FEB 3 1966

M. Eugène de Fourcy
de Saint-Just de l'Aube

RECHERCHES HISTORIQUES

201

SUR LE

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE

PAR

CH. THUROT

(Extrait de la *Revue Archéologique*.)

PARIS

AUX BUREAUX DE LA REVUE ARCHÉOLOGIQUE

LIBRAIRIE ACADEMIQUE — DIDIER et Co

QUAI DES AUGUSTINS, 35

—
1869

A. J. P. de la Revue Coll. and

Jéru - 16 Août 1871

Monsieur

Vous avez bien voulu, à la recommandation
de mon voisin et ami, M. Egger, me faire
présent d'un exemplaire de vos recherches
historiques sur le principe d'Archimède. J'ai
lu avec le plus grand soin cette intéressante
étude et j'en ai pu avoir ^{un exemplaire de la} ~~la dernière édition~~
^{la dernière édition}
patience avec laquelle vous avez vu grouper
autour ~~de~~ ^{d'un} théorème ~~de l'hydrostatique moderne la plus~~
~~élémentaire cette foule~~ ^{de l'hydrostatique moderne la plus}
~~de faits, tant de passages empruntés aux~~
^{les plus divers et d'âge}
littératures ~~de tous les temps et de tous les pays.~~
~~L'ouvrage~~ ^{vous n'avez rien laissé à}

glaner après vous car il serait téméraire
à l'avant
prendre sur le sujet de l'étude sans vous
dire le dernier mot.

Je vous prie agréer, Monsieur, avec mes vœux
pour la gloire que vous me avez procuré,
l'assurance de ma sincère dévotion ~~à votre~~
toute

Eug. Lefebvre de Four

Sup. général au Lycée de

RECHERCHES HISTORIQUES
SUR LE
PRINCIPE D'ARCHIMÈDE

PARIS. — IMPRIMERIE DE PILLET FILS AÎNÉ
5, RUE DES GRANDS-AUGUSTINS

RECHERCHES HISTORIQUES

SUR LE

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE

PAR

CH. THUROT

Extrait de la REVUE ARCHÉOLOGIQUE

Années 1868-1869.

PARIS

AUX BUREAUX DE LA REVUE ARCHÉOLOGIQUE

LIBRAIRIE ACADÉMIQUE — DIDIER et C^e

QUAI DES AUGUSTINS, 35

—
1869

QA
31
A8
T5
1869

1581199
OLC 3-23-71

AQK8851

RECHERCHES HISTORIQUES

SUR LE

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE

Si l'histoire des sciences physiques est inutile à leurs progrès, elle est fort importante pour la connaissance de l'esprit humain, qui est, lui aussi, un objet d'étude fort digne d'intérêt. Il importe assurément de savoir en quoi et comment les hommes se sont trompés, dans quelles conditions la vérité a été manquée, entrevue, puis oubliée, rouverte, et enfin complètement et définitivement établie. Ce sont des faits au même titre que les phénomènes naturels, et qui ne sont pas moins dignes d'attention. On peut aussi retirer quelque profit de ces recherches pour l'analyse de la méthode employée dans les sciences physiques. Cette méthode est bien plus complexe que celle des sciences mathématiques : l'expérience et le raisonnement y sont associés dans des proportions variables suivant les questions, le point où la science est arrivée relativement à ces questions, et même le tempérament et les habitudes d'esprit des savants. L'étude et même une étude détaillée de leurs travaux est particulièrement propre à nous faire bien saisir la marche qu'ils ont suivie. J'ai pensé qu'à ces différents points de vue il serait utile de suivre les vicissitudes du théorème d'hydrostatique connu sous le nom de *principe d'Archimède* (1).

Cet historique se divise en cinq périodes : 1° d'Aristote à Archimède ; 2° d'Archimède à la fin de la philosophie ancienne sous Justi-

(1) Je dois remercier ici M. d'Almeida de l'aide que j'ai trouvée dans sa science et dans son amitié, et notre illustre géomètre, M. Chasles, de l'obligeance avec laquelle il a mis à ma disposition les trésors de sa belle bibliothèque.

nien (529); 3° de 529 à 1565, date de la publication du traité entier d'Archimède sur les corps flottants; 4° de 1565 à 1663, date de la publication du traité de l'équilibre des liqueurs de Pascal; 5° de 1663 jusqu'à nos jours.

§ 1. — *D'Aristote à Archimède.*

C'est Aristote (384-322 av. J.-C.) qui, du moins dans l'état actuel de nos connaissances sur l'histoire des sciences dans l'antiquité, a rencontré le premier deux problèmes qu'il ne pouvait résoudre qu'en appliquant le principe que tout corps plongé dans l'eau perd de son poids un poids égal à celui du volume d'eau déplacé. Il a recherché pourquoi des corps qui enfoncent dans l'eau douce surnagent dans l'eau salée, et pourquoi un morceau de bois pesant un talent (26^{kil.}, 20) est à la fois plus lourd dans l'air et plus léger dans l'eau qu'un morceau de plomb qui ne pèse qu'une mine (437 gr.). L'explication qu'il donne de ce dernier fait tient à toute sa théorie de la pesanteur; et on ne peut l'apprécier équitablement qu'autant qu'on s'est fait une idée juste de la méthode scientifique d'Aristote, qui a dominé pendant des siècles et qu'il est important de bien connaître.

Quoique les travaux d'Aristote sur la physique soient entachés d'erreurs fondamentales, et que, si on les compare à ceux de Leucippe et de Démocrite (v^e siècle av. J.-C.), on doive trouver qu'ils sont plus éloignés de la vérité, les modernes n'ont pourtant pas sur la méthode scientifique des idées plus saines que celles qu'Aristote exprime souvent. Personne n'a recommandé l'étude des faits en termes plus forts et plus précis. Il reproche aux pythagoriciens et aux platoniciens de plier les faits à des opinions arrêtées et préconçues (1) : « Si la poétique, dit-il (2), a pour fin le poème, l'architecture la maison, la médecine la santé, la science de la nature a pour fin le phénomène proprement dit, ce qui se manifeste sans cesse à nos sens. » Il demande (3) si le naturaliste doit procéder comme les mathématiciens en astronomie, et commencer par étudier les phénomènes que présentent les animaux et les organes de chacun d'eux avant de dire le pourquoi et d'expliquer les causes. Voici comment il répond (4) : « Étudions d'abord les différences qui se ren-

(1) *De Cælo*, III, 7. 306 a 5-9. Je cite Aristote d'après l'édition in-4° de Berlin.

(2) *De Cælo*, III, 7. 306 a 16-17.

(3) *De Partibus animalium*, I, 1. 639 b 3.

(4) *Historia animalium*, I, 6. 491 a 9.

contrent entre les animaux, et ce qu'ils ont de commun. Ensuite nous essayerons d'en découvrir les causes, car la marche naturelle est de commencer par rassembler des faits relativement à chaque objet que l'on étudie. Par là nous voyons clairement les choses sur lesquelles portent nos démonstrations et les principes sur lesquels nous devons nous appuyer. » « Les faits relatifs à la génération des abeilles, dit-il ailleurs (1), ne sont pas suffisamment connus. Si une fois on arrive à les bien connaître, il faut s'en rapporter au témoignage des sens plutôt qu'au raisonnement, et n'ajouter foi aux raisonnements qu'autant qu'ils s'accordent avec les phénomènes. » Point de généralité qui ne doive s'appuyer sur tous les faits. Démocrite prétendait que les dents de lait poussent aux animaux parce qu'ils tettent (2). Aristote objecte que le porc et d'autres animaux tettent et n'ont pas de dents de lait : « Démocrite s'est trompé, ajoute-t-il, en s'exprimant d'une manière générale, sans avoir considéré ce qui se passe chez tous les animaux. Et il faut le faire, car quand on s'exprime d'une manière générale, on parle nécessairement de tout ce qui est compris en cette expression générale. » Il avait même des raisons métaphysiques pour s'attacher à étudier les faits avant d'en rechercher les causes. Il remarque que ses devanciers cherchaient à expliquer comment chaque chose s'est formée, au lieu de dire ce qu'elle est (3). Il pense que l'on doit commencer par dire ce que la chose est, avant d'expliquer comment elle se forme. Car, quand une maison se bâtit, elle se fait de telle façon parce qu'elle est de telle sorte, et elle n'est pas de telle sorte parce qu'elle se fait de telle façon. L'être est la fin de la génération ; mais la génération n'est pas la fin de l'être.

Il ne se prononce pas moins fortement contre l'abus du raisonnement. Il a même démêlé mieux que personne, avec sa sagacité de logicien, en quoi consiste le vice de beaucoup de raisonnements que l'on fait en cherchant à expliquer les phénomènes naturels. Il établit que chaque science a, outre les principes qui lui sont communs avec toutes les autres, des principes qui lui sont propres et sur lesquels toute démonstration doit s'appuyer pour n'être pas sophistique. Chaque science a son objet propre, la géométrie, l'étendue, l'arithmétique, le nombre, la médecine, la santé et la maladie, et ne peut se démontrer solidement qu'avec des propositions propres à son

(1) *De Generatione animalium*, III, 10. 760 b 30.

(2) *De Gen. anim.*, V, 8. 788 b 10.

(3) *De Part. anim.*, I, 1. 640 a 10.

objet. Ce n'est pas raisonner en médecin que de dire qu'il n'est pas bon de se promener après dîner en se fondant sur l'assertion de Zénon que le mouvement n'existe pas (1). On s'éloignera des principes propres à l'objet de la démonstration, si l'on établit que les mulets ne peuvent se reproduire, de la manière suivante (2) : « Si un mâle et une femelle de même espèce engendrent un mâle ou une femelle de même espèce, un mâle et une femelle d'espèces différentes engendreront un mâle ou une femelle d'une autre espèce qu'eux-mêmes. Or, le mulet et la mule sont de même espèce, et ils sont engendrés par le cheval et l'ânesse, qui ne sont pas de même espèce et qui sont d'une autre espèce que les mulets. Donc les mulets ne peuvent pas engendrer. En effet, comme le mulet et la mule sont de même espèce, ils ne peuvent pas engendrer un animal d'espèce différente ; d'autre part, ils ne peuvent pas engendrer un animal de même espèce (3), parce que leurs parents sont d'espèces différentes, et que des parents d'espèces différentes engendrent un animal d'espèce différente. » Aristote remarque (4) que ce raisonnement est faux, parce que la conclusion est applicable à tous les méfis, et que tous les méfis ne sont pas inféconds. Ensuite il est trop général et vide (5) ; « les raisonnements qui ne sont pas tirés des principes propres à l'objet sur lequel ils portent sont vides, et paraissent solides sans l'être en réalité. On ne doit suivre cette méthode en aucune science, dans la science de la nature non plus que dans les autres. On trouvera plutôt la cause de l'infécondité des mulets en considérant les propriétés de l'espèce des chevaux et celles de l'espèce des ânes. » Aristote juge (6) que les atomistes, versés plus spécialement dans la physique, ont imaginé des hypothèses qui peuvent lier un grand nombre de faits, tandis que les platoniciens, à force de raisonner, perdent de vue les propriétés essentielles des choses, et se tirent facilement d'affaire, parce qu'ils ne considèrent qu'un petit nombre de faits. Il recommande (7) de n'expliquer les faits que par ce qui est le plus voisin de leur cause immédiate. Ainsi c'est assigner à un fait des causes trop éloignées, que de dire que le froid et le chaud sont causes de la distinction des sexes, parce que

(1) *De sophisticis Elenchis*, XI. 172 a 8.

(2) *De Gen. anim.*, II, 8. 747 b 28.

(3) Le mot ἡμίονος (748 a 5) est certainement altéré, ou il y a ici une lacune; le sens exige ce que je mets ici.

(4) *Ibid.*, 748 a 12. — (5) *Ibid.*, 748 a 7.

(6) *De Generatione et Corruptione*, I, 2. 316 a 5.

(7) *De Gen. anim.*, IV, 1. 765 a 34.

la semence qui produit le mâle vient du côté droit du corps qui est le plus chaud, celle qui produit la femelle, du côté gauche, et que la semence la plus chaude, qui a subi la coction la plus complète, est la plus compacte et par conséquent a l'énergie génératrice la plus grande.

Il faut avouer que la plupart des raisonnements qu'Aristote fait dans les sciences physiques et naturelles ressemblent à celui que nous venons de citer, tant la vraie méthode est difficile à appliquer dans cette sorte de sciences (1). C'est à tort qu'on a reproché à la science ancienne d'abuser de la métaphysique, car il n'y a pas de métaphysique dans la plupart des raisonnements par lesquels Aristote essaye d'expliquer les phénomènes naturels. Au fond, on ne procédait pas alors autrement qu'aujourd'hui (2) : les anciens employaient, comme les modernes, l'observation et l'hypothèse. Mais la science antique était jeune et naïve; elle n'avait pas appris à se défier des apparences et des hypothèses, et elle ne soupçonnait pas encore combien il est important de peser et de mesurer.

On ignorait ce qu'il faut de précautions minutieuses, combien de causes d'erreur on est obligé d'écartier pour constater un fait. L'art de modifier les conditions des phénomènes pour les mieux connaître, l'art d'expérimenter n'était pas pratiqué. La chose est d'autant plus singulière que, du temps de Platon et d'Aristote, on expérimentait en acoustique, mais on ne pensait pas (et il est difficile de savoir pourquoi) à appliquer le même procédé à l'étude d'autres faits. Le mot τὰ φαινόμενα qu'Aristote emploie souvent pour désigner les faits naturels est caractéristique. C'était le terme usité pour désigner les phénomènes célestes. On observait les faits qui se produisent sur la terre, de la même manière, du dehors et de loin, comme si on ne pouvait exercer aucune action sur eux. En outre, on acceptait les faits sur parole, sans prendre soin de les vérifier (3). Ainsi les atomistes avançaient qu'un vase rempli de cendre peut recevoir le

(1) Ainsi, voici comment il croit expliquer l'infécondité des mulets (*De Gen. anim.*, II, 8. 748 a 16 et suiv.) : Le cheval et l'âne se reproduisent tous deux difficilement. En outre, la semence de l'âne est plus froide que celle du cheval. Le produit des deux espèces cumule les tendances de chacune d'elles à l'infécondité. L'infécondité propre du cheval est augmentée par l'effet réfrigérant de la semence de l'âne, et l'infécondité propre de l'âne est augmentée par l'effet d'un accouplement contre nature.

(2) C'est ce que fait remarquer très-justement J. B. Meyer, *Aristoteles Thierkunde* (Berlin, 1855), p. 421.

(3) Ce point important a été très-bien mis en lumière par G. H. Lewes, *Aristotle* (London, 1864), p. 56 et suiv. Voir aussi Th. H. Martin, *La foudre, l'électricité et le magnétisme chez les anciens*, p. 28.

même volume d'eau (1), qu'une large plaque de fer peut surnager tandis qu'une aiguille mince et longue enfonce (2). Aristote conteste l'explication que les atomistes donnaient de ces deux faits (3); mais il n'a pas pensé à contrôler la vérité des faits eux-mêmes: il les accepte, quoiqu'il eût été très facile de s'assurer qu'il reste en dehors du vase un dixième du même volume d'eau et que les aiguilles surnagent comme les plaques. C'est encore ainsi qu'il affirme, sans doute d'après d'autres, qu'une outre gonflée pèse plus que dégonflée (4), que les corps tombent d'autant plus vite qu'ils sont plus pesants (5), qu'une masse de feu monte d'autant plus rapidement qu'elle est plus considérable (6). Il n'était pourtant pas difficile de constater que l'outre gonflée pèse autant que dégonflée, qu'une livre de plomb tombe aussi vite que dix livres de plomb; et il ne fallait pas beaucoup de réflexion pour s'apercevoir qu'il est bien difficile de vérifier expérimentalement si une masse de feu monte d'autant plus vite qu'elle est plus considérable. Mais Aristote ne songe jamais à constater un fait par lui-même; personne n'y songeait de son temps et n'y a songé avant la fin du xvi^e siècle.

Comme on ne connaissait les faits qu'imparfaitement et incomplètement, on trouvait facilement des hypothèses qui semblaient s'accorder avec le peu qu'on en connaissait et l'expliquer suffisamment. Il n'était pas de phénomènes dont on ne crût pouvoir assigner la cause. Aristote croit pouvoir rendre raison de l'infécondité des mulets (7). Il n'hésite pas davantage à expliquer pourquoi les petits enfants dorment beaucoup (8), pourquoi leurs yeux sont bleus (9), pourquoi les cheveux sont longs ou courts, plats ou crépus (10), pourquoi la voix devient grave à l'époque de la puberté (11), pourquoi les insectes à deux ailes ont l'aiguillon par devant et les in-

(1) *Phys.*, IV, 6. 213 b 21. Cf. Eudème dans Simplicius (scholies de Berlin, 382 b 11). Il admet aussi le fait.

(2) *De Cælo*, IV, 6. 313 a 16.

(3) *Physica Auscultatio*, IV, 7. 214 b 3-10. *De Cælo*, IV, 6. 313 b 6.

(4) *De Cælo*, IV, 4. 311 b 10.

(5) Les textes du *De Cælo*, I, 8. 277 b 3-5, III, 2. 301 b 11-13, peuvent laisser quelque doute sur la pensée d'Aristote. Mais le texte suivant est formel (*De Cælo*, IV, 2. 309 b 12): φέρεται δέ γε θᾶττον τὸ πλεῖον ἄνω πῦρ τοῦ ἐλάττονος, καὶ κάτω δὲ πάλιν ὡσαύτως ὁ πλείων χρυσὸς καὶ ὁ μόλιθος ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστον τῶν ἐχόντων βάρος.

(6) *De Cælo*, IV, 2. 309 b 12.

(7) Voir ci-dessus, p. 5, note 1.

(8) *De Gen. anim.*, V, 1. 788 b 20 et suiv. — (9) *Ibid.*, 779 a 26. — (10) *Ibid.*, 3. 782 a 1 et suiv. — (11) *Ibid.*, 7. 787 b 28 et suiv.

sectes à quatre ailes l'ont par derrière (1). Dans toutes ces explications il reste à une grande distance des causes prochaines; il se perd dans des hypothèses arbitraires soit sur les causes efficientes, soit sur la cause finale. Je ne pense pas avec Whewell (2), que les anciens ne se trompaient tant en physique que parce que les hypothèses qu'ils imaginaient n'étaient pas appropriées aux faits. Les hypothèses de Leucippe et de Démocrite n'étaient pas en elles-mêmes mal appropriées aux faits, car elles sont rentrées dans la science moderne; seulement on ne savait comment les y adapter, et on se préoccupait plus d'expliquer les faits que de les étudier.

Le défaut d'esprit mathématique était un autre obstacle aux progrès des sciences physiques. Déjà du temps d'Aristote les mathématiques étaient employées en optique, en acoustique et en astronomie (3), mais on ne pensait pas à les appliquer à d'autres phénomènes. On n'était pas préoccupé, comme aujourd'hui, de tout compter, de tout mesurer, de tout peser. Aristote connaît l'accélération de la chute des corps (4); mais il n'a pas songé, et personne, avant Galilée, n'a songé à la mesurer. Il attache une grande importance à la chaleur comme étant chez un animal la marque d'un rang élevé dans l'échelle des êtres organisés (5); mais il ne sait comment la mesurer, et il trouve des signes de froid et de chaleur dans des faits qui n'y ont guère de rapport: il dira, par exemple, que la timidité est signe de froid chez les animaux, parce que la peur rend immobile, comme le froid glace l'eau (6); que les animaux dont les mouvements sont les plus vifs sont ceux qui ont le plus de chaleur (7), etc. Aristote est même porté en général à considérer dans les phénomènes naturels la qualité plutôt que la quantité. Il n'admet pas, avec les atomistes, que les corps n'aient qu'une matière et que leurs propriétés dérivent toutes de la forme, de la grandeur et de l'arrange-

(1) *De Part. anim.*, IV, 6. 683 a 13.

(2) *History of the inductive Sciences*, I, 81.

(3) *Phys. Ausc.*, II, 2. 194 a 7. Il me semble qu'un peu plus haut, 193 b 25, le texte est altéré. Aristote développe ce qu'il y a de commun entre la physique et les mathématiques. D'abord les corps naturels ont des surfaces, des longueurs et des points. ἔτι ἡ ἀστρολογία ἑτέρα ἢ μέρος τῆς φυσικῆς · εἰ γὰρ τοῦ φυσικοῦ τὸ τί ἐστὶν ἥλιος ἢ σελήνη εἰδέναι, τῶν δὲ συμβεβηκότων καθ' αὐτὰ μηδὲν, ἄτοπον. Il me semble que la suite des idées exige au moins un point d'interrogation après φυσικῆς. L'astronomie diffère-t-elle de la physique, ou plutôt n'en est-elle pas une partie? En effet, il est absurde, etc.

(4) *De Cælo*, I, 8. 177 a 27.

(5) Voir Meyer, *Aristoteles Thierkunde*, 419.

(6) *De Gen. anim.*, III, 1. 750 a 11.

(7) *De Part. anim.*, IV, 13. 696 b 17.

ment de leurs parties constitutives. Il attribue aux corps eux-mêmes toutes les qualités que nos sens perçoivent. Cette erreur a été très-préjudiciable aux progrès de la science, et n'est au reste, chez Aristote, nulle part plus manifeste que dans sa théorie de la pesanteur, qu'il est de notre sujet de faire connaître.

Aristote établit cette théorie en combattant celle des atomistes, Leucippe et Démocrite, qui étaient pourtant moins éloignés que lui de la vérité. Ces philosophes soutenaient que tout corps est pesant, et que si des corps d'un volume considérable pèsent moins que des corps moins volumineux, c'est qu'ils renferment plus de vide. Le poids d'un corps est en raison du nombre de particules insécables, absolument pleines, en un mot, d'atomes (*ἄτομοι*), qui le composent (1). Les atomes ont tous une même pesanteur spécifique; mais ils sont inégaux en grandeur. Ils tombent dans le vide, c'est-à-dire dans l'espace infini, avec une vitesse inégale (2). Par suite, ils se rencontrent; les plus légers sont repoussés en haut par les plus lourds; et il s'engendre ainsi un mouvement circulaire qui entraîne tous les atomes et d'où se forment les différents mondes (3). Cette théorie ne satisfaisait pas Aristote. Il objecte que dans le vide infini il n'y a ni haut ni bas, et que par conséquent il ne peut y avoir de chute, c'est-à-dire de tendance des atomes vers le bas (4). Ensuite il fait remarquer que les atomes ne peuvent tomber dans le vide avec une vitesse inégale. De deux corps qui ont la même forme le plus pesant est celui qui tombe le plus rapidement, parce qu'il a le plus de force pour diviser le milieu où il tombe. On conçoit donc qu'il y ait une différence de rapidité dans la chute des corps, si le milieu est résistant, par conséquent si les corps tombent dans le plein; mais dans le vide les corps légers tomberont aussi vite que les corps pesants; ce qui est impossible (5). Il résulte du système des atomistes une autre conséquence qu'Aristote juge contraire à l'expérience. Si le poids d'un corps dépend du nombre d'atomes qu'il renferme, un plus grand nombre d'atomes de feu ou d'air sera plus pesant qu'un plus petit nombre d'atomes d'eau ou de terre : ce qui est impossible; car nous voyons le feu se porter toujours en haut et d'autant plus rapi-

(1) *De Cælo*, IV, 2. 308 b 30.

(2) *Phys. Auscult.*, IV, 8. 216 a 13.

(3) Voir Zeller, *Geschichte der Griechischen Philosophie*, I, 604

(4) *Phys. Ausc.*, IV, 8. 215 a 6.

(5) *Phys. Ausc.*, IV, 8. 216 a 16. Aristote n'explique pas en quoi cette conséquence est impossible.

dement qu'il est en plus grande quantité (1). Aristote tire même un argument de ce fait pour prouver que le mouvement des corps légers en haut ne provient pas de ce qu'ils sont chassés par les plus lourds. Si le feu montait parce qu'il est chassé par le milieu plus lourd où il monte, il monterait d'autant plus lentement que sa masse serait plus considérable; car il faudrait plus de force pour le pousser en haut. En outre, le mouvement communiqué par impulsion va en s'affaiblissant à mesure que le corps lancé s'approche du terme. Or plus le feu s'élève, plus il monte rapidement. Donc il n'est pas poussé en haut par le milieu où il monte (2).

Donc, concluait Aristote, il y a des corps absolument légers et des corps absolument pesants. Un corps est absolument léger, quand il tend naturellement vers la sphère céleste, qui est le haut du monde (car pour Aristote le monde est fini et limité, et a la forme d'une sphère). Un corps est absolument pesant, quand il tend vers le centre de la terre, qui est en même temps le centre et le bas du monde (3). Outre ces deux espèces opposées de corps ou éléments, il faut admettre deux éléments intermédiaires; l'un plus voisin de celui qui tend vers le haut, l'autre plus voisin de celui qui tend vers le bas. Le feu est absolument léger et sans aucune pesanteur; la terre est absolument pesante et sans aucune légèreté; l'air et l'eau sont relativement pesants et relativement légers; l'air est plus pesant que le feu et plus léger que l'eau; l'eau est plus pesante que l'air et plus légère que la terre (4). Chacun de ces quatre éléments a donc dans le monde une place qu'il occupe naturellement et vers laquelle il tend de lui-même, comme vers sa perfection (5), quand il en est éloigné: la terre au centre du monde, l'eau au-dessus de la terre, l'air au-dessus de l'eau, le feu au-dessus de l'air. Jamais le feu ne descend de lui-même à la place de l'air, ni la terre ne monte d'elle-même à la place de l'eau. Mais l'air et l'eau peuvent descendre d'eux-mêmes à la place inférieure, si on retire l'eau ou la terre qui la remplissent. La terre est pesante partout et tend partout vers le bas; l'eau est pesante partout, excepté dans la terre; l'air, partout, excepté dans l'eau et dans la terre; le feu, nulle part (6). L'air pèse donc dans la place qu'il occupe naturellement; la preuve c'est qu'une outre pleine d'air pèse plus que dégonflée (7). C'est ce qui explique pourquoi un morceau de bois d'un talent est plus lourd

(1) *De Cælo*, IV, 2. 308 a 29 et suiv. — (2) *Ibid.*, I, 8. 277 a 33. — (3) *Ibid.*, IV, 1.

(4) *Ibid.*, IV, 4. 311 b 27 et suiv. — (5) *Ibid.*, IV, 3. 311 a 3. — (6) *Ibid.*, IV, 4. 311 b 27; 5. 312 a 25 et suiv. — (7) *Ibid.*, IV, 4. 311 b 9.

dans l'air et plus léger dans l'eau qu'un morceau de plomb d'une mine (1). Il est plus lourd dans l'air, parce qu'il contient plus d'air que le morceau de plomb, et que l'air pèse dans l'air; il est plus léger dans l'eau, parce que l'air est léger dans l'eau, tend de lui-même à remonter et ramène le bois à la surface. Aristote remarque ailleurs (2), que l'on reconnaît que l'air entre dans la composition de l'huile et du bois, à ce qu'ils surnagent dans l'eau.

On avait déjà remarqué du temps d'Aristote (3) que des bâtiments qui enfoncent presque dans un fleuve se relèvent et naviguent très-bien sur la mer sans que leur chargement ait été diminué; que des œufs qui sont au fond de l'eau viennent à la surface si on sale cette eau fortement; enfin on racontait qu'il y avait en Palestine un lac d'une eau extrêmement salée, dans laquelle un homme ou une bête de somme ne pouvaient enfoncer. Aristote ne pouvait expliquer ces différents faits par l'effet de l'air, puisque le même corps qui surnage dans une eau enfonce dans l'autre; il dit vaguement que le sel épaisit l'eau, en fait une sorte de boue, et que cette épaisseur de l'eau est la cause pour laquelle les corps surnagent (4). Enfin, Démocrite avait cru remarquer qu'une large plaque de fer ou de plomb surnageait, tandis que des corps plus petits et moins pesants, mais ronds ou longs, comme des aiguilles, allaient au fond. Il expliquait le fait en disant que les particules chaudes qui s'élèvent du fond de l'eau heurtent contre une surface large, et passent à côté des corps qui offrent moins de surface et de résistance. Il s'objectait à lui-même qu'ainsi on ne pouvait pas expliquer pourquoi la poussière flotte dans l'air, quoique plus pesante; il levait l'objection en disant que le mouvement qui porte les corps en haut n'a pas une direction unique. Aristote pense que Démocrite ne répondait pas à cette objection. Il accepte d'ailleurs le fait sans le discuter, sans le vérifier, et il l'explique de la manière suivante : « Ce qui est continu se laisse diviser avec plus ou moins de facilité, suivant qu'il se laisse plus ou moins facilement limiter; l'air est plus divisible que l'eau, l'eau que la terre. Une plus petite quantité est divisée plus facilement qu'une grande. Une surface large, embrassant une plus grande quantité

(1) *Ibid.*, IV, 4. 311 b 3.

(2) *Meteorologica*, IV, 7. 383 b 25. 384 b 16.

(3) *Meteorologica*, II, 3. 359 a 7 et suiv.

(4) Il distingue pourtant le poids d'un liquide de son épaisseur, et il remarque que l'eau salée est plus pesante que l'eau douce (*Met.*, II, 3. 359 a 6); mais il ne prend en considération que l'épaisseur du liquide en traitant des navires (*ibid.*, 359 a 7) et des œufs (*ibid.*, 359 a 12. 14).

d'eau, la divise moins facilement et surnage; un objet allongé la divise plus facilement et enfonce. Si la force par laquelle le poids du corps tend en bas l'emporte sur la résistance que le milieu continu oppose à la division, le corps ira plus vite en bas; si le poids est plus faible que la résistance du milieu, le corps surnagera (1). » Aristote semble d'ailleurs admettre que la forme d'un corps n'est pas la cause qui le fait descendre ou monter, mais influe seulement sur la vitesse avec laquelle il descend ou monte (2).

Les idées d'Aristote sur la pesanteur prévalurent dans les écoles péripatéticienne et stoïcienne. Cependant un disciple distingué de Théophraste, Straton (mort vers 270 av. J.-C.), admettait, comme Épicure, que tous les corps sont pesants et que les plus légers sont chassés en haut par les plus lourds comme le noyau que l'on presse entre les doigts (3). On ignore d'ailleurs comment il appliquait ce principe à la solution des questions posées par Aristote. Dans la collection des problèmes qui nous est parvenue sous le nom d'Aristote, et qui doit être en grande partie du temps de Straton (4), on demande pourquoi un bâtiment enfonce plus dans le port qu'en pleine mer, et on répond que c'est parce qu'il y a plus d'eau dans la haute mer que dans le port, et qu'une plus grande quantité d'eau résiste plus qu'une petite (5). Épicure, qui ne traitait de la physique que pour délivrer de la crainte des dieux et de celle de la mort, ne paraît pas avoir traité cette question toute spéculative. Au reste, la direction principalement morale et religieuse que prit la philosophie après Aristote dut entraver la culture et le développement de la physique dans les écoles philosophiques, et y arrêta cette science au point où elle était dans les ouvrages d'Aristote et de ses devanciers. La science des phénomènes naturels ne fit plus de progrès qu'entre les mains des mathématiciens.

