓζ δ′. *B. C.* ργοζ δ′. *D.*
—— l. 36 ,γιγζ′ δ′	—— l. 28 * *	,ΓΙΤς δ′. *B. C.* ΠΙΤς Δ. *D.*

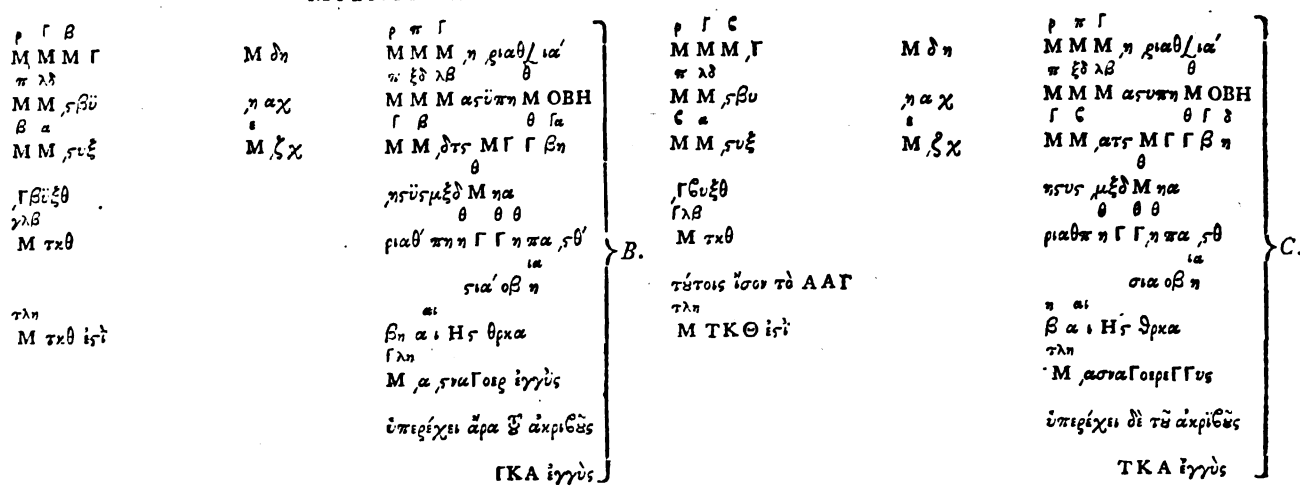
MSS. *B. C.*

ἡ ΑΗ, ΒϑΑ	ἡ ΗΓ ΨΠ	Γ ι Γ ζ δ′	ἡ αηβϑα	η ΗΓ ΨΠ	Γ ι Γ Ζ Δ′
ἐπὶ βϑια	αθ ε Μ Μ ,ς	ἐπὶ Γ ι Γ ζ δ′	ἐπὶ βϑια	κθ ε Μ Μ ,ς	ἐπὶ Γ ι Γ ζ Δ′
ρπ πα Μ Μ ,βϑ	ε Μ ,Γ ,ς ,ςϋ	ϑ Γ Μ Μ οαψψν	ρπ Μ θρι	ε λ Γ Μ ,Γ ,ς ,ςυ	Μ Μ οαφψν
β Μ θρι	ξ ,θ Μ ηϋ	θλοας′ ζ δ′	,βϑια ωνζ	ξ ,θ Μ ηυ	θλοας ζ Δ
,ϛϑια ωνζ		,αφεια ζ δ′ ηυ	Μ ,Γϑκα		,αφεια ζ Δ η′ ις′ τν
Μ ,Γϑκα		ψνβζ ς δ′ η′ ις τν	τα απο των ΑΗ ΗΓ τη Μ ,βτκα		Μ ,βχπθις
τα απο των ΑΗ ΗΓ τη Μ ,βτκα		θ Μ ,βχπθις			ὑπερέχει τῆ ἀκριβῆς ο Μ τξηις′
		ὑπερέχει τῆ ἀκριβῆς ο Μ τξηις′			
		B.			*C.*

—214. l. 2 πρὸς τὴν	—— l. 38 * *	καὶ τὴν. *B.*	
—— l. 4 ΗΑΓ	—— l. 39 * *	ΗΑ ΑΓ. *B. C. D.*	
—— l. 7 ΗΑ, ΑΓ	—— l. 41 ΡΑ ΑΓ	ΗΑ ΑΓ. *B. C. D.*	
—— l. 9 ἥπερ ,εϑ κδ′ ζ′ δ′ πρὸς ψπ′. Ὡς τε ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει,	—— l. 43 * *	desunt. *B.*	
—— l. 11 υνε′	—— – ib. * *	Γνε. *D.*	
—— l. 12 ιγ′.	—— l. 44 * *	ΙΓ κ′. *B. C. D.*	
—— l. 15 ,γτκϑ′.	—— l. 46 γϑ ΚΘ	,τϑκθ. *C.* ,Γκθ. *D.*	
—— l. 16 ε Μ ,ζχ′·	—— – ib. * *	μέρος μζχ. *A. D.* μ ,ξχ. *B.* μέρος ΚΖΧ. *C.*	

Digitized by Google

MULTIPLICATIONES PROUT INVENIUNTUR IN MSS. *B. C.*



Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisienſes
Pag. 214. l. 47 Μ ρα	—— 54. l. 19 * *	Μ. *B. C.* Μ. νο *D.*
—— l. 48 ὑπερέχει γὰρ τῆ ἀκριβῆς, τὸ ἀπ' αὐτῆς, Μ ιβ' γ' λς'.	—— — ib. deſunt	ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς Μ ι' β' γ' λ' ς'. *A. B. C. D.*
—— 215. l. 3 col. 2 ,γχτξ	—— l. 23 * *	,γχτζ. *C.*
—— l. 4 col. 1 ζμθ' τξλς'	—— l. 24 * *	ζ τξαϛ. *C.*
—— l. 5 — ib. δμθ'	—— l. 25 * * — et δτ Νϛ	ΔΜΟ. *C.* — ſunt ut in Edit. Oxon. in col. 2.
—— l. 8 col. 3 λς'.	—— l. 27 * *	λγ'. *B. C.*
—— l. 18 αὐτῆς τῆ	—— l. 33 * *	αὐτῆ τῆς. *A.*
—— l. 23 col. 1 βτλγ' γ'	—— l. 38 ,Β ΤΑ ϙγ'	βτλζγ'. *B. C.*
—— l. 25 — ib. Μ βξλϛα' 'δτης' Μ δομθαζ' δ'	—— l. 40 * *	βχλϛα ,ϛ δτης θζ δ. *B.* Μ βχλϛα ,ε δτϛ θζ δ'. *C.*
—— l. 26 col. 3 ζ' α ζ' δ'	—— l. 41 * *	ζαϛδ'. *B. C.*
—— l. 27 — ib. Μ ,θσ,ζζ' ις'	—— l. 42 ,θσ,ζζ ις'	Μ θεις ζζ ις'. *B. C.*
—— l. 29 — ib. Μ. ιγζ' κθ'	—— l. 44 Μ ΙΓ ζκ'	Μ Γζκ'. *B. C.*
—— l. 31 ἡ ΑΓ πρὸς ΓΑ, μείζονα	—— l. 45 ἡ ΑΓ μείζονα	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 32 ξς' πρὸς	—— l. 46 Ξϛ πρὸς Ξϛ πρὸς	Ξϛ πρὸς. *A. C. D.*
—— l. 35 πλευρὰ,	—— l. 47 * *	πλευρὰς. *C. D.*
—— l. 36 κύκλω	—— l. 48 * *	κυλίνδρω. *A.*
—— l. 37 ἐϛι	—— l. 49 * *	deeſt. *A.*
—— l. 38 δέκα ἑβδομηκοσομόνων·	—— 55. l. 1 * *	δεκαεβδομοκοσομόνων. *C.*
—— l. 41 δέκα ἑβδομηκοσόμονα	—— l. 2 * *	δεκαεβδομοκοσόμονα. *C.*
—— l. 42 ἓν ἐνεχώρει,	—— l. 3 * *	ἐγχωρεῖ. *B.* ἓν ἐγχωρεῖ. *C.*
—— l. 43 ἐσαφηνίσθησαν	—— — ib. ἐσαφηνέσησαν	ἐσαφηνίσθησαν. *C. D.*
—— 216. l. 1 Ὠκυτοβόω,	—— l. 4 * *	ὠκυτοβίω. *A. D.* ὠκϋτοκίω. *B. C.*
—— l. 11 τῶν κθ'.	—— l. 10 τῶν ιθ'	τῶ ΙΘ. *C.*
—— l. 23 Εὐτοκίῳ Ἀσκαλωνίτῃ Ὑπόμνημα, εἰς τὴν Ἀρχιμήδους τῆ Κύκλω Μέτρησιν· Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ισιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.	—— l. 19 * *	deſunt. *D.*
—— l. 25 τῷ ἡμετερῳ	—— l. 21 * *	ἡμετέρω. *C.*
—— 217. l. 1 ποτὲ Κώνια	—— 81. l. 28 * *	ποτὲ κώνων. *A.*
—— l. 5 καὶ	—— l. 30 * *	deeſt. *A.*
—— l. 11 ἀρχᾶ	—— l. 34 * *	ἀρχεῖ. *B.*
—— l. 13 λαῶν	—— l. 35 * *	λαῶ. *A.*
—— l. 14 ἢ ἄδηλα	—— l. 36 * *	ἀδηλα. *A. B. C. D.*
—— l. 15 εὑρὼν,	—— — ib. * *	εὑρεῖν. *A.*
—— — ib. ἐξευρὼν,	—— — ib. * *	ἐξεῦρεν. *A. D.*
—— l. 16 Γεωμετρίαν.	—— l. 37 * *	γεωμετρίας. *A. B.*
—— 218. l. 1 Κώνωνος	—— l. 38 κώνων	κώνωνος. *A. D.*
—— l. 5 εἶμεν κεχωρισμέναν,	—— l. 40 μὲν κεχωρισμένων	μὴ κεχωρϊσμένα. *A.D.* μὲν κεχωρισμένα. *B.C.*
—— l. 6 ὅπως	—— l. 41 ὅπερ	ὅπως. *A. B. C. D.*
—— l. 7 οἰπῶθ' ὁμολογηκότες	—— l. 42 ἀπὸ θ' ὁμολογηκότες	ἃ πωθ' ὁμολογηκότες. *B. C.* ἀποθομολογηκότες. *D.*
—— l. 11 ἐμφανίσω	—— l. 44 ἐμφανίσαι	ἐμφανίζω. *B.* ἐμφανίξαϛ. *C. D.*
—— l. 26 τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας	—— 82. l. 6 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 35 μὲν τῶν	—— l. 11 * *	μὲν ἓν τῶν. *A. B. C. D.*
—— l. 38 εἰς ἄνισα,	—— l. 13 ἴσαν ἴσα	εἰς ἄνισα. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ἐϛι.	—— l. 15 * *	deeſt. *B.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 218. l. 43 εἰς ἄνισα	Pag. 82. l. 15 ἴσαν ἴσα	εἰς ἄνισα. *A. B. C. D.*
—— l. 46 Τὸ γὰρ μεῖζον τμᾶμα	—— l. 17 * *	desunt. *C.*
—— l. 47 τᾶς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον,	—— – ib. * *	ἃ μὲν ἦ. *B. C. D.*
—— l. 48 ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον.	—— – ib. * *	διπλασιόνα. *B.*
—219. l. 8 ἐστὶ	—— l. 25 * *	εἰσὶ. *C.*
—— l. 13 ἐπιψᾶνον	—— l. 28 * *	ἐπιψανόμενον. *A. D.*
—— l. 14 ἀποτέμη τὶ	—— – ib. * *	ἀποτέμητι. *B.*
—— l. 20 ἀποτμαθὲν	—— l. 31 ἀποτμηθὲν	τὸ ἀποτμηθὲν. *B. C. D.*
—— l. 23 ἀποτμαθέντι	—— l. 33 ἀποτμηθέντι	ἀποτμηθέντϊ. *D.*
—— – ib. ὁποσοῦν	—— l. 33 * *	ὅπως ἂν. *D.*
—— l. 24 ὀξυγωνίων κώνων	—— l. 34 * *	ὀξυγωνίᾳ κώνᾳ. *C.*
—— l. 25 αἷκα τὰ ἀποτέμνοντα	—— – ib. εἷκα τὰ ἀποτέμνοντα	εἰ κατὰ ἀποτέμνοι τὰ. *C.*
—— l. 31 ἕλικος	—— l. 37 * *	ἕλϊκας. *A. C.*
—— l. 33 ἐπίκοινον ἐχόντω	—— l. 38 ἐπικοίνων ἐόντα	ἐπϊκοινωνέον. *B.*
—— l. 34 ἀποδείξεις	—— l. 39 ἀποδείξειας	ἀποδείξεις. *A.*
—— l. 37 εὐθεῖα γραμμὰ	—— l. 40 εὐθεῖαι γραμμαὶ	εὐθεῖα γραμμὰ. *B. C. D.*
—— l. 42 ὑπὸ	—— l. 43 * *	ὑπότε. *B. C. D*
—— l. 43 ἀπὸ καταγαθείσας	—— l. 44 * *	ἀποταθείσας. *A.*
—— l. 44 κέντρῳ	—— – ib. κέντρων	κέντρον. *A. C. D.* κέντρω. *B.*
—220. l. 1 περιφορᾷ.	—— l. 49 * *	περϊφερεία. *B.C. D.*
—— l. 6 ποτιλαφθέντος ὑπὸ τᾶς ἕλικος, τὸ μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ	—83. l. 1 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 7 ἐσσεῖδαι	—— l. 2 ἐσσεῖται	ἐσσεῖσθαι. *C. D.*
—— l. 10 ἐξῆς ἀριθμὲς	—— l. 3 * *	ἐξϊσαρίθμες. *C.*
—— – ib. ἐσσεῖδαι,	—— – ib. * *	deeſt. *C.*
—— l. 12 Τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον	—— l. 4 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 13 τᾶ	—— l. 5 τᾶ	τᾶ. *B.*
—— l. 14 ἐπὶ	—— – ib. * *	περὶ. *A.*
—— – ib. ἕλικος	—— – ib. ἕλικας	ἕλικος. *B.*
—— l. 18 γεγραφέντι	—— l. 7 * *	περϊγεγραφθέοντι. *A.*
—— l. 32 Τάτων	—— l. 14 τᾶτον	τάτων. *B. C. D.*
—— l. 35 χρείαν	—— l. 16 * *	τὰς χρείας. *B.*
—— l. 38 ἀνίσαν	—— l. 17 * *	ἴσαν. *A. B.* (margine alt. manu ἄνισαν) *C. D.*
—— l. 51 Γ Δ	—— l. 24 Α Γ	Α Δ. *B. C. D.*
—— l. 52 χρόνος	—— l. 25 * *	ὁ χρόνος. *B. C. D.*
—221. l. 19 Β Δ	—— l. 38 * *	ΒΔ γράμμας. *D.*
—— l. 23 ΖΗ, ΗΘ	—— l. 40 * *	ΖΗ. *D.*
—— – ib. καθαντινοῦν	—— – ib. * *	καθατοινοσῦν. *A.*
—— l. 26 συνθείσαν	—— l. 41 * *	συντεθεῖσαν. *A. B. C. D.* sed in *C.* τ. deletur.
—— l. 31 αὐτῷ ἑαυτῷ	—— l. 44 * *	αὐτᾶ ἑαυτᾶ. *C.*
—— l. 38 τᾶ ΑΒ	—— l. 48 τῶ ΑΒ	τᾶ ΑΒ. *B.*
—222. l. 9 δοθέντων ὁποσοῦν	—84. l. 11 * *	δυὸ δοθέντων ὁποσῶν. *A.* δυὸ δοθέντων ὁποσων ἔν. *D.*
—— l. 14 μείζων ἴσαι πασᾶν	—— l. 13 * *	μείζων ἄρα. *A.*
—— l. 15 περιφερειᾶν.	—— – ib * *	περιφερεῖαν. *A.*
		Inter tertiam et quartam propoſitiones, atramento rubro, ſcribuntur hæc verba, δέδεικται γὰρ ἐν τῷ α' θεωρήματϊ τᾶ περὶ σφαίρας κὴ κυλίνδρυ. *A.* et in marg. *B. C.* et τᾶ ante περὶ mutato in τῶ. *D.*
—— l. 20 ὑπειχὰ,	—— l. 16 ὑπερόχα	ἃ ὑπεροχὰ. *B. C. D.*
—— l. 23 ἴσαι	—— l. 17 * *	ἰσσεῖται. *B.* ἔν. *D.*
—— l. 26 μεῖζον	—— l. 19 * *	μείζων, *C.*
—— l. 34 ποτὶ	—— l. 24 ὑπὸ τὶ	ποτὶ. *A. D.*
—— l. 44 τᾶ κέντρυ	—— l. 27 * *	τᾶ Κ κέντρυ. *C. D.*
—223. l. 3 ὃν ἃ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. Ἡ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει	—— l. 32 * *	desunt. *C.*
—— l. 14 τᾶς περιφερείας	—— l. 43 * *	τᾶς τε περιφερείας. *C. D.*
—— l. 26 δὲ κὴ ἀπὸ	—— l. 49 * *	δὲ ἀπὸ. *A. C. D.*
—— l. 30 ποτὶ τὰν ΓΛ. Ὃν δὴ λόγον ἔχει ἃ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἰχέτω ἃ ΚΓ	—— l. 51 * *	desunt. *C.*
—— l. 32 ἰχέτω ἃ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΛ.	—85. l. 1 * *	desunt. *D.*
—— l. 33 Ἐχέτω πρὸς τὰν	—— – ib. ἰχέτω τὰν	ἰχέτωσαν. *A.*
—— l. 40 ΒΚ	—— l. 5 * *	ΚΓ. *B. C. D.*
—224. l. 5 ἴσῳ	—— l. 18 * *	ἴσωτε. *C.*
—— l. 16 νευούσας	—— l. 24 * *	νεύθσαν. *B. C. D.*
—— l. 28 ἀπὸ τᾶς	—— l. 40 * *	ἀπὸ τῆς τᾶς. *C.*
—— l. 36 ἴσῳ	—— l. 50 * *	deeſt. *A. D.*
	—— – 86. 1. in marg.	ἡ γὰρ ΚΓ πρὸς ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς ΞΓ κὴ διὰ τᾶτο μείζων ἐστὶν ἡ ΞΓ τᾶ ΓΛ. *B.C.*
—— l. 50 ἄλλαν	—86. l. 3 ἀλλάλαν	ποτ' ἄλλαν. *A.* ἄλλαν. *B. C.*
—225. l. 2 ΞΙ, ΙΛ	—— l. 4 * *	ΞΙΛ. *C. D.*
—— l. 4 τᾶν	—— – ib. τῶν ϐ	τᾶ. *A.*
—— – ib. ΚΙ, ΙΝ	—— – ib. ϐ ΚΙΙΝ	ΚΙΝ. *B. C. D.* in margine. *B.* ἴσον γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΙΚ ΝΙ τῷ ὑπὸ ΞΙ ΙΛ ἐν κύκλῳ γὰρ δυὸ εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας τὸ δὲ ὑπὸ ΚΙ ΓΛ τῷ ὑπὸ ΚΕ ΙΛ τρίγωνον γάρ ἐστι· τὸ ΙΚΛ. Καὶ παρὰ μίαν ἧκται ἡ ΕΓ ἀνάλογον ἔν ἐστὶν ὡς ΙΝ πρὸς ΚΕ ἡ ΙΛ πρὸς ΛΓ καὶ διὰ τᾶτο τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶ μέσων et *C.* ΙΚΝΙ mutatis in ΘΚΝΜ et πρὸς inter ΙΛ et ΔΓ omiſſo.

