ARCHIMEDIS

DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA LIBRI DVO.

A' FEDERICO COMMANDINO VRBINATE IN PRISTINVM NITOREM RESTITVTI, ET COMMENTARIIS ILLVSTRATI.

CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.

BONONIAE,

Ex Officina Alexandri Benacii.

M D LXV.

RANVTIO FARNESIO,
CARDINALI AMPLISSIMO
ET OPTIMO.

QVOD tibi superioribus diebus pollicitus sum, cum libellum Ptolemæi de Analemmate in lucem proferrem, breui fore, vt Archimedis etiam libri de ijs, quæ in aqua vehuntur, & emendatiores, & fortasse opera mea illustriores ederentur: mihi non committendum esse duxi, vt iure optimo malum nomen, præsertim à te, cui tantopere debeo, existimari possem. quamuis cum mecum considero suscepti negocij difficultates, quas multo plures, & multo grauiores, quàm in libello de Analemmate deprehendi; vereor ne id planè non assecutus sim, quod ab initio spectaui, vt mathematicarum disciplinarum studiosis hac in parte satisfacerem. cum enim græcus Archimedis codex nondum in lucem venerit, non solum is, qui eum latinitate donauit, multis in locis fœde lapsus est, verum etiam codex ipse, vt etiam interpres fatetur, vetustate corruptus, & mancus est; duæq; integræ ἀποδείξεις, quas demonstrationes dicimus, deperierunt. quæ iactura quantam vim habeat ad perturbandum admirabilem illum ordinem, quo inter se mathematicæ disciplinæ quodãmodo connexæ sunt, tibi, qui iam in iis multam operam, multumq; studium posuisti, cogitandum relinquo. nonnulla præterea Archimedes vt perspicua in his tractandis ponere non dubitauit, quæ veteres mathematici, qui de conicis conscripserunt, plurimis, & firmissimis argumentis probauerũt. Hæc autem idcirco à nobis omnino ignorantur; quòd postremi quatuor libri conicorum Apollonii Pergæi adhuc in tenebris delitescunt. Qua quidem in re (vt mea fert opinio) singulari fato fuerunt mathematicæ disciplinæ, cum tot scriptorum præclara monumenta interierint, per quæ non solum in studiosos homines, uerum etiam in humanũ genus mirabiles utilitates importatæ fuissent. nam cum mecum considero quàm late pateant hæ nobilissimæ scientiæ, quãtopere rebus publicis & priuatis admirabili quadã ratione, atque ordine gubernandis necessariæ sint, dubitãdum non existimo, quin magna sit habenda gratia huius diuini boni auctoribus, & inuentoribus: ueterumq; græcorum prudentiam satis admirari non possum, qui pueros cum primum fari cœpissent, his disciplinis imbuendos curabant, ut à prima ætate multiplicis, ac subtilis scientiæ contemplationi assueti nihil paruum, aut humile cogitarent: sed uel se totos ijs artibus traderent, quarum ope ciuitatibus suis & præsidio, & ornamento esse possent: uel humanis studijs multam salutem dicentes, diuinam philosophiam toto animo amplexarentur, cum ad eam per mathematicas disciplinas faciliorem ſibi aditum comparaſſent. quamobrem gra uiſsimum damnum factum eſt in tot præſtãtisſimis uiris: quorũ ſcripta ſi in manus noſtras perueniſſent, profecto multo præclarius cum rebus humanis ageretur. complures enim, qui nunc tot difficultatibus ab his ſtudijs deterrentur, hac ratione priuatis & publicis rationibus optime conſuluiſſent. Cum hæc ita eſſent, tamen nullum mihi laborem ſubterfugiendũ eſſe iudicaui, quo ſtudioſis hominibus, qui in mathematicis diſciplinis toto animo incumbũt, facilior pateret aditus ad abſtruſa, & recondita ſenſa tanti ſcriptoris intelligenda: nec à uetere meo inſtituto diſcedere uolui; ſcis enim me multos abhinc annos hanc eandem prouinciam, Archimedis quàm plurima ſcripta illuſtrandi ſuſcepiſſe. quod neque arrogãtia, nec inanis gloriæ ſpe adductus ſum, ut facerẽ, ſed me uehementer in hanc mentem impulit honeſtisſima cupiditas de ſtudioſis hominibus benemerẽdi: etenim ſemper mea fuit ſentẽtia, mathematicum, qui libros Archimedis accuratisſime non euoluerit, uix mathematicum appellari debere: cum eũ neceſſe ſit in multarum rerum ignoratione uerſari, ſine quibus mathematicæ diſciplinæ imperfectæ quodammodo, atque inchoatæ ſunt habendæ. Dedi igitur operam, ut his etiam Archimedis libris, quoad eius fieri poſſet, per me aliqua lux afferretur. quos ut Archimedis eſſe nõ dubitarem, duæ non contemnendæ cauſſæ fuerunt. una quòd in tanta obſcuritate ab interpretis inſcitia,

& à uetustate profecta, nescio quod uestigium illius acuti, & perspicacis ingenij, quo Archimedes excelluit, impressum apparet: altera quòd tum græci, tum latini scriptores grauissimi hos ut Archimedis libros recognoscũt. Strabo enim in primo libro hæc ad uerbũ scribit. ὁ δὲ οὗτος ἡδύς ἐστιν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὢν, οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι, σφαίρας ταὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ. ταύτην γὰρ τὴν δόξαν ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθημάτων πῶς ἁψάμενοι. & Pappus Alexandrinus in octauo mathematicarum collectionum libro hæc scripta reliquit, καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυμασιουργοὺς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς ἥρων αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις: ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ᾽ ὕδατος ὀχουμένων, ὡς ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. Vitruuius etiam in octauo libro de his eisdem Archimedis libris meminit. Fortasse, inquit, qui Archimedis libros legit, dicet non posse fieri ueram ex aqua librationem: sed ei placet aquam non esse libratam, sed sphæroides habere schema: & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. ut nemini dubium esse posit, quin & genere scriptionis, & tãtorum uirorum auctoritate, ut germani Archimedis libri attente legendi, & perpendendi sint: præsertim cum in ijs multa contineantur cognitione dignissima, quæ nõ tam ad mathematicas disciplinas, quàm ad naturæ obscuritatem spectant. Quamobrem ego ne tanto, & tam fructuoso thesauro diutius studiosi carerent, primum loca partim interpretis errore deprauata emendaui; partim uetustate corrupta & consumpta in pristinam integritatem redegi, compluribus, quæ desiderabantur, meo, ut aiunt, marte suppletis. Deinde quoniam Archimedes, quemadmodum supra dixi, non nulla ponit, ut perspicua, & quæ uel ipse, uel superiores mathematici ἀποδείξεσι confirmauerunt, coactus sum non sine maximo negotio ex ijs principijs conicæ disciplinæ Apollonij Pergæi, quæ in manus nostras peruenerũt, nouas probationes adhibere, nequid esset, quod diligentem lectorem in hac parte remorari posset. restabat, ut theorema illud, quod sine cognitione centri grauitatis corporum solidorũ percipi non potest, uidelicet, Centrum grauitatis in portionibus conoidis rectanguli axem ita diuidere, ut pars, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad basim sit dupla, certissimis rationibus comprobarem. sed huic quoque rei prouisum est à me: seorsumq; ab his libris de cẽtro grauitatis solidorũ uberrime cõscripsi. denique nihil prætermisi, quod ad Archimedem in hac materia illustrandum attineret. quod si, ut spero, assecutus sum, satis magnum fructum mihi cepisse uidebor laborum, & uigiliarum mearum: sin secus acciderit, hoc me tamen consolabor, quòd omnes intelligent, honestissimo meo consilio, non tã ingenij mei imbecillitatem, quàm rei obscuritatem, & temporũ iniurias obstitisse. Hoc loco superuacaneum esse arbitror pluribus uerbis exponere, cur tibi amplissime

Cardinalis, has lucubrationes meas dicare constituerim. tantis enim beneficijs à te affectus, quanta semper & meminero, & prædicabo; tanta liberalitate cõplexus, quantam ne optare quidem unquam ausus essem. cupio memorem, & erga te gratum animũ qua ratione possum, ostendere. quãuis si de te nihil aliud præter auditum haberem, si amplitudini tuæ tantopere deuinctus non essem; tua in omni genere disciplinarum excellentia, tua grauitas, atque innocentia me magnopere hortata esset, ut te potissimum deligerem, sub cuius clarissimi nominis splendore hi Archimedis libri ab obliuione hominum, atque à silentio uindicarentur. uerecundius de te in præsentia dicerem, ne uiderer assentationi potius, quàm ueritati seruire; nisi omnibus persuasissimum esset, diuinas & inauditas uirtutes tuas cum singulari eruditione coniunctas in illo sanctissimo Reip. christianæ consilio tanquam lumen aliquod elucere. quamobrem ea, qua soles, benignitate, fidelissimi clientis tui munus accipies; quod tibi, qui & mathematicis disciplinis, & phisiologiæ studijs tantopere delectaris, non iniucundum fore confido. Vale.

Federicus Commandinus.

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA LIBER PRIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

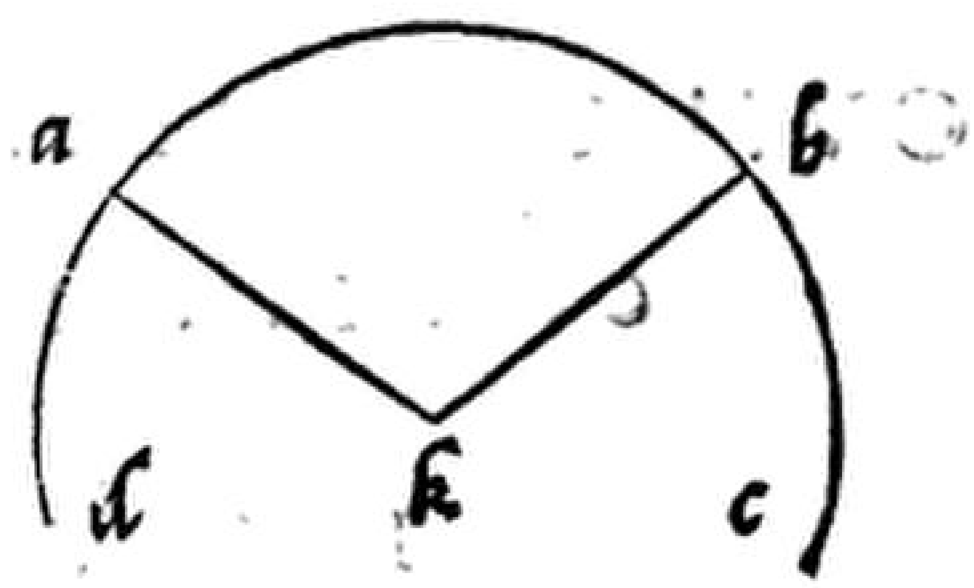
POSITIO.

PONATVR humidi eam esse naturam, vt partibus ipsius æqualiter iacentibus, & continuatis inter se se, minus pressa à magis pressa expellatur. Vnaquæque autem pars eius premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculum, si humidum sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pressum.

PROPOSITIO I.

SI superficies aliqua plano secetur per idē semper punctum; sitq; sectio circuli circunferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano secatur: sphæræ superficies erit.

SECETVR ſuperficies aliqua plano per k punctum ducto: & ſic ſectio ſemper circuli circunferentia, centrum habens punctum k. Dico eam ſphæræ ſuperficiem eſſe. Si enim non eſt ſphæræ ſuperficies; rectæ lineæ, quæ à puncto k ad circunferentiam ducuntur non omnes æquales erunt. Itaque ſint a b puncta in ſuperficie; & inæquales lineæ a k k b: per ipſas autem a k k b planum ducatur, quod ſectionem faciat in ſuperficie lineam d a b c. ergo d a b c circuli circunferentia eſt, cuius centrum k; quoniam ſuperficies eiuſmodi ponebatur: & idcirco æquales inter ſe ſunt a k k b, ſed & inæquales; quod fieri non poteſt. conſtat igitur ſuperficiem eam eſſe ſphæræ ſuperficiem.

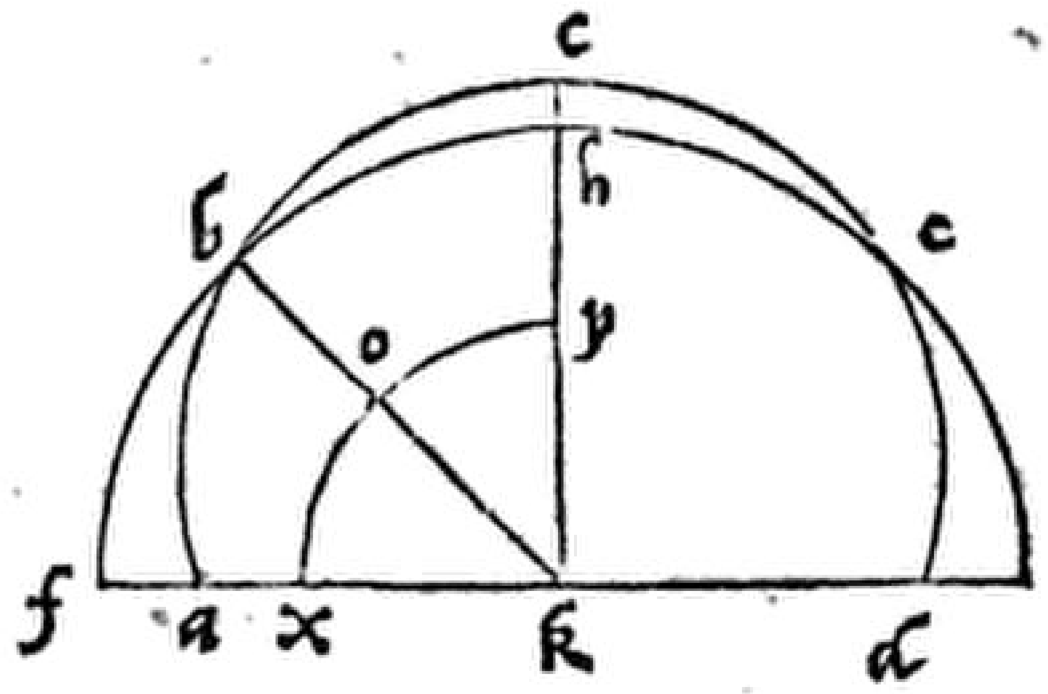


PROPOSITIO II.

OMNIS humidi conſiſtentis, atque manentis ſuperficies ſphærica eſt; cuius ſphæræ centrũ eſt idem, quod centrum terræ.

INTELLIGATVR humidũ conſiſtens, manẽſq;: & ſecetur ipſius ſuperficies plano per centrum terræ ducto. ſit autem terræ centrum k: & ſuperficiei ſectio, linea a b c d. Dico lineam a b c d circuli circunferentiam eſſe, cuius centrum k. Si enim non eſt, rectæ lineæ à puncto k ad lineam a b c d ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibuſdam quidem à puncto k ad ipſam a b c d ductis maior; quibuſdam uero minor: & ex centro k, interualloq;

loq; lineæ sumptæ circulus describatur. cadet ergo ipsius circunferentia partim extra lineam a b c d, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibusdam quidem à puncto k ad ipsam ductis est maior; & quibusdam minor. Itaq; sit circuli descripti circunferentia f b h: & ex b ad k ducta linea, iungãtur f k k h e,

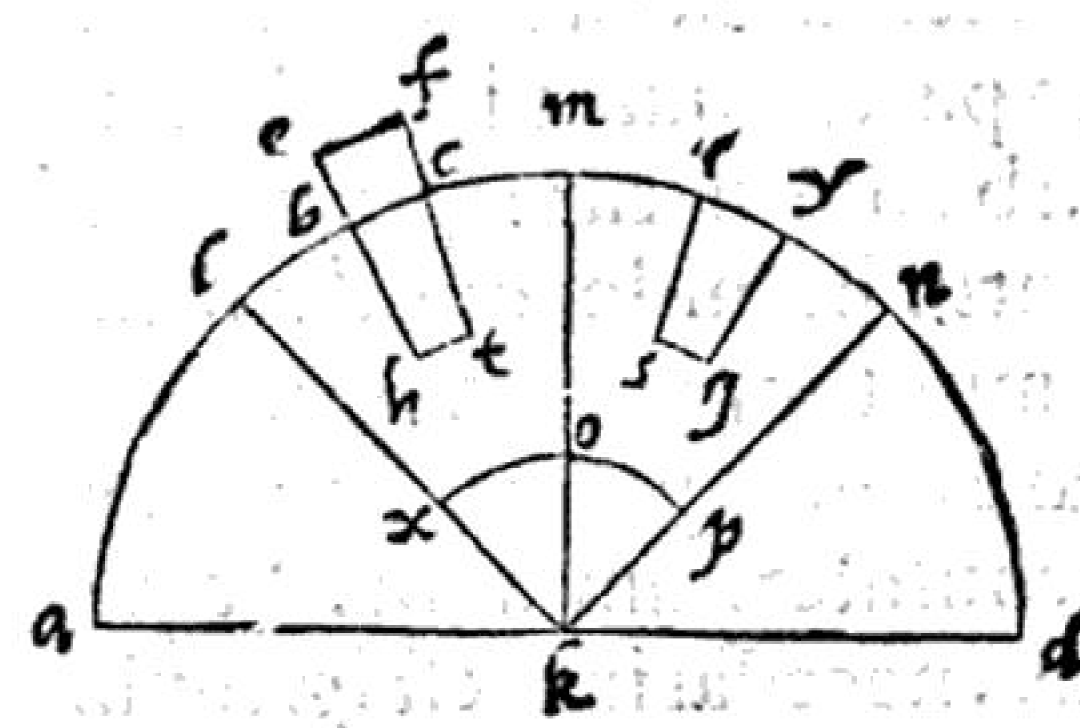


quæ angulos æquales faciant. describatur autem & ex centro k circunferentia quædam x o p in plano, & in humido. ergo partes humidi, quæ sunt ad circunferentiam x o p æqualiter iacent, ac continuatæ inter se se: & premũtur quidem partes, quæ ad x o circunferentiam, humido, quod loco a b continetur: quæ uero ad circunferentiam o p premuntur humido, quod continetur b e. inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circunferentiã x o, & ad o p. quare minus pressæ à magis pressis expellentur. non ergo consistet humidum. Atqui ponebatur consistens, & manens. necessarium est igitur lineam a b c d esse circuli circunferentiam, cuius centrum k. Similiter autem demonstrabitur, & si quomodocunque aliter superficies humidi plano secta fuerit per centrum terræ; sectionem circuli circunferentiam esse: & centrum ipsius esse, quod & terræ centrum. Ex quibus constat superficiem humidi consistentis, atque manentis sphæricam esse: & eius sphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam eiusmodi est, ut secta per idem semper punctum sectionem faciat circuli circunferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipsa plano secatur. Prima huius.

PROPOSITIO III.

SOLIDARVM magnitudinum, quæ æqualẽ molem habentes æque graues sunt, atque humidum; in humidum demissæ demergentur ita, vt ex humidi superficie nihil extet: non tamen ad huc deorsum ferentur.

SIT magnitudo aliqua æque grauis, atque humidum: & si fieri potest, in humidum demissa extet ex superficie ipsius: consistat autem humidum, maneatq;: & intelligatur aliquod planum ductũ per cẽtrum terræ, & humidi, ac per solidam magnitudinem, ut sit superficiei quidem humidi sectio a b c d; solidæ uero magnitudinis insidentis e h t f; & terræ centrum k: sitq; solidæ magnitudinis pars, quæ in humido est, b h t c; &



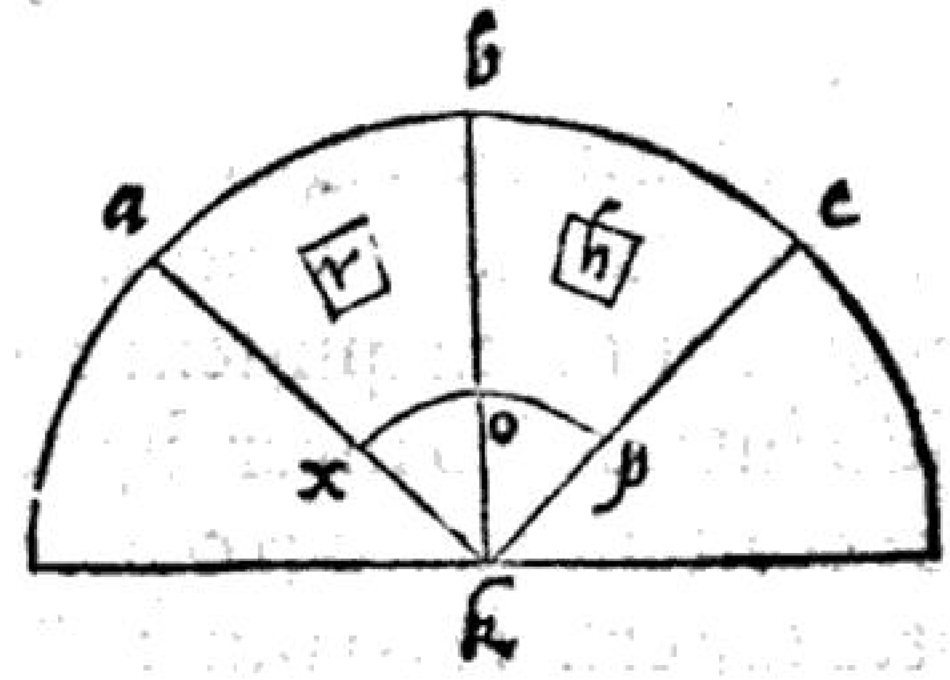
quæ extra humidum b e f c. intelligatur etiam solida figura comprehensa pyramide, basim quidem habente parallelogrammum, quod est in superficie humidi; uerticem autem centrum terræ: sitq; sectio plani, in quo est a b c d circunferentia, & planorum pyramidis k l, k m: & describatur quædam alterius sphæræ superficies x o p circa centrũ k, in humido sub e f h t, ut sit ipsa x o p sectio facta à superficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, & similis comprehendenti solidam figuram, ipsi coniuncta,

iuncta,& continuata: sitq; sectio planorũ ipsius K m K n: & in humido intelligatur quædam magnitudo r s q y ex ipso humido constans, æqualis, & similis solidæ b h t c, quæ quidem pars est solidæ magnitudinis in humido demersa. partes igitur humidi, quæ scilicet in prima pyramide superficie x o continetur, & quæ in altera continetur p o, æqualiter sunt positæ, & continuatæ; sed non similiter premuntur. nam contenta quidem x o, premitur solido e h t f, & humido interiecto inter superficies x o, l m, & plana pyramidis; contenta uero p o premitur solido r s q y, & humido inter superficies o p, m n, & pyramidis plana interiecto. minor autem est grauitas humidi, quod est inter m n, o p, quàm eius, quod inter l m, x o. solidum enim r s q y est minus solido e h t f: cum sit æquale ipsi b h t c; quia magnitudine æquale, & æque graue ponitur solidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale est. constat igitur partem contentã superficie o p, expelli ab ea, quæ ipsa x o continetur: & non consistere humidum. ponebatur autem consistens, & manens: non ergo ex superficie humidi extat aliquid solidæ magnitudinis. sed neque demersum solidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter positæ, cum solidum sit æque graue, atque humidum.

PROPOSITIO IIII.

SOLIDARVM magnitudinum, quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

SIT magnitudo solida humido leuior; & demissa in humidum demergatur tota, si fieri potest, ut nulla pars ipsius extet ex humidi ſuperficie. conſiſtat autem humidum, maneatq; : & intelligatur aliquod planum ductum per centrũ terræ, per humidum, & per magnitudinem ſolidam : à quo ſuperficies quidem humidi ſecetur ſecundum circunferentiam a b c; ſolida autem magnitudo ſecundum figuram, in qua r : & centrum terræ ſit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens



figuram r, ſicuti prius, quæ pũctum K pro uertice habeat: ſecenturq; ipſius plana à ſuperficie plani a b c ſecundum a K K b: & ſumatur pyramis alia æqualis, & ſimilis ſuperiori, cuius plana ſecentur à plano a b c, ſecundum b K K c: deinde alterius ſphæræ ſuperficies quædam deſcribatur in humido circa centrum K, ſub ſolida magnitudine : & ſecetur ab eodem plano ſecundum x o p : poſtremo intelligatur alia magnitudo h in poſteriori pyramide, quæ ex humido conſtet, & ſolidæ magnitudini r ſit æqualis. partes igitur humidi, & quæ in prima pyramide continetur ſuperficie x o; & quæ in ſecunda ſuperficie o p continetur, æqualiter iacent, & continuatæ inter ſe ſe; non tamen ſimiliter premuntur : nam quæ eſt in prima pyramide premitur magnitudine ſolida r, & humido cõtinente ipſam, quod eſt in loco pyramidis a b o x : quæ uero in altera pyramide premitur ſolida magnitudine h, & humido ipſam continente in loco pyramidis p o b c. At grauitas ſolidæ magnitudinis r, minor eſt grauitate humidi, in quo h : quoniam magnitudo ſolida mole quidem æqualis, & humido leuior ponitur : grauitas autem humidi continentis magnitudines r h eſt æqualis; cum pyramides æquales ſint. magis ergo

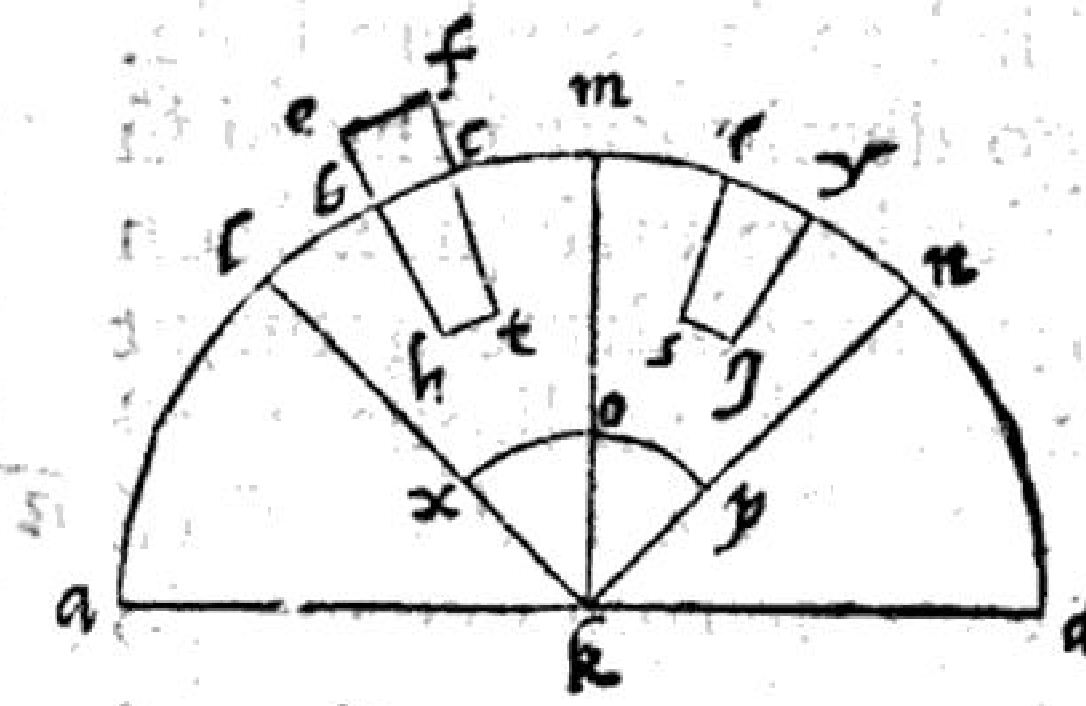
premi-

premitur pars humidi, quæ est sub superficie o p. quare expellet partem minus pressam, & non manebit humidum. ponebatur autem manens. non igitur demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

PROPOSITIO V.

SOLIDARVM magnitudinum quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum vsque eô demergetur, vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem, quam tota magnitudo, grauitatem habeat.

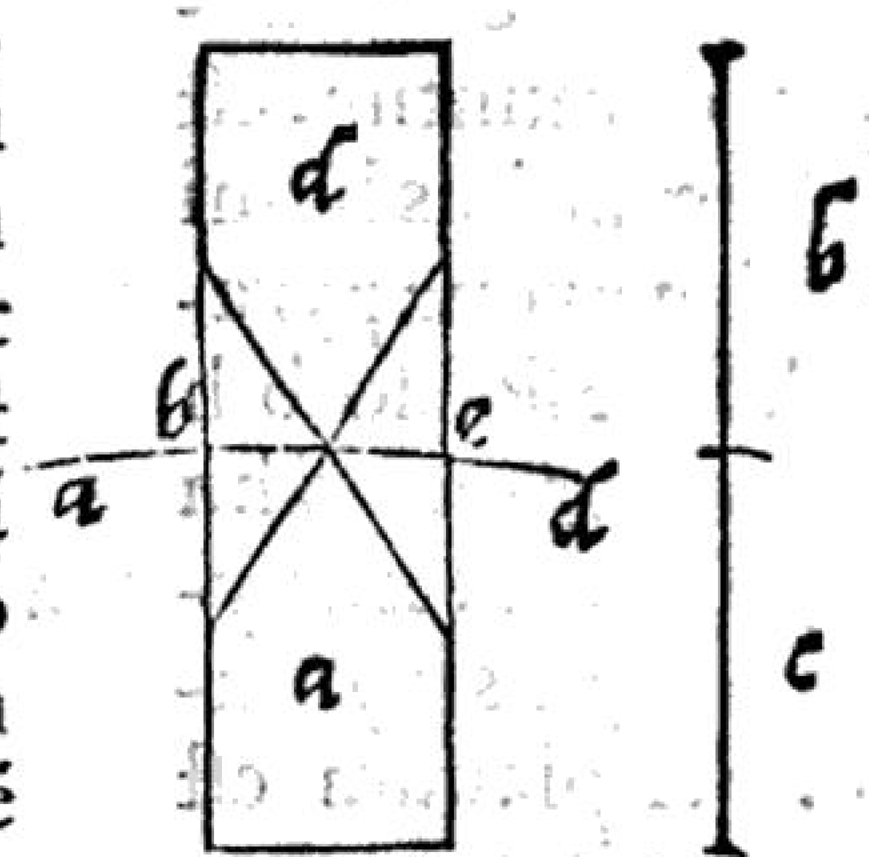
DISPONANTVR eadem, quæ supra: sitq; humidum manens: & magnitudo e h t f humido leuior. Si igitur humidum manet, similiter prementur eius partes, quæ æqualiter iacent. similiter ergo premetur humidum sub superficiebus x o o p. quare æqualis est grauitas, qua premuntur. est autem & grauitas humidi, quod in prima pyramide absque solido b h t c, æqualis grauitati humidi, quod in altera pyramide absq; r s q y humido. perspicuum est igitur grauitatem magnitudinis e h t f grauitati humidi r s q y æqualem esse. ex quibus constat, tantam humidi molem, quanta est pars demersa solidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere grauitatem.



PROPOSITIO VI.

SOLIDAE magnitudines humido leuiores, in humidum impulsæ sursum feruntur tanta ui, quãto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius est ipsa magnitudine.

SIT enim magnitudo a leuior humido: & sit magnitudinis quidem a grauitas b: humidi uero molem habentis æqualem ipsi a, grauitas sit b c. demonstrandum est magnitudinem a in humidum impulsam tanta ui sursum ferri, quanta est grauitas c. accipiatur enim quædam magnitudo, in qua d habens grauitatem ipsi c æqualem. Itaque magnitudo ex utrisque magnitudinibus constans, in quibus a d, leuior est humido. nam magnitudinis quidem quæ ex utrisque constat grauitas est b c; humidi uero habentis molem ipsis æqualem grauitas maior est, quàm b c: quoniam b c grauitas est humidi molẽ habentis æqualem ipsi a. Si ergo demittatur in humidũ magnitudo ex utrisque a d constans; usque eò demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est pars magnitudinis demersa eãdem, quam tota magnitudo grauitatem habeat. hoc enim iam demonstratum est. sit autẽ superficies humidi alicuius a b c d circunferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta est magnitudo a grauitatem habet eandem, quam magnitudines a d: perspicuum est partem ipsius demersam esse magnitudinem a; reliquam uero d totam ex humidi

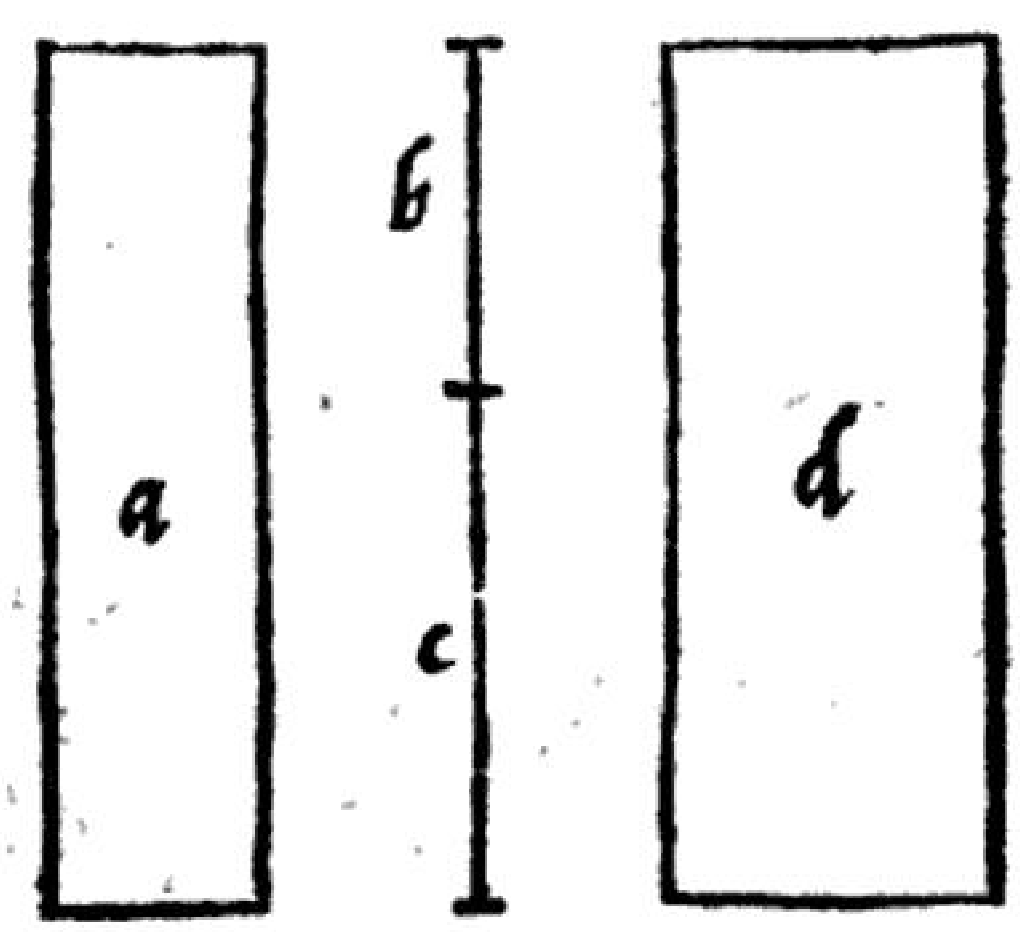


midi superficie extare. * Quare constat magnitudinem a tanta ui sursum ferri, quãta deorsum premitur ab eo, quod est supra; uidelicet à d, cũ neutra ab altera expellatur, sed d fertur deorsum tanta grauitate, quanta est c: ponebatur enim grauitas eius, in quo d ipsi c æqualis. patet igitur illud quod demonstrare oportebat.