§ 2. — D'Archimède à l'an 529 de l'ère chrétienne.

On ne sait si Euclide, qui vivait vers 300 av. J.-C., avait traité le problème d'hydrostatique auquel Aristote a touché (6). C'est Archi-

(1) *De Cælo*, IV, 6. — (2) *Ibid.*, IV, 6. 313 a 14; b 20.

(3) Simplicius (scholies de Berlin, 486 a 18). Stobée, *Eclogæ physicæ*, I, 348.

(4) Voir Prantl, *Mémoires de l'Académie de Munich*, VI, 341-377.

(5) *Problem.*, XXIII, 3. 931 b 9.

(6) Le fragment *De levi et ponderoso* qui a été ajouté pour la première fois aux ouvrages d'Euclide par Hervagius dans son édition (Basileæ, 1533, in-f°) se retrouve

mède qui aurait résolu la question, si on en croit une tradition généralement répandue dans l'antiquité et qui n'en est pas plus certaine (1). Le roi de Syracuse, Hiéron (269-215 av. J.-C.), avait offert à Jupiter une couronne d'or; il sut que l'orfèvre avait mêlé une certaine quantité d'argent à l'or qui lui avait été remis, et il demanda à Archimède de constater la fraude, sans qu'il fût nécessaire de détruire une offrande déjà consacrée. Archimède (et c'est peut-être ici que commence la légende), étant au bain, découvrit le moyen de résoudre le problème qui lui était posé, et, saisi d'enthousiasme, il sortit tout nu dans la rue, en s'écriant : εὕρηξα, εὕρηξα, je l'ai trouvé, je l'ai trouvé. Il composa un *Traité des corps flottants* où il établit le principe d'hydrostatique qui porte son nom et les conditions d'équilibre des conoïdes (2). Au jugement de Lagrange, cette seconde partie de l'ouvrage « est un des plus beaux monuments du génie d'Archimède et renferme une théorie de la stabilité des corps flottants à laquelle les modernes ont peu ajouté (3). » Quant à la première, les démonstrations d'Archimède ont été très-perfectionnées, parce qu'on s'est appuyé sur un principe qu'Archimède ignorait, à savoir, qu'un

sous une rédaction barbare, évidemment traduite littéralement du grec, dans le manuscrit de la Bibliothèque impériale, 7215, f^o 109-109 v^o, à la suite des énoncés du traité *De ponderibus* de Jordanus Nemorarius; et ce traité est lui-même sous le nom d'Euclide dans deux manuscrits du xvii^e siècle. Voir, plus bas, la note sur Jordanus Nemorarius.

(1) Voir Vitruve, IX, 3; Plutarque, *non posse suaviter vivi secundum Epicurum*, XI, 5; *Carmen de ponderibus*, 125 et suiv. (dans Wernsdorf, *Postæ Latini minores*, et dans Hultsch, *Metrologorum scriptorum reliquæ*, II, 88 et suiv.).

(2) Il ne reste du texte grec de cet ouvrage que les énoncés des hypothèses et des huit premières propositions du premier livre (encore l'énoncé de la dernière est-il incomplet), avec la démonstration de la première proposition. Ces fragments ont été publiés par Mai d'après deux manuscrits du Vatican, dans la collection intitulée : *Classici auctores e Vaticanis codicibus editi* (Romæ, 1728), I, 426. L'ouvrage ne nous est parvenu que dans la traduction latine que Tartaglia et Commandin ont eue entre les mains, et qui a été publiée pour la première fois dans son intégrité en 1565, à Venise, par les soins de Curtius Trojanus. Nous montrerons plus bas que cette publication est la seule base authentique qui puisse jusqu'ici servir à établir le texte de ce traité d'Archimède. — L'ouvrage est intitulé, dans les fragments publiés par Mai, *περὶ τῶν ὕδατι ἐφισταμένων ἢ περὶ τῶν ὀχουμένων*, dans la traduction latine, *de insidentibus aquæ*. Il est possible que Mai ait ajouté de sa propre autorité le second titre, sous lequel ce traité est toujours cité par les auteurs anciens, et qui signifie *des corps flottants*. Strabon (XV, p. 703) emploie même l'expression *ἢ περὶ τῶν ὀχουμένων πραγμάτων* avec la valeur de notre mot *hydrostatique*.

(3) *Mécanique analytique*, I, 168 (éd. Bertrand). Un juge compétent me dit que M. le baron Charles Dupin a beaucoup ajouté à cette portion des recherches d'Archimède dans l'ouvrage qui marqua ses brillants débuts dans la géométrie, *Développements de géométrie et de mécanique*.

liquide transmet en tout sens la pression exercée en vertu de la pesanteur par ses couches supérieures sur les inférieures.

En effet, Archimède débute en demandant qu'on lui accorde les propositions suivantes (1) : « Supposons que tout liquide soit de telle nature que, ses parties étant également situées et continues, la moins poussée soit chassée par la plus poussée, et en outre que chacune de ses parties soit poussée suivant la verticale par les parties qui sont au-dessus d'elle, quand le liquide descend et est pressé par quelque autre corps. » Avec ce principe, Archimède démontre facilement qu'un corps de même pesanteur (2) que le liquide où il est abandonné plongera tout entier, mais ne descendra pas plus bas, parce que les parties du liquide qui sont au-dessous ne seront pas plus pressées que celles qui sont à côté (3); et par conséquent le liquide sera en équilibre. Il n'a pas de peine non plus à démontrer qu'un corps plus pesant que le liquide où il est

(1) Voici cet énoncé d'après Mai et la traduction latine, que je cite toujours d'après l'édition de Curtius. Αἴτημα α'. Ὑποκείσθω τὸ ὑγρὸν τοιάνδε τινὰ φύσιν ἔχον, ὥστε, τῶν μερῶν αὐτοῦ ἐξ ἴσου κειμένων καὶ ὠθεισθαι (ce mot doit être supprimé) συνεχῶν ὄντων, ἐλαύνεσθαι τὸ ἥττον ὠθούμενον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον ὠθουμένου, (β') καὶ πάντων αὐτοῦ μέρων (lisez καὶ πάντα δὲ τὰ αὐτοῦ μέρη) ὠθεισθαι ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ ὑπεράνω αὐτοῦ ὄντος κατὰ κάθετον, ἐὰν τὸ ὑγρὸν ἢ καταβαῖνον ἐν τινι καὶ ὑπό τινος ἐτέρου πιεζόμενον. « Suppositio prima. Supponatur humidum habens talem naturam, ut, partibus ipsius ex æquo jacentibus et existentibus continuis, expellatur minus pulsa a magis pulsa. Et unaquæque autem partium ipsius pellitur humido quod supra ipsius existente secundum perpendicularem, si humidum sit descendens in aliquo et ab alio aliquo pressum. » L'intelligence de l'expression ἐξ ἴσου κειμένων offre quelque difficulté. Tartaglia (*Regionamenti sopra la sua travagliata inventione*, Venetia, 1551, *Rag. primo*) l'interprète par « egualmente distante dal centro del mondo over della terra; » et c'est en effet le sens qu'elle a dans la suite du traité, mais après qu'Archimède a démontré que la surface d'un liquide immobile est celle d'une sphère qui a pour centre le centre de la terre.

(2) Il faut ajouter *spécifique*, expression à laquelle rien ne répond dans Archimède. Il dit (théorème III) : Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ ἰσομεγέθη καὶ ὑποβαρῆ (lisez ἰσοβαρῆ) τῶ ὑγρῶ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν βαπτισθήσονται, ὥστε τὴν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείαν μὴ ὑπερβάλλειν, καὶ οὐκέτι οἰσθήσεται εἰς τὰ κατωτέρω. « Solidarum magnitudinum quæ æqualis molis et æqualis ponderis cum humido dimissæ in humidum demergentur ita ut superficiem humidi non excedant nihil (le traducteur a lu μηδὲν dans son manuscrit), et non adhuc referentur inferius. »

(3) Th. III : « Similiter enim prementur omnes partes humidi ex quo (lisez ex æquo) positæ, quia solidum est æque grave. » Peyrard traduit fort inexactement (*Œuvres d'Archimède*, p. 372) : « Les parties du fluide étant également placées, le pressent semblablement. » — Archimède démontre que le corps plongera tout entier, en établissant que si (le liquide étant supposé immobile) une portion du corps restait au-dessus de la surface, la portion du liquide placée sous le corps serait plus pressée que celle qui est à côté, et le liquide ne serait pas immobile.

abandonné descendra jusqu'au fond (1), parce que les parties du liquide qui sont au-dessous seront plus pressées que celles qui sont à côté; et par conséquent le liquide ne sera en équilibre que quand le corps aura atteint le fond (2). Mais il était plus embarrassant d'établir au moyen de ce principe qu'un corps plus léger que le liquide où il est abandonné restera en partie au-dessus de la surface (3). Voici comment Archimède a procédé.

Soit un solide plus léger que le liquide. Supposons qu'il soit entièrement plongé dans le liquide, s'il est possible, sans qu'aucune partie ne s'élève au-dessus de la surface. Supposons que dans ces conditions le liquide reste immobile. Que l'on se représente un plan mené par le centre de la terre (4), le liquide et le solide; la surface

(1) Th. VII : Τὰ βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ στερεὰ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν οἰσθήσεται κάτω, ἕως οὗ καταβαίνωσι. « Graviora humido dimissa in humidum ferrentur (*lisez ferentur*) deorsum, donec descendant. » Le sens exige καταβῶσι, « descenderint. » Le présent est impropre ici. Le traducteur latin a lu encore dans le texte de la démonstration καταβαίνῃ, « descendat. »

(2) Th. VII : « Partes enim humidi quæ sub ipsius (*en grec τὰ ὑπ' αὐτοῦ*) premuntur magis quæ (*lisez quam*) partes ex quo (*lisez æquo*) ipsas (*lisez ipsis*) jacentes, quoniam solida magnitudo supponitur gravior humido. » La traduction de Peyrard (p. 376), qui a suivi le texte de Commandin, n'est pas claire : « Les parties du fluide qui sont au-dessous sont plus pressées que les parties qui leur sont également adjacentes. » Archimède veut dire : « qui sont à la même distance qu'elles du centre de la terre. »

(3) Th. IV : Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα, εἰς ὑγρὸν καθιῶνται, οὐχ ὅλα βαπτισθήσεται, ἀλλ' ἔσται τι αὐτῶν καὶ ἔξω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. « Solidarum magnitudinum quæcumque levior fuerit humidi (*sic*) dimissa in humidum non demergetur tota, sed erit aliquid ipsius extra superficiem humidi. »

(4) Archimède a démontré précédemment (Th. II) que la surface d'une eau tranquille et immobile est une surface de sphère qui a pour centre le centre de la terre; et c'est toujours au centre de la terre qu'il rapporte la situation des différentes parties du liquide qu'il considère dans ses démonstrations.

du liquide sera coupée suivant la circonférence abc , le solide suivant la figure où est r ; le centre de la terre sera k . Que l'on se représente encore une pyramide comprenant r et ayant le point k pour sommet, coupée par le plan abc suivant ak , kb . Prenons une autre pyramide égale et semblable, coupée par le plan abc suivant bk , kc . Décrivons ensuite dans le liquide, au-dessous de r , une surface de sphère, avec k pour centre, qui sera coupée par le plan abc suivant xop . Enfin, qu'on se représente dans la pyramide bkc un volume de liquide h (1) égal au solide r . La partie du liquide qui est sous la surface xo et celle qui est sous la surface op sont situées également et continues; mais elles ne sont pas également pressées. Celle qui est sous xo est pressée par le solide r et par le liquide qui le contient et qui est renfermé dans $abox$; celle qui est sous op est pressée par le volume de liquide h et par le reste du liquide contenu dans $pobc$. Mais le poids du solide r est moindre que celui du volume de liquide h , puisque r est d'un volume égal, mais est supposé plus léger que le liquide; et, d'autre part, les poids des portions du liquide qui contiennent r et h sont égaux, puisque les pyramides sont égales (2). Donc la portion du liquide qui est sous op sera plus pressée, et chassera la portion la moins pressée; et le liquide ne restera pas immobile (3); or on supposait qu'il restait immobile. Donc le corps ne plongera pas tout entier, et une portion restera au-dessus de la surface du liquide.

Logiquement, la démonstration est irréprochable. Le corps abandonné dans le liquide sera entièrement plongé, ou il ne sera pas entièrement plongé. Ce sont là des propositions contradictoirement opposées, dont l'une est nécessairement vraie, si l'autre est fausse. Mais cette démonstration indirecte et négative ne nous montre pas *physiquement* comment le corps spécifiquement plus léger que le liquide est poussé en haut. On voit bien que si le corps reste entièrement plongé dans l'une des pyramides liquides, l'autre sera plus

(1) Th. IV : Intelligatur autem et magnitudo ($\mu\acute{\epsilon}\gamma\epsilon\theta\omicron\varsigma$) absumpta (*sans doute ἀποληφθέν*) ab humido, quæ secundum h . » Peyrard est encore ici très-inexact en traduisant (p. 373) « un solide H qui soit composé du fluide. » Archimède ne suppose nulle part la solidification d'une portion du liquide.

(2) J'ai suivi Commandin, qui a transformé ainsi le texte de la traduction latine où on lit : « humidi continentis magnitudines r/h eritque pyramidum æqualis ; » ce qui n'a aucun sens.

(3) « Magis igitur premitur pars humidi quod sub superficiebus quæ secundum periferiam op (*en grec, τὸ μέρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ ὑπὸ ταῖς ἐπιφανείαις τὸ κατὰ τὴν περιφέρειαν*). Expellet ergo quod minus premitur, et non manet humidum non motum. »

pesante et chassera la moins pesante avec tout ce qu'elle contient; mais on ne voit pas comment une action en particulier sera exercée sur le corps qui y est contenu. Aussi Archimède, avant de traiter de l'équilibre des conoïdes, est-il obligé de demander qu'on lui accorde que le corps poussé en haut dans un liquide monte suivant la verticale qui passe par son centre de gravité (1). Il démontre sans doute facilement que la portion d'un corps plus léger que le liquide, qui y est plongée, est égale à un volume du liquide dont le poids est le même que le poids du corps entier (2). En effet, la construction étant la même que plus haut, soit $bhtc$, la portion du corps $ehtf$ qui est plongée dans le liquide, le liquide étant immobile; soit $rsqy$, un volume de liquide égal à $bhtc$. Si le liquide reste immobile, toutes

les parties également situées seront également pressées. Le liquide sera donc également pressé sous les surfaces xo op . Les poids qui les pressent seront donc égaux. Mais le poids du liquide qui est dans la première pyramide moins $bhtc$, est égal au poids du liquide qui est dans la seconde pyramide, moins $rsqy$. Donc le poids du corps $ehtf$ est égal au poids de la portion de liquide $rsqy$. Donc, etc.

Mais Archimède est obligé de procéder indirectement pour

(1) Λήμμα ἢ ὑπόθεσις. Ὑποκείσθω τῶν ἐν ὑγρῷ ἄνω φερομένων ἕκαστον ἄνω φέρεσθαι κατὰ κάθετον ἥτις ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους αὐτῶν ἐκβάλλεται. « Suppositio II. Supponatur eorum quæ in humido sursum feruntur unumquodque sursum ferri secundum perpendicularem quæ per centrum gravitatis ipsorum producitur. »

(2) Th. V : Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα, εἰς τὸ ὑγρὸν καθειμένα, ἐπὶ τοσοῦτον βαπτισθήσεται, ἐφ' ὅσον τοσοῦτον τοῦ ὑγροῦ ὄγκον, ὅσος ἐστὶν ὁ τοῦ βαπτισθέντος μέρους, ἰσοβαρεῖ (lisez ἰσοβαρῆ) εἶναι τῷ ὅλῳ μεγέθει. « Solidarum magnitudinum quæcunque fuerit levior humidi dimissa in humidum in tanto demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est moles demersæ, habeat æqualem gravitatem cum tota magnitudine. »

démontrer qu'un corps plus léger que le liquide où il est enfoncé de force se relève et est porté en haut avec une force égale à la quantité dont le poids d'une portion de liquide égale au corps surpasse le poids du corps (1). En effet, soit un corps a plus léger

que le liquide, et d'un poids égal à b ; soit bc le poids d'un volume de liquide égal à a . Prenons un corps d dont le poids soit égal à c . Le corps composé des corps a et d sera plus léger que le liquide; car le poids de ad est égal à bc ; et le poids d'un volume de liquide égal à ad sera plus grand que bc , puisque bc est le poids d'un volume de liquide égal à a . Si on abandonne le corps composé de a et de d dans le liquide, il plongera jusqu'à ce que la portion qui est au-dessous de la surface du liquide soit égale à un volume du liquide dont le poids soit le même que le poids total du corps. Soit $abcd$ la surface du liquide. Puisqu'un volume du liquide égal à a a le même poids que ad , a sera entièrement en dessous de la surface du liquide, d sera entièrement au-dessus (2). Donc le corps a est poussé en haut par une force égale à la force avec laquelle il est poussé en bas par le corps d qui est au-dessus de lui, puisque l'un des deux corps ne chasse pas l'autre. Mais d est poussé en bas par un poids égal à c .

(1) Th. VI : Τὰ στερεὰ ὑγροῦ κορυφότερα, βία εἰς τὸ ὑγρὸν πιεσθέντα, ἐπανιστάμενα φέρονται ἐπὶ τὰ ἄνω τοσαύτη δυνάμει, ὅσῃ τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ μεγέθει βαρύτερόν ἐστι τοῦ μεγέθους. « Solida leviora humido, vi pressa in humidum, surrexi (sic; sans doute surrecta) feruntur tanta vi ad superius, quanto humidum habens molem æqualem cum magnitudine est gravius magnitudine. » Peyrard traduit inexactement (p. 375) *vi* par *viïesse* dans le texte de la démonstration.

(2) On lit à la suite de cette phrase, dans la traduction latine, *si enim*. Tartaglia supprime ces mots dans sa traduction italienne (*Raggionamenti, etc. Ragg. primo*); Commandin les remplace par un astérisque, que les éditeurs subséquents ont supprimé. Le sens n'indique pas de lacune. Peut-être y avait-il : « En effet, si a n'était pas entièrement au-dessous de la surface, le volume du liquide égal à la portion plongée aurait un poids moindre que ad . »

Donc a sera poussé en haut par une force égale à c , excès du poids bc du liquide sur le poids b du corps a .

Archimède suit la même marche pour démontrer qu'un corps plus pesant que le liquide où il est plongé, y sera plus léger d'une quantité égale au poids d'un volume du liquide qui est le même que le volume du corps (1). En effet, soit a le corps plus pesant que le liquide; soit bc le poids de ce corps; soit b le poids

d'un volume de liquide égal au volume d' a . Il faut démontrer que le poids de a dans le liquide sera égal à c . Prenons le corps d , plus léger que le liquide; soit b le poids de ce corps; soit bc le poids d'un volume de liquide égal au volume de d . Un corps composé des corps a et d sera aussi pesant que le liquide. Car le poids de ce corps sera égal à bc plus b , et le poids d'un même volume du liquide sera aussi égal à bc plus b . Le corps composé de a et d , étant abandonné dans le liquide, ne se portera ni en haut ni en bas. Car le corps a , qui est plus pesant que le liquide, se portera en bas de la même force avec laquelle il sera retiré en haut par le corps d . Mais le corps d , qui est plus léger que le liquide, se portera en haut avec une force égale à c , excès du poids bc d'un volume du liquide égal à d sur le poids b de d . Donc a se portera en bas avec une force égale à c ; et le poids de a dans le liquide sera égal à c .

On voit quels détours Archimède est conduit à employer pour démontrer ces propositions, faute de savoir que la pression subie par une portion d'un liquide est transmise dans tous les sens. Il démontre que la chose doit se passer de telle façon, mais il ne montre pas pourquoi elle est ainsi. Au reste, si les conditions d'équilibre des corps abandonnés dans un liquide n'étaient pas rapportées à leur véritable cause, elles n'en étaient pas moins formulées avec une rigoureuse précision. Nous allons voir ce que devinrent ces formules.

(1) Th. VII : Τὰ βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ στερεὰ . . . ἔσται τοσοῦτω κωφότερα ἐν τῷ ὑγρῷ, ὅσον ἔχει τὸ βάρος τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ στερεῷ μεγέθει. « Graviora humido . . . erunt leviora in humido tantum, quantum habet gravitas humidi habentis tantam molem, quanta est moles solidæ magnitudinis. »

Il faut que l'ouvrage d'Archimède ait été très-peu répandu; car on rencontre à peine dans l'antiquité quelques vestiges de ce qu'il y enseigne. Les uns y font des allusions plus ou moins vagues, les autres l'ignorent complètement.

Héron d'Alexandrie, qui, vers la fin du second siècle avant Jésus-Christ (1), cultiva avec éclat la mécanique pure et appliquée, cite le troisième théorème d'Archimède et, il faut le dire, l'applique assez mal à propos pour résoudre la question de savoir comment ceux qui plongent au fond de l'eau supportent une masse énorme d'eau sans être écrasés (2): « Quelques-uns disent que l'eau ne pèse pas en elle-même (3); mais ils ne démontrent pas comment ceux qui sont au fond de l'eau ne sont pas écrasés par l'eau qui est au-dessus. Voici comment il faut le démontrer: supposons un corps solide (4) de même poids que l'eau et de même forme que la colonne d'eau qui est au-dessus du plongeur et repose sur la surface de son corps. Mettons ce solide dans l'eau de telle sorte que sa surface inférieure s'adapte au corps du plongeur comme la colonne d'eau qu'il supportait. Il est évident que ce solide ne dépassera pas la surface de l'eau, et ne descendra pas non plus (car Archimède a démontré, dans son traité *des Corps flottants*, que tout corps d'un poids égal à l'eau, abandonné dans l'eau, ne montera pas au-dessus de l'eau et ne descendra pas). Le solide n'écrasera donc pas ce qui est au-dessous de lui (5); car comment un corps qui ne tend pas à descendre peut-il écraser? De même l'eau, qui occupe la place où nous avons supposé le solide, n'écrasera pas ce qui est au-dessous; car le corps solide ne diffère du liquide qui occupe la même place, qu'au point de vue de la mobilité. » Héron, ou l'auteur de ce raisonnement, a oublié qu'Archimède n'admet pas du tout qu'un corps de même pesanteur spécifique que l'eau ne presse pas ce qui est au-des-

(1) M. H. Martin, dans ses *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie* (Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des inscriptions, t. IV, 1854), le fait vivre jusqu'au milieu du 1^{er} siècle (p. 26-28). Mais M. Hultsch (*Metrologicorum*, etc., I, p. 9) réfute cette opinion par des raisons qui me semblent bonnes.

(2) *Spiritualia* (*Mathematici veteres*, éd. Thévenot), p. 151. Je ne sais si tout est d'Héron dans cet ouvrage sans doute extrait et remanié.

(3) τὸ ὕδωρ ἰσοβαρὲς αὐτὸ καθ' ἑαυτὸ ἐστίν.

(4) σῶμά τι.

(5) On lit dans le texte la phrase suivante: ἀφαιρεθέντων δὲ τῶν ἄνωθεν θλιβόντων μένει τὸ σῶμα ἐν τῷ αὐτῷ · πῶς οὖν κ. τ. ε. Cette phrase interrompt complètement la suite des idées. Je l'ai passée et j'ai traduit comme s'il y avait πῶς γὰρ. Il y a sans doute ici une transposition; cependant je ne vois pas où l'on pourrait replacer cette proposition.

sous ; le corps ne descend pas plus bas, parce que la pression exercée par l'eau qui est à côté de lui sur ce qui est au-dessous est égale à celle que le corps exerce lui-même. Remarquons d'ailleurs l'hypothèse employée ici, qui est analogue à celle dont on se sert aujourd'hui pour démontrer le principe d'Archimède.

Strabon, contemporain d'Auguste, cite le second théorème d'Archimède, que la surface d'une eau tranquille est celle d'une sphère ayant pour centre le centre de la terre (1); et il s'exprime correctement, quand il dit (2), du lac Sirbonis ou Serbonis, que ses eaux sont tellement *pesantes*, que celui qui y entre est soulevé jusqu'au nombril.

Vitruve, contemporain de Strabon, cite aussi le second théorème d'Archimède (3); mais à la manière dont il rapporte comment Archimède a découvert la fraude de l'orfèvre qui avait trompé Hiéron, on voit qu'il n'avait pas lu lui-même Archimède. « En se mettant dans un bain de siège, dit-il (4), Archimède s'aperçut que, plus son corps enfonçait dans l'eau, plus il sortait d'eau de la baignoire; et c'est ce qui lui donna l'idée du moyen propre à découvrir la fraude. Il fit fondre deux lingots du même poids que la couronne, l'un d'or et l'autre d'argent. Il remplit d'eau jusqu'au bord un grand vase, où il abandonna le lingot d'argent. Le lingot d'argent fit sortir du vase un égal volume d'eau. Archimède le mesura, et, après avoir retiré l'argent du vase, remit la même quantité d'eau. Il fit de même pour l'or, et trouva que la quantité d'eau qui était sortie du vase était moindre d'une quantité égale à la différence des volumes de l'or et de l'argent sous le même poids. Puis, remplissant de nouveau le vase, il y mit la couronne, et, trouvant qu'elle faisait sortir plus d'eau qu'un lingot d'or du même poids, il en conclut la proportion dans laquelle l'argent avait été mêlé à l'or. » Cette méthode est évidemment peu rigoureuse (5). On ne saurait mesurer exactement la différence entre les volumes d'eau déplacés par des volumes d'or et d'argent de petite dimension. Ensuite il n'est guère possible, quand on a ôté du vase le corps solide, d'y remettre juste autant d'eau qu'il en est sorti, et même de ne laisser sortir qu'un volume d'eau égal à celui du corps solide. Il est certain, d'après le traité d'Archimède, qu'il a dû comparer les poids et non les volumes. La tradition rapportée par Vitruve et aussi par Plutarque (6) montre qu'on était peu familier avec les principes établis par Archimède.

(1) I, p. 53. — (2) XVI, p. 763. — (3) VIII, 6. — (4) IX, 3.

(5) Tartaglia, Marinus Ghetaldus et Galilée l'ont remarqué. Voir plus bas.

(6) *Non posse suaviter vivi secundum Epicurum*, XI, 5.

Sénèque avait puisé dans un auteur, probablement Posidonius, qui avait sur ce point des notions plus exactes; car on lit dans les *Quæstiones naturales* (III, 25, 5-7): « On sait qu'il y a des lacs qui portent ceux qui ne savent pas nager. Il y avait autrefois en Sicile, et il y a encore aujourd'hui en Syrie, un lac où les briques surnagent et où les corps qu'on lance ne peuvent enfoncer, quoique assez pesants. Pèse n'importe quoi, et compare le poids à celui de l'eau, pourvu que, de part et d'autre, la quantité (1) soit la même. Si l'eau est la plus pesante, elle portera le corps qui est le plus léger, et l'élèvera d'autant plus qu'il sera plus léger. Si le corps est le plus pesant, il descend; mais si le poids de l'eau est égal à celui du corps que tu compares, il ne descendra pas, et il ne s'élèvera pas non plus au-dessus de la surface; le corps sera dans les mêmes conditions que l'eau; il flottera, à la vérité, mais presque entièrement plongé, sans qu'aucune portion sorte de l'eau. Voilà pourquoi certains bois sortent presque entièrement en dehors de l'eau, tandis que d'autres plongent à moitié et que d'autres plongent de manière à être en équilibre avec l'eau. En effet, les poids de l'un et de l'autre étant égaux, aucun ne le cède à l'autre: le plus pesant descend, le plus léger surnage. Une chose est lourde ou légère, non pas d'après l'impression qu'elle fait sur nous, mais par comparaison avec ce qui doit la porter. Par conséquent, si une eau est plus lourde qu'un homme ou qu'une pierre, elle ne laisse pas enfoncer ce qui ne la surpasse pas en pesanteur. C'est ainsi que, dans certains lacs, des pierres mêmes ne sont pas submergées. »

Les mêmes notions se rencontrent dans la tradition médicale de ce temps. Les médecins avaient fait une attention particulière aux mesures de poids et de capacité, à cause du dosage des médicaments (2). Ils avaient remarqué que tel liquide est spécifiquement plus lourd que tel autre, et ils en donnaient des évaluations. Galien (131-200 après Jésus-Christ), en rapportant les faits consignés dans la *Météorologie* d'Aristote, les attribue à la *pesanteur*, et non à l'*épaisseur* du liquide. « De même que dans la mer, dit-il (3), les bâtiments supportent, sans s'abîmer, des chargements plus forts que sur les lacs ou sur les fleuves, de même, dans la mer Morte, ils supportent des chargements beaucoup plus considérables que sur la mer.

(1) Le texte porte *modus*, expression assez vague pour désigner ce que nous appelons *volume*.

(2) Voir Hultsch, *Metrologorum scriptorum reliquæ*, I, 65 et suiv.

(3) *De simplicium medicamentorum temperamentis ac facultatibus*, IV, 20 (éd. Kuhn, XI, 690).