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 225. l. 9 ὃν ἀ Η	Pag. 86. l. 7 ὃν ἡ	ὃν ἀ Η. *A.*
—— l. 14 λόγον.	—— l. 9 * *	deest. *B*
—— l. 21 ἔχειν.	—— l. 13 ἔχει	ἔχειν. *A. B. C. D.*
—— l. 26 Ξ Γ	—— l. 15 * *	Ξ Γ. *D.*
—— l. 44 τῷ μὲν	—— l. 28 * *	τὸ μὲν. *B. C. D.*
—— l. 50 οὕτως	—— l. 35 * *	deest. *B. C. D.*
—— 226. l. 18 ἰσσοῦνται	—— l. 44 * *	ἐσσεῖται. *A.*
—— l. 20 Ἔστω	—— l. 45 * *	ἔστωσαν. *A.*
—— l. 32 τριπλάσια ἐστὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.	—— l. 51 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 38 δυσὶ	—— 87. l. 3 δυὸ	δῦσὶ. *B.*
—— — ib. ὑπὸ	—— — ib. * *	ἀπὸ. *D.*
—— l. 39 περιεχομένοις	—— — ib. περιεχομένων	περιεχομένοις. *B.*
—— l. 40 ἴσα	—— l. 5 * *	deest. *D.*
—— l. 41 δυσὶ	—— l. 6 δυὸ	δυσὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 42 περιεχομένοις.	—— — ib. περιεχομένων	περιεχομένοις. *A. B. C. D.*
—— — ib. ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, καὶ τὰ	—— l. 7 * *	desunt. *D.*
—— l. 44 Ο ποτιλαβόντα	—— l. 8 * *	ΟΠ ὅτι λαβόντα. *C. D.*
—— l. 47 ἑκατέρᾳ	—— l. 11 * *	ἑτέρα. *D.*
—— 227. l. 2 ἴσα τοῖς	—— l. 14 * *	ἴσα ἐστὶ τοῖς. *A. B. D.*
—— l. 4 ὑπὸ	—— l. 16 * *	ἀπὸ. *D.*
—— l. 5 ὑπὸ	—— — ib. * *	ἀπὸ. *D.*
—— — ib. ὑπότε	—— l. 17 * *	ἀπότε. *D.*
—— l. 9 καὶ τᾶς	—— l. 19 * *	καὶ. *D.*
—— l. 10 τᾶς Δ, διὰ τὸ τὰν	—— — ib. * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 11 εἶμεν.	—— — ib. * *	εἶμεν τᾶς Θ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 ἴσας	—— l. 23 ἴσον	ἴσας. *A. C. D.*
—— — ib. τριπλασίᾳ	—— — ib. * *	τετραπλασία. *D.*
—— l. 33 Β, Γ, Δ,	—— l. 29 * *	ΑΒΓ. *A. C. D.*
—— — ib. ἴσαι	—— — ib. * *	deest. *D.*
—— l. 34 Β, Γ, Δ,	—— l. 30 * *	ΑΒΓ. *A. C. D.*
—— l. 39 ὑπὸ	—— l. 32 * *	ὑποτε. *B.*
—— 228. l. 1 τᾶς μεγίσας	—— l. 40 ταῖς μεγίστης	τῆς μεγίστης. *C.* τᾶς μεγίστας. *D.*
—— l. 9 ἰσσοῦνται,	—— l. 44 * *	ἐσσεῖται. *A.*
—— l. 16 τῷ δὲ	—— l. 48 τῶ	τῶ δὲ. *C.*
—— l. 28 Ἔστω γΔ	—— 88. l. 3 * *	ἔστωσαν. *A.* ἔστωσαν γὰρ. *B. C. D.*
—— — ib. ὁποσαιῦν	—— — ib. ὁποσεῦν	ὁποσαιῦν. *A. B. C.*
—— l. 29 ἐξῆς κείμεναι	—— l. 4 * *	ἐξῆσκημέναι. *D.*
—— l. 30 α ᾗ Ε Ζ	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 31 α δὲ ΙΚ	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 32 ταὶ ΓΔ	—— l. 5 * *	τὰ ΓΔ. *A. D.* τᾶ ΓΔ. *C.*
—— 229. l. 4 λόγον	—— l. 18 * *	τὸν λόγον. *A. B. C. D.*
—— l. 6 τετραγώνω· καὶ τὸ ἀπὸ	—— l. 20 * *	τετραγώνου· καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ. *B. C. D.*
—— l. 9 καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν	—— l. 22 ἀπὸ τᾶν	καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν. *A. B. C. D.*
—— l. 16 συναμφότερα	—— l. 27 * *	τὰ συναμφότερα. *A. B. C. D.*
—— l. 18 ἐκδείχθη	—— l. 28 ΚΑ δειχθῆ	κατδειχθῆ. *A.* καταδειχθῆ. *D.*
—— l. 21 τετραγώνων	—— l. 29 * *	τῶν τετραγώνων. *A. B. C. D.*
—— l. 29 ἴσον	—— l. 33 * *	ἴσα. *C. D.*
—— l. 37 τᾶς ΒΦ,	—— l. 37 * *	τᾶν ΒΦ. *B. C. D.*
—— l. 44 ΓΟ	—— l. 40 * *	ΓΘ. *B. D.*
—— l. 50 ἀπὸ τᾶν	—— l. 42 ἀπὸ τῶν	ἀπὸ. *A.*
—— 230. l. 3 τετράγωνα	—— l. 43 * *	τὰ τετράγωνα. *D.*
—— l. 18 ἀναγραφέωντι	—— 89. l. 1 ἀναγραφέντι	ἀναγραφέωντϊ. *B.*
—— l. 20 εἴδεα πάντα	—— l. 2 * *	εἰ δὲ ἅπαντα. *C. D.*
—— l. 21 τῷ ἴσῳ	—— — ib. ἴσω	τῶ ἴσω. *A.*
—— l. 32 ἰσοταχέως	—— l. 7 * *	ἰσοταχεῖ. *A. C. D.*
—— l. 35 ἰαυτὸ	—— l. 9 * *	ἰαυτῶ. *B. C.*
—— l. 38 μίνον	—— l. 10 * *	μὶν. *D.*
—— l. 42 τᾷ πρώτᾳ	—— l. 12 τᾶ πρώτα τᾶ	τᾶ πρώτα. *B. C. D.*
—— l. 45 διανύσῃ,	—— l. 13 διανύσει	διανύσῃ. *B. C. D.*
—— 231. l. 9 γεγραμμέναν	—— l. 22 * *	γεγραμμένα *A.* ὁποιαοῦν γεγραμμένα. *C.* ὁποῖα ἓν γεγραμμένα. *B.* ὁποιὲν γεγραμμένα. *D.*
—— l. 11 ὁποιαιοῦν,	—— l. 23 * *	ὁποσαιῦν. *C. D.*
—— l. 21 τᾶς ΑΒ·	—— l. 27 ταὶ ΑΒ	τᾶς Α Β. *B.*
—— l. 50 περιέχοντι	—— l. 46 περιέχυσιν	περϊέχοντι. *A.*
—— — ib. πολ' ἀλλάλας.	—— — ib. ὑπὸ τ' ἀλλάλας	ποτ' ἀλλάλας. *A. C. D.*
—— 232. l. 1 διπλασίαι	—— l. 47 διπλασίας	διπλασίαι. *B. C. D.*
—— l. 3 διπλασίας.	—— l. 49 διπλασίας	διπλασίαι· *B. C. D.*
—— l. 5 Θ, Α	—— l. 51 * *	Θ Α. *B. C. D.*
—— l. 6 τι	—— — ib. * *	deest. *C.*
—— — ib. ΓΗ	—— — ib. * *	ΓΘΗ. *A. B. C.*
—— l. 8 ΕΖ	—— 90. l. 1 * *	ΕΗ margine manu eâdem. ΕΖ. *B.*
—— l. 17 τᾶν	—— l. 6 * *	ταὶ δὲ. *B.*
—— l. 22 ποτιπιπλέτω	—— l. 9 ποτιπιπλόντων	ποτϊπίπλων τῶν. *A.*
—— l. 33 φερόμενον	—— l. 16 * *	περιφερόμενον. *C.*
—— l. 45 Αἶκα ποτὶ	—— l. 25 * *	εἰ δὲ κατὰ. *A. C. D.* εἰ δὲ κὰ. margine alterâ manu. ποτὶ *B.*
—— l. 46 ποτιπίπλωντι	—— — ib. ποτιπίπλόϊλωντι	ποτϊπίπλωντι. *C.* ποτιπίπλον τι. *D.*
—— 233. l. 1 μεθ' ὅλας	—— l. 27 * *	καθ' ὅλας. *A.*
—— l. 5 ποτιπιπτίτεσαν	—— l. 28 ποτιπίπλοπι	ποτϊπιπτόντων. *B.* ποτϊπίπτωντι. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 233. l. 11 ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τᾶς τᾶ κύκλω περιφερείας.	Pag. 90. l. 31 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 22 αὐτῶ	—— l. 41 * *	ἑαυτῶ. *B. C. D.*
—— l. 27 δειχθήσεται,	—— l. 45 * *	δέδεικται cum parvo hiatu. *C.*
—— l. 28 ποτιπεσῶντι	—— l. 46 * *	ποτιπίπτοντι. *A. D.*
—— l. 30 αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι	—— ib. εἰρημέναι	αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι. *A. C. D.* αἱ εἰρημέναι. *B.*
—— l. 35 ὁ ἐνὶ ἐλάσσων	—— l. 49 ὁ ἐλάσσων	ἐν ἐλάσσονι. *A. D.* ἐνὶ ἐλάσσων. *B.* ἐν ἐλάσσων. *C.*
—234. l. 7 ταὰν	—91. l. 10 τὰ	ταὰν. *B. C.*
—— l. 8 ἐν τοῖς	—— l. 11 ἐντὸς	ἐν τῶ. *A.*
—— l. 12 τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις μείζονας	—— l. 14 * *	ταὰν μὲν ἐν τοῖς προαγομένοις μείζονα. *B.*
—— l. 13 τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας	—— l. 16 * *	ταὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονα. *B.*
—— l. 21 ὅτ' Ἔσω γδ, εἰ	—— l. 20 ὃν ἴσω γὰρ	ἕτως ἴσω γδ εἰ. *A. C.* ἕτως ἴσω γδ. *D.*
—— l. 37 Ὃν δὲ ἀ ΣΗΚΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν,	—— l. 32 * *	desunt. *C.*
	—— l. 33 in marg.	ἐν τῶ ιδ. *B.* ἐν τῶ ιδ'. *C.*
—— l. 44 δὲ	—— l. 36 * *	deest. *C. D.*
—— l. 46 συμβήσεται.	—— l. 37 * *	σϋμβήσεσθαι. *B.*
—235. l. 18 περιφέρεια	—— l. 48 περιφέρειας	περιφέρεια. *A. B. C. D.*
—— l. 22 ΔΝΤΡ κύκλω περιφέρειαν	—— l. 49 ΔΗΤΡ κύκλω περιφέρειαν	ΔΗΤΡ κύκλου περιφέρειας. *B.* ΔΗΤΡ κύκλω περιφέρειας. *C. D.*
—— l. 42 Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ αἴκα τᾶς ἐν ὁποιαῦν γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύη	—92. l. 13 * *	alterâ manu in marg. *A.* ἐντᾶυθα ἀ ΑΒΓΔΘ. *B.* ἀ ΑΒΓΔΘ. *C.*
—236. l. 5 ἀ ΑΒΓΔ·	—— l. 25 * *	ἀ ΑΒΓ. *D.*
—— l. 30 ποτιβαλεῖν	—— l. 41 ποτιλαβεῖν	ποτιβαλεῖν. *B. C. D.*
—— — ib. ταὰν	—— — ib. τὰν τᾶν	τᾶν. *D.*
—— l. 48 ἄρα	—93. l. 3 * *	deest. *C. D.*
—— l. 52 ᾧ ΘΗΚ.	—— l. 5 * *	desunt. *C.*
—237. l. 50 ἀρχᾶς	—— l. 43 * *	ἀρχᾶς καὶ. *A. C. D.*
—238. l. 16 γεγραμμένα	—— l. 51 * *	γραμμὰ. *B.*
—— l. 17 λόγον	—94. l. 1 * *	deest. *A.*
—— l. 26 ἔχειν	—— l. 7 ἔχει	ἔχειν. *B.*
—— l. 39 διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ	—— l. 15 διπλασίαν τᾶ Μ	διπλασίαν τᾶ ΜΝ. *A. M. D.*
—239. l. 5 ἐπιψαύη	—— l. 37 ἐπιψαύει	ἐπιψαύη. *B. C. D.*
—— l. 10 αὐτῶ	—— l. 39 * *	deest. *A.*
—— l. 18 τᾶ	—— l. 43 * *	deest. *D.*
—— l. 24 προαγεμένα	—— l. 46 προαγευμένα	προαγεμένα. *A.*
—— l. 25 τᾶς περιφερείας ἀπὸ τᾶ σαμείω τοῦ ἐν τᾶ ἀρχᾶ	—— l. 47 * *	desunt. *C.*
—— l. 29 ΔΕΖ	—— l. 48 * *	ΑΕΖ. *A.*
—— l. 34 ὀξθά	—— l. 50 * *	ὀρθὰν. *A. D.*
—— l. 37 Ἔσω εἰ δυνατὸν, πρότερον μείζων. Λελάφθω δέ τις ἀ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων,	—95. l. 1 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 44 ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν	—— l. 8 ἐστὶν ἀπὸ τᾶ Α ποτιλαβεῖν	ἀπὸ τᾶ Α ποτιβαλεῖν. *D.*
—— l. 49 ΑΛ.	—— l. 15 * *	desunt. *D.*
—240. l. 1 ἐστὶ	—— l. 18 * *	deest. *D.*
—— l. 4 ἢ ἀ ΔΡ	—— l. 21 καὶ ἀ ΔΡ	ἢ ἀ ΔΡ. *C.*
—— l. 10 Ὃν ὁ λόγον ἔχει ἀ ΚΜΡ πρὸς τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν,	—— l. 25 * *	desunt. *C.*
—— l. 11 ΚΜΡ	—— — ib. ΚΜΝ	ΚΜΡ. *B. D.*
—— l. 17 ἐστὶν	—— l. 26 * *	deest. *A. D.*
—— l. 26 τᾶς	—— l. 30 * *	decst. *B.*
—— l. 27 ἀπὸ	—— — ib. * *	καὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 31 περιφορᾶ	—— l. 32 * *	περϊφορᾶς. *B. C. D.*
—— l. 32 κατασκευαζθέωντι·	—— l. 33 * *	καϊασκευασθέντϊ. *A.*
—241. l. 2 ᾧ τομέως	—— l. 43 * *	τῶτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 3 τᾶ τομέως	—— l. 44 * *	τῶτο μὲν ὡς. *C.*
—— l. 4 Καὶ ἴσω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων ᾧ προτεθέντος	—— — ib. * *	desunt. *A. D.*
—— l. 5 Διηρήθωσαν δὴ ἴσ	—— l. 45 διαιρήσθωσαν δὴ ἴσ	διαιρεῖσθωσαν δὴ αἱ. *B.*
—— l. 9 ἀχθῶντι.	—— l. 47 ἀχθῶσι	ἄχθωσαν. *B.*
	—— l. 49 καὶ συμπεσεῖται τᾶ	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 14 ἴς' ἂν	—— — ib. ἴσαι κἂν	corr. in marg. manu ead. ἴς' ἄν. *B.*
—— — ib. τᾶ ΘΑ κατὰ τὸ Ο, ἀ ΟΜ,	—— l. 50 τᾶ ΘΑ καὶὰ τὸ ΟΑ ΟΜ	τὰ ΘΗ κατὰ το Ὁ ἀ ΟΜ. *C.* τᾶ ΘΑ καὶὰ το Ο ἀ ΟΜ *D.*
—— l. 19 ΘΝ	—— l. 51 * *	ΘΚΗ. *C.*
—— l. 20 ἴς τ' ἂν ΘΚ	—96. l. 1 ἴσαι καὶ	καὶ. *A. D.* ἴς' ἄν. *B.*
—— l. 21 τᾶ κύκλω	—— — ib. * *	τᾶ κύκλω τᾶ ΘΚ.
—— l. 29 ἰς τ' ἂν	—— l. 4 * *	ἴς' ἂν. *B. C.*
—— l. 45 λέλαπται	—— l. 21 * *	λέλειπται· *B.*
—— l. 47 μείζων	—— l. 22 * *	μείζον. *B. C. D.*
—— l. 52 ἐλασσὸν	—— l. 25 ἐλάσσον εἶμεν	ἐλασσονϊ. *B.*
—242. l. 4 ὑπότε	—— l. 28 ὑπὸ	ὑπότε. *B.*
—— l. 15 ἀ δὲ ΕΑ ἀ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾶ ἀρχᾶ τᾶς περιφορᾶς.	—— l. 42 * *	desunt. *D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 242. l. 20 ΑΗ, ΖΙ	Pag. 96. l. 46 ΓΗΖΙ	ΑΓΗ ΖΙ. *A. C. D.*
—— l. 31 τᾷ	—— 97. l. 1 τὰ	τῆ *D.*
—— l. 35 Μεῖζον γὰρ ἐσσεῖται τᾷ ὑπεροχᾷ ἃ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ.	—— l. 3 μεῖζων γὰρ ἐσσεῖται ἃ ὑπεροχὰ ἃ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ	
—— l. 39 καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν πᾶ ἐγγραφέντος σχήμαιος παντὸς τᾶ προτεθέντος χωρίω	—— l. 5 * * σχήμαιος παῖδος omisso	defunt. *D.*
—— l. 40 σχήματος παντος	—— l. 6 defunt.	defunt. *C.*
—— l. 47 ὥς τε τὸ	—— l. 9 * *	σχήματος ἐλάσσονι παντὸς. *A. B. D.*
—— l. 48 εἶμεν	—— l. 10 * *	ἔσω τὸ. *C.* ἔσω δὴ. *D.*
—— — ib. ἐλάσσονι παντὸς τᾶ προτεθέντος χωρίω·	—— — ib. * *	εἶναι. *C.*
—— 243. l. 3 τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος,	—— l. 14 * *	defunt. *C.*
—— l. 4 τᾶν ἀπὸ τοῦ περάτος τὰς ἕλικος	—— — ib. * * περάτος mut. in περάτων	defunt. *D.*
—— l. 8 μείζον	—— l. 16 μείζων	defunt. *C.* τὰν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἕλικος. *D.*
—— l. 18 ΘΑΖ δίχα τεμνομένων,	—— l. 19 ΘΑ δίχα τεμνομένων	μείζον. *A. D.*
—— l. 22 ΘΑΚ	—— l. 20 * *	ΘΑΖ δίχα τεμνομένων. *A. B.* ΘΑΖ δίχα διατεμνομένων. *C.* ΘΑΖ δίχα τεμνομένω. *D.*
—— l. 28 τὸ Θ·	—— l. 24 τὰ Θ	ΘΑΚ τᾶ. *B. C. D.*
—— — ib. ἔκασαν	—— l. 25 ἔκασα	τῶ Θ. *B.*
—— l. 33 Καὶ τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 31 * *	ἐκάσας. *B.*
—— l. 36 ἐσιν,	—— l. 34 * *	defunt. *D.*
—— l. 38 ὡς	—— l. 36 * *	deeſt. *D.*
—— l. 47 ΑΒΓΔΕΘ,	—— l. 41 ΑΒΓΔΘ	ὥσε. *B. C. D.*
—— 244. l. 2 ψ κύκλῳ.	—— l. 43 ἴσω κύκλω	ΑΒΓΔΕΘ. *A. B. C. D.*
—— l. 3 ἔλασσον,	—— l. 44 ἐλάσσων	ς κύκλῳ. *A. B.* ζ. *C.* ψ. *D.*
—— l. 9 ψ	—— l. 47 ἴσος	ἐλάσσον. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ἐλάχισος δὲ ὁ ΘΕΟ. Δῆλον οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 48 * *	ς. *A. B.* ζ. *C.* Γ. *D.*
—— l. 13 οὖν	—— — ib. * *	defunt. *A. D.*
—— l. 15 κύκλω.	—— l. 49 * *	ἢν ὅτι. *B.*
—— l. 18 ἐς τ' ἂν	—— — ib. * *	ς κύκλω. *A. B. C.*
—— l. 25 ἐλαχίσα	—— l. 51 * *	ἐς' ἄν. *B.* ἐς τὰν. *C. D.*
—— l. 28 ταὐταις,	—— 98. l. 2 * *	ἃ ἐλαχίσα. *A.*
—— l. 35 οἱ τομέες	—— l. 12 * *	ταίτων. *C.*
—— l. 49 ὥς τε	—— l. 28 * *	οἱ μὲν τομέες. *B. C. D.*
—— l. 50 ᾧ	—— l. 30 * *	ὡς. *A. D.*
—— 245. l. 2 ἐλάσσων	—— l. 35 * *	ὃ. *D.*
—— — ib. ἢν,	—— — ib. * *	ἐλάχισος. *B.*
—— l. 5 ἐς τ' ἂν	—— l. 38 * *	ἢν ὅτι. *B.*
—— l. 11 ποτιπίπλωσαν, ὧν ἐσι μεγίσα μὲν ἃ ΘΑ, ἐλαχίσα δὲ ἃ ΘΕ, καί ἐσιν ἃ ἐλαχίσα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. Ἐστὶ δ' καὶ ἄλλαν τινὲς γραμμαὶ ἀπὸ τᾶ Θ ποτὶ τὰν τᾶ κύκλω περιφέρειαν ποτιπίπλωσαν τῷ μὲν	—— l. 42 ποτιπίπτωσαι τῶ μὲν	ἐς' ἄν. *C.* ut in Edit. Oxon. τινὲς omisso et ΑΖΗΙ addito ante κύκλω. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἀναγεγράφοιλαι	—— l. 43 * *	ἀναγγράφαται. *B.*
—— l. 47 τᾶ β' κύκλω.	—— 99. l. 6 * *	defunt. *D.*
—— 246. l. 1 Ἔσω ἕλιξ, ἐφ' ἃς ἃ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾳ γεγραμμένα·	—— — ib. defunt.	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 6 ἴσω,	—— l. 9 * *	ἴσωσαν. *B.*
—— l. 19 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρω	—— l. 28 * *	defunt. *D.*
—— l. 30 γεγράψαν	—— l. 33 * *	περϊγράψαι. *A. B. C. D.*
—— l. 33 ᾧ ὑπερέχει	—— l. 34 * *	ὅπερ ἔχει. *D.*
—— l. 36 ΘΟΛ.	—— l. 36 * *	ΘΟΔ. *B. C. D.*
—— l. 38 ποιῆσαι	—— l. 37 * *	ποιῆται. *D.*
—— — ib. ἐς τ' ἂν	—— — ib. ἐς τὰν	ἐς' ἄν. *D.*
—— l. 41 ποτιπίπλωσι,	—— l. 39 ποτιπίπλωσιν	ποτϊπϊπλοντϊ. *A.* ποτιπίπτωσαι. *B.*
—— l. 45 μιᾷ ἐλάσσονες ἑαυτᾶν,	—— l. 40 μιὰ ἐλάσσων ἑαυτᾶν	μῖα ἐλάσσων ἑαυτῆ. *A. D.* μῖα ἐλάσσως ἑαυτᾶν. *B.*
—— l. 47 ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν	—— l. 41 * *	defunt. *A. D.*
—— l. 48 ὑπερεχωσᾶν, χωρὶς τὰ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίσας. Οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχωσᾶν. χωρὶς	—— l. 42 ὑπερεχωσᾶν χωρὶς	ὑπερεχωσᾶν· ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίσας ἓν ἀναγράφεται· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μεγίσα ποτὶ τὲς τομέας τὲς ἀπὸ τᾶν τῶ ἴσω ἀλλάλαν ὑπερεχωσᾶν χωρὶς. *A. B. C. D.*
—— 247. l. 4 τοῖς μὲν τομεῦσι	—— l. 44 τοῖς μὲν τομέσι	defunt. *D.*
—— l. 5 ἀλλάλαις	—— l. 45 ἀλλάλας	ἀλλάλαις. *A.*
—— l. 6 ΑΖΗΙ	—— — ib. ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B.*
—— l. 15 ΑΖΗΙ	—— l. 50 ΑΖΗ	ΑΖΗΙ. *B. C. D.*
—— l. 45 ἐς τ' ἂν	—— 100. l. 23 ἐς τὰν	ἐς' ἀν. *C.* ἐς' τὰν. *D.*
—— l. 51 μιᾷ	—— l. 29 μία	μίαν. *D.*
—— — ib. ἑαυτᾶν,	—— l. 30 αὐτῆ	ταύτη. *C. D.*
—— 248. l. 8 τρίτον μέρος τᾶ	—— l. 34 τρίτον τᾶ	τρίτον μέρος. *B.* τρίτον. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 248. l. 9 τοῖς μὲν	Pag. 100. l. 34 τὸ μὲν τοῖς	τοῖς μὲν. *A. B. C. D.*
—— l. 12 οὖν	—— l. 36 * *	deest. *C.*
—— – ib. AZHI	—— – ib. AZH	AZHI. *C. D.*
—— l. 15 μέρος	—— l. 37 * *	deest. *A.*
—— l. 20 AE εὐθείας.	—— l. 40 εὐθείας	AE εὐθείας. *A.*
—— l. 29 κατὰ τῷ μὲν ἐνὶ	—— l. 45 κατὰ τὰ μὲν	κατὰ μὲν ἑνὶ. *B.* κατὰ μὲν ἰνὶ. *C.* καταμενεν̈ι. *D.*
—— l. 33 τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων ποτὶ	—— l. 46 desunt	ut in Edit. Oxon. *A. C. D.* et τᾶς mutato in τὰν. *B.*
—— l. 50 τᾶν ἀπὸ	—— 101. l. 4 τᾶ ἀπὸ	τᾶν ἀπὸ. *A.* τᾶν ὑπὸ. *D.*
—— l. 53 ἔσω τὰ A, E.	—— l. 6 * *	desunt. *D.*
—— 249. l. 7 ὃν	—— l. 14 * *	ὃν ἔχει. *A. B. C. D.*
—— l. 8 ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 16 * *	desunt. *D.*
—— l. 13 τὸ κέντρον	—— l. 21 * *	τῷ κέντρῳ. *B. C. D.*
—— l. 14 τὸ Θ.	—— l. 22 τᾶ Θ	τῷ Θ. *B. C. D.*
—— l. 36 ἐλάσσων	—— l. 33 * *	ἐλάσσον. *A. B. C. D.*
—— l. 43 ἐλάσσονες ταυτᾶν, τῷ δὲ	—— l. 36 ἐλάσσονι ταύταν τῷ	ἐλάσσων ταύταν τῷ δι. *A. C. D.* ἐλάσσους ταύταν τῷ δι. *B.*
—— l. 44 ἀπὸ τοῦ Θ	—— l. 37 ἀπὸ τᾷ	ἀπὸ τᾷ Θ. *A. B. C. D.*
—— 250. l. 25 ἐλάσσονι,	—— 102. l. 3 * *	ἐλάσσων. *A.*
—— l. 26 X	—— l. 4 XE	Xζ. *C. D.*
—— l. 28 μὲν	—— l. 5 * *	εἶμεν. *C.*
—— l. 29 ἐγγεγραμμένον	—— l. 6 γεγραμμένον	ἐγγεγραμμένον. *B. D.*
—— l. 45 τᾶς	—— l. 18 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 46 τὰς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ	—— l. 19 τὰν μεγίσταν τῷ ἴσω	τὰν μεγίσταν τῷ ἴσω. corr. alt manu τᾶς μεγίστας τῶν ἴσω. *B.*
—— l. 49 τᾶν ἴσῳ	—— l. 23 * *	τᾶν τῷ ἴσω. *B.*
—— 251. l. 1 Ὡς τε	—— l. 24 * *	ἔσω. *A. D.*
—— l. 5 Οὐκ ἄρα ἐστὶν	—— l. 26 ἐκ ἔστιν	ἐκ ἄρα ἐστὶν. *C. D.*
—— l. 10 δ′	—— l. 29 * *	deest. *D.*
—— l. 22 ϛ′	—— l. 36 * *	deest. *D.*
—— l. 35 K ϛ′	—— l. 48 * *	K καὶ. *A.*
—— – ib. ᾧ δὲ δεδείκνυται.	—— l. 49 ὧ δὲ δείκνυται	ὡς δὲ δείκνυται. *A. D.*
—— l. 36 Ἐπειδὴ	—— l. 50 ἐπεὶ δὲ	ἐπεὶ. *A. B. C. D.*