PROPOSITIO VII.

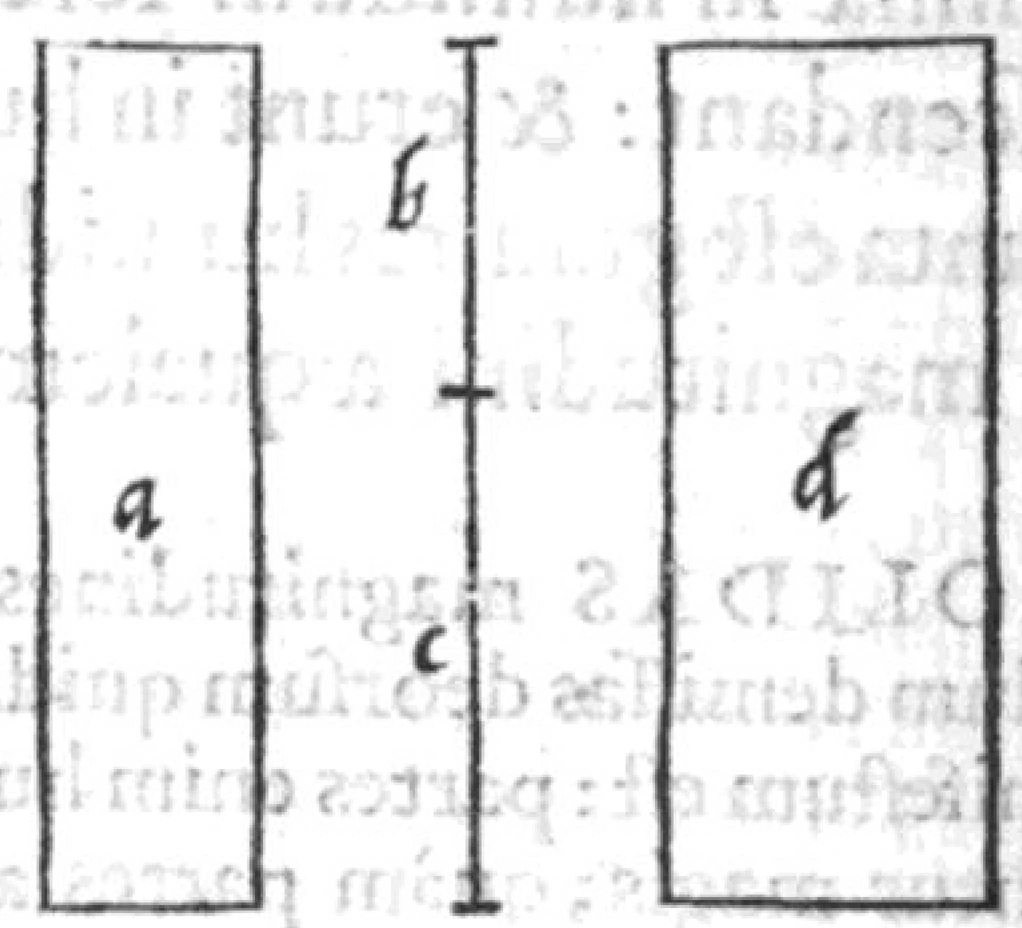
SOLIDAE magnitudines humido grauiores demissæ in humidum ferentur deorsum, donec descendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta est grauitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

SOLIDAS magnitudines humido grauiores, in humidum demissas deorsum quidam ferri, donec descẽdant, manifestum est: partes enim humidi, quæ sub eis sunt, premuntur magis, quàm partes æqualiter ipsis adiacentes; quoniam magnitudo solida humido grauior ponitur: leuiores autem esse uti dictum est, demonstrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo a grauior humido: & sit magnitudinis quidem a grauitas b c: humidi uero molẽ habentis æqualem ipsi a grauitas sit b. demonstrandum est magnitudinem a in humido existẽtem habere grauitatem æqualem ipsi c. Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua d, leuior humido;



cuius grauitas ſit ipſi b æqualis: humidi uero molem habentis æqualem magnitudini d, ſit grauitas æqualis b c. Itaque compoſitis magnitudinibus a d, magnitudo ex utriſque conſtans æque grauis erit, atque ipſum humidũ: grauitas enim utrarũque magnitudinum eſt æqualis utriſque grauitatibus, uidelicet b c, & b: grauitas autem humidi habentis molem æqualem utriſque magnitudinibus, eſt eiſdem grauitatibus æqualis. Demiſsis igitur magnitudinibus, & in humidum proiectis æque graues erunt, atque humidum: neque ſurſum, neque deorſum ferentur: quoniam magnitudo quidem a grauior humido feretur deorſum; & eadem ui à magnitudine d ſurſum retrahetur: magnitudo autem d humido leuior feretur ſurſum tanta ui, quanta eſt grauitas c: demõſtratũ enim eſt magnitudines ſolidas humido leuiores, impulſas in humidum tanta ui retrahi ſurſum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem grauius eſt ipſa magnitudine. At humidum molem habens æqualem d, grauius eſt, quam d, ipſa c grauitate. Conſtat igitur magnitudinem a deorſum ferri tanta grauitate, quanta eſt c. quod demonſtrare oportebat.

6. huius.



POSITIO II.

PONATVR eorum, quæ in humido ſurſum feruntur, vnumquodque ſurſum ferri ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur.

COM-

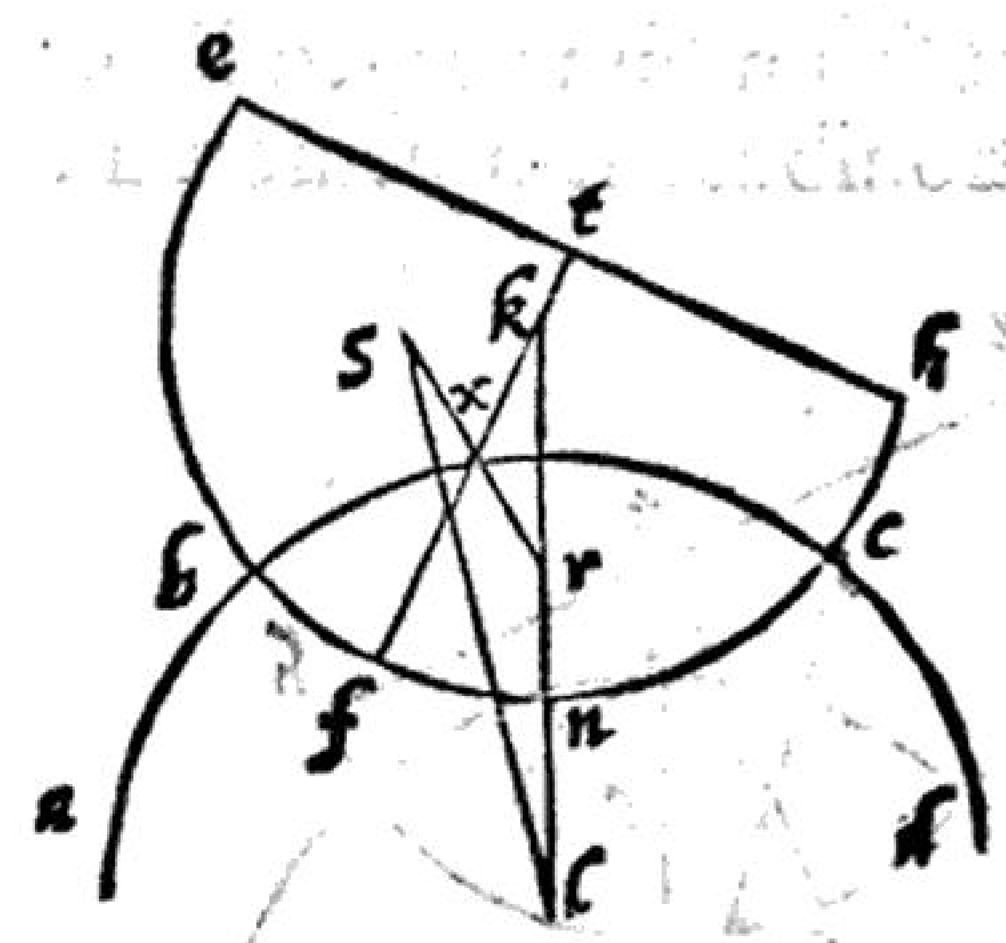
COMMENTARIVS.

AT uero ea, quæ feruntur deorſum, ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur, ſimiliter ferri, uel tanquam notum, uel ut ab alijs poſitum prætermiſit.

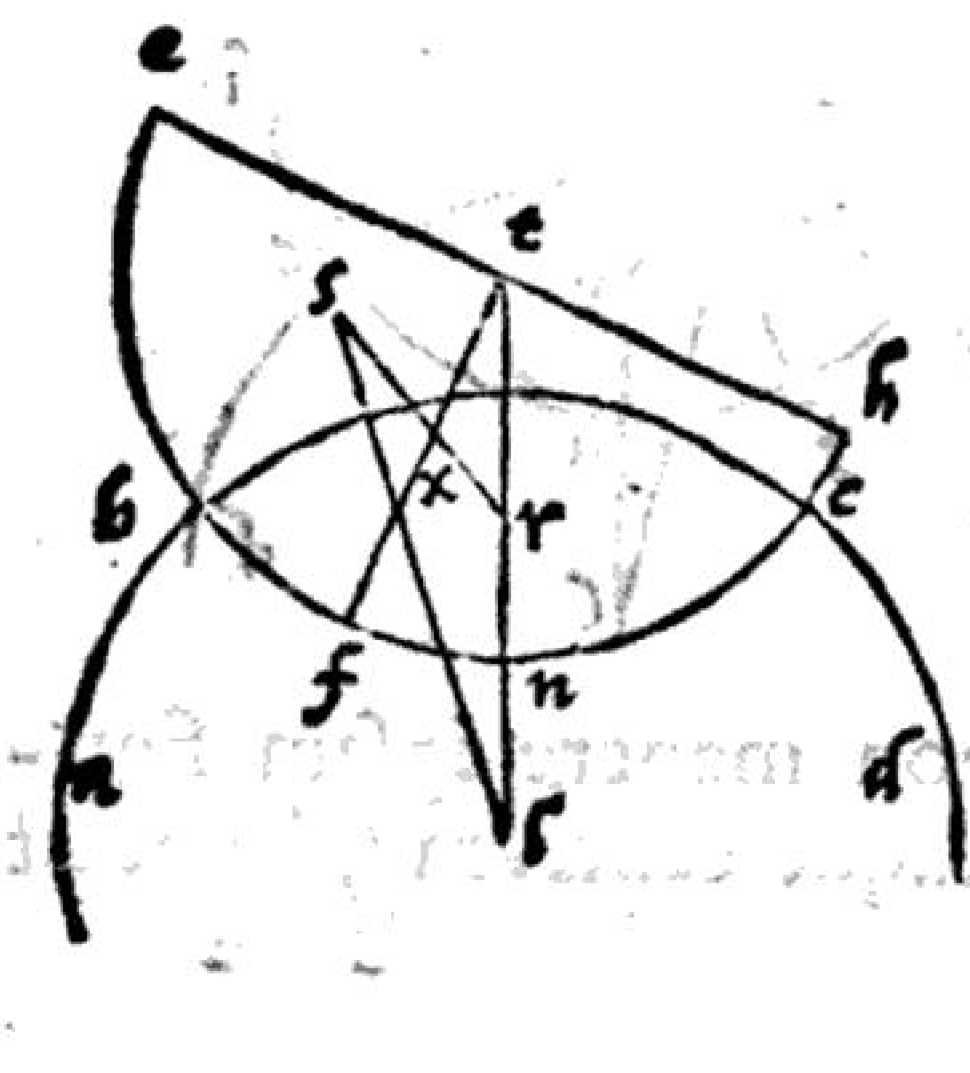
PROPOSITIO VIII.

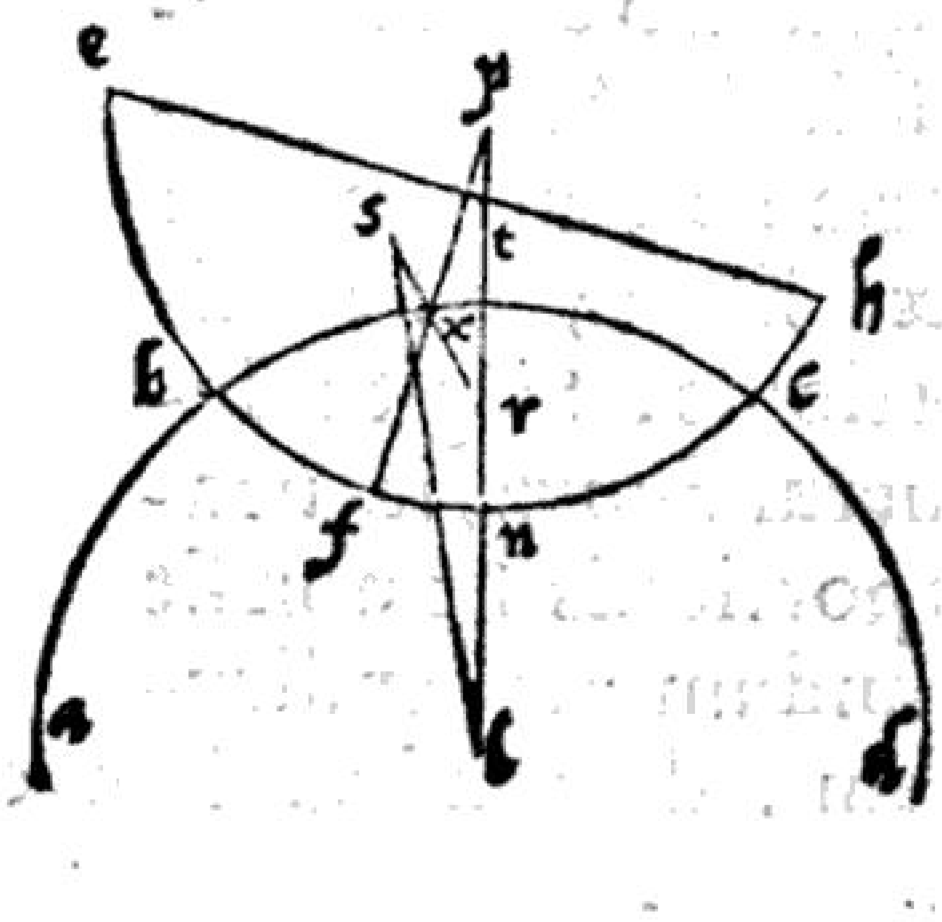
SI aliqua magnitudo ſolida leuior humido, quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humidum demittatur, ita vt baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita vt axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, vt baſis portionis humidum cõtingat; non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur. A B

[INTELLIGATVR quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: & ducatur planum per axẽ portionis, & per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circũ ferentia a b c d: & figuræ ſectio e f h circunferentia: ſit autem e h recta linea; & f t axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis f t non ſit ſecundum perpendicularem. demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui. Itaque centrum ſphæræ eſt Suppleta a Federico Com.



in linea f t. nam ſit primum figura maior dimidia ſphæræ: ſitq; in dimidia ſphæra ſphæræ centrum t; in minori portione ſit centrum p; & in maiori k: per k uero, & terræ centrum l ducatur k l ſecans circunferentiam e f h in pun-
C ☐to n. Quoniam igitur unaquæque ſphæræ portio axem habet in linea, quæ à cētro ſphæræ ad eius baſim perpendicularis ducitur: habetq; in axe grauitatis centrum: portionis in humido demerſæ, quæ ex duabus ſphæræ portionibus conſtat, axis erit in perpendiculari per k ducta. & idcirco centrum grauitatis ipſius erit in linea n k,
D quod ſit r. ſed totius portionis grauitatis centrum eſt in li
E nea f t inter k, & f, quod ſit x. reliquæ ergo figuræ, quæ eſt extra humidum, centrum erit in linea r x producta ad partes x; & aſſumpta ex ea, linea quadam, quæ ad r x eandem proportionem habeat, quam grauitas portionis in humido demerſæ habet ad grauitatem figuræ, quæ eſt extra humidum. Sit autem s centrum dictæ figuræ: & per s duca-
F tur perpendicularis l s. Feretur ergo grauitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam s l deorſum; portionis autem, quæ in humido, ſurſum per rectam r l. quare non manebit figura: ſed partes eius, quæ ſunt ad e, deorſum; & quæ ad h ſurſum ferētur: idq; cōtinenter fiet, quoad f t ſit ſecundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonſtrabitur.]





COMMENTARIVS.

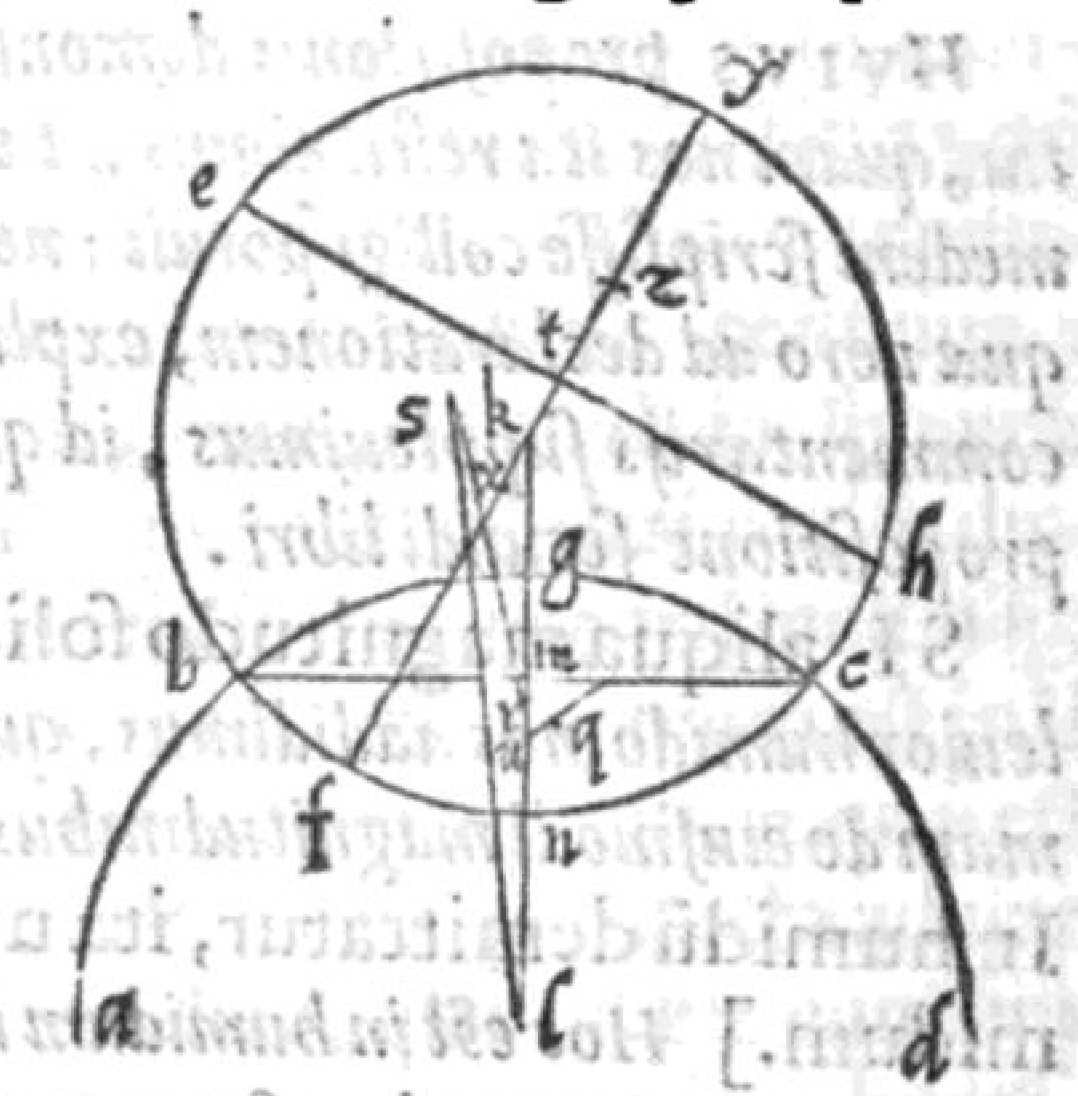
Hvivs propositionis demonstratio iniuria temporum desideratur, quam nos ita restituimus, ut ex figuris, quæ remanserunt Archimedem scripsisse colligi potuit: neque enim eas immutare uisum est, quæ uero ad declarationem, explicationémque addenda fuerant, in commentarijs suppleuimus, id quod etiam præstitimus in secunda propositione secundi libri.

SI aliqua magnitudo solida leuior humido.] *Ea uerba, leuior humido, nos addidimus, quæ in translatione non erant; quoniam de eiusmodi magnitudinibus in hac propositione agitur.* A

In humidũ demittatur, ita ut basis portionis nõ tangat humidum.] *Hoc est in humidum ita demittatur, ut basis sursum spectet; uertex autem deorsum. quod quidem opponitur ei, quod in sequenti dixit.* In humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido. *His enim uerbis significat portionem opposito modo in humidum demitti, ut scilicet uertex sursum; basis autem deorsum uergat. eodem dicendi modo frequenter usus est in secundo libro; in quo de portionibus conoidis rectanguli tractatur.* B

Quoniã igitur unaquæq; sphæræ portio axẽ habet in linea, quæ à cẽtro sphæræ ad eius basim perpẽdicularis ducitur.] *Iungatur enim b c, & k l secet circumferentiam a b c d in puncto g; lineam uero rectam b c in m. & quoniam duo circuli a b c d, e f b secant se se in punctis b c; recta linea, quæ ipsorum centra coniungit, uidelicet k l lineam b c bifariam, & ad angulos rectos secat: ut in commentarijs in Ptolemæi planisphærium ostendimus. quare portionis circuli b n c diameter est m n; & portionis b g c diameter m g: nam rectæ lineæ, quæ ipsi b c æquidistantes ex utraque parte ducuntur, cum linea n g rectos angulos faciunt; & idcirco ab ipsa bifariam secantur. portionis igitur sphæræ b n c axis est n m; & portionis b g c axis m g. ex quo sequitur, portionis in humido demersæ axem esse in linea k l; ipsam scilicet n g. & cum grauitatis centrum cuius libet sphæræ portionis sit in axe; quod nos in libro* C 29. primi 3. tertii.

de centro grauitatis solidorum demonstrauimus: erit magnitudinis ex utrisque portionibus b n c, b g c constantis; hoc est portionis in humido demersæ grauitatis centrum in linea n g, quæ ipsarum sphæræ portionum centra grauitatis coniungit. si enim fieri potest, sit extra lineam n g, ut in q: sitq; portionis b n c centrum grauitatis u; & ducatur u q. Quoniam igitur à portione in humido demersa aufertur sphæræ portio b n c, non habens idem centrum grauitatis: erit ex octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum, reliquæ portionis b g c centrum in linea u q producta. quod fieri non potest; est enim in axe ipsius m g. sequitur ergo ut portionis in humido demersæ centrum grauitatis sit in linea n k. quod ostendendum proposuimus.



D Sed totius portionis grauitatis centrum est in linea f t, inter k, & f, quod sit x.] *Compleatur sphæra, ut sit portionis additæ axis t y; & centrū grauitatis z. Itaque quoniā à tota sphæra, cuius grauitatis cētrum est k, ut etiam in eodem libro demōstrauimus, aufertur portio e y h centrū grauitatis habens z: erit reliquæ portionis e f h cētrū in linea z k producta. quare inter k & f necessario cadet.*

8. primi Archimedis.

E Reliquæ ergo figuræ, quæ est extra humidum, centrum erit in linea r x producta.] *Ex eadem octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum.*

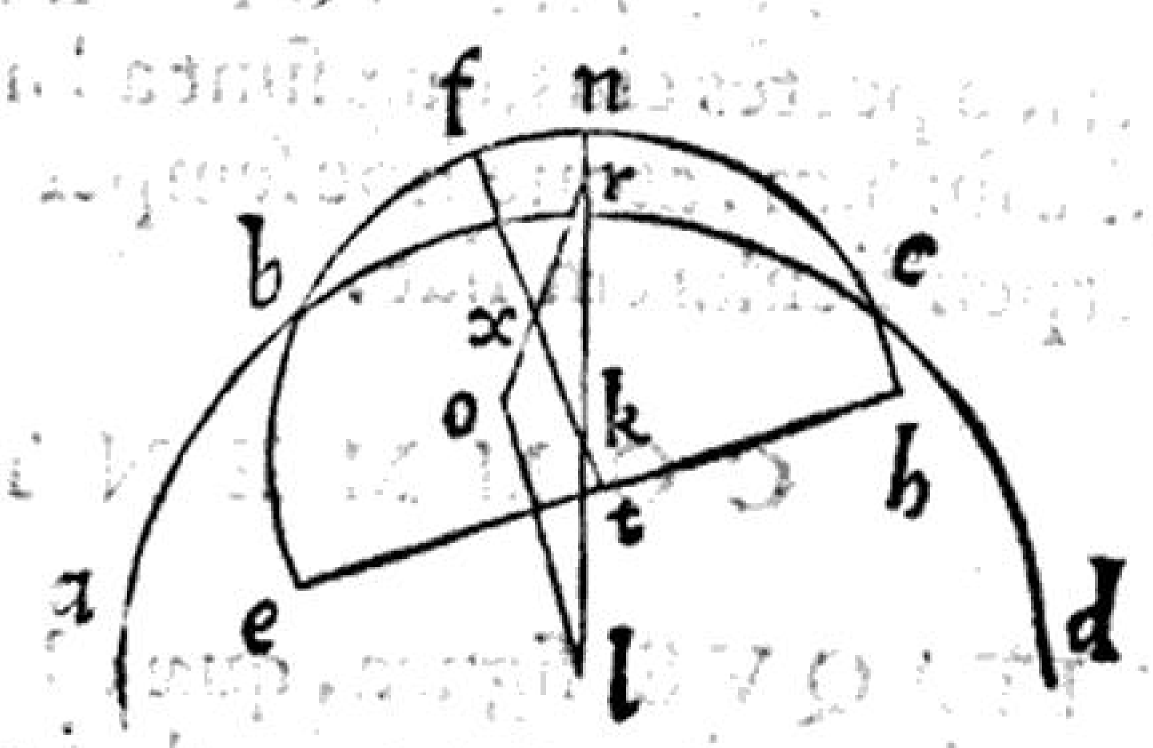
F Fertur ergo grauitas, figuræ quidem quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido sursum per rectam r l.] *Ex antecedenti positione. magnitudo enim, quæ in humido demersa est, tanta ui per lineam r l sursum fertur, quanta quæ extra humidum per lineam s l, deorsum: id quod ex propositione sexta huius libri constare potest. & quoniam feruntur per alias, atque alias lineas;*

neas; neutra alteri obsistit, quo minus moueatur; idq; continenter fiat, dum portio in rectum fuerit constituta: tunc enim utrarumque magnitudinum grauitatis centra in unam, eandemq; perpendicularum conueniunt, uidelicet in axem portionis: & quanto conatu, impetúue ea, quæ in humido est sursum, tanto quæ extra humidum deorsum per eandem lineam contendit. quare cum altera alteram non superet, non amplius mouebitur portio; sed consistet, manebitq; in eodem semper situ; nisi forte aliqua caussa extrinsecus accesserit.

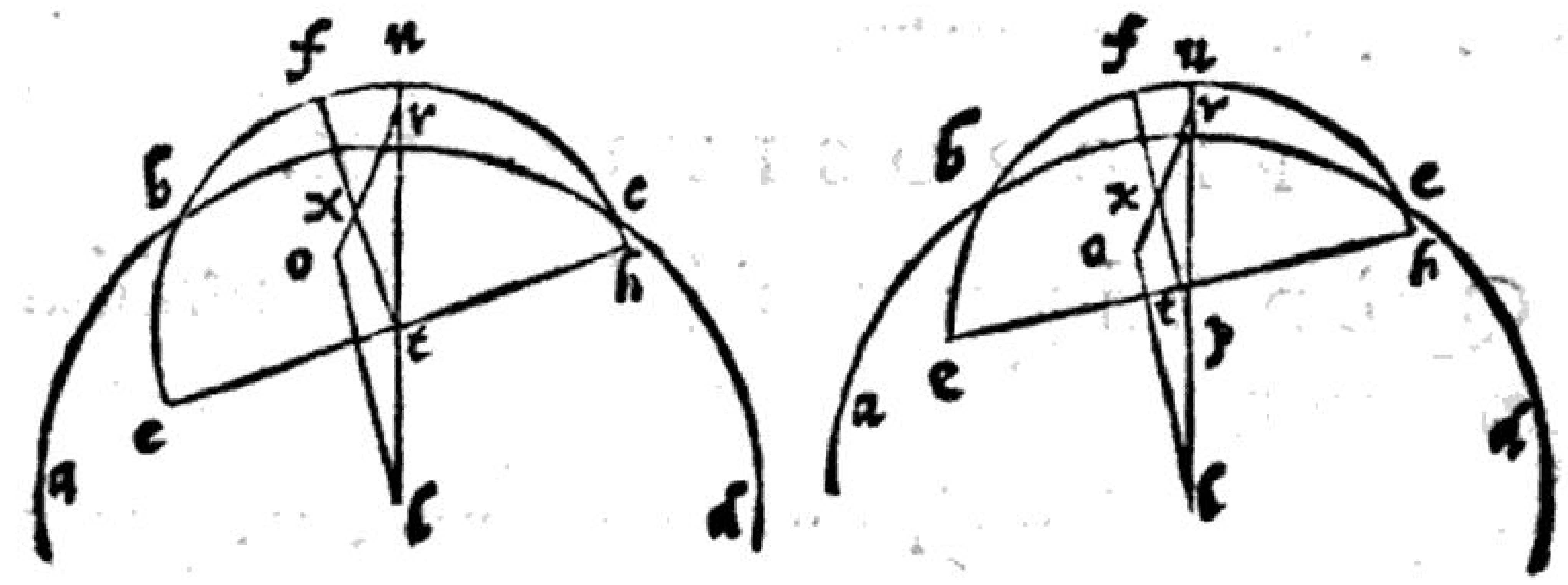
PROPOSITIO IX.

QVOD si figura humido leuior in humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido; inside bit recta, ita ut axis ipsius secundum perpendicularem constituatur.

INTELLIGATVR enim magnitudo aliqua, qualis dicta est, in humidum demissa: & intelligatur planum per axem portionis, & per centrum terræ ductum: sitq; superficiei quidem humidi sectio a b c d circunferentia; figuræ autem sectio circunferentia e f h: & sit e h recta linea: & axis portionis f t. Si igitur fieri potest, non sit f t secundum perpendicularem. Demonstrandum est non manere figuram; sed in rectum restitui. est autem centrum sphæræ in linea f t: rursus enim sit figura primo maior dimidia sphæra: & sphæræ centrũ in dimidia sphæra sit punctum t; in minore portione p; in maiori uero sit k: & per k, & terræ centrum l ducatur k l. Itaque figura quæ est A



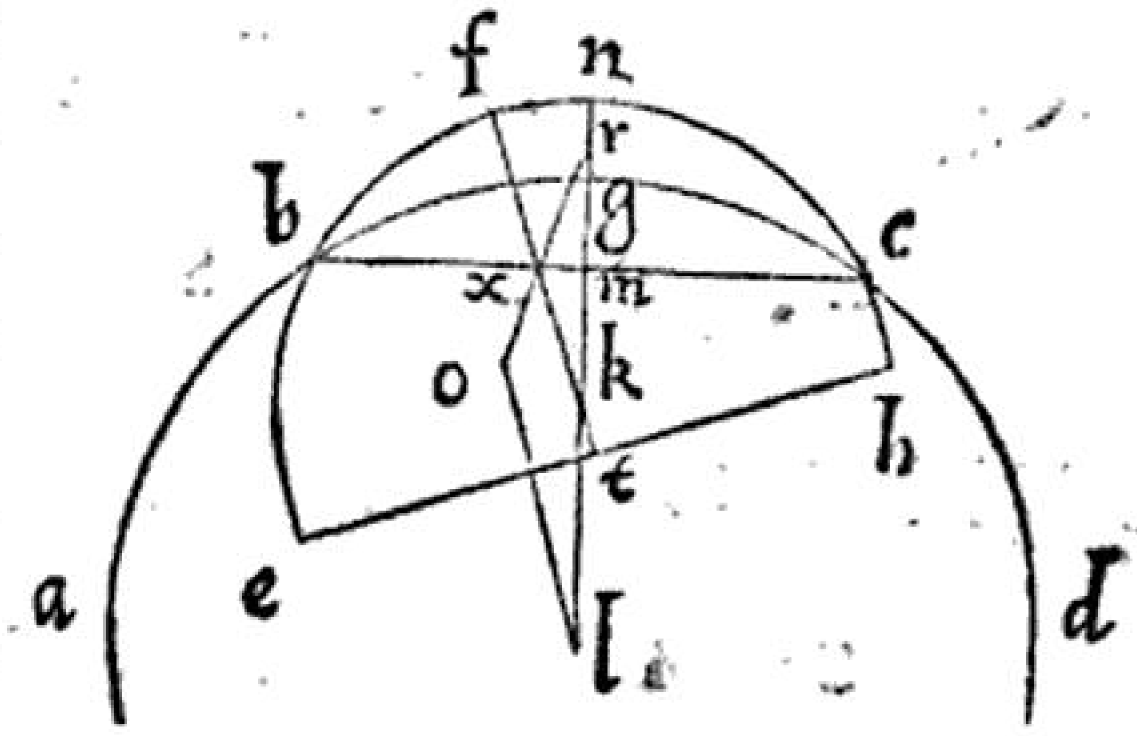
extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k: & propter ea, quæ superius dicta sunt, centrum grauitatis ipsius est in linea n k, quod sit r; totius autem portionis centrum grauitatis est in linea f t, inter k & f, quod sit x. reliquæ ergo figuræ, eius scilicet, quæ est in humido, centrum erit in recta linea r x producta ad partes x; & assumpta ex ea linea quadam, quæ ad x r eandem habeat proportionem, quam grauitas portionis, quæ est extra humidum, ad grauitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem o centrum dictæ figuræ: & per o perpendicularis ducatur l o. Feretur ergo grauitas portionis quidem, quæ est extra humidum, per rectam r l deorsum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam o l sursum. non manet igitur figura; sed partes eius, quæ sunt ad h, deorsum ferētur; & quæ ad e sursum. atque hoc semper erit, donec f t secundum perpendicularem fiat.



COMMENTARIVS.

A ITAQVE figura, quæ est extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k.]

DVCATVR enim b c, quæ secet lineam n k in m: ipsa uero n k circunferentiam a b c d secet in g. eodem modo, quo supra, demonstra monstrabimus portionis sphæræ b n c axem esse ipsam n m: & portionis b g c axem g m. quare centrum grauitatis utriusque, erit in linea n m. & quoniam à portione b n c aufertur portio b g c, non habens idem grauitatis centrũ: reliquæ magnitudinis, quæ est extra humidi superficiem, centrum grauitatis erit in linea n k; quæ scilicet earum portionum centra grauitatis coniungit: ex eadem octaua Archimedis.



ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

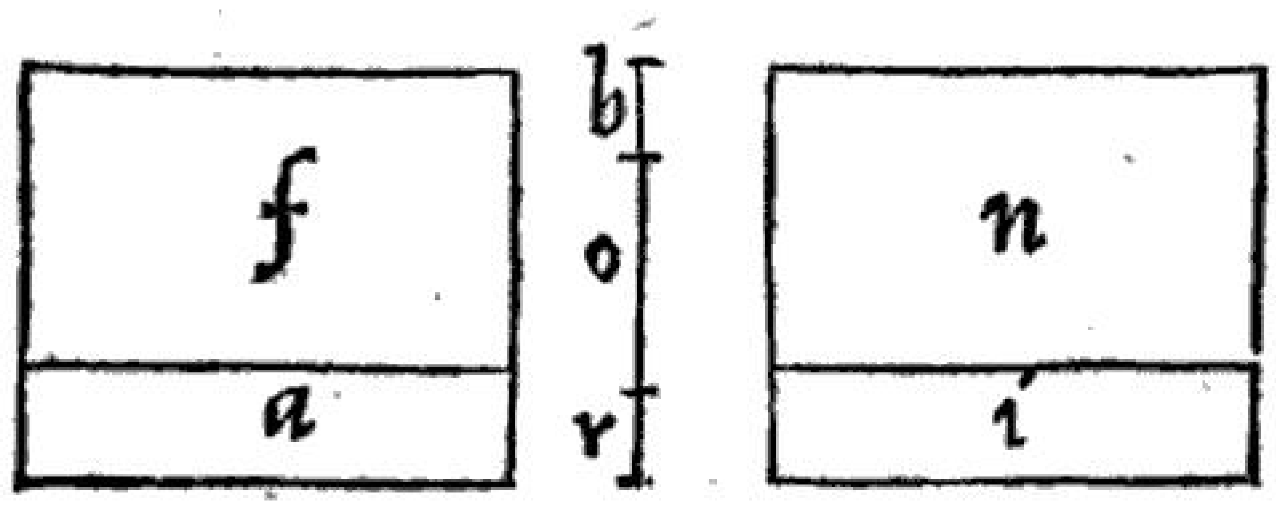
LIBER SECVNDVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quã pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

DEMITTATVR enim in humidum aliqua magnitudo ſolida, quæ ſit fa, leuior humido: & pars quidem ipſius demerſa ſit a; quæ autem extra humidum f. demonſtrandum eſt, magnitudinem f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habere, quam habet



a ad f a. accipiatur enim aliqua humidi magnitudo n i

æqualis

æqualis magnitudini f a; ſitq, ipſi f æqualis n: & ipſi a æqualis i. magnitudinis autem f a grauitas ſit b: & magnitudinis n i grauitas o r; & ipſius i ſit r. magnitudo igitur f a ad n i eam proportionem habet, quam grauitas b ad grauitatem o r. Sed quoniam magnitudo f a in humidum demiſſa leuior eſt humido; patet tantam humidi molem, quanta eſt pars magnitudinis demerſa, eandem quam magnitudo f a habere grauitatem. hoc enim ſuperius demonſtratum eſt. At ipſi a reſpondet humidum i, cuius quidem grauitas eſt r; & ipſius f a grauitas b. ergo b grauitas eius, quod habet molem æqualem toti magnitudini f a, æqualis erit grauitati humidi i, uidelicet ipſi r. Et quoniam ut magnitudo f a ad humidum n i ſibi reſpondens, ita eſt b ad o r: eſt autem b æqualis ipſi r: & ut r ad o r, ita i ad n i; & a ad f a. Sequitur ut f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habeat, quam magnitudo a habet ad f a. quod demonſtrare oportebat.

5. primi huius.

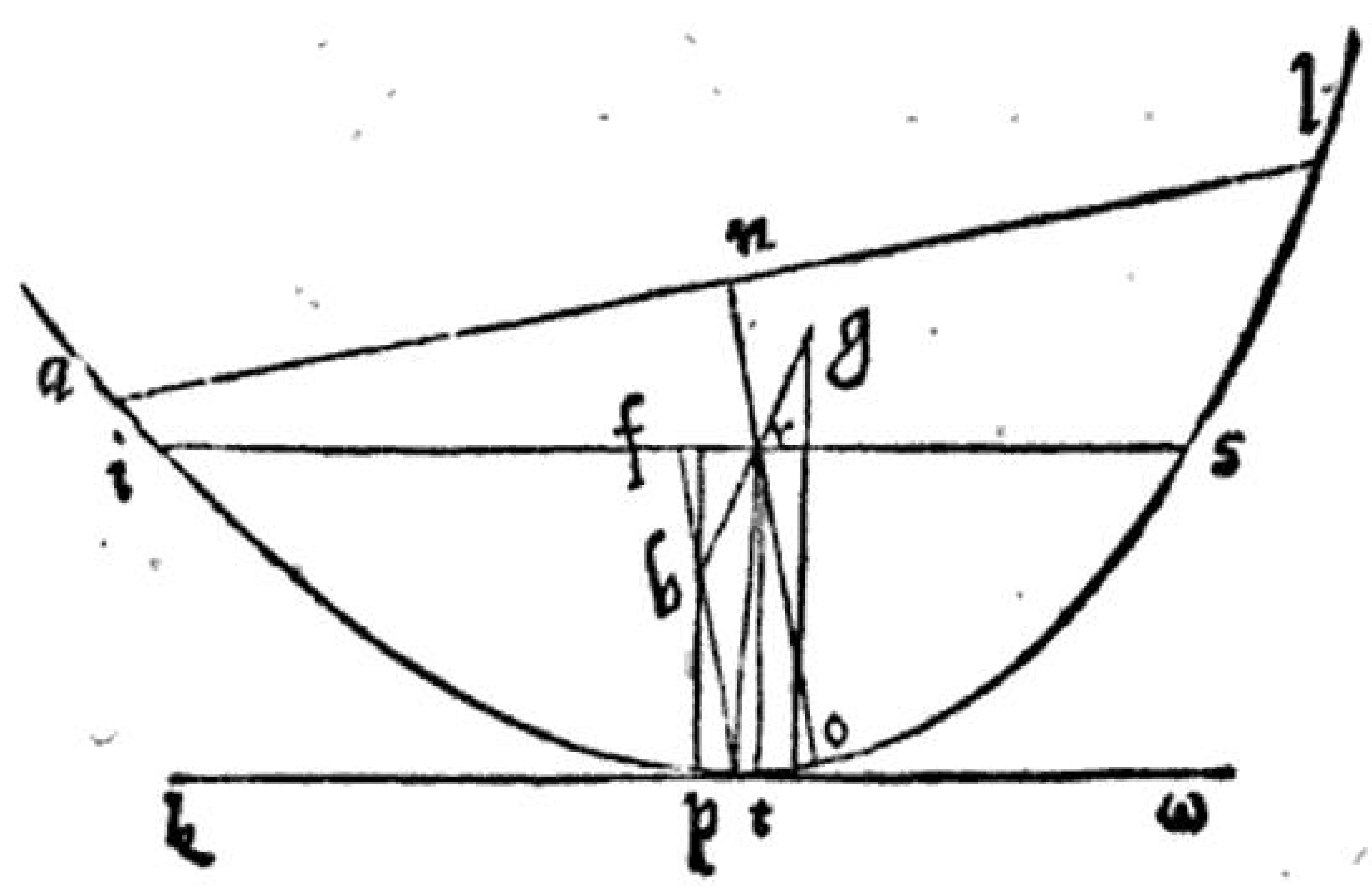
11. quinti

PROPOSITIO II.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quam ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; & poſita inclinata, non manebit inclinata; ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere talem portionem, quando planum quod ipſam ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans. A

SIT portio rectanguli conoidis, qualis dicta eſt; & ia-

ceat inclinata. Demonstrandum est non manere ipsam; sed
rectam restitui. Itaque secta ipsa plano per axem, recto ad
planum, quod est in superficie humidi, portionis sectio sit
a p o l rectanguli coni sectio: axis portionis, & sectionis
diameter n o: superficiei autem humidi sectio sit i s. Si
igitur portio non est recta; non utique erit a l ipsi i s æ-
quidistans. quare n o cum i s non faciet angulos rectos.
Suppleta a Federico Cõm. ducatur ergo k ω contingens sectionem coni in p [quæ
ipsi i s æquidistet: & à puncto p ad i s ducatur p f æquidi
B stans ipsi o n, quæ erit sectionis i p o s diameter, & axis por
tionis in humido demersæ. sumantur deinde centra graui
C tatum: sitq; solidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrũ
D r; ipsius uero i p o s centrum sit b: & iuncta b r produca-
tur ad g, quod sit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a.
Quoniam igitur n o ipsius quidem r o sesquialtera est;
E eius autẽ, quæ usque ad axẽ minor, quam sesquialtera; erit
F r o minor, quàm quæ usque ad axem. Quare angulus r p ω
acutus erit: cum enim linea, quæ usque ad axem maior sit
ipsa r o; quæ à puncto r ad k ω perpendicularis ducitur,
uidelicet r t, cũ
linea f p extra
sectionem con
ueniet: & pro-
pterea inter p
& ω puncta ca-
dat necesse est.
Itaq; si per b g
ducantur lineæ
ipsi r t æquidi-
stantes; angu-
los rectos cum



G superficie humidi continebunt: & quod in humido est sur-
sum feretur secundum perpendicularem, quæ per b ducta
est, ipsi r t æquidistans: quod uero est extra humidum se-

cundum

cundum eam, quæ per g, deorsum feretur; & non ita manebit solidum a p o l: nam quod est ad a feretur sursum; & quod ad b deorsum, donec n o secundum perpendicularem constituatur.]

COMMENTARIVS.

DESIDERATVR *propositionis huius demonstratio, quam nos etiam ad Archimedis figuram apposite restituimus, commentarijsque illustrauimus.*

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axẽ] *In translatione mendose legebatur. maiorem quàm sesquialterum: & ita legebatur in sequenti propositione. est autem recta portio conoidis, quæ plano ad axem recto abscinditur: eámque rectam tunc consistere dicimus, quando planum abscindens, uidelicet basis planum, superficiei humidi æquidistans fuerit.* A

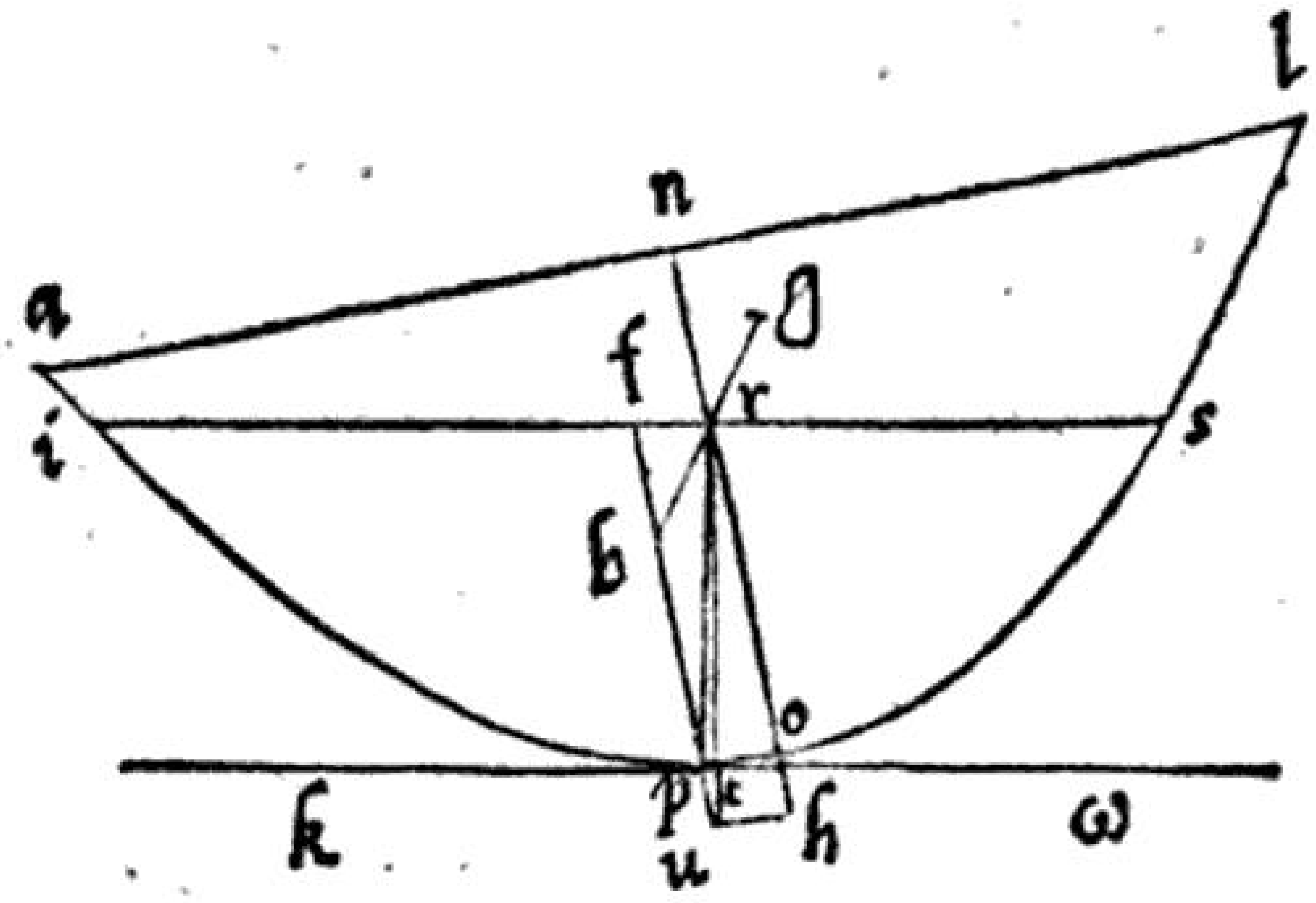
Quæ erit sectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demersæ] *ex 46 primi conicorum Apollonij: uel ex corollario 51 eiusdem.* B

Sitque solidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrum r, ipsius uero i p o s centrum sit b.] *Portionis enim conoidis rectanguli centrum grauitatis est in axe, quem ita diuidit, ut pars eius, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad basim, sit dupla: quod nos in libro de centro grauitatis solidorum propositione 29 demonstrauimus. Cum igitur portionis a p o l centrum grauitatis sit r, erit o r dupla r n: & propterea n o ipsius o r sesquialtera. Eadem ratione b centrum grauitatis portionis i p o s est in axe p f, ita ut p b dupla sit b f.* C

Et iuncta b r producatur ad g, quod sit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a] *Si enim linea b r in g producta, habeat g r ad r b proportionem eam, quam conoidis portio i p o s ad reliquam figuram, quæ ex humidi superficie extat: erit punctum g ipsius grauitatis centrum, ex octaua Archimedis.* D

E Erit r o minor, quàm, quæ uſque ad axem] *Ex decima propoſitione quinti libri elementorum. Linea, quæ uſque ad axem apud Archimedem, eſt dimidia eius, iuxta quam poſſunt, quæ à ſectione ducuntur; ut ex quarta propoſitione libri de conoidibus, & ſphæroidibus apparet. cur uero ita appellata ſit, nos in commentarijs in eam editis tradidimus.*

F Quare angulus r p ω acutus erit] *producatur linea n o ad h, ut ſit r h æqualis ei, quæ uſque ad axem. ſi igitur à puncto h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n h, conueniet cum f p extra ſectionem: ducta enim per o ipſi a l æquidiſtans, extra ſectionem cadit ex decima ſeptima primi libri conicorum. Itaque conueniat in u. & quoniam f p eſt æquidiſtans diametro; h u uero ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſq; ad axẽ, linea à puncto r ad u ducta angulos rectos faciet cum ea, quæ ſectionem in puncto p contingit, hoc eſt cum k ω, ut mox demonſtrabitur. quare perpendicularis r t inter p & ω cadet; eritque r p ω angulus acutus.*

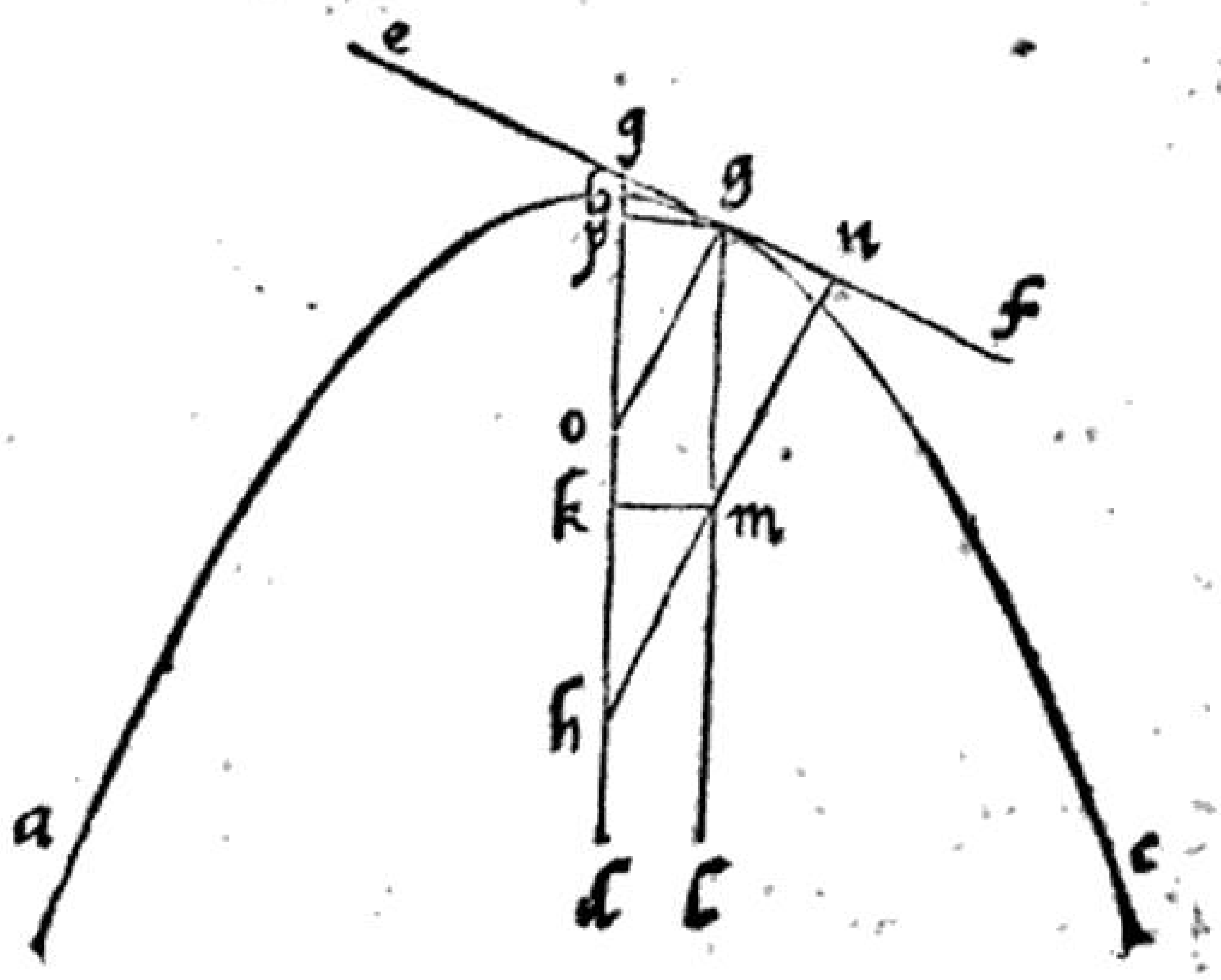


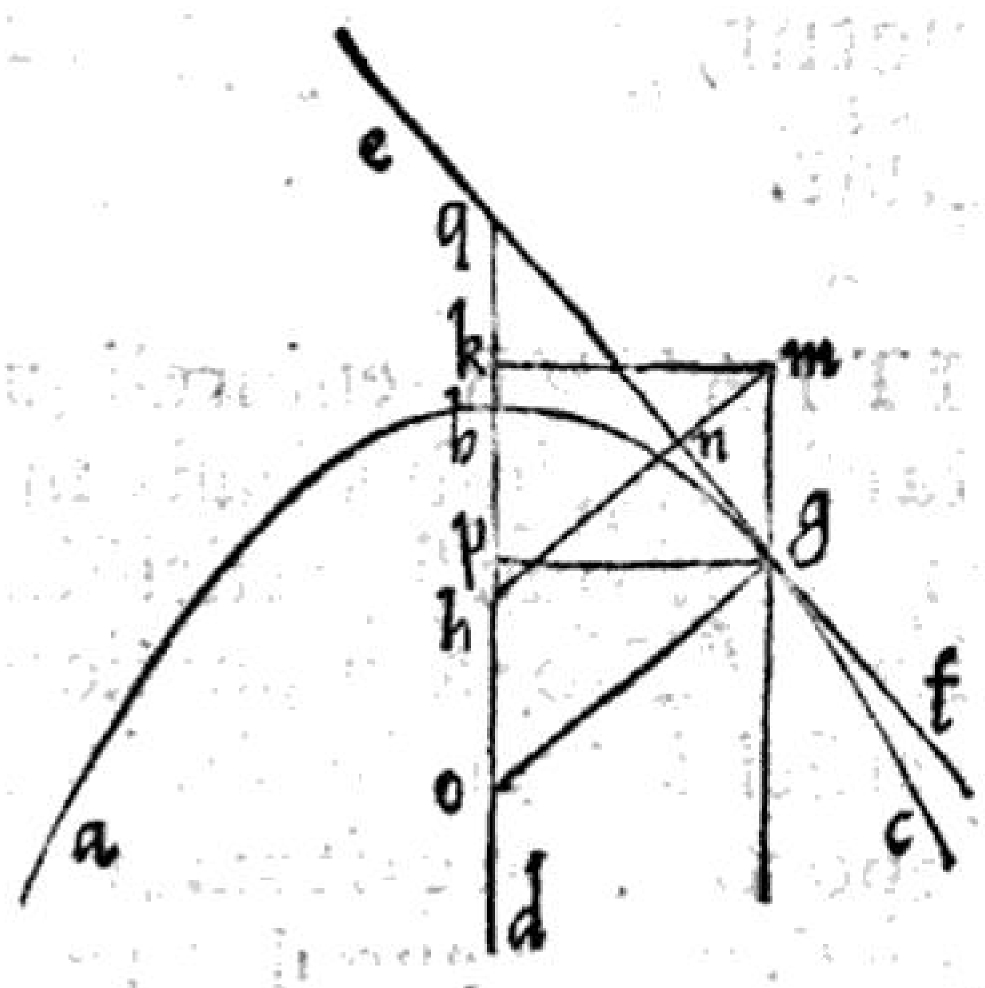
Sit rectanguli coni ſectio, ſeu parabole a b c, cuius diameter b d: atque ipſam contingat linea e f in puncto g: ſumatur autem in diametro b d linea h k æqualis ei, quæ uſque ad axem: & per g ducta g l, diametro æquidiſtante, à puncto k ad rectos angulos ipſi b d ducatur k m, ſecans g l in m. Dico lineam ab h ad

m pro

m productam perpendicularem esse ad ipsam e f, quam quidem secet in n .

DVCATVR *enim à puncto g linea g o ad rectos angulos ipsi e f, diametrum in o secans: & rursus ab eodem puncto ducatur g p ad diametrum perpendicularis: secet autem ipsa diameter producta lineã e f in q. erit p b ipsi b q æqualis, ex trigesimaquinta primi co-*
nicorum: & g p pro- cor. 8. sexti.
portionalis ĩter q p, p o
quare quadratũ g p re- 17. sexti.
ctangulo o p q æquale erit: sed etiã æquale est rectangulo cõtento ipsa p b, & linea, iuxta quã possunt, quæ à sectione ad diametrũ ordinatim ducuntur, ex undecima
primi conicorum. ergo 14. sexti.
quæ est proportio q p ad p b eadem est lineæ, iuxta quã possunt, quæ à sectione ducũtur ad ipsam p o: est autem q p dupla p b: cũ sint p b, b q æquales, ut dictum est. Linea igitur iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur ipsius p o dupla erit: & propterea p o æqualis ei, quæ usque ad axem,





uidelicet ipsi k h: sed est p g æqualis k m; & angulus o p g angu- 32. primi
lo h k m; quòd uterque rectus. quare & o g ipsi h m est æqualis: 4. primi.
& angulus p o g angulo k h m. æquidistantes igitur sunt o g, h n: 28

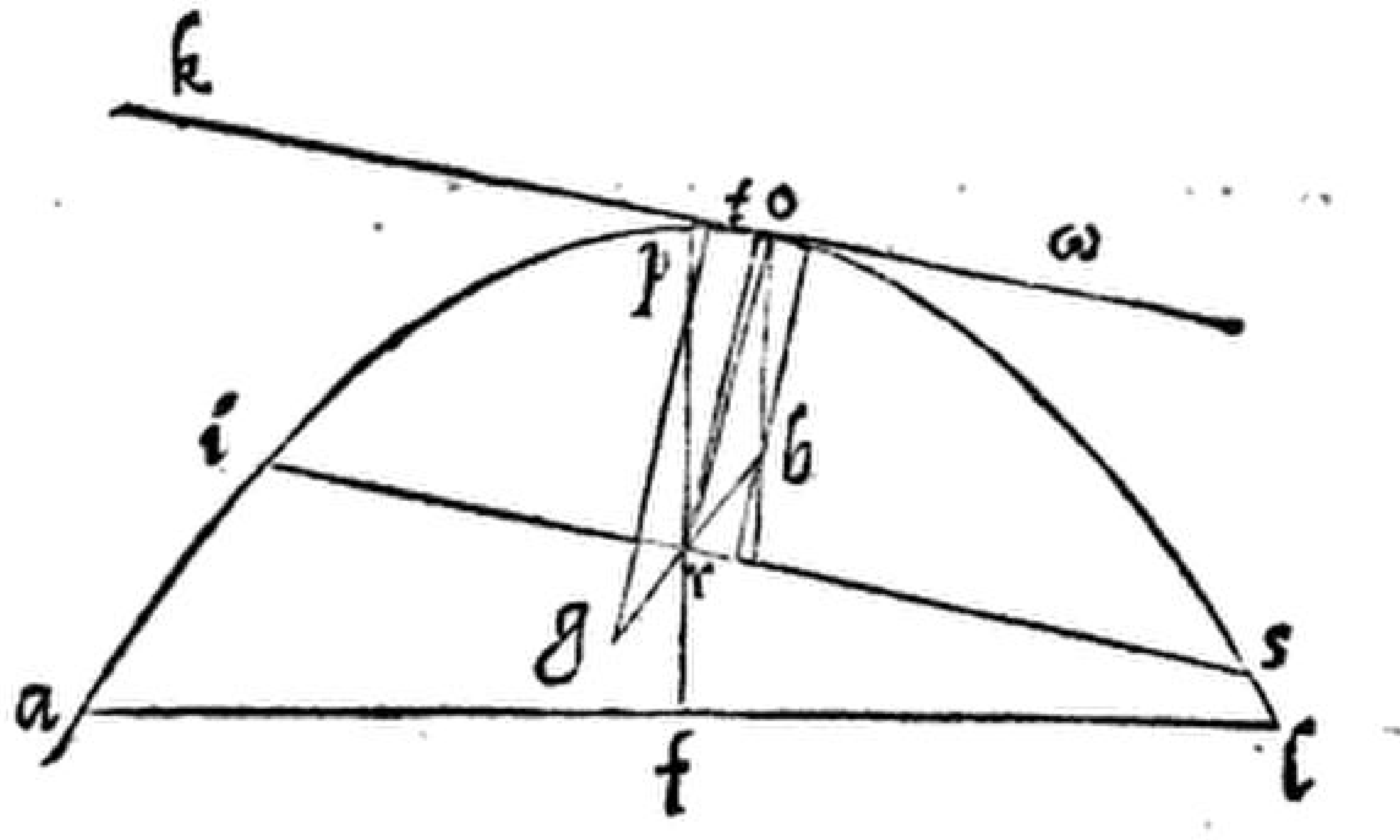
29, primi *angulus h n f æqualis angulo o g f: quòd cum ſit g o perpendicularis ad e f, & h n ad eandem perpendicularis erit. quod demonſtrare oportebat.*

G Et quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt ipſi r t æquidiſtans.] *Cur hoc quidem ſurſum, illud uero deorſum per lineam perpendicularem feratur, diximus ſupra in octauam primi libri huius. quare neque in hac, neque in alijs, quæ ſequuntur, eadem iterare neceſſarium exiſtimauimus.*

PROPOSITIO III.

RECTA portio conoidis rectanguli quando axem habuerit minorem, quam ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitq; ipſius baſis in humido: & ſecta ipſa plano per axẽ, recto ad ſuperficiẽ humidi, ſit ſectio a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Quòd ſi inclinata iaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. ergo p f cum i s angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædã k ω æquidiſtans ipſi i s; contingensq; ſectionẽ a p o l in o: & ſolidæ quidẽ magnitudinis a p o l ſit r grauitatis centrum: ipſius autem i p o s centrum ſit b: iunb: iunctaq; br producatur: & sit g centrum grauitatis reliquæ figuræ isla. similiter demonstrabitur angulum rok acutũ esse: & perpendicularẽ ab r ad kω ductam cadere inter k & o, quæ sit rt. si autem à punctis gb ducantur ipsi rt æquidistantes; pars quidem solidæ magnitudinis,

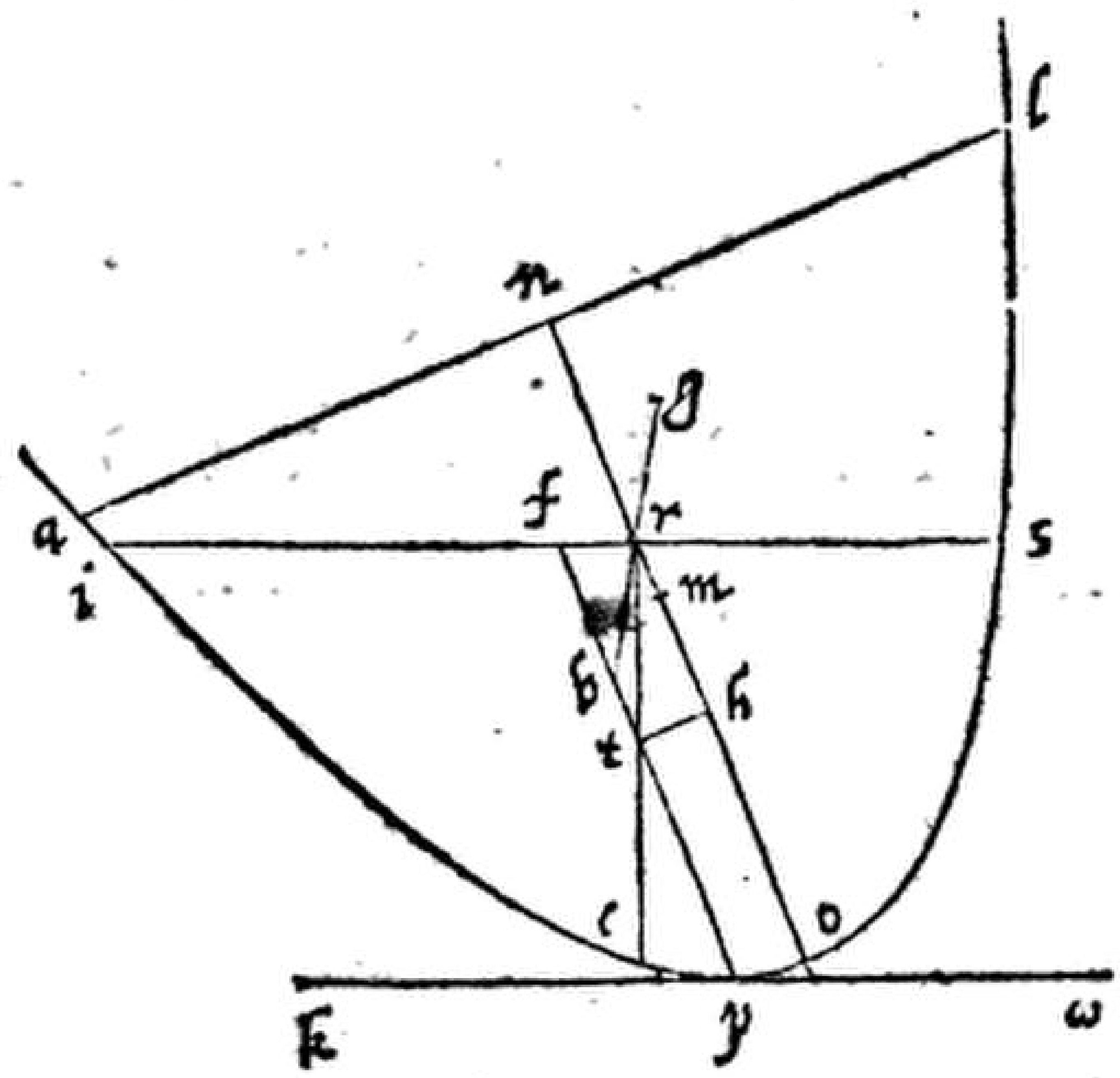


quæ in humido est, sursum feretur secundum perpendicularem per g ductam: quæ autem extra humidum secundũ perpendicularem per b deorsum feretur: & non manebit solidum apol sic habens in humido: sed quod quidem est ad a feretur sursum: quod autem ad l deorsum; donec pf fiat secundum perpendicularem.

PROPOSITIO IIII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorẽ, qnàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem: si in grauitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quàm quadratũ, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axẽ, habet ad quadratum, quod ab axe; demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; & posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur.

SIT portio conoidis rectanguli, qualis dicta est: & demissa in humidum, si fieri potest, non sit recta; sed inclinata: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, portionis quidem sectio sit rectanguli coni sectio a p o l, axis portionis, & sectionis diameter n o; & superficiei humidi sectio sit i s. si igitur portio non est recta, nõ faciet n o cum i s angulos æquales. Ducatur k ω contingens rectanguli coni sectionem in p; æquidistansq; ipsi i s: & à puncto p ipsi o n æquidistans ducatur p f. Itaque sumantur centra grauitatum: & solidi quidem a p o l centrum sit r; eius autem, quod intra humidum, centrum b: iunctaq; b r producatur ad g, ut g sit centrũ grauitatis solidi, quod extra humidum. Quoniam igitur n o ipsius quidem r o sesquialtera ẽ; eius autẽ, quæ usque ad axẽ maior, quàm sesquialtera: patet r o maiorẽ esse, quàm quæ usq; ad axẽ. Sit ei, quæ usque ad axẽ æqualis r h: & o h dupla ipsius h m. quòd cũ n o ipsius r o sesquialtera sit; itemq; m o ipsius o h: & reliqua n m reliquæ r h sesquialtera erit. ergo axis tanto maior est, quàm sesqui-



10.quinti

A

B

19.quinti

ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea m o. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in grauitate proportionem habere, quam quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. quare conſtat portionem ad humidum in grauitate non minorem proportionem habere, quàm quadratum lineæ m o ad quadratum ipſius n o. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim C
ſupra demonſtratum eſt: & quam proportionem habet de D
merſa portio ad totam, eam quadratum p f habet ad n o quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, & ſphæroidibus, ſi à rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, qnàm quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. non minorem ergo proportionē habet quadratum p f ad quadratū n o, quàm quadratum m o ad idem n o quadratum. quare E
p f non eſt minor ipſa m o; nec b p item minor h o. Si F
igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n o, coi- G
bit cum b p, atque inter b, & p cadet. coeat in t. & quo H
niam p f quidem æquidiſtans eſt diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab r ad t & producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto p contingente. quare & cum i s, & cum humidi ſuperficie, quæ per i s tranſit. Itaque ſi per b g puncta lineæ ipſi r t æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: & quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per b ducta fuerit ipſi r t æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per g deorſum feretur. atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.