En effet, l'eau de la mer Morte est plus pesante que celle de la mer, dans la même proportion que l'eau de la mer est plus pesante que celle des lacs et des fleuves. » On mesurait la pesanteur spécifique des liquides au moyen d'un instrument, qui est notre aréomètre à poids constant. Voici comment il est décrit (v. 103 et suiv.) dans un poëme latin, composé peut-être au iv^e ou au v^e siècle de l'ère chrétienne (1), sur les poids employés par les médecins : « On façonne avec de l'argent ou de l'airain un cylindre de la longueur de l'intervalle qui sépare les nœuds du roseau ; on le leste à la partie inférieure pour qu'il n'enfoncé pas entièrement et ne sorte pas entièrement du liquide. On trace du sommet à la base du cylindre une ligne droite que l'on partage en autant de divisions que le cylindre pèse de *scrupules* (1^{sr}, 137). On pourra ainsi constater le poids d'un liquide. S'il n'est pas dense, la plus grande partie du cylindre s'enfoncé ; s'il est dense, la plus grande partie surnage. Si le cylindre s'enfoncé de 21 degrés dans un liquide et de 24 dans un autre, le premier liquide sera plus pesant que le second d'une *dragme* (3^{sr}, 411). Si l'on prend le même volume de deux liquides, le plus dense pèsera le plus ; si l'on prend le même poids, le moins dense aura le volume le plus considérable (2). » Le même auteur rapporte (v. 124 et suiv.) la manière dont Archimède a découvert la fraude de l'orfèvre, mais plus exactement que Vitruve et Plutarque. Voici comment il l'expose (3) : « On met en équilibre dans une balance des poids égaux d'or et d'argent purs ; ensuite on pèse les métaux dans l'eau. Aussitôt qu'ils sont dans l'eau, l'or fait pencher la balance ; car il est plus dense que l'argent, comme l'eau est plus dense que l'air ; supposons que dans l'eau une livre d'or pèse trois dragmes (10^{sr} 233) de plus qu'une livre d'argent. Ensuite on pèse dans l'air l'or mêlé à l'argent et un poids égal d'argent pur, puis on les pèse dans l'eau. L'or mêlé à l'argent pèsera davantage dans l'eau. Supposons que la différence soit de 18 dragmes (61^{sr} 398) : on conclura qu'il n'y a que six livres d'or dans l'alliage et que le reste est de l'argent. On pourra

(1) Il est intitulé *Carmen de ponderibus* ou *de ponderibus et mensuris*, et porte dans quelques manuscrits le nom de Priscien, sous lequel il a été imprimé, en particulier, dans la collection des *Poetæ latini minores*. Mais on s'accorde aujourd'hui à reconnaître que ce poëme n'est pas de Priscien. Voir Hultsch, *Metrologicorum*, etc., II, 24.

(2) La transposition des vers 113-115 proposée par Christ me paraît nécessaire. Mais les vers 119-121 ne me semblent pas clairs.

(3) J'ai traduit librement. Il y a quelque obscurité dans certains détails de l'exposition. La balance dont parle l'auteur est une romaine.

comparer de la même manière un alliage d'or et d'argent avec de l'or pur; le poids dont l'or pur surpassera l'alliage dans l'eau indiquera la quantité d'argent. Au reste, on n'a pas besoin d'eau pour arriver au même résultat. On prend un volume d'or qui pèse une livre (327^{gr}45), et un volume d'argent égal à ce volume d'or. Le poids du volume d'argent ne sera pas le même, puisque l'or est le plus dense. On pèse le volume d'argent; supposons qu'il ait deux onces (54^{gr}58) de moins que l'égal volume d'or. Ensuite on prend un volume d'argent égal au volume de l'or soupçonné d'alliage. On pèse ces deux volumes; supposons que la différence soit de six onces (163^{gr}73). Six onces étant le triple de deux onces, on conclura qu'il n'y a que trois livres d'or et que le reste est de l'argent. Si on ne peut reproduire un volume d'argent égal au volume de l'or soupçonné d'alliage, on prendra de la cire et on pèsera un égal volume de cire et un égal volume d'argent; supposons que le poids de l'argent soit quadruple. On reproduira avec la même cire le volume de l'or soupçonné d'alliage; en quadruplant le poids de cette cire, on aura le poids d'un égal volume d'argent. »

Il est peu probable que les mathématiciens ne connussent pas le traité d'Archimède sur les corps flottants. Mais nous n'avons pas sur ce point des renseignements précis. Nous ne savons pas si la question avait été traitée par Hipparque (vers 150 avant Jésus-Christ), dans son traité *des Corps qui sont portés en bas par la pesanteur*; par Ptolémée (fin du II^e siècle de l'ère chrétienne), dans son traité *des Tendances des corps à monter ou à descendre* (περὶ Ῥοπῶν). Nous savons seulement que Ptolémée soutenait (1), contrairement à l'opinion d'Aristote, que l'air ne pèse pas dans l'air, parce qu'une outre gonflée est non pas plus pesante, mais plus légère que dégonflée. Il disait de même que l'eau ne pèse pas dans l'eau, parce que les plongeurs, même à de grandes profondeurs, ne sentent pas le poids de l'eau qui est au-dessus d'eux. Il est étrange que Pappus (fin du IV^e siècle de l'ère chrétienne) ait cité le traité d'Archimède *des Corps flottants* comme un ouvrage de mécanique appliquée et amusante, avec ceux de Héron (2): évidemment il n'en connaissait que le titre.

(1) Simplicius, commentaire sur le *de Cælo* (scholies de Berlin, 517 a 47).

(2) *Collectiones mathematicæ*, VIII, Proœmium. Voici le texte grec tel que Commandin le donne dans la préface de son édition d'Archimède, *De iis quæ vehuntur in aqua* (Bononiæ, 1565): Καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ πάλαιοι καὶ τοὺς θαυμασιουργούς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνούσιν, ὡς Ἡρώων Πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρτων ἐμφύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς Ἡρώων αὐτομάτοις καὶ ζυγίοις, ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχουμένοις.

Quant aux philosophes, ils paraissent avoir ignoré complètement le traité d'Archimède et ce qui y était enseigné : la chose est d'autant plus remarquable que plusieurs étaient très-versés dans les mathématiques. Les ouvrages d'Aristote avaient pris, du temps de l'empire, une importance croissante, et dès le iv^e siècle ils faisaient, avec les dialogues de Platon, tout le fond de l'enseignement et de la tradition philosophique dans les écoles d'Alexandrie et d'Athènes (1). Les passages des traités *du Ciel* et de *la Météorologie*, où Aristote touche aux questions traitées par Archimède, ont été alors commentés, sans que les commentateurs paraissent soupçonner les principes qui s'y appliquent.

Je ne sais si le traité *des Plantes*, faussement attribué à Aristote, est de Nicolas de Damas (2), contemporain d'Auguste. Ce qui est certain, c'est que l'auteur reproduit sans modification les doctrines d'Aristote. Certains bois et certaines pierres surnagent, parce que l'air qu'ils contiennent les ramène à la surface. Un œuf enfonce dans l'eau douce et surnage dans l'eau salée, parce que l'eau salée, étant plus épaisse, ne se laisse pas diviser comme l'eau douce et peut soutenir un poids qu'une eau moins épaisse ne supporte pas (3).

Alexandre d'Aphrodisiade, contemporain de Septime Sévère, et Olympiodore (vers 564), ne font, en commentant la *Météorologie*, aucune mention de l'explication que nous avons rencontrée dans Sénèque. Ils reproduisent l'explication d'Aristote qui attribue tout à l'épaisseur de l'eau (4).

Thémistius (vers 350) avait fait une paraphrase du traité *du Ciel*, que nous n'avons conservée que dans une barbare traduction latine (5). On y entrevoit que Thémistius niait que l'air fût pesant

(1) Voir Zeller, *Die Philosophie der Griechen*, III, 2, p. 675.

(2) Voir la préface de l'édition de cet ouvrage publiée par Meyer, *Nicolai Damasceni de Plantis libri II*, Lipsiæ, 1841. On n'a pas conservé le texte grec original. Celui que donne Bekker dans son édition d'Aristote (814 et suiv.) est traduit d'une ancienne traduction latine.

(3) *De plantis*, II, 2. 823 a 24-30. 824 a 22-23.

(4) Voir le Commentaire d'Alexandre (éd. Alde, 1527), f^o 98 v^o, et celui d'Olympiodore (Venise, 1551), f^o 36. — Dans la collection de problèmes de physique et de médecine attribuée à Alexandre d'Aphrodisiade, il est demandé (II, 77) pourquoi une pierre, par elle-même, enfonce dans l'eau, et surnage si elle est soutenue par du bois. On répond que l'air qui est dans les pores du bois le soulève et le fait surnager malgré le poids dont il est chargé, tandis que la pierre, qui est plus compacte, ne laisse pas pénétrer l'air et par conséquent ne peut surnager.

(5) Elle est faite d'après l'hébreu, lequel était sans doute traduit de l'arabe, et l'arabe du syriaque. Themistii... *paraphrasis in libros quatuor Aristotelis de*

dans l'air, parce qu'alors l'air ne resterait pas dans son lieu naturel, mais tendrait à en sortir : ce qui est en contradiction avec les principes d'Aristote. Il niait aussi que l'outre gonflée fût plus pesante que dégonflée. Il cherchait en conséquence une autre solution au problème du morceau de bois d'un talent et du morceau de plomb d'une mine : il prétendait que le morceau de bois, présentant plus de surface, divise l'eau moins facilement que l'air, tandis que le morceau de plomb divise l'eau plus facilement, parce qu'il présente moins de surface.

On pourrait penser, et on a pensé en effet (1), que Simplicius (vers 529) a mentionné le principe d'Archimède, quand il dit dans son Commentaire sur le Traité du ciel (2) : « Un assez grand nombre de gens ont pensé que, si les corps qui descendent vont d'autant plus vite qu'ils descendent davantage, c'est que, plus ils sont haut, plus la masse d'air qui les soutient est considérable, et que, plus ils sont bas, moins elle est grande; ils pensent aussi que les corps descendent d'autant plus vite qu'ils sont plus pesants, parce qu'ils divisent plus facilement l'air qui est au-dessous d'eux. En effet, si les corps qui descendent dans l'eau paraissent plus légers, parce que l'eau les soutient et résiste au mouvement qui les porte en bas, il est naturel qu'il en soit de même dans l'air, et que, plus la masse d'air qui est au-dessous d'un corps est considérable, plus ce corps soit soutenu et semble léger. » Mais ce passage me semble plutôt montrer que Simplicius ignorait absolument les doctrines d'Archimède, puisqu'il croit que la résistance de l'eau au corps qui descend est d'autant plus grande que la quantité de l'eau qui est au-dessous du corps est plus considérable, et qu'il ne fait aucune mention du rapport de la pesanteur spécifique de l'eau à celle du corps. Il ne fait pas d'ailleurs la moindre allusion au principe d'Archimède, et se contente de développer l'explication d'Aristote, quand il arrive au passage où Aristote cherche à expliquer pourquoi le morceau de bois surnage, tandis que le morceau de plomb enfonce. Simplicius traite la question de savoir si l'eau pèse dans l'eau et l'air dans l'air. Il répond (3) à Ptolémée que les plongeurs ne sentent pas le poids de l'eau qui est au-dessus d'eux, parce qu'ils sont « comme ces animaux qui vivent dans les trous d'un mur. L'eau, qui est au-dessus,

cælo nunc primum in lucem edita Moyse Alatino Hebræo spoletino medico ac philosopho interprete (Venetiis, 1574), f° 62 v° 63.

(1) Voir Martin, *Études sur le Timée*, II, 275.

(2) Scholies de Berlin, 485 b 9.

(3) Éd. Karsten, 313 b 37.

au-dessous et à côté des plongeurs, s'appuie de tous les côtés sur elle-même, comme les parties du mur qui sont au-dessus, au-dessous et à côté des animaux qu'elles entourent. Si l'eau n'avait pas cette continuité, les plongeurs en sentiraient le poids. » Il est remarquable que Simplicius ait essayé de vérifier par l'expérience si l'outre gonflée pesait plus, moins ou autant que dégonflée : « J'ai fait, dit-il (1), l'expérience avec toute l'exactitude possible, et j'ai trouvé que le poids de l'outre était le même avant et après qu'elle avait été gonflée. Il en résulterait que les éléments ne pèsent pas dans leur lieu propre..... Mais (2) Aristote ayant dit que l'outre gonflée était plus pesante que dégonflée, il est difficile de ne tenir aucun compte de l'assertion d'un homme aussi exact. Il est possible que l'air insufflé dans l'outre par une bouche humaine soit un peu humide et en outre condensé (3) par la continuité de l'insufflation, de telle sorte que l'outre pèse un peu plus d'une quantité qu'on ne saurait négliger, si l'on veut être exact. »

§ 3. — De l'an 529 de l'ère chrétienne à 1565.

Le respect presque superstitieux que Simplicius témoigne pour l'autorité d'Aristote, et qui était général chez les hommes qui représentaient alors la philosophie antique, se transmet avec les écrits d'Aristote et de ses derniers commentateurs aux Arabes et aux scolastiques de l'Occident. La philosophie et les sciences sont restées pendant le moyen âge, à très-peu de modifications près, dans l'état où elles étaient au vi^e siècle de l'ère chrétienne.

En ce qui concerne la connaissance du principe d'Archimède, on retrouve au moyen âge, soit chez les Arabes, soit chez les Latins, la même séparation que dans l'antiquité : la tradition mathématique connaît ce principe, mais la tradition philosophique l'ignore.

Le mathématicien arabe Amed ben Mohammed ben Abd Adjalil Alsidjzi a copié, en 969, les principaux énoncés du premier livre du traité d'Archimède sur les corps flottants (4). Mais on ne trouve au-

(1) Scholies de Berlin, 517 b 9.

(2) Éd. Karsten, 314 b 14.

(3) Le texte de Karsten porte *πληρούμενος*, la traduction de Guillaume, *compactus*. Il me semble que le sens exige *πιλούμενος*.

(4) Manuscrit de la Bibl. impériale, supplément arabe, 952, 2, fo 22 v^o. Voir Woepcke, *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des sciences (sciences mathématiques et physiques)*, XIV, p. 664.

cune trace de ces notions dans Averroës, le célèbre commentateur d'Aristote (1120-1198). Il dit, dans son commentaire sur la Météorologie d'Aristote (1), que les animaux jetés dans la mer Morte n'enfoncent pas à cause de la grande quantité d'élément terrestre qui est mêlé à l'eau. Dans son commentaire sur le traité *du Ciel*, on voit (2) qu'il a su que Thémistius niait que l'air fût pesant dans l'air et affirmait que l'outre gonflée pèse autant que dégonflée ; mais il lui attribue (je ne sais sur quel fondement) d'avoir dit qu'un morceau de bois de 100 livres est plus lourd dans l'air (3) qu'un morceau de plomb de 2 livres, non parce que l'air est pesant dans l'air, mais parce que la terre et l'eau sont contenues dans le morceau de bois en plus grande quantité que dans le morceau de plomb ; et l'air qui ne fait pas obstacle à la pesanteur des éléments terrestres et aqueux dans l'air, y fait obstacle dans l'eau. Averroës répond que cette prédominance des éléments terrestres et aqueux ne se rencontre que dans certaines espèces de bois, et par conséquent que Thémistius a assigné au phénomène une cause accidentelle au lieu de la cause essentielle, que donne Aristote. Il maintient l'assertion d'Aristote en ce qui concerne le poids de l'outre. Il pense que si le cuir de l'outre est fin et sec, la prédominance de l'air enfermé dans l'outre sur les éléments terrestres et aqueux qui la composent sera plus forte et deviendra plus sensible, quand on comparera le poids de l'outre gonflée au poids de l'outre dégonflée. Si Thémistius a trouvé le même poids, c'est que le cuir de l'outre qu'il a pesée était plus épais et plus humide que celui de l'outre pesée par Aristote.

Chez les Latins, les ouvrages de Boèce sur la logique, l'arithmétique et la musique, les encyclopédies de Martianus Capella et d'Isidore de Séville firent le fond de l'enseignement philosophique jusqu'à la fin du XI^e siècle. Une activité intellectuelle, originale et personnelle, fit absolument défaut. On connaissait par le poème *de Ponderibus* l'application du principe d'Archimède à la vérification de la proportion d'or qui entre dans un alliage ; et c'est sans doute de cette source ou d'une autre, aujourd'hui perdue, que dérive la recette suivante, qui est écrite d'une main du X^e siècle sur le premier folio du manuscrit 12,292 (ancien Saint-Germain 852) (4) : « De

(1) *Aristotelis opera* (éd. Bagolini), V, 103.

(2) *Aristotelis opera* (éd. Bagolini), V, 119.

(3) « Dans l'air » est ajouté par opposition à l'eau où le bois surnage, et par conséquent est plus léger que le plomb qui enfonce. Voir ci-dessus.

(4) DE PROBATIONE AURI ET ARGENTI. Omne aurum purum cuiuslibet ponderis omni argento similiter puro eiusdem tamen ponderis densius est parte vicesima. Quod ita

la manière d'éprouver l'or et l'argent. De l'or pur d'un poids quelconque est plus dense d'un vingtième que le même poids d'argent pur ; on peut le prouver de la manière suivante. Si on pèse sous l'eau une livre d'or pur et le même poids d'argent pur, on trouvera l'or plus pesant que l'argent ou l'argent plus léger que l'or de douze deniers, c'est-à-dire de la vingtième partie d'une livre. Par conséquent, si l'on trouve quelque ouvrage en or où de l'argent paraisse avoir été mêlé, et que l'on veuille savoir quelle est la quantité de cet argent, on prend de l'argent ou de l'or, et, après avoir pesé l'ouvrage suspect d'alliage, on prend un lingot de l'un ou de l'autre métal qui ait le même poids, on place l'ouvrage et le lingot sur les plateaux d'une balance et on les plonge dans l'eau ; si le lingot est d'argent, l'ouvrage sera plus pesant ; s'il est d'or, l'ouvrage sera moins pesant, et l'or fera pencher la balance. L'or sera plus lourd de la même quantité que l'argent sera plus léger ; car ce que l'ouvrage pèsera en plus sous l'eau appartient à l'or à cause de sa densité, et ce que l'ouvrage pèsera en moins appartient à l'argent à cause de sa rareté. Et, pour le remarquer plus facilement, il faut se rappeler que l'or est plus pesant et l'argent plus léger de douze deniers pour une livre, comme nous l'avons dit en commençant. »

Vers la fin du xi^e siècle, les esprits se réveillèrent de leur torpeur et de leur engourdissement. Il y eut alors un mouvement intellectuel très-vif, qui se prolongea pendant le xii^e siècle, et qui est certainement plus libre et plus original que ce qui a précédé et même que ce qui a suivi jusqu'au xv^e siècle (1). L'activité des esprits se porta

probari potest. Si purissimi auri libra cum æque puri argenti simili pondere sub aqua conferatur in statera, XII denariis, id est vicesima sui parte, aurum gravius argento vel argentum levius auro invenietur. Quapropter si inveneris opus aliquod auro formatum, cui argentum per mixtionem inesse videatur, scireque volueris quantum in eo contineatur argenti, sume argentum sive aurum, et, examinato suspecti operis pondere, non minus pensantem massam de utrovis metallo fabricato, atque utrumque, et opus scilicet et massam, stateræ lancibus imponito, aquisque immergito. Si argentea fuerit massa quam fecisti, opus ponderabit ; si aurea fuerit, allevato opere, aurum inclinabitur. Hoc tamen ita fiet, ut quot partibus inclinabitur aurum totidem partibus sublevet argentum, quia quicquid in ipso opere fuerit sub aqua præter solitum ponderis ad aurum propter densitatem pertinet, quicquid autem levitatis ad argentum propter raritatem est referendum. Et ut hoc facilius possit adverti, con[sidera]re debes tam in gravitate auri quam in levitate argenti XII denarios significare libram, sicut prima lectionis huius fronte præfixum est.

(1) Voir Jourdain, *Dissertation sur l'état de la philosophie naturelle en Occident et principalement en France pendant la première moitié du XII^e siècle* (Paris, 1838), pp. 104, 105. L'auteur cite un passage des *Questiones naturales* d'Adélarde de Bath, où la raison est mise au-dessus de l'autorité. Guillaume de Conches dit dans son

surtout sur la logique. Cependant les sciences se ressentirent aussi de cette sorte de renaissance. Adélard de Bath traduisit de l'arabe la Géométrie d'Euclide, et à la fin du XII^e siècle ou au commencement du XIII^e, on traduisit du grec et de l'arabe les Éléments d'Euclide et sans doute d'autres ouvrages de mathématiques. C'est à la même époque que furent traduits et qu'entrèrent dans l'enseignement les ouvrages d'Aristote et de ses commentateurs arabes et grecs qu'on ne connaissait pas jusqu'alors, c'est-à-dire tous les ouvrages d'Aristote, excepté les deux traités des Catégories et de l'Interprétation et les Commentaires de Boèce.

Comme dans l'antiquité et chez les Arabes, la connaissance du principe d'Archimède semble liée à la tradition mathématique et étrangère à la tradition philosophique.

On attribuait alors à Archimède un traité *de Ponderibus*, composé peut-être au XIII^e siècle, et qui commence ainsi (1) : « Comme la forme irrégulière de certains corps ne permet pas de trouver leur mesure exacte au moyen de la géométrie, et comme le prix de certaines marchandises doit être proportionné aux dimensions des corps, il faut trouver les dimensions des corps au moyen de leurs poids, afin que les prix puissent être fixés d'après les dimensions ainsi déterminées. » L'auteur, comme on le voit, s'est proposé un but pratique ; il traite une branche d'arithmétique commerciale, et son ouvrage a les caractères des traités d'algèbre du même temps. Il a employé le premier (du moins à ma connaissance) l'expression de *pesanteur spécifique*, sans doute suggérée par une distinction qui se trouve dans les *Topiques* d'Aristote et l'*Introductio* de Porphyre commentée par Boèce (2) : « La relation qui est entre deux corps pe-

Dragmaticon philosophiæ (lib. III, manuscrit de la Biblioth. imp., 6415, f^o 8) : « In eis que ad fidem catholicam vel ad institutionem morum pertinent, non est fas Bede vel alicui alii sanctorum Patrum contradicere. In eis tamen que ad physicam pertinent, si in aliquo errant, licet diversum affirmare. Etsi enim maiores nobis, homines tamen fuere »

(1) Il a été publié par Curtius Trojanus, en 1565, à la suite de l'ouvrage de Jordanus Nemorarius (voir ci-dessous p. 31, n^o 3), f^o 16 v^o — 19 v^o, sans titre ni nom d'auteur, d'après les papiers laissés par Tartaglia. Ce texte fourmille de fautes. Il est plus correct dans le manuscrit de la Bibliothèque impériale, 7215 (XIV^e siècle), f^o 1-2 v^o. Cet ouvrage commence par « Quoniam propter irregularem quorundam corporum compositionem » et finit par « ad pondus » partiale. Explicit liber de ponderibus Archimēdis (*sic*). » Il est cité par Albert de Saxe (voir ci-dessous), commentaire sur le *de Cælo* (liber III, questio III) : « Oppositum... secundo arguitur auctoritate Archimēdis (*sic*) in libro suo de ponderibus, ubi dicit nullum corpus in se ipso grave esse ; unde nec aqua in aqua, nec oleum in oleo est grave. »

(2) Voir Aristote, *Topica*, I, 7, 103 a 7 et suiv. Voici comment ce passage est rendu

sants peut être considérée de deux manières, dans l'espèce et dans le nombre : dans l'espèce, comme quand nous voulons comparer la pesanteur de l'or considéré spécifiquement à celle de l'argent (et on doit le faire en supposant égalité de volume entre l'or et l'argent) ; dans le nombre, quand nous voulons reconnaître par le poids si un lingot d'or est plus pesant qu'un lingot d'argent, quels que soient les volumes des lingots (1). » Cet ouvrage n'est pas d'ailleurs dénué de valeur scientifique, et a au moins un certain mérite de précision. L'auteur pose les postulats suivants :

« Aucun corps ne pèse en lui-même; ainsi l'eau ne pèse pas dans l'eau; l'huile, dans l'huile; l'air, dans l'air (2). — Tout corps pèse dans l'air plus que dans l'eau. — De deux corps d'un égal volume, le plus pesant spécifiquement est celui dont le poids est égal au plus grand nombre de *calculi* (3). — Dans des corps de même genre, le rapport des volumes et des poids est le même. — Tous les poids sont proportionnels à leur nombre de *calculi*. — Des corps ont une pesanteur spécifique égale quand, sous le même volume, ils ont le même poids (4). »

Voici les théorèmes et problèmes : « Tout corps pèse dans l'air plus que dans l'eau du poids d'un volume d'eau égal au sien (5). — Les volumes de corps de même genre ou de genre différent sont

par Boèce, dont la traduction était employée au moyen âge : « Numero enim, aut specie, aut genere, idem solemus appellare : numero quidem, quorum nomina plura, res autem una, ut indumentum et vestis; specie autem quæ, cum sint plura, indifferentia sunt secundum speciem, ut homo homini, equus equo... » Cf. Porphyre, *Introd.*, 2. 1 b 7-9 (Brandis), et dans Boèce, pp. 63-64 (éd. de Bâle).

(1) 7215, f° 1 : « Duorum gravium unius ad aliud relatio duplici modo potest considerari : uno modo secundum speciem, alio modo secundum numerositatem. Secundum speciem, ut si volumus gravitatem auri in specie ad gravitatem argenti comparare; et hoc debet fieri, supposita duorum corporum, auri et argenti, equalitate. Secundum numerositatem fit relatio gravitatis unius duorum corporum ad aliud, quando volumus discernere per pondus an massa auri sit gravior quam massa argenti, cuius[cunque] magnitudinis sunt date masse. »

(2) On n'avait donc aucune idée de la pression exercée par les couches supérieures d'un fluide pesant sur les couches inférieures. Voir ci-dessus, p. 23.

(3) C'était la plus petite fraction de poids en usage chez les Romains. Voir Isidore de Séville dans Hultsch, *METROLOGICORUM SCRIPTORUM RELIQUIÆ*, II, 138, 139. Le *calculus* était le 8^e du *scripulum*, qui valait 1 gr., 137.

(4) 7215, f° 1 : « Eque gravia in specie corpora, quorum equalium pondus esse equale. »

(5) 7215, f° 1 : « Omnis corporis pondus in aere plus quam in aqua maius est per pondus aque sibi equalis in magnitudine. » Je donne dans l'Appendice la démonstration de ce théorème, telle qu'on la trouve dans le manuscrit 7215 et dans Tartaglia; elle contient un paralogisme si grossier, que le texte semble gravement altéré.

entre eux dans le même rapport que les différences des poids de ces corps dans l'air et dans l'eau. — Si on a le poids d'un corps dans deux liquides différents comme l'eau et l'huile, et dans l'air, on aura le rapport de la pesanteur spécifique de l'un des liquides à la pesanteur de l'autre. — Dans un corps qui résulte du mélange de deux autres, déterminer la proportion de chacun de ces deux corps. — Si l'on a les poids de deux corps quelconques, comme l'or et l'argent, dans l'air et dans l'eau, on aura les rapports des volumes et des pesanteurs spécifiques de ces deux corps. — Étant donnés deux corps susceptibles d'être plongés dans l'eau, trouver le rapport de leurs volumes et celui de leurs pesanteurs spécifiques. — Étant données trois quantités, l'une plus grande, l'autre plus petite, l'autre intermédiaire entre les deux premières, le produit de la différence des quantités extrêmes par la quantité intermédiaire est égal à la somme du produit de la différence des plus petites par la plus grande et du produit de la différence des plus grandes par la plus petite (1). — Étant donnés trois corps d'un égal volume, dont deux sont simples, de genre différent et de poids inégal, et dont le troisième est composé du mélange des deux autres, dans le troisième corps le rapport de la partie la plus lourde à la partie la plus légère est comme le rapport de la différence entre le poids du troisième corps et le poids du corps le plus léger à la différence entre le poids du corps le plus lourd et le poids du troisième corps (2). »

Au commencement du XIII^e siècle, un certain Jordanus Nemorarius avait composé ou plutôt compilé un traité *De ponderibus* (3), où l'on ne trouve pas de mention de la pesanteur spécifique, ni de

(1) En désignant la quantité la plus grande par a , la plus petite par c , l'intermédiaire par b , on a $(a-c)b = (b-c)a + (a-b)c$.

(2) « Si fuerint tria corpora equalia quorum duo sint simplicia diversorum generum, inequalium ponderum, tertium vero corpus ex utriusque simplicium genere mixtum, est mixti quod in ipso est de genere gravioris ad partem que in ipso est de genere levioris proportio, tanquam proportio differentie ponderis mixti ad pondus levioris ad differentiam ponderis gravioris ad pondus mixti corporis. » Cet énoncé serait plus précis si l'on disait : « Le rapport du volume de la partie la plus lourde de ce troisième corps au volume, etc. En désignant le volume de la partie la plus lourde du troisième corps par V , celui de la partie la plus légère par v , le poids du corps le plus lourd par P , celui du plus léger par p , celui du troisième corps par $a + b$, on a en effet :

$$V : v :: (a + b) - p : P - (a + b).$$

(3) Cet ouvrage, qui est déjà cité par Roger Bacon dans son *Opus majus* (pars quarta, distinctio quarta, caput 15), se rencontre sous deux formes différentes. Ou bien il est composé d'un certain nombre de postulats, dont le premier est : « Omnis ponderosi motum esse ad medium, » et de treize théorèmes, comme dans les manuscrits de la Bibliothèque impériale, fonds du roi 7215 (XIV^e siècle) f^o 107 v^o-109 (sans

a	K	d
	f	
b	e	g

la manière de la constater (1). Jordanus a pourtant traité de la pression exercée par les couches supérieures d'un liquide sur les couches inférieures (2) : « Plus un liquide est profond, plus un corps y descend lentement. — Soit le liquide $abgd$, les parties par lesquelles le corps descend efk , e la plus profonde. Plus le liquide est profond, plus les parties inférieures, comme e , sont comprimées. Car e est comprimé par

nom d'auteur, seulement les énoncés et à la suite de la Géométrie d'Euclide), 7310 (xvii^e siècle) f^o 110-121, 10260 (xvii^e siècle) f^o 171-179 (dans ces deux manuscrits sous le nom d'Euclide), fonds Sorbonne 976 (xiv^e siècle) f^o 163 (anonyme); sous cette forme, il a été publié par Apianus, professeur de mathématiques à Ingolstadt : « Liber Jordani Nemorarii viri clarissimi de ponderibus propositiones XIII et earundem demonstrationes multarumque rerum rationes sane pulcherrimas complectens nunc in lucem editus. Norimbergæ, 1533, in-4^o. » Ou bien il contient outre ces postulats et ces treize théorèmes un certain nombre d'autres propositions de statique et de dynamique, le tout divisé en quatre livres dans le manuscrit de la Bibliothèque impériale, fonds du roi, 7378 A (xiii^e siècle) f^o 36 v^o-41; et sous cette forme, sauf la division en livres, il a été publié après la mort de Tartaglia par son ami Curtius Trojanus, imprimeur de Venise : « Jordani opusculum de ponderositate Nicolai Tartaleae studio correctum novisque figuris auctum. Venetiis, apud Curtium Trojanum. 1565, in-4^o. » Le texte de cette édition est fort incorrect; il est probable que Tartaglia n'avait fait que les figures, qui ne se rencontrent pas dans le manuscrit 7378 A. L'ouvrage de Jordanus est suivi du traité du pseudo-Archimède (voir ci-dessus, p. 29, n. 1), et d'expériences sur la pesanteur spécifique faites par Tartaglia de 1541 à 1551 et relatées en italien. Quant à l'ouvrage de Jordanus lui-même, il me paraît traduit du grec, et pourrait bien dériver du traité de Ptolémée Περὶ Ποσῶν. Je ne sais si le fragment *de levi et ponderoso* attribué à Euclide, comme l'ouvrage de Jordanus, dans deux manuscrits, n'est pas un débris du même ouvrage de Ptolémée.