51 In marg. MS. hæc nota est ὅτι ϛ′ ἡ Β ἕλιξ πρὸς τ′ Β κύκλον λόγον ἔχει ὃν Ζ πρὸς ΙΒ κϛ′ ἀνωτέρω δέδεικται· οὐχ ἧττον δὲ καὶ νῦν δι' ἀριθμῶν ἐπισῆσαι· ὅπως καὶ τὰ ἐφεξῆς ἐσπαρακολούθηται γένηται· ἐπεὶ γὰρ ἐδείκνυτο ἡ Β ἕλιξ πρὸς τὸν Β κύκλον λόγον ἔχουσα ὃν συναμφότερα τότε ὑπὸ τῶν ΒΘ ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ΑΒ, ὑποκείσθω ἡμῖν ἡ ΑΘ μονάδων οὖσα Ιϛ· δῆλον τὴν ΒΘ γίνεσθαι M ΛΒΓ· ἐστὶν ἓν τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ M ΦΙΒ· τὸ δὲ τρίτον τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ μονάδων ΠΕΓ′ ὁμῶ γίνονται M ΦζΖΓ′· τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ M ΑΚΔ καὶ ἔχει τὰ ΦζΖΓ′ ποτὶ ΑΚΔ λόγον ὃν ἑπτὰ ποτὶ ΙΒ. Secunda sine referentia, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ τῆ κέντρῳ τῆ ω′ κύκλῳ M ΑΚΔ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ τῆ κέντρῳ τῆ α′ κύκλῳ M ΣΝϛ· κϛ′ ἔχει ποτὶ ἀλλήλα λόγον ὃν ΙΒ ποτὶ Γ τὰ λοιπὰ δῆ φανερά· συνάγεται δὲ ἐν τῷ δι' ἴσου· κϛ′ διελόντι. tertia cum referentia ad p. 103. l. 6. Ed. Bas. Δῆλον ὅτι ἐνταῦθα ποτὶ ὑπακουσέον καὶ δι' ἴσου τῆ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ, λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΛΜ χωρία ποτὶ τὰ ΚΛ· ταύτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΓΒ ποτὶ τὰ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ ποτὶ Ζ· τὸ Γ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ M ἐστὶ ΑΦΛϛ· τὸ δὲ Γ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ M ΠΕ Γ′ ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΣΗϛ ΑΓΚΑ Γ′ ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ μονάδων ΠΕΓ′ ὁμῶ γίνονται M ΦζΖΓ′· ἅπερ ποτὶ ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν Θ ποτὶ ΖΙ. *C.*

Inter paginas 230 et 231 Codicis 2361 inseritur folium, tres notas continens, quas proxime subjungimus. Ὅτι ϛ′ ω′ ἕλιξ ποτὶ τ′ ω′ κύκλον ἔχει ὃν Ζ ποτὶ ΙΒ κϛ′ ἀνωτέρω δέδεικται· οὐχ ἧττον δὲ κϛ′ νῦν ἐξ ἀριθμῶν ἐπισῆσαι, ὅπως καὶ τὰ ἐφεξῆς ἐσπαρακολούθηται τὰ γένηται· ἐπεὶ γὰρ ἐδείκνυτο ἡ ω′ ἕλιξ ποτὶ τὸν ω′ κύκλον λόγον ἔχουσα, ὃν συναμφότερα τότε ὑπὸ τῶν ΒΘ ΘΑ καὶ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΑΒ ποτὶ τοζ′ τῆς ΑΒ· ὑποκείσθω ἡμῖν ἡ ΑΘ μονάδων ὖσα Ιϛω· δῆλον, τὴν ΒΘ γίνεσθαι M ΛΒ· γίνεται ἓν τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ M ΦΙΒ τὸ δὲ τρίτον τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ M ΠΕΓ′ ὁμοῦ γίνονται M ΦζΖΓ′· τὸ δὲ ἀπὸ ΒΘ M ΑΚΔ καὶ ἔχει τὰ ΦζΖΓ′ ποτὶ ΑΚΔ λόγον ὃν ἑπτὰ ποτὶ ΙΒ. Secunda fine referentia, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ τῆ κέντρῳ τῆ ω′ κύκλῳ M ΑΚΔ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ τῆ κέντρῳ τῆ α′ κύκλῳ M ΣΝϛ· κϛ′ ἔχει ποτὶ ἀλλήλα λόγον ὃν ΙΒ ποτὶ Γ τὰ λοιπὰ δῆ φανερά· συνάγεται δὲ ἐν τῷ δι' ἴσου· κϛ′ διελόντι. tertia cum referentia ad p. 103. l. 6. Ed. Bas. Δῆλον ὅτι ἐνταῦθα ποτὶ ὑπακουσέον καὶ δι' ἴσου τῆ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ, λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΛΜ χωρία ποτὶ τὰ ΚΛ· ταύτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΓΒ ποτὶ τὰ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ ποτὶ Ζ· τὸ Γ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ M ἐστὶ ΑΦΛϛ· τὸ δὲ Γ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ M ΠΕ Γ′ ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΣΗϛ ΑΓΚΑ Γ′ ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ ΦζΖΓ′· ἅπερ ποτὶ ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν Θ ποτὶ ΖΙ. *C.*

—— l. 39 ἐστιν	—— 103. l. 1 * *	ὅτι. *D.*
—— l. 41 ἕκτον ἄρα	—— l. 2 ἴσον ἄρα	καὶ ἄρα. *A.*
—— – ib. τοῦ Λ.	—— – ib. * *	τῆ Α. *B. C. D.*
		In marg. sed fine ulla referentiâ, est nota, quæ ω′ mutato in B$^{\text{ω}}$ et α′ in A$^{\text{ω}}$, secunda est supra, exhibita. *B.*
—— l. 46 ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 5 * *	desunt. *D.*
—— 252. l. 1 ΒΘ, ΘΑ,	—— l. 6 * *	In marg. nota est quæ sequitur, et quæ pauculis mutatis est tertia 2361 supra scripta, Δῆλον ὅτι ἐνταῦθα προσυπακουσέον καὶ δι' ἴσου τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ Γ′ μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν τὰ ΚΛΜ χωρία πρὸς τὰ ΚΛ. Ταῦτα δὲ φησὶ τὸ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μετὰ τῆ Γ′ μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τῆ τρίτου μέρους τῆ ἀπὸ τῆς ΒΑ λόγον ἔχει ὃν ΙΘ πρὸς Ζ τὸ Γ′ τῆ ὑπὸ ΓΘ ΘΒ μονάδων ἐστὶ ΑΦΛϛ τὸ δὲ Γ′ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ M ΠΕ Γ′ ἐπεὶ κϛ′ τὸ ἀπὸ τῆς ϛΗϛ ΑΧΚΑ Γ′ ἐστὶ δὲ τὸ ὑπὸ ΒΘ ΘΑ μετὰ τοῦ Γ′ μέρους τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΑ ΦζΖΓ′ ἅπερ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν Θ πρὸς ΖΙ. *B.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 252. l. 6 λόγον	Pag. 103. l. 7 * *	τὸν λόγον. *A.*
—— l. 11 ἔν ὅτι	—— l. 9 * *	ὁτὶ κ᾽. *D.*
—— l. 22 ΚΛΜΝ	—— l. 15 * *	κύκλον. *D.*
—— — ib. τοῦτον ἔχει	—— — ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 24 ΘΔ, ΘΓ,	—— l. 16 * *	ΘΔ. *D.*
—— l. 28 ΔΘ, ΘΓ,	—— l. 18 * *	ΘΕ ΘΔ. *A.* ΑΘ ΘΓ. *D.*
—— — ib. καὶ τὸ τρίτον μέρος	—— — ib. * *	κ᾽ το τριτον μερος τυ απο τας δο, ποτι το υπο των ΑΘ ΘΓ και το τριτον μέρος, &c. et a ποτὶ hujus variationis ad ΕΔ Edit. Baſ. lin. 20. repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 29 Διελόνλι, κ᾽ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἃ ὑπεροχὰ, τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτυ μέρες τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, κ᾽ τοῦ ὑπὸ ΔΘ, ΘΓ, μετὰ τοῦ τρίτυ μέρες, τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτί τε τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	—— — ib. διελόντι κ᾽ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει ὃν ἡ ὑπεροχὴ τῦ τε ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μετὰ τῦ τριτῦ μέρες τῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ, πρός τε τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ.	διελόντι κ᾽ τὸ Ξ χαρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει ὃν ἡ ὑπεροχὴ τῦ τε ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μετὰ τῦ τρίτυ μέρες τῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῦ απὸ τᾶς ΔΓ. διελόνλι κ᾽ τὸ Ξ χωρίον πολὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει ὃν ἡ ὑπεροχὴ τῦ τε ὑπὸ ΕΘ ΘΔ μεῖα τῦ τρίτυ μέρες τῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ πρός τε τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘ ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. *D.*
—— l. 38 ὃν τὸ	—— l. 22 * *	ὅν τε τὸ. *B.* ὅν τε. *C. D.*
—253. l. 2 ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΘ,	—— l. 25 * *	ποτὶ τὸ ΘΓ· δῆλον ὅτι καὶ συνθέντι ΘΒ. *C.* In marg. δῆλον ἔν ὅτι καὶ σϋνθέντι. *B.*
—— l. 12 τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 30 τὰ ὑπὸ τὰ	τὰ ὑπὸ τᾶν. *A.* D. τὸ ὑπὸ τᾶν. *B.*
—— l. 14 ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ	—— l. 31 * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 22 τὰν ΑΘ.	—— l. 36 τὸν ΑΘ	τὰν ΑΘ. *B.*
—— l. 28 εὐθεῖαι	—— l. 39 * *	αἱ εὐθεῖαι. *A.*
—— l. 29 διαστημάσσι	—— l. 40 διαστήματι	διαστημασσι. *C.*
—— l. 34 ἕξει τὸν	—— l. 42 * *	ἐξῦνλι. *B.*
—— l. 40 ἐλάσσονος	—— l. 45 * *	τῦ ἐλάσσονος. *A. D.*
—— — ib. ποτὶ τὰν ἐκ τῦ κέντρυ τῦ ἐλάσσονος κύκλυ,	—— l. 46 * *	deſunt. *A. B. C. D.*
—254. l. 1 ἐπιζεύχθωσαν εὐθεῖαι	—— l. 48 ἐπιξευχθῶσιν εὐθεῖαι	ἐπιζεύχθώσαν εὐθεῖαι. *C.* ἐπιξεύχθωσαν. *D.*
—— l. 10 ΗΘ, ΑΘ,	—104. l. 1 * *	ΗΘ. *D.*
—— l. 18 ΝΠ	—— l. 7 Ν΄Π Ξ	ΝΠ. *D.*
—— — ib. ΝΠΞ	—— — ib. ΝΞ	ΝΗΞ. *D.*
—— l. 27 ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 12 * *	deſunt. *D.*
—— l. 28 τομία	—— l. 14 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 31 χωρίον	—— l. 17 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— — ib. συναμφότερα,	—— l. 18 * *	συναμφότερον. *B.*
—— l. 33 ποτὶ	—— l. 20 * *	deeſt. *A. C. D.*
—— l. 40 συναμφότερα,	—— l. 23 * *	τὰ συναμφότερα. *A. B. C. D.*
—— l. 44 χωρίον	—— l. 25 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—255. l. 2 ΘΑ, ΗΑ	—— l. 29 * *	ΘΗΑ. *B. C. D.*
—— l. 4 κ᾽ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ, ποτὶ συναμφοτέραν, τὰν ΘΑ,	—— l. 30 * *	repetuntur hæc verba. *A.* et *D.* ΘΑ mutato in ΘΗ.
—— l. 6 ποτὶ τὸ Ν χωρίον	—— l. 31 * *	deſunt. *D.*

In hac Propoſitione plurimæ ſunt variationes ejuſdem generis, tranſpoſitione literarum factæ, quæ in ſchemate ad finem hujuſce collationis, De Helicibus, deſcripto repreſentantur.

—— l. 11 σαφηνιδῆ	σαφην ϊαδη. *A.*
—— — ib. ὑπογράφθωσαν	ὑπογεγράφθωσαν. *B.*
—— l. 12 εἶναι κ᾽ σωθέντι	εἶναι καὶ σωθέντι. *A. D.* ἐστὶν ὃν συνθέντι. *B.*
—— — ib. ἀπὸ	ὑπὸ. *D.*
—— — ib. ὑπερέχοντα	ὑπερεχυσῶν. *B.*
—— l. 14 ἀπὸ τῆς Β	ὑπὸ τῆς Β. *B.*
—— l. 15 τοῖς πασῶν	τοῖς τετραγώνοις πασῶν. *B. C.*
—— — ib. αὐτὸ Θ	αὐτόθεν. *C.* αὐτῶ Θ. *D.*
—— l. 16 γραμμικῶς	γραμμικῶν. *D.*
—— l. 17 τὰ ἐξῆς	τῶ ἐξῆς. *B.*
—— — ib. ἀναγραψαντίσοι	ἀναγράψαντϊ ἴσοι. *A. B. C. D.*
—— l. 19 γίνηται	γὰρ. *A. D.* γὰρ ἐστὶ. *B.*
—— — ib. ΚΗ	ΚΒ. *D.*
—— — ib. ἴσον εἶναι τῆ Ι	ἴσην εἶναι τὴν Ι. *B. C.*
—— — ib. τῆς Θ γὰρ	τῆ Θ γὰρ. *B.* τῆς Θ γίνεται. *C.*
—— l. 20 ΓΧΜΝ	ΥΧ ΜΗ. *A.* γίνεται ΜΗ. *B. C.* ΓΧ. *D.*
—— — ib. ΔΓΧΞ	ΔΥ ΧΞ. *A.* Δ γίνε) Ξ. *B. C. D.* N.B. γχ. ſemper γίνεται in *B. C. D.*
—— — ib. ὡς ἡ τε	ὥστε ἡ. *A. B. C. D.*
—— l. 21 Θ τῶ δὲ γράμματι	ἐν τῶ διαγράμματι. *B. C.*
—— — ib. ΣΜΝ πάντα	ΣΜΗ πάντϊ. *A.* σύμπαλα. *B. C.* ΣΜΗ πάντα. *D.*
—— l. 22 τᾶς Θ	τᾶς ἴσας Θ. *C.*
—— — ib. ἴσσειται ἴσα τῶ περιεχομένω	ἰσσεῖνλαι ἴσα τῶ περιεχομένω. *B.* ἰσσεῖνλαι. *C.*
—— l. 23 τριπλασία	τρϊπλάσιονα. *A.*
—— — ib. καὶ ἐξῆς	καὶ τὰ ἐξῆς. *B.*
—— l. 24 ἐν αὐτοῖς	σῦν αὐτοῖς. *B. C. D.*
—— — ib. πάσαις τῶν	πάσαις ταῖς. *B.*
—— — ib. ὑπερεχυσῶν	ὑπερεχέσαις. *B.*
—— l. 25 ἑτέραν.	ἕτερον. *A.*
—— — ib. ab ἐπάλλει ad τὸ Γ. lin. ſeq.	deſunt. *C.*
—— — ib. πέμπτην	πενταπλῆν. *B.*
—— l. 26 ἡ διπλῆ	διπλῆ. *B.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 255. – ib. ὑπόδηλον ὅτι		ὑπὸ δηλονότι. *B.*
—— l. 27 ἀλλήλαις ὑπειρεχουσῶν		ἀλλήλων ὑπειρεχούσαις. *B.* ἀλλήλων ὑπειρεχουσῶν. *C.*
—— – ib. OBA		OB ᾱ. *B. C.*
—— l. 29 ΓH		ΥH. *B. C. D.*
—— l. 31 M η′ M ς		M H M H. *A. B. C. D*
—— – ib. M M ιδ′		M B M IΔ. *A. B. C. D.*
—— l. 32 α M ρμς′.		α M. *B.* ρ ζς Π α ρ μδ. *B. C.* α π M. *B.* Iς
—— – ib. α M α M ρ M δ′ ις′		
—— l. 33 ρ bis.		P. *B. C. D.*
—— l. 34 ν		υ. *A.* ὑπὸ. *B.*
—— l. 35 ριχ′. N. B. ✕.		PK. *A. B. C. D.* ſemper eſt K. MSS.
—— l. 37 M M η′		M MN. *C.* ſed tota linea deeſt. *A.*
—— l. 38 ἐπὶ τὰ		ἐπὶ τὸν. *B. C.*
—— – ib. μετὰ τῆς		μετὰ τῶν. *A. D.* μετὰ τῦ. *B. C.*
—— – ib. ΘK		Θ καὶ. *B. C.*
—— – ib. τῶν ἴσω		τῶ ἴσω. *B. C.*
—— – ib. ὑπειρεχουσῶν		ὑπειρεχόσαις. *B.*
—— l. 30 ſ′ et 42.		γινίτας. *B.*
—— l. 42 τὰ δύο		τὸν δύο. *B. C.*

Schema ſupra memoratum ex MS. 2359.