COMMENTARIVS.

A Sit ei, quæ usque ad axem æqualis r h.] *Ita legendum est, non r m, ut translatio habet, quod ex ijs, quæ sequuntur, manifeste constare potest.*

B Et o h dupla ipsius h m.] *In translatione mendose legebatur, o n dupla ipsius r m.*

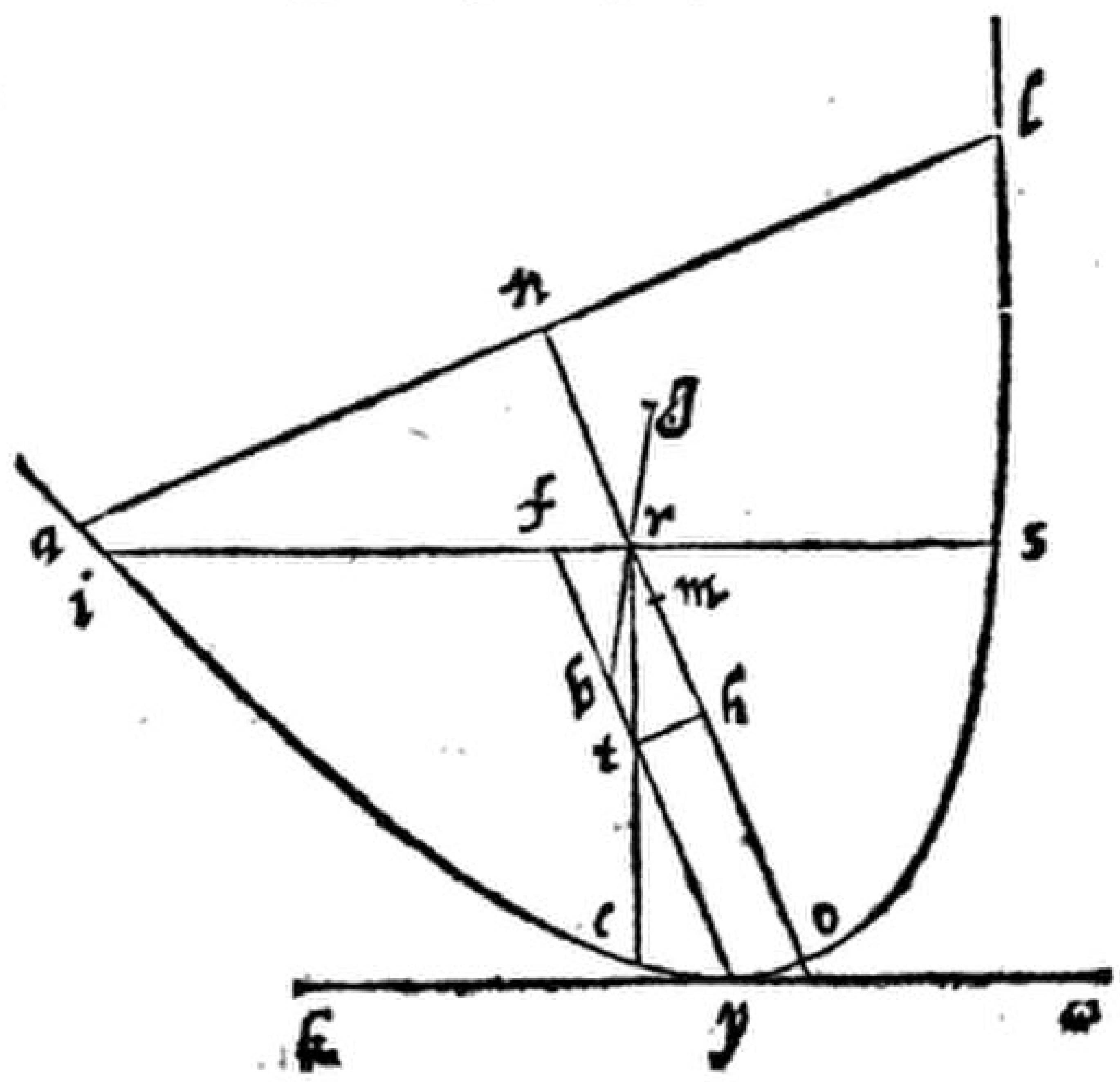
C Hoc enim supra demonstratum est.] *In prima huius.*

D Et quam proportionem habet demersa portio ad totã, eam quadratum p f habet ad n o quadratum.] *Hoc loco in translatione non nulla desiderabantur, quæ nos restituimus. Illud autem ab Archimede demonstratum est in libro de conoidibus & sphæroidibus propositione 26.*

E Quare p f non est minor ipsa m o.] *Nam ex decima quinti sequitur, quadratum p f non esse minus quadrato m o. quare neque linea p f minor erit linea m o ex 22 sexti.*

F Nec b p item minor h o.] *Est enim ut p f ad p b, ita m o, ad h o: & permutando, ut p f ad m o, ita b p, ad h o. sed p f non* 14. quinti *est minor m o, ut ostensum est. ergo neque b p ipsa h o minor erit.*

G Si igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p, atque inter b & p cadet.] *Corruptus erat hic locus in translatione. Illud uero ita demonstrabitur. Quoniam p f non est minor o m, nec p b ipsa h o; si ponatur p f æqualis o m; & p b, ipsi h o æqualis erit.*



quare

quare per o ducta ipsi a l æquidistans cadet extra sectionem ex 17. primi conicorum: & cum b p producta coibit infra p. ergo & perpendicularis ducta per h cum eadem infra b coibit, atque inter b & p necessario cadet. multo autem magis illud idem sequetur, si ponamus p f ipsa o m maiorem esse.

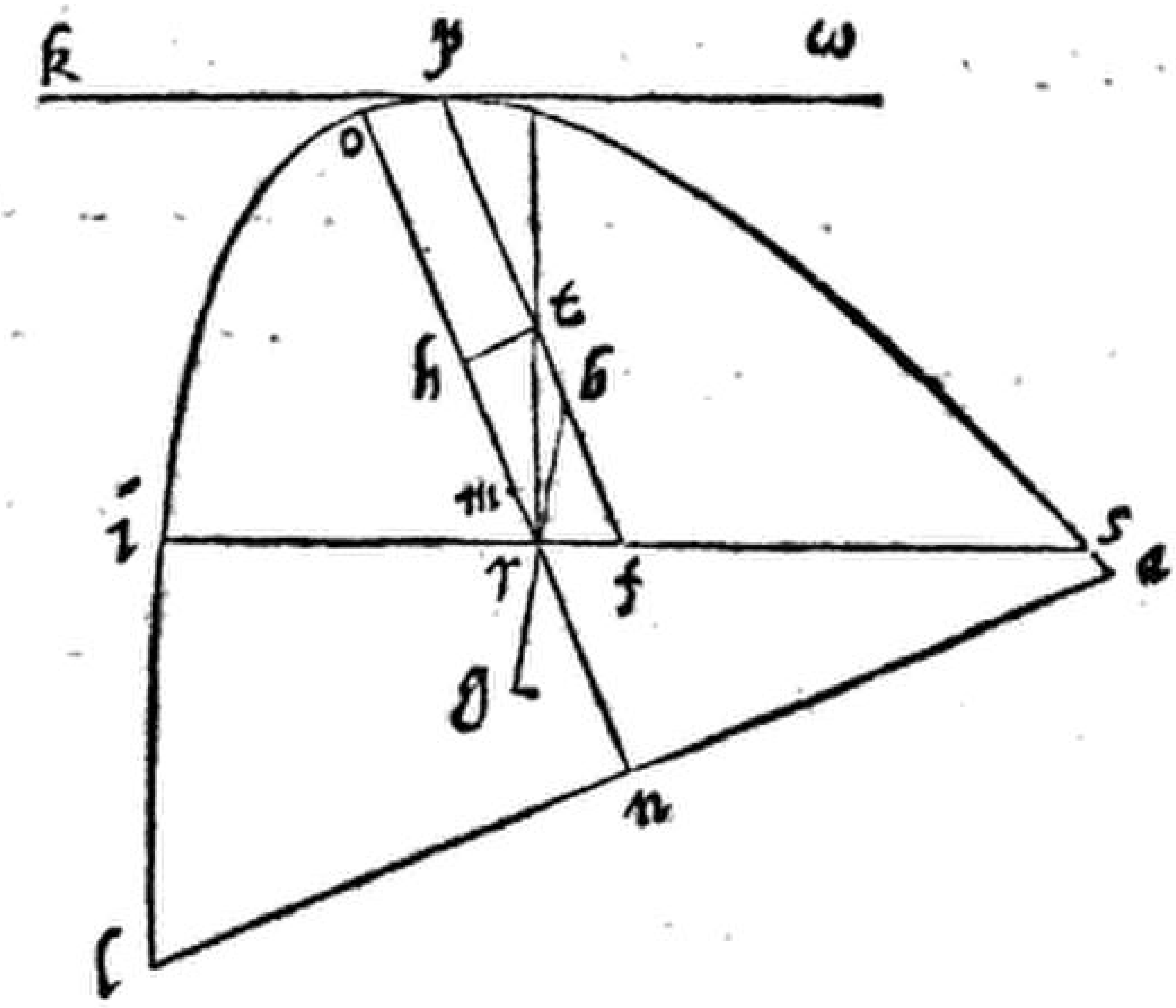
Et quoniam p f quidem æquidistans est diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ usque ad axem, ducta linea ab r ad e, & producta angulos rectos facere cum linea sectionem in p contingente.] H
Hoc superius à nobis demonstratum est in secundam huius.

PROPOSITIO V.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; si ad humidum in grauitate non maiorem proportionē habeat, quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; & posita inclinata non manebit inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim in humidum portio aliqua, qualis dicta est: & sit basis ipsius tota in humido. Secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, erit sectio rectanguli coni sectio, quæ sit a p o l: axis portionis,

& sectionis diameter n o : superficiei autem humidi sectio sit i s. Quoniam igitur axis non est secundum perpendicularem; ipsa n o cum i s non faciet angulos æquales. Ducatur k ω contingens sectionem a p o l in p; atque ipsi i s æquidistans: per p autem ducatur p f æquidistãs ipsi n o: & sumantur grauitatum centra: sitq; ipsius a p o l solidi centrum r; eius quod extra humidum sit b: & iuncta b r producatur ad g, quod sit centrum grauitatis solidi ĩ humido demersi: sumatur præterea r h æqualis ei, quæ usque ad axẽ: o h autem dupla ipsius h m; & alia fiãt, sicuti superius dictum est. Itaque cum portio ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habere ponatur, quã



excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: & quam proportionem in grauitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demersa ad totam portionem, quod demonstratum est in prima propositione: magnitudo demersa non maiorem proportionem habebit ad totam portionem, quàm sit dicta illa propor- (11. quinti.)
A portio. quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quàm quadratum
B n o ad quadratum m o. habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum

dratum n o ad quadratum p f. quadratum igitur n o ad quadratum p f non maiorem proportionem habet, quàm ad quadratum m o. ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h. quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p inter p & b. coeat in t. & quoniam in rectanguli coni sectione p f est æquidistans diametro n o; h t autem ad diametrum perpendicularis: & r h æqualis ei, quæ usque ad axem: constat r t productam facere angulos rectos cum ipsa k p ω. quare & cum i s. ergo r t perpendicularis est ad superficiem humidi. et si per b g puncta ducantur æquidistantes ipsi r t, ad superficiem humidi perpendiculares erunt. portio igitur, quæ est extra humidum, deorsum in humidum feretur secundum perpendicularem per b ductam; quæ uero intra humidum secundum perpendicularem per g sursum feretur: & non manebit solida portio a p o l, sed intra humidum mouebitur, donec utique ipsa n o secundum perpendicularem fiat.

C
D

COMMENTARIVS.

A

Quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam, quæ est extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o] *Cum enim magnitudo portionis in humidum demersa ad totam portionem non maiorem proportionem habeat, quàm excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: conuertendo per uigesimásextam quinti elementorum ex traditione Campani, tota portio ad magnitudinem demersam non minorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad excessum, quo ipsum quadratum n o excedit quadratum m o. Intelligatur portio, quæ extra humidum, magnitudo prima: quæ in humido demersa est, secunda: tertia autem magnitudo sit quadratum m o: & excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o sit quarta. ex his igitur magnitudinibus, primæ & secundæ ad secun-*

dam non minor est proportio, quàm tertiæ & quartæ ad quartam; est enim quadratum m o unà cum excessu, quo quadratum n o excedit quadratum m o æquale ipsi n o quadrato. quare per conuersionem rationis ex 30 eiusdem, primæ & secundæ ad primam non maior proportio erit, quàm tertiæ & quartæ ad tertiam: & idcirco tota portio ad portionem eam, quæ est extra humidum non maiorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad quadratum m o. quod demonstrandum proponebatur.

B Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum n o ad quadratum p f.] *Ex uigesimasexta libri de conoidibus, & sphæroidibus.*

C Ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h.] *Sequitur illud ex decima & decimaquarta quinti, & ex uigesimasecunda sexti elementorum, ut superius dictum est.*

D Quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o coibit cum p b inter p & b.] *Cur hoc ita contingat, nos proxime explicauimus.*

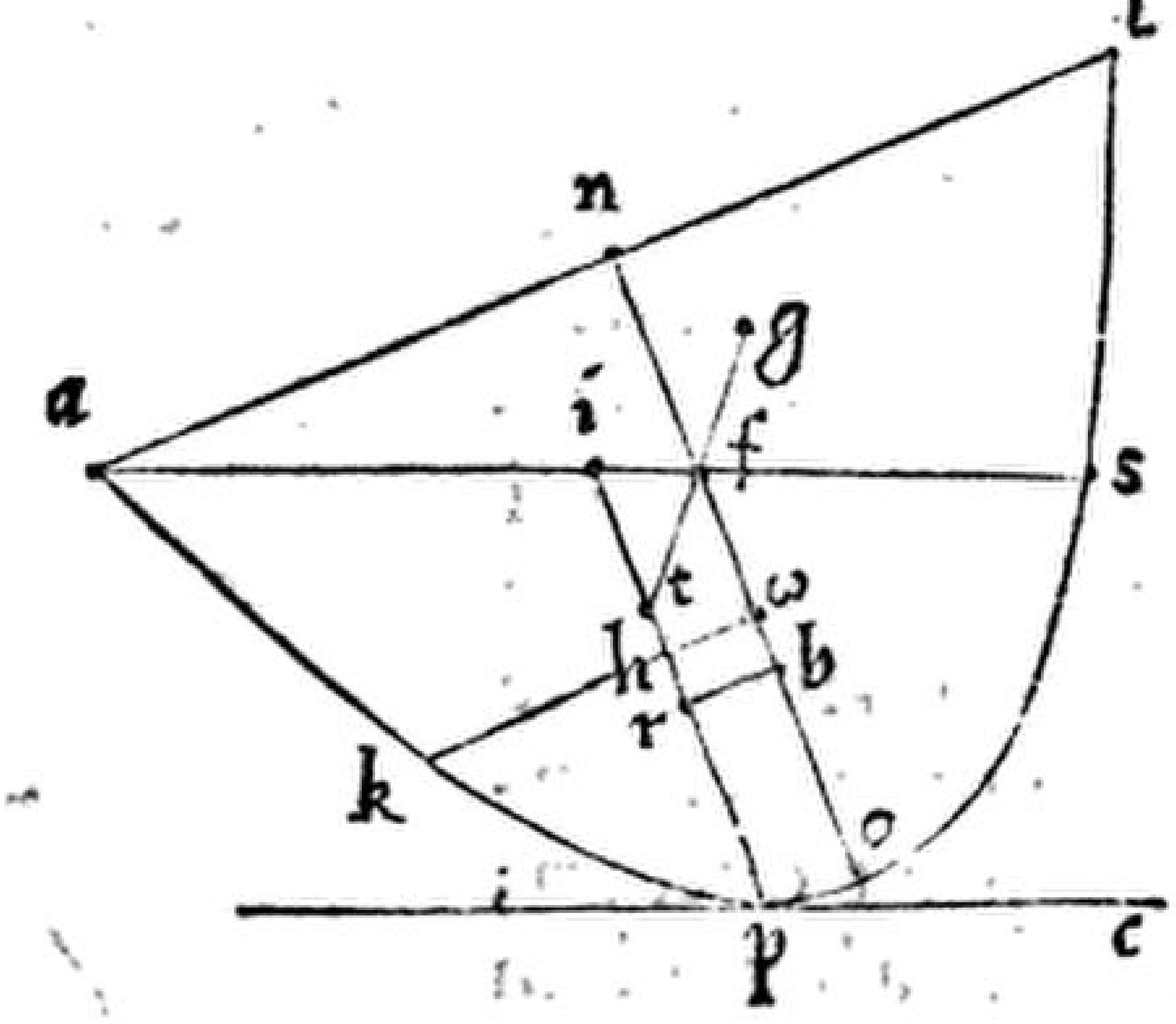
PROPOSITIO VI.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem, minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demissa adeo, ut basis ipsius contingat humidum, nunquam consistet inclinata ita, ut basis in uno puncto humidum contingat.

Sit

SIT portio, qualis dicta est, & in humidum demittatur, sicuti diximus, adeo ut basis eius in uno puncto contingat humidum. demonstrandum est non manere ipsam portionem, sed reuolui ita, ut basis nullo modo humidi superficiē contingat. Secta enim ipsa per axem, plano ad superficiem humidi recto, sit sectio superficiei portionis a p o l rectāguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit a s: axis autem portionis, ac sectionis diameter n o: & secetur in f quidē ita, ut o f sit dupla ipsius f n; in ω uero, ut n o ad f ω eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: & ipsi n o ad rectos angulos ducatur ω k. Itaque quoniam n o ad f ω maiorem habet proportionem, quàm ad eam, quæ usque ad axem; sit ei, quæ usque ad axem æqualis f b: & ducatur p c quidem ipsi a s æquidistans, cōtingensq; sectionem a p o l in p; p i uero æquidistans ipsi n o: & primum secet p i ipsam k ω in h. Quoniā ergo in portione a p o l, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni sectione, k ω quidem æquidistans est ipsi a l; p i uero diametro æquidistat: secaturq; ab ipsa k ω in h: & a s æquidistat contingenti in p: necessarium est ipsam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem: hoc enim iam demonstratum est. At uero n ω sesquialtera est ipsius ω o. & p i igitur uel sesquialtera est ipsius h p; uel maior, quàm sesquialtera. Quare p h ipsius h i aut du

A



B

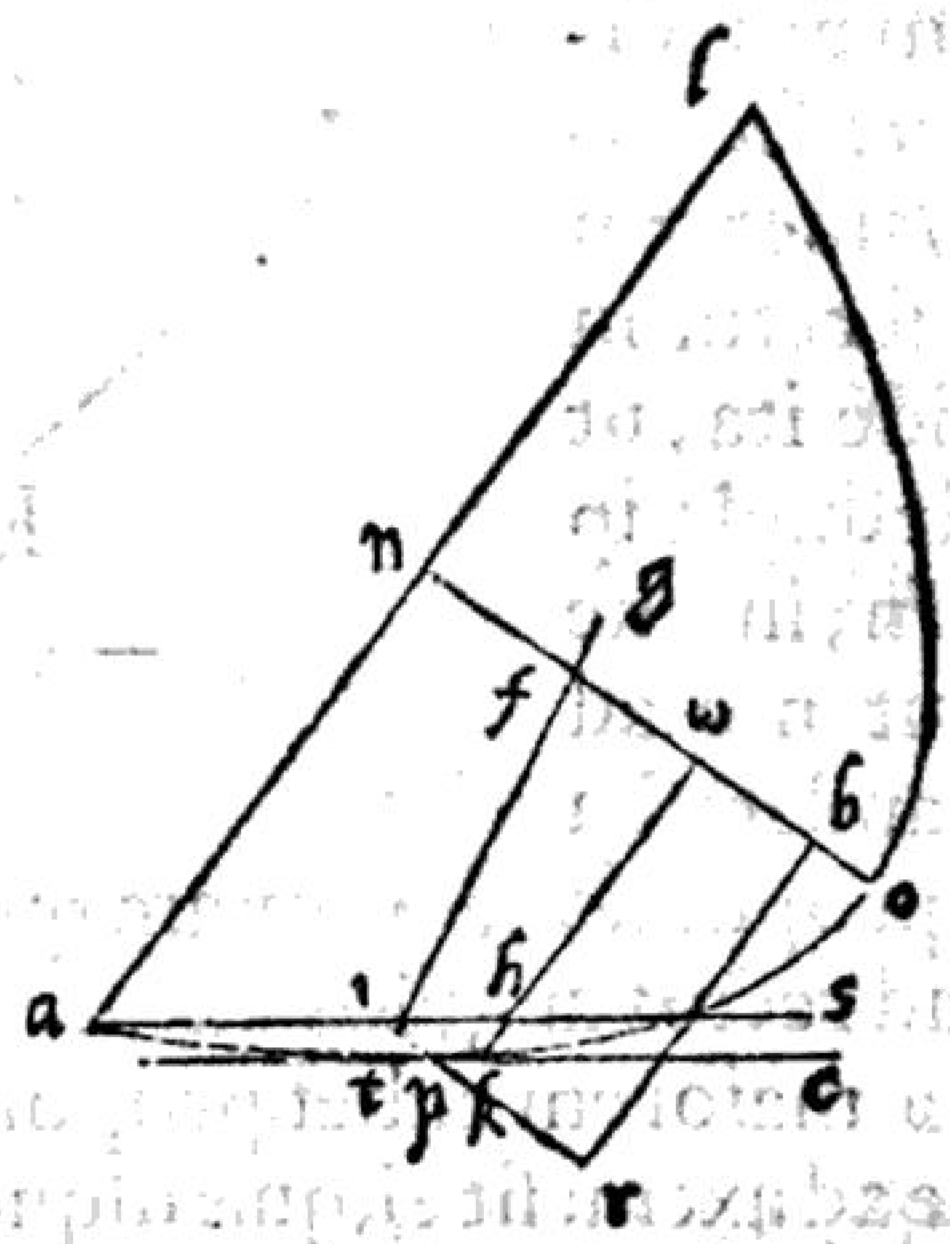
C

A

D

E

pla est, aut minor, quàm dupla. Sit autem p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod est in humido, punctum t. Itaque iuncta t f producatur; sitq; eius, quod extra humidum grauitatis centrum g: & à puncto b ad rectos angulos ipsi n o ducatur b r. Quòd cum p i quidem sit æquidistans diametro n o: b r autem ad diametrum perpendicularis. & f b æqualis ei, quæ usque ad axem: perspicuum est f r productam æquales facere angulos cum ea, quæ sectionem a p o l in puncto p contingit. quare & cum a s: & cum superficie humidi. lineæ autem ductæ per t g æquidistantes ipsi f r, erunt & ad humidi superficiē perpendiculares: & solidi a p o l magnitudo, quæ ē intra humidum sursum feretur secundum perpendicularem per t ductam; quæ uero extra humidum secundum eam, quæ per g



E deorsum feretur. reuoluetur ergo solidum a p o l: & basis ipsius nullo modo humidi superficiem continget. At si p i lineam k ω non secet, ut in secunda figura; manifestum est punctum t, quod est centrum grauitatis demersæ portionis, cadere inter p & i: & reliqua similiter demonstrabuntur.

COMMENTARIVS.

A Demonstrandum est non manere ipsam portionem, sed reuolui ita, ut basis nullo modo superficiem humidi contingat.] *Hæc nos addidimus tanquam ab interprete omissa.*

Itaque

Itaque quoniam n o ad f ω maiorem habet proportionem, quam ad eam, quæ uſque ad axem.] *Habet enim diameter portionis n o ad f ω proportionem eandem, quam quindecim ad quatuor; ad eam uero, quæ uſque ad axem minorem proportionem habere ponitur, quàm quindecim ad quatuor. quare n o ad f ω maiorem habebit proportionem, quàm ad eam, quæ uſque ad axem: & propterea quæ uſque ad axem ipſa f ω maior erit.* B

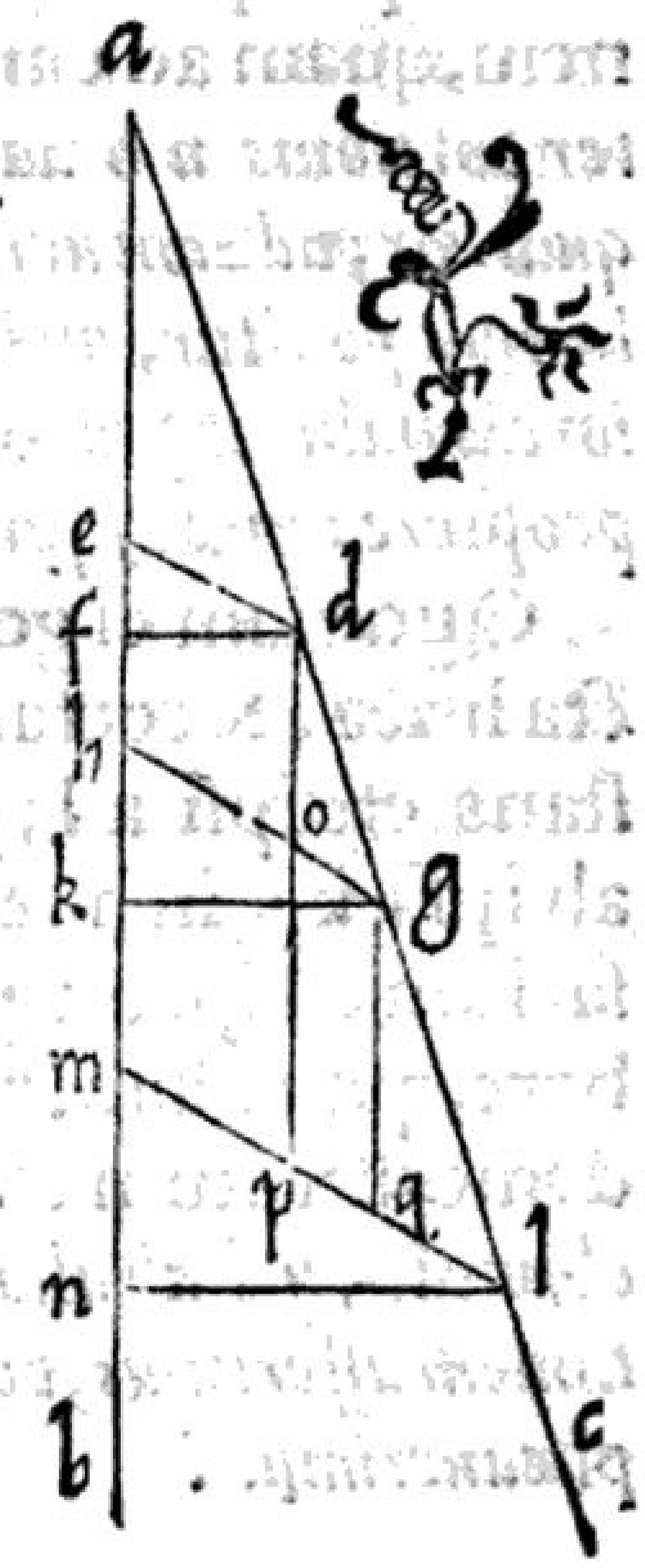
10. quinti

Quoniam ergo in portione a p o l, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni ſectione, k ω quidem æquidiſtans eſt ipſi a l; p i uero diametro æquidiſtat; ſecaturq; ab ipſa k ω in h: & a c æquidiſtat contingenti in p: neceſſarium eſt ipſam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem. hoc enim iam demonſtratum eſt.] *Vbi hoc demonſtratum ſit uel ab ipſo Archimede, uel ab alio, nondum apparet, quocirca nos demonſtrationem afferemus, poſteaquam non nulla, quæ ad eam pertinent explicauerimus.*

LEMMA I.

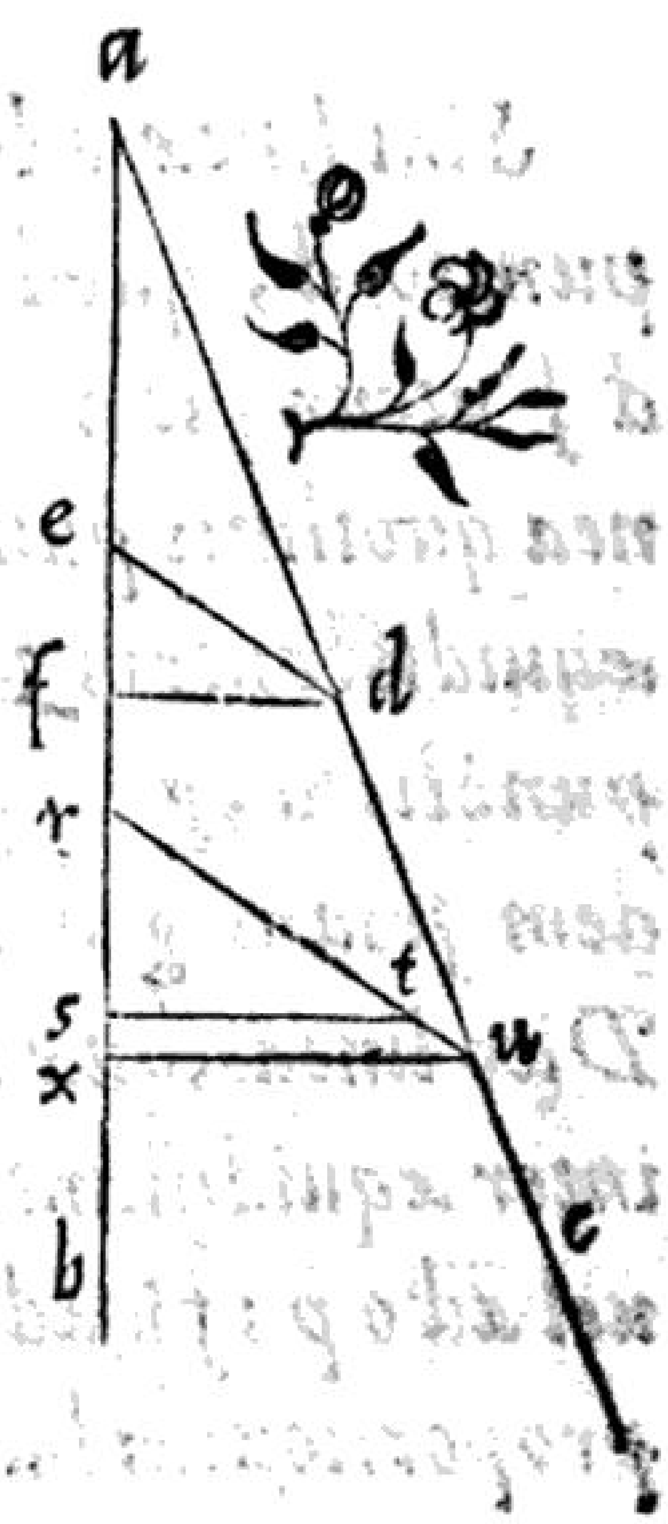
Sint lineæ a b, a c angulum b a c continentes: & à puncto d, quod in linea a c ſumptum ſit, ducantur d e, d f utcunque ad ipſam a b. Sumptis uero in eadem linea quotlibet punctis g l, ducantur g h, l m ipſi d e æquidiſtantes; & g k, l n æquidiſtantes f d. deinde à punctis d, g uſque ad lineam m l ducantur, d o p quidem ſecans g h in o; & g q, quæ æquidiſtent ipſi b a. Dico lineas, quæ inter æquidiſtantes ipſi f d ad eas, quæ inter æquidiſtantes d e interiiciuntur, uidelicet k n ad g q, uel ad o p; f k ad d o; & f n ad d p eandem inter ſe ſe proportionem habere: nempe eam, quã habet a f ad a e.

Quoniam enim triangula a f d, a k g, a n l similia sunt; itemq; similia e f d, h k g, m n l:
4. sexti. *erit ut a f ad f d, ita a k ad k g; ut autem f d ad f e, ita k g ad k h. quare ex æquali ut a f ad f e, ita a k ad k h: & per conuersionem rationis ut a f ad a e, ita a k ad a h. eodem modo ostendetur, ut a f ad a e, ita a n ad a m.*
19. quinti *cum igitur a n ad a m sit, ut a k ad a h; erit reliqua k n ad reliquam h m, hoc est ad g q, uel o p, ut a n ad a m; hoc est ut a f ad a e. rursus a k ad a h est, ut a f ad a e. ergo reliqua f k ad e h reliquam, uidelicet ad d o, ut a f ad a e. Similiter demonstrabimus ita esse f n ad d p. quod quidem demonstrare oportebat.*



LEMMA II.

Sint in eadem linea a b puncta duo r s ita disposita, ut a s ad a r eandem proportionem habeat, quam a f ad a e: & per r ducatur r t ipsi e d æquidistans; per s uero ducatur s t æquidistans f d, ita ut cum r t in t puncto conueniat. Dico punctum t cadere in lineam a c.



Si enim fieri potest, cadat citra: & producatur r t usque ad ipsam a c in u. deinde per u ducatur u x ipsi f d æquidistans. Itaque ex ijs, quæ proxime demonstrauimus a x ad a r

eam

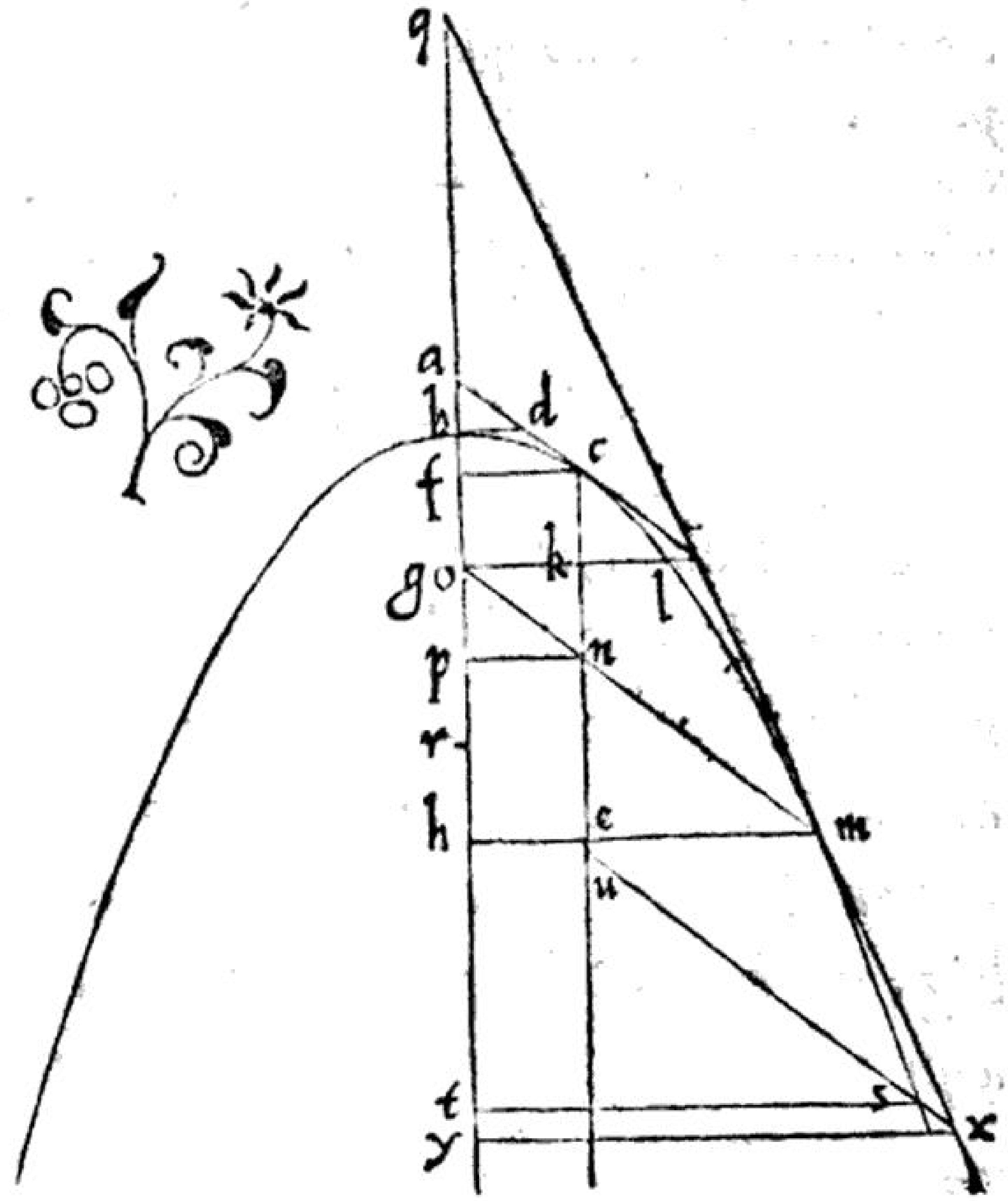
eam proportionem habebit, quam a f ad a e. Sed & eandem habet a s ad a r. quare a s ipsi a x est æqualis, pars toti, quod fieri non 9.quinti *potest. Idem absurdum sequetur, si ponamus punctum t cadere ultra lineam a c. necessarium igitur est, ut in ipsam a c cadat. quod demonstrandum proposuimus.*

LEMMA III.