(1) Cependant, suivant Bardi, disciple de Galilée, Galilée aurait emprunté à Jordanus l'expression de pesanteur spécifique : « Gravitas de qua hic agitur ea est quam nonnulli a pondere distinguunt, Galileus vero cum Jordano gravitatem in specie appellat. » (*Eorum quæ vehuntur in aquis experimenta a Joanne Bardio Florentino ad Archimedis trutinam examinata*. Romæ, 1614, in-4^o; réimprimé dans Targioni Tozzetti, *Notizie degli aggrandimenti delle scienze fisiche accaduti in Toscana nel corso di anni LX del secolo XVII*. Firenze, 1780, II, 1, p. 4). Mais, sans doute, Bardi ou Galilée attribuait à Jordanus le traité du pseudo-Archimède qui le suit dans l'édition de Curtius Trojanus sans titre ni indication de nom d'auteur. C'est sans doute à ce même traité que Tartaglia a emprunté l'expression *secondo la specie*, qu'il emploie souvent pour désigner le poids spécifique (*Raggionamenti*, etc., *Ragg. primo*; *Jordani opusculum de ponderositate*, fol. 20). — Le manuscrit 7378 A contient, à la suite du traité de Jordanus (fol. 39 v^o), une recette pour déterminer les proportions d'un alliage par des pesées faites successivement dans l'air et dans l'eau. Le texte est très-altéré. On le trouvera à l'appendice.

(2) 7378 A, fol. 41 (éd. Tartaglia, fol. 13 v^o) : « Sit profundum $abgd$ lineis cor-

celles qui sont au-dessus et par celles qui sont à côté. En effet, les parties latérales du liquide bg , étant comprimées par les parties supérieures, cherchent de tous côtés à s'échapper. Elles pressent donc e , de telle sorte que si f cédait, e monterait. Il est donc évident que e non-seulement supporte f , mais fait effort contre f , de même f contre k ; et l'effort de f contre k serait moindre, si le liquide se terminait en f . Car alors le solide sur lequel reposerait f le supporterait sans faire effort contre lui. La descente d'un corps en k sera donc plus empêchée que si la profondeur du liquide était moindre. » Il est remarquable que Jordanus ait admis, contrairement à l'opinion ancienne et vulgaire, qu'un liquide pèse en lui-même; mais il n'a pas compris qu'un corps n'en supporte un autre qu'en faisant effort contre lui.

Nicolas de Cues, cardinal, évêque de Brixen (1401-1464), qui attachait une grande importance aux mathématiques et à leur application dans l'étude du monde physique, en particulier pour la pesée de toutes choses, a traité de la cause pour laquelle certains bois surnagent (1) : « *Orator*. Comment l'eau met-elle obstacle à ce que le bois descende? — *Idiota*. Comme une plus grande pesanteur résiste à une moindre. Si vous faites une empreinte dans la cire avec un morceau de bois rond, et que, remplissant cette empreinte avec de l'eau, vous notiez le poids de cette eau et le poids du bois, vous verrez que si le poids du bois est plus grand que celui de l'eau, le bois descendra dans l'eau, et que, dans le cas contraire, il surnagera et qu'il sortira en dehors de l'eau une partie du bois proportionnelle à l'excès du poids de l'eau sur le poids du bois. — *Orator*. Pourquoi un morceau de bois rond? — *Idiota*. S'il était large, il occuperait dans l'eau une surface plus étendue et surnagerait plus haut (2).

clusum et partes per quas fit descensus sint efk , profundior e , partes collaterales $e b$ et g . Quanto igitur liquor est profundior, tanto inferiores partes plus comprimuntur, ut e ; comprimuntur enim a superioribus et a iuxta se positis. Cum enim liquida sint bg , compressa a superioribus nituntur undique evadere. Coarctant ergo e , ita ut si f cederet, exiret in locum superiorem. Unde manifestum est quod non solum e sustinet f , sed nititur contra, et eo magis f contra k ; minusque ideo f repelleret k , si in f profunditas terminaretur. Tunc enim solidum subpositum sustineret tantum f et non niteretur contra. »

(1) Nicolai de Cusa *opera*. Basileæ, 1565, in-fol. *Idiotæ de sapientia* lib. IV de staticis experimentis, p. 174. L'ouvrage a la forme d'un dialogue entre deux interlocuteurs, dont l'un est appelé *orator* et l'autre *idiota*.

(2) « Si fuerit latæ figuræ, de aqua plus occupabit et elevatius natabit. » Nicolas de Cues pensait sans doute qu'une surface étendue, divisant l'eau moins facilement, y descendait moins bas. Cf. ci-dessus, p. 25.

C'est pour cela que des bateaux qui doivent aller sur des eaux peu profondes ont le fond plus large. » Plus loin on lit : « Tout corps a un poids différent dans l'air et dans l'eau, dans l'huile et dans tout autre liquide. Si l'on note tous ces différents poids, on saura de combien un métal est plus pesant qu'un autre dans l'air et dans l'eau. Étant donné un lingot quelconque, on saura, en le pesant dans l'air et dans l'eau, quel est le métal dont il est composé et quelles sont les proportions de l'alliage. »

Voilà ce que l'on rencontre dans la tradition mathématique du moyen âge relativement au principe d'Archimède.

Quoique la tradition philosophique soit restée, au moyen âge, étrangère à la connaissance de ce principe, on rencontre pourtant la pesanteur spécifique mentionnée et définie exactement dans Albert de Saxe, maître ès arts, qui enseignait dans l'Université de Paris de 1353 à 1359 (1). On lit dans ses Questions sur le traité *du Ciel* (2) (III, questio 2) : « Des corps ont une pesanteur spécifique égale, quand des portions de ces corps égales en grandeur pèsent également (3). Ils ont une pesanteur spécifique inégale, quand des portions égales en grandeur pèsent inégalement. On peut trouver, sans peser, la proportion de pesanteur et de légèreté que des corps ont entre eux. Étant donnés deux corps solides, si l'on en prend des portions d'égale grandeur et qu'on les abandonne dans l'eau, leur pesanteur spécifique sera égale, s'ils descendent aussi vite ou s'ils plongent d'une égale quantité dans l'eau ; leur pesanteur spécifique sera inégale dans le cas contraire. On pourra savoir quel est le plus pesant, s'ils surnagent tous les deux. Que l'on prenne deux portions égales de ces corps et qu'on les divise chacune sur le côté en 12 parties égales (4). Si on les abandonne dans l'eau et qu'on voie l'un s'enfoncer de quatre parties et l'autre de deux, le premier corps aura une pesanteur spécifique double du second. De même étant donnés deux liquides, comme l'eau et l'huile, on saura de combien la pesanteur spécifique de l'eau est plus grande que celle de l'huile, si l'on

(1) Voir la *Revue critique d'histoire et de littérature*, 1868, II, p. 228.

(2) Cet ouvrage se trouve en manuscrit à la Bibliothèque impériale, n° 14723, fol. 113-162 (la copie est de l'année 1378), et il a été imprimé assez correctement sous le titre suivant : « *Questiones subtilissime Alberti de Saxonia in libros de celo et mundo. Venetiis, 1496, in-fol.* »

(3) « *Illa dicuntur equaliter gravia secundum speciem, que sic se habent, quod equales proportionales eorum in magnitudine equaliter ponderant.* »

(4) « *Capiantur de eis due portiones equales, et quelibet illarum dividatur in latus in aliquot partes equales, verbi gratia in 12, que partes vocentur puncta.* »

abandonne un morceau de bois divisé en 12 parties égales successivement dans l'eau et dans l'huile. S'il s'enfonce de 3 parties dans l'eau et de 4 dans l'huile, l'eau sera spécifiquement plus pesante que l'huile dans le rapport de 4 à 3; car le même corps descend dans le liquide le plus léger plus profondément que dans le liquide le plus lourd. Étant donnés un corps solide et un corps liquide, le solide abandonné dans le liquide sera spécifiquement plus pesant, s'il descend jusqu'au fond; aussi pesant, s'il descend jusqu'à ce que sa face supérieure soit de niveau avec la surface du liquide; plus léger, si une partie du corps descend, tandis que le reste s'élève au-dessus du liquide. Si le solide surnage, on pourra savoir dans quelle proportion le liquide est plus pesant. Supposons que le solide est un morceau de bois et le liquide de l'eau. On divise le morceau de bois en 12 parties égales et on l'abandonne dans l'eau. Supposons qu'il s'enfonce de 4 parties; l'eau sera plus pesante que le bois dans le rapport de 12 à 4; elle sera donc 3 fois plus pesante. Car, moins il s'enfonce du bois dans l'eau, plus l'eau le surpasse en pesanteur. » Il est probable qu'Albert de Saxe n'a pas vérifié lui-même ce qu'il rapporte ici, sans doute d'après d'autres; car il ne dit rien des conditions de stabilité du morceau de bois gradué qu'on abandonne dans le liquide. Il n'a pas non plus rattaché ces faits au principe d'Archimède, qu'il semble ignorer.

En effet, on suivait la tradition d'Averroës et des commentateurs grecs. Aucun scolastique n'a d'originalité personnelle. Leurs ouvrages sont comme des cahiers de leçons qu'on se transmettait de génération en génération. Dans son commentaire sur le traité *du Ciel*, Albert le Grand (1193-1280) suit Averroës, à très-peu de modifications près (1). Dans la *Météorologie* (livre III, traité III, chap. xviii), il cite le passage des *Questions naturelles* où Sénèque parle des corps pesants qui surnagent dans certaines eaux, et dans le chapitre suivant il rejette l'explication donnée par Sénèque (2): « Le fait est véritable; mais l'explication qu'il en donne est fausse...

(1) *De Cælo* IV, texte 30 (Beati Alberti magni opera. Lugduni, 1651, in-fol., t. II, p. 191). Cependant on trouve, à propos de l'outre gonflée, cette remarque curieuse, qui n'est pas dans Averroës (p. 192). « Si uter insuffletur spiritu hominis, absque dubio minus ponderabit uter plenus quam vacuus; et ideo forte videbitur aer levis. Sed non est hoc ita, quia spiritus hominis calidus est, et agit in ipsum calor corporis hominis; et ideo calor elevat ærem, et per consequens utrem, et facit videre leviolem. Et similiter facit ventus calidus, et aer calidus in quo sol diu proiecit radios suos. »

(2) Alberti opera, II, p. 67. J'ai corrigé le texte très-fautif de cette édition au moyen du manuscrit, fonds Sorbonne, 952 (xiv^e siècle).

Un corps n'enfonce pas dans l'eau parce qu'il est plus pesant; et il ne surnage pas parce qu'il est plus léger, mais parce qu'il y a beaucoup d'air enfermé dans ses pores. Un corps qui ne contient pas d'air, comme une pierre sans pores, ne surnage pas. Un corps surnage plus ou moins, selon qu'il est plus ou moins poreux et contient plus d'air. Ainsi l'ébène, qui ne donne pas de flamme, ne surnage pas non plus; mais une pierre poreuse, qui a été brûlée par le feu, surnage à cause de l'air qu'elle renferme. » Quant aux navires, ils enfoncent plus vite dans l'eau douce que dans l'eau salée, « parce que l'eau salée ne se laisse pas diviser et se s'élève pas aussi vite au-dessus du vaisseau (1). »

Les modifications que les docteurs scolastiques ont apportées à la tradition consistent, pour la plupart, en distinctions verbales. On croyait résoudre les questions en conciliant les opinions contraires par une division du sens d'un mot en deux acceptions dont chacune était attribuée à l'une des opinions contradictoirement opposées. Ainsi on discutait *pro* et *contra* la question de savoir si un élément est pesant ou léger dans le lieu qui lui est propre. On conciliait l'affirmative et la négative en distinguant une pesanteur et une légèreté *virtuelles*, et une pesanteur et une légèreté *effectives* (2) : « La pesanteur peut s'entendre en deux manières différentes. Ou bien elle est prise pour une disposition permanente et virtuelle, qui suit la forme du corps grave, soit qu'elle incline effectivement ou non au mouvement, et on peut appeler cette pesanteur pesanteur habituelle ou virtuelle; ou bien elle est prise pour une disposition qui incline effectivement au mouvement; et c'est la pesanteur effective (3). On peut admettre la même distinction pour la légèreté....

(1) Alberti *opera*, II, p. 64. Pierre de Padoue développe une explication semblable dans le commentaire, qu'il a achevé en 1310, sur le livre des Problèmes (XXIII, 3) : « In pelago minus submerguntur naves... quoniam in ipso est plurimum de aqua, hoc autem melius sustentat pondus retinens superius elevatum, quam modica, eo quod partes ipsius sunt magis connexe et inseparabiles. »

(2) Albert de Saxe, *De Cælo*, III, questio 3.

(3) « Dupliciter potest capi gravitas : uno modo pro dispositione habituali et potentiali consequente formam gravis, sive actualiter inclinât ad motum, sive non, et illa vocetur gravitas habitualis seu potentialis ; alio modo accipitur gravitas pro tali dispositione actualiter inclinante ad motum, et illa vocetur gravitas actualis. » Le terme de *forme*, *forma*, est pris ici dans le sens aristotélique d'*essence* qui distingue une chose d'une autre; la *forme* du corps pesant est ce qui le distingue du corps léger. Remarquons que le mot *habitualis*, du latin *habitus*, traduction de ἕξις, est ici synonyme de *possédé d'une manière permanente*, ce qui est le sens primitif du français *habituel*. La distinction entre la *virtualité* (*potentia*, δύναμις) et l'*acte*, l'*effet* (*actus*, ἐνέργεια), est aussi aristotélique.

En quelque lieu que soit un élément pesant, il a une pesanteur virtuelle. Car une telle pesanteur est une qualité qui suit la forme substantielle du corps pesant; et elle ne peut être enlevée que par la destruction de la forme substantielle, et non pas seulement par le mouvement dans l'espace... L'élément pesant a une pesanteur virtuelle dans le lieu qui lui est propre... La même qualité par laquelle l'élément est mis en mouvement vers le lieu qui lui est propre, lorsqu'il est en dehors, le fait rester naturellement dans le même lieu, lorsqu'il s'y trouve. Or cette qualité considérée dans les éléments pesants est la pesanteur. Ainsi la même pesanteur qui est dite effective, quand elle incline au mouvement en bas, est dite virtuelle, quand elle n'incline pas au mouvement.. Aucun élément n'a de pesanteur effective dans le lieu qui lui est propre. La preuve, c'est qu'aucun élément, dans le lieu qui lui est propre, n'est incliné effectivement au mouvement en bas... On dira la même chose de la légèreté relativement aux éléments légers. » Ceux qui admettaient cette distinction rejettent ainsi l'argument tiré de l'outre qui pèse plus gonflée que dégonflée (1) : « Si l'air qui est dans une vessie pèse plus avec la vessie, dans l'air, que la vessie seule, c'est parce qu'il y est condensé, comprimé et devenu plus lourd que l'air extérieur. Or, le plus pesant descend dans le moins pesant. » Ils n'admettaient pas que le morceau de bois de 100 livres pesât plus dans l'air que le morceau de plomb de 10 livres, à cause de l'air que le bois aurait contenu en sus du plomb; voici comment ils expliquaient le fait (2) : « Un mixte se meut suivant la prédominance des qualités de pesanteur et de légèreté de l'élément ou des éléments qui le constituent. Et c'est ce qu'Aristote veut dire, quand il dit que le mixte se meut suivant la nature de l'élément qui prédomine en lui. Par exemple, si un mixte a deux degrés de la qualité motive du feu, trois de celle de l'air, quatre de celle de l'eau, cinq de celle de la terre, dans la sphère du feu il sera tiré en bas par les pesanteurs réunies de l'air, de l'eau et de la terre. Arrivé à la sphère de l'air, il ne sera plus tiré en bas que par l'eau et la terre. Arrivé dans l'eau, il sera tiré en bas par cinq degrés de la pesanteur terrestre; l'eau ne le tirera ni en haut ni en bas; et il sera tiré en haut par trois degrés de la légèreté de l'air et par deux de celle du feu; il ne descendra donc plus. C'est pour cela que l'huile descend dans l'air et ne descend pas dans l'eau. Quand elle est dans l'air, elle est tirée en bas par l'eau et la terre

(1) Albert de Saxe, *De Cælo*, III, questio 2.

(2) Albert de Saxe, *De Cælo*, I, questio 1, articulus 4, conclusio 3.

qu'elle contient, tandis que l'air ne la tire ni en haut ni en bas. Quand elle arrive dans l'eau, elle n'est plus tirée en bas que par la pesanteur de son élément terrestre; mais alors la légèreté de son élément aérien oppose une résistance qu'elle n'opposait pas auparavant et ne permet pas que l'huile descende plus bas. C'est pour une raison semblable que le bois descend dans l'air et ne descend pas dans l'eau. »

Cette distinction de la pesanteur virtuelle et de la pesanteur effective (1) fit fortune dans les écoles. On la retrouve (2) encore dans l'Italien Niphus (1473-1546). La Renaissance n'apporta pas sur ce point, non plus que dans l'enseignement de la théologie et de la philosophie, un changement aussi radical que dans celui des lettres et du latin. Elle inspira le mépris du moyen âge et l'enthousiasme de l'antiquité. Aristote en profita aussi bien que Virgile et Cicéron. Il ne fut plus étudié dans les barbares traductions latines qui étaient seules entre les mains au moyen âge; on le lut dans le grec, et on ne le respecta pas moins qu'auparavant. Il continua à faire pendant longtemps encore le texte et la base de l'enseignement philosophique.

§ 5. — De 1565 à 1663.

Si le respect qu'on avait pour les anciens était plus favorable que nuisible au maintien de l'autorité d'Aristote, il mettait aussi en crédit les travaux des mathématiciens grecs; et un hasard fit retrouver et publier le traité où Archimède avait démontré son principe si longtemps oublié.

En 1543, le fameux mathématicien Tartaglia publia la traduction latine de plusieurs ouvrages d'Archimède, et entre autres du premier livre du traité des corps flottants, sous le titre de *Liber de insidentibus aquæ* (3). Le manuscrit sur lequel la traduction de ce dernier ou-

(1) Albert de Saxe n'en est sans doute pas l'auteur, quoique je ne l'aie pas rencontrée avant lui. Il dit lui-même dans le préambule de ses questions sur le traité du ciel : « Pro bene dictis autem non mihi soli, sed magistris meis reverendis de nobili facultate artium Parisiensi, qui me talia docuerunt, peto dari grates et exhibitionem honoris et reverentie. »

(2) Aristotelis... *De Cælo et Mundo* libri quatuor e græco in latinum ab Augustino Nipho, philosopho Suessano, conversi. Venetiis, 1549, in-fol., p. 155.

(3) *Opera Archimedis syracusani philosophi et mathematici ingeniosissimi per Nicolaum Tartaleam Brixianum (mathematicarum scientiarum cultorem) multis erroribus emendata, expurgata ac in luce posita...* Venetiis, 1543, in 4°. — On lit dans la dédicace de l'édition à l'Anglais Richard Wentworth : « Cum sorte quadam... ad manus meas pervenissent fracti et qui vix legi poterant quidam libri manu græca

vrage avait été faite était très-fautif; la traduction elle-même est d'une fidélité barbare, et Tartaglia l'a fait imprimer sans corriger une seule faute, même celles du typographe. Les amis de Tartaglia trouvèrent, non sans raison, que l'ouvrage était fort obscur (1); et en 1551, Tartaglia le traduisit en italien en corrigeant tacitement les fautes du texte et en y ajoutant un court commentaire. Il n'avait publié et traduit que le premier livre, sans dire qu'il y en eût un second. A sa mort, ses papiers passèrent entre les mains du libraire vénitien Curtius Trojanus, qui publia, en 1565, l'ouvrage entier, sans doute en conformité exacte avec le manuscrit; car il n'a corrigé presque aucune des fautes dont fourmille la partie publiée par Tartaglia (2). La même année, Commandin, qui avait une autre copie de cette même traduction latine, en donna une édition corrigée avec soin, dont le texte a été depuis toujours reproduit (3). C'est l'édition de Commandin qui a fait vraiment connaître le traité d'Archimède; car les publications de Tartaglia ne paraissent pas être sorties d'un cercle fort étroit; je

scripti... Archimedis, omnem operam meam, omne studium et curam adhibui ut nostram in linguam quæ partes eorum legi poterant converterentur... Cum locos multos depravatos et figuras quasdam ineptas et ad rem nihil facientes offendissem, ab incepto desistere pene coactus sum; sed desiderio incredibili id opus inspiciendi accensus, magna ex parte erroribus purgatum et propria manu figuris aptis et propriis oppositis luce dignum censui, et maxime eam partem, quam et verbis et exemplis quantum in me fuit dilucidam reddidi, donec totum opus, quod, ut spero, brevi a me fiet, castigetur. »

(1) *Ragionamenti* de Nicolo Tartaglia sopra la sua travagliata inventione. Venetia, 1551. Dédicace à Antonio Landriano : « ...Vostra signoria... me notifico esser molto desiderosa... di vedere l'original greco dove che tal parte era stata tradotta. Per la qual cosa compresi che vostra signoria ricercava tal originale per la oscurita del parlare, che nella detta traduttion latina si pronontia. Onde per levar questa fatica a vostra signoria di star a ricercare tal original greco (qual forsi più oscuro et incorretto lo ritrovaria della detta traduttion latina), ho dichiarita et minutamente dilucidata tal parte in questo mio primo ragionamento. » Evidemment Tartaglia n'avait trouvé qu'une copie de la traduction latine qu'a eue Commandin; seulement il laisse croire qu'il a eu l'original grec.

(2) *Archimedis de insidentibus aquæ liber primus*. Venetiis, apud Curtium Trojanum, 1565, in-4°. — *Liber secundus*. Venetiis, apud Curtium Trojanum, 1565, in-4°.

(3) *Archimedis de iis quæ vehuntur in aqua libri duo* a Federico Commandino urbinate in pristinum nitorem restituti et commentariis illustrati. Bononiæ, 1565 in 4°. — Il est pour moi inexplicable que Commandin dise (f° 7) : « Huius propositionis (la 8^e du 1^{er} livre) demonstratio iniuria temporum desideratur : quam nos ita restituimus, ut ex figuris quæ remanserunt Archimedem scripsisse colligi potuit. » Or cette démonstration se trouve dans les publications de Tartaglia; Commandin a pris le même texte pour base. Il avait d'ailleurs une copie de la vieille traduction latine évidemment différente de celle de Tartaglia, puisqu'elle contenait la 19^e propo-

n'en ai rencontré aucune trace, même dans Curtius Trojanus et dans Commandin (1).

Les mathématiciens adoptèrent sans difficulté les théorèmes démontrés par Archimède. Tartaglia (2), Cardan (3), Marinus Ghetaldus (4) les appliquèrent à la mesure des volumes et des poids des corps solides ou liquides. Simon Stevin, de Bruges (1548-1620), alla plus loin : non-seulement il donna une nouvelle démonstration du principe d'Archimède, mais il découvrit les lois de la pression que les couches supérieures d'un liquide exercent sur les couches inférieures et sur le fond des vases. Il trouva ainsi le vrai principe de l'*hydrostatique*, terme dont il est l'auteur (5). Stevin joue dans l'histoire des sciences et en particulier de l'hydrostatique un rôle assez important pour qu'on nous pardonne de sortir un instant de notre sujet et de faire connaître ses vues sur l'avancement des sciences.

Il se distingue entre ses contemporains par une singularité remarquable : il ne partageait pas leur enthousiasme pour la littérature et les langues classiques. Il croyait, d'après ce qu'il savait de l'histoire de l'astronomie, qu'il y avait eu autrefois un siècle où les hommes avaient eu une connaissance admirable des sciences, sans

sition du I^{er} livre qui manque dans les publications de Tartaglia. Il y a çà et là quelques différences, mais de peu d'importance, entre les passages du second livre que cite Commandin et la publication de Curtius Trojanus, par exemple f^o 14 v^o (Comm.) et f^o 4 v^o (Curt.), f^o 24 v^o (Comm.) et f^o 7 v^o (Curt.), surtout f^o 22 v^o (Comm.) et f^o 10 (Curt.), où plusieurs lignes manquent.

(1) Vicomercatus, commentateur de la *Météorologie* d'Aristote (Venise, 1565, in-fol.), ne paraît pas les avoir connus, non plus que le principe d'Archimède; car il n'en fait pas mention, p. 114, là où Aristote parle des vaisseaux qui enfoncent dans l'eau douce plus que dans l'eau salée.

(2) Voir ses *Ragionamenti* cités plus haut, et l'*Opusculum de ponderositate* (voir ci-dessus, p. 31, n. 3), f^o 20 et suiv.

(3) *Opus novum de proportionibus* dans *Cardani opera* (Lugduni, 1663, in-f^o), IV, 501-502.

(4) Marini Ghetaldi patricii ragusini promotus Archimedes seu de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis. Romæ, 1603, in-4^o. — Il décrit une balance hydrostatique (p. 10) : « Corpus quod ponderandum proponitur seta equina ex altera libræ lance appendatur, in altera lance ponantur pondera. » Il ne mentionne pas d'aréomètre non plus que Tartaglia et Cardan. Cependant il dit (p. 9) : « Quando vero corpus solidum fuerit levius liquido....., per adiectionem alicuius alius solidi corporis liquido gravioris, quæsitæ liquidæ gravitas invenietur. »

(5) Le traité d'hydrostatique de Stevin a paru d'abord en hollandais : *De Beghinselen des Waterwichts*, 1586, Leyde, in-4^o. Il a été de nouveau publié dans ses œuvres mathématiques écrites également en hollandais, 2 vol. in-f^o, Leyde, 1605-1608. Snell les a traduites en latin (voir ci-dessous, p. 42, n. 3). Il a rendu le hollandais *Waterwicht* par *hydrostatice* (expliqué en marge par *aquam ponderare*, t. IV, p. 2), et c'est par là que ce terme s'est introduit dans l'usage.

qu'on puisse dire qui ils ont été, ni où, ni quand (1). Suivant lui, pour revenir au même point, il faudrait « beaucoup d'observations sur lesquelles on donne un ferme appuy aux sciences (2). » Et pour faire ces observations il faudrait que beaucoup de gens s'y adonnassent ensemble; mais, pour que dans une nation beaucoup de gens cultivassent les sciences, il faudrait qu'elles fussent rédigées dans leur langue maternelle (3). Mais il faut que ce langage soit bon. Le français est trop mêlé « de mots étrangers que le commun ne peut entendre(4). » La même observation est applicable à l'italien et à l'espagnol, « lesquels sont aussi farcis d'autres barbarismes, combien que ce ne soit en telle abondance que le françois, en beaucoup de sciences et matières diverses; car de pareille ignorance qu'en France ceux d'Orléans mesprisent les langues voisines, tout de mesme en font la Toscane et la Castillane, chacun estimant la sienne sans com-

(1) *Les Œuvres mathématiques* de Simon Stevin, de Bruges..., le tout revu, corrigé et augmenté par Albert Girard, Samiellois, mathématicien. Leyde, 1634, 2 in-fol., I, 106 et suiv. Je cite cette traduction qui a été faite sur le hollandais et qui paraît exacte.

(2) *Les Œuvres*, etc. I, 110 et suiv.

(3) Voici ce que Stevin dit du latin (*ibid.*, p. 111) : « Car combien que d'aucuns font apprendre le latin à leurs enfants, en laquelle langue se traictent les arts liberaux pour la pluspart, maintenant iceux sont bien peu au regard de la commune. Secondement, on fait apprendre le latin à la jeunesse pour finalement les dresser en la théologie, ès droicts, en la medecine; entre lesquels il n'arrive guerres que quelqu'un s'addonne du tout aux mathematiques puis apres; voire cecy n'arrive communement que contre la volonté des parents... Il y en a aussi une grand'partie d'iceux qui employent leur temps entierement en l'exercice du latin, apprenant par cœur des vers, pour à celle fin de pouvoir accommoder et entrelasser quelques-uns de ces vers latins, en tous accidents qui arrivent ès dialogues et discours ordinaires, et qui cherchent aussi des fleurs de bien dire, pour les rapporter, quand il vient à poinct, ès missives et escrits. »

(4) Voici ce que Stevin dit du français (*ibid.*, 112-114) : « Et pour commencer par un exemple du françois, il est notoire qu'iceux escrivent les arts liberaux en leur langue plus que nulle autre nation; ce qui est une occasion pour laquelle beaucoup plus de gens de leur commune s'y exercent; mais pource qu'ils ont beaucoup de mots d'arts en grec et en arabe (Prostapherese, Parallaxe, Nadir, Almincantarat), le vray progrès... est empesché par là... De dire (p. 113) que les vers françois sont si agreables, qu'ils ne plaisent pas peu à un chacun: à la verité je confesse que la lecture d'aucun poëte ne m'a pas contenté petitement. Mais que cela soit procédé de la bonté du langage, on le peut nier tout à plat: veu que la matiere en est la cause, à l'invention et forme de laquelle la France en est douée singulierement, par tant d'admirables esprits et doctes poëtes: de mesme façon que tu dis qu'un vaisseau ne vaut rien, lequel néantmoins contient du bon vin, semblablement dis-je que les vers françois sont plaisans, pleins de doctrine, de subtilité, et remplis de scavoir, toutesfois ce langage ne vaut rien. »

prendre en quoy gist la bonté. » La bonté d'une langue se reconnaît dans les arts libéraux et particulièrement dans les mathématiques; car les faits historiques peuvent être aussi bien exprimés par « gestes et grimaces. » Or « le grec estant tel que par iceluy on apprend les mathématiques (dont tous les termes viennent du grec), doit estre tenu pour un bon langage, » et la bonté de cette langue vient « de la composition en laquelle elle est abondante; car de là viennent les bons termes des arts, qui font que l'énonciation des proportions est aisée et succincte, voire esclaireissent les difficultés qui se rencontrent; » mais il y a encore un langage bien meilleur que le grec: « assavoir le bas allemand, pource qu'il fait sa composition plus briefve et plus certaine. Plus briefve, en ce que la langue est bastie à cest effect sur des noms et verbes primitifs qui sont en somme monosyllabes. » En outre elle est plus certaine « en ce que le commun peuple bas allemand, ignorant, et qui ne scait ny A ny B, fait la composition sans y penser ou qu'il en sçache rien; la cause de cecy estant la propriété de la langue et de la fermeté des reigles si bien ordonnées. » Stevin ne connaît « nul lieu en toute la Germanie, où l'on observe plus parfaitement les monosyllabes et parle plus purement qu'en la Noort-Hollande, c'est-à-dire en la Hollande septentrionale (1). » Et il a en effet écrit et publié presque tous ses ouvrages en hollandais (2). Ils ont été traduits en latin par Snell (3).