	͵	η	χ δ	μ	ν	ξ	ο	τῶν ἀπὸ τῶν ἴσων τῆ A
α	ιςβ	Γ IΔ P ζς	IB	͵ ε	ζ η	η ς	θ	μετὰ τῶν ἀπὸ τῆς
						δ	θ	αι ψ′ β TΔ
	Π α ΣN ς		Π α PMΔ	Π α P	Π α ΞΔ	Π α Λς	Π α Iς	β Π α Δ

τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν ἴσω ἀλλήλων ὑπειρχησῶν ψ, ΩOIς.

τὸ ἀπὸ τῆς Θ καὶ πασῶν τῶν ἴσω ἀλλήλων ὑπειρχησῶν Π′ β υ′ MM

α	β ͵	γ η	δ λ
M ιϛ	M IΔ M β	M ιβ δ	M I M ς
Π α M ΣN ς	Π α M ρζς Π α M Δ	Π α M ρμδ	Π α M P Π α M λς
	δὶς ὑπὸ M ζς	δὶς υ M ζς	δὶς υ M PK
	ἡ διπλῆ τῆς B M MH	ἡ τετραπλῆ τῆς Γ M MH	ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ M Ξ

ἐκ πασῶν συνάγεται TΛς· ἐπὶ τῶν δῦο μετὰ τῶν ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης H

ἡ γ′ τῆς B M MΔ ἡ E τῆς Γ M Ξ ἡ Z τῆς Δ M O

ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῶν τε καὶ πανταπλῶν καὶ τῶν ἀλλήλων M ΥKH

͵ η	ς ν	η ξ	θ ο
M η M η	M ς M I·	M· Δ· M ιβ·	M β M IΔ
Π α M· ΞΔ· Π α M ΞΔ·	Π α M Λς· Π α MP	Π α M ις· Π α M PMΔ·	Π α M γ. Π α M P ζς
δὶς υ M PHH	δὶς υ M PH	δὶς υ M ζς	δὶς υ M ζς
ἡ ὀκταπλῆ τῆς E M ΞΔ·	ἡ δεκαπλῆ τῆς Z M Ξ·	ἡ δωδεκαπλῆ τ̃ H M MH·	ἡ τεσσάρες κ̀ δεκαπλῆ τ̃ ΘM MH

πάσαις ταῖς τῆς IE ἀλλήλων ὑπερεχούσων τ τ̃ PMΔ

Ex MS. 2360.

α	β ῑ	Γ π	δ λ
M Iς	M IΔ M B	M IB Δ	M I M ς
Π α M ζN ς	Π α M P ζς Π α M Δ	Π α M PMΔ	α π M P Π α M Λς
	δὶς ὑπὸ M νς	δὶς ὑπὸ M ζς	δις ὑπὸ M PK
	ἡ διπλῆ τῆς B KH.	ἡ τετραπλῆ τῆς Γ. M MH	ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Ξ.

Digitized by Google

ι	μ	ζ	ν	η	ξ	θ	ο
ΜΗ	Μη	Μς	ΜΙ	ΜΔ	ΜΙΒ	Μβ	ΜΙΔ
Π α Μ ΞΔ	Π α Μ ξδ	Π α Μ Λς	Π α Μ Ρ	Π α Ις	Π α Μ ΡΜΔ	Π α Μ Δ	Π α Μ ρζς
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ		δὶς ὑπὸ ζς		δὶς ὑπὸ Νς	
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ.		ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ.		ἡ δωδεκαπλῆ τ Η Μ ΜΗ.		ἡ τεσσάρα κ δεκαπλῆ τ Θ Μ ΚΗ	

ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΛς ἐπὶ τῶν δύο μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης Η
ἡ τριπλῆ τῆς Β Μ ΜΒ· ἡ πενταπλῆ τῆς Γ Μ Ξ· ἡ ἑπταπλῆ τῆς Δ Μ Ο
ἐκ πασῶν τῶν τῷ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τουτέστι ΡΜΔ.

α	β	ϊ	γ	κ	δ	λ
Μ Ις	Μ ΙΔ	Μ Β	Μ ΙΒ	Μ Δ	Μ Ι	Μ ς
Π Μ ςΝς	Π α Μ Μ Ρζς	Π α Μ Δ	Π α ρμδ	Π α Μ Ις	Π α Μ Ρ	Π α Μ Λς
	δὶς ὑπὸ· Μ· Νς		δὶς ὑπὸ Μ ζς		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ	
	ἡ δὶπλῆ τῆς Β Μ· ΚΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ. Μ ΜΗ		ἡ ἑξαπλῆ τῆς Δ Μ°· Ξ	

ε	η	ζ	ν	η	ξ	θ	ο
ΜΗ	Μ Η	Μς	ΜΙ	ΜΔ	ΜΙΒ	ΜΒ	ΜΙΔ
Π α Μ ΞΔ	Π α Μ ΞΔ	Π α Μ Λς	Π α Μ Ρ	α π Μ Ις	Π α Μ ΡΜΔ	Π α Μ Δ	Π α Μ Ρζς
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ		δὶς ὑπὸ Μ ζς		δὶς ὑπὸ Μ Νς	
ἡ ὀκταπλῆ τῆς Ε Μ ΞΔ		ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ		ἡ δωδεκαπλῆ τῆς Η Μ ΜΗ		ἡ τεσσάρες κ δεκαπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ	

ἐκ πασῶν συναγείλαι ΤΛς ἐπὶ τόν· δύο μεῖλα ϐ ὑπὸ τ Θ κ τ ἴσης πάσαις ταῖς τῶ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχούσαις τυῖέσι ΡΜΔ
γίνεται Μ ΩΙς ἡ γ τῆς Β Μ ΜΒ· ἡ ε τ Γ Μ Ξ· ἡ ζ τῆς Δ Μ Ο· ἡ θ τῆς Ε Μ ΟΒ· ἡ ια τῆς Ζ Μ Ξς· ἡ ιγ τῆς Η Μ ΝΒ· ἡ ιε τῆς Θ Μ Λ.

ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῆς τε καὶ πενταπλῆς καὶ τῶν λοιπῶν Μ ΥΗ ἐπὶ τὸν δυο γίνεται ΩΙς

Ex MS. 2361.

α	β	ϊ	Γ	κ	Δ	λ
Μ Ις	Μ ΙΔ	Μ β	Μ ΙΒ		Μ Ι	Μ ς
Π Μ ΣΝς	Π Μ Δς	Π Μ Ρζ	Π Μ ΡΜΔ		Π Μ Ρ	Π Μ Λς
	Δὶς ὑπὸ Μ Νς		δὶς ὑπὸ Μ ζς		Δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ	
	ἡ διπλῆ τῆς β Μ ΚΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Γ Μ ΜΗ		ἡ τετραπλῆ τῆς Δ Μ Ξ	

ε	μ	ζ	ν	η	ζ	θ	ο
ΜΗ	Μ Η	Μς	Μ Ζ	ΜΔ	ΜΙΒ	ΜΒ	ΜΙΔ
Π Μ ΞΔ	Π Μ ΖΔ	Π Μ Λς	Π Μ Ρ	Π Μ Ις	Π Μ ΡΜΔ	Π Μ Δ	Π Μ Ρζς
δὶς ὑπὸ Μ ΡΚΗ		δὶς ὑπὸ Μ ΡΚ		δὶς ὑπὸ Μ ζς		δὶς ὑπὸ Μ Νς	
η οκταπλη της ε Μ ΞΔ		ἡ δεκαπλῆ τῆς Ζ Μ Ξ		ἡ δωδεκαπλῆ τῆς η Μ ΜΗ		ἡ τεσσερακα δεκαπλῆ τῆς Θ Μ ΚΗ	

Ἐκ πασῶν συνάγεται ΤΛς ἐπὶ τῶν δύο μετὰ τῦ ὑπὸ τῆς ΘΔ τῆς ἴσης η
ἡ Γ τῆς Β Μ ΜΒ ΗΕ της Γ Μ Ξ η Ζ τῆς Δ Μ Ο
ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένη τριπλῆς τε καὶ τέτραπλῆς
καὶ τ λοιπῶν Μ ΥΚΝ πάσαις τ τῶ ἴσω ἀλλήλων ὑπερεχουσῶν τυτέσιν ΡΜΔ