Sit parabole, cuius diameter a b: atque eam cõtingentes rectæ lineæ a c, b d; a c quidem in puncto c, b d uero in b: & per c ductis duabus lineis; quarum altera c e diametro æquidistet, altera c f æquidistet ipsi b d: sumatur quod uis punctum g in diametro: fiatq; ut f b, ad b g, ita b g ad b h: & per g h ducantur g k l, h e m, æquidistantes b d: per m uero ducatur m n o ipsi a c æquidistans, quæ diametrum secet in o: & per n ducta n p usque ad diametrum, ipsi b d æquidistet. Dico h o ipsius g b duplam esse.

Vel igitur linea m n o secat diametrum in g, uel in alijs punctis: & si quidem secat in g, unum atque idem punctum duabus literis g o notabitur. Itaque quoniam f c, p n, h e m sibi ipsis æquidistant: & ipsi a c æquidistat m n o: fient triangula a f c, o p n, o h m inter se similia. quare erit o h ad h m, ut a f ad f c: & per- 4. sexti. *mutando o h ad a f, ut h m ad f c. est autem quadratum h m ad quadratum g l, ut linea h b ad lineam b g, ex uigesima primi libri conicorum: & quadratum g l ad quadratum f c, ut linea g b ad ipsam b f: suntq; h b, b g, b f lineæ deinceps proportionales. ergo & quadrata h m, g l, f c, & ipsorum latera proportionalia* 22. sexti. cor. 20. sexti. *erunt. atque idcirco ut quadratum h m ad quadratum g l, ita li-*

nea h m ad lineam f c. at uero ut h m ad f c, ita o h ad a f: & ut quadratum h m ad quadratũ g l, ita linea h b ad b g; hoc eſt b g ad b f. ex quibus ſequitur o h ad a f ita eſſe, ut b g ad b f: & permutando o h ad b g, ut a f ad f b. ſed eſt a f dupla ipſius f b: ſunt enĩ a b, b f æquales ex 35 primi libri conicorum. ergo & h o ipſius g b eſt dupla. quod demonſtrare oportebat.

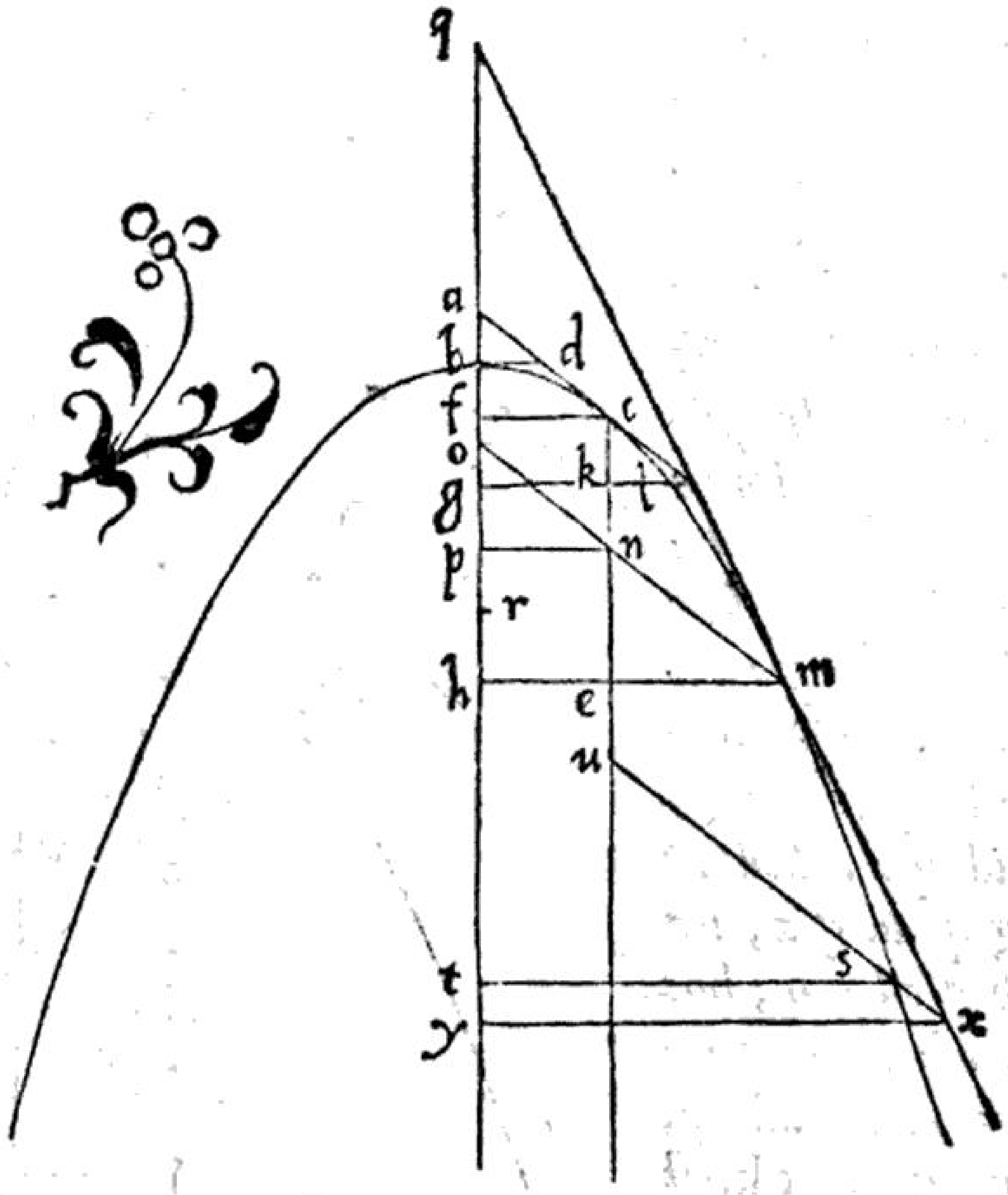


LEMMA IIII.

Iiſdem manentibus, & à puncto m ducta m q uſque ad diametrum, quæ ſectionem in puncto m contingat; Dico h q ad q o eandem proportionem habere, quam habet g h ad c n.

FIAT *enim h r æqualis g f. & cum triangula a f c, o p n ſimilia ſint, & p n ſit æqualis f c; eodem modo demonſtrabimus p o, f a inter ſe æquales eſſe. quare p o ipſius f b dupla erit. Sed eſt h o dupla g b. ergo & reliqua p h reliquæ f g; uidelicet ipſius r h eſt dupla*

pla. ex quo fit ut p r, r h, f g inter se sint æquales; itemq; æquales r g, p f. est enim p g utrique r p, g f communis. Quoniam igitur h b ad b g est, ut g b ad b f; per conuersionem rationis erit b h ad h g, ut b g ad g f. est autem q h ad h b, ut h o ad g b. nam ex 35 primi libri conicorum, cum linea q m contingat sectionem in puncto m; erūt h b, b q æquales; & g h ipsius h b dupla. ergo ex æquali q h ad h g, ut h o ad g f; hoc est ad h r: & permutando q h ad h o, ut g h ad h r.

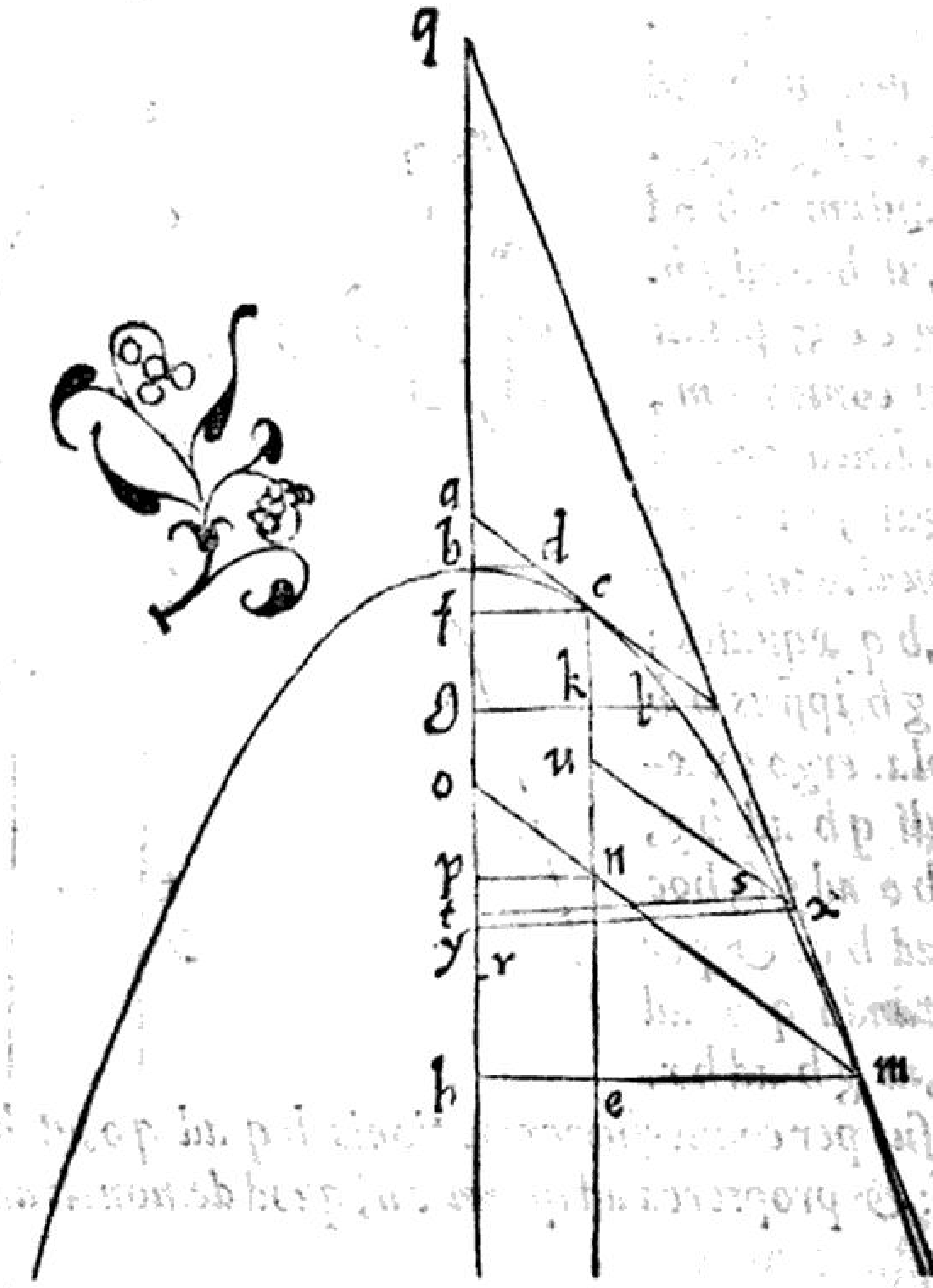


rursus per conuersionem rationis h q ad q o, ut h g ad g r; hoc est p f: & propterea ad ipsam c n, quod demonstrandum fuerat.

His igitur explicatis, iam ad id, quod propositum fuerat, accedamus. Itaque dico primum n c ad c k eandem proportionem habere, quam h g ad g b.

Quoniam enim h q ad q o est, ut h g ad c n, hoc est ad a o ipsi c n æqualem; erit reliqua g q ad reliquam q a, ut h q ad q o: & ob eam caussam lineæ a c g l productæ ex ijs, quæ supra demonstrauimus in linea q m conueniunt. Rursus g q ad q a est, ut h q ad

2. lem: *q o; uidelicet ut h g ad f p: quod proxime demonstratum est. At*
4. lem. *uero ipsi g q æquales sunt duæ lineæ simul sumptæ q b, hoc est h b, & b g: atque ipsi q a æqualis est h f. Si enim ab æqualibus h b, b q, æqualia f b, b a demantur, remanentia æqualia erunt. ergo dempta b g ex duabus lineis h b, b g, relinquitur dupla ipsius b g; hoc est o h: & dempta p f ex f h, reliqua est*
19. quinti *h p. quare o h ad h p, est ut g q ad q a. Sed ut g q ad q a, ita h q ad q o; hoc est h g ad n c:*
15. quinti. *& ut o h ad h p, ita g b ad c k. est enim o h dupla g b, & h p item dupla g f; hoc est c k. eandem igitur proportionem habet h g ad n c, quam g b ad c k: & permutando n c ad c k eandem habet, quam h g ad g b.*

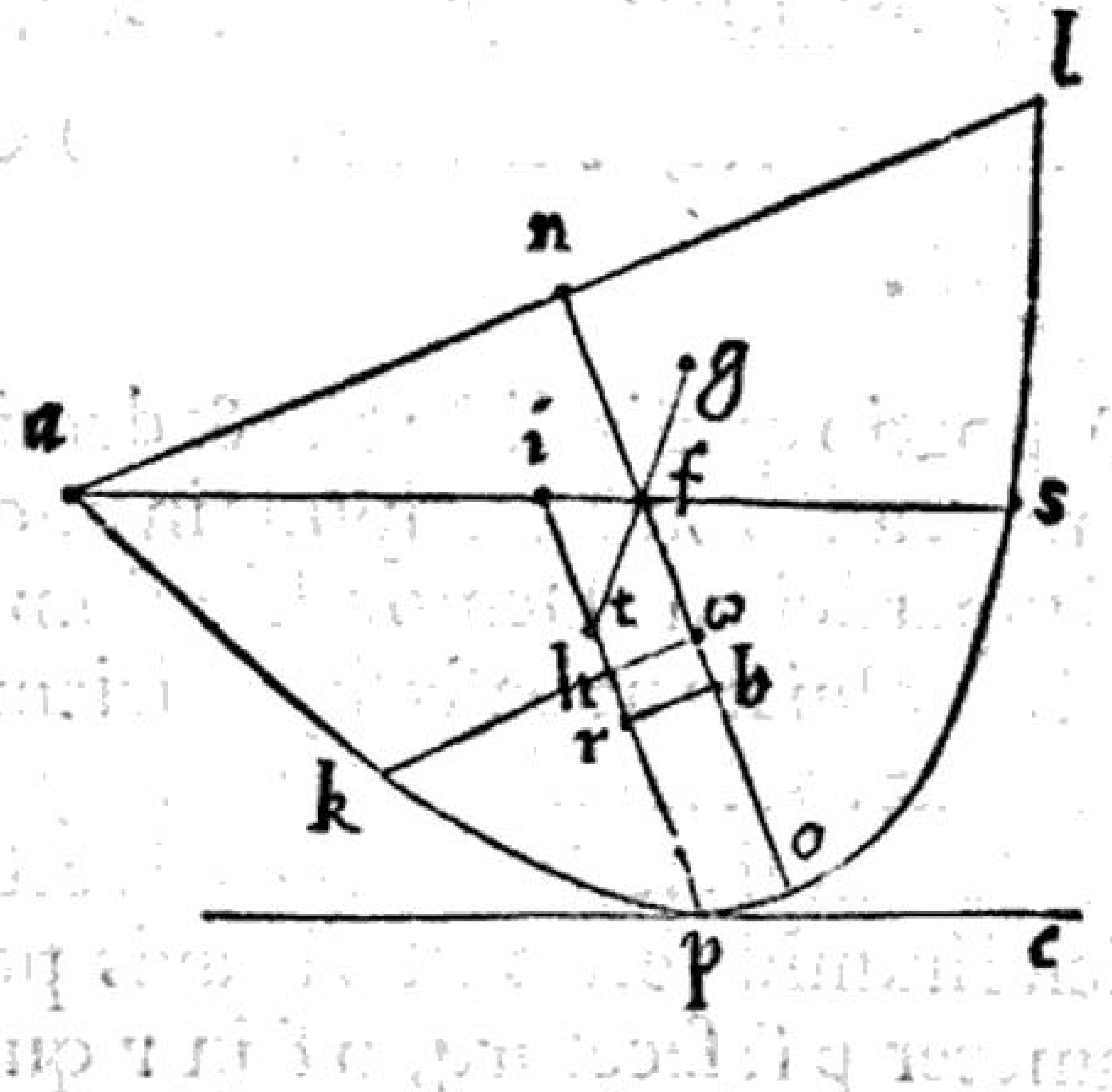


Sumatur deinde aliud quod uis punctum in sectione, quod sit s: & per s duæ lineæ ducantur: s t quidem æquidistans ipsi d b, diametrumq; in puncto t secans; s u uero æquidistans a c, & secans c e in u. Dico u c ad c k maiorem proportionem habere, quam t g ad g b.

Produ

Producatur enim u s ad lineam q m in x: & à puncto x ducatur ad diametrum x y ipsi b d æquidistans. erit g t minor quàm g y, quoniam u s minor est quàm u x: & ex primo lemmate y g ad u c erit, ut h g ad n c; uidelicet ut g b ad c k, quod proxime demonstrauimus: & permutando y g ad g b, ut u c ad c K. Sed t g cum sit ipsa y g minor, habet ad g b proportionem minorem, quàm y g ad eandem. ergo u c ad c K maiorem proportionẽ habet, quàm t g ad g b. quod demonstrasse oportuit. Itaque positione data g K unum duntaxat erit in sectione punctum, uidelicet m, à quo ductis duabus lineis m e h, m n o, habeat n c ad c K proportionem eandem, quam h g ad g b. nam si ab alijs omnibus ducantur, semper ea, quæ inter a c, & lineam ipsi æquidistantem interijcitur, ad c K proportionem maiorem habebit, quàm quæ inter g K atque ei æquidistantem, ad ipsam g b. Constat igitur id, quod ab Archimede dictum est; nempe lineam p i ad p h uel eandem, quam n ω ad ω o, uel maiorem habere proportionem.

Quare p h ipsius h i aut dupla est, aut minor quàm dupla.] *Si quidẽ minor, quàm dupla, sit p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod in humido est, punctum t. si uero p h sit ipsius h i dupla, erit h grauitatis centrum: ductâq; h f, & producta ad centrum eius, quod est extra humidum, uidelicet ad g, alia similiter demonstrabuntur. atque idem intelligendum est in propositione, quæ sequitur.* D



Re uoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nullo E

F

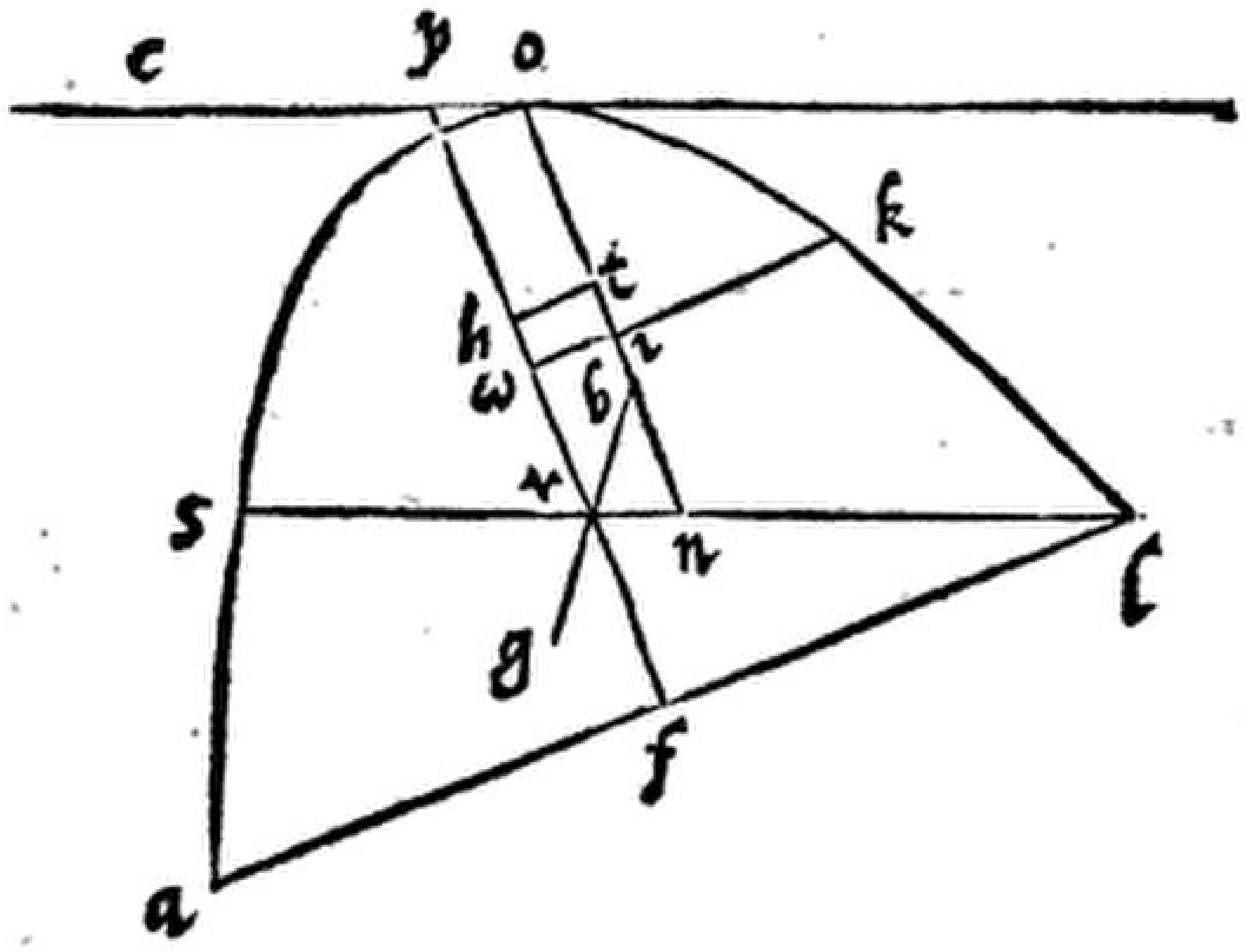
modo humidi ſuperficiem continget.] *In translatione legebatur ut baſis ipſius non tangat ſuperficiem humidi ſecundum unum ſignum. nos autem ita uertere maluimus, & hic & in iȷs, quæ ſequuntur, quoniam græci* οὐδὲ εἷς, οὐδὲ ἕν, *pro* οὐδεὶς, *&* οὐδὲν *frequenter utūtur. ut* οὐδ᾽ ἔστιν οὐδεὶς, *nullus eſt:* οὐδ᾽ ὑφ᾽ ἑνὸς, *à nullo & alia eiuſmodi.*

PROPOSITIO VII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo ut baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, ut baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed ut tota in humido ſit, & nullo modo eius ſuperficiem contingat.

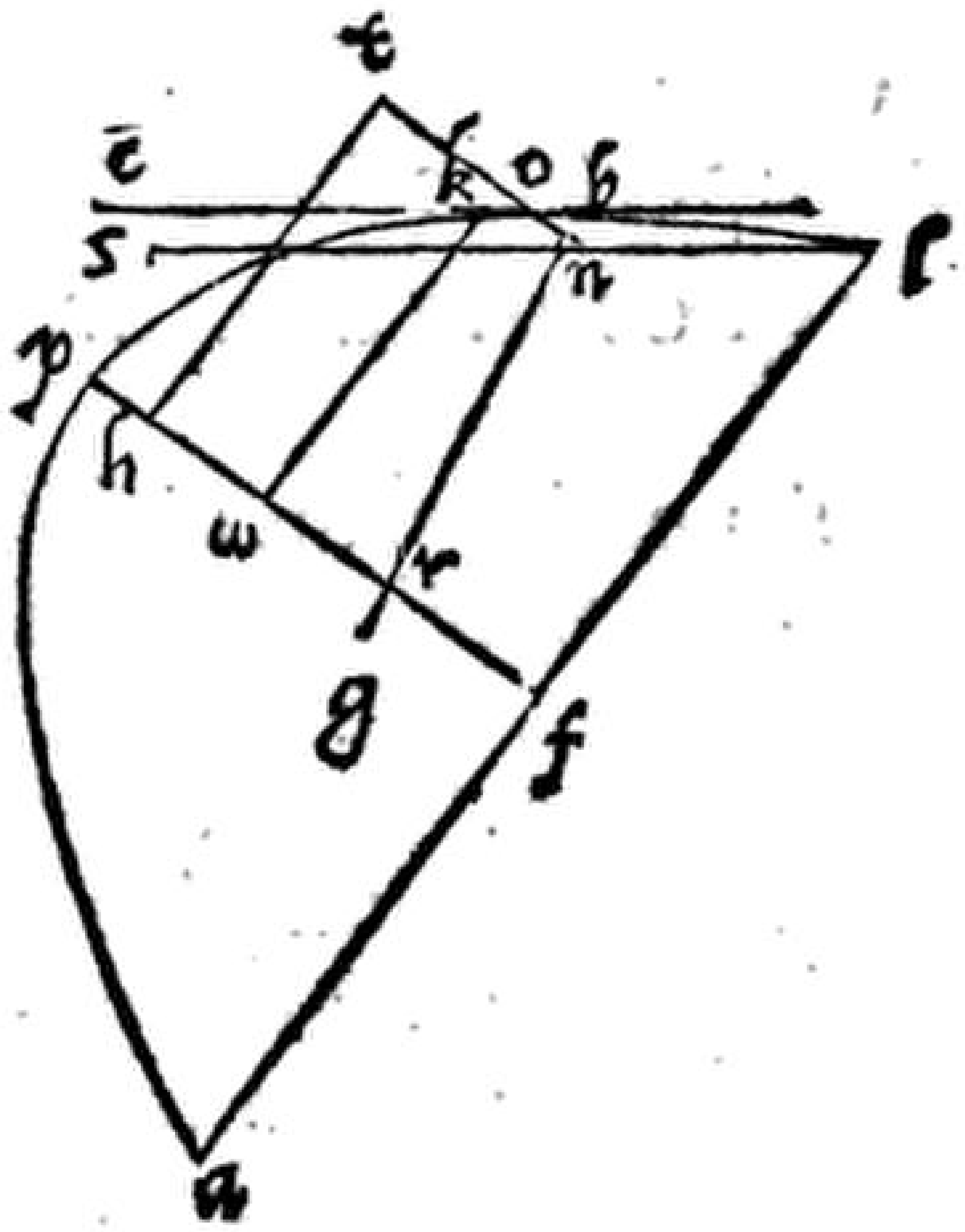
SIT portio qualis dicta eſt: & demittatur in humidū, ut diximus, adeo ut baſis ipſius in uno puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed reuolui ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat. Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit s l: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſeceturq; p f in r quidem ita ut r p ſit dupla ipſius r f; in ω autem ut p f ad r ω proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: & ω k ipſi p f ad rectos angulos ducatur erit r ω minor, quàm quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis r h:

&c o



& c o quidē ducatur contingēs sectionē in o, quæ ipsi s l æquidistet; n o autem æquidistet p f: & primum ipsam k ω secet, atque in pūcto i similiter ut in superioribus demonstrabitur n o, uel sesquialtera ipsius o i, uel maior, quàm sesquialtera. Sit autem o i minor, quàm dupla ipsius i n: sitq; o b dupla b n: & disponantur eadem, quæ supra. Similiter demonstrabimus, si ducatur linea r t, facere eam angulos rectos cum linea c o, & cum superficie humidi. quare à punctis b g lineæ ductæ ipsi r t æquidistātes, etiā ad humidi superficiē perpēdiculares erunt. portio igitur quæ est extra humidū deorsum feretur secundum eam perpendicularem, quæ per b transit; quæ uero intra humidum secundum eam, quæ per g sursum feretur. ex quibus constat reuolui solidum, ita ut basis ipsius nullo modo humidi superficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorsum fer-

10.quinti



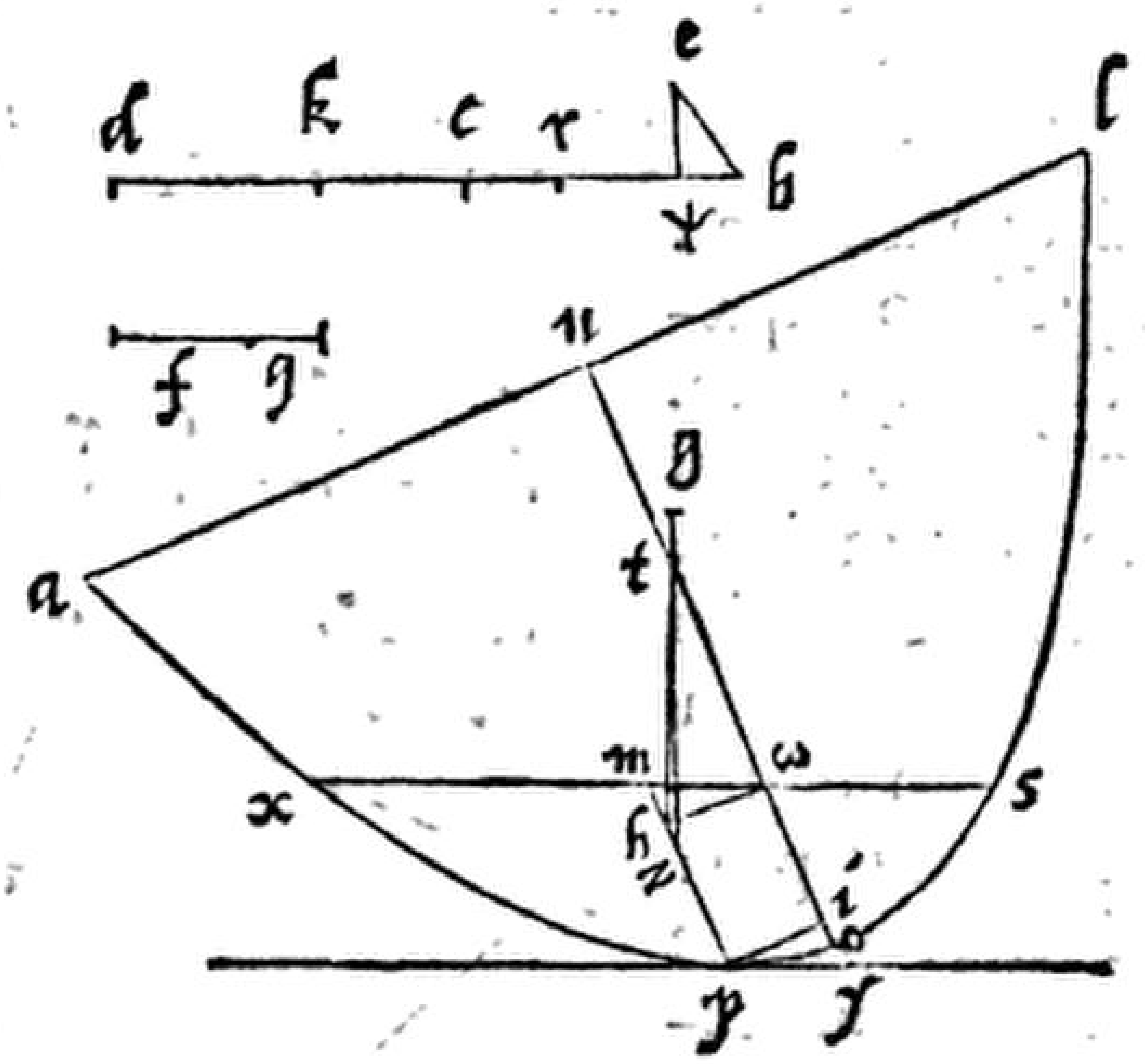
tur ex parte l. Quod si n o non secuerit ipsam ω k, eadem nihilominus demonstrabuntur.

PROPOSITIO VIII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: si in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; neque in rectum restituetur, neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualẽ ei, de quo infra dicetur.

SIT portio qualis dicta est; sitque b d æqualis axi: & b k quidem dupla ipsius k d: r k uero æqualis ei, quæ usque ad axem: & sit c b sesquialtera b r. erit & c d ipsius
A k r sesquialtera. Quam uero portionem habet portio ad humidum in grauitate, habeat quadratum f q ad quadratum d b: & sit f dupla ipsius q. perspicuum igitur est f q ad d b proportionem minorem habere ea, quam habet c b ad b d. est enim c b excessus, quo axis maior est, quàm
B sesquialter eius, quæ usque ad axem: quare f q minor est ipsa

ipſa b c: & idcirco f minor ipſa b r. ſit ipſi f æqualis r ψ: C
ducaturq; ad b d perpendicularis ψ e, quæ poſſit dimidiũ eius, quod lineis k r, ψ b continetur: & iungatur b c. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, ſicuti dictum eſt, conſiſtere inclinatam ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat angulo c b ψ æqualem. demittatur enim aliqua portio in humidum, ut baſis ipſius humidi ſuperficiem non contingat: & ſi fieri poteſt, axis cum ſuperficie humidi non faciat angulum æqualem angulo e b ψ; ſed primo maiorem. ſecta autẽ portione plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſit ſectio a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio x s: ſitq; axis portionis, & ſectiõis diameter n o: & ducatur p y quidem ipſi x s æquidiſtans, quæ ſectionem a p o l contingat in p: p m uero æquidiſtans ipſi n o: & p i ad



n o perpendicularis. ſit præterea b r æqualis o ω. itemq; D
r k ipſi t ω: & ω h perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portionis cum ſuperficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b E
maior. maiorem ergo proportionem habet quadratum p i ad quadratum y i, quam quadratum e ψ ad ψ b quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum p i F
ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y:

G & quam proportionem habet quadratum e ψ ad quadratum ψ b, eandem habet dimidium lineæ k r ad lineã ψ b.