Stevin montre dans ses écrits une indépendance absolue à l'égard des doctrines péripatéticiennes enseignées dans les écoles. Ainsi, il soutient que tous les corps sont pesants; il n'admet pas de légèreté absolue (4). Il avait vérifié expérimentalement que la vitesse avec laquelle tombent les corps n'est pas proportionnelle à leur poids (5).

(1) *Les Œuvres*, I, p. 124.

(2) Le premier (*La Pratique d'arithmétique*, Leyde, 1585, in-8°) était en français, Mais ses Principes d'hydrostatique (*De Beghinselen des Waterwichts*, 1585, Leyde, in-4°) sont en hollandais. Ses œuvres ont été rassemblées et publiées en hollandais à Leyde, 1605-1608, en 2 volumes in f°.

(3) *HYPOMNEMATA MATHEMATICA*, hoc est eruditus ille pulvis in quo se exercuit illustrissimus... princeps ac dominus Mauritius princeps Aulicus..., etc., a Simone Stevino conscripta et e belgico in latinum a Wil. Sn. conversa. Lugduni Batavorum, 1608, in-f°. Ce titre général porte le millésime de 1608, ainsi que le cinquième et dernier tome de cette collection. Mais la seconde partie de la cosmographie, le second tome (*de geometriæ praxi*), le troisième (*de optica*) et le quatrième (*de statica*) portent le millésime de 1605. Cette traduction a donc été publiée en même temps que le texte hollandais.

(4) *Les Œuvres*, etc., II, 434.

(5) *Ibid.*, 501 : « L'expérience qui refute Aristote est telle : qu'on prenne deux balles de plomb (comme le tres-docte Jean Grotius, grand rechercheur des secrets de

Non-seulement il admettait que l'eau pèse dans l'eau; mais encore il avait trouvé que la pression exercée par les couches supérieures d'un liquide sur les inférieures se transmet de haut en bas, de bas en haut et latéralement; et il démontre quelle est la mesure de cette pression. Il est donc l'auteur du principe fondamental de l'hydrostatique. Cependant ce n'est pas là-dessus qu'il a établi sa démonstration du théorème d'Archimède.

Voici comment il a procédé (p. 484): « *Definition VII.* Vasiforme est celui qui a seulement la superficie extérieure du corps qu'il contient, et duquel il peut être séparé par imagination. *Petition I.* La pesanteur propre d'un corps soit celle de laquelle il est trouvé être pesant en l'air; mais dans l'eau, qu'elle soit dite sa constitution en icelle. *Pet. II.* Que l'eau proposée soit de tout côté de pesanteur uniforme. *Pet. III.* Le poids qui ne fait pas avancer si avant soit dit plus léger, mais plus avant, plus pesant, et qui fait enfoncer également, équilibrant. *Pet. IV.* Que le vasiforme puisse contenir eau ou autre matière sans rompre ou changer de figure. *Pet. V.* Que le vasiforme plein d'eau puisse demeurer vidé ayant versé son eau. — *Théorème I.* L'eau proposée tient telle position qu'on voudra dans l'eau. — Soit dans le vasiforme *a* l'eau proposée, mise dans l'eau *bc*. Il faut de-

monstrer que l'eau *a* demeurera là. Si on pouvoit faire autrement, assavoir que *a* ne demeurast là, mais qu'il descendist où *d* est; alors l'eau qui survient en son lieu descendra plus bas pour la mesme raison, et ainsi du reste; tellement que ceste eau sera en perpetuel mouvement à cause de *a*, ce qui est absurde. Et on démontrera pareillement que *a* ne montoit ny se mouvoit vers aucun côté; et qu'elle demeurera

nature et moy avons fait) l'une decuple à l'autre en grandeur et en pesanteur, les laissant choir ensemble en mesme temps d'environ trente pieds de haut, sur une planche ou sur quelque autre chose où on puisse aisement entendre la chute, là on pourra voir manifestement que le plus léger ne demeurera pas 10 fois plus longtemps au chemin que le plus pesant, mais qu'ils tomberont si également sur la planche qu'il semble que ce ne soit qu'un seul coup.

où on la mettra, soit en d , e , f ou g ou en autre lieu dans l'eau bc . — *Théor. II.* Un corps solide plus léger que l'eau ne submerge pas tout, mais une partie demeure dehors. — Soit le corps solide a plus léger que l'eau bc de laquelle bd est la superficie supérieure... Soit ef un vasiforme la partie duquel dedans l'eau et remplie d'eau soit gf égale et semblable à a ; sa superficie gh sera en la superficie bd , d'autant que le vasiforme n'a nulle pesanteur ny legereté. Veue que

a est plus léger que l'eau gf par l'hypothèse et que gf est égal à a , gf sera donc plus pesant que a ; or, si on vuide gf et qu'on y mette a , qui y convient..., alors a estant plus léger que l'eau qui y estoit, fera que le vasiforme n'enfoncera pas si avant dedans l'eau, et partant une partie de a sera dehors l'eau. »

Stévin démontre par la même méthode qu' « un corps solide multigrave à l'eau submerge jusques au fond (*théor. III*); » « qu'un corps solide parigrave à l'eau se tient dans icelle en telle disposition et lieu qu'on voudra (*th. IV*); » « qu'un corps solide minigrave à l'eau où il git, est equiponderant à l'eau de laquelle il occupe le lieu (*th. V*). » Voici comment il démontre le théorème VII : « *Tout corps solide est plus léger dans l'eau qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau égale en grandeur à iceluy.* Soit a un corps solide, et bc l'eau... Soit d un va-

siforme pareil à a . Le vasiforme d plein d'eau n'est dans l'eau bc pesant ny léger, veu qu'il se peut tenir où l'on le met par la I^{re} proposition : parquoy vuident l'eau d et y mettant le corps a , qui y conviendra, il se trouvera estre de la legereté mentionnée, assavoir la pesanteur a moins la pesanteur de l'eau vuidée; mais telle eau est

egale à a en grandeur; a donc en l'eau bc se trouvera estre plus leger qu'en l'air de la pesanteur de l'eau egale en grandeur à iceluy (1). »

Boyle trouvait que cette démonstration du théorème d'Archimède n'est ni claire ni *physique* (2). En effet, on ne comprend pas pourquoi il faut déduire de la pesanteur a « la pesanteur de l'eau vidée. » Stévin ne pouvait l'établir qu'au moyen de la considération de la pression exercée par le fluide; mais il n'a pas cru pouvoir faire usage de ce principe, qu'il avait pourtant découvert et qu'il établit de la manière suivante (3).

« *Proposition X.* — Sur le fond de l'eau, parallele à l'horizon, repose un poids, egal à la pesanteur de l'eau, qui est egal à la colonne dont la base est le fond susdit, et la hauteur, la perpendicle sur l'horizon entre le fond et la fleur de l'eau. — Soit $abcd$ une eau

en figure de parallepipede rectangle, sa fleur ab et ef un fond à niveau, eg la perpendicle entre le fond ef et la fleur d'eau; la colonne soit celle qui est comprise entre le fond pour sa base ef , et ge hauteur, assavoir la colonne gef ... Si sur le fond ef repose un poids plus grand que gef , cela viendra à cause de l'eau prochaine: soit, s'il est possible, de l'eau $adeg$ et hfc ; et de mesme pourra-on dire que sur le fond de repose plus que l'eau $adeg$, et sur fc plus que l'eau hfc , tellement que sur dc reposera plus que l'eau $adcb$; ce qui est absurde, estant iceluy un parallepipede rectangle. Semblablement on demonstrera que sur ef ne repose pas moins que gef , et par consequent sur ef reposera precisement un poids egal à la colonne d'eau gef . »

« *Corollaire I.* — En l'eau $abcd$ de la X^e proposition mettons il , un corps solide... flottant sur l'eau, nl dedans et nk dehors... alors le

(1) *Les Œuvres*, etc., II, p. 485 et suiv.

(2) *The works of the honourable Robert Boyle*. London, 1772, in-4°, II, 760.

(3) *Les Œuvres*, etc., II, 487.

solide *il* sera equiponderant à l'eau *nolm...* D'où s'ensuit que le corps *il*, avec le reste de l'eau d'alentour, est equiponderant à un corps d'eau, egal à *abcd*; parquoy nous dirons encor selon la proposition que sur le fond *ef* repose un poids egal à la pesanteur de l'eau d'une telle colomne, que *gef* de laquelle *ef* est la base et *ge* perpendicle

entre le fond et la fleur de l'eau pour la hauteur d'icelle. »

« Corollaire II. — Soit encore en l'eau *abcd*, un ou plusieurs corps solides parigraves à l'eau, tellement qu'il n'y ait place que pour l'eau

ikfelm, alors ce corps ne surcharge ny n'allege le fond *ef* pas plus que devant : et partant selon la proposition, sur le fond *ef* repose un poids egal à la pesanteur de l'eau, laquelle est egale à la colomne ayant ledit fond pour base et la hauteur egale à la perpendicle sur l'horizon, qui est entre le fond et [la] fleur d'eau.

« Corollaire III. — Soit derechef *abcd* entierement eau, *ef* un fond (1) en icelle parallele à l'horizon ; alors l'eau poussera autant par

(1) Définition VIII : « Fond est toute superficie où l'eau se repose à l'encontre. »

dessous en elevant que par dessus en abaissant ; autrement le plus fort emporteroit le plus foible ; ce qui n'arrive pas ainsy, d'autant que tout tient la disposition qu'on luy donne, par la premiere proposition. Soyent maintenant dedans l'eau quelques corps solides parigraves à icelle, et tellement disposez que l'eau *ikeflm* pousse par des-

sous *ef*, assavoir contre le corps solide, comme devant contre l'eau ; mais l'un contre-poussoit également l'autre ; donc contre *ef* y a un effort qui le pousse en haut, de mesme que la colonne d'eau *gef* pousse le mesme fond *ef* embas, selon la proposition ; car la hauteur *ge* est la perpendiculaire interceptée entre la fleur de l'eau et le fond *ef*. »

Pour « declarer en effect (1) » ce troisieme corollaire et (2) « donner un exemple tres clair... où l'eau pousse en haut contre le fond, » Stevin suppose un tube *ef* bouché « justement » au trou *f* par la pla-

tine *g* en plomb, et plongé jusqu'en *h* dans l'eau *abcd*. « La platine *g* ne tombera pas au fond, comme fait coustumierement le plomb, mais demeurera suspendue au canal, pressant à l'encontre de mesme

(1) *Les OEuvres*, etc., II, 498.

(2) *Ibid.*, 500. Cette expérience est douteuse. Voir ci-dessous.

que feroit la colombe d'eau ayant la base egale au trou f , et la hauteur hi , moins la différence de la platine g , et le corps d'eau egal à icelle; mais si la platine n'estoit pas bien jointe au trou, l'eau y entreroit, et la platine y demeureroit suspendue jusqu'à ce que l'eau entrée ait gagné le poids susdit. »

Stevin détermine la pression de l'eau sur les parois verticales ou inclinées, en divisant (1) « leur surface en plusieurs petites parties par des lignes horizontales, » et il fait voir que chaque partie est plus pressée que si elle étoit horizontale et à la hauteur de son bord supérieur, mais qu'en même temps elle est moins pressée que si elle étoit placée horizontalement à la hauteur de son bord inférieur. D'où, en diminuant la largeur des parties, et augmentant leur nombre à l'infini, il prouve par la méthode des limites, que « la pression sur une paroi [verticale] ou inclinée est egale au poids d'une colonne dont la hauteur seroit la moitié de la hauteur du vase. »

Pour donner un exemple de la pression exercée latéralement, Stevin rappelle (2) « quel effort l'eau fait contre les portes des escluses... ; l'eau d'un côté n'ayant qu'un brin de largeur pressera autant à l'encontre que le Grand Océan de l'autre côté, moyennant que les eaux soyent de mesme hauteur. »

Enfin il donne la raison (3) « pourquoy un homme nageant au fond de l'eau ne meurt pour la grande quantité d'eau qui est au dessus de luy. » C'est que « tout pressement qui blesse le corps pousse quelque partie du corps hors de son lieu naturel. » Or, dans le cas particulier « s'il y avoit quelque chose qui soit poussée hors de son lieu, il faudroit que cela rentrast en un autre lieu. Mais ce lieu n'est pas dehors à cause que l'eau presse de tout costé egalemeut (quant à la partie de dessous elle est un peu plus pressée que celle de dessus... ce qui n'est d'aucune estime...). Ce lieu n'est pas aussi dedans le corps, car il n'y a rien de vuide non plus que dehors; d'où il s'ensuit que les parties s'entrepuissent egalemeut, pource que l'eau a une mesme raison à l'entour du corps. »

Le principe si clairement établi par Stevin resta pourtant ignoré ou méconnu jusqu'à Pascal. Et même après Pascal on ne le comprenait pas encore nettement. Les cinq expériences par lesquelles Stevin « déclare en effet » la X^e proposition et ses corollaires étoient jugées impraticables. On avait essayé d'en refaire une, et elle avait man-

(1) Lagrange, *Mécanique analytique*, I, 169 (éd. Bertrand).

(2) *Les Œuvres*, etc., II, 500.

(3) *Ibid.*

qué (1). Le théorème d'Archimède ne s'introduisit pas non plus sans difficulté.

Les études mathématiques n'étaient pas estimées dans les écoles. On ne s'y appliquait guère, parce qu'on ne voyait pas en quoi des figures, des angles et des cercles pouvaient servir à la philosophie telle qu'on la comprenait alors (2). Les maîtres de philosophie, qui suivaient Aristote, dissuadaient leurs élèves de l'étude des mathématiques, leur disant qu'elle rendait l'esprit vétilleux et inhabile à philosopher (3). Ils trouvaient que les subtilités des mathématiciens ne sont vraies qu'*in abstracto*, mais ne peuvent s'appliquer à un objet sensible et physique (4). Suivant eux, la philosophie s'occupe des questions au point de vue le plus général; elle trouve les définitions et les propriétés les plus communes des objets; elle abandonne le reste comme chose de pure curiosité aux mathématiciens. Ainsi Aristote s'est contenté de définir excellemment le mouvement considéré en général; il a démontré les attributs du mouvement dans l'espace, qui est naturel ou violent, simple ou composé, uniforme ou accéléré; mais il s'est contenté de dire pourquoi le mouvement accéléré est accéléré, laissant aux mécaniciens et autres artisans d'ordre inférieur le soin de déterminer la proportion de cette accélération et les autres propriétés particulières de ce mouvement (5). L'autorité d'Aristote n'était pas moins grande qu'au moyen âge; on craignait peut-être davantage d'y contredire. Dans l'ordre des jésuites, le Général imposait de ne jamais aller à l'encontre des opinions d'Aristote et de lever toujours les objections qui pourraient leur être adressées (6). Et en effet, « à qui recourir pour terminer les controverses, si Aristote est détrôné? quel autre auteur suivra-t-on dans les écoles, dans les académies? quel autre a écrit sur toutes les parties de la philosophie naturelle, aussi méthodiquement, sans laisser en arrière une seule proposition particulière (7)? » Aux yeux de beaucoup de gens, toute assertion qui ne sortait pas des écoles péripatéticiennes était par là même suspecte d'erreur (8). Il ne faut donc pas s'étonner si les

(1) Voir Boyle, *Hydrostatical Paradoxes* (*Works*, II, p. 774). Il ne dit pas quelle était cette expérience.

(2) Viviani (dans *le Opere di Galileo Galilei*, éd. Alberi), XV, p. 332.

(3) Galilée, *Opere*, I, 224, 430. — Je cite toujours d'après l'édition d'Alberi (Florence, 1842-56, in-8°).

(4) Galilée, *Opere*, I, 224.

(5) *Id.*, *ibid.*, I, 181.

(6) Lettre de Bardi dans Galilée, *Opere*, VIII, 323.

(7) Galilée, *Opere*, I, 64.

(8) *Id.*, *ibid.*, XII, 11.

principes d'Archimède étaient ignorés ou même combattus dans les écoles.

Un professeur de médecine à l'Université de Pise, Jérôme Borrius, a publié, en 1576, un traité *de Motu gravium et levium* (1) où il ne les mentionne même pas. Il n'annonce pas d'ailleurs de nouveautés (p. 186) : « Je dis à mes auditeurs : Voilà ce qu'Aristote enseigne, voici ce que dit Platon, Galien s'exprime ainsi, Hippocrate a dit cela. J'espère que cette conduite doit donner du crédit à mon enseignement et de l'autorité à ma personne. Ceux qui m'entendent sont forcés de reconnaître que la parole de Borrius est digne de toute confiance, puisqu'elle n'est pas de lui, mais que ce sont les hommes les plus illustres qui parlent par sa bouche. » Il rapporte qu'il a rassemblé sous différents chefs les opinions exprimées sur diverses questions par les hommes les plus distingués de l'antiquité (p. 186) : « Si je ne retrouve pas dans mes recueils les idées qui me viennent à l'esprit, je les abandonne aussitôt comme suspectes d'erreur, ou je les garde en réserve jusqu'à ce qu'elles vieillissent et s'éteignent avant d'avoir vu le jour. » « On ne trouvera rien de nouveau dans cette troisième partie de mon ouvrage : tout y sent cette vénérable et excellente antiquité qui a été si longtemps négligée. » En effet, il résout le problème du morceau de bois et du morceau de plomb exactement comme Aristote. Il prétend même établir, non-seulement par l'autorité et par le raisonnement, mais encore par l'expérience, que l'air pèse dans l'air, et qu'à poids égal un morceau de bois contient plus d'air qu'un morceau de plomb (p. 215) : « Comme nous disputions sur ce point sans pouvoir nous entendre, nous eûmes recours à l'expérience, qui juge de toutes choses en dernier ressort. Nous prîmes un morceau de bois et un morceau de plomb, de même poids, autant qu'on pouvait en juger à la vue (car nous ne crûmes pas nécessaire de les peser à la balance; nous pensâmes qu'il suffisait pour notre expérience de les apprécier à la vue); nous les jetâmes d'un étage supérieur de notre maison avec une égale force et en même temps. Le morceau de plomb descendit plus lentement, et tous ceux qui assistaient à l'expérience le virent tomber sur le morceau de bois, qui avait touché le sol avant lui. Et nous ne fîmes pas l'expérience une seule fois; nous la renouvelâmes souvent, toujours avec le même résultat. Cette expérience rangea tout le monde à mon avis. Ainsi donc le raisonnement, l'ex-

(1) Hieronymus Borrius Arretinus de motu gravium et levium. Florentiæ, 1576, in-4°.

périence, l'autorité établissent que l'air a quelque pesanteur dans le lieu qu'il occupe naturellement. C'est ainsi qu'un morceau de bois, qui contient plus d'air qu'un morceau de plomb de même poids, descend plus rapidement dans l'air, et surnage dans l'eau, parce que l'air est plus léger dans l'eau. Le plomb, qui a moins d'air mais plus d'eau et de terre que le bois, descend plus lentement dans l'air et plonge de lui-même au fond de l'eau. »

Un autre professeur de Pise, qui y enseignait la philosophie du temps où Galilée y fit ses études (1581-85), et qui paraît avoir eu alors une grande réputation, François Buonamico, dans son traité *de Motu* (1), expose et combat les démonstrations d'Archimède. Il n'a pas moins de respect que Borrius pour l'autorité : « Le temps, dit-il (Dédicace), détruit les trophées ; les empires s'écroulent : la vérité seule demeure éternellement. Et comme de tous les hommes Aristote est celui qui s'en est le plus approché dans la mesure de la nature humaine, il n'y aura pas de temps, de pays, de religion où ses ouvrages ne doivent être étudiés avec soin et maniés assidûment. Je suis certain que celui qui suivra uniquement les traces de cet auteur aura toujours une place en philosophie. » Buonamico cite (p. 492 F) le passage où Sénèque parle de ces lacs où les briques surnagent ; il rapporte l'explication de Sénèque qu'il dit empruntée d'Archimède ; il expose les démonstrations des propositions IV, V et VI du premier livre d'Archimède ; et il ajoute (2) : « Au reste, tout cela ne me paraît pas bien

(1) Francisci Bonamici Florentini e primo loco philosophiam ordinariam in almo gymnasio Pisano profitentis de motu libri X, quibus generalia naturalis philosophiæ principia summo studio collecta continentur ; necnon universæ questiones ad libros de physico auditu, de cœlo, de ortu et interitu pertinentes explicantur ; multa item Aristotelis loca explanantur et Græcorum Averrois aliorumque doctorum sententiæ ad theses peripateticas diriguntur. Florentiæ, 1591, in-f^o.

(2) P. 494 E : « Ceterum non satis hæc cum Aristotelica sententia convenire mihi videntur. Mirum enim admodum est aquam sua gravitate superare terram, cum gravior se ipsa videatur esse propter terræ participationem. Tum deinde quod non plene mihi satisfaciunt hæc rationes, si caussam doceri velim cur lignum et vas, quod alioquin enatat, tum demum submergatur, ubi aqua plenum fuerit ; nihilominus quia par aquæ illius quæ continetur in vase pondus existit, ad summum in aquæ superficie consisteret ; attamen ad imum usque properare conspicitur. Huc accedit quod perspicue veteres confutavit Aristoteles, qui corporum levium motus sursum ad suum locum ex graviorum pulsione fieri contenderent, et profecto videretur illud necessario consequi, ut omnia corpora naturalia forent gravia secundum naturam, nulla omnino levia, quando prorsus eveniret idem, si aer et ignis in ima aquæ sede collocarentur... Propterea tanti faciemus has caussas a mathematicis approbatas, quantum cum corporum propensione consentiunt, et accipiemus ea quæ sequuntur, ex quibus illa sequuntur, omitemus, et quod per humidum quidque quandocunque mo-

s'accorder avec les opinions d'Aristote. Il est bien singulier que l'eau soit plus lourde que la terre, quand elle ne paraît devenir plus pesante que par sa participation à la terre. Ensuite, les raisonnements d'Archimède n'expliquent pas comment un morceau de bois qui n'est pas imprégné d'eau, comment un vase vide surnagent, et sont submergés quand ils sont remplis d'eau; car, puisque le poids de l'eau qui est contenu dans le vase, n'est pas plus grand que le poids de l'eau qui est en dehors, le vase devrait rester à la surface; cependant on le voit aller au fond. En outre, Aristote a péremptoirement réfuté les philosophes anciens qui soutenaient que les corps légers étaient chassés en haut par les plus lourds, assertion d'où il résulterait que tous les corps seraient naturellement pesants, qu'aucun ne serait léger, et qu'il n'y aurait pas de différence si l'on mettait de l'air et du feu en bas de la place occupée par l'eau... Nous ne tiendrons compte de ces raisonnements adoptés par les mathématiciens que dans la mesure où ils s'accordent avec la tendance originelle des corps vers le haut ou vers le bas. Nous accepterons les conséquences, nous rejetterons les principes, et nous rapporterons les mouvements des corps dans les liquides au plus ou moins de facilité avec lequel ils divisent le milieu où ils se meuvent... La cause des faits que Sénèque essaye d'expliquer doit être cherchée dans les principes auxquels on a recours ordinairement, la prédominance de tel ou tel élément et le rapport du mobile au milieu; si le mobile peut facilement diviser le milieu, comme le plomb divise l'eau, il se meut à travers le milieu; s'il a moins de facilité, comme l'huile ou le bois, soit à cause de sa constitution élémentaire, soit par suite de quelque circonstance accidentelle, il surnage dans une quantité d'eau plus ou moins grande. Au reste, comme les liquides se glissent sous les corps solides, il peut arriver accidentellement que des corps pesants paraissent surnager. » Ainsi une pierre peut rester suspendue dans l'urine (p. 446); « l'urine, qui est un liquide, se glisse sous la pierre et se porte plus facilement vers le bas que vers le haut. C'est pour cela que, quoique moins pesante, il suffit du plus léger mouvement pour lui faire prendre une place inférieure qu'elle n'occupe point par elle-même, mais par ac-

veatur, ad facilem difficilemque medii partitionem deducamus... Ergo caussa illorum quæ a Seneca quærebantur ad initia solita referenda est per se, dominium videlicet elementorum et medii facultatem, quo fit ut si mobile potestatem medii superet, veluti plumbum aquæ continuitatem, per ipsam moveatur; si minus, ut oleum aut lignum, seu nativa propensione, sive etiam externa aliqua affectione, plus aquæ minusve ratione virtutis præpollentis superemineat; sed quoniam liquidâ subeunt, etiam per accidens evenit ut gravia quadam ex parte natate videantur in aquis. »

cident ; cela arrive par suite de l'agitation communiquée et de l'adhérence qui attache les liquides aux solides ; ce n'est pas dans l'ordre de la nature, c'est une nécessité qui provient de la matière (1). » Il ne faudrait pas appliquer ici la septième proposition d'Archimède et dire « qu'un corps plus lourd que l'eau surnage par l'effet d'une cause interne, parce qu'il pèse beaucoup moins dans le liquide qu'en dehors du liquide. » « ...Archimède prouve seulement que le corps descendra lentement, mais non qu'il n'ira pas au fond. Ensuite, dans notre explication, nous n'avons en vue que l'intensité de la pesanteur, et non sa quantité extensive, qui s'apprécie par la balance : Archimède n'a en vue que la quantité extensive et le poids. Ensuite, sa démonstration n'est pas générale ; et, en admettant qu'elle soit générale, elle ne prouve qu'à la façon des mathématiques, sans tenir aucun compte de la matière, dont nous devons tenir compte avant tout en physique. En effet, la démonstration d'Archimède ne conclut pas, quand il s'agit des plus petites parties d'un corps plus pesant que l'eau ; on ne pourra trouver de partie du liquide égale à la plus petite partie du solide et qui ait de la pesanteur, car elle sera plus petite que la plus petite partie ; mais alors elle ne garde aucune autre qualité, quand elle est séparée du tout (2). Et l'expérience montre que les plus petites parties d'un corps ne s'enfoncent pas dans l'eau, bien loin qu'elles soient entraînées au fond par quelque pesanteur. La cause que nous avons assignée au fait est donc conforme à la nature et absolument vraie. »

Un tel enseignement ne pouvait convenir à un esprit aussi pénétrant et aussi indépendant que celui de Galilée. Quand il étudiait à l'Université de Pise, dans les disputes de physique, il argumentait toujours contre ceux qui s'attachaient strictement au péripatétisme ; et ils l'appelaient *l'esprit ae contradiction* (3). Il ne cessa plus de faire la guerre aux doctrines d'Aristote, dont il n'estimait que la rhétorique et la morale, disant qu'il avait excellé en cette partie ; quant au reste de sa philosophie, il le trouvait plein de paralogismes et d'erreurs. Il louait la méthode de Pythagore ; mais il mettait Ar-

(1) Buonamico applique ici un principe d'Aristote ; pour Aristote, la nature est une sorte de tendance instinctive qui donne une forme à la matière, et à qui la matière résiste quelquefois et fait produire autre chose que ce qu'elle a voulu.

(2) Voici le texte de ce passage qui n'est pas clair (p. 446 G.) : « Si quidem in minimis eorum quæ sunt aqua graviora non sequatur propositum, quando reperiri non possit pars humidi illi æqualis, in qua sit gravitas : erit enim minima minor ; at in hac nulla alia qualitas superest, ubi separetur a toto. »

(3) Viviani, dans Galilée, *Opere*, XV, 332.

chimède au-dessus de tout et l'appelait son maître (1). Il avait étudié particulièrement le traité *des corps flottants* (2), et dès 1586, au sortir de ses études à Pise, il avait imaginé une balance hydrostatique qui permet de déterminer les proportions d'un alliage d'or et d'argent avec une rigueur qu'il ne trouvait pas dans le procédé attribué par Vitruve à Archimède (3). Il me paraît probable que toutes les fois que Galilée exprime son admiration pour Archimède, il a surtout en vue l'auteur du traité *des corps flottants* plutôt que celui des ouvrages de pure géométrie, qu'il avait beaucoup moins pratiqués ; la manière dont Archimède établit les conditions auxquelles les corps surnagent ou s'enfoncent dans les liquides lui parut sans doute un modèle de la méthode à suivre dans les recherches de physique.

Sur cette question de la méthode, tout ce que dit Galilée peut se ramener aux trois préceptes suivants : ne pas s'assujettir à l'autorité d'Aristote ni à aucune autre, étudier les mathématiques, expérimenter.

« Ce n'est pas par caprice, disait-il (XII, 11), ni faute d'avoir compris Aristote, que je m'écarte quelquefois de son opinion ; c'est parce que j'ai des raisons de le faire et que le même Aristote m'a enseigné de n'adhérer qu'à ce qui m'est persuadé par la raison et de ne pas m'en rapporter à la seule autorité du maître. Comme le dit avec beaucoup de raison Alcinoüs (4), la philosophie veut être libre. » « Lorsque les décrets de la nature sont indifféremment exposés aux yeux et à l'intelligence de tout le monde, l'autorité de tel ou tel perd tout pouvoir sur nous ; la décision en dernier ressort n'appartient qu'à la raison (XII, 29). » « C'est une grande erreur que de supposer que les anciens ont tout dit et l'ont bien dit. Car les faits sont en nombre infini, et les hommes ont pu se tromper beaucoup. Croire que les modernes ne peuvent philosopher comme les anciens l'ont fait, c'est traiter la nature de marâtre, c'est admettre qu'elle ne nous a pas donné d'intelligence ni de moyens d'arriver à la vérité, ou qu'elle est plus avare de ses manifestations... Dans les choses naturelles, Galilée préfère la nature elle-même à n'importe quelle autorité de

(1) Gherardini, dans Galilée, *Opere*, XV, 399.

(2) Nelli (*Vita e commercio letterario di Galileo Galilei*, Lausanne, 1793), I, p. 311 : « Il Galileo fino dalla sua giovanile età aveva faticato intorno a quest'opra illustrandola ed ampliandola, come si comprende dal di lui carteggio tenuto col marchese del Monte, e da alcuni fragmenti delle sue opre. » Les lettres dont parle ici Nelli ne sont pas dans l'édition d'Alberi. — (3) *Opere*, XIV, 201.