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 257. l. 6 ἠπόρησα·	Pag. 47. l. 4 * *	ἀπόρησα. *B. C. D.*
—— l. 13 παραμάκια,	—— l. 9 παραμήκια	ἄρα μηκία. *C.*
—— l. 20 διάμετρον	—— l. 12 * *	deeſt. *C.*
—— l. 25 τὶ τμᾶμα	—— l. 15 τὸ τὶ τμῆμα	τῖ τμῆμα. *B.* τὶ τμῆμα. *C.* τῖ τμήμα. *D.*
—— 258. l. 3 Προεβάλλοντο	—— l. 19 * *	προεβάλλετο. *B.* προέβαλλεν τὸ. *C.* προεβάλλεντο. *D.*
—— l. 9 ἀποτμαθέντι	—— l. 22 ἀποτμαθέντα	ἀποτμαθέντῖ. *B. C. D.*
—— l. 10 ὅπωσῦν	—— — ib. * *	ὅπως ἂν. *D.*
—— l. 14 τομὰ, ἢ ἀ διάμειρος αὐτᾶς, καὶ αἱ ἐγγυσα τᾶς τῦ ἀμβλυγωνίυ	—— l. 24 * * ἀ omiſſo	deſunt. *C.*
—— — ib. ἀ διάμετρος	—— — ib. διάμετρος	ἀ διάμετρος. *D.*
—— l. 21 ἀ μεμενακῦσα	—— l. 28 ἀμεμενακῦσα	ἀ μὲν ἄκυσα. *A.*
—— l. 24 τὰν μεμενακῦσαν	—— l. 29 * *	τα μὲν ἄκυσα. *A.*
—— l. 32 ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο	—— l. 33 * * ἄλλο mutato in ἄλλον	deſunt. *D.*
—— l. 33 ἄλλο	—— l. 34 ἄλλον	ἄλλο. *A. B. C.*
—— l. 39 δὲ τὰν	—— l. 37 τὰν	δὲ τὰν. *B. C. D.*
—— l. 42 ποτεῖσαν	—— l. 38 * *	ποτὲ ἂν ἔσαν. *D.*
—— l. 48 ἀποτμαθῇ	—— l. 41 ἀποτμηθῇ	ἀποτμαθῇ. *B. C.*
—— l. 51 ὃν	—— l. 43 * *	deeſt. *A.*
—— 259. l. 20 κορυφὰν	—— 48. l. 10 κορυφὴ	κορϋφὰν. *A. C.*
—— l. 24 ὁποτερᾶν	—— l. 13 * *	ὁποτερᾳ ἂν. *A.*
—— l. 30 καθ' ἃ	—— l. 16 καθ' ἃς	καθ' ἅ. *B.*
—— l. 33 τὰς κορυφὰς	—— l. 17 * *	τὰ τὰς κορϋφὰς. *C. D.*
—— l. 52 Αἴκα δὲ	—— l. 27 εἴκα δὲ	ſemper εἰ δίκα aut εἰ δὲ κὰ. *B. C. D.*
—— 260. l. 1 κῶνον τὰν	—— l. 29 * *	κῶνον τὸν τὰν. *B. C. D.*
—— l. 3 ἡμισέᾳ	—— l. 30 * *	ἡμῖσει. *A. B. C. D.*
—— l. 4 ἄξονι τᾷ	—— — ib. * *	ἄξονι τῶ τᾷ. *B. C. D.*
—— l. 5 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμᾶματος·	—— l. 31 * *	deſunt. *D.*
—— l. 16 ἀπότμαμα	—— l. 36 * *	ἀπὸ τμάματος. *A. D.*
—— l. 25 τὸ χῆμα	—— l. 41 * *	deſunt. *D.*
—— l. 31 ἀπότμαμα κώνυ.	—— l. 44 ἀπὸ τμαμακώνυ	ἀπὸ τμάματος κώνυ. *A. D.* ἀπότμαμα τοῦ κώνυ. *B.* ἀπότμαμα κώνυ. *C.*
—— l. 37 δὴ ὅτι,	—— l. 48 διότι	δὴ ὅτι. *B.*
—— — ib. ἰσοσφαιροειδέων	—— — ib. * *	ἴσων σφαιροειδεῶν. *A. B. D.*
—— l. 38 ἀπὸ τῶν	—— — ib. ὑπὸ τῶν	ἀπὸ τῶν. *C. D.*
—— l. 52 ἀ τομὰ,	—— 49. l. 5 * *	ἡ τομὰ. *A.*
—— l. 54 κορυφᾶ, κῶνος ἰσοσείτω. Αἴκα δὲ ἀ τομὰ γένηται ὀξυγωνίυ κώνυ τομὰ, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τῦ κώνυ χῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τῦ κώνυ	—— l. 6 * * αἴκα in εἴκα, τᾶ in τῆ mutatis	repetuntur hæc verba. *A. B. D.*
—— 261. l. 9 δυσὶν ἐπιπεδοισιν	—— l. 11 * *	δύοις ἐπϊπέδοις. *B. C. D.*
—— l. 15 ὀξυγωνίων κώνων	—— l. 14 * *	ὀξυγωνίυ κώνυ. *A. D.*
—— l. 19 ὑπὸ τᾶν	—— l. 16 * *	ὑπὸ τᾶν τῶν. *B. C. D.*
—— — ib. ὀξυγωνίων κώνων	—— — ib. * *	ὀξυγωνίυ κώνυ. *A.*
—— l. 23 τῷ ἴσῳ ἀλλάλων	—— l. 18 τὸ ἴσον ἀλλάλων	τῶ ἴσω ἀλλάλων. *A. B. D.* τῶ ἴσω ἀλλάλοις. *C.*
—— 262. l. 36 ἔχοντι	—— 50. l. 1 * *	ἔχοντι corr. man. ead. marg. ἐχωντῖ. *B.* ἔχωντι. *C.*
—— l. 41 Λ, Μ μεγίθεων, τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λέγωντι	—— l. 3 ΛΜ λέγονται	ΛΜ τὰ μὲν ΗΘΙΚΛ λέγωνται. *A. B. C.* et *D.* λέγονται excepto.
—— l. 47 ὁπόσαι ἂν	—— l. 6 * *	ὁποσαιῶν. *D.*
—— l. 50 ἀλλάλαν	—— l. 8 * *	ἀλλάλοις. *A.*
—— 263. l. 5 τῷτι	—— l. 13 * *	τῶ. *C.*
—— l. 6 ἡμισέᾳ	—— l. 15 ἡμίσα	ἡμίσεια. *B.*
—— l. 9 Ἔσω	—— l. 20 * *	ἔσωσαν. *B. C. D.*
—— l. 13 ἔσων	—— l. 25 * *	ἔσωσαν. *B.*
—— l. 25 ἔσω	—— l. 36 * *	deeſt. *D.*
—— l. 28 ποτὶ	—— l. 38 ποτὲ	ποτὶ. *B. C. D.*
—— l. 30 τὰν ΙΚ· ποτὶ δὲ	—— l. 40 * *	deſunt. *D.*
—— l. 39 διπλασίονα,	—— l. 47 * *	διπλασίον. *A.*
—— 264. l. 1 ὑπεροχὰ ἴσα	—— l. 49 * *	ὑπερέχουσαι ἴσαι. *A. B. C. D.*
—— l. 6 ὑπερεχυσᾶν,	—— 51. l. 1 * *	ὑπερέχυσαι. *B. C. D.*
—— l. 10 ἐν οἷς	—— l. 3 * *	ἐν οἷς τὰ. *B. C. D.*
—— l. 11 ἐστιν·	—— l. 4 * *	ἐντὶ. *B.*
—— l. 14 ἐστι·	—— l. 5 * *	ἐντὶ. *B.*
—— l. 19 μείζονα	—— l. 8 μείζων	μείζον. *C. D.*
—— l. 22 ἄλλαν εὐθεῖαν	—— l. 9 * *	deſunt. *D.*
—— l. 27 ἐστεῖται τὸ	—— l. 12 * * Lineæ quæ reſpondent iis inter 12 et 17 notantur duplici aſteriſmo et margine Scriptore ipſo	ἐπεὶ τότε. *B.* ἔπειτα. *C.* ἐπείτε. *D.* ἐν τῷ Γ΄ τ῀ ἀπολλωνίυ κωνικῶν θεωρημάτων Κ. *B.* ead. Κ omiſſo fine propoſitionis. *A.* et cum κ΄ ſed ι mutato in ον fine prop. marg. *C.*
—— l. 32 ὁποσαοῦν,	—— l. 14 ὁποσὸν	ὁπῶς ἂν. *D.*
—— l. 36 καλίω	—— l. 16 * *	καλίσω. *C.*
—— l. 42 ἔσω	—— l. 19 * *	ἔσωσαν. *B. C. D.*
—— l. 46 ἀ ΘΓ	—— l. 27 * *	ἀ ΒΓ. *A.*
—— l. 48 παρ' ἂν δύνανται	—— l. 31 ἂν δύνανται	παρ αν δύναιλαι. *A.* παρ' ἂν δύνανται. *B. C.* παραιδύνανται. *D.*
—— 265. l. 11 τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον	—— l. 41 * *	deſunt. *D.*
—— l. 22 Ν, ᾧ τᾶς	—— l. 45 * *	deſunt. *D.*
—— l. 23 ὑπὸ τᾶς ΒΗ·	—— l. 46 ὑπό τι τᾶς ΒΗ	τᾶς ΒΗ. *B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 265. l. 34 τὸ ΑΔΕ τμᾶμα· τῇ ὑ ΘΒΓ τριγώνῳ ἐπίτριτον	Pag. 51. l. 51 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 39 τᾷ διαμέτρῳ	—— 52. l. 3 * *	τάμης. *A. D.* ταμης. *B.* ταμῆς. *C.*
—— l. 45 ἐστι	—— l. 6 * *	ὅτι. *A.*
—— 266. l. 2 τετ' ἐστὶ	—— l. 9 * *	deſunt. *B. C. D.*
—— l. 5 ΑΓ, ἃ δὲ ἐλάσσων ἐφ' ἃς	—— l. 10 * *	deſunt. *D.*
—— — ib. ἔσω	—— — ib. * * ad finem lineæ	ἔσω δὲ. *B. C. D.*
—— l. 12 ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ	—— l. 13 * *	deſunt. *D.*
—— l. 28 εὐθύγραμμον	—— l. 22 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— l. 42 ἐν τᾷ	—— l. 36 ἐν τῇ	ἐν τῇ τῇ. *B. C.*
—— l. 52 ὀξυγωνίῳ κώνῳ	—— l. 42 ὀξυγωνίῳ	ὀξυγωνίῳ κώνῳ. *A. B. C. D.*
—— 267. l. 10 οὖν	—— l. 49 * *	deeſt. *A.*
	Ad finem hujuſce propoſitionis	Εξ^ε η Κ γρ^Α. *B.* εξ^ε η Κ γς^α. *C.*
—— l. 20 τε χωρίον	—— 53. l. 3 * *	τὶ χωρίον. *B. C. D.*
—— l. 26 τὸ	—— l. 5 * *	deeſt. *C. D.*
—— l. 39 ΕΖ.	—— l. 18 ΕΔ	ΕΖ. *A. D.*
—— l. 43 ποτ' ἄλλαλα,	—— l. 20 * *	ποτὶ τὰ ἄλλα. *A. B. C. D.*
—— 268. l. 23 ἔχοιλι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοιλι δυνάμει ποτ' ἄλλαλας	—— l. 40 ἔχοιλι δυνάμει πῶ' ἀλλάλα ὃν	ut in Edit. Oxon. *B. D.* et *A.* ὃν omiſſo, et *C.* cum ἔχωντι
—— l. 32 κώνῳ	—— l. 44 * * ad medium lineæ	deeſt. *C. D.*
—— l. 41 γεγραμμένα	—— l. 49 ἐγγεγραμμένα	γεγραμμένα. *A.*
—— 269. l. 2 ΑΔ, ΔΒ	—— 54. l. 5 * *	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 7 ΓΑ, ΑΖ·	—— l. 9 ΓΑΖ	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C.* ΑΓ ΑΖ. *D.*
—— l. 13 κώνῳ	—— l. 14 * *	κώνῳ τούτῳ. *A. B. C. D.*
—— l. 23 ΓΑΖ.	—— l. 22 * *	ΑΓ ΓΖ. *A. B. C. D.*
—— l 25 ΑΖ	—— l. 23 * *	ΑΓΖ. *A.*
—— l. 27 περιφερείας	—— l. 24 * *	περιφανείας. *C.*
—— l. 34 κῷ	—— l. 28 * *	deeſt. *A. B. C. D.*
—— — ib. ΑΔ, ΔΒ,	—— — ib. * *	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 35 ΑΕ, ΕΖ	—— — ib. * *	ΑΞ ΕΖ. *C.*
—— l. 36 ΠΕ, ΕΡ,	—— l. 29 * *	ΠΕ ΠΡ. *C.*
—— l. 41 ΑΔ, ΔΒ,	—— l. 32 * *	ΑΔ ΑΒ. *C. D.*
—— l. 47 τὰν	—— l. 35 * * ad initium lineæ	deeſt. *C. D.*
—— 270. l. 1 Ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον	—— — ib. * *	repetuntur hæc verba. *A.*
—— l. 19 ὃ ἐστιν	—— l. 45 ἐστὶν	ὃ ἐστὶν. *C.*
—— l. 20 ἃ Ε	—— l. 46 * *	αὐτᾷ. *A. B. C. D.*
—— l. 39 ἐν ᾧ ἐστιν	—— 55. l. 1 ᾧ ἐν ἐστὶν	ἐν ᾧ ἐστὶν. *B. C. D.*
—— l. 41 ἓν ἴσα	—— l. 2 ἓν σα	ἓν ἴσα. *A. B. C. D.*
—— 271. l. 13 ἐσσεῖται τι	—— l. 29 * *	τὶ. *A. D.* ἐσσεῖται. *C.*
—— l. 24 ΕΑ, ΑΒ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 34 * *	deſunt. *D.*
—— l. 35 ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΛ, ΛΡ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 39 * *	
—— l. 36 ὑπὸ τᾶν	—— l. 40 ὑπὸ τᾶς	deſunt. *D.*
—— l. 38 ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ	—— l. 41 * *	ὑπὸ τὰν. *C.* ὑπὸ τᾶν. *D.*
—— 272. l. 17 ἄχθω	—— 56. l. 3 * *	ὅν πο τ' ἀ ΚΒ. *A.* ὃν ποτ' ἀ ΚΒ. *B. C. D.*
—— l. 27 ΖΗ·	—— l. 13 ΖΟ	ἄχθωσαν. *A. D.*
—— l. 37 ἀ ΘΚ.	—— l. 19 * *	ΖΗ. *A. B, C. D.*
—— l. 40 τᾷ ΖΗ,	—— l. 20 τᾶς ΖΗ	τᾷ ΖΗ καθετὸς. *A.* deſunt. *B. C.*
—— l. 42 τῇ ἡμικυκλίῳ	—— l. 21 * *	τᾶ ΖΗ. *B.*
—— l. 45 κῷ τὸ ἀπὸ ΖΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔΒ περιεχόμενον,	—— l. 23 * *	τῆτῳ ἡμικυκλίῳ. *B.*
—— l. 48 λόγον,	—— l. 25 * *	deſunt. *C.*
—— l. 50 ὑπὸ τᾶν	—— — ib. ὑπὸ τᾶς	deeſt. *A. B. C. D.*
	In Marg. MSS.	ὑπὸ τᾶν. *B.*
—— 273. l. 5 παρὰ	—— l. 28 περὶ	Δία τὸ κ' ᾧ πρῶτῳ τῶ κωνικῶν ἀπολλονίῳ. *B. C.*
—— l. 6 ὅτι	—— l. 29 * *	παρὰ. *B. C. D.*
—— l. 12 ἀγμέναν	—— l. 31 ἀγμένας	ἐστὶ. *A.*
—— l. 18 ποτὶ	—— l. 39 * *	ἀγμέναν. *B. C. D.*
—— l. 30 τᾶς ἡμισείας τᾶς	—— l. 51 τᾶς ἡμισείας τᾶ	ποτὶ τὸ. *B. C. D.*
—— l. 36 ἐντὶ	—— 57. l. 6 * *	τᾶς ἡμισείας τᾶς. *C.* ἡμισία τᾶς. *D.*
—— l. 43 κύλινδρος	—— l. 10 * *	ἐν. *A. C. D.*
—— l. 52 ΖΗ,	—— l. 19 ΖΜΗ	τῇ κυλίνδρῳ. *A. D.*
—— 274. l. 4 ἐντὶ ἀ	—— l. 21 * *	ΖΗ. *B.*
—— l. 12 ποτὶ ἀπὸ	—— l. 26 * *	ἐν τῇ. *A.*
—— l. 14 ποτὶ ἀπὸ	—— l. 27 * *	ποτὶ τὸ ἀπὸ. *A. C. D.*
—— l. 18 ἐντὶ	—— l. 28 * *	ποτὶ τὸ ἀπὸ. *D.*
—— l. 25 ἐκ τᾶ τῶν	—— l. 33 ἐκ τῶν	ἐν τῇ. *C. D.*
—— l. 37 αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ	—— l. 39 αὐτᾶ τᾶ περιλαμβανύσα	ἐκ τᾶ τῶν τῶν. *B. D.* ἐκ τῶν τῶν. *C.*
—— 275. l. 4 εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα ὁμοία αὐτᾷ· εἰ ᾧ κῷ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τᾷ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, ἐπ' ὁμοία. Διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἃ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τᾷ τέμνοντος τὸ χῆμα,	—— l. 44 * *	αὐτὰ τὰ περιλαμβάνουσα. *C.* et corr. marg. man. ead. *B.*
—— l. 12 ὁποτερᾶν	—— l. 49 * *	repetuntur hæc verba. *A. D.* N. B. in *D.* prima ſex verba ter ſcribuntur.
—— l. 13 ἡ παρὰ τὸν ἄξονα, ἃ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος,	—— — ib. * *	ὁπότερον ἂν. *B. D.* ὁποτερονῶν. *C.*
		deſunt. *A.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 275. l. 20 ἄξονα, ἀ τομὰ κύκλος	Pag. 58. l. 2 ἄξονα κύκλος	ut in Edit. Oxon. *A. B. C. D.*
—— l. 24 ἀγόμεναι	—— l. 4 * *	ἀγμέναι. *B.*
—— l. 34 διαμετρος	—— l. 9 * *	ἀ διαμετρος. *A. B. C. D.*
—— l. 41 ΓΑ	—— l. 16 * *	ΓΔ. *A.*
—— l. 46 τᾶ ΑΑ,	—— l. 24 ἀ ΑΑ	corr. marg. τᾶ ΑΑ. *B.*
— 276. l. 12 γίνεται	—— l. 38 * *	γὰρ. *A. C. D.*
—— l. 19 ΑΘ, ΘΓ,	—— l. 40 ΑΘΓ	ΑΘ ΘΓ. *C. D.*
—— l. 21 τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ, ποτὶ τὸ τετραγωνον	—— l. 41 * * τᾶς mutato in τᾶν	deſunt. *D.*
—— l. 24 ΒΜ.	—— l. 42 * *	ΤΜ. *A.*
—— l. 34 Ὁμοίως δειχθήσονται	—— l. 46 * *	ὅμοια δειχθήσονται. *A. C.* ὅμοια δειχθήσεται. *D.*
—— l. 35 ἀγομέναν	—— — ib. * *	ἀγομένων. *A.*
—— l. 37 ἔχοντα	—— l. 47 * *	ἔχοντι. *C. D.*
—— l. 39 διάμετροι	—— l. 49 διάμετρος	διάμετροϊ. *B.*
—— l. 40 ἀ μὲν μείζων	—— — ib. * *	deſunt. *A.*
—— l. 42 ἐπιπέδῳ	—— l. 50 * *	deeſt. *A. C. D.*
— 277. l. 13 τὸ ἐπίπεδον	—— 59. l. 7 * *	τῷ ἐπιπέδῳ. *D.*
—— l. 28 δειχθησομένη	—— l. 14 * *	δειχθησοῦνται. *B.* δειχθήσονται. *C. D.*
—— l. 32 ἔχοντα	—— l. 16 * *	deeſt. *A. D.*
—— l. 33 ἐστιν	—— l. 17 * *	ὅτι. *A.*
—— l. 36 συμπίπτοντι.	—— l. 18 * *	σύμπτωμα. *A. B. C. D.*
— 278. l. 4 σφαιροειδεῖ	—— l. 23 σφαιροειδὲς	σφαιροειδεῖ. *B. D.*
—— l. 6 ὀρθῷ πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ μὲν ἓν κατμαθῇ διὰ τᾶς ἄξονος,	—— l. 24 * *	repetuntur hæc verba, τέμνον in repetitione mutato in θέμενον. *D.*
—— l. 8 κατμαθῇ	—— — ib. κατμηθῇ	κατατμηθῇ. *C.*
—— l. 24 ΜΛ	—— 60. l. 2 ΝΛ	ΜΛ. *A. B. D.*
—— l. 25 Ὁμοίως	—— — ib. * *	ὅμοια. *C.*
—— — ib. δειχθησομένη	—— l. 3 * *	δειχθησόμενα. *B.*
—— l. 27 ἀγομέναν,	—— — ib. ἀγομένας	ἀγμένας. *B. C. D.*
—— l. 36 ἐστι	—— l. 8 * *	ὅτι. *D.*
—— l. 47 σχημάτισσιν,	—— l. 13 * *	σχήμασιν. *A.*
— 279. l. 3 Ἐν τῷ	—— l. 16 εἶκα τῷ	ἐν τῷ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 τᾷ ἐπὶ τᾶς	—— l. 20 * *	τῶν ἐπὶ τᾶς. *A. D.*
—— l. 15 ἐπὶ τὰ θάτερα,	—— l. 22 * *	ἐπὶ φάτερα. *A.* ἐπὶ θάτερα. *B. C. D.*
—— l. 18 αὐτᾷ	—— l. 23 * *	αὐτῶν. *D.*
—— l. 19 τῷ κωνοειδεῖ	—— l. 24 τὸ κωνοειδὲς	τῷ κωνοειδεῖ. *A. D.*
— 280. l. 4 τέμνειν.	—— l. 49 * *	τέμνον. *B.*
—— l. 5 καὶ διὰ	—— l. 50 * *	καὶ τὸ διὰ. *A.*
—— l. 9 ἐσσῆνται κώνων τομαὶ,	—— 61. l. 1 * *	deſunt. *D.*
—— l. 11 τὸ πείρας	—— l. 2 * *	τύτο πέρας. *D.*
—— l. 27 τύτω	—— l. 9 * *	deeſt. *B.*
—— l. 32 τὸ	—— l. 11 τῶ	το. *C.*
—— — ib. κῆ	—— — ib. * *	deeſt. *D.*
—— l. 42 διὰ	—— l. 17 * *	deeſt. *D.*
—— l. 50 τέμνειν.	—— l. 21 * *	τέμνον. *B.*
—— l. 51 ἅψεται.	—— — ib. * *	ἅψεθαι. *D.*
— 281. l. 4 ὑποιονῦν	—— l. 23 * *	ὑποῖον ἓν. *D.*
—— l. 13 Ἐπὶ	—— l. 27 ἐπεὶ	ἐπὶ. *D.*
—— l. 14 ἐπεὶ	—— l. 28 * *	deeſt. *D.*
—— l. 16 τινὸς	—— l. 29 * *	ἐν τίνος. *A.*
—— l. 22 ποτὶ	—— l. 32 πρὸς	ἐπὶ. *D.*
—— l. 25 ἀφᾶν	—— l. 33 * *	τᾶν ἀφᾶν. *B. C. D.*
—— l. 27 ἐκ	—— l. 34 * *	οὖν ἐκ. *A.*
—— l. 35 Αἱ δὲ	—— l. 39 εἰ δέκα	εἰ δὲ καὶ. *B.*
—— l. 47 Τέμνει	—— l. 50 * *	τεμεῖ. *D.*
—— — ib. τὸ	—— — ib. * *	τότε. *C. D.*
— 282. l. 12 ἀγομένα·	—— 62. l. 4 * *	ἀγμένα. *B. C.* ἀγμέναι. *D.*
—— l. 15 αἱ ΕΖ, ΗΘ·	—— l. 5 * *	ΕΖΗΘ. *D.*
—— l. 16 παράλληλος	—— l. 6 * *	ἄκται παράλληλα. *A.* ἄκται παράλληλος. *B. C.* αὗται παράλληλος. *D.*
—— l. 22 τὰ	—— l. 9 * *	deeſt. *D.*
—— l. 29 τετμαμένον, ἢ ποτ' ὀρθὰς, ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται,	—— l. 13 τετμημένον ἢ ποτ' ὀρθὰς τῶ ἄξονι, εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τέμνεται	
— 283. l. 15 Καὶ λοιπὸν	—— l. 42 * *	deſunt. *A. D.*
—— l. 18 τὰν δὲ	—— l. 44 τὰ δὲ	καὶ τὸ λοιπὸν. *A. D.*
—— l. 27 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β· τὸ δὲ	—— l. 49 * *	τᾶν δὲ. *B. C. D.*
—— l. 28 τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ.	—— — ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 29 ἑκατέρῳ	—— l. 50 ἑκατέρου	τὸ Ε τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *A.* το Ε τῶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τὸ Δ. *D.*
—— l. 31 διὰ τ' αὐτὰ	—— — ib. διὰ ταῦτα	ἑκατέρων. *B.*
—— l. 41 τμάματος, τομὰ	—— 63. l. 6 * *	διὰ τὰ αὐτὰ. *B.*
—— l. 42 ἀποτέμνοντος	—— — ib. * *	τμάματος τομᾶς. *A. C. D.*
— 284. l. 8 ἔχων	—— l. 21 * *	ἀποτετμηκότος. *A. B. C. D.*
—— l. 23 ἐγγεγραμμένον	—— l. 29 * *	ὁ ἔχων. *C. D.*
—— l. 25 ἐστι τὸ Δ· καὶ ἄλλο	—— l. 30 * *	γεγραμμένον. *A. C.* ἐστὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον συγκειμένον ἥκτε τῶν κυλίνδρων συγκειμένον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων ἐφ' ἃ ἐστὶ τὸ Δ καὶ ἄλλο. *A. D.* et *B.* συγκειμένον primo loco omiſſo.
—— — ib. καὶ	—— l. 31 * *	deeſt. *A. C D.* ἴσον. *B.*
—— l. 27 δεῖξαι,	—— l. 32 * *	ἐστὶ δεῖξαι. *C. D.*
—— l. 28 τῷ ἐγγεγραμμένῳ	—— — ib. * *	deſunt. *D.*
—— l. 41 ἡμίσεως	—— l. 39 * *	ἡμικυκλίῳ. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 284. l. 42 ὁμοίως	Pag. 63. – ib. ὁμοίου	ὁμοίως. *A. B. C. D.*
—— l. 44 ἴσου	—— l. 40 * *	deest. *A. D.*
—— – ib. ὥστε	—— l. 41 ἕως	ὥστε. *A. D.*
—— l. 45 ἐγγραφέντος	—— – ib. * *	ἐγγραφομένω. *A. C. D.*
—— 285. l. 4 ΓΑ	—— l. 44 * *	ΓΔ. *B.*
—— l. 12 παρὰ	—— l. 48 * *	περὶ. *D.*
—— l. 38 βάσιν	—— 64. l. 12 βάσιας	βάσιν. *C.*
—— l. 42 κατὰ	—— l. 17 * *	τῶ κατὰ. *B. C. D.*
—— l. 44 τομὰν τὰν	—— l. 21 τομὰν	τομὰν τὰν. *D.*
—— l. 47 τᾷ ΔΕ·	—— l. 24 * *	τᾶ Δ. *C.*
—— l. 48 παρὰ	—— l. 25 * *	περὶ. *C.*
—— 286. l. 1 ταῦτα	—— l. 29 * *	ταύταν. *B.*
—— l. 7 τῷ Β, ἄξονα ἔχοντες	—— l. 32 * *	τῦ Β ἄξονα ἔχοντος. *D.*
—— l. 11 ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένω ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθος. Δειχθήσεται ᾧ ὁμοίως τῷ πρόσθεν,	—— l. 34 * * ἐλάσσονι mutato in ἔλασσον	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 29 ΓΑ	—— l. 43 * *	ΓΔ. *C.*
—— l. 38 ἥμισυς ὅλω	—— l. 47 ἥμισεος ὅλω	ἡμίσεος ὅτι. *A.* ἡμίολιος. *B.*
—— l. 42 μεῖζον.	—— l. 49 μείζων	μείζον. *B. D.*
—— l. 45 περιγραφὲν	—— l. 51 περιγραφὸν	περϊγραφὲν. *C. D.*
—— l. 50 τὰν ΑΓ,	—— 65. l. 2 τὸν ΑΓ	τὰν ΑΓ. *B. C. D.*
—— – ib. δὲ,	—— – ib. * *	μὲν. *D.*
—— 287. l. 9 ὅλος	—— l. 21 * *	ὁ ὅλος. *B. C. D.*
—— l. 21 ἐγγεγραμμένω	—— l. 24 * *	περιγεγραμμένω. *A. B. C. D.*