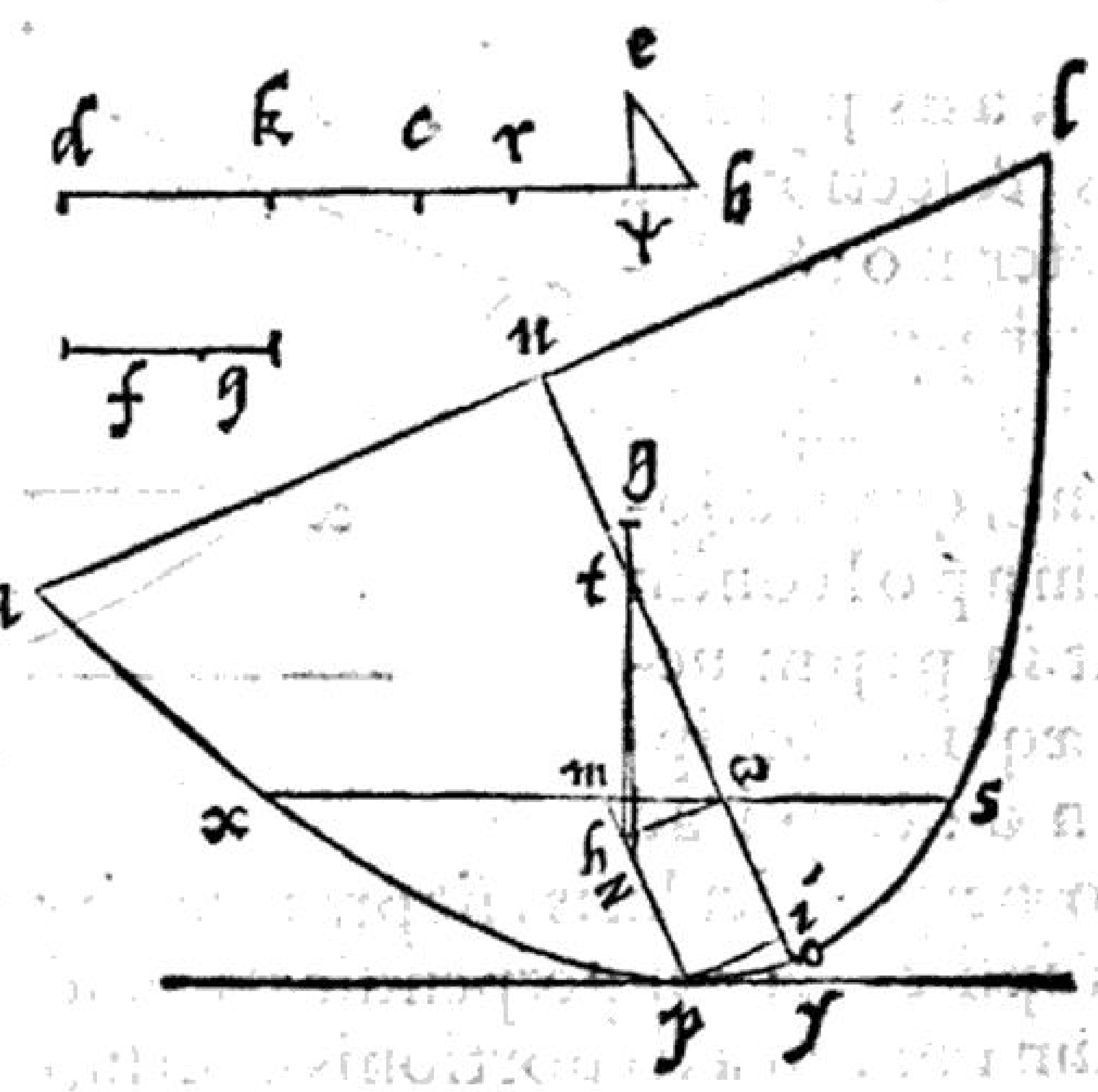
13.quinti. quare maiorem habet proportionem k r ad i y, quàm dimidium k r ad ψ b: & idcirco i y minor est, quàm dupla

H ψ b. est autem ipsius o i dupla. ergo o i minor est, quàm

K ψ b: & i ω maior, quàm ψ r. sed ψ r est æqualis ipsi f. maior igitur est i ω, quàm f. & quoniam portio ad humidum in grauitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet pars ipsius demersa ad totam portionem: & quam pars ipsius demersa habet ad totam, eandem habet quadratum p m ad quadratum o n: sequitur quadratum p m ad quadratum o n eam proportionem habere, quam quadratum f q ad b d quadratum.

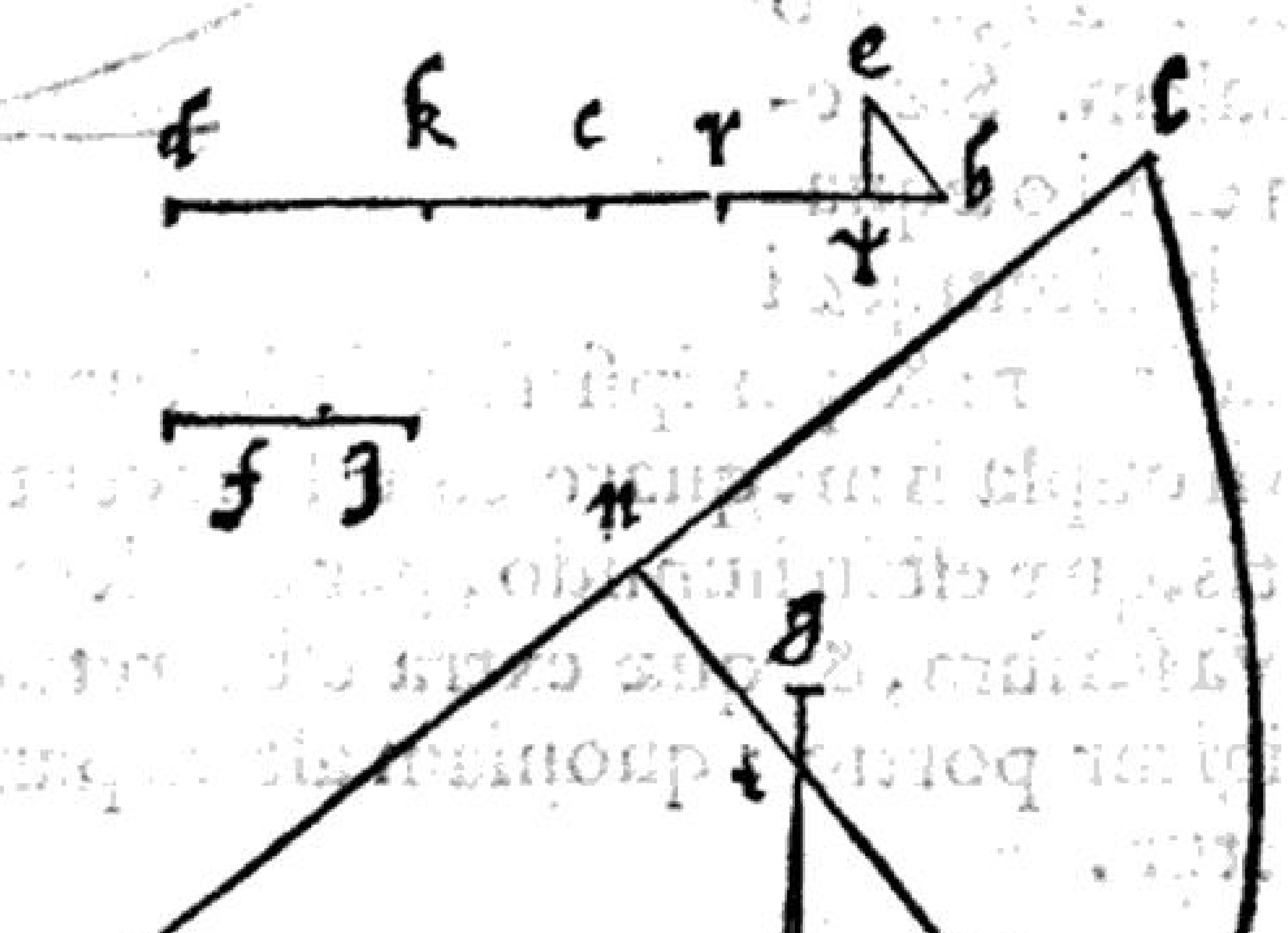
L atque ideo f q æqualis est ipsi p m.

M demõstrata est autem p h maior, quàm f. cõstat igitur p m minorem esse, quàm sesquialterã ipsius p h: & idcirco p h maiorem, quàm duplam h m. Sit p z ipsius z m dupla. erit t quidem cẽtrũ grauitatis totius solidi: centrũ eius partis, quæ intra humidum, punctum z: reliquæ uero



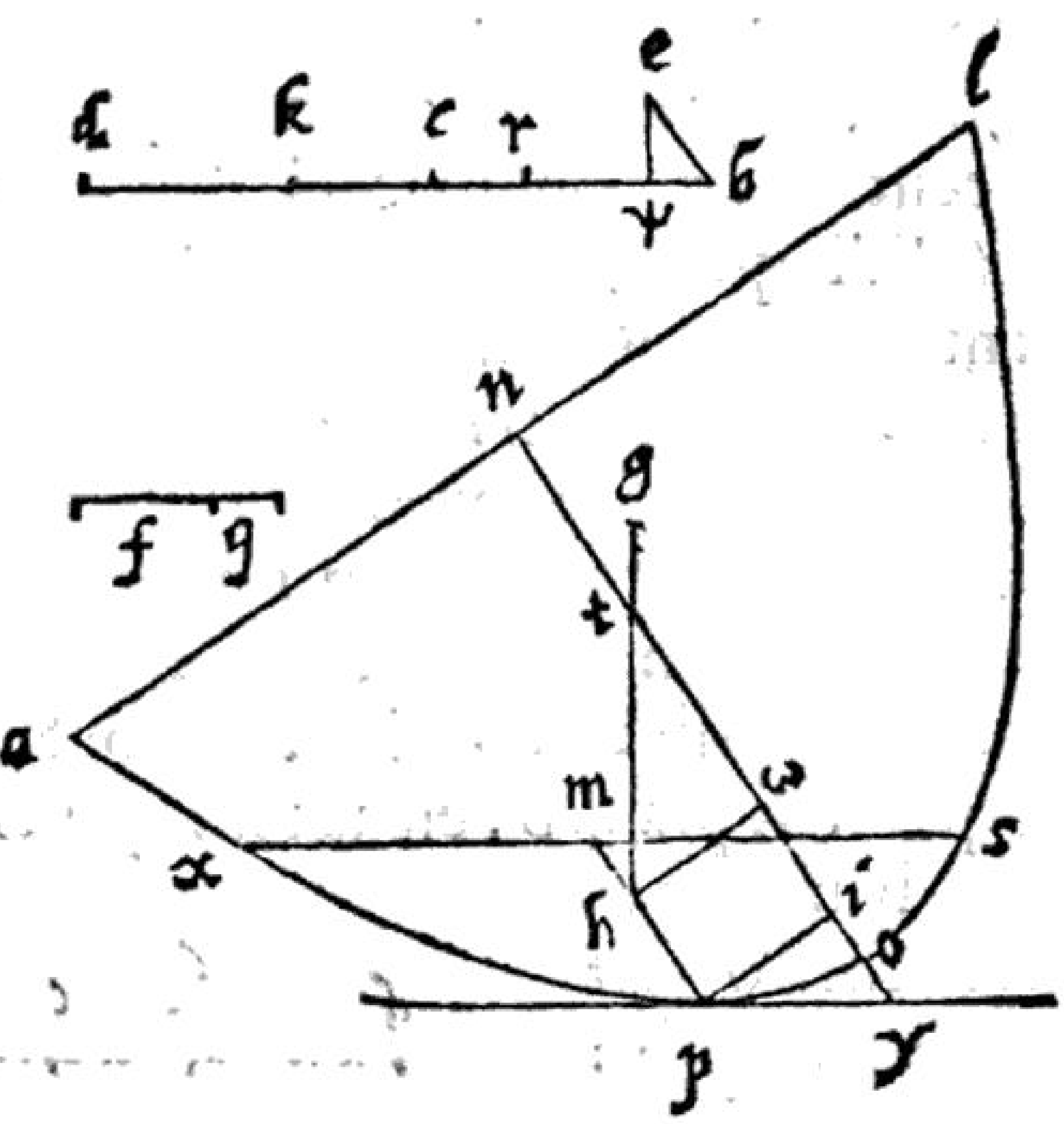
N partis centrum erit in linea z t producta usque ad g. Eodẽ modo demonstrabitur linea t h perpendicularis ad superficiem humidi, & portio demersa in humido feretur extra humidum

humidum ſecundum perpendicularem, quæ per z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per g intra humidum feretur. nõ ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per z g ductarum, quæ quidem per z ducitur ad eas partes cadit, in quibus eſt l; & quæ per g ad eas, in quibus eſt, a. quare ſequitur centrum z ſurſum ferri: & g deorſum. ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad a deorſum, quæ uero ad l ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorẽ eo, qui eſt ad b. minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ⍖ ad ⍖ b quadratum: quare k r ad i y minorem proportionẽ habet, quàm dimidium k r ad ⍖ b: & propterea i y maior eſt, quam dupla ⍖ b. eſt autem ipſius o i dupla. ergo o i ipſa ⍖ b maior erit. ſed tota o ω eſt æqualis ipſi r b: & reliqua ω i minor quàm ⍖ r. quare & p h minor erit, quàm f. Quòd cum m p ipſi f q ſit æqualis, cõſtat p m maiorẽ eſſe, quàm ſeſquialterã ipſius p h: & p h minorem, quam duplam h m. Sit p z ipſius z m dupla. Rurſus totius quidem ſolidi centrum grauitatis erit pũctum t; eius uero partis, quæ intra humidum z: & iuncta z t inuenia- O



tur centrum grauitatis eius, quæ extra humidum in protracta, quod ſit g. Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi ſuperficiem, quæ ipſi t h æquidiſtent, ſequitur portionem ipſam non manere, ſed reuolui adeo, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat maiorẽ eo, quem nunc facit.

P



Et quoniam cũ antea poſuiſſem⁹ facere angulũ maiorem angulo b, portio neque tũc cõſiſtebat; perſpicuũ eſt ipſam conſiſtere, ſi angulum fecerit angulo b æqualem. Sic enim erit i o æqualis ψ b: itemq; ω i æqualis ψ r: & p h ipſi f. erit igitur m p ſeſquialtera p h; & p h dupla h m. quare cum h ſit centrum grauitatis eius partis, quæ eſt in humido, per eandem perpendicularem, & ipſa ſurſum, & quæ extra eſt feretur deorſum. manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.

Q

COMMENTARIVS.

A ET ſit c b ſeſquialtera b r. erit & c d ipſius k r ſeſquialtera.] *In translatione ita legebatur. ſit autem & c b quidem hemiolia ipſius b r: c d autem ipſius K r. Sed nos quod poſtremo loco legitur, idcirco corrigendum duximus, quoniam illud non ponitur ita eſſe, ſed ex iꝭs, quæ poſita ſunt, neceſſario colligitur. ſi enim*

b k

b ⍊ dupla sit ⍊ d, erit d b ipsius b ⍊ sesquialtera. & quoniam e b sesquialtera est b r; sequitur reliquam c d ipsius ⍊ r, hoc est eius, quæ usque ad axem sesquialteram esse. quare b c erit excessus, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. 19. quinti

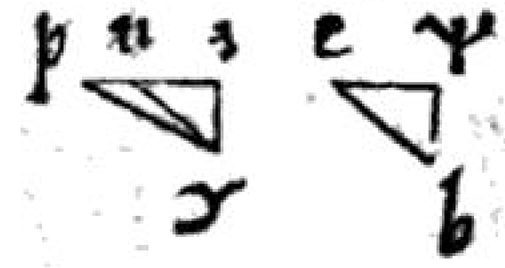
Quare f q minor est ipsa b c.] *Nam cum portio ad humidum in grauitate proportionem habeat eandem, quàm quadratum f q ad quadratum d b: habeatq; minorem proportionem, quàm quadratum factum ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum ab axe; hoc est minorem, quàm quadratum c b ad quadratum b d: ponitur enim linea b d æqualis axi: quadratum f q ad quadratum d b proportionem minorem habebit, quàm quadratum c b ad idem b d quadratum. ergo quadratum f q minus erit quadrato c b: & propterea linea f q ipsa b c minor.* B 8. quinti.

Et idcirco f minor ipsa b r.] *Quoniam enim c b sesquialtera est b r, & f q ipsius f sesquialtera: estq; f q minor b c; & f ipsa b r minor erit.* C 14. quinti.

Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b maior.] *Nam cum linea p y superficiei humidi æquidistet; uidelicet ipsi x s: angulus p y i æqualis erit angulo, qui diametro portionis n o, & linea x s continetur. quare & angulo b maior erit.* D 29. primi

Maiorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ⍊ ad ⍊ b quadratũ.] *Describantur seorsum triangula p i y, e ⍊ b. & cum angulus p y i maior sit angulo e b ⍊, ad lineam i y, atque ad punctum y in ea datum fiat angulus u y i æqualis angulo e b ⍊. est autem angulus ad i rectus æqualis recto ad ⍊. reliquus igitur y u i reliquo b e ⍊ est æqualis. quare linea u i ad lineam i y eandem proportionem habet, quam linea e ⍊ ad ⍊ b. Sed linea p i, quæ maior est ipsa u i ad lineam i n maiorem habet proportionem quam u i ad eandem. ergo p i ad i y maiorem proportionem habebit, quàm e ⍊ ad ⍊ b: & propterea quadratum p i ad quadratum i y maiorem habebit, quàm* E 4. sexti. 8. quinti. 13. quinti.

quadratum e ψ ad quadratum ψ b.



F Sed quam proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y.] *Est enim ex undecima primi conicorum quadratum p i æquale rectangulo contento linea i o, & ea, iuxta quam possunt quæ à sectione ad diametrum ducuntur, uidelicet dupla ipsius κ r. atque est i y dupla i o, ex trigesimatertia eiusdem: quare ex decimasexta sexti elementorum, rectangulum, quod fit ex κ r, & i y æquale est rectangulo contento linea i o & ea, iuxta quam possunt: hoc est quadrato p i.* lem. 22. decimi. *Sed ut rectangulum ex κ r, & i y ad quadratum i y, ita linea κ r ad ipsam i y. ergo linea κ r ad i y eandem proportionem habebit, quam rectangulum ex κ r & i y, hoc est quadratum p i ad quadratum i y.*

G Et quam proportionem habet quadratũ e ψ ad quadratum ψ b, eandem habet dimidium lineæ K r ad lineã ψ b.] *Nam cum quadratum e ψ positum sit æquale dimidio rectanguli contenti linea κ r, & ψ b; hoc est ei, quod dimidia ipsius κ r & linea ψ b continetur: & ut rectangulum ex dimidia κ r, & ψ b ad quadratum ψ b, ita sit dimidia κ r ad lineam ψ b: habebit dimidia κ r ad ψ b proportionem eandem, quam quadratum e ψ ad quadratum ψ b.* lem. 22. decimi

H Et idcirco i y minor est, quàm dupla ψ b.] *Quam enim proportionem habet dimidium κ r ad ψ b, habeat κ r ad aliam lineam. erit ea maior, quàm i y; nempe ad quam κ r minorem proportionẽ habet: atque erit dupla ψ b. ergo i y minor est, quam dupla ψ b.* 10. quinti

K Et i ω maior, quam ψ r.] *Cum enim o ω posita sit æqualis b r si ex b r dematur ψ b, & ex o ω dematur o i, quæ minor est ψ b: erit reliqua i ω maior reliqua ψ r.*

L Atque ideo f q æqualis est ipsi p m.] *Ex decimaquarta quinti elementorum, nam linea o n ipsi b d est æqualis.*

M Demonstrata est autem p h maior, quàm f.] *Etenim demonstrata est i ω maior, quàm f; atque est p h æqualis ipsi i ω.*

N Eodem modo demonstrabitur t h perpendicularis ad humidi

humidi superficiem.] *Est enim t ω æqualis κ r, hoc est ei, quæ usque ad axem. quare ex ijs, quæ superius demonstrata sunt, linea t b ducta erit ad humidi superficiem perpendicularis.*

Minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ψ ad ψ b quadratũ] *Hæc & alia, quæ sequuntur, tum in hac, tum in sequenti propositione non alio, quàm quo supra modo demonstrabimus.* O

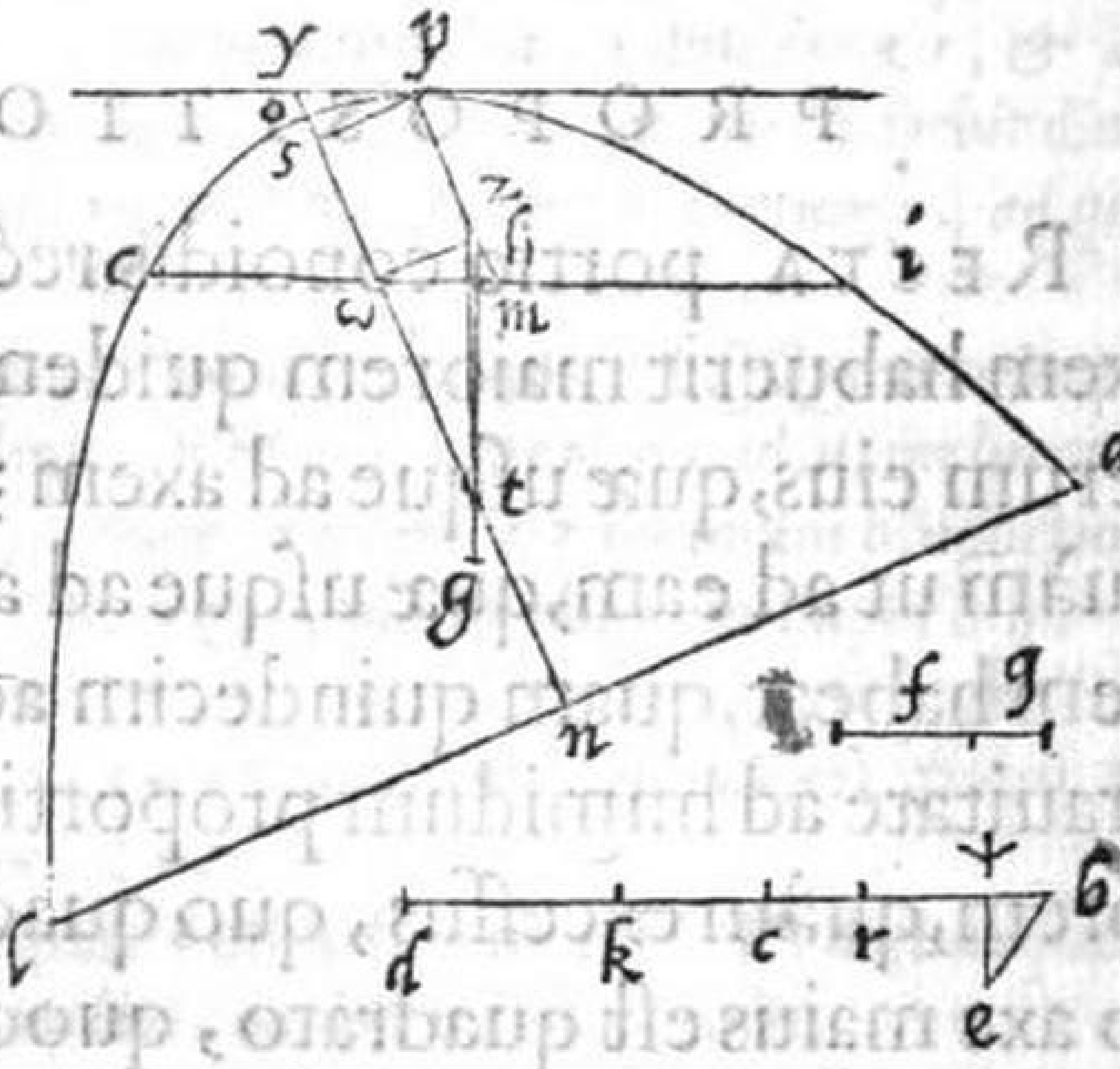
Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi superficiem, quæ ipsi t h æquidistent; sequitur portionem ipsam non manere, sed reuolui adeo, ut axis cum superficie humidi angulum faciat maiorem eo, quem nunc facit.] *Nam cum perpendicularis, quæ per g, ducitur ad eas partes cadat, in quibus est l; quæ autem per ζ ad eas in quibus a: necessarium est centrum g deorsum ferri, & ζ sursum. quare partes solidi, quæ sunt ad l deorsum; quæ uero ad a sursum ferentur, ut axis cum superficie humidi maiorem angulum contineat.* P

Sic enim erit i o æqualis ψ b, itéq; ω i æqualis ψ r, & p h ipsi f.] *Hoc in tertia figura, quam nos addidimus, perspicue apparet.* Q

PROPOSITIO IX.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem, quàm excessus, quo quadratum, quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usq; ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demissa adeo, ut basis ipsius tota sit in humido, & posita inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ipsius secũdum perpendicularem sit, nec manebit inclinata, nisi quãdo axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem angulo similiter ut prius, assumpto.

SIT portio, qualis dicta est: ponaturq; d b æqualis axi portionis: & b k quidem sit dupla ipsius k d; k r autem æqualis ei, quæ usque ad axem: & c b sesquialtera b r. Quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habeat excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad ipsum b d quadratum: & sit f ipsius q dupla. constat igitur excessum, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d, minorem habere proportionem, quàm excessus, quo quadratũ b d excedit quadratum f q ad b d quadratum. est enim b c excessus quo axis portiõis maior est, quã sesquialter eius, quæ usque ad axem.

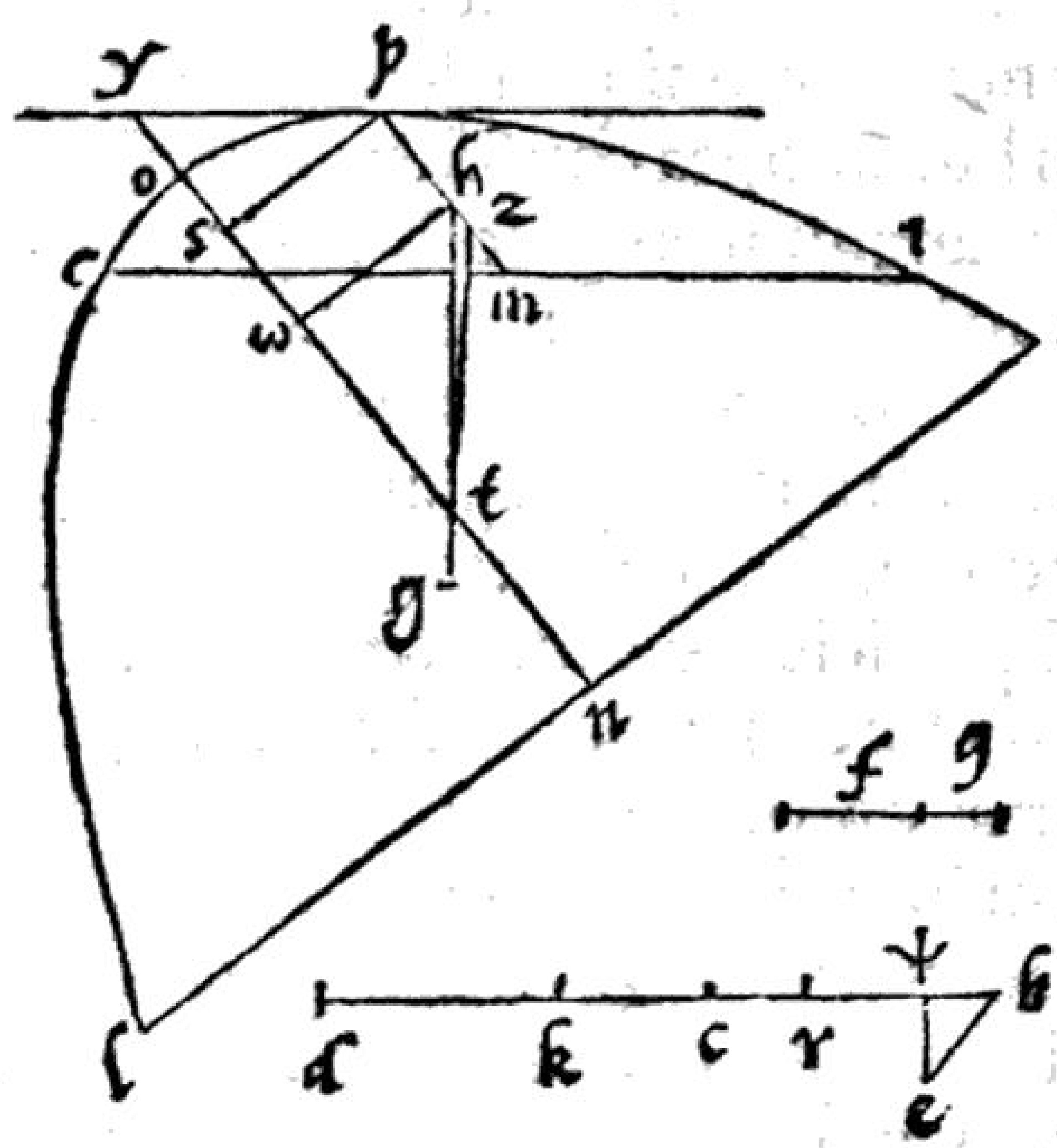


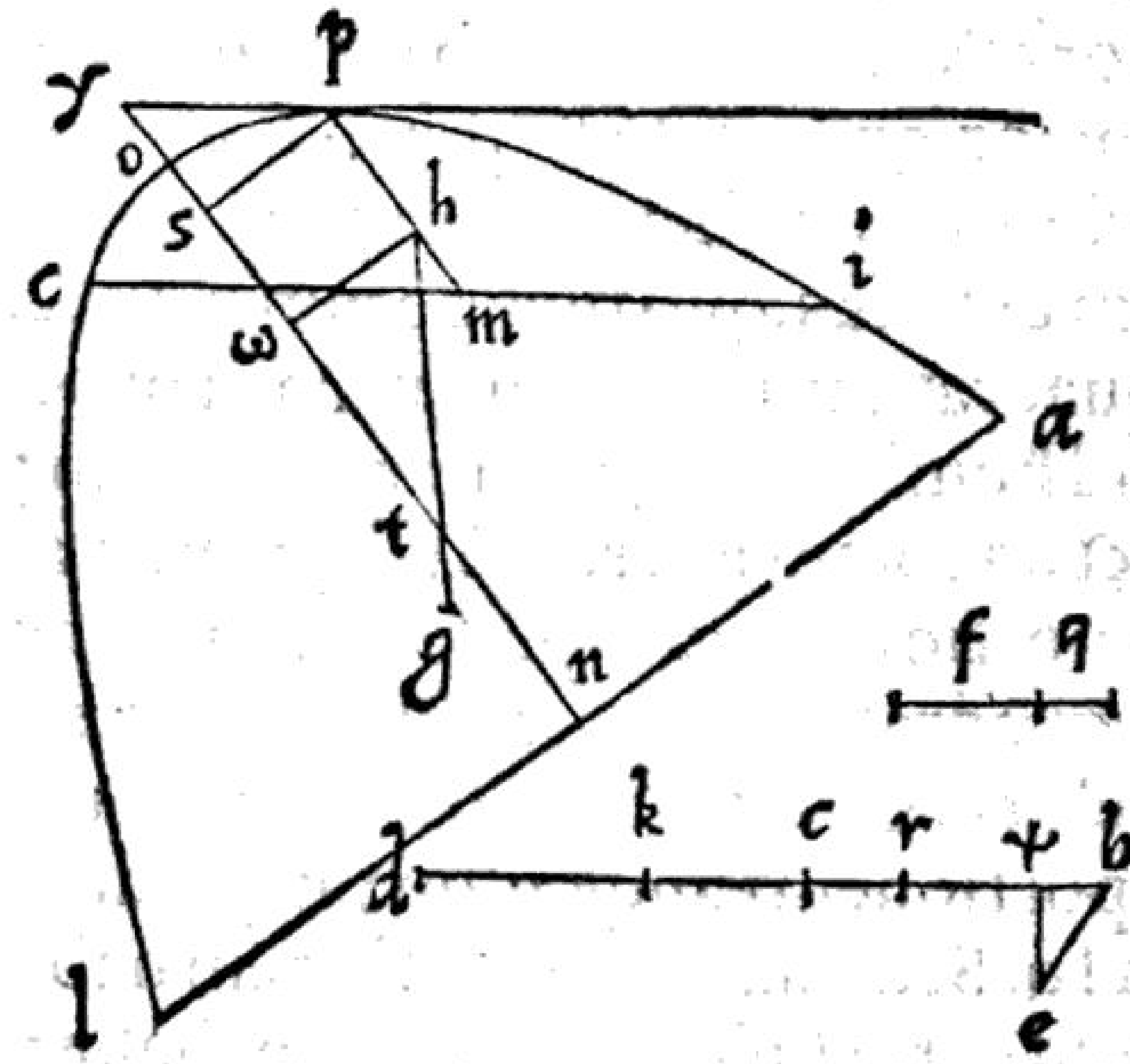
A quare quadratum b d magis excedit quadratum f q, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor est, quàm b c: itemq; f minor, quàm b r. Sit ipsi f

æqua

æqualis r ψ: & ducatur ψ r perpendicularis ad b d, quæ
poſſit dimidium eius, quod ipſis k r, ψ b, continetur. Dico
portionem in humidum demiſſam adeo, ut baſis ipſius to-
ta ſit in humido, ita conſiſtere, ut axis cum ſuperficie humi
di faciat angulum angulo b æqualem. Demittatur enim
portio in humidum, ſicuti dictum eſt; & axis cum humidi
ſuperficie non faciat angulum æqualẽ ipſi b, ſed primo ma
iorem: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperfi-
ciem humidi, ſectio portionis ſit a p o l rectanguli coni ſe-
ctio; ſuperficiei humidi ſectio c i; ſitq; axis portionis, & ſe
ctionis diameter n o, quæ ſecetur in punctis ω t, ut prius: &
ducantur y p quidem ipſi c i æquidiſtans, contingensq; ſe
ctionem in p; m p uero æquidiſtans n o: & p s ad axem
perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum ſu-
perficie humidi facit angulum maiorem angulo b; erit &
angulus s y p angulo b maior. quare quadratum p s ad
quadratum s y maiorem habet proportionem, quàm qua
dratum ψ e ad quadratum ψ b: & propterea κ r ad s y ma B
iorem habet, quàm dimidium ipſius κ r ad ψ b. ergo s y
minor eſt, quam dupla ψ b; & s o minor, quàm ψ b. quare C
s ω maior, quàm r ψ; & p h maior, quàm f. Itaque quoniã
portio ad humidum in grauitate eam habet proportionẽ, D
quam exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum f q
ad quadratum b d: quam uero proportionem habet por-
tio ad humidum in grauitate, eandem pars ipſius demerſa
habet ad totam portionẽ: ſequitur partẽ demerſam ad to
tam portionem, eam proportionem habere, quã exceſſus,
quo quadratum b d excedit quadratũ f q, ad quadratũ b d.
habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum E
proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadra-
tum f q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eã,
quæ eſt extra humidum, eandem habet quadratum n o ad
quadratum p m. ergo p m ipſi f q æqualis erit. demonſtra
ta eſt autem p h maior, quàm f: quare m h minor erit,

quàm q; & p h maior, quàm dupla h m. Sit igitur p z dupla ipsius z m: & iuncta z t producatur ad g. erit totius quidem portionis grauitatis centrũ t: eius, quæ est extra humidũ z: reliquæ uero partis, quæ in humido, centrum erit in linea z t producta; quod sit g. demõstrabitur similiter, ut prius, t h perpẽdicularis ad superficiem humidi: & quæ per z, g ducuntur æquidistantes ipsi t h, ad eandem perpẽdiculares. ergo portio, quæ est extra humidũ deorsum feretur secundum eam quæ per z transit; quæ uero intra secun-





dum

dum eam, quæ per g sursum eleuabitur. non igitur manebit portio sic inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ad superficiem humidi sit perpendicularis: quoniam quæ ex parte l F decorsum; quæ uero ex parte a sursum ferentur, ut ex iam demonstratis apparere potest. Quòd si axis cum superficie humidi fecerit angulum minorem angulo b, similiter de- G monstrabitur, nō manere portionem, sed inclinari, donec I utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.