(4) Διδασκαλικὸς τῶν Πλάτωνος δογμάτων, chap. I. Alcinoüs dit simplement que le philosophe doit avoir l'âme *généreuse* (ἐλευθέριον), des sentiments élevés.

l'écrivain le plus célèbre ; et quiconque veut philosopher suivant la vraie méthode doit en faire autant (XII, 260). » « Galilée n'enchaîne pas sa liberté à l'autorité et à la parole nue de tel ou tel auteur chez qui les sens et le cerveau n'étaient pas conformés autrement que chez les autres enfants de la nature (XII, 464). » « Quelle bassesse incroyable que de se mettre spontanément en esclavage, de prendre pour des arrêts inviolables, de s'obliger à se déclarer persuadé et convaincu par des arguments si puissants et si clairement concluants, qu'on ne sait au juste s'ils ont été écrits en ce but et s'ils servent à prouver telle conclusion (I, 125). » « Mais si on abandonne Aristote, fait dire Galilée à un des personnages qu'il met en scène, qui servira de guide en philosophie ? Nommez un auteur quelconque. — On a besoin d'un guide dans des pays inconnus et sauvages, mais dans des pays ouverts et en plaine, les aveugles seuls ont besoin de guide ; et alors il vaut mieux rester chez soi ; mais quiconque a des yeux dans la tête et dans l'esprit, qu'il les prenne pour guide. Je ne prétends pas pourtant qu'on ne doive pas écouter Aristote ; j'approuve qu'on le consulte, qu'on l'étudie. Ce que je blâme, c'est qu'on s'abandonne au point de souscrire aveuglément à tout ce qu'il dit et de le tenir pour un arrêt sacré sans en chercher la raison (I, 126). » « Dans les sciences naturelles, dont les conclusions sont vraies d'une vérité nécessaire et où la volonté humaine n'a aucune part, il faut bien se garder de prendre la défense de l'erreur, parce que mille Démosthènes et mille Aristotes échoueront devant l'esprit le plus médiocre qui aura eu la chance de s'appuyer sur la vérité (I, 62). » « Je dois reprocher à Sarsi, dit Galilée (IV, 171) à l'un de ses adversaires, la ferme persuasion où il est qu'en philosophie il faut s'appuyer sur les opinions de quelque auteur célèbre, comme si notre intelligence devait se marier à la raison d'autrui sous peine de rester stérile et inféconde. Peut-être Sarsi croit-il que la philosophie est un livre, produit de l'imagination d'un individu, comme l'*Iliade* ou le *Roland furieux*, ouvrages où ce qui importe le moins c'est que ce qui y est écrit soit vrai. Non, seigneur Sarsi, il n'en est point ainsi. La philosophie est écrite dans ce grand livre qui est constamment ouvert sous nos yeux, je veux dire l'univers ; mais on ne peut le comprendre, si on ne s'est pas préparé à entendre la langue et à reconnaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue des mathématiques ; ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans lesquelles il est impossible d'en entendre humainement un seul mot, autrement on tourne vainement dans un labyrinthe obscur. »

Galilée développe souvent l'idée que « vouloir traiter les questions de physique sans le secours de la géométrie, c'est tenter l'impossible (I, 224). » Il compare (XII, 464) les mathématiques à des ailes sans lesquelles il est impossible de s'élever à un pied au-dessus de terre. A propos du mouvement par lequel la pesanteur entraîne les corps vers le centre de la terre, il dit (I, 181) qu'il ne suffit pas de savoir que ce mouvement est en ligne droite, mais qu'il faut encore savoir s'il est uniforme ou non, et s'il est uniformément accéléré ou retardé, et il ne suffit pas encore de savoir qu'il est uniformément accéléré, il faut déterminer la proportion de cette accélération. Les philosophes prétendaient que les mathématiques ne sont applicables qu'à l'abstrait, mais non au sensible et au concret, qu'alors elles ne répondent pas à la réalité; Galilée leur répond (I, 229): « Il serait bien extraordinaire que des calculs faits sur des nombres abstraits ne répondissent plus ensuite aux monnaies d'or et d'argent et aux marchandises *in concreto* .. De même que, quand on veut calculer la valeur du sucre, de la soie ou de la laine, on tient compte des caisses et des enveloppes, de même le géomètre philosophe qui veut suivre dans le concret les effets démontrés *in abstracto* défalque les empêchements qui proviennent de la matière; s'il sait le faire, il est sûr que la concordance sera aussi exacte que dans les opérations de l'arithmétique. Les erreurs ne viennent ni de l'abstrait ni du concret, ni de la géométrie, ni de la physique, mais du calculateur qui ne compte pas juste. » Galilée vante souvent la rigueur des démonstrations mathématiques: « Qu'ils se taisent, oui, qu'ils se taisent ceux qui s'imaginent qu'on peut arriver en philosophie sans le secours divin des mathématiques. Peut-on nier qu'elles seules peuvent nous apprendre à distinguer le vrai du faux, que seules elles peuvent éveiller notre esprit et lui faire comprendre tout ce que les hommes sont capables de savoir véritablement (XI, 46). » « Les mathématiques procèdent très-scrupuleusement et ne tiennent pour certain que ce qu'elles démontrent (XIII, 92). » Tout en faisant l'éloge de Gilbert comme expérimentateur consciencieux et exact, il lui reproche de n'avoir pas été assez versé dans les mathématiques (I, 439): « La pratique de la géométrie l'aurait fait hésiter davantage à donner comme des démonstrations concluantes les raisonnements par lesquels il essaye d'expliquer les véritables causes des faits qu'il a observés. Ces raisonnements, à parler franchement, n'enchaînent pas étroitement avec la force qui appartient indubitablement aux démonstrations nécessaires et éternellement vraies que l'on peut donner des vérités de la physique. » « La force des démonstrations néces-

saires, comme le sont les seules démonstrations mathématiques, est à la fois merveilleuse et ravissante... La connaissance d'un seul effet rapporté à ses causes prépare l'intelligence à comprendre les autres et lui en donne la certitude, sans qu'il soit nécessaire de recourir à l'expérience (XIII, 250). »

Ce n'est pas que Galilée dédaignât l'expérience. Un de ses adversaires dit de lui (IV, 355) : « *hominem experimentorum amantissimum,* » et Galilée répond (IV, 358) qu'en effet il a une certaine réputation d'observateur pénétrant et d'homme fort appliqué aux expériences. Son disciple Viviani lui attribue (XV, 363) d'avoir dit que si ce qu'on avait écrit de bon en philosophie et en géométrie (1) était propre à former l'esprit et à le préparer à des spéculations semblables et plus élevées, les principales portes qui nous introduisent dans le trésor de la philosophie naturelle sont l'observation et l'expérimentation. Il paraît que Galilée a constaté expérimentalement tous les théorèmes qu'il démontre géométriquement dans ses dialogues sur le mouvement ; car il dit lui-même (I, 58) : « Je tiens pour certain qu'Aristote a d'abord employé le secours des sens, de l'expérience et de l'observation pour s'assurer de la vérité de sa conclusion, et qu'ensuite il a recherché le moyen de la démontrer ; car c'est ainsi que les choses se passent la plupart du temps dans les sciences qui procèdent par voie de démonstration. La raison en est que si la conclusion est vraie, en se servant de la méthode analytique, on rencontre aisément quelque proposition déjà démontrée, ou on arrive à quelque principe évident par lui-même ; mais si la conclusion est fautive, on peut aller à l'infini sans rencontrer une vérité déjà établie, en supposant qu'on ne tombe pas sur une absurdité ou une impossibilité manifeste. Soyez sûrs que Pythagore, longtemps avant d'avoir trouvé la démonstration pour laquelle il offrit une hécatombe, s'était assuré que le carré du côté opposé à l'angle droit dans le triangle rectangle est égal à la somme des carrés faits sur les deux autres côtés. La certitude de la conclusion n'est pas de peu de secours pour faire trouver la démonstration, bien entendu dans les sciences qui procèdent par voie démonstrative. » Il dit ailleurs (XIII, 166) : « Admettons que la vitesse avec laquelle le mobile descend sur le plan incliné soit la même avec laquelle il tomberait de sa hauteur. C'est un postulat dont la vérité absolue sera confirmée plus tard quand on verra que d'autres conclusions fondées sur cette supposition répon-

(1) Galilée voulait sans doute parler de la géométrie pure, cultivée comme simple curiosité, indépendamment de toute application.

dent exactement à l'expérience. » Il faut vérifier par soi-même les faits d'expérience qu'attestent les auteurs. Simplicius, l'un des interlocuteurs du dialogue sur les systèmes du monde, admet qu'une balle qu'on laisse tomber du haut d'un mât de navire atteint le navire au pied du mât, s'il est au repos, et en arrière du mât, à une distance égale au déplacement du navire, si le navire est en mouvement. « Avez-vous fait l'expérience ? » lui dit Salviati, l'un des autres interlocuteurs (I, 160). « Simplicius : Je ne l'ai pas faite ; mais je crois que les auteurs qui la rapportent ont observé le fait avec soin... Salviati : Vous êtes vous-même la preuve que ces auteurs peuvent la rapporter sans l'avoir faite, puisque vous la donnez pour certaine sans l'avoir faite et que vous vous en reposez sur leur bonne foi. Mais il n'est pas seulement possible, il est certain d'une certitude nécessaire qu'ils se sont reposés aussi sur leurs devanciers, sans qu'on puisse arriver à un seul qui l'ait faite. Car quiconque la fera trouvera que l'expérience montre précisément le contraire de ce que ces auteurs ont écrit. » Galilée dit en parlant de Gilbert (I, 439) : « Il me paraît encore digne des plus grands éloges pour la multitude d'observations vraies et nouvelles qu'il a faites, à la honte de tant d'auteurs menteurs et vains, qui ne se contentent pas de consigner ce qu'ils savent, mais qui écrivent encore tout ce qu'ils entendent dire au vulgaire ignorant, sans chercher à le vérifier par l'expérience, sans doute pour ne pas diminuer leurs volumes. » « Je ne puis m'empêcher de m'étonner encore que Sarsi s'opiniâtre à me prouver par des témoignages ce que je puis voir à toute heure par des expériences. On pèse les témoignages quand il s'agit de choses douteuses, passées et passagères, mais non quand il s'agit de faits présents (IV, 323). » Galilée voyait encore dans l'expérience un moyen de confondre des adversaires opiniâtres qui n'auraient pu comprendre les raisonnements. « Lorsqu'il y a une expérience sensible et évidente, il n'est pas besoin de réfuter des raisonnements qui sont certainement faux ; et vous n'ignorez pas que dans le péripatétisme, comme dans les autres philosophies, une seule expérience manifeste suffit pour énerver mille raisonnements, et que mille raisonnements ne suffisent pas pour rendre fausse une seule expérience vraie (XII, 315). » « Les expériences sont les meilleures preuves qu'on puisse employer (XII, 397). »

Une telle méthode devait inspirer à Galilée une vive répugnance pour toutes ces subtilités verbales dont on était habitué à se payer, et auxquelles d'ailleurs on est de tout temps porté à recourir quand on ne sait pas. Le P. Grassi avait dit (IV, 185) que les comètes pour-

raient bien décrire une ligne irrégulière autour du soleil. Galilée répond (IV, 187) : « Dire que telle chose a lieu suivant une ligne irrégulière, c'est dire : j'ignore comment cela arrive. Introduire une telle ligne ne vaut pas mieux que d'avoir recours aux sympathies, aux antipathies, aux propriétés occultes et à d'autres termes que certains philosophes n'emploient que pour dissimuler la véritable réponse, qui serait : je ne sais pas. » Il avait été ainsi ramené aux opinions de l'école de Leucippe et de Démocrite sur les qualités sensibles : « Je me sens bien obligé, dit-il (IV, 333), aussitôt que je conçois quelque matière ou quelque substance corporelle, de la concevoir en même temps comme ayant telle ou telle forme, comme grande ou petite relativement à une autre, comme existant en tel ou tel lieu, en tel ou tel temps, comme en mouvement ou comme immobile, comme touchant ou ne touchant pas un autre corps, comme unique ou comme existant en plus ou moins grand nombre ; et quelque effort d'imagination que je fasse, je ne puis la séparer de ces différentes conditions. Mais qu'elle doive être blanche ou rouge, amère ou douce, qu'elle doive rendre ou ne pas rendre de son, qu'elle doive sentir bon ou mauvais, je ne m'aperçois pas que mon esprit soit obligé de la concevoir comme nécessairement accompagnée de ces conditions ; si les sens ne nous en avertissaient pas, notre raison ou notre imagination n'arriveraient peut-être jamais à se les représenter. Aussi je pense que relativement au sujet où ces saveurs, odeurs, couleurs, etc., paraissent résider, elles ne sont que des mots, et qu'elles ne résident réellement que dans le sujet sentant ; lequel étant supprimé, toutes ces qualités sont anéanties... De même le chaud. »

Les recherches que Galilée entreprit sur les corps flottants montrent très-bien comment il pratiquait la méthode scientifique dont nous venons d'exposer les principes d'après lui-même. Voici quelle en fut l'occasion. Dans des réunions de savants et de lettrés, en 1611, on avait soutenu devant Galilée que le froid condensait et que la glace était de l'eau condensée. Galilée fit remarquer que la glace est plutôt de l'eau raréfiée, puisque l'eau glacée augmente de volume et, devenue plus légère qu'un égal volume d'eau non glacée, monte à la surface de cette eau. Les autres répliquèrent que c'était la forme du corps solide qui, le rendant plus ou moins habile à vaincre la résistance du liquide, était cause qu'il surnageait ou allait au fond. On soutint de part et d'autre ces opinions diverses par des raisonnements et par des expériences faites devant le grand-duc, Côme II. L'une des expériences sur lesquelles se fondaient principalement les ad-

versaires de Galilée, était celle-ci : une mince tablette d'ébène, corps spécifiquement plus lourd que l'eau, surnage, et une boule du même bois va au fond ; donc la forme est la cause pour laquelle un corps solide surnage ou va au fond d'un liquide. Galilée pensait que le principe d'Archimède s'appliquait dans ce cas comme dans les autres, et publia l'année suivante (1612) un traité *Des corps qui se tiennent sur l'eau ou qui se meuvent en l'eau*, où il s'efforça de démontrer ses assertions. Dans cet ouvrage il donne une nouvelle démonstration du principe d'Archimède, il réfute les objections de Buonamico, il explique comment la figure n'est en aucun cas la cause pour laquelle les corps surnagent ou vont au fond d'un liquide, et il termine par la critique de ce qu'Aristote a dit (*De caelo*, IV, 6) touchant l'influence de la forme des corps solides sur leur mouvement dans l'eau. Cette publication amena quatre répliques qui se succédèrent à peu de distance, trois dans la même année (1612), la dernière l'année suivante. En 1614, Bardi, gentilhomme florentin, disciple de Galilée, fit à Rome chez les jésuites, au Collège romain, des expériences qui démontraient ce qu'avait avancé Galilée, et il en publia la relation la même année. En 1615, Galilée se décida enfin à répliquer, mais seulement à deux de ses adversaires, Ludovico delle Colombe et Vincenzo di Grazia, et il publia sa réponse sous le nom de son disciple Castelli (1).

La discussion entre Galilée et ses adversaires porta sur sa réfutation des objections de Buonamico, sur son examen des opinions développées par Aristote (*De caelo*, IV, 6), enfin sur son explication de la cause pour laquelle la tablette d'ébène surnage, en un mot sur tout ce qui intéressait la tradition péripatéticienne. Les adversaires de Galilée laissèrent de côté la nouvelle démonstration qu'il donnait du principe d'Archimède. Je ne donnerai ici, comme échantillon de cette polémique, que la réfutation de Buonamico (2), avec la défense présentée par Ludovico delle Colombe, suivie de la réplique de Galilée, quand il a daigné relever les arguments de son adversaire.

1° G. Si la doctrine d'Archimède n'est pas d'accord avec celle d'Aristote, ce n'est pas une raison de la tenir pour suspecte, puisqu'il

(1) Voir l'édition d'Alberi, tome XII, où tous ces ouvrages sont réunis. L'éditeur aurait dû dire que la relation de Bardi a été réimprimée par Targioni Tozzetti (voir ci-dessus p. 32, n. 1). Il semble croire que les idées de Galilée restent encore vraies, et que les progrès de la science n'ont pas modifié ses théories. Il cite les éloges que Lagrange donne à Galilée, sans mentionner les restrictions.

(2) Voir ci-dessus, p. 51, l'argumentation de Buonamico. Galilée ne s'est attaqué qu'à ce qui est cité p. 51, n. 2.

n'y a aucun motif de préférer l'autorité de l'un à celle de l'autre; lorsque les décrets de la nature sont indifféremment exposés aux yeux de chacun, il n'y a d'autre autorité que celle de la raison (XII, 29). — *Col.* Buonamico n'a pas entendu mettre en parallèle l'autorité d'Aristote et celle d'Archimède, mais les théories de l'un et de l'autre en un sujet qui est plutôt du domaine de la philosophie naturelle que de celui des mathématiques (XII, 159).

2° G. Archimède n'a pas dit que l'eau fût plus pesante que la terre (p. 29); et si quelqu'un l'a dit, il n'a sans doute pas voulu parler de l'eau ordinaire, ou il a rapporté un fait fabuleux (p. 31). — *Col.* Peu importe que le fait cité par Sénèque soit vrai ou faux; il suffit que le principe d'Archimède ne l'explique pas; car il en résulterait que l'eau serait plus pesante que la terre (p. 159). — G. Ou l'eau de ce lac de Syrie est d'une autre nature que notre eau, et alors on ne peut objecter à Archimède que l'eau serait plus pesante que la terre; ou elle est de la même nature, et alors le fait est faux: et pour qu'un principe soit bon, il n'est pas nécessaire qu'il explique les faits faux aussi bien que les vrais (pp. 435-436).

3° G. Il est faux qu'un vase fait d'un bois qui surnage aille au fond, quand il est rempli d'eau. On n'a qu'à faire un vase de cire, il n'ira pas au fond quoique rempli d'eau; et si on y ajoute un grain de plomb, il enfoncera. Une barque remplie d'eau enfonce; mais c'est qu'une barque est un composé de fer et de bois qui est plus pesant qu'un égal volume d'eau. Un bois imprégné d'eau peut enfoncer; mais c'est qu'avant d'être imprégné d'eau il contenait dans ses pores de l'air ou d'autres matières plus légères que l'eau, et que le tout formait un volume spécifiquement plus léger que l'eau. Quand l'eau a imprégné le bois, le bois restant forme un volume spécifiquement plus pesant que l'eau (p. 32). — *Col.* En admettant que l'exemple du vase soit faux, la vérité d'une théorie est indépendante de celle d'un exemple. L'air qui est dans les pores du bois ne peut changer l'espèce du bois; mais il le fait surnager (pp. 159-160). Le fer qui entre dans la construction d'une barque ne change pas l'espèce du bois, qui reste la même substance. Et en général, le plus ou moins de légèreté et de pesanteur ne change pas l'espèce et la nature des choses. Ce terme de *spécifique* est donc ici tout à fait impropre. Ces termes de *pesanteur*, *légèreté spécifique* (1), sont une source d'équivoques et de paralogismes. Archimède ne les a pas employés; et

(1) « Grave, leggier in ispecie, » p. 162. Le mot *specifico* que j'ai substitué n'est amais employé par Galilée.

les mathématiciens qui ont pensé que son principe devait être admis avec une distinction spécifique et non absolument, ne lui ont pas rendu un grand service (pp. 161-162). — G. Le seigneur Colombo n'a pas entendu le terme de *spécifique* (1). Dire qu'un corps est spécifiquement aussi pesant que l'eau, ce n'est pas dire qu'il soit de la même espèce (pp. 437-438).

4° G. Il n'est pas contraire à la doctrine d'Archimède d'admettre qu'il y a des corps absolument légers, et on n'est pas obligé de soutenir que les corps les plus légers sont chassés en haut par les plus lourds. Archimède s'est borné à démontrer qu'un solide enfonce à cause de l'excès de sa pesanteur sur celle de l'eau et surnage à cause de l'excès de la pesanteur de l'eau sur la sienne, quelle que soit d'ailleurs la cause qui fait descendre ou monter le corps. Au reste, il n'y a pas de légèreté opposée à la pesanteur. Si certains éléments avaient une tendance naturelle à monter vers la sphère céleste, ils monteraient dans un milieu moins résistant comme l'air, plus vite que dans un milieu plus résistant comme l'eau. Or l'expérience montre que tous les corps qui, comme les exhalaisons ignées, montent rapidement dans l'eau, perdent une partie de cette vitesse dans l'air; ils sont donc chassés par le milieu ambiant, mais ils ne sont pas poussés par un principe interne, par une tendance naturelle à s'éloigner du centre du monde (pp. 33-35). — Col. Si la prédominance de tel ou tel élément dans le corps mixte est la cause pour laquelle il descend ou surnage, il faut montrer qu'il y a une légèreté absolue. Les exhalaisons ignées pourraient monter plus vite dans l'eau que dans l'air, parce qu'outre leur tendance naturelle vers le haut, elles sont, *per accidens*, poussées par l'eau plus fortement que par l'air; mais il est faux qu'elles montent plus vite dans l'eau. En effet, le froid et l'humidité de l'eau les amortit et les alourdit, tandis que l'air les ravive; elles sont d'ailleurs, dans l'air, plus près de leur lieu naturel; et les corps vont d'autant plus vite qu'ils se rapprochent de leur lieu naturel. En outre, on reconnaît que le feu est absolument léger, à ce qu'un globe de feu considérable monte plus rapidement dans l'air que celui qui est moindre (pp. 164-165). — G. Pourquoi multiplier les causes sans nécessité et ajouter à la tendance naturelle vers le haut la poussée du fluide, contrairement à la pensée d'Aristote (p. 447)? Ensuite, si le froid et l'humide alourdit et amortit les exhalaisons ignées, elles ne monteront pas dans l'air (p. 448, 449). Quant à l'expérience des globes de feu, je ne sais com-

(1) Voir ci-dessus p. 30, et p. 32, n. 1.

ment on pourrait la faire. Enseignez-moi le moyen de faire des globes de feu grands et petits, et celui de mesurer leurs masses et leurs mouvements. Enfin, comme une masse de terre de cent livres tombe aussi vite qu'une masse de deux, il est probable qu'un grand globe de feu montera aussi vite qu'un petit (p. 449).

3° G. Le plus ou moins de facilité à diviser le milieu ne peut être la cause pour laquelle les corps montent ou descendent; car la résistance de l'air ou de l'eau à la division est nulle. Il ne sert non plus à rien de dire qu'un corps monte à cause de la prédominance de l'air dans ses éléments constitutifs ou descend à cause de celle de la terre. Les corps, relativement au milieu où ils se trouvent, ne sont que pesants ou légers. Dire que du sapin ne va pas au fond de l'eau, parce que l'air prédomine dans sa composition, c'est dire qu'il est moins pesant que l'eau. La cause immédiate pour laquelle il surnage, c'est cette moindre pesanteur. La prédominance de l'air est la cause de cette moindre pesanteur, elle est la cause de la cause, et non la cause prochaine et immédiate. Or la vraie cause est la cause immédiate. En outre, quand on attribue à la pesanteur la cause pour laquelle le corps descend ou surnage, on a recours à une cause tout à fait sensible. Il est facile de constater que le sapin est plus léger que l'eau; mais comment s'assurer que l'air prédomine dans sa composition? Il n'y a pas d'autre moyen que de le voir surnager (pp. 35, 36). — *Col.* La prédominance d'un élément n'est sans doute que la cause instrumentale par laquelle la forme produit la pesanteur et la légèreté; mais elle a d'autres effets qui expliquent les phénomènes; par exemple, un bois plus lourd que l'eau est soutenu par l'air qu'il contient dans ses pores. Le principe de la prédominance des éléments est donc meilleur que celui d'Archimède, qui est sujet à tant d'exceptions. La pesanteur spécifique est encore plus cachée à nos sens que la prédominance des éléments. On ne pourra savoir, par exemple, si le bois est spécifiquement plus lourd que l'eau, qu'après avoir chassé l'air de ses pores, ce qui ne peut toujours se faire (p. 160).

Voici comment Galilée établissait que la forme d'un corps n'est pas la cause pour laquelle il surnage, mais n'influe que sur la vitesse avec laquelle il monte ou descend. Il ne faut pas faire l'expérience avec des corps de pesanteurs différentes; on resterait toujours en doute sur la cause, et on ne saurait s'il faut l'attribuer à la forme ou à la pesanteur. Il faut prendre un corps d'une pesanteur spécifique très-voisine de celle de l'eau et qui puisse y monter ou y descendre indifféremment; on pourra ainsi mieux reconnaître l'in-

fluence d'un changement de forme. On prend donc de la cire et on y ajoute un peu de plomb. Eh bien! quelque forme qu'on donne au morceau de cire, il descendra toujours quand il y aura du plomb, et il montera toujours quand le plomb sera retiré (pp. 37, 38). C'est vainement qu'on objecterait que la cire est trop molle pour fendre l'eau, et que ce serait vouloir couper du bois avec un couteau de carton (pp. 38, 39). Il n'est pas de solide, si léger qu'il soit, qui ne puisse fendre l'eau (p. 42). Quant à la tablette d'ébène qui surnage, tandis que la boule du même bois va au fond, remarquons d'abord que si la tablette et la boule sont mises dans l'eau, elles vont toutes deux au fond, seulement la tablette descend plus lentement. La même forme dans la même matière ne peut donc être à la fois cause de repos et de lenteur dans le mouvement (p. 45). D'ailleurs, si la tablette d'ébène ne descendait pas à cause de sa forme, une tablette d'un bois plus léger que l'eau, mise au fond d'un vase, ne monterait pas pour la même raison; or, elle monte toujours (p. 46). Voyons ce qui se passe quand la tablette d'ébène surnage. On la pose légèrement sur l'eau, sans l'y enfoncer. Elle descend au-dessous du niveau de l'eau : preuve manifeste que sa forme ne la rend pas impuissante à vaincre la résistance du liquide. L'eau s'élève tout autour de la tablette et forme un rebord (p. 48). Pourquoi la tablette surnage-t-elle? Elle perd une portion de son poids en descendant dans l'eau, et elle perd le reste en faisant descendre avec elle l'air adhérent à sa partie supérieure et qui remplit l'espace compris entre la tablette et le rebord formé par l'eau tout autour d'elle. Alors ce qui se trouve dans l'eau est un composé d'ébène et d'air, une sorte de vase dont le fond serait formé par la tablette d'ébène et les parois par le rebord de l'eau, le tout spécifiquement plus léger que l'eau. On n'a qu'à séparer de l'air la partie supérieure de la tablette en l'humectant, la tablette descendra et ne pourra plus surnager (p. 49). Si l'on prétend qu'elle descend à cause du poids de l'eau qui est au-dessus d'elle, il faut répondre que si l'on met dix, vingt gouttes sur la tablette pendant qu'elle surnage, pourvu que ces gouttes d'eau ne se joignent pas à l'eau environnante, la tablette continuera à surnager; et une seule goutte qui en humectera toute la surface suffira pour la faire descendre (p. 50). On pourra s'étonner de l'effet qui est attribué à l'air adhérent à la face supérieure de la tablette, et on pourra croire que c'est attribuer à l'air une sorte de force semblable à celle de l'aimant qui soutient le corps qu'il touche; mais il est facile de démontrer par une expérience sensible qu'un peu d'air contigu à un solide placé au-dessous de lui dans l'eau suffit pour le tirer à la sur-

face. Qu'on prenne une boule de cire contenant un peu de plomb et dont la surface soit bien lisse. Si on la place doucement sur l'eau, tant que la partie supérieure sera en contact avec l'air, elle restera en haut; aussitôt qu'elle sera humectée entièrement, elle descendra. Si l'on prend maintenant une fiole en verre, qu'on l'enfonce dans l'eau l'ouverture en bas et qu'on l'applique à la boule de cire de telle sorte que l'air contenu dans la fiole soit en contact avec le sommet de la boule, on pourra, en retirant lentement la fiole, ramener en haut la boule de cire; et, en séparant avec précaution la fiole de la cire, la boule pourra rester à la surface. Il y a donc entre l'air et les autres corps une affinité qui les maintient unis, de telle sorte qu'on ne peut les séparer sans quelque violence (pp. 52, 53).

On voit que Galilée, qui avait eu le mérite de voir que le principe d'Archimède s'appliquait dans le cas de la tablette d'ébène comme dans les autres, ne connaissait pas la capillarité qui a pour effet de déplacer un volume d'eau d'un poids égal à celui de la tablette. L'expérience de la fiole et la manière dont il l'interprète montre qu'il ne songeait pas du tout à la pression exercée par l'eau. Cependant, en 1614, il eut connaissance des expériences faites par Stévin, au moyen de tubes en verre dont la partie supérieure est en dehors de l'eau et dont la partie inférieure est bouchée par un obturateur en métal que maintient la pression exercée par l'eau de bas en haut (1). Bardi, son disciple, interpréta ces expériences, sans doute d'après son maître, autrement que l'avait fait Stévin. Suivant Bardi (2) et probablement Galilée, l'obturateur est maintenu par l'air contenu dans le tube, comme la tablette d'ébène par l'air qui adhère à sa face supérieure : « Dans les deux expériences, dit Bardi, il y a un puits d'air, dans les deux expériences il y a un fond formé par un corps plus pesant que l'eau; seulement dans l'une les parois sont fluides, dans l'autre elles sont solides pour que la profondeur du puits soit augmentée à volonté. Quand cette profondeur est augmentée, il arrive néces-

(1) Voir ci-dessus p. 47.

(2) *Eorum quæ vehuntur*, etc. (voir ci-dessus p. 32, n. 1), p. 9 : « Jam finem navigationibus imponerem, nisi Simon Stevinus, in vastissimo experimentorum oceano, hosce duos ad scopulos oculos mentemque averteret... Utrobique puteus aereus est, utrobique fundus e materia aqua graviore, parietes dumtaxat, qui illic sunt aquei et fluidi, hic existunt vitrei ac solidi eum in finem, ut putei aerei altitudo... augeri ad arbitrium queat. Qua aucta necesse est ut aquæ moles, quæ antea, cum libere natabat tabella, parti demersæ aequalis erat et aequæ gravis, jam secundum molem aucta gravior evadat, atque idcirco tabella plumbea una cum vitro teneri quidem præter naturæ leges intra aquam profundius possit, mergi vero, quamvis libera sit, non possit. »

sairement que le volume d'eau qui était aussi pesant que la tablette nageant librement, augmente, devient plus pesant et maintient une tablette de plomb à une plus grande profondeur. » Galilée, dans ses répliques publiées en 1615, ne parle pas des expériences de Stévin, et repousse même le principe de la transmissibilité de la pression : il dit en effet que l'eau n'est ni pesante ni légère dans l'eau, parce que le plongeur qui est au fond de l'eau ne sent pas le poids de l'eau qui est au-dessus de lui (p. 576), et que l'air ne pèse pas dans l'air, parce qu'une outre gonflée pèse autant que dégonflée (1), et que si elle pèse plus étant gonflée, c'est que l'air y est condensé (p. 530).