—— l. 23 μεῖζον	—— l. 25 μείζων	μείζον. *B. C. D.*
—— l. 29 τῷ ὃν ἔχει ἀ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ	—— l. 27 * *	desunt. *D.*
—— l. 33 ἔχων	—— l. 30 εἶχε	ἔχει. *B.* ἔχειν. *C.*
—— l. 36 ἔξει τῦτον τὸν	—— l. 31 * *	desunt. *D.*
—— l. 38 ἀπολελαμμέναν	—— l. 32 * *	ἀπολελαμμένος. *A.*
—— l. 42 ἐγγεγραμμένῳ	—— l. 34 * *	γεγραμμένω. *B. D.*
—— l. 48 μείζονες	—— l. 37 μείζων	μείζυς. *A.*
—— l. 52 μείζων ἐντὶ ἡ διπλασίων	—— l. 39 * *	μείζυς ἐντὶ ἡ διπλάσϊας. *D.*
—— l. 53 διπλασίων.	—— l. 40 * *	διπλασία. *D.*
—— 288. l. 6 πηλίκῳ	—— l. 43 πάλιν κων	πάλιν κώνω. *A. D.* πηλίκω. *B.* πάλιν. *C.*
—— l. 17 κυλίνδρῳ,	—— l. 48 * *	κϋλϊνδρων. *A.*
—— l. 26 λόγον,	—— 66. l. 2 * *	τὸν λόγον. *D.*
—— l. 34 οἱ βάσιες	—— l. 6 * *	αἱ βάσιες. *D.*
—— l. 36 σὺν τᾷ	—— l. 7 σὺν τᾶν	τὺν τᾶ. *B. D.*
—— l. 40 κύκλον	—— l. 9 * *	κυλίνδρον. *A.*
—— l. 43 διπλασιόν	—— l. 11 * *	διπλασίων. *A. B. C. D.*
—— l. 44 Τὸ δὲ	—— – ib. * *	τὸ. *A.*
—— l. 45 ἄρα	—— l. 12 * *	deest. *A.*
—— 289. l. 6 ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ	—— l. 18 ὀρθογωνίᾳ	ὀρθογωνίᾳ κώνω. *B.*
—— l. 10 Τέμνει	—— l. 20 * *	τέμνει. *D.*
—— l. 12 τᾷ κατὰ τὰν ΑΔ. Ἐπιψαύσει	—— – ib. καὶὰ τῶ τὰν ΑΔ ἐπιψαύει	ut in Edit. Oxon. *B. C.* τῶ κατὰ τὰν ΑΔ ἐπιψαύει ἐπιψαύσει. *D.*
—— l. 18 κώνᾳ τομᾶς	—— l. 23 τομᾶς	κώνω τομᾶς. *A. B. C. D.*
—— l. 27 τᾷ	—— l. 30 * *	τᾶς. *C.*
—— l. 39 ἔχον	—— l. 39 ἔχοντα	ἔχον. *C. D.*
—— 290. l. 2 ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων	—— 67. l. 3 * *	ἄλλω περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρω τομῶν ὕψος ἴσον ἔχον τὰ. *A.*
—— l. 5 ὑπερέχειν	—— l. 4 * *	ὑπερέχει. *D.*
—— l. 16 τομαὶ,	—— l. 10 * *	τομαὶς. *A.*
—— l. 20 μήκει·	—— l. 12 δυνάμει	μάκει. *A. C. D.*
—— l. 22 κατὰ τὸ	—— l. 13 κατὰ τὰν	deest. *A.*
—— l. 25 τὸν ἐν τῷ	—— l. 15 * *	τῶν ἐν τῷ. *D.*
—— l. 28 ἐχόντων	—— l. 16 ἔχοντα	ἔχοντων. *B.*
—— l. 31 αὐτᾶ	—— l. 18 * *	αὐτῶν. *A. D.*
—— l. 33 ὁμοίως	—— – ib. ὁμοία	ὁμοίως. *A. B. D.* ὁμοίον. *C.*
—— l. 36 ἐὼν	—— l. 20 * *	ἔσι. *A.*
—— l. 45 Αἵκα	—— 67. l. 25 εἵκα	εἵκα τῦ. *A. B. C. D.*
—— – ib. ἀποτματέωντι ἐπιπέδοις,	—— – ib. ἀποτμητέων τὶ ἐπιπέδοις	ἀποτμητέων τι ἐπιπέδοις. *B.* ἀποτμηθέωντῖ ἐπϊπέδοις. *C.* ἀπόμηθέον τϊ ἐπιπέδοις. *D.*
—— l. 48 ἰσαῖνται	—— l. 26 * *	ἰσσεῖται. *A. D.*
—— 291. l. 8 ἕσω	—— l. 30 * *	ἔσωσαν. *A. B. C. D.*
—— l 29 ἔχων	—— 68. l. 2 * *	ἔχοδος corr. mar. eâd. man. ἔχον. *B.* ἔχον. *D.*
—— l. 32 καὶ	—— l. 3 * *	deest. *A.*
—— l. 34 ΔΖ	—— – ib. * *	ΑΖ. *A.*
—— l. 37 ἔχοντι	—— l. 5 ἔχωντι	ἔχοντι. *D.*
—— – ib. ποτ' ἄλλαλα	—— – ib. * *	ποτὶ τ' ἀλλάλα. *A.* ποτὶ τὰ ἀλλάλα. *D.*
—— 292. l. 6 ἔχει	—— l. 15 ἔχοι	ἔχει. *B.*
—— l. 11 ΛΚ ποτὶ ΛΜ.	—— l. 17 * *	ΛΝ ποτὶ ΛΚ. *D.*
—— l. 13 ἀ ΛΚ ποτὶ τὰν ΛΜ	—— – ib. * *	ἀ ΛΝ ποὶ τὰν ΛΚ. *C. D.* Ν fæpe pro Μ. *C.*
—— l. 21 ἀγμένοις,	—— l. 22 ἀγμένω	ἀγμένοις. *A. B. C. D.*
—— l. 25 τῷ μὲν	—— l. 24 * *	τὰ μὲν. *A.*
—— l. 26 ἄξονι	—— l. 25 * *	ἄξον. *A.*
—— l. 30 ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμάματος, ἴσω τομὰ ἀ ΑΒΓ ὀρθογωνίᾳ κώνᾳ τομά· ἄξων δὲ ἀ ΒΔ· κὴ ἀπολελάφθω ἀ ΒΔ τᾷ Κ ἴσα· κὴ διὰ τῆ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἄξονα. Τὸ ᾧ τμᾶμα τῆ κωνοειδέος,	—— l. 27 * *	repetuntur hæc verba. *D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 292. l. 43 ὅτι	Pag. 68. l. 31 * *	οὖν. *A. D.*
—— – ib. ἰσοῦνται	—— – ib. * *	ἰσσεῖται. *A. D.*
—— l. 44 κὴ	—— l. 32 * *	ἴσον. *A. B. C. D.*
—— 293. l. 3 δύο κῶνοι βάσεις	—— l. 42 δύο κώνοι βάσιν	δύο κώνοι βάσϊας. *B.* δὴ κώνοι βάσϊας. *C.* κώνοι βάσϊας. *D.*
—— l. 11 μάκει.	—— l. 47 μάκων	μάκει. *B.*
—— l. 14 καὶ ἐκ τῆ ὃν ἔχει ἀ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ.	—— l. 49 * *	desunt. *D.*
—— l. 25 τᾷ Α· καὶ	—— 69. l. 4 * *	desunt. *D.*
—— l. 29 τετρἀγωνον,	—— l. 6 τετράγωνον Ε	τετράγωνον ΚΕ. *A. C. D.* τετράγωνον. *B.*
—— l. 32 ὀρθῷ	—— l. 7 καὶ ὀρθῶ	ὀρθῶ. *A. D.*
—— l. 36 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις, τῷ τι ἄξονι τῆ τμάματος, καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεύσας τῷ ἄξονι.	—— l. 10 * *	
—— l. 44 ἀ ΑΓ.	—— l. 13 * *	desunt. *A.*
—— 294. l. 30 ἐγγεγραμμένω, ἢ	—— l. 44 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 34 τῆ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα	—— l. 46 * *	ἐγγεγραμμένω. *A. B. C.* περιγεγραμμένω. *D.*
—— l. 43 ἔξει ἄρα ἀνομοίως	—— l. 50 ἔξει ἀμέτριαν ὁμοίως	desunt. *A. D.*
—— l. 45 ὃν	—— l. 51 * *	ἔξει ἂν ἀμέτρια ὁμοίως. *A. D.* ἔξει ἀμετρϊᾶ ὁμοίως. *B.*
—— – ib. ΘΡ. Ἔστω	—— 70. l. 1 * *	deest. *A.*
—— l. 46 ἐφ' ἃν τὰ	—— – ib. ἐφ' αὐτὰ	ΘΟ ἔστωσαν. *B. C. D.*
—— l. 50 ἴσον	—— l. 3 * *	ἐφ ἂν τὰ. *A. B. C. D.*
—— l. 51 ἴσον	—— – ib. * *	ἐν. *A. B. C. D.*
—— l. 52 τῷ ἴσῳ	—— l. 4 * *	ἐν. *B. C. D.*
—— 295. l. 2 ἀ δὲ ΒΟ ἐλαχίστω ἴσα τᾷ ΒΟ.	—— l. 6 * *	τῶν τῶ ἴσω. *A. C. D.*
—— l. 11 ΖΔΒ,	—— l. 10 * *	desunt. *D.*
—— – ib. ὑπὸ τᾶν	—— l. 11 * *	ΖΔ ΒΔ. *A. C. D.*
—— l. 14 πλαγία	—— l. 12 * *	ὑπὸ τᾶς. *C. D.*
—— l. 16 ΞΜ	—— l. 13 * *	πλασία. *A.*
—— l. 17 ἴσον ἔστι τὸ ΞΝ. Ἀ γὰρ Ξ	—— – ib. * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 28 χωρίον	—— l. 19 χωρὶς	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 35 τὸν	—— l. 23 τὸν δὲ	χωρίον. *D.*
—— l. 42 ἐν	—— l. 26 * * ad finem lineæ	τῶν τε. *C. D.*
—— l. 45 Δέδεικται	—— l. 28 δεικτέον	deest. *D.*
—— – ib. ὅτι	—— – ib. * *	δέδεικται. *A. C. D.*
—— l. 48 ἀμφοτέραις,	—— l. 29 * *	deest. *A.*
—— 296. l. 14 σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον	—— l. 38 * *	συναμφοτέραις. *A. B. C. D.*
—— l. 23 ΔΕ,	—— l. 43 * *	desunt. *D.*
—— l. 26 τὸν λόγον, ὃν τὸ	—— l. 44 * *	desunt. *D.*
—— l. 27 Ξ	—— l. 45 * *	λόγον τὸ. *A. C. D.*
—— l. 29 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι ab ἔλασσον ἐστὶ τῆ Τ. l. 39 ad σχῆμα lineâ 47.	deest. *D.*
—— l. 30 περιγεγραμμένον	—— l. 47 * *	ἐστὶ. *D.*
—— 267. l. 1 ὃν ἃ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε	—— 71. l. 7 * *	repetuntur hæc verba. *D.*
—— l. 15 Τέμνει	—— l. 14 * *	ἐγγεγραμμένον. *D.*
—— l. 21 ἐπεὶ τὸ	—— l. 17 * *	ὃν αἱ συναμφοτέραι ἴσαι τῶτε. *A. D.* ὃν αἱ συναμφοτέραις ἴσαι τῶτε. *B.* ὃν αἱ συναμφοτέραι ἴσατι τῶ. *C.*
—— l. 24 Εὐσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς	—— l. 18 * *	τεμεῖ. *C. D.*
—— l. 34 τᾷ ΒΔ,	—— l. 27 * *	ἐσσεῖται. *B. D.* ἐσσεῖται τὸ. *C.*
—— l. 45 καὶ	—— l. 41 * *	ἐῦσα ἄλλη ὀξυγωνίω κώνω τομὰ. *A. B. C. D.*
—— 298. l. 1 γᾶν	—— l. 45 * *	τᾶν ΒΔ. *D.*
—— l. 7 κυλίνδρων	—— l. 48 * *	deest. *A.*
—— l. 9 ὑπερέχειν	—— l. 49 * *	γὰρ. *D.*
—— l. 12 χήματος,	—— l. 51 * *	κυλίνδρω. *A. B. C. D.*
—— l. 16 ποτὶ	—— 72. l. 2 * *	περιέχειν. *D.*
—— – ib. τῆ τόμω,	—— – ib. * *	τμήματος. *A. B. C.*
—— l. 24 ἴσον	—— l. 6 * *	ποτὶ νὴν. *B. C. D.*
—— l. 26 ὕπερ	—— l. 7 * *	τόμω. *D.*
—— l. 27 ὀξυγωνίων κώνων	—— – ib. * *	ἴσοι. *A.*
—— l. 28 ἀλλάλας,	—— l. 8 ἀλλάλης	εἴπερ. *A.*
—— l. 30 ΖΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 9 * *	ὀξυγωνίω κώνω. *A. D.* ἀλλάλας. *B. C. D.*
—— l. 41 ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ χήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα, καὶ ἄξονα ἔχοντα ἴσαν τᾷ ΔΕ,	—— l. 14 * *	desunt. *C.*
—— l. 45 Ξ	—— l. 16 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 50 ἄλλης	—— l. 19 * *	ΝΞ. *B. C. D.*
—— 299. l. 4 τοῖς λόγοις,	—— l. 21 * *	ἀλλάλης. *A.* ἀλλήλης. *D.*
—— l. 7 χωρὶς	—— l. 22 * *	τοῖς αὐτοῖς λόγοις. *A.*
—— l. 9 ΜΞ	—— l. 23 ΓΞΝ	τὰ χωρὶς. *D.*
—— l. 12 ποτὶ	—— l. 25 ψοτὶ	ΞΝ. *A. B. C. D.*
—— l. 14 Ξ,	—— l. 26 * *	ποτὶ. *A.*
—— l. 18 Οὐκ ἐστὶν ἂν μεῖζον τὸ τῆ κωνοειδέος τμᾶμα τῆ Ψ κώνω.	—— l. 28 * *	ΕΞ. *A. B. C. D.*
—— l. 37 σχῆμα	—— l. 38 * *	desunt. *D.*
—— l. 40 χήματος	—— l. 39 * *	τμῆμα. *B. C. D.*
—— 300. l. 9 τὸν αὐτὸν,	—— l. 47 τὸν τὰν τῶ τμήμαΐι κὴ ἄξονα τὸν αὐτὸν	τμήματος. *A. C. D.*
		τὸν αὐτὸν. *A. B. C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 300. l. 16 ὑπειρέχειν	Pag. 72. l. 51 * *	ὑπερέχον. *A.*
—— l. 19 ἔλασσον ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου χήματος, ἢ τὸ ἀμίσιον τῆ σφαιροειδέος	—— 73. l. 2 * *	
—— l. 22 τῆ ἀμίσιως	—— l. 3 * *	desunt. *A. D.*
—— 301. l. 3 Ἔστω δὴ	—— l. 11 * *	τῆ ἀμίσιος. *C.* ἀμίσιος. *D.*
—— l. 4 ἐφ' ἃν τὰ	—— — ib. ἐφ' αὐτῆ	ἔστωσαν. *A.* ἔστωσαν δὴ. *B. D.* ἔστω δὴ. *C.*
—— — ib. τᾶς	—— l. 12 * *	ἐφ' ἃν τὰ. *B.* ἐφᾶν τὰ. *C.*
—— l. 9 παρ' αὐτῷ τετραγώνε	—— l. 14 * *	τοῖς τᾶς. *C. D.*
—— l. 14 ἐνὶ	—— l. 16 ἴσον	παρὰ τῶν τετραγώνων. *B.*
—— — ib. πρὸ	—— l. 17 πρώτε	ἢ. *C. D.*
—— l. 23 ἔχοντα	—— l. 21 * *	πρὸ. *C.* πρὸ τᾶ. *D.*
—— l. 24 ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ περιεχόμενον. Ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον,	—— — ib. * *	ἔχοντι. *A. C. D.*
—— l. 27 κύλινδρον	—— l. 23 * *	desunt. *D.*
—— l. 34 γνώμονα,	—— 74. l. 2 γνώμνα	κύκλον. *A.*
—— l. 35 ἀφαιρημένον.	—— — ib. ἀφαιρημένα	γνώμονα. *A.*
—— l. 38 κατὰ	—— l. 4 * *	ἀφαιρημένον. *B. C. D.*
—— l. 42 ἀφαιρεμένης,	—— l. 6 * *	τὰ. *D.*
—— 302. l. 3 ΞΦ,	—— l. 13 * *	ἀφαιρημένης τὰ. *B. C. D.*
—— l. 4 ὑπεροχᾶ.	—— — ib. ὑπερεχομένα	ΞΦ ΞΥ ΞΩ. *A. B. C. D.*
—— l. 6 τᾷ μεγίστᾳ. Τὰ οὖν	—— l. 14 τῶ μεγίστω τὰ νῦν	ὑπεροχᾶ. *A. B. D.* τῆ ὑπεροχᾶ. *C.*
—— l. 14 τριπλάσια	—— l. 18 * *	τῶ μεγίστω τὰ οὖν. *A. D.* τᾶ μεγίστα τὰ ἂν. *B. C.*
—— l. 15 μείζονά ἐντι	—— l. 19 * *	διπλασία. *A.*
—— l. 16 μείζονα	—— — ib. * *	να ἐντὶ. *A. B. D.* 'να ἐντὶ. *C.*
—— l. 17 μὲν	—— l. 20 * *	μείζονα ἐντὶ. *C. D.*
—— l. 18 ἢ ἡμιόλιος	—— — ib. * *	deest. *B.*
—— l. 30 τὸ ἐγγραφὲν χῆμα τῆ τμάματος, δῆλον ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν χῆμα ἔλασσόν ἐστι	—— l. 26 * *	ἡμίσιος. *A. D.* ἡμίσιως. *B. C.* repetuntur hæc verba. *A.*
—— 303. l. 1 ἢ	—— l. 38 * *	deest. *D.*
—— l. 4 χωρὶς	—— l. 40 χώραν	χωρὶς. *A. B. C. D.*
—— l. 16 τῆ βάσιν	—— l. 46 βάσιν	τῆ βάσιν. *A. D.*
—— l. 22 ἐπιπίδω	—— l. 49 * *	deest. *B.*
—— l. 27 ἀγμένον.	—— 75. l. 1 * *	ἀγμένης. *C.*
—— — ib. Ἀχθῶ	—— — ib. * *	ἄχθωσαν. *B. D.* ἄχθων. *C.*
—— l. 31 ταῦτα	—— l. 3 * *	τὰ αὐτὰ. *C.*
—— l. 32 ἐπιζευχθεῖσα.	—— — ib. ἐπιζευχθεῖσαν	ἐπιζευχθεῖσα. *B. C. D.*
—— l. 38 κυλίνδρε	—— l. 19 * *	κϋλίνδρος. *C. D.*
—— l. 45 ἀμίσιον	—— l. 23 ἡμίσιον	τὸ ἡμίσιον. *C. D.*
—— l. 49 Ἐγγεγράφθω	—— l. 25 * *	ἐνέγραψα. *A. C. D.* ἐγγράψω. *C.*
—— l. 51 περιγεγράφθω	—— l. 26 * *	περϊέγραψα. *A. C. D.*
—— 304. l. 2 ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει	—— l. 27 * *	desunt. *D.*
—— l. 11 καὶ ὁ τόμος	—— l. 29 * *	ἡμϊόλϊος. *A.*
—— l. 15 ἡμιόλιος	—— l. 30 καὶ ὁ τόμος	ἡμϊόλϊος. *C. D.*
—— l. 16 ἀμισίῳ	—— l. 31 ἡμισίως	ἡμισίω. *B.* ἡμίσεος. *D.*
—— l. 17 ἔσται	—— — ib. * *	ἄρα. *D.*
—— l. 29 ἀμιόλιος.	—— l. 36 * *	ἡμίσεος. *D.*
—— — ib. Ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἐσσεῖται ἴσον ὐδὲ ἔλασσον τὸ ἥμισυ	—— — ib. * *	
—— l. 36 ὃν	—— l. 41 ἅ	desunt. *D.*
—— l. 38 ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.	—— l. 42 * *	ὃν. *B.*
—— l. 40 τι	—— — ib. * *	desunt. *D.*
—— — ib. χήματος,	—— — ib. * *	deest. *B.*
—— l. 42 τμαθέντος	—— l. 43 τμηθέντος	τμήματος. *A. B. C. D.*
—— l. 45 ἄξων	—— l. 44 * *	τμήματος. *D.*
—— l. 48 εἶμεν	—— l. 46 εἶναι	ἄξων τᾶ. *B. C. D.*
—— 305. l. 6 ποτὶ τὰν	—— l. 49 * *	ἐστὶ. *D.*
—— l. 10 ποτὶ τὰν ΔΖ. Φαμὶ δὴ	—— 76. l. 1 * *	ποτὶ τὰ. *C. D.*
—— l. 17 τμᾶμα	—— l. 9 τμῆμα	desunt. *D.*
—— l. 21 ἐστὶ τὸ	—— l. 16 * *	κώνε τμῆμα. *B.*
—— l. 27 τᾶς ΒΘ, καὶ ἃ ΒΔ τᾶς ΒΡ, τριπλάσια ἔσται καὶ	—— l. 20 * *	ἐστὶ καὶ τὸ. *A.*
—— l. 41 ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ.	—— l. 29 * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 45 Ἔστωσαν	—— l. 31 ἔστω	ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. *A. C. D.*
—— l. 46 ἐφ' ἃν τὰ	—— — ib. ἐφ' αὐτᾶ	ἔστωσαν. *A. B. D.* ἔστων. *C.*
—— l. 47 ἐν τᾷ ΒΔ,	—— l. 32 * *	ἐφ' ἃν τὰ. *B. D.* ἐφ' ᾶν τὰ. *C.*
—— l. 48 τᾶν	—— — ib. * *	τᾶς ΒΔ. *B.* τᾶ ΒΔ. *C.* τὰ ΒΔ. *B.*
—— l. 49 Τᾶν ἄν	—— l. 33 * *	τὰ. *A.*
—— l. 51 τῶν	—— l. 34 * *	τὰ ἄν. *A. D.*
—— l. 52 διαμέτρε	—— — ib. * *	τὸν. *B.*
—— l. 51 γνώμων	—— l. 35 * *	διαμέτρος. *B. C. D.*
—— 306. l. 5 ἀφαιρημένε. Ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τᾶ πρώτε χωρίου γνώμων	—— l. 37 * *	γνώμονος. *C.*
—— l. 8 ΝΟ,	—— l. 39 * *	desunt. *C.* ⊙. *A.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 306. l. 10 Ὁ δὲ	Pag. 76. l. 40 * *	desunt. *D.*
—— l. 15 τό τε	—— l. 42 * *	desunt. *D.*
—— l. 20 τοῖς	—— l. 45 τὰς	τοῖς. *B. C.*
—— l. 23 τὸν	—— l. 46 * * ad finem lineæ	τῶν. *B.*
—— l. 25 ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ.	—— l. 48 * *	ΔΕ. *D.*
—— l. 32 κατ' αὐτὸν	—— l. 51 * *	κατὰ τὸν. *A. C. D.*
—— l. 34 ὃν	—77. l. 1 * *	deest. *B. C. D.*
—— l. 43 ποτ' ἄλλα χωρία,	—— l. 6 * *	desunt. *D.*
—307. l. 7 ἴσον	—— l. 14 ἴσας	ἴσαν. *C.*
—— l. 8 δῆλον ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ,	—— ib. * *	desunt. *C.*
—— l. 9 ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πολὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία	—— l. 15 * *	desunt. *D.*
—— l. 18 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι,	—— l. 19 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 36 ὑπερέχειν	—— l. 28 * *	ὑπερέχει. *C. D.*
—— l. 37 μεῖζόν	—— l. 29 * *	μείζων. *B.*
—— — ib. ὁ Ψ	—— — ib. * *	τὸ Ψ. *C.*
—— l. 45 τὸν ἐν	—— l. 33 * *	τῶν ἐν. *B.*
—— l. 46 λόγον,	—— — ib. * *	τὸν λόγον. *A. D.*
—— l. 48 ΒΔ,	—— l. 34 ΒΕ	ΒΔ. *A. C. D.*
—— l. 53 πεπλωκότων,	—— l. 37 * *	παραπεπλωκότων. *A. C. D.*
—308. l. 8 λεγομένῃ τᾷ	—— l. 41 * *	λεγομένῃ. *C.* λέγομεν τᾷ. *D.*
—— l. 25 τᾷ τε ἡμισείᾳ	—— l. 50 ταῖς τε ἡμισείαις	ταῖς ἡμίσεσι. *D.*
—— l. 31 ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. Ἐλάσσονα ἄρχα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος	—78. l. 2 * *	desunt. *A. D.* in *C.* ἄρα solum deest.
—— l. 33 ἢ	—— l. 3 * *	deest. *A. C. D.*
—— l. 35 ἄρα	—— l. 4 * *	deest. *C.*
—— l. 39 τὸ σφαιροειδὲς,	—— l. 6 * *	σφαιροειδὲς. *D.*
—— l. 51 ἄχθω	—— l. 13 * *	ἄχθωσαν. *A.*
—309. l. 3 κατὰ τὰ	—— l. 14 * *	κατὰ τὸ. *C. D.*
—— l. 15 καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ.	—— l. 21 * *	
—— l. 23 καὶ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τᾷ	—— l. 27 * *	desunt. *B.*
—— l. 25 ἔχον	—— l. 28 ἔχων	desunt. *D.*
—— — ib. τμάμαλι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν. Δεικτέον ὅτι τὸ	—— l. 29 * *	ἔχοντος. *B.* ἔχον. *C.* repetuntnr hæc verba. *D.*
—— l. 51 ὕψος ἴσον	—— l. 48 ὕψος	ὕψος ἴσον. *B.*
—310. l. 3 ἔλασσον	—— l. 50 * *	σχῆμα ἔλασσον. *D.*
—— l. 6 ἔχων,	—— l. 51 * *	ἔχει. *A. D.*
—— l. 29 ὃν ἁ ΕΗ	—79. l. 13 * *	ὃν ἔχει ἁ ΕΗ. *B. C. D.*
—— l. 31 ἀπὸ	—— l. 14 * *	ἀπὸ τᾶς. *B. C.*
—311. l. 3 ΚΘ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς	—— l. 33 * *	desunt. *C.*
—— l. 7 ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ	—— l. 35 * *	desunt. *C.*
—— l. 9 ΞΔ, ΘΒ	—— l. 36 * *	ΞΔ ΘΔ. *A.* ΞΔ. *D.*
—— l. 10 ΒΘΔ,	—— — ib. * *	ΘΔ. *D.*
—— l. 30 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.	—— l. 46 * *	desunt. *C.*
—— l. 32 ὁ ἐν	—— l. 47 * *	ἐν. *D.*
—— l. 33 ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον	—— l. 48 τᾷ ἥμισυ	τὸ ἔλασσον τᾷ ἥμισυ. *A. C. D.* τὸ ἔλασσον τᾷ ἡμίσεως. *B.*
—— l. 36 τὸν ἐν τῷ ἡμισείῳ	—— l. 50 τὸν ἐν τῷ ἥμισυ	τὸν ἐν τῷ ἡμίσεω. *B.* ἥμισυ. *D.*
—— l. 43 ἔχοι	—80. l. 2 * *	ἔχει. *B.*
—312. l. 2 ποτὶ	—— l. 5 πρὸς	corr. marg. καὶ. *B.*
—— l. 3 δὲ τὸ	—— — ib. * *	δὲ τᾷ. *A. B. C. D.*
—— — ib. τοῦ	—— — ib. * * ad finem lineæ	ἁ. *A. B. C. D.*
—— l. 12 ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ· τοῦτον γὰρ ἔχει τὸν λόγον ὃν ἁ ΖΕ	—— l. 10 ὃν τὸ ἁ ΖΕ	ut in Edit. Oxon. excepto ΒΕΔ pro ΒΕ ΕΔ et ΖΘ pro ΖΕ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 ἐν αὐτῷ	—— l. 13 * *	ἐν τῷ αὐτῷ. *A. D.*