COMMENTARIVS.

QVARE quadratum b d magis excedit quadratum A fq, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor est, quàm b c: itemq; f minor quam b r.] *Quoniam excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d minorem proportionem habet, quàm excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad idem quadratum: erit ex octaua quinti excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c, minor quàm excessus, quo excedit quadratum f q. ergo quadratum f q minus est quadrato b c: & propterea linea f q minor linea b c. Sed f q ad f eandem proportionē habet, quam b c ad b r; utraque enim utriusque sesquialtera est. cum* 14 quinti *igitur f q sit minor b c, & f ipsa b r minor erit.*

Et propterea κ r ad s y maiorem habet, quàm dimidium B ipsius κ r ad ⸸ b.] *Est enim κ r ad s y, ut quadratum p s ad quadratum s y: & dimidium lineæ K r ad lineam ⸸ b, ut quadratum e ⸸ ad quadratum ⸸ b.*

Et s o minor quàm ⸸ b] *Est enim s y dupla ipsius s o.* C

Et p h maior, quàm f.] *Nam p h est æqualis s ω, & r ⸸* D *ipsi f.*

Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humi- E dum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q.] *Cum pars demersa ad totam portionem ita sit, ut excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad b d quadratū* *erit conuertendo tota portio ad partem ipsius demersam, ut quadratum b d ad excessum, quo quadratum f q excedit. quare per conuersionem rationis tota portio ad eam, quæ extra humidum est ut quadratum b d ad quadratum f q: nam quadratum b d tanto maius est excessu, quo excedit quadratum f q, quantum est ipsum f q quadratum.*

F Quoniam quæ ex parte l deorsum, quæ uero ex parte a sursum ferentur.] *Hæc nos ita correximus, nam in translatione mendose, ut opinor, legebatur, quoniam quæ ex parte l ad superiora ferentur, perpendicularis enim quæ transit per z ad partes l, & quæ per g ad partes a cadit. quare centrum z unà cum partibus ijs, quæ sunt ad l deorsum feretur, centrum uero g unà cum partibus quæ ad a sursum.*

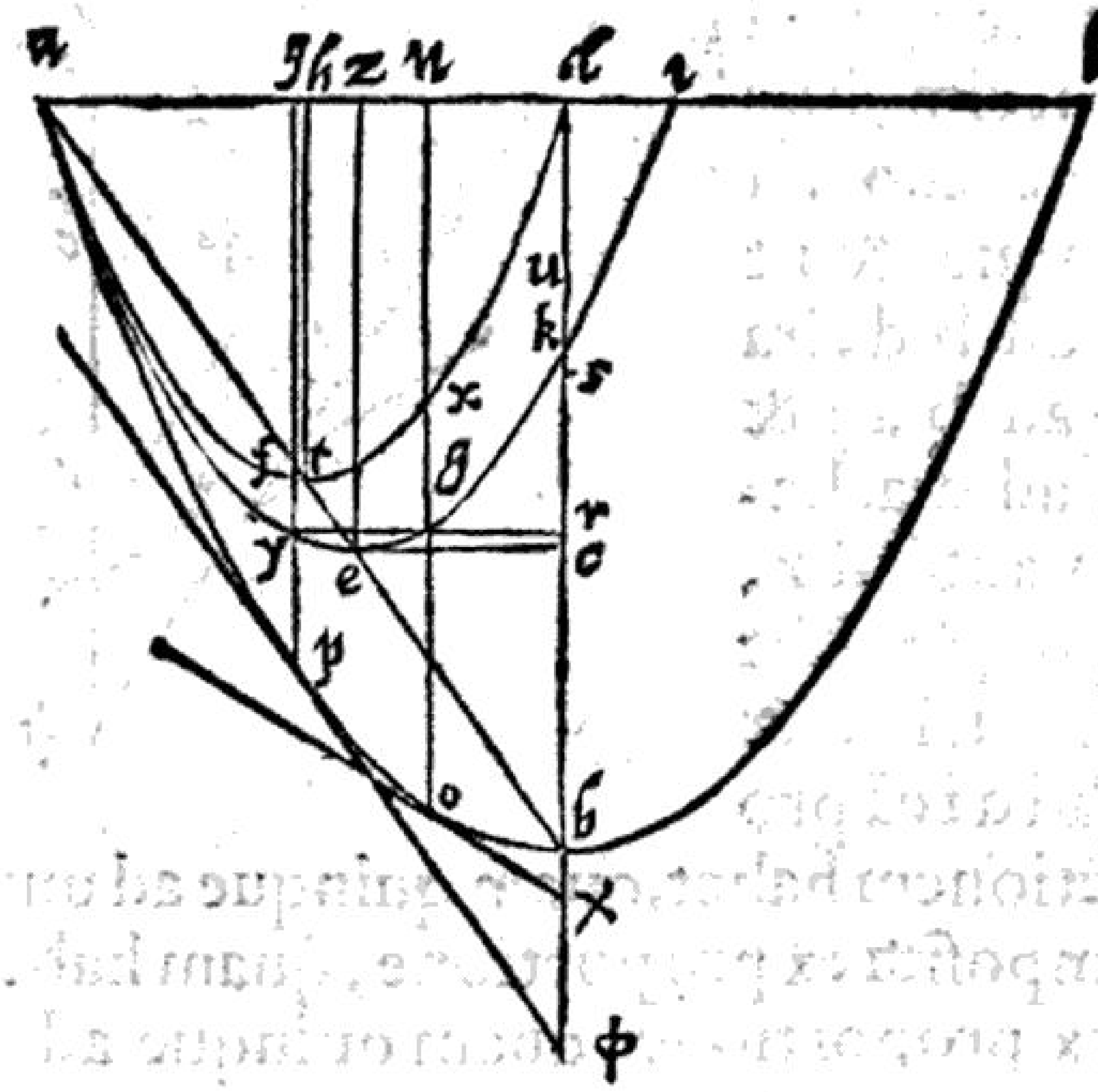
G Similiter demonstrabitur non manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.] *Illud uero tum ex ijs, quæ in antecedenti dicta sunt, tum ex figuris, quas apposuimus, facile demonstrari potest.*

PROPOSITIO X.

Recta portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humi-
A dum: non nunquam quidem recta consistet: non
B nunquam inclinata: & interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi: idq; in duabus dispositionibus: in terdum

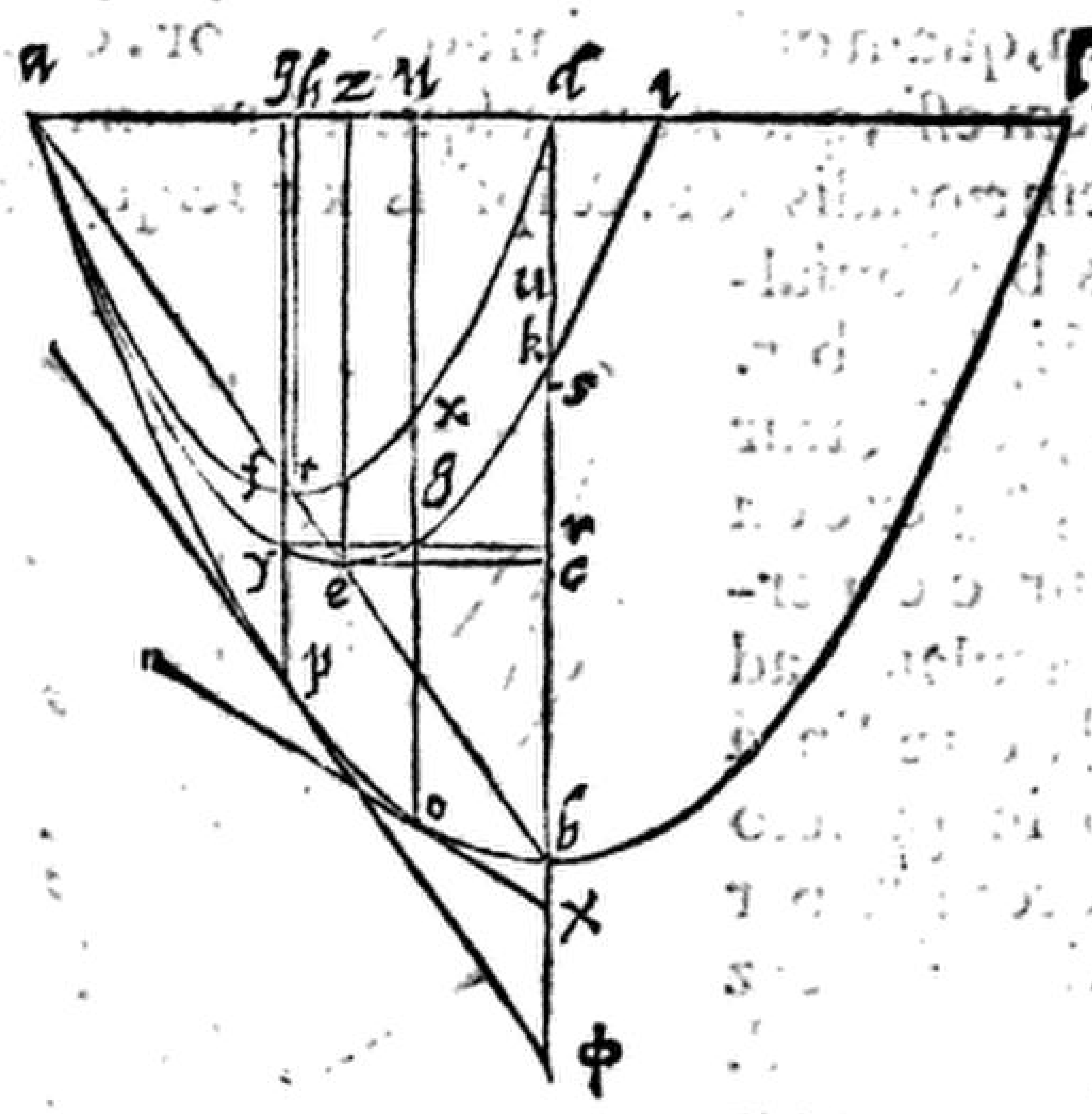
interdũ quidem ita, ut basis in humidum magis C
demergatur: interdum uero ita, ut superficiem D
humidi nullo modo contingat; secundum pro- E
portionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta sunt, singula inferius demonstrabuntur.

SIT portio qualis dicta est: & secta ipsa plano per axẽ, recto ad superficiem humidi, sectio sit a p o l rectanguli coni sectio: axis portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d in puncto quidem k ita, ut b k dupla sit ipsius k d: in c uero ita, ut b d ad κ c proportionẽ habeat eandem, quam quindecim ad quatuor. constat igitur k c ma- F
iorem esse, quàm quæ usque ad axem. Sit ei quæ usque ad G
axem æqualis κ r: & ipsius κ r sesquialtera d s. Est autem H
& s b sesquialtera ipsius b r. Itaque iũgatur a b; & per c ducatur c e perpẽdicularis ad b d, quæ lineã a b in puncto e secet: & per e ducatur e z æquidistãs b d. Rursus ipsa a b bifariã in t diuisa, ducatur t h eidem b d æquidistans: &



intelligantur rectanguli coni sectiones descriptæ. a e i qui-

K dem circa e z diametrum; a t d uero circa diametrum t h;
L quæ similes sint portioni a b l. transibit igitur a e i coni sectio per K: & quæ ab r ducta est perpendicularis ad b d, ipsam a e i secabit. secet in punctis y g: & per y g ducantur ipsi b d æquidistantes p y q, o g n, quæ secent a t d in f x. ducantur postremo, & p χ, o φ contingentes sectionē
M a p o l in punctis p o. cũ ergo tres portiones sint a p o l, a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus; rectæq, similes, & inæquales, quæ contingunt sese super unamquanque basim: à puncto autem n sursum ducta sit n x g o; & à q ipsa q f y p: habebit o g ad g x proportionem compositam ex proportione, quam habet i l ad l a; & ex proportione, quam a d habet ad d i. Sed i l ad l a habet eandem, quam duo ad quinque. etenim c b ad b d
N est, ut sex ad quindecim; hoc est ut duo ad
O quinque: & ut c b ad b d, ita e b ad b a: & d z ad d a. harum autẽ d z,
P d a duplæ sunt
Q ipsæ l i, l a: & a d ad d i eã proportionem habet, quam quinque ad unum. sed proportio composita ex proportione, quam habet duo ad quinque; & ex proportione, quam quinque ad unum; est eadem, quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam proportionem habent. dupla est igitur g b ipsius g x: &



eadem

eadem ratione oſtẽdetur p y ipſius y f dupla. Itaque quoniam d s ſeſquialtera eſt ipſius k r; erit b s exceſſus, quo axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem. Si igitur portio ad humidũ in grauitate eã habet proportionem, quam quadratum, quod fit à linea b f ad quadratum, quod à b d, aut maiorem; in hnmidum demiſſa, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, recta conſiſtet. demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cuius axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ſi ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat, quàm quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demiſſam in humidum, ita ut dictum eſt, rectam conſiſtere. R

COMMENTARIVS.

QVAE *hac decima propoſitione continentur, Archimedes in quinque partes diſſecuit, & ſingulas ſeorſum demonſtrauit.*

Nonnunquam quidem recta conſiſtat.] *Hæc eſt prima pars, cuius demonſtrationem ſtatim ſubiungit.* A

Et interdum adeo inclinata, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi; idq; in duabus diſpoſitionibus.] *Demonſtratum eſt illud in tertia parte.* B

Interdum ita, ut baſis in humidum magis demergatur.] *Pertinet id ad quartam partem.* C

Interdum uero ita, ut ſuperficiem humidi nullo modo contingat.] *Hoc duobus item modis fit, quorum unus in ſecunda, alter in quarta parte explicatur.* D

Secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate.] *In tranſlatione ita legebatur, quam autem proportionem habet ad humidum in grauitate.* E

Conſtat igitur K C maiorem eſſe, quàm quæ uſque ad axem.] *Nam cum b d ad k c eandem habeat proportionem, quam* F

quindecim ad quatuor; & ad eam, quæ usque ad axem maiorem pro
10.quinti *portionem habeat: erit quæ usque ad axem minor ipsa k c.*

G Sit ei, quæ usque ad axem æqualis k r.] *Hæc nos addidimus, quæ in translatione non erant.*

H Est autem & s b sesquialtera ipsius b r.] *Ponitur enim d b sesquialtera ipsius b k; itemq; d s sesquialtera k r. quare ut to*
19.quinti *ta d b ad totam b K, ita pars d s ad partem K r. ergo & reliqua s b ad reliquum b r, ut d b ad b k.*

K Quæ similes sint portioni a b l.] *Similes portiones coni sectionum Apollonius ita diffiniuit in sexto libro conicorum, ut scribit Eutocius,* ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας; *hoc est. in quibus si ducantur lineæ æquidistantes basi numero æquales: æquidistantes atq; bases ad partes diametrorum, quæ ab ipsis ad uerticem abscindũtur, eandem proportionem habent: itemq; partes abscissæ ad abscissas. ducuntur autem lineæ basi æquidistantes: ut opinor, descripta in sin*
γνωρίμως *gulis plane rectilinea figura, quæ lateribus numero æqualibus contineatur. Itaq; portiones similes à similibus coni sectionibus abscindũtur: & earum diametri siue ad bases rectæ, siue cum basibus æquales angulos facientes, ad ipsas bases eandem habent proportionem.*

L Transibit igitur a e i coni sectio per k.] *Si enim fieri potest non transeat per k, sed per aliud punctum lineæ d b, ut per u. Quoniam igitur in rectãguli coni sectione a e i, cuius diameter e z, ducta est a e, & producta: & d b diametro æquidistans utrasque a e, a i secat; a e quidem in b, a i uero in d: habebit d b ad b u proportionem eandem, quam a z, ad z d, ex quarta propositione libri Archimedis de quadratura parabolæ. Sed a z sesquialtera est ipsius z d: est enim ut tria ad duo, quod mox demonstrabimus. ergo d b sesquialtera est ipsius b u. est autẽ d b & ipsius b k sesquialte*
9.quinti. *ra. quare lineæ b u, b k inter se æquales sunt; quod fieri non potest. rectanguli igitur coni sectio a e i per punctum k transibit. quod demonstrare uolebamus.*

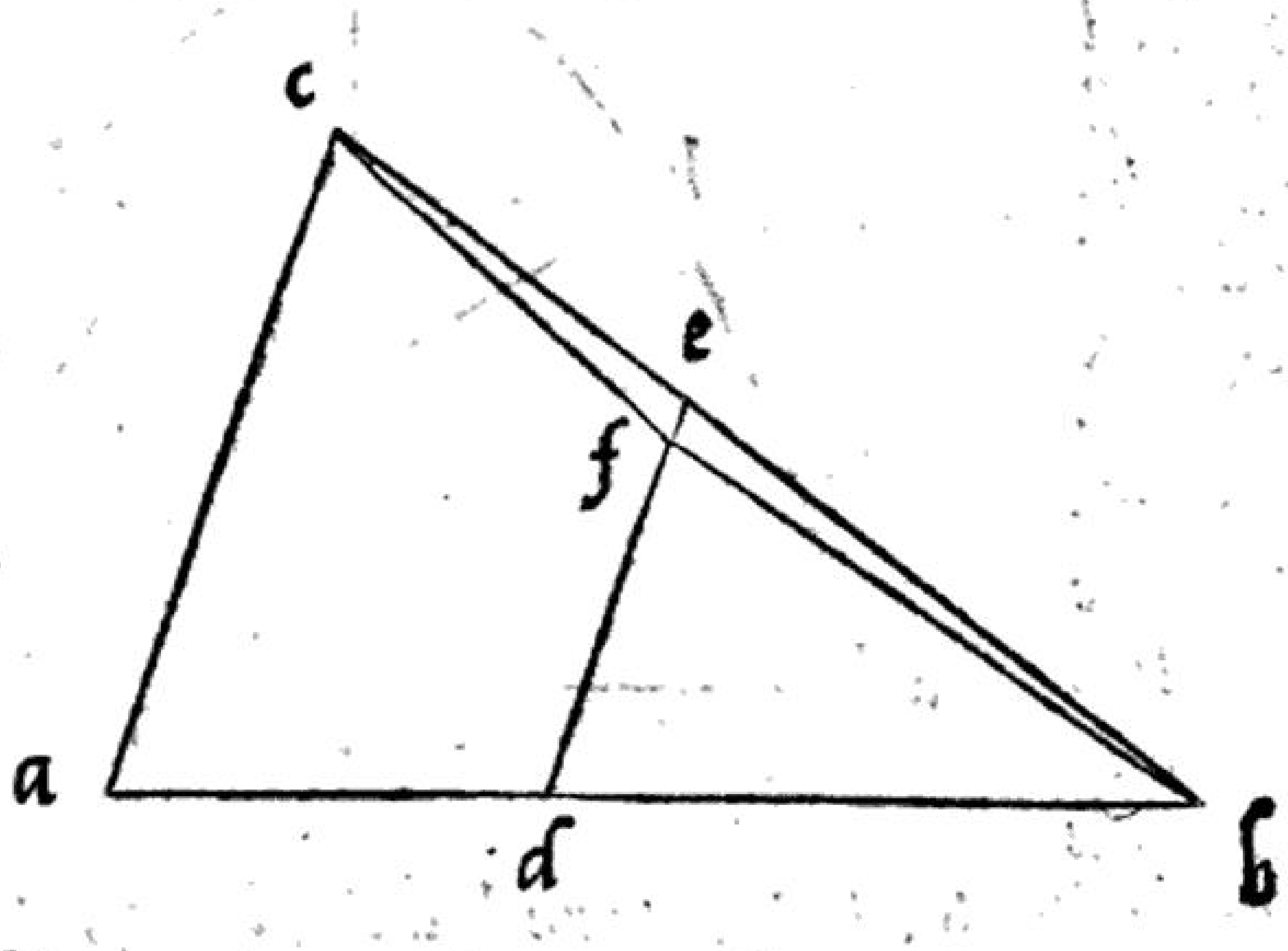
Cum

Cum ergo tres portiones sint a p o l, a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectãgulorum conorum sectionibus; rectæq; , similes, & inæquales, quæ contingunt se se super unam quamque basim.] *Post ea uerba, super unamquanque basim, in translatione aliqua desiderari uidentur. Ad horum autem demonstrationem non nulla præmittere oportet, quæ etiam ad alia, quæ sequuntur, necessaria erunt.* M

LEMMA I.

Sit recta linea a b, quam secent duæ lineæ inter sese æquidistantes a c, d e, ita ut quam proportionem habet a b ad b d, eandem habeat a c ad d e. Dico lineam, quæ c b puncta coniungit, etiam per ipsum e transire.

SI enim fieri potest, non transeat per e, sed uel supra, uel infra transeat primum infra, ut per f. erunt triangula a b c, d b f inter se similia. quare ut a b ad b d, ita a c ad d f. sed ut a b ad b d, ita erat a c ad d e. ergo d f ipsi d e æqualis erit, uidelicet pars toti, quod est absurdum. Idem absurdum sequetur, si linea c b supra e punctum transire ponatur. quare c b etiam per e necessario transibit. quod oportebat demonstrare. 4. sexti. 9. quinti.

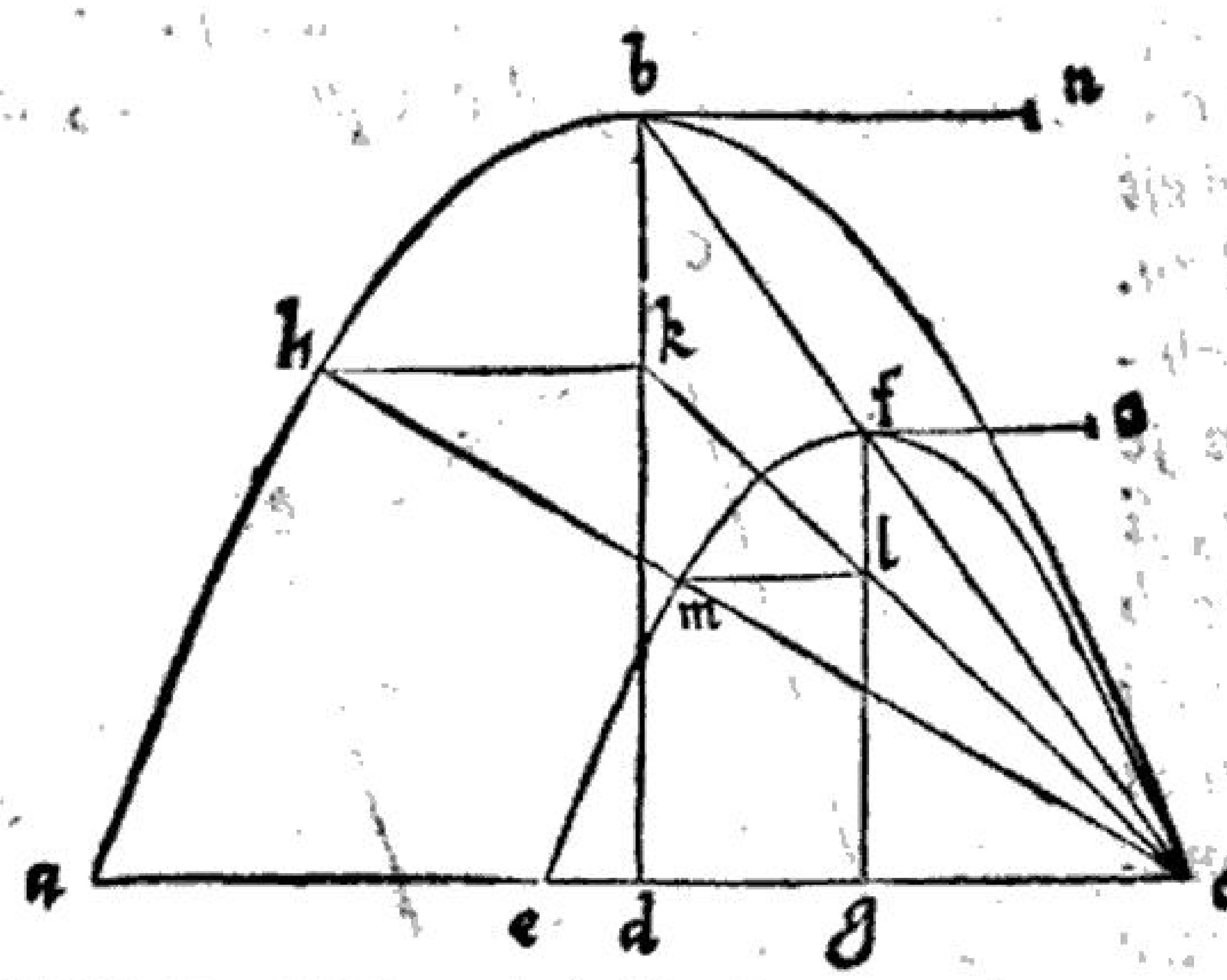


LEMMA II.

Sint duæ portionis similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus; a b c quidem maior, cuius diameter b d; e f c uero minor, cuius diameter f g: aptenturq; inter sese, ita ut maior minorem includat & sint earum bases a c, e c in eadem recta linea, ut idẽ punctum c sit utriusque terminus: sumatur deinde in sectione a b c quodlibet punctum h: & iungatur h c. Dico lineam h c ad partem sui ipsius, quæ inter c, & sectionem e f c interiicitur, eam proportionẽ habere, quam habet a c ad c e.

DVCATVR b c, quæ transibit per f. quoniam enim portiones similes sunt, diametri cũ basibus æquales continent angulos. quare æquidistant inter se se b d, f g: estq; b d ad a c, ut f g ad e c: & permutando b d ad f g, ut a c ad c e: hoc est ut earum dimidiæ d c ad c g. ergo ex antecedẽti lẽmate sequitur lineã b c per punctum f transire. Ducatur præterea à puncto h ad diametrum b d linea h k, æquidistans basi a c: & iuncta k c, quæ diametrum f g secet in l; per l ducatur

15. quinti.



ad sectionem e f g ex parte e linea l m, eidem a c basi æquidistans. Sit autem sectionis a b c, linea b n iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur: & sectionis e f c sit ipsa f o. quoniam igitur triangula c d b, c f g similia sunt, erit ut b c ad c f, ita d c ad c g; & b d ad f g. rursus quoniam triangula c k b, c l f etiá inter se sunt similia, ut b c ad c f, hoc est ut b d ad f g, ita erit k c ad c l; & b K ad f l. quare K c ad c l, & b k ad f l sunt ut d c ad c g: hoc est ut earum duplæ a c ad c e. sed ut b d ad f g, ita d c ad c g; hoc é a d ad e g: & permutãdo ut b d ad a d, ita f g ad e g. quadratum autem a d æquale est rectangulo d b n ex undecima primi conicorum. ergo tres lineæ b d, a d, b n inter se sunt proportionales. eadem quoque ratione cum quadratum e g æquale sit rectangulo g f o, tres aliæ lineæ f g, e g, f o, deinceps proportionales erũt. & ut b d ad a d, ita f g ad e g. quare ut a d ad b n, ita e g ad f o. ex æquali igitur, ut d b ad b n, ita g f ad f o: & permutando ut d b ad g f, ita b n ad f o. ut autem d b ad g f, ita b k ad f l: ergo b k ad f l, ut b n ad f o: & permutando, ut b k ad b n, ita f l ad f o. Rursus quoniã quadratũ b K æquale est rectangulo k b n: & quadratum m l rectangulo l f o æquale: erunt tres lineæ b k, k b, b n proportionales: itemq; proportionales inter se f l, l m, f o. quare ut linea b K ad lineam b n, ita quadratum b K ad quadratum h k: & ut linea f l ad ipsam f o, ita quadratũ f l ad quadratum l m. Itaque quoniam, ut b K ad b n, ita est f l ad f o; erit ut quadratum b K ad quadratum K h, ita quadratum f l ad l m quadratum. ergo ut linea b k, ad lineam K h, ita linea f l ad ipsã l m: & permutãdo ut b k ad f l, ita k h ad l m. sed b k ad f l erat ut k c ad c l. ergo k h ad l m, ut K c ad c l. quare ex eodem lemmate patet lineam h c, & per m punctum transire. ut igitur K c ad c l: hoc est ut a c ad c e, ita h c ad c m; hoc est ad eam ipsius partem, quæ inter c, & e g c sectionem interijcitur. similiter demonstrabimus idem contingere in alijs lineis, quæ à puncto c ad a b c sectionem perducuntur. At uero b c ad e f eandem proportionem habere, liquido apparet; nam b c ad c f, est ut d c ad c g; uidelicet ut earum duplæ, a c ad c e.

4. sexti.

15. quinti.

17. sexti.

11. primi conicorũ

cor. 20. sexti.

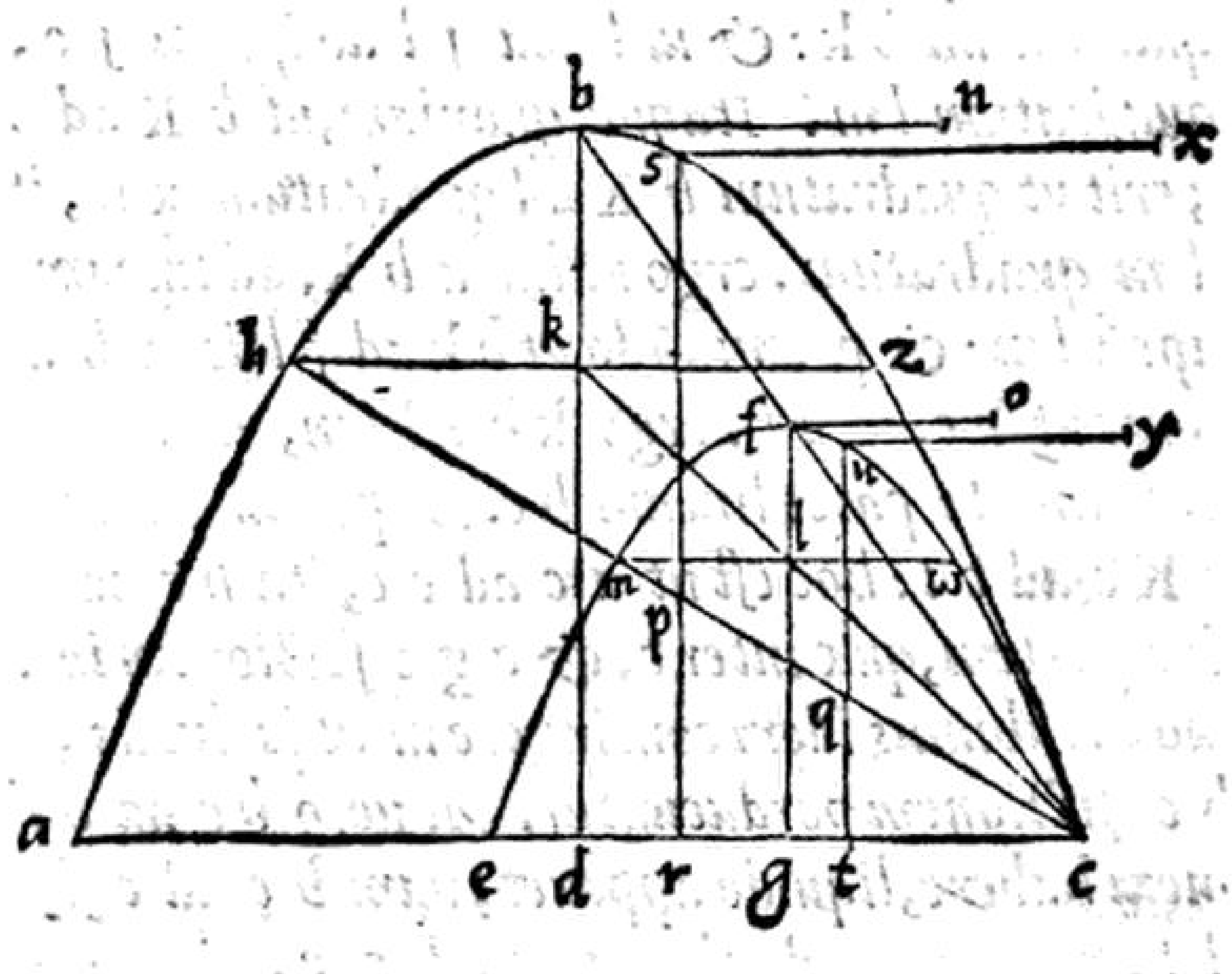
22. sexti

Ex quibus perspicuum est lineas omnes sic ductas ab ipsis sectionibus in eandem proportionem secari. est enim diuidendo, conuertendoque c m ad m h, & c f ad f b, ut c e ad e a.

LEMMA III.

Sed & illud constare potest; lineas, quæ in portionibus eiusmodi similibus ita ducuntur, ut cū basibus æquales angulos contineant, ab ipsis similes quoque portiones abscindere: hoc est, ut in proposita figura, portiones h b c, m f c, quas lineæ c h, c m abscindunt, etiam inter se similes esse.