Galilée ne trouve rien à reprendre à la démonstration qu'Archimède a donnée de son principe ; mais il a cru pourtant devoir en donner une autre pour résoudre la difficulté suivante : si l'excès de la pesanteur de l'eau sur la pesanteur d'un solide est la cause pour laquelle ce solide surnage, comment une quantité d'eau qui pèse moins de 10 livres peut-elle soulever un solide qui en pèse plus de 100 (p. 27) ? Sa démonstration (2) est fondée sur les deux principes suivants : 1° des poids absolument égaux, mûs avec une égale vitesse, sont de force égale dans leur action, ou de *moment* égal, en entendant par moment la force avec laquelle le moteur meut et le mobile résiste ; 2° la force de la pesanteur est augmentée par la vitesse du mouvement ; des poids absolument inégaux mûs avec des vitesses inégales sont de force inégale ; et le plus rapide est le plus puissant dans la proportion de sa vitesse à celle de l'autre. Des poids inégaux se font équilibre, quand leurs pesanteurs sont en proportion inverse des vitesses de leurs mouvements (pp. 14-16). Or un solide qui s'enfonce dans l'eau en vertu de sa pesanteur chasse l'eau du lieu où il s'enfonce. L'eau chassée s'élève au-dessus de son niveau primitif, et résiste à cette élévation, puisqu'elle est pesante. Comme la quantité d'eau soulevée est de plus en plus considérable à mesure que le solide descend, il faut comparer les *moments* de la résistance de l'eau à son élévation avec les *moments* de la pesanteur du solide qui agit sur elle. Si ces moments sont égaux avant que le solide soit totalement enfoncé, il y aura équilibre, et le solide n'enfoncera pas davantage. Si le moment du solide surpasse toujours les moments avec lesquels l'eau chassée résiste successivement, le solide

(1) Pascal dit en commençant son *Traité de la pesanteur de l'air* (ch. I) : « On ne conteste plus aujourd'hui que l'air est pesant ; on sait qu'un ballon pèse plus enflé que déenflé. »

(2) Je ne puis la donner ; elle est trop longue. Elle se trouve XII, p. 18 et suiv.

ira jusqu'au fond. Si, à l'instant où le solide enfonce tout entier, le moment du corps qui presse devient égal au moment de l'eau qui résiste, il y aura repos, et le solide pourra s'arrêter indifféremment en toute partie de l'eau. Il ne faut pas s'imaginer que le solide soulève une quantité d'eau égale à la partie qui s'enfonce ; l'eau soulevée est toujours d'un moindre volume que la partie du corps qui s'enfonce, et cela en proportion que le vase contenant l'eau est plus étroit. Ainsi de l'eau qui pèse moins de 50 livres peut soulever une poutre spécifiquement plus légère qui en pèse plus de 100, quand l'infériorité de l'eau en poids (2) est compensée par la vitesse de son mouvement.

Voici un exemple de la manière dont Galilée se sert de ces considérations. Il établit que si dans un vase rempli d'eau on élève un prisme ou un cylindre, l'abaissement de l'eau aura à l'élévation du prisme le même rapport que l'une des bases du prisme à la surface de l'eau qui l'entoure ; ainsi, si une colonne est placée dans un puits dont le diamètre surpasse celui de la colonne d'un huitième ou dans un bassin dont le diamètre soit 25 fois plus grand que celui de la colonne, et que l'on soulève la colonne d'une brasse, l'eau du puits s'abaissera de 7 brasses et celle du bassin d'un vingt-cinquième de brasse (pp. 19, 20). Cela posé, soit dans le vase $cdfb$ le prisme $aefb$

spécifiquement moins pesant que l'eau : si l'on verse de l'eau jusqu'à la hauteur du prisme et qu'ensuite on laisse le prisme en liberté, il sera soulevé par l'eau $cdea$. En effet, l'eau ce étant spécifiquement plus pesante que le solide af , le poids absolu de l'eau ce aura au poids

(1) Il y a ici un *lapsus* dans le texte de Galilée : « Questo avverà, quando il momento dell'acqua venga compensato dalla velocità del suo moto. » Il a sans doute passé après *momento* les mots *della gravità* ; car il dit (p. 15) pour énoncer le second principe : « Il momento e la forza della gravità venga accresciuto dalla velocità del moto. »

absolu du prisme af un rapport plus grand que celui du volume ce au volume af (car les volumes sont entre eux comme les poids absolus, quand la pesanteur spécifique est la même); mais le volume ce est au volume af comme la surface ca de l'eau à la base ab du prisme, et ce rapport est le même que celui de l'élévation du prisme (si on le soulevait) à l'abaissement de l'eau ce . Donc le poids absolu de l'eau ce a au poids absolu du prisme af un rapport plus grand que celui de l'élévation du prisme af à l'abaissement de l'eau ce . Donc le moment composé de la pesanteur absolue de l'eau ce et de la vitesse de son abaissement, pendant qu'elle exerce une pression sur af pour le chasser et le soulever, est plus grand que le moment composé du poids absolu de af et de la lenteur de son élévation, moment avec lequel il résiste à l'effort que fait le moment de l'eau pour le chasser: donc le prisme sera soulevé (p. 20).

Suivant Lagrange (1), Galilée a eu le mérite d'avoir cherché le premier à lier ensemble l'hydrostatique et la statique, et à les faire dépendre d'un seul et même principe, celui des vitesses virtuelles. Il s'en est servi pour démontrer « l'équilibre des fluides avec les solides qui y sont plongés; il est vrai que ses démonstrations ne sont pas bien rigoureuses, et quoiqu'on ait cherché à y suppléer dans les notes de l'édition de Florence de 1728 (2), on peut dire qu'elles laissent encore beaucoup à désirer... Ces applications du principe des vitesses virtuelles étaient encore trop hypothétiques, et, pour ainsi dire, trop lâches pour pouvoir servir à établir une théorie rigoureuse sur l'équilibre des fluides. » Ajoutons que dans la démonstration que nous venons de citer, Galilée ne dit pas que le prisme ne sera soulevé que si l'eau peut pénétrer entre sa face inférieure et le fond du vase; et il ne le dit pas, parce qu'il ignorait que l'action exercée en vertu de la pesanteur par les couches supérieures d'un liquide sur les couches inférieures se transmet de bas en haut.

Descartes ne paraît pas avoir connu mieux que Galilée le principe de l'égalité de pression en tout sens. Il avait pourtant lu Stévin, mais, à ce qu'il semble, avec l'inattention dédaigneuse d'un homme qui doutait de tout, excepté de lui-même (3). Comme Galilée l'avait fait avant lui, il traitait la physique mathématiquement; mais il est

(1) *Mécanique analytique*, I^{re} partie, section VI, §§ 3 et 4.

(2) Ces notes ont été réimprimées à la fin du tome XII de l'édition d'Alberi.

(3) Il dit à propos de Stévin et d'un autre auteur qui avait traité de la mécanique (Lettres II, 91; VII, 446, éd. Cousin): « Il est vrai que je ne sais pas ni de l'un ni de l'autre s'ils ont été exacts en leurs démonstrations; car je ne saurais avoir la patience de lire tout du long de tels livres. »

resté fort inférieur à son devancier, quand il a abordé la solution de quelque problème particulier (1). Huyghens a caractérisé très-justement la physique de Descartes, quand il dit (2) : « Descartes a mieux connu que personne avant lui qu'on ne pouvait rien comprendre en physique que ce qui peut être rapporté à des principes qui ne dépassent pas la portée de l'intelligence humaine, comme ce qui tient aux corps considérés indépendamment de toute qualité et à leurs mouvements. Mais le plus difficile était de montrer comment tant de phénomènes divers dérivent de ces seuls principes, et Descartes n'a pas réussi dans beaucoup de questions qu'il a entrepris de résoudre. »

C'est avec la confiance intrépide qui lui est ordinaire qu'il répond au P. Mersenne (3) sur la question de savoir pourquoi ceux qui sont plongés dans l'eau ne sont pas écrasés par le poids du liquide qu'ils supportent : « Je ne me souviens pas de la raison de Stévin (4),

(1) Il est curieux de voir comment Descartes a jugé *les dialogues sur les sciences nouvelles* de Galilée (lettre au P. Mersenne du 8 octobre, 1638. VII; 434, éd. Cousin): « Je trouve en général qu'il philosophe beaucoup mieux que le vulgaire, en ce qu'il quitte le plus qu'il peut les erreurs de l'école, et tâche à examiner les matières physiques par des raisons mathématiques. En cela je m'accorde entièrement avec lui, et je tiens qu'il n'y a pas d'autre moyen pour trouver la vérité. Mais il me semble qu'il manque beaucoup en ce qu'il ne fait que des digressions, et ne s'arrête point à expliquer suffisamment aucunes matières; ce qui montre qu'il ne les a point toutes examinées par ordre, et que sans avoir considéré les premières causes de la nature, il a seulement cherché les raisons de quelques effets particuliers, et ainsi qu'il a bâti sans fondement. » Descartes dit plus loin (p. 441) qu'il croit savoir par démonstration qu'il n'est pas vrai que « la vitesse des poids qui descendent s'augmente toujours également. »

(2) *De gravitatis causa dissertatio*, Præfatio (Chr. Hugenii *Opera reliqua*, 1728; II, 95): « Cartesius melius cognovit, quam alii ante eum omnes, nihil prorsus in physica intelligi posse, nisi quæ referri queant ad principia quæ captum non excedant humanæ mentis; cujusmodi sunt ea quæ pendent et a corporibus spectatis sine qualitatibus ullis et a motibus corporum. Sed quoniam maxima difficultas in eo erat, ut ostenderet quo pacto tot res diversæ ex his solis principiis sequerentur, exitum minime prosperum habuit in plurimis argumentis quæ examinanda sumpserat, ac præcipue, meo quidem judicio, in eis quæ ad gravitatem pertinent. »

(3) Lettres II, 32; VIII, 159 (éd. Cousin). Cette lettre est du 16 octobre 1639.

(4) Voir ci-dessus, p. 48. Dans une lettre suivante (II, 34; VIII, 179), du 25 décembre 1639, il répond au P. Mersenne, qui lui avait rappelé le raisonnement de Stévin: « Il seroit très-faux, si toutes les parties du corps d'un homme qui est sous l'eau étoient pressées assez fort par cette eau, qu'elles ne pourroient être poussées par elles hors de leur lieu naturel, encore que toutes celles de la peau de cet homme fussent poussées également; car ce seroit être assez poussées hors de leur lieu naturel que d'être toutes également poussées en dedans, en sorte que cet homme dût occuper moins de place qu'il n'a de coutume. Mais il est faux aussi que toute l'eau qui

pourquoi on ne sent point la pesanteur de l'eau, quand on est dessous. Mais la vraie est qu'il ne peut y avoir qu'autant d'eau qui pèse sur le corps qui est dedans ou dessous, qu'il y auroit d'eau qui pourroit descendre en cas que ce corps sortît de sa place. Ainsi par exemple, s'il y avoit un homme dans le tonneau *b* qui bouchât tellement de son corps le trou marqué *a*, qu'il empêchât que l'eau n'en pût sortir, il sentiroit sur soi la pesanteur de tout le cylindre d'eau *abc*,

dont je suppose la base de même grandeur que le trou *a*, d'autant que s'il descendoit en bas par ce trou, tout ce cylindre d'eau descendroit aussi. Mais s'il est un peu plus haut, comme vers *b*, en sorte qu'il n'empêche plus l'eau de sortir par le trou *a* (1), il ne doit sentir aucune pesanteur de celle qui est sur lui entre *b* et *c*, d'autant que s'il descendoit vers *a*, cette eau ne descendroit pas avec lui; mais au contraire une partie de l'eau qui est sous lui vers *a*, de même grosseur qu'est son corps, monteroit en sa place; de façon qu'au lieu de sentir que l'eau le presse de haut en bas, il doit sentir qu'elle le soulève de bas en haut: ce qu'on voit par expérience. »

Boyle (2) fait remarquer que pour renverser le fondement de l'argumentation de Descartes, il suffit de montrer que les couches supérieures d'un liquide pèsent sur les couches inférieures et sur les corps placés au-dessous d'elles. Il ajoute que si le corps placé en *b* et ensuite l'eau qui en prend la place empêchent l'eau qui est au-dessus de *b* de descendre, cette eau doit peser soit sur le corps, soit sur l'eau qui en prend la place, puisque l'effet naturel de sa pesanteur qui la porte vers le bas est annulé.

est au-dessus du corps d'un homme le presse; et il est plus vrai de dire qu'elle le soulève. »

(1) Comme le fait remarquer Boyle dans ses *Hydrostatical paradoxes*, appendix II (*Works*, 1772, in-4°; II, 794), Descartes a omis de dire qu'alors le trou en *a* est supposé bouché d'une façon quelconque; autrement ce qui suit ne pourrait avoir lieu.

(2) *Hydrost. parad.*, app. II (*Works*, II, 793).

On a une idée de la confusion qui régnait en hydrostatique vers le milieu du xvii^e siècle, quand on lit dans la compilation publiée par le P. Mersenne, en 1644, sous le titre de *Cogitata physico-mathematica*, la partie (1) où il juxtapose sans critique, sans discussion et sans examen l'analyse du discours de Galilée sur les corps flottants et les énoncés de l'hydrostatique de Stévin (2). Il croit que, l'eau ne pesant pas dans l'eau, un homme qui est sous l'eau ne sent pas le poids de l'eau qui est au-dessus de lui, parce que cette eau ne pèse pas et par conséquent ne descend pas (3).

Pascal eut le mérite de faire luire le jour dans ces ténèbres et de mettre en lumière les vrais principes de l'hydrostatique. Il y fut conduit par la fameuse expérience de Torricelli.

§ 5. — De 1663 jusqu'à nos jours.

L'expérience faite par Torricelli en 1643 eut un immense retentissement, et elle est d'une importance décisive dans l'histoire de la physique. Elle contribua plus que Galilée, Bacon et Descartes à renverser la science scolastique et l'emploi de l'autorité en matière de physique, en détruisant les idées qu'on se faisait presque universellement du vide. Elle montra par un exemple éclatant que, suivant l'expression de Pascal, « les expériences ont bien plus de force pour persuader que les raisonnements (4), » et qu'elles « sont les seuls principes de la physique (5). » Enfin, non-seulement elle changea les idées accréditées sur la pesanteur de l'air, et montra que les effets attribués à l'horreur de la nature pour le vide provenaient de cette

(1) F. Marini Mersenni minimi *Cogitata physico-mathematica*. Parisiis, 1644, in-4°. La partie où l'auteur traite de l'hydrostatique et d'autres questions, et qui fait suite à la première de *ponderibus*, a pour titre spécial (quoique la pagination continue celle de la première partie) : *Hydraulica pneumatica arsque navigandi harmonia theorica practica et mechanica phænomena auctore M. Mersenno M. Parisiis, 1644.* » Elle est souvent citée d'après son titre courant, sous le titre de *phænomena hydraulica*.

(2) *Cog. phys.* p. 195-200, et p. 225 et suiv.

(3) *Cog. phys.* p. 205: « Cum nullum corpus aquæ tam gravitate quam mole par in aqua ponderet atque adeo nulla vis ad illud sustinendum requiratur, certum est etiam aquam in aqua gravitatis æqualis nihil ponderare ... Aqua ... non premet corpus ... ad quod ne quidem descendet; idemque concludendum de qualibet aqua sive supra posita, sive latera corporis... ambiente. »

(4) *Traité de la pesanteur de la masse de l'air*, ch. I.

(5) *Fragment d'un traité du vide*, dans les *Pensées*, éd. Havet, II, 269.

pesanteur; mais encore elle amena Pascal à établir les vrais fondements de l'hydrostatique.

Pascal, qui avait confirmé par l'expérience du Puy-de-Dôme (1648) celle de Torricelli, voulut faire comprendre comment le poids de la masse de l'air, agissant sur les corps qui y sont plongés, produit les effets qu'on avait attribués à l'horreur du vide, en faisant voir comment les corps qui sont dans l'eau sont pressés de toutes parts par le poids de l'eau qui est au-dessus, et en établissant un parallélisme exact entre les effets de la pesanteur de l'air et ceux de la pesanteur des liquides. Son traité de l'équilibre des liqueurs est donc l'introduction de son traité de la pesanteur de la masse de l'air, et a été rédigé dans le même temps, probablement en 1651. Il n'a été publié qu'après sa mort, en 1663 (1).

Stévin avait déjà établi que la pression exercée en vertu de la pesanteur par les couches supérieures d'un liquide sur les couches inférieures, était transmise de bas en haut et latéralement, aussi bien

(1) Traitez de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air contenant l'explication des causes de divers effets de la nature qui n'avoient point esté bien connus jusques ici et particulièrement de ceux que l'on avoit attribuez à l'horreur du vide. Par M. Pascal, Paris, 1663, in-12. — On lit dans la préface que les amis de Pascal ont mise en tête du volume: « Encore que ces deux traitez fussent tout pretz à imprimer il y a plus de douze ans, comme le sçavent plusieurs personnes qui les ont veus dès ce temps là, il n'a jamais néanmoins voulu souffrir qu'on les publiât, tant par l'éloignement qu'il a toujourns eu de se produire, qu'à cause du peu d'estat qu'il faisoit de ces sciences. » Or ces douze ans nous reportent à 1651, et précisément Pascal écrit à M. de Ribeyre dans une lettre datée du 25 juin 1651, à propos des conséquences qu'on peut déduire de l'expérience du Puy-de-Dôme: « Vous le verrez bientôt, Dieu aidant, dans un traité que j'achève, et que j'ai déjà communiqué à plusieurs de nos amis, où l'on connoitra quelle est la véritable cause de tous les effets que l'on a attribués à l'horreur du vide, et où par occasion on verra distinctement qui sont les véritables auteurs de toutes les nouvelles vérités qui ont été découvertes en cette matière. » M. Havet, qui a signalé ce passage dans son excellente édition des *Pensées* de Pascal (II, 266, n. 1), pense que Pascal désigne son traité du vide. Mais le sujet dont parle Pascal est celui du traité de la pesanteur de la masse de l'air (seulement il n'a pas fait l'historique de ces découvertes); car il dit lui-même dans la conclusion de ce traité: « J'ai rapporté dans le traité précédent tous les effets généralement qu'on a pensé jusqu'ici que la nature produit pour éviter le vide, où j'ai fait voir qu'il est absolument faux qu'ils arrivent par cette raison imaginaire. » Il y fait encore allusion dans l'espèce de programme qu'il a adressé en 1654 à la Société de mathématiques de Paris: « Celeberrimæ matheseos Academia Parisiensi.... De vacuo quoque subitico, quippe brevi typis mandandum, et non solum vobis, ut ista, sed et cunctis proditurum. » Je crois que Pascal avait renoncé au traité du vide dont il traçait le plan en 1647 dans ses *expériences touchant le vide*, et où il devait discuter la question du vide; la connaissance qu'il eut ensuite de l'action de la pesanteur de l'air dans l'expérience de Torricelli donna un autre cours à ses idées.

que de haut en bas ; et il avait évalué exactement la mesure de cette pression dans tous les cas. Seulement il n'avait pas donné à ce fait l'expression la plus générale, et il semble n'avoir pas compris que c'était le principe de l'hydrostatique (1). Pascal trouva l'expression la plus générale du fait découvert par Stévin en établissant (ch. II) que « si un vaisseau plein d'eau n'a qu'une ouverture large d'un pouce, par exemple, où l'on mette un piston chargé d'un poids d'une livre, ce poids fait effort contre toutes les parties du vaisseau généralement, à cause de la continuité et de la fluidité de l'eau ; » et que « chaque portion du vaisseau plus ou moins grande souffre précisément plus ou moins à proportion de sa grandeur. » Il comprit (ch. II) que s'il est vrai « qu'un vaisseau plein d'eau ayant des ouvertures, et des forces à ces ouvertures qui leur soient proportionnées, elles sont en équilibre ; » « c'est le fondement et la raison de l'équilibre des liqueurs. »

Et en effet Pascal est le premier qui ait appliqué le principe de l'égalité de la transmission des pressions à la démonstration du théorème d'Archimède. Voici comment il a procédé (ch. V) : « Quand un corps est tout dans l'eau, comme l'eau le touche par-dessus, par-dessous et par tous les côtés, elle fait effort pour le pousser en haut, en bas et vers tous les côtés... Sa hauteur est la mesure de la force qu'elle a dans toutes ces impressions... Comme elle a une pareille hauteur sur toutes les faces des côtés, elle les poussera également... Mais comme l'eau a plus de hauteur sur la face d'en bas que sur celle d'en haut, il est visible qu'elle le poussera plus en haut qu'en bas ; comme la différence de ces hauteurs de l'eau est la hauteur du corps même... l'eau le pousse plus en haut qu'en bas, avec une force égale au poids d'un volume d'eau pareil à ce corps. » Cette démonstration, qui est en germe celle d'aujourd'hui, n'est pas assez générale ; car elle n'est applicable qu'à un corps de forme cubique dont la position dans l'eau est exactement verticale.

Pascal n'a pas seulement recours au raisonnement pour établir les principes de l'hydrostatique ; mais (ce qui est curieux de la part d'un homme qui professe que les expériences sont les seuls principes de la physique) il invoque des expériences qu'il n'avait pas faites, et même qui ne peuvent pas être faites, comme le démontre Boyle dans un mémoire présenté à la Société royale de Londres en mai 1664 (2). Ainsi Pascal, pour montrer que les liquides

(1) Voir ci-dessus, p. 43.

(2) *Hydrostatical paradoxes* made out by new experiments for the most part physical and easy (*Works*, II, p. 738 et suiv.). L'ouvrage a été publié en 1666.

pèsent suivant leur hauteur, recommande (ch. I) d'employer des vases de différentes formes ouverts par le bas et bouchés « par une pièce de bois ronde enveloppée d'étoupe comme le piston d'une pompe, qui entre et coule dans cette ouverture avec tant de justesse qu'il n'y tienne pas et qu'il empêche néanmoins l'eau de sortir; » ailleurs (ch. IV), pour établir que l'eau pousse de bas en haut, il prescrit d'avoir un tuyau de vingt pieds de long, bouché à son extrémité inférieure par « un cylindre de cuivre fait au tour avec tant de justesse, qu'il puisse entrer et sortir dans l'ouverture... et y couler sans que l'eau puisse du tout couler entre deux, et qu'il serve ainsi de piston, ce qui est aisé à faire. » Boyle fait remarquer (1) que des cylindres de cuivre ou des tampons faits avec cette justesse peuvent être supposés par un mathématicien, mais qu'on ne pourrait les obtenir d'un ouvrier. Dans le chapitre III, Pascal avance qu'un « tuyau ouvert par en haut et par en bas étant plein de vif argent, et enfoncé dans une rivière, pourvu que le bout d'en haut sorte hors de l'eau, si le bout d'en bas est à quatorze pieds avant dans l'eau, le vif argent tombera jusqu'à ce qu'il n'en reste plus que la hauteur d'un pied, et là il demeurera suspendu par le poids de l'eau. » Boyle objecte (2) qu'avec des tubes du diamètre de ceux dont on se servait pour l'expérience de Torricelli, la vitesse acquise par le mercure dans sa chute entraînerait tout en dehors du tuyau. Il soupçonne que Pascal n'a pas fait lui-même l'expérience et qu'il l'a consignée, ainsi que les autres, parce qu'elle lui paraissait résulter évidemment de principes qu'il tenait pour indubitables.

En ces différents passages, Pascal ne dit pas qu'il ait fait lui-même les expériences. Mais il semble bien que pour montrer comment un animal peut supporter une pression très-forte mais égale sur tout son corps, il ait fait lui-même l'expérience qu'il rapporte en ces termes (ch. VII) : « Il faut avoir un tuyau de verre bouché par en bas, à demi plein d'eau, où on jette trois choses : savoir un petit ballon à demi plein d'air, et un autre tout plein d'air, et une mouche (car elle vit dans l'eau tiède aussi bien que dans l'air), et mettre un piston dans ce tuyau qui aille jusqu'à l'eau. Il arrivera que si on presse ce piston avec telle force qu'on voudra, comme en mettant des poids dessus en grande quantité, cette eau pressée pressera tout ce qu'elle enferme. Aussi le ballon mol sera bien visiblement comprimé, mais le ballon dur ne sera non plus comprimé que s'il n'y avait rien qui

(1) *Hydr. parad.*, introduction (p. 746).

(2) *Hydr. parad.* II, scholium (p. 758).

le pressât, ni la mouche non plus, et elle ne sentira aucune douleur sous ce grand poids, car on la verra se promener avec liberté et vivacité le long du verre, et même s'envoler dès qu'elle sera hors de cette prison. » Ces dernières circonstances paraissent être rapportées *de visu*. Boyle conteste pourtant l'expérience (1) : « A première vue, je dis qu'elle ne réussirait pas ; et en l'essayant je ne fus pas trompé dans mes conjectures... En faisant l'expérience avec une grosse mouche, l'animal, comme je m'y attendais, fut noyé et perdit tout mouvement dans l'eau tiède. »

Boyle refit toutes les expériences de Pascal, en employant pour la plupart des tubes d'un petit diamètre (2) remplis d'essence de térébenthine colorée en vert, et plongés dans l'eau. Il démontra expérimentalement les propositions suivantes, qu'il appelle *paradoxes hydrostatiques* : 1° que dans les fluides les couches supérieures pèsent sur les inférieures ; 2° qu'un fluide plus léger pèse sur un fluide plus lourd ; 3° qu'un corps est poussé en haut par l'eau qui le touche en dessous ; 4° que pour faire monter l'eau dans une pompe la pression d'un fluide extérieur suffit ; 5° que la pression d'un fluide extérieur maintient un autre fluide à la même hauteur dans des tubes de différents diamètres ; 6° que les fluides pèsent suivant leur hauteur et que la pression exercée sur l'orifice inférieur horizontal d'un tube est égale à celle d'une colonne liquide qui aurait pour base cet orifice et pour hauteur la hauteur du liquide dans le tube comptée perpendiculairement à partir de l'orifice ; 7° qu'un corps plongé dans un fluide est pressé latéralement et d'autant plus fort qu'il est à une plus grande profondeur ; 8° que l'eau peut maintenir au fond d'un vase un corps plus léger qu'elle-même ; 9° qu'on peut empêcher de

(1) *Hydr. parad.*, appendice II (p. 796).

(2) *Hydr. parad.* I (p. 752-753). Boyle dit (p. 752) qu'il a évité d'employer des tubes d'un gros diamètre, parce qu'on ne pouvait éviter à l'extrémité inférieure du tube des inégalités de pression qui amenaient un mélange de l'eau et de la térébenthine dans le tube. Il n'ignorait pas d'ailleurs (*ibid.*) que dans les tubes d'un petit diamètre l'eau et les autres liquides (sauf le mercure) se tiennent à une plus grande hauteur qu'en dehors du tube ; mais il ajoute que cette différence n'a pas d'importance dans les expériences qu'il avait entrepris de faire. Pascal ne connaissait pas encore ce fait, comme on le fait remarquer à la suite de la préface de l'édition des *Traité de l'équilibre*, etc. (1663) : « Lorsqu'il (Pascal) a fait ces deux traitez, on n'avoit pas encore trouvé ces nouvelles expériences des petits tuyaux, dont l'invention est due à Monsieur Rho, qui a une adresse merveilleuse pour trouver des expériences et pour les expliquer. » Ce physicien (qui porte le nom d'une famille milanaise) est d'ailleurs complètement inconnu. J'ajouterai ici qu'on lit dans une dissertation de Wallis publiée en 1674 (*Opera*, II, 714) : « Vitreum tubulum exilem valde capillarem vocant vitrarii. »

l'huile qui est plus légère que l'eau de monter dans le liquide ; 40° qu'on n'a pas besoin de recourir à l'horreur du vide pour expliquer l'ascension de l'eau dans un siphon ; 41° qu'un corps pesant peut être placé dans l'eau à une profondeur telle qu'il ne puisse plus descendre. Dans un premier appendice Boyle réfute un auteur qui affirme que les couches supérieures d'un liquide ne pèsent pas sur les inférieures, et dans un second appendice il explique d'après Stévin et Pascal comment les plongeurs peuvent supporter un poids d'eau énorme sans être écrasés.

Il ne se faisait pas pourtant une idée exacte de l'égalité de la transmission des pressions. Il a essayé (1) de vérifier le paradoxe hydrostatique déjà démontré par Stévin (2), en se posant le problème dans les termes suivants : « Etant donnée une large boîte cylindrique surmontée d'un long tuyau, et l'appareil étant rempli d'eau, montrer que le fond supportera la pression d'une colonne d'eau qui aurait pour base le fond de la boîte et pour hauteur la hauteur de la boîte et du tuyau. » Il a pratiqué une fente au fond de la boîte cylindrique, et placé sur cette fente un fond mobile avec une corde dont l'autre extrémité, sortant par le tuyau, était assujettie à l'un des bras d'une balance ; puis remplissant l'appareil d'eau, il marqua combien il fallait mettre de poids dans le plateau de la balance pour soulever le fond mobile. « La pression sur le fond mobile, ajoute-t-il, était tellement plus grande que celle de la quantité d'eau contenue dans l'appareil, que, quoique l'effet n'ait pas répondu exactement à ce que peut faire attendre la lecture de Stévin, la chose mérite d'être étudiée ; il serait bon de voir si le paradoxe de Stévin, qui est révoqué en doute par quelques-uns et en particulier par le savant Wallis, serait confirmé. On trouvera qu'il est plus difficile de déterminer les choses avec précision que cela ne paraît au premier abord. D'abord il faut prendre en considération certains points de théorie qui ne sont pas encore éclaircis ; ensuite on trouvera de la difficulté à vérifier avec toute l'exactitude nécessaire les expériences de Stévin et d'autres du même genre. Il est en effet beaucoup plus aisé de proposer des expériences qui peuvent vraisemblablement prouver ce qu'on avance que d'indiquer des moyens praticables pour les exécuter. »

Quant à la théorie de ses expériences d'hydrostatique, Boyle l'emprunte à Wallis qui avait exposé ses idées un an avant la publication des traités de Pascal, pour rendre compte aussi de l'expérience de

(1) *Hydr. parad.* VI, scholium (*Works* II, 774).

(2) Voir ci-dessus, p. 46.