—— l. 21 τοῦτον τὸν λόγον, ὃν	—— — ib. * *	desunt. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΕΔ.	—— l 15 * *	desunt. *A.*
—— l. 27 ΕΔ·	—— l. 16 * *	parva lacuna relinquitur. *C.* desunt. *D.*
	—— l. 17 (ΕΔ)	desunt. *B.* ΕΔ. *C. D.*
—— l. 29 Ἁ γὰρ	—— — ib. * *	αἱ γὰρ. *C. D.*
—— l. 32 τε εἶμεν τᾷ ΗΔ.	—— l. 19 * *	εἶμεν τᾶν Δ. *D.*
—— l. 35 ΞΔ, ΕΔ,	—— l. 20 * *	ΞΕ ΕΔ. *C. D.*
—313. l. 5 ἕξει	—— l. 29 * *	ἔχει. *A. D.*
—— l. 6 τᾷ	—— — ib. * *	τᾶ τε. *B.*
—— l. 10 ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ	—— l. 32 * *	ἐπιπέδω, ἀλλὰ καὶ. *D.*
—— l. 26 Ἀχθω οὖν ἁ τᾶς κορυφᾶς ἐπιζευγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ.	—— l. 43 * *	
—— l. 28 δὲ	—— l. 48 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 29 τὸ ἡμίσεον	—— l. 50 τῶ ἡμίσεον	deest. *D.*
—— l. 30 ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ,	—— l. 51 * *	τὸ ἡμίσεον. *C. D.*
		τᾶς ΔΗ ἴσα ἁ ΔΘ. *C. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.		Edit. Basil.		Codices Parisien.
Pag. 313. l. 37	παραλλήλῳ	Pag. 81. l. 2	παραλλήλα	παραλλήλω. *A.*
—— l. 39	κώνου, κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἀ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἀ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. Ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται, τότε ἀποτμαμα	—— l. 3	* *	desunt. *D.*
—— l. 42	τοῦ σφαιροειδέος	—— l. 5	* *	σφαιροειδέος. *D.*
—— l. 43	ἐγγεγραμμένα,	—— ib.	ἐγγεγραμμένον	ἐγγεγραμμένω. *B. C. D.*
—— l. 44	ἐν τῷ	—— l. 6	* *	αὐτῶ. *D.*
—— ib.	αὐτὸν	—— ib.	* *	deest. *D.*
—— l. 48	τὸ ἐν ᾧ	—— l. 8	* *	τῦ ἐν ὦ. *B.*
—— l. 49	ΒΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 9	* *	desunt. *D.*
—— 314. l. 1	ὑπὸ τᾶν	—— l. 10	ὑπὸ τυ	ὑπὸ τᾶν. *B. C. D.*
—— l. 5	ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ.	—— l. 12	* *	ΒΞ ΞΔ. *D.*
—— l. 6	ἑκατέρυ	—— l. 13	* *	deest. *D.*
—— l. 12	ΖΗ, ΞΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν	—— l. 16	* *	repetuntur hæc verba. *B. C. D.*
—— l. 20	ἔχον	—— l. 20	* *	ἔχειν. *C.*
—— l. 22	ἐλάσσονι	—— l. 21	* *	μείζονι. *B. C.*
—— ib.	ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τράματι ἐγγεγραμμένυ,	—— ib.	* *	desunt. *B. C. D.*
—— l. 26	τῶν	—— l. 23	τύτων	τὸν τῶν. *A.*
—— l. 30	τῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένυ,	—— l. 25	* *	τὸ ἐν αὐτῶ ἐγγεγραμμένον. *A. B. C. D.*
—— l. 32	τοῦ	—— l. 26	* *	τὸ. *A.*
—— 319. l. 1	Βασιλεῦ Γέλων,	—— 120. l. 18	βασιλευογέλων	βασιλεῦγελῶν. *A.* βασιλεῦ Γελῶν. *B. C. D.*
—— l. 5	Ἐντὶ	—— l. 20	ἐν	deest. *B.*
—— l. 6	μὲν εἶμεν	—— l. 21	ενιμεν	η ενιμεν. *A. C.* ἢ ἔνι μὲν. *B.* κενιμεν. *D.*
—— l. 8	ἔτως	—— l. 23	οὐ	ἔτως. *C.*
—— l. 9	εἰ νοήσαιεν	—— ib.	* *	ἦν νοῆσαι ἓν. *D.*
—— l. 10	ἀλίκος	—— l. 24	ἀλίκαν	ἀλὶ καν. *C.*
—— l. 11	τῶν τε	—— ib.	* *	τῶν. *B.*
—— l. 14	μηδ' ἐν ἀκαρεῖ	—— l. 26	μὴ δ' ἐν ἀκαρεῖ	μηδένα κάρη. *A. C.* μηδένα βάρη. *D.*
—— l. 15	τᾶτο	—— ib.	* *	τῦ. *A. B. D.*
—— l. 19	ἀριθμὸν	—— l. 29	ς′	καὶ. *B. D.*
—— ib.	τῦ μέγεθος	—— ib.	τῦ μεγέθεος	τῦ μέγεθος. *B. D.* μέγεθος. *C.*
—— l. 23	κέντρον μὲν	—— l. 31	* *	μέτρον μὲν. *D.*
—— ib.	κέντρυ ἴσα τᾷ εὐθειᾷ	—— ib.	κέντρυ εὐθεῖαι	κέντρυ αἱ εὐθεῖαι. *A. B. C. D.*
—— l. 28	ὑποθεσιῶν	—— l. 33	* *	ὑπόθεσιν τινὰ. *A.* ὑποθεσίων τινῶν. *C.* ὑπόθεσιν. *D.*
—— 320. l. 4	ταλικαύταν	—— l. 37	* *	ταλίκαν. *B.*
—— l. 5	ὡς τε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν	—— ib.	ἐστὶ ὡς τε τὸν κύκλον καθ' ὃν τὰν γᾶν	ἔσω τὸν κύκλον καθ' ἃν τὰν γᾶν. *A.* ἐν ᾧ τὸν κύκλον καθ' αὐτᾶν γᾶν. *B.* ἐς τῶ τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. *C.* ἔσω τὸν κύκλον καθ' αὐτὰν γᾶν. *D.*
—— l. 8	δὲ εὔδηλον	—— l. 39	δ' εὔδηλον	γὰρ δῆλον. *A.* γ' εὔδηλον. *C. D.*
—— l. 11	αὐτό.	—— l. 41	* *	αὐτὸν. *A.*
—— l. 16	καθ' ὃν	—— l. 43	* *	καθ' ᾧ. *A.*
—— l. 17	ὑποτίθεται	—— ib.	ὑποτίθενται	ὑποτίθεται. *A. C. D.*
—— ib.	τῶν ἀπλανέων	—— l. 44	τῶν ἄπλῶν	τῶν ἀπλανῶν. *A. B. C.* ἀπλανῶν. *D.*
—— l. 23	ταλικαύτα	—— l. 46	* *	ταλίκα. *B.*
—— l. 24	ἀπλανέων	—— l. 47	* *	πλανέων. *A.*
—— l. 25	ἔτως τινὰς	—— 121. l. 1	ὲ τινὰς	ἔτως τινὰς. *C. D.*
—— ib.	δειχθήσεσθαι	—— ib.	δειχθεῖσι	δειχθεισῶν. *A.*
—— l. 26	κατονομασίαν	—— ib.	κατονομαζιῶν	κατ' ὄνομα ἀξίων. *C.*
—— l. 28	ἔχοντος	—— l. 2	ἔχον τὸ	ἔχοντος. *A. B. D.*
—— l. 29	μὲν,	—— ib.	* *	μὲν τᾶν. *A. B. C. D.*
—— l. 30	τ′	—— l. 3	τῶν	T. *D.*
—— l. 31	πειραμένων	—— ib.	* *	πεπειραμένων. *B. C. D.*
—— l. 34	δεκαπλασιον	—— l. 5	δεκαπλασίων	δεκαπλασίον. *D.*
—— l. 35	τ′	—— l. 6	τῶν	T. *D.*
—— ib.	μυριάδων γαδίων καὶ μὴ μείζω.	—— ib.	λ῾ὺλ γαδίων καὶ μείζων	μοιρίαδων γαδίων καὶ μὴ μείζω. *A. D.* Μ γαδίων καὶ μὴ μείζων. *B. C.*
—— l. 37	εἶμεν	—— l. 7	ἔκειμεν	εἶμεν. *B.*
—— l. 39	λαμβάνων	—— l. 8	* *	λαμβάνω. *A.*
—— l. 43	Εὐδόξυ μὲν,	—— l. 10	εὐδοξῦμεν	εὐδόξυ μὲν. *D.*
—— l. 49	ἀναμφίλογον	—— l. 14	ἀμφίλογον	ἀναμφίλογον. *C. D.*
—— l. 51	τριακονταπλασίαν	—— ib.	τριακονταπλασίας	τριακονταπλασίαν. *B. C. D.*
—— l. 52	μειζόνα.	—— l. 15	μειζόνων	μείζω. *A. D.* μείζονα. *B.* μείζων. *C.*
—— 321. l. 5	εἰκοσὸν	—— l. 17	* *	εἰκὸς. *C.*
—— l. 7	ἐναρμόζει,	—— l. 18	* *	ἐναρμόζη. *D.* ut fere semper
—— l. 8	ἔχυσαν	—— l. 19	ἔχυσα	ἔχυσων. *D.*
—— l. 10	λαβεῖν,	—— l. 20	* *	διαλαβεῖν. *A. C. D.*
—— l. 15	ἐς ἂν ὁ	—— l. 23	αἷς ἂν ἢ	αἷς ἂν ὁ. *A. C. D.* ἐς ἂν ὁ. *B.* ut semper in hoc tractatu.
—— l. 16	ἐναρμόζῃ,	—— ib.	* *	ἐναρμόζει. *B. C. D.* ut semper in hoc tractatu. *B.*
—— l. 17	ἅ τίς	—— l. 24	ἅ τις	ἀ τίς. *A.* ἅ τις. *B. C. D.*
—— l. 18	ἐς ἂν	—— ib.	ἃς ἂν	ἂν. *A. D.* ἐς ἂν. *B.*
—— ib.	ἐναρμόζῃ, τὰν κορυφὰν ἔχουσαν	—— ib.	* *	ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχυσα. *B.*
—— l. 21	ἤμελλεν	—— l. 25	ἤμενεν	ἤμελλεν. *A. B. C. D.*
—— ib.	ἀνατελεῖν	—— ib.	* *	ἀνατέλλειν. *B. C.* ἅμα τέλλειν. *D.*
—— l. 22	τεθέντος	—— l. 26	τεθὲν	τεθέντος. *A. C. D.*
—— l. 23	ὀρθοῦ,	—— ib.	* *	corr. marg. ὄρθρυ. *B.* ὄρθρυ. *C.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 321. l. 25 ἐπεσχάφη	Pag. 121. l. 27 * *	ἐπεγεάφη. *B.*
—— l. 26 ἀ ὀψὶς	—— l. 28 * *	ἀψὶς. *B. C. D.*
—— l. 29 ἄρξατο	—— l. 30 * *	ἀρξάσθω. *A. D.*
—— l. 38 αἱ ὄψιες ἐκ ἀφ' ἑνὸς σαμείου	—— l. 34 αἱ ὄψιες ἐκ ἀφαιῆ σημεῖον	αἱ ὄψιες ἐκ ἄφαν σημεῖον. *A.* ὄψιες ἐκ ἀφανῆς σημεῖον. *D.*
—— l. 40 ὄψιος·	—— l. 35 ὄψις	ἢ ὄψις. *B.* ὄψεις. *C.*
—— l. 42 ἀχθεισᾶν	—— l. 36 ἀχθεῖα	ἄχθη ἀ. *B.* ἀχθεῖσα. *C. D.*
—— l. 46 ὄψιος,	—— l. 38 * *	τᾶς ὄψιος. *A. B. C. D.*
—— l. 47 τὸν τρόπον	—— l. 39 τρόπον	τὸν τρόπον. *A.*
—— — ib. ἀναλαμβάνεται	—— — ib. * *	λαμβάνεται. *D.*
—— l. 48 ἀλλάλων,	—— — ib. ἀλλήλαν	ἀλλάλοις. *A. B. C. D.*
—— l. 50 ἐ λευκὸν ὡς ἐστιν	—— l. 40 ἐ λευκὸν ὃς ἐστὶ	λευκὸν ὅσον. *A. D.*
—— l. 51 ὄψιος,	—— l. 41 * *	ὄψιας. *C. D.*
—— l. 53 περιλαμβάνεται ὑπὸ	—— l. 42 * *	προλαμβάνεται περὶ. *D.*
— 322. l. 4 τὲς ἐγγὺς τᾶς	—— l. 44 τᾶς ἐγγὺς τᾶς	τὲ ἐγγὺς τᾶς. *B.* τᾶς ἐγγὺς. *C.*
—— l. 9 Ἁ δὲ γωνία,	—— l. 47 ὐδὲ γωνία	ut in Edit. Oxon. *B. C. D.*
—— l. 12 κανονίω,	—— l. 48 * *	κανόνος. *A.*
—— l. 14 ὅλῳ ἀλίῳ,	—— l. 49 * *	ὅλω τῶ ἀλίω. *B. C. D.*
—— l. 15 ἐπιψαυεσᾶν	—— l. 50 ἐπιψαυεσῶν	ἐπιψαύυσα. *B.*
—— l. 17 γίνεται	—— l. 51 * *	γὰρ. *A. C. D.*
—— l. 21 εἰς ρξδ', ἐλάτιον ἢ ἓν μέρος τέτων·	— 122. l. 2 * *	εἰς P Ξ Δ Θ εἰς Σ μείζων Η (ἢ. *D.*) ἓν μέτρος τέτων, δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἀγῶνια ἃς ἂν (ἐς ἄν. *D.*) ὁ ἥλιος ἐναρμόζει (εναριμοζη. *D.*) τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾶ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστὶ ἡ διαθηρεύσας (διαρεθεισας. *D.*) εἰς ρξδ τέτων. *A. D.*
—— l. 22 διαιρεθείσας	—— — ib. διαιρεθεῖσα	διαιρεθεισῶν. *B.*
—— l. 23 ἓν μέρος	—— l. 3 * *	ἐν μέτρος. *A.* ἔνμετρος. *D.*
—— — ib. τέτων. Δῆλον ἔν,	—— — ib. * *	τέτων δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἀγώνια ἃς ἂν ὁ ἥλιος ἐναρμόζη τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾶ ὄψει ἐλάττων μὲν ἐστὶν. ἡ διαιρεθεῖσας ἐς P Ξ Δ τέτων. ἃ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τῶν ὀρθῶν εἰς Σ μείζον ἢ ἓν μέρος τετων. δῆλον ἔν. *C.* vide *supra.*
—— l. 24 ἐς ἂν	—— — ib. ἃ ἴσαν	ἐς ἂν. *B.*
—— — ib. ἐναρμόζη,	—— — ib. * *	ἐναρμόζει. *D.*
—— l. 26 ἓν μέρος·	—— l. 4 * *	ἔνμετρος. *D.*
—— l. 27 ἓν μέρος.	—— l. 5 * *	ἔμμετρος. *A. D.*
—— l. 28 ἃ διάμετρος	—— — ib. διάμετρος	καὶ ἃ διάμετρος. *B. C. D.*
—— l. 39 Δ	—— l. 11 * *	deest. *C. D.*
—— l. 43 Ἐστι	—— l. 12 * *	ἔστω. *C.*
—— l. 49 ἓν μέρος.	—— l. 16 * *	ἔμμετρος. *A. D.*
—— l. 50 ἐστι	—— — ib. * *	εἰσὶ. *D.*
—— l. 53 ἓν μέρος·	—— l. 18 * *	ἔμμετρος. *D.*
— 323. l. 4 τᾶ ΑΒΓ κύκλα,	—— l. 20 * *	desunt. *D.*
—— l. 7 ἐχειῖν,	—— l. 22 ἔχει	ἔχειν. *B.*
—— l. 12 οὖν	—— l. 23 lacuna relinquitur	lacuna relinquitur. *B. D.*
—— l. 16 Ἴσαν γὰρ	—— l. 26 * *	desunt. *D.*
—— l. 18 ΣΗ	— 123. l. 1 ΑΒΓ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
—— l. 20 διάμετρος	—— l. 2 γωνία	corr. man. alt. διάμετρος. *B.*
—— — ib. ΣΗ	—— — ib. ΑΒΗ	corr. man. alt. ΣΗ. *B.*
—— l. 21 τᾶ ΣΗ κύκλα.	—— l. 3 * *	desunt. *C.*
—— l. 23 Ὡς τε	—— — ib. * *	ὡς. *D.*
—— l. 24 ΥΣ	—— l. 4 ~Σ	ΥΣ. *A. B. C. D.*
—— l. 25 ΘΚ	—— — ib. ΘΚ~	ΘΚΥ. *A. C. D.* ΘΡ. *B.*
—— — ib. ΘΡ,	—— — ib. * *	ΘΧ. *B.*
—— — ib. ΣΥ	—— l. 5 ΣΝ	ΣΥ. *B. C. D.*
—— l. 26 κὴ	—— — ib. * *	deest. *B.*
—— l. 27 τὰν ΔΤ,	—— — ib. τᾶ ΔΤ	τὰν ΔΤ. *B. B.*
—— l. 28 τριγώνων	—— l. 6 * *	deest. *A. B. C. D.*
— 324. l. 1 ΔΤ, ΔΚ, ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν	—— l. 7 * * τᾶν mutato in τῶν	desunt. *C.*
—— l. 4 ἀ ΘΡ	—— l. 8 * *	ΘΡ. *C.*
—— — ib. Εἰ γὰρ κα	—— l. 9 εἰ γὰρ ΚΑ	εἰ γὰρ κα. *B. C. D.*
—— l. 5 δυῶν	—— — ib. * *	δύο, *A.*
—— l. 7 αἴτερας	—— l. 10 * *	θάτερας. *C.*
—— l. 9 τᾶν	—— l. 11 τᾶ	ἀ τᾶν. *B.*
—— l. 10 ποτὶ	—— — ib. * *	deest. *A. C. D.*
—— — ib. ἐλατίονα	—— l. 12 * *	deest. *D.*
—— l. 20 ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ, μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς· ἐσσεῖται ἃ γωνία ἃ περιεχομένα	—— l. 16 ΔΛ ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς ἢ εἶκα ἀγωνία ἃ περιεχόμενα	
—— l. 21 ἐσσεῖται	—— l. 17 ἢ εἶκα	desunt. *A. D.*
—— l. 23 δισμύρια,	—— — ib. δεσμύρια	εἶη κα. *B.*
—— l. 27 Τᾷ δὲ	—— l. 20 τὰν δὲ	δὶς μύρια. *A. B.* δῖσμύρια. *C.* δυσμύρια. *D.*
—— l. 34 μείζω εἶμεν ἢ τριακοσιαπλασίονα	—— l. 24 μείζων εἶμεν ἢ τριακονταπλασίων	τᾶ δὲ. *D.*
—— l. 36 σελήνας,	—— l. 25 ἐλινᾶς	μείζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα. *B.*
—— — ib. μείζω	—— — ib. μείζων	σελήνας. *B. C. D.*
—— l. 37 σελήνας·	—— — ib. ἐλινᾶς	μείζω. *B.*
—— l. 44 Ἁ δὲ διάμετρος τᾶ ἀλίᾳ	—— l. 29 * *	σελήνας. *B. C. D.*
—— l. 46 ἢ	—— l. 31 * *	desunt. *D.*
— 325. l. 2 ἰσόπλευρον ἰὸν	—— l. 34 εἰς ὁ ΕΘ πλείρεον	deest. *C.*
—— — ib. ἰσόπλευρον ἰὸν κὴ πολυγωνιώτερον τοῦ ἐξαγώνου, ἐγγεγραμμένον μὲν τῷ κύκλῳ εἴη· κὴ ἀ διάμετρος	—— — ib. εἰς ὁ ΕΘ πλεύρεον κὴ πολυγώνᾳ ὅτι τᾶ ἐξαγώνᾳ ἐγγεγραμμένου μὲν τοῦ κύκλου εἴη καὶ ἀ διάμετρος.	εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν ἰὸν. *C.* εἰς ὁ ΕΘ πλευρὰν ἰὸν ἄμετρος. *A. D.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 325. l. 13 δῆλον, ἁ	Pag. 123. l. 40 * *	δῆλον ὡς ἁ. *A. B. C. D.*
—— l. 20 μεῖζον	—— l. 44 μείζων	μειζον. *B.*
—— l. 23 τετραπλοσιόμοιον	—— l. 45 τέτρωκον τὸ μόριον	τετρωκον τομόριον. *C.* τετροκοσομόριον. *D.*
—— l. 24 Ἐτιθεν	—— l. 46 * *	ἐτέθεντο. *B.* ἐπετέθων. *D.*
—— l. 32 Χρήσιμον	—— l. 50 * *	χρήσϊμα. *A.*
—— l. 44 καὶ ἀπὸ τᾶν	— 124. l. 5 καὶ ἑκατὸν	καὶ αἱ ἀπὸ τῶν. *B.*
—— l. 45 καὶ ἑκατοντάδες,	—— l. 6 * *	desunt. *D.*
—— l. 46 ἐς τᾶς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	—— – ib. ἔσαι μυρίων μυριάδων πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες	desunt. *D.*
—— l. 49 τρίτων	—— l. 8 τριῶν	τρίτων. *D.*
—— l. 51 ἐς τὰς μυρίας	—— l. 9 ἔσαι μυρίαι	εσε μυριαν fine accentu. *B.* ἔσαι μυρίαν. *C. D.*
— 326. l. 1 ἀριθμῶν μύριαι	—— l. 10 * *	οὖν μυρίαι. *A.*
—— l. 7 τοσούτων	—— l. 12 * *	τοσούντων *C.*
—— l. 10 πρώτας	—— l. 14 deest	πρώτας. *B.*
—— l. 14 δευτέρων	—— l. 15 * *	τῶν δευτέρων. *D.*
—— l. 17 ἐχόντων,	—— l. 17 * *	ἔχοντες. *B.*
—— l. 19 ἀριθμὸς	—— l. 18 * *	καὶ. *B.*
—— l. 20 περιόδῳ,	—— – ib. * *	deest. *D.*
—— l. 24 ἐξῆς κείμενοί,	—— l. 21 ἐξησκημένοι	ut in Edit. Oxon. *B. C.*
—— l. 25 οἱ ὀκτὼ	—— – ib. τὶ ὀκτὼ	ἢ ὀκτὼ. *B. D.*
—— l. 30 Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδων ἀριθμῶν	—— l. 24 * * ὁ mutato in ἁ	desunt. *D.*
—— l. 31 ὄγδοός	—— – ib. * *	ὁ ὄγδοος. *B. C. D.*
—— l. 40 ὅτι πολλαὶ	—— l. 29 * *	ἐςὶ καὶ πολλαὶ. *A. C. D.* ἐςὶν ὅτι καὶ πολλαὶ. *B.*
—— l. 45 πολλαπλασιαξάντων	—— l. 32 * *	πολλαπλασιαζάντων ut semper. *C.*
—— – ib. ἀλλάλως, ὅσως ὁ ἐλάτιων	—— – ib. * *	ὅσως ἐλάτιων. *D.*
—— l. 50 Ἔσων	—— l. 34 * *	ἔσωσαν. *B.*
—— l. 52 παραπολλαπλασιάδω	—— l. 35 * *	πολλαπλασιάδω. *D.*
— 327. l. 1 ἴσος	—— l. 37 ἴσαν	ἴσος. *B. C.* ἴσων. *D.*
—— l. 2 ἴσον	—— l. 38 * *	ἴσων. *C. D.*
—— l. 7 ἴσος	—— l. 40 * *	ἴσων. *A.*
—— – ib. γενόμενος	—— – ib. * *	ὁ γενόμενος. *A.*
—— l. 9 πολλαπλασιαξάντων	—— l. 41 * *	τῶν πολλαπλασιαξάντων. *A. B. D.* πολλαπλασιαζάντων. *C.*
—— l. 10 ἐλάτιων	—— – ib. * *	ἔχων. *A.*
—— l. 16 τοσοῦτοι	—— l. 44 τοσούτοις	τοσοῦτοι. *B. C. D.*
—— l. 19 μὴ	—— l. 46 * *	In Marg. μονας μονάδες δεκάδες ἑκατοντάδες χιλιάδες μυριάδες. *C.* deest. *D.*
—— l. 20 δῆλον	—— – ib. * *	deest. *B.*
—— l. 26 ποτὶ ἀλλάλας	—— l. 50 ποτὶ ἀλλάλαν	ποτ' ἀλλάλας. *B.* ποτὶ ἀλλάλας. *C. D.*
—— l. 30 κα εἴη ὁ ἀριθμὸς	— 125. l. 1 KAIN ὁ ἀριθμὸς	ὁ ἦν. *A. D.* κα' ιν ὁ ἀριθμὸς. *B.* καῖν ὁ ἀριθμὸς. *C.*
—— l. 32 ἀριθμὸς,	—— l. 2 * *	ἀριθμοὶ. *A.*
—— l. 37 ταὶν	—— l. 4 τὸν	ταὶν. *B C.* τῶν. *D.*
—— – ib. ἐπὶ	—— l. 5 ἔφη	ἐφ' ἧ. *D.*
—— l. 38 λόγον ἔχειν	—— – ib. ἔχειν	λόγον ἔχειν. *A.*
—— l. 39 ἀλλάλας	—— – ib. ἀλλάλαν	ἀλλάλας. *A. B. C. D.*
—— l. 43 πολλαπλασιαθεισᾶν	—— l. 7 πολλαπλασθήσαν	πολλαπλασϊασθεϊσᾶν. *C.* πολλαπλασθεῖσαν *D.*
—— l. 47 ἐν τᾷ	—— l. 9 ἔντι	ἐν δὴ. *C. D.*
—— – ib. ὅρων	—— – ib. * *	ὁ P. *C.*
—— l. 49 δῆλον ὡς ὁ γενόμενος, ὅρος ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας	—— l. 10 * *	desunt. *C.*
—— l. 52 ἢ ὅσος	—— l. 12 ασσος	ἃ ὅσος. *B.* ασσος fine accentu. *C.*
—— – ib. συναμφοτέρων	—— – ib. συναμφο	συναμφότερα. *A. D.* συναμφω. *C.*
—— l. 5 μυριάδες τῶν δευτέρων	—— l. 15 μυριάδες	μυριάδες δευτέρων. *A. B. C. D.*
—— l. 6 Φανερὸν ἔν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τῇ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαῖρα τᾷ τὰν διάμετρον ῥ' δακτύλων ἐχέσα, ἐλατίον ἐςὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	—— – ib. φανερὸν ἔν ὅτι τῇ ψάμμᾳ τὸ πλῆθος τῇ μέγιθες ἔχοντος ἴσον τᾶ σφαίρα τᾶτε τὰν διάμετρον P δακτύλων ἔχυσα ἐλατίων ἐςὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.	
—— l. 7 μέγεθος	—— – ib. μέγιθες	desunt. *A. D.* μέγιθος. *C.*
—— l. 11 πολλαπλασία	—— l. 17 * *	πολλαπλασία ἐςὶ. *A. B. C. D.*
—— l. 14 μυριάδων	—— l. 19 * *	μϋρίων. *B. C. D.*
—— l. 16 τᾶν χιλιᾶν	—— l. 20 τάνχιαν	τᾶν χιλίαν. *A. C. D.* τᾶν χιλίων. *B.*
—— l. 20 ἀνάλογον	—— l. 22 ἀναλογίας	αναλογίαι. *A. B.* ἀναλογίαν. *D.*
—— l. 22 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος.	—— l. 23 * *	desunt. *C.*
—— l. 25 αὐτὰς,	—— l. 25 τᾶς	τάτες. *C.*
—— l. 28 μέγεθος	—— l. 26 μεγέθως	μέγιθος. *B.*
—— l. 26 σφαίρα τὰν	—— l. 27 * *	σφαίρα τᾶ τὰν. *B. C. D.*
—— l. 34 μέγεθος	—— l. 29 μεγέθεος	μέγιθος. *B. C. D.*
—— l. 44 Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες	—— l. 35 * *	desunt. *A. D.*
— 329. l. 1 μοναδες	—— l. 40 μυριάδες	μονάδες. *D.*
—— l. 3 μέγεθος	—— l. 41 μεγέθεος	μέγιθος. *C. D.*
—— l. 4 μονάδες τῶν	—— l. 42 μονάδες τῶν δὲ	μονάδες τῶν. *A. B. D.* μυριάδες τῶν. *C.*
—— l. 10 ἔλασσον	—— l. 45 ἐλάσσων	ἔλασσον. *C. D.* et corr. marg. *B.*
—— l. 12 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν	—— l. 46 * *	πολλαπλασιασθεισῶν τῶν χιλίων. *A.*

Digitized by Google

Edit. Oxon.	Edit. Basil.	Codices Parisien.
Pag. 329. l. 22 ἄλλοι	Pag. 125. l. 51 * *	οἱ ἄλλοι. *B. C. D.*
—— l 25 μονάδες	—— 126. l. 2 μονάδων	μνάδες. *B.*
—— l. 26 μέγεθος	—— – ib. μεγίθυς	μέγεθος. *B. C.*
—— l. 30 μυριαδων	—— l. 4 * *	μυριάδες. *A. D.* μυριάδας. *B. C.*
—— l. 33 ταλικαύτα,	—— l. 6 * *	ταλικαύτα τὸ μέγεθος. *A. B. C.*
—— – ib. ταλικαύτα, ἀλίκα ἐστὶν ἀ σφαῖρα	—— – ib. * *	desunt. *D.*
—— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα	—— l. 7 πολλαπλασιασθιῖσαι τᾶν ϛ	πολλαπλασιασθεισῶν τῶν δέκα. *A. D.* πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα. *B. C.*
—— l. 37 μονάδων	—— – ib. * *	μονάδας. *D.*
—— l. 41 δῆλον,	—— l. 10 * *	δῆλον οὖν. *D.*
—— l. 44 καλεμένων	—— l. 11 καμένων	καλεμένων. *A. B. D.*
—— l. 49 χίλιαϛ	—— l. 14 * *	deest. *A. D.*
—— 330. l. 2 ἔλασσόν	—— l. 15 ἐλάσσων	ἔλασσον. *D.*
—— l. 4 σφαῖρα	—— l. 16 * *	σφαίρας. *A.*
—— l. 9 μυριάδων·	—— l. 19 * *	μυριάδας. *B.*
—— – ib. ἔλασσον	—— – ib. ἐλάσσων	ἔλασσον. *B. C.*
—— l. 11 πολλαπλάσιασθεισᾶν	—— l. 20 πολλαπλάσιον	πολλαπλασιασθεισᾶν. *B.*
—— – ib. τᾶν χιλιᾶν	—— – ib. χιλίαν	τᾶν χιλίαν. *B. C.* τῶν χιλίων. *D.*
—— l. 12 ταῖς ρ΄ μυριάσιν. Ἐπεὶ δ΄ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν	—— l. 21 * *	desunt. *A. D.*
—— l. 14 ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον·	—— – ib. * *	ἀπὸ μονάδων. *D.*
—— l. 15 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἰσοσεῖται ἕκτῳ καὶ τετρακοσὸς ἀπὸ μονάδος.	—— l. 22 * *	
—— l. 18 ὀκτὼ μὲν	—— l. 23 εἶμεν	desunt. *C.* οἱ μὲν ὀκτὼ. *B.*
—— l. 19 αὐτὺς,	—— l. 24 τῦς	τύτυς. *A. C. D.*
—— l. 25 μέγεθος	—— l. 27 μεγίθεος	μέγεθος. *B. C. D.*
—— l. 27 μυρίων,	—— l. 28 * *	μῦρϊάδων. *C.*
—— l. 30 μυριάκις μυρίων,	—— l. 30 μυριάδας μυρίας	μῦρϊάκις μῦρίων. *B.*
—— l. 31 ρ΄ μυριάδεσσιν	—— – ib. * *	P μῦρίασιν. *A.* μῦρϊάσιν. *D.*
—— l. 34 μυριάδων ρ΄·	—— l. 32 μυριάδων	μῦρϊάδων P. *A. B. C. D.*
—— – ib. τὸ	—— – ib. * *	deest. *C.*
—— l. 36 πολλαπλασιασθεισᾶν	—— l. 33 πολλαπλασίων	πολλαπλασϊασθεισᾶν. *B.*
—— l. 37 μυριάδεσσιν.	—— – ib. μυριάδες	μῦρϊαδ. *B.*
—— l. 40 ἀπὸ μονάδος	—— l. 36 * *	desunt. *C.*
—— l. 49 ἴσον	—— l. 40 ἴσα	ἴσον. *B. C. D.*
—— 331. l. 2 ἔλασσόν	—— l. 41 ἐλάσσων·	ἔλασσον. *A.*
—— l. 4 μυριάδων	—— l. 42 * *	* * sed in marg. μυρίων. *B.*
—— l. 7 μὲν ὁμοίως	—— l. 43 * *	μὲν ὁμοίως. *B. C. D.*
—— l. 18 ἂν	—— l. 49 * *	deest. *A.*
—— l. 21 μυριοπλασίων·	—— l. 51 μυριοπλασίαν	μυριοπλασία. *D.*
—— l. 25 ἀλλάλας	—— 127. l. 2 ἀλλάλαν	ἀλλάλας. *A. B. C. D.*
—— l. 26 ἂν	—— l. 3 * *	deest. *A.*
—— l. 28 ϛ, τὸ	—— l. 4 γὰρ τὸ	δὲ τὸ. *C. D.*
—— l. 29 ἔλασσόν	—— – ib. ἐλάσσων	corr. marg. ἔλασσον. *B.*
—— l. 33 εἶμεν	—— l. 6 * *	deest. *C.*
—— l. 36 μυρίαις	—— l. 7 * *	μυρίας. *A.*
—— l. 37 ἑβδόμων ἀριθμῶν	—— l. 8 ἑβδόμων	ut in Edit. Oxon. *B.*
—— l. 38 μονάδες,	—— – ib. * *	μυριάδες. *C.*
—— l. 44 τοίνυν	—— l. 12 * *	ἂν. *C.*
—— 332. l. 4 ὠήθην	—— l. 17 * *	ὠήθων. *A.* ὠήθειν. *D.*
—— – ib. ἀνάρμοστον	—— – ib. * *	ἄν ἄρμον. *A. D.*
—— l. 5 ἐπιθεωρῆσαϛ	—— – ib. ἐπιθεώρηται	ἐπιθεωρῆσαι. *D.*

TELOS.

BIBLIOTECA NAPOLI
379

Digitized by Google

Erratis levioribus quæſumus ignoſcat Lector, graviora ſic corrigat.

PAG. iii. lin. 46. *lege* prout. p. xxvi. lin. 8. *l.* appoſitam. p. 7. lin. 25. *l.* ipſa AB. p. 8. lin. 7. *l.* ἀφῃρήσθω. p. 12. lin. 8. *l.* ad PΠ. p. 13. lin. 23. *l.* triangulorum. p. 21. lin. 9. *l.* hæ. lin. 15. *l.* κειμάσθειη. p. 24. lin. 1. *l.* δειχθήσει). p. 26. lin. 11. *l.* τραπιζείω. p. 29. lin. 23. *l.* ſeſquitertium. p. 33. lin. 35. *l.* ſeſquitertium. p. 41. lin. 5. *l.* ἡ. lin. 28. *l.* feceturque. p. 48. lin. 44. *dele* ad utriuſque ΓB, BΔ: et in lin. 51. *poſt* decupla, *inſere* ipſarum ΓB, BΔ. p. 73. lin. 12. *l.* æqualis. p. 74. lin. 7. *l.* Λελείφθω. p. 80. lin. 47. *l.* τρίγωνα. p. 90. lin. 19. *l.* ex centris. p. 99. lin. 17. *l.* ἰσοσκελῶν. p. 115. lin. 11. *l.* major. p. 120. lin. 34. *l.* circumferentiam. p. 132. lin. 30. *l.* eſt, axem habet. p. 141. lin. 21. *dele* ad. p. 160. lin. 41. *l.* ἀδιαρθρώτως. p. 179. lin. 53. *pro* reciprocantur *lege* proportionales ſunt. p. 183. lin. 21. *l.* ſphæræ. lin. 25. *l.* ad. p. 222. lin. 19. *l.* περιφερείας. p. 223. lin. 4. *l.* circumferentia. lin. 21. *l.* κυκλῷ. p. 234. lin. 8. *l.* ἰλλός. p. 320. lin. 24. *l.* ſphæram. p. 321. lin. 9. *l.* omnino. lin. 18. *l.* alium.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google