Torricelli (1). Wallis prend son point de départ dans le postulat d'Archimède (2) qu'il développe sous la forme suivante : 1° « Si un fluide pesant est contenu dans un vase ouvert seulement par le haut, et que sa surface supérieure ne soit pas pressée ou le soit également en tous ses points, cette surface restera horizontale (ou, ce qui revient au même, sera la surface d'une sphère concentrique à la terre). » En effet, le dessous, qui est pesant, ne fait pas effort pour soulever la surface, et empêche toutes ses parties de descendre. — « Si une portion du liquide est soulevée par une force étrangère, elle reviendra d'elle-même au niveau. » En effet cette portion, qui est pesante, fera descendre ce qui est en dessous, et comme elle est fluide, la liaison de ses parties ne l'empêchera pas de descendre elle-même, et cela tant qu'elle dépassera le niveau. — « Si la pression que supporte la surface supérieure du liquide n'est pas égale sur toutes les parties, le liquide descendra, à la partie la plus pressée, et les parties ainsi pressées pousseront en haut celles qui ne le sont pas ou qui le sont moins. » En effet, si un corps pesant sollicité dans plusieurs directions incline dans l'une plus que dans les autres, il se portera dans cette direction, s'il n'est pas empêché par quelque obstacle. — « Tout ce qui vient d'être démontré de la surface supérieure du liquide peut l'être de la même manière de tout plan parallèle à cette surface dans l'intérieur du liquide. »

Il déduit de là les corollaires suivants : 2° « Si un corps pesant placé sur la surface supérieure d'un liquide pèse autant que le même volume d'air (ou du fluide quelconque qui pèserait également sur cette surface), la surface du liquide restera horizontale. » — 3° « Si ce corps pèse moins, la portion du liquide placée dessous s'élèvera jusqu'à ce que la portion du liquide soulevée et le corps pèsent autant que le même volume d'air. » — 4° « Si un corps d pèse plus que le même volume d'air environnant, et moins que le même volume du fluide placé immédiatement au-dessous, il nagera ; mais la portion de fluide placée au-dessous descendra jusqu'à ce que d pèse au-

(1) Il dit (*Opera mathematica*, Oxoniæ, 1695, in-f°, I, 1036) en parlant des sept premières propositions du chapitre XIV de la mécanique (dont la troisième partie a été publiée en 1671) : « Secundum has leges reddenda erit ratio variorum in experimento Torricelliano dicto phænomenum. Et quidem in eam causam hæc olim scripta erant et societati regiæ Londini exhibita Augusti 13 et 20, 1662, quo plurimum experimentorum ibidem tum temporis agitatorum ratio statica redderetur. » Il développe les mêmes principes dans sa dissertation *de gravitate et gravitatione* publiée en 1674 (*Opera*, II, 710).

(2) Voir ci-dessus, p. 13.

tant que le composé de l'air et du fluide dont il occupe la place. » En effet la portion du liquide placée en *c* étant plus pressée que les autres, descend et les chasse en haut. Quand *d* pèse autant que le volume du fluide égal à la portion submergée *k* et celui de l'air égal à la portion non submergée *l*, il ne descend plus ; car le plan *e f* est aussi pressé en *g* que si l'air occupait la place de *l* et le fluide la place de *k* ; par conséquent il est également pressé en toutes ses parties.

— 5° « Si *d* ou *h* pèsent plus qu'un même volume du fluide, ils descendront jusqu'au fond ; » car le plan *ef* sera plus pressé en *g* ou en *m* qu'en ses autres parties et cela jusqu'à ce que le corps arrive au fond. — 6° « Si *h* pèse moins qu'un même volume du fluide où il est plongé, et plus qu'un même volume d'air, il sera poussé en haut jusqu'à ce qu'il pèse autant que le volume composé d'un volume d'air égal à la partie non submergée et d'un volume de fluide égal à la partie submergée. » En effet le plan *ef* étant moins pressé en *m* qu'en ses autres parties, la partie du liquide placée en *m* sera poussée avec *h* par les parties plus pressées (1), et cela jusqu'à ce que toutes les parties du plan tangent à la face inférieure de *h* soit également pressées. — 7° « Si *h* pèse autant qu'un même volume du fluide où il est plongé, il ne montera ni ne descendra. »

Si l'on compare la théorie de Wallis à celle de Pascal, la supériorité de Pascal éclate avec évidence. Wallis n'a pas su démêler dans Stévin l'importance du fait que la pression des couches supérieures de l'eau s'exerce latéralement et de bas en haut comme de haut en bas. Il s'est contenté d'admettre avec Archimède que dans un fluide la partie la plus pressée chasse la moins pressée, et il n'a pas mieux

(1) « Partes ad [*m*] simul cum *h* sursum pellentur a partibus plus pressis (p. 1035). »

réussi (1) à expliquer comment un corps spécifiquement plus léger que le fluide où il est plongé y surnage. Il a simplifié la démonstration d'Archimède, mais aux dépens de la rigueur et de l'exactitude, puisqu'il admet que les parties du liquide qui sont placées immédiatement au-dessous du corps sont poussées *avec lui* par les parties voisines plus pressées. La publication du traité de Pascal ne modifia pas les idées de Wallis. Il ne pouvait bien comprendre le principe fondamental de l'hydrostatique, dès qu'il mettait en doute que le fond d'un vase rétréci par le haut supportât une pression supérieure au poids total du liquide contenu dans le vase. Il restait encore sur ce point des nuages dans l'esprit de Boyle, qui adopta la manière de voir et les démonstrations de Wallis (2).

Il en résulte que Boyle ne pouvait résoudre que très-imparfaitement certaines difficultés proposées par des adversaires qui soutenaient que les liquides ne pèsent pas en eux-mêmes (3). Le métaphysicien Henri More en voit une preuve sans réplique dans le fait suivant : Qu'on mette au fond d'un vase cylindrique, dont le diamètre est de 62, un disque en bois dont le diamètre est de 61 ; l'intervalle entre le disque et les parois du vase sera à la surface du disque comme 123 à 3721. Si l'on verse de l'eau dans le vase, en maintenant le disque au fond avec un bâton, et qu'on retire le bâton quand le vase sera rempli, on verra monter le disque. Pourtant la colonne d'eau qui pèse sur le disque le presse trente fois plus fortement que le cylindre d'eau qui pèse sur l'intervalle circulaire qui sépare le disque des parois du vase. Si c'est le poids de ce cylindre qui soulève le disque sur lequel pèse un poids trente fois plus fort, il en résulterait qu'un poids mis dans l'un des plateaux d'une balance pèserait plus qu'un poids trente fois plus fort mis dans l'autre plateau. Boyle réplique (4) à cette objection par le postulat d'Archimède, que dans

(1) Voir ci-dessus, p. 15.

(2) *Hydrost. parad.* Introd. (p. 746), III (p. 761).

(3) H. More, *Enchiridium metaphysicum*, pars I, cap. 13 (*Opera*, I, 210 et suiv.), publié en 1671. More combat les paradoxes hydrostatiques de Boyle. — G. Sinclair, *The Hydrostatick*. Edinburgh, 1672 (voir Boyle, *Works*, III, 629). — Matthieu Hale, *An Essay touching the gravitation or non gravitation of fluid Bodies and the reasons thereof*, 1673. Voir Wallis, *Opera*, II, 706.

(4) *An hydrostatical discourse occasioned by the objections of the learned Dr. Henry More*, II, ch. III, (*Works*, III, 610). Cet ouvrage est de 1672 ainsi que *An hydrostatical letter* (*Works*, III, 629 et suiv.), et *New experiments of the positive or relative levity of Bodies under Water* (*ibid.*, 635 et suiv.). Car on admettait encore d'après Aristote que c'est la légèreté du bois qui le soulève dans l'eau ; et Boyle a fait des expériences pour réfuter cette opinion.

l'eau les parties les plus pressées chassent celles qui le sont moins ; si on se représente un plan imaginaire passant par la face inférieure du disque (sous lequel il faut supposer qu'il y a de l'eau), les parties de ce plan qui sont dans l'intervalle entre le disque et les parois du vase seront plus pressées que celles qui sont sous le disque ; car la colonne d'eau qui repose sur le disque, unie à ce disque lui-même (qui est spécifiquement plus léger que l'eau), forme un composé qui est spécifiquement plus léger que l'eau qui repose sur l'intervalle.

Newton, dans ses *Principes* (1687), revint à la théorie de Pascal, qu'il a présentée sous une autre forme. Il a même essayé de déduire l'égalité de pression de la nature du fluide, défini « un corps dont les parties cèdent à une force quelconque qu'on leur imprime et se meuvent facilement entre elles en cédant à cette force. » Il se sert de cette définition pour prouver que si un fluide est renfermé dans un vase quelconque et qu'il y soit comprimé de toutes parts, les parties de ce fluide sont également pressées en tout sens, abstraction faite de la pesanteur et de toutes les forces accélératrices ou centripètes. Il fait voir d'abord que si le vase est sphérique et que le fluide soit comprimé également de tous côtés à sa surface, aucune de ses parties ne doit se mouvoir. Il se propose ensuite de prouver qu'une partie quelconque du fluide, qui n'a pas le même centre que le vase, est pressée en tous ses points. Si cette partie, dit-il, n'est pas également pressée en tous ses points, qu'on augmente la pression dans l'endroit où elle est moindre, jusqu'à ce que la pression soit égale partout, et alors toutes les parties doivent rester en équilibre ; mais, par hypothèse, elles étaient en équilibre avant la nouvelle ajoutée, et l'addition de cette nouvelle pression doit les mouvoir par la définition du fluide. Elles seraient donc tout à la fois en repos et en mouvement ; ce qui répugne. Donc, etc. (1).

(1) *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, liber II, sect. V, prop. XIX, theor. XIV, casus 1, 2. J'ai emprunté la traduction de d'Alembert (*Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, 1770, p. 2-3), qui fait l'objection suivante : « Si la pression n'agissoit pas seulement à la surface... mais que les particules du fluide fussent toutes animées d'une pesanteur qui les fît tendre vers le centre du vase et qui fût la même à la même distance, assurément le fluide seroit en équilibre, et néanmoins une partie sphérique du fluide autre que celles qui ont le même centre que le vase, ne seroit pas également pressée en tous ses points... Il me semble cependant que si on vouloit appliquer ici la preuve que nous venons de rapporter de M. Newton, on prouveroit que cette partie sphérique est pressée également dans tous ses points. » D'Alembert était convaincu qu'il n'y avait pas « d'hypothèse satisfaisante pour ex-

Newton démontre ensuite au moyen de cette proposition que si toutes les parties d'un fluide sphérique homogène, à des distances égales du centre, reposant sur un fond sphérique concentrique, gravitent vers le centre commun, le fond supporte le poids d'un cylindre dont la base est égale à sa surface et dont la hauteur est égale à celle du fluide (1). Il déduit de là entre autres corollaires les suivants: *Coroll. 2.* A des distances égales du centre, la pression est la même, que la surface pressée soit parallèle, perpendiculaire ou inclinée à l'horizon, que le fluide s'élève au-dessus de la surface pressée en droite ligne perpendiculairement, ou obliquement par des canaux réguliers ou irréguliers, larges ou étroits. — *Coroll. 4.* Si un corps de même pesanteur spécifique que le fluide et non susceptible de condensation est plongé dans ce fluide, il ne recevra aucun mouvement de la pression qu'il supporte et il ne changera pas de forme. En effet, toute portion intérieure d'un fluide peut être considérée comme un corps plongé (2), et tous les corps plongés de même volume, de même figure et de même pesanteur spécifique sont dans les mêmes conditions. Si le corps plongé, en conservant son poids, devenait liquide et qu'auparavant il montât, descendît ou changeât de figure, il monterait encore, descendrait ou changerait de figure, et cela parce que sa pesanteur et les autres causes de ses mouvements subsistent. — *Coroll. 5.* Par conséquent, un corps spécifiquement plus pesant que le fluide où il est plongé descendra; s'il est spécifiquement plus léger, il montera; il recevra le mouvement et le changement de forme que peut produire cet excès ou ce défaut de pesanteur. Cet excès ou ce défaut est comme une im-

pliquer les lois fondamentales de l'hydrostatique et pour les réduire aux principes ordinaires du mouvement et de l'équilibre, » c'est-à-dire au principe des vitesses virtuelles (*Essai sur les éléments de philosophie*, § 19. Préface du *Traité des fluides*). Il en résulte que l'hydrostatique reposait sur un principe d'expérience, l'égalité de pression en tout sens, et formait une science indépendante de la statique. Euler est sur ce point de l'avis de d'Alembert (voir l'introduction de sa dissertation *de statu æquilibrii fluidorum*, dans les Mémoires de l'Académie de Saint-Petersbourg, XIII, 305 et suiv.). Lagrange a dérivé les lois de l'équilibre des fluides « directement de la nature même des fluides considérés comme des amas de molécules très déliées, indépendantes les unes des autres et parfaitement mobiles en tout sens, » et en n'employant que le principe général de l'équilibre dont il est fait usage pour les corps solides (*Mécanique analytique* (1788), 1^{re} partie, sect. VI, § 6).

(1) *Phil. natur. princip.*, etc. Prop. XX, theor. XV.

(2) « Habet enim fluidi pars quælibet interna rationem corporis submersi. » Par une autre hypothèse Newton dit (Theor. XIV, cas. 5): « cum fluidi pars quælibet... in fluido reliquo tanquam in vase claudatur et undique prematur æqualiter... »

pulsion qui pousse le corps, lequel serait autrement en équilibre avec le fluide ; on peut le comparer à l'excès ou au défaut du poids dans l'un des plateaux d'une balance.

Malgré l'autorité de Newton, les démonstrations insuffisantes de Wallis continuèrent à être employées par les auteurs d'hydrostatique ; on les retrouve dans Cotes (1), Desaguliers (2), et même beaucoup plus tard dans Musschenbrœk (3), qui pourtant démontrent expérimentalement l'égalité de la transmission des pressions en tout sens, pour tous les cas, même pour celui qui embarrassait Wallis et Boyle. D'Alembert portait en 1744 sur l'état de l'hydrostatique le jugement suivant (4) : « Quoique (la propriété de l'égalité de la pression en tout sens) soit connue et mise en usage depuis fort longtemps, il est assez surprenant que les lois principales de l'hydrostatique en aient été si obscurément déduites. Parmi une foule d'auteurs, dont la plupart n'ont fait que copier ceux qui les avaient précédés, à peine en trouve-t-on qui expliquent avec quelque clarté pourquoi deux liqueurs sont en équilibre dans un siphon ; pourquoi l'eau contenue dans un vase qui va en s'élargissant de haut en bas, presse le fond de ce vase avec autant de force que si elle était contenue dans un vase cylindrique de même base et de même hauteur... ; pourquoi un corps d'une pesanteur égale à celle d'un pareil volume de fluide s'y soutient en quelque endroit qu'on le place, etc. On ne viendra jamais à bout de démontrer exactement ces propositions que par un calcul net et précis de toutes les forces qui concourent à la production de l'effet qu'on veut examiner, et par la détermination exacte de la force qui en résulte. »

Les recherches sur la figure de la terre donnèrent aux démonstrations de l'hydrostatique l'exactitude et la rigueur qui avaient manqué jusque-là.

Pour résoudre ce problème (5), Newton (6), Huyghens (7), Bou-

(1) *Leçons de physique expérimentale sur l'équilibre des liqueurs et sur la nature et les propriétés de l'air* (traduites par Le Monnier, Paris, 1742, in-8° ; elles ont été faites vers 1702), leçon IV, p. 70.

(2) *A course of experimental philosophy* (London, 1734, in-4°), lect. VII, § 14. L'ouvrage a été traduit en français par Pézénas (1751, 2 vol. in-4°).

(3) *Introductio ad philosophiam naturalem* (Lugd. Batav., 1762, in-4°), §§ 1356, 1380. L'ouvrage a été traduit en français par Sigaud de la Fond (1769, in-4°).

(4) *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides* (Paris 1744, in-4°), Préface.

(5) Je suis ici Lagrange, *Mécanique analytique* (éd. Jos. Bertrand), p. 171.

(6) *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, III, 19.

(7) *Dissertatio de causa gravitatis* (Opera reliqua, Amstelodami, 1728, in-4°), II, p. 116 et suiv.

guer (1), Maclaurin (2), Clairaut (3) cherchèrent « les lois de l'équilibre des fluides hétérogènes dont toutes les parties sont animées par des forces quelconques. » Clairaut, généralisant un principe de Newton, « fit voir que l'équilibre d'une masse fluide demande que les efforts de toutes les parties du fluide renfermées dans un canal quelconque aboutissant à la surface ou rentrant en lui-même se détruisent mutuellement. Il a déduit le premier de ce principe les vraies lois fondamentales de l'équilibre d'une masse fluide dont toutes les parties sont animées par des forces quelconques; et il a trouvé les équations aux différences partielles, par lesquelles on peut exprimer ces lois; découverte qui a changé la face de l'hydrostatique et en a fait comme une science nouvelle. » Euler appliqua les principes de Clairaut à toutes les questions qui se rattachent à l'équilibre des fluides dans un mémoire de 1755 et dans un autre mémoire de 1769 (4). Les démonstrations qu'Euler donne dans ce dernier mémoire ont passé avec quelques modifications dans le traité de mécanique rationnelle publié par Poisson en 1811 (5), et de là dans nos traités de mécanique et de physique. On donne une autre démonstration intuitive et plus élémentaire dont le principe se trouve dans le traité de l'équilibre et du mouvement des fluides de d'Alembert. Il suppose (6) qu'« une partie quelconque » d'un fluide pesant « renfermée par une surface quelconque... vienne à se durcir tout à coup, ses parties conservant néanmoins la même pesanteur qu'auparavant... L'équilibre n'en sera point troublé. » Laplace démontre (7) au moyen de la

(1) *Comparaison de deux loix que la terre et les autres planètes doivent observer dans la figure que la pesanteur leur fait prendre* (Mémoires de l'Acad. des sciences, 1734).

(2) *Traité des fluxions* (*A complete system of fluxions*, Edinb., 1742), trad. de Pézénas, II, 110.

(3) *Théorie de la figure de la terre tirée des principes de l'hydrostatique* (1743).

(4) *Mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Berlin* (1755), principes généraux de l'état d'équilibre des fluides, p. 217 et suiv. — *Novi commentarii Academiae scientiarum imperialis petropolitanae* (1769), XIII, de statu aequilibrum fluidorum, p. 305 et suiv.

(5) § 484 (comparez Euler, *Novi commentarii*, etc., p. 332), et §§ 498-499.

(6) *Traité* etc., art. 27. On trouve des antécédents à ce mode de démonstration dans Archimède (voir ci-dessus, p. 15), Héron (voir ci-dessus, p. 19), Stévin (son *vasiforme*, p. 43). Mersenne (*Cogitata physico-mathematica*, p. 179) dit en parlant des corps de même pesanteur spécifique que l'eau : « *Tantum addo corpora praedicta in aquam immersa velut ipsius aquae partem censerit atque adeo non magis in ea descendere, quam ipsa pars aquae corporibus aequalis descendere.* » Newton fait une supposition semblable (voir ci-dessus, p. 81).

(7) *Exposition du système du monde* (1796), liv. III, ch. 4.

même hypothèse qu'un corps plongé dans un fluide y perd une partie de son poids égale au poids du volume de fluide déplacé; et cette démonstration a passé de là dans les ouvrages élémentaires.

Arrivé au terme de ces recherches, si nous nous retournons pour considérer dans son ensemble la route que nous avons parcourue, nous constaterons d'abord que la solution de la question dont nous venons de retracer l'histoire, et en général l'hydrostatique, n'a fait de progrès qu'entre les mains des mathématiciens, Archimède, Stévin, Pascal, Clairaut. Les métaphysiciens qui se sont mêlés de ces questions n'ont fait que les embrouiller, et ils n'ont pas mieux réussi à l'hydrostatique qu'aux autres parties de la physique, même dans les temps modernes. D'autre part, l'expérimentation pure, comme on le voit par l'exemple de Boyle, a obscurci quelque temps les principes de la science. Enfin, il est à remarquer qu'Archimède a pu démontrer rigoureusement les conditions de l'équilibre des corps plongés dans un fluide, sans en connaître la cause prochaine.

Ce qui n'est pas moins digne d'attention, c'est que la marche suivie par l'hydrostatique depuis sa naissance jusqu'à son dernier perfectionnement n'a été ni rapide ni continue. Quand Aristote cherchait, il y a plus de deux mille ans, pourquoi le bois surnage dans l'eau tandis qu'un morceau de plomb moins pesant enfonce, et pourquoi ce qui surnage dans l'eau salée enfonce dans l'eau douce, il se trompait en assignant deux causes différentes et également fausses à ces deux faits. Près d'un siècle après lui, Archimède démontrait que l'équilibre des corps plongés dans un fluide ne dépend que du rapport qui est entre le poids du corps et le poids d'un même volume du fluide. Mais il ne vit pas que la pression exercée en vertu de la pesanteur par les couches supérieures du fluide sur les inférieures se transmet dans tous les sens et est la force qui pousse le corps de bas en haut suivant la verticale qui passe par son centre de gravité. Il ne ramena pas à leur principe les conditions d'équilibre qu'il avait déterminées avec précision. On perdit de vue après lui ces conditions elles-mêmes. L'autorité universelle et presque absolue qu'Aristote prit dans l'enseignement et dans la tradition philosophique donna à ses erreurs un crédit qui dura sans affaiblissement pendant près de seize cents ans. La vérité établie par Archimède resta comme dans l'ombre et à peine connue jusqu'en 1563, où elle fut comme remise au jour. D'abord contestée, elle ne prévalut pas universellement avant la fin du xvii^e siècle. Stévin découvrit en 1586 le fait d'où dépendaient les conditions d'équilibre déterminées par Archimède; mais il ne les y rattacha pas, et le fait lui-même fut ignoré

ou méconnu jusqu'en 1651, où Pascal en comprit l'importance et en fit le principe de l'hydrostatique. Le travail de Pascal, que la religion détourna presque aussitôt de toute recherche scientifique, ne fut publié qu'en 1663 et ne fut pas d'abord bien compris. Ses idées ne furent pas acceptées par un homme faisant autorité avant la publication des *Principes* de Newton en 1687. Enfin il fallut encore une soixantaine d'années pour que le principe posé par Pascal fût appliqué avec toute l'exactitude scientifique à la démonstration des théorèmes de l'hydrostatique. Ce n'est donc que vers le milieu du xviii^e siècle que le théorème trouvé par Archimède, deux mille ans auparavant, put être rigoureusement démontré. Ces vicissitudes reflètent d'ailleurs, comme il est naturel, les phases par lesquelles ont passé les sciences mathématiques et physiques, qui ont atteint leur point culminant, dans le monde ancien, au temps d'Archimède, et qui, dès le commencement de l'ère chrétienne, sont entrées dans une période de décadence d'où elles ne sont sorties qu'à la fin du xvi^e siècle, pour briller au xvii^e d'un éclat incomparable.

L'histoire de ces sciences, et même celle des autres sciences, ne justifie donc nullement la célèbre comparaison par laquelle Pascal représente « toute la suite des hommes pendant le cours de tant de siècles... comme un même homme qui subsiste toujours et qui apprend continuellement. » Cet homme unique qui subsiste toujours apprendrait continuellement s'il avait continuellement aussi le même désir et les mêmes moyens d'apprendre. Mais il s'en faut qu'il en soit ainsi. La tradition scientifique n'est pas ancienne, si l'on se reporte aux milliers d'années qui ont dû s'écouler depuis l'apparition de l'homme sur la terre, sans qu'on ait songé à étudier les mathématiques et la physique. Ensuite le nombre des peuples où les sciences ont été et sont cultivées, et dans ces peuples mêmes le nombre des savants, est infiniment petit, si on le compare à celui des hommes qui ont vécu et qui vivent aujourd'hui sur la terre. Or la science n'existe pas dans les livres, mais dans l'intelligence des savants. Car de quoi servent des livres qu'on n'entend plus et qu'on est hors d'état d'entendre? Dès que les destinées de la science reposent sur un aussi petit nombre de têtes, elles sont livrées aux hasards de mille circonstances particulières, qui ne font pas sentir leur action dans ce qui dépend d'un grand nombre d'hommes. Ainsi le fait important découvert par Stevin n'a été connu que tard, parce que le livre où il avait été consigné dès 1586 était écrit en hollandais; et la conversion de Pascal a ajourné de douze ans la publication d'un travail qui devait constituer l'hydrostatique. Une multitude de causes de cette nature

hâtent, ralentissent, ou même font rétrograder la marche des sciences, sans qu'il soit possible ni de les constater dans le passé et même dans le présent, ni de les réduire à des lois générales.

APPENDICE

Page 22, ligne 4.

Synésius décrit (*epistola XV*) un instrument semblable qu'il appelle βαρύλλιον. Albert de Saxe (voir ci-dessus, p. 34) et Nicolas de Cues (voir ci-dessus, p. 33) avaient quelque idée du phénomène sur lequel repose la construction de l'aréomètre à poids constant. Voir encore ci-dessus, p. 40, n° 4. Mersenne (*Cogitata physico-mathematica*, 1644, p. 208) décrit un aréomètre à poids constant qu'il rapproche lui-même (p. 209) de l'instrument décrit par Synésius. Monconys envoya en 1664 à l'électeur Palatin, la description d'un aréomètre à volume constant (*Voyages de M. de Monconys*, quatrième partie; Paris, 1695, p. 129. Cf. Fischer, *Geschichte der Physik*, 1801, I, 399). Le premier texte où j'ai rencontré le nom d'aréomètre est dans Musschenbroek (*Introductio ad philosophiam naturalem*, 1762, § 1384): « Baryllion antiquorum, nunc areometrum vel hygrobaroscopium dictum. »

Page 26, note 4.

Je dois à l'amitié de M. H. Zotenberg une traduction de cet extrait arabe de l'ouvrage d'Archimède qui me permet d'entrer dans des détails plus précis sur son contenu. Il commence ainsi : « Traité d'Archimède sur la pesanteur et la légèreté. Il y a des corps solides et liquides dont les uns sont plus lourds que les autres. On dit qu'un corps est plus lourd qu'un autre ou qu'un liquide est plus lourd qu'un autre liquide, ou qu'un corps est plus lourd qu'un liquide, lorsqu'en prenant de chacun des deux une portion égale en étendue, et en les pesant, on trouve que l'une est plus lourde que l'autre. Mais si leurs poids sont égaux, on ne dit pas que l'un soit plus lourd que l'autre. C'est quand le poids de l'une des portions égales qu'on a prises est plus lourd, que l'on dit que le corps auquel elle appartient est plus lourd que l'autre. » Puis suivent les énoncés du premier postulat, et des propositions II-VIII du premier livre; l'extrait se termine par l'énoncé de la première proposition du second livre. On ne trouve donc pas les énoncés des propositions I et IX et du second postulat du premier livre. Aux mots du premier postulat « partibus ipsius ex æquo jacentibus et existentibus continuis » répond dans l'Arabe : « adjzâouhâ'l-

mouttaççalatou moustawiyatou fi'l-wadh'i, » littéralement : « partes ejus conjunctæ æquales in loco. » A « et unaquæque autem partium ipsius » (*ibid.*) répond : *wakoullou wá'hidon min adjzáihá*, « una quæque particularum. » Enfin à « surrecta feruntur ad superius tanta vi, etc., » répond : « *fa'in çá'oudouhou yakounou mousáwiyyaton laqowwatin fadhlin thaqali miqdári*, » littéralement : « tum ascensus ejus erit vi æqualis vi reliquæ gravitatis quantitatis, » dans la proposition vi.

Page 115, note 5.

Voici le texte de la démonstration du premier théorème du Pseudo-Archimède, d'après le manuscrit 7215, que je désignerai par A, et l'édition de Tartaglia, que je désignerai par B.

Sit enim aqua b , pondus aque (1) a . Si a in aere ponderetur, igitur, cum a in aqua nichil ponderet per petitionem primam, b in aere ponderabit (2). Sed a aqua est equalis aque b . Ergo a in aere quam in aqua pondus maius est per pondus aque (3) sibi equalis in magnitudine. Idem (4) etiam patet et de omni alio corpore. Sit (5) enim a corpus aureum (6), cuius ponderis in aere et in aqua g (7) sit differentia f . Quod quidem a si in aquam g (8) paulatim infundatur (9), ita scilicet quod eius decima millesima (10) pars tantum submersa (11) sit sive octava (12), necesse est decimam millesimam (13) totius f differentie differentiam esse, eius silicet quod est (14) in aere et a cuius decima (15) vel octava (16) est immersa in d ; et sic de aliis partibus differentie submersi (17) corporis. Sed quantum de auro ingreditur, tantundem de aqua exit (18) necessario, ita quod octava pars (19) aque equalis 8 in magnitudine (20) auro egreditur (21). Sed auri octava pars (22) in d aquam immergitur (23), et sic de aliis partibus. Sit que (24) tota aqua equalis a in quantitate et non in (25) pondere, et eius pondus 6 (26). Quantumcunque ergo exit (27) ex b (28) de aqua 6 (29) in qua submergitur 8 (30), tantum decrescit (31) de partibus ponderis 6. Est ergo proportio a auri submersi ad differentiam f , sicut aque (32) egressæ ad pondus g (33). Ergo permutatim (34). Et sic liquet propositum.

1 Pondus aque] pondus a aqua A — 2 ponderabit] ponderabit a in aqua et aquae pondus sibi æqualis in magnitudine B — 3 eque A — 4 item B — 5 sic B — 6 autem B — 7 scilicet B — 8 aquam g] aqua d B — 9 refundatur B — 10 decima millesima] centesima B — 11 subversa A — 12 sive octava] sive ergo est submersa radicat B — 13 decimam millesimam] millesima B — 14 est a B — 15 decima] 1000 B — 16 ergo B — 17 et submersa B — 18 erit B — 19 octava pars] 8 B — 20 in magnitudine *omisit* B — 21 egredietur B — 22 *omisit* B — 23 emergitur A — 24 quod B — 25 *omisit* A — 26 *omisit* B — 27 erit B — 28 c B — 29 d B — 30 a B — 31 tantum decrescit] tantundem crescit B — 32 sicut aque] sicut a e A sicut aquæ c B — 33 g] 6 B — 34 permutatum B.

Page 117, note 1.

Voici la recette qui se trouve dans le manuscrit 7378 A, f° 39 v°, à la suite du traité de Jordanus *de ponderibus*.

Si fuerit aliquod corpus ex duobus mixtum ex corporibus uens (*sic*), et velimus scire quantum in eo sit de utroque ipsorum, ponderabimus unumquodque corporum per se in aere et in aqua, et sumemus superhabundantiam cuiusque ponderis quod habet in aere ad illud quod in aqua, et has superhabundantias seorsum ponemus. Deinde ponderabimus corpus mixtum et in aere et in aqua, et sumemus superhabundantiam ponderis quod habet in aere et illud quod in aqua. Erit ergo proportio levis corporis quod est in mixto ad ipsum mixtum sicut superhabundantia ponderis levioris.

Pag. 30, n. 2, l. 2. *Au lieu de 47, lisez 23.*

Pag. 31, n. 2, l. 4. *Au lieu de « ad treize medium, » et de théorèmes lisez : « ad medium, » et de treize théorèmes.*

Pag. 32, l. 27. *Au lieu de 114. lisez 29.*

Pag. 33, n. 2, l. 3. *Au lieu de 48, lisez 25.*

Pag. 34, n. 1. *Au lieu de p. 228, lisez : p. 288.*

Pag. 40, n. 2. *Au lieu de 116, n. 3, lisez 31, n. 2.*

Ibid., n. 5, l. 4. *Au lieu de 288, lisez 42.*

PARIS. — IMPRIMERIE DE PILLET FILS AINÉ
5, RUE DES GRANDS-AUGUSTINS

89042403824

b89042403824a

89042403824

b89042403824a