DIVIDANTVR *enim c b, c m bifariam in punctis p q: & per ipsa ducantur lineæ r p s, t q u diametris æquidistantes. erit portionis h s c diameter p s, & portionis m u c diameter q u. Itaque fiat ut quadratum c r ad quadratum c p, ita linea b n ad aliam lineam, quæ sit s x: & ut quadratum c t ad quadratum c q, ita fiat f o ad u y. iam ex ijs quæ demōstrauimus in commentarijs in quartam propositionē Archimedis de conoidibus, & sphæroidibus, patet quadratum c p æquale esse rectangulo p s x:*



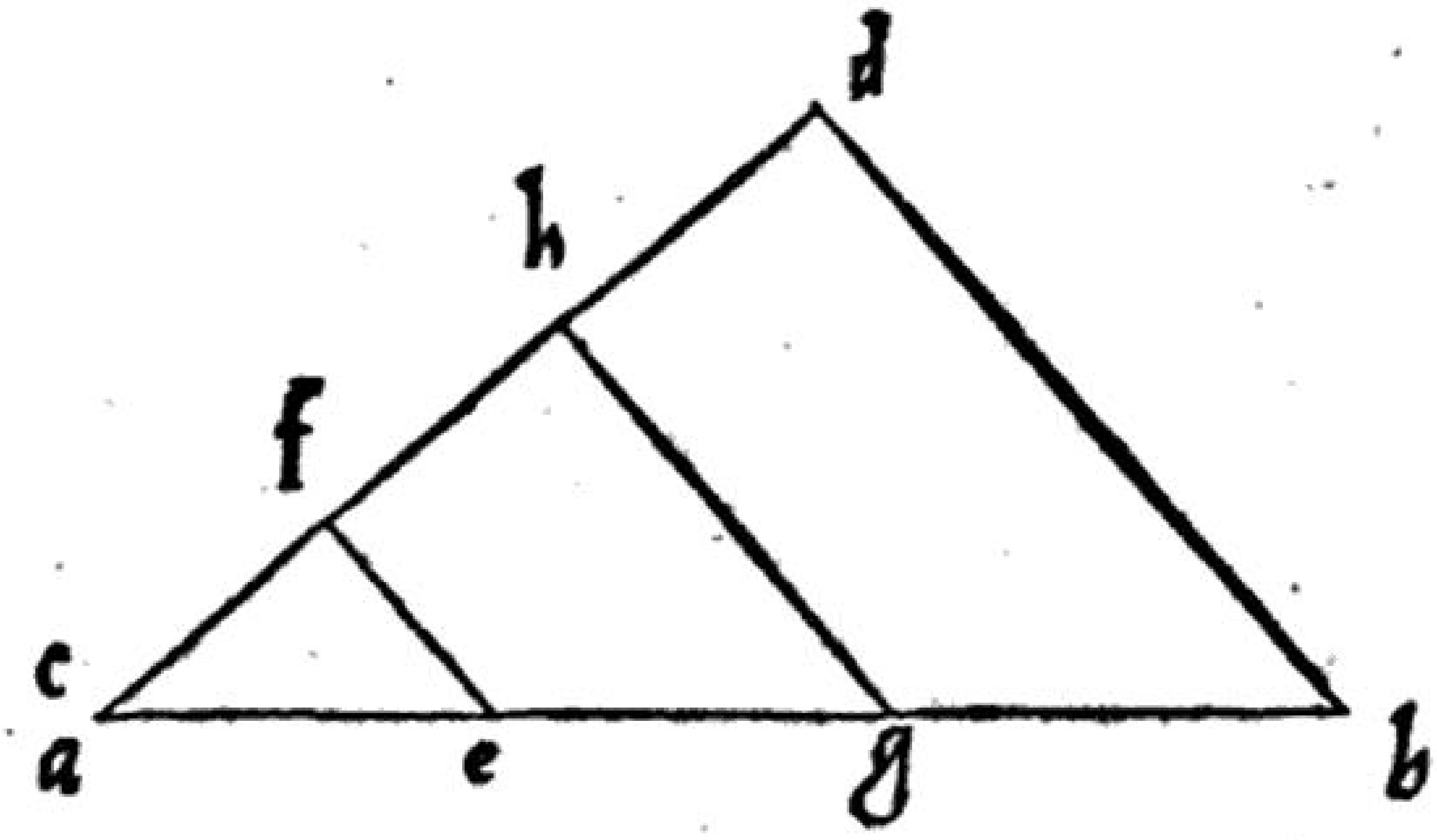
itemq; quadratum c q æquale rectangulo q u y, hoc est sectionum h s c, m u c lineas s x, u y, eas esse, iuxta quas possunt, quæ à sectione ad diametrum ducuntur. sed cũ triangula c p r, c q t similia sint, habebit c r ad c p eandem proportionem, quam c t ad c q: & idcirco quadratum c r ad quadratum c p eandem habebit, quam quadratum c t ad quadratum c q. ergo & linea b n, ad lineam s x ita erit, ut linea f o ad ipsam u y. erat autem h c ad c m, ut a c ad c e. quare & earum dimidiæ c p ad c q, ut a d ad e g: & permutando c p ad a d, ut c q ad e g. Sed ostensum est a d ad b n ita esse, ut e g ad f o: & b n ad s x, ut f o ad u y. ergo ex æquali c p ad s x erit, ut c q ad u y. Quòd cum quadratũ c p æquale sit rectangulo p s x & quadratum c q rectangulo q u y, erunt tres lineæ s p, p c, s x proportionales; itemq; proportionales ipsæ u q, q c, u y. quare & s p ad p c, ut u q ad q c: & ut p c ad c h, ita q c ad c m. ex æquali igitur ut portionis h s c diameter s p ad eius basim c h, ita portionis m u s diameter u q ad basim c m. & anguli, quos diametri cum basibus continent, sunt æquales, quòd lineæ s p, u q sibi ipsis æquidistent. ergo & portiones h s c, m u c inter se similes erunt. id quod demonstrandum proponebatur. 22. sexti

LEMMA IIII.

Sint duæ lineæ a b, c d, quæ secentur in punctis e f, ita ut quam proportionem habet a e ad e b, habeat c f ad f d: rursus secentur in aliis duobus punctis g h; & habeat c h ad h d eandem proportionem, quam a g ad g b. Dico c f ad f h ita esse, ut a e ad e g.

QVONIAM *enim ut a e ad e b, ita c f ad f d, erit componendo ut a b ad e b, ita c d ad f d. Rursus cum sit ut a g ad g b, ita c h ad h d; componendo, conuertendoq; ut g b ad a b, ita erit h d ad c d. ergo ex æquali, conuertendoq; ut e b ad g b, ita f d ad h d:*

& per conuersionem rationis ut e b ad e g, ita f d ad f h. est autem ut a e ad e b, ita c f ad f d. ex æquali igitur ut a e ad e g, ita c f ad f h.



ALITER. *Aptentur lineæ a b, c d inter se se, ita ut ad partes a c angulum faciant; & sint a c in uno atque eodem puncto: deinde iungantur d b, h g, f e. cum igitur sit ut a e ad e b, ita c f, hoc est*
2. sexti. *a f ad f d; æquidistabit f e ipsi d b: & similiter h g eidem d b*
30. primi *æquidistabit: quoniam a h ad h d est, ut a g ad g b. ergo f e, h g inter se se æquidistant: & idcirco ut a e ad e g, ita a f; hoc est c f ad f h. quod demonstrare oportebat.*

LEMMA V.

Sint rursus duæ portiones similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus, ut in superiori figura a b c, cuius diameter b d: & e f c, cuius diameter f g: ducaturque à puncto e linea e h, diametris b d, f g æquidistans, quæ sectionem a b c in k secet: & à puncto c ducatur c h contingens sectionem a b c in c conueniensque cum linea e h in h, quæ sectionem quoque e f c in eodem c puncto continget, ut demonstrabitur. Dico lineam ductam ab ipsa c h usque ad sectionem e f c, ita ut lineæ e h æquidistet, in eandem proportionem diuidi à sectione a b c; in quam linea c a à

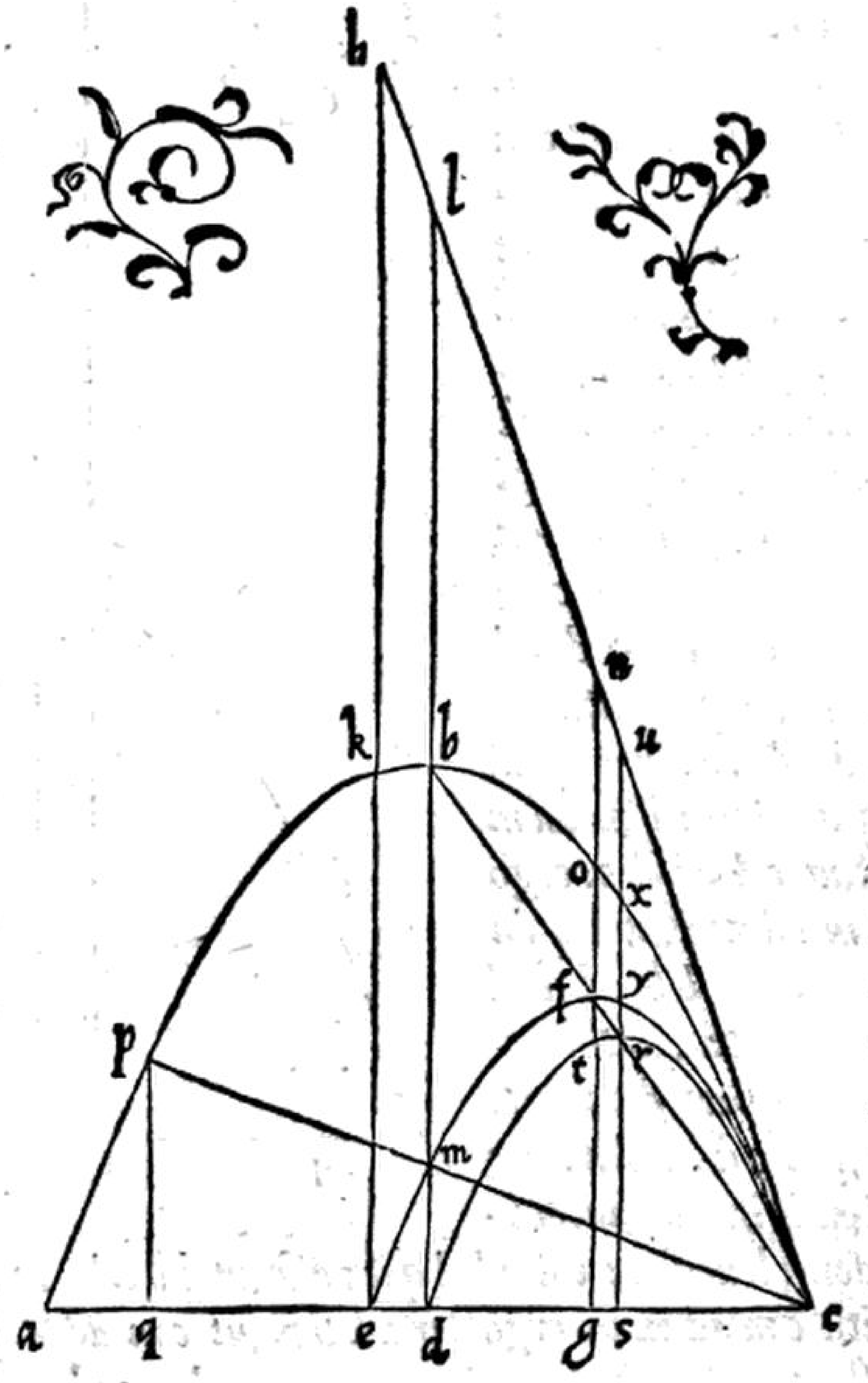
sectione e f c diuiditur: pars uero lineæ c a, quæ est inter duas sectiones proportione respondebit parti lineæ ductæ, quæ itidem inter easdem sectiones interiicitur; hoc est ut in proposita figura, si producatur d b usque ad c h in l, ut sectioni e f c in puncto m occurrat; lineam l b ad b m eãdem proportionem habere, quàm c e ad e a.

Producatur enim q f ad eandem lineã c h in n, secãs a b c sectionem in o: & iuncta b c, quæ transibit per f, ut ostensum est, erunt triangula c g f, c d b similia: itemq; similia inter se, c f n, c b l. quare ut g f ad d b, ita erit c f ad c b: & ut c f ad c b, ita f n ad b l. ergo g f ad d b, ut f n ad b l: & permutando g f ad f n, ut d b ad b l. est autem d b æqualis ipsi b l ex trigesimaquinta primi libri conicorum. ergo & g f ipsi p i æqualis erit: & ex trigesimatertia eiusdem linea c h sectionem e f c in eodem pun-

4. sexti:

11. quinti

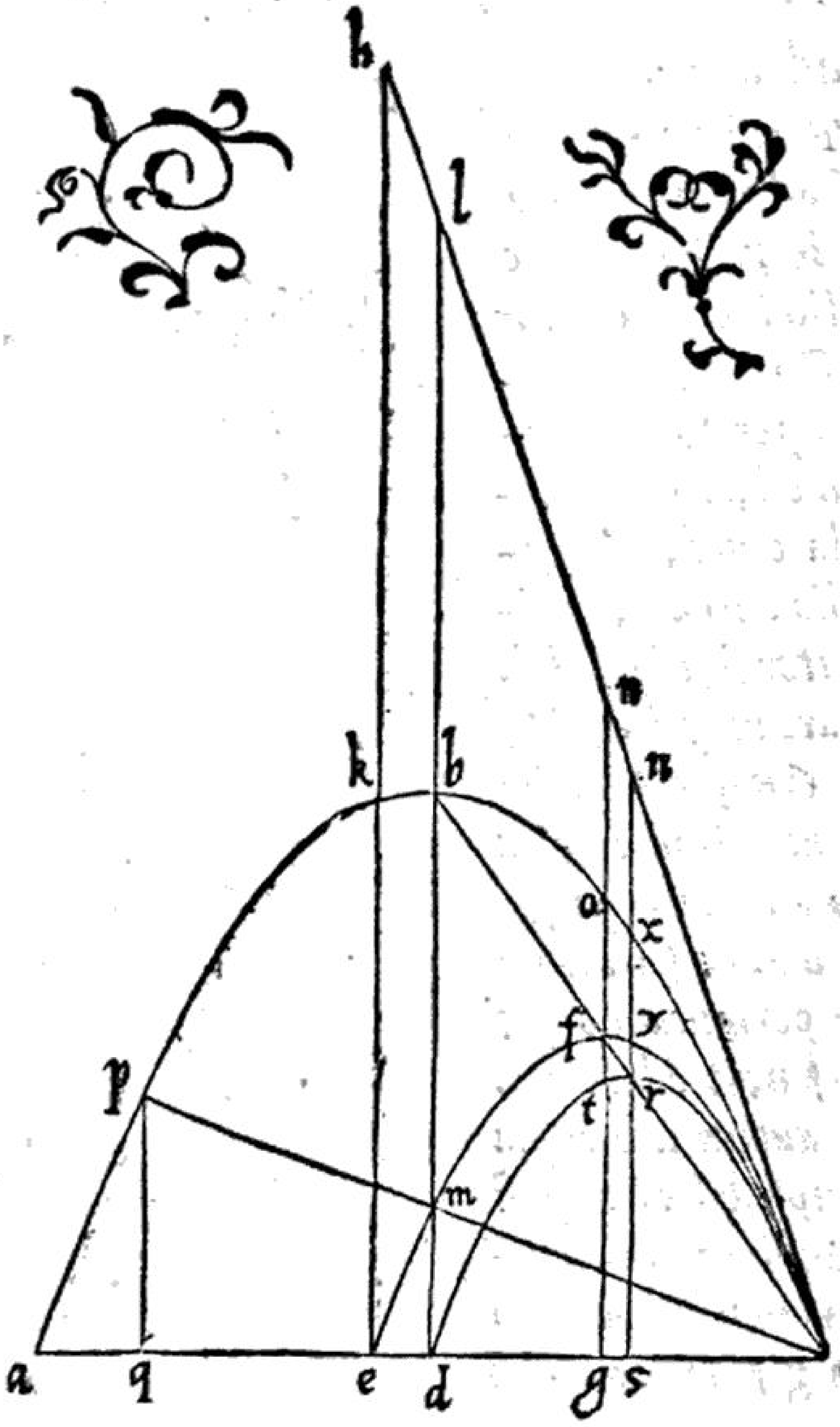
14. quinti



cto continget. Itaque iuncta c m producatur ad sectionem a b c in p: & à p ad a c ducatur p q, quæ ipsi b d æquidistet. quoniam igitur linea c h contingit sectionem e f c in c puncto; habebit l m ad m d proportionem eandem, quam c d ad d e, ex quinta propositione Archimedis in libro de quadratura parabolæ. & propter triã gulorum c m d, c p q similitudinem, ut c m ad c d, ita erit c p ad c q: permutandóq; ut c m ad c p, ita c d ad c q. ut autem c m ad c p, sic c e ad c a: quod proxime demõstrauimus. quare ut c e ad c a, sic c d ad c q: hoc est ut totum ad totum, sic pars ad partem, reliquum igitur d e ad reliquum q a est ut c e ad c a; uidelicet ut c d ad c q: & permutando c d ad d e, ut c q ad q a. ẽstq; l m ad m d, ut c d ad d e. ergo l m ad m d, ut c q ad q a. sed l b ad b d ex quinta Archimedis, quam diximus; est ut c d ad d a. constat igitur ex antece-

2. sexti. denti lemmate c d ad d q ita esse, ut l b ad b m. ut autem c d ad d q, ita c m ad m p. ergo l b ad b m, ut c m ad m p. Quòd cum demonstratum fuerit, c m ad m p, ut c e ad e a: habebit l b ad b m eandẽ

propor



proportionem, quam c e ad e a. similiter demonstrabitur eandem habere n o ad o f: & reliquas eiusmodi. at uero b K ad K e eam habere proportionem, quam habet c e ad e a, ex eadem quinta Archimedis perspicue apparet. atque illud est, quod demonstrandum proposuimus.

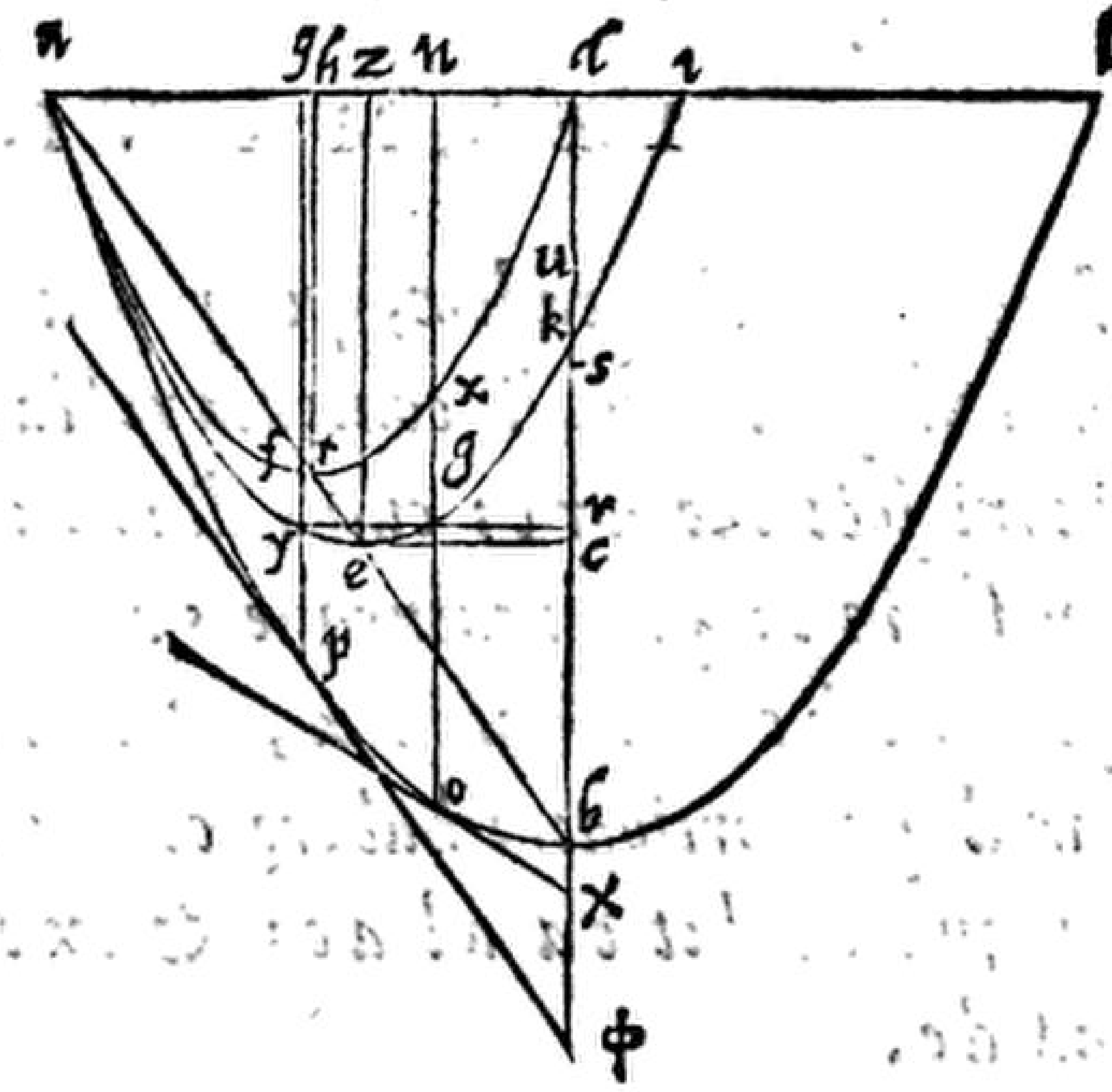
LEMMA VI.

Itaque maneant eadem, quae supra: & itidem describatur alia portio similis contenta recta linea & rectanguli coni sectione d r c; cuius diameter r s, ut secet lineam f g in t: producaturque s r ad lineam c b in u; cui sectio a b c occurrat in x, & e f c in y. Dico b m ad m d proportionem habere compositam ex proportione, quam habet e a ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e.

SIMILITER enim ut supra, demonstrabimus lineam c b contingere sectionē d r c in c puncto: & l m ad m d, itēmq; n f ad f t; & u y ad y r ita esse, ut c d ad d e. Quoniam igitur l b ad b m est, ut c e ad e a; erit componendo, conuertendôq; b m ad l m, ut e a ad a c: & ut l m ad m d, ita c d ad d e. proportio autem b m ad m d composita est ex proportione, quam habet b m ad l m, & ex proportione, quam l m habet ad m d. ergo proportio b m ad m d etiam composita erit ex proportione, quam habet e a, ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e. Eadem ratione demonstrabitur o f ad f t; itēmq; x y ad y r proportionem habere ex eisdem proportionibus compositam: & ita in alijs. quod demonstrare oportebat.

Ex quibus apparet lineas sic ductas, quae inter sectiones a b c, d r c interiiciuntur à sectione e f c in eandem proportionem diuidi.

N Etenim c b ad b d est ut sex ad quindecim.] *Posuimus enim b* K *duplam esse ipsius* K *d. quare componendo b d ad k d erit, ut tria ad unum; hoc est ut quindecim ad quinque. sed b d ad* K *c erat ut quīdecim ad quatuor. ergo b d ad d c, ut quindecim ad nouem: & per conuersionem rationis, conuertendóq; c b ad b d, ut sex ad quīdecim.*



O Et ut c b ad b d, ita e b ad b a, & d z ad d a.] *Nam cum triangula c b e, d b a sint similia, erit ut c b ad b e, ita d b, ad b a & permutando, ut c b ad b d; ita e b ad b a. Rursus ut b c ad c e, ita b d ad d a: permutandóq; ut c b ad b d, ita c e, hoc est d z ei æqualis ad d a.*

P Harum autem d z d a duplæ sunt ipsæ l i, l a.] *Lineam quidem l a duplam esse ipsius d a, cum b d sit portionis diameter, manifeste constat. At uero l i ipsius d z dupla hoc pacto demonstrabitur. Quoniam enim z d ad d a est, ut duo ad quinque; erit cõuertendo, diuidendóq; a z, hoc est i z ad z d, ut tria ad duo: & rursus diuidendo i d ad d z, ut unum ad duo. erat autem z d ad d a, hoc est ad d l, ut duo ad quinque. ergo ex æquali, conuertendóq; l d ad d i, ut quinque ad unum: & per conuersionem rationis d l ad l i, ut quinque ad quatuor. sed d z ad d l erat, ut duo ad quinque. ergo rursus ex æquali d z ad l i, ut duo ad quatuor. dupla est igitur l i ipsius d z. quod demonstrandum fuerat.*

Q Et a d ad d i eam proportionem habet, quã quinque ad ad unum.] *Hoc nos proxime demonstrauimus.*

Demonstratum est enim superius portionem cuius axis R
est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat &c.] *Illud uero demonstrauit in quarta propositione huius libri.*

I I.

Si portio ad humidum in grauitate minorem A
quidem proportionem habeat, quàm quadratum f b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum, adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet; ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat; & axis cum humidi superficie angulum faciat maiorem angulo χ.

I I I.

Si portio ad humidum in grauitate, eam habeat proportionem, quam quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet, & manebit ita, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum superficie humidi angulũ faciat angulo χ æqualẽ. Quòd si portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum p f ad quadratum b d; in humidum demiſſa, & poſita inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet inclinata, ita ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: & axis cũ ea faciat angulum angulo φ æqualem.

IIII.

B Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum; in humidum demiſſa, & inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum conſiſtet, & manebit ita, ut baſis in humidum magis demergatur.

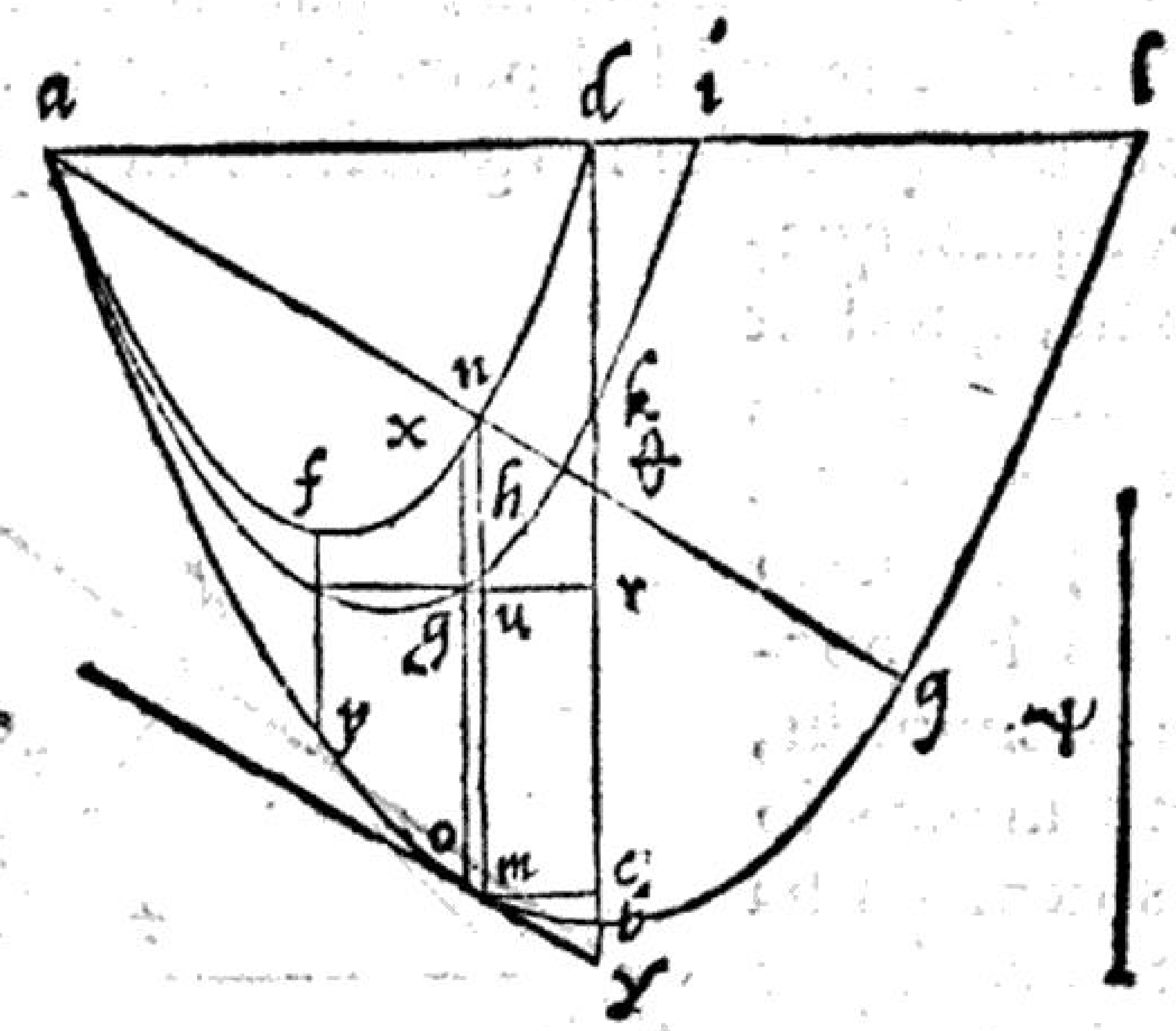
V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: demiſſa in humidum, & poſita inclinata adeo ut baſis ipſius non contingat humidum: conſiſtet inclinata, ita ut axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo φ: & baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonſtrabuntur.

DEMON

DEMONSTRATIO SECVNDAE PARTIS.

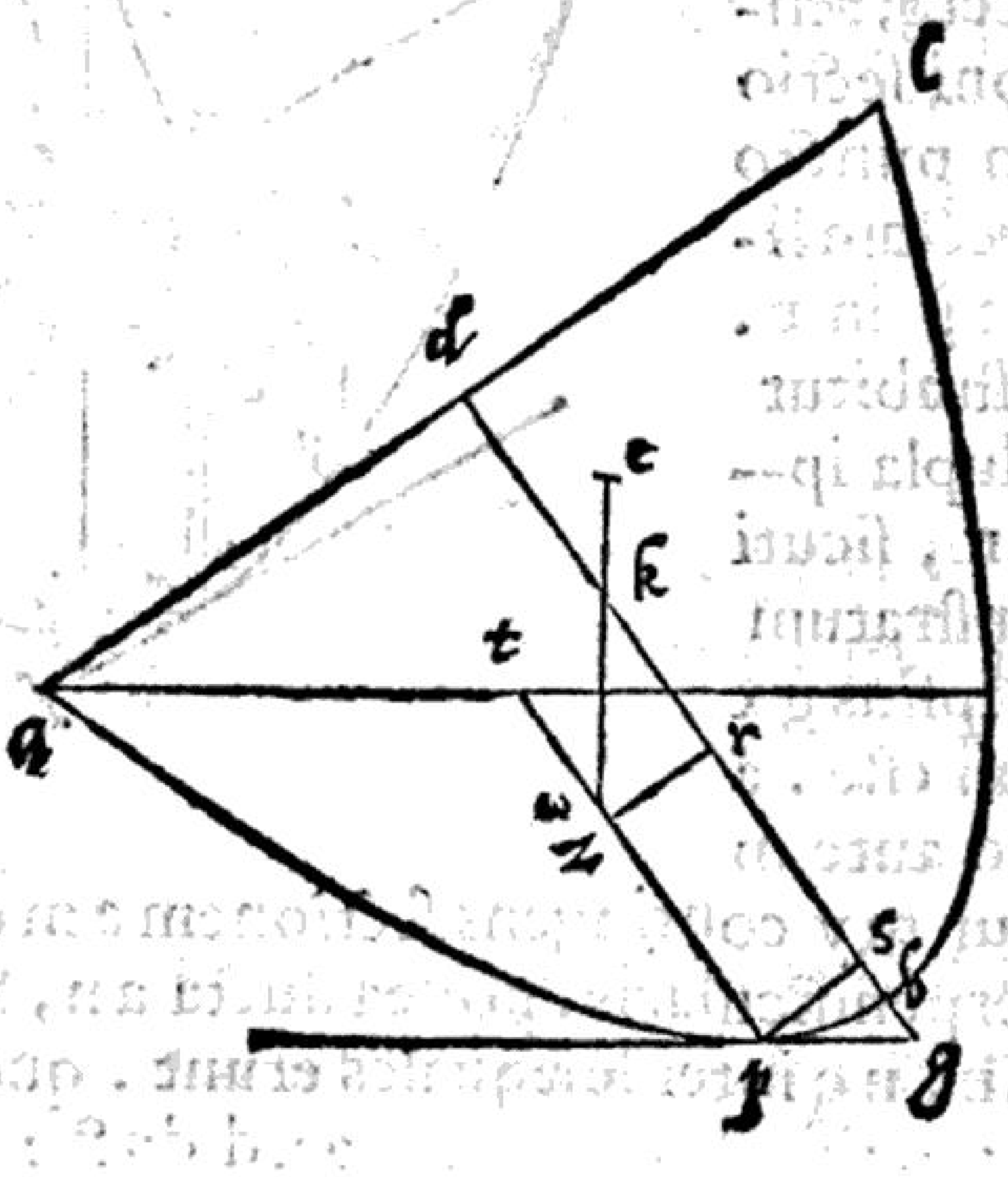
ITAQVE primum habeat portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm qua dratum x o ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum, quod fit ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eã habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm exces- C
sus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. aptetur quædam recta linea m n conicis sectionibus a m q l, a x d interiecta, ac media, quæ lineæ ψ sit æqualis; secetq; reliquã coni sectionem in puncto h; & rectam lineam r g in u. demõstrabitur m h dupla ipsius h n, sicuti demonstratum est o g ipsius g x duplam esse. à puncto autẽ m D



ducatur m y contingens sectionem a m q l in m: & m c ad b d perpendicularis. postea ducta a n, & producta ad q lineæ a n, n q inter se æquales erunt. quoniã enim in simi- E
libus portionibus a m q l, a x d ductæ sunt à basibus ad portiones lineæ a q, a n, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d. æqualis est ergo a n ipsi n q; & a q F

K

G ipsi m y æquidistans. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, inclinatamq; adeo, ut basis ipsius nõ contingat humidum, inclinatam consistere ita, ut basis superficiem humidi nullo modo contingat: & axis cum ea faciat angulum angulo χ maiorem. Demittatur enim in humidum, consistatq; ita, ut basis ipsius in uno puncto cõtingat humidi superficiem: & secta ipsa portione per axem, plano ad humidi superficiem recto; superficiei quidẽ portionis sectio sit a p o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit a o: axis autem portionis, & sectionis dia-
H meter b d: & secetur b d in punctis k r, ut dictum est: ducatur etiam p g æquidistans ipsi a o, quæ sectionem a p o l contingat in p: atque ab eo puncto ducatur p t æquidistãs ipsi b d; & p s ad b d perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratũ, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: quã uero proportionem habet portio ad humidũ, eandem pars ipsius demersa habet ad totã portionẽ: & quam pars demersa ad totam, eandem habet quadratum t p ad b d quadratum: erit linea ψ æqualis ipsi t p. quare & lineæ m n, p t; itemq; portiones a m q,



K a p o inter se sunt æquales. Quòd cum in portionibus

æqua

æqualibus, & ſimilibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ductæ ſint a o, a q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b, & b c, b s inter ſe æquales erunt. quare & ipſæ c r, s r: & m u, p z: & u n, z t. Quoniam igitur m u minor eſt, quàm dupla u n; conſtat p z ipſius z t minorem eſſe, quàm duplam. Sit p ω dupla ipſius ω t: & iuncta ω k ad e producatur. ergo totius quidem portionis centrum grauitatis erit puntum k; partis eius, quæ in humido eſt, centrum ω; eius uero, quæ extra humidum in linea k e, quod ſit e. Sed linea k z perpendicularis erit ad ſuperficiem humidi. quare & lineæ quæ per puncta e, ω, æquidiſtantes ipſi k z ducuntur. non ergo manebit portio, ſed reuoluetur ita, ut baſis ipſius ſuperficiem humidi nullo modo contingat: quoniã nunc in uno puncto contingens, ſurſum fertur ex parte a. perſpicuum eſt igitur portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ. L M N

COMMENTARIVS.

Si portio ad humidum in grauitate minorẽ proportionem habeat; quàm quadratum s b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum.] *Hæc eſt ſecunda pars propoſitionis, quam aliæ deinceps, poſtea ipſarum demonſtrationes eodem ordine ſequuntur.* A

SI portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionẽ habeat, quàm quadratũ f p ad quadratũ b d.] *Hãc quartã partẽ nos reſtituimus, quæ ĩ trãſlatione deſiderabatur.* B

Erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm exceſſus, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem,] *Sequitur illud ex decima quinti libri elementorum.* C

Demonſtrabitur m h dupla ipſius h n, ſicuti demonſtratũ eſt o g ipſius g x duplam eſſe.] *Vt in prima parte huius, & ex ijs, quæ nos proxime in ipſam conſcripſimus.* D

Quoniam enim in ſimilibus portionibus a p o l, a x d, E ductæ sunt à basibus ad portiones lineæ a n, a q, quæ angulos æquales continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d.] *Hoc nos supra demonstrauimus.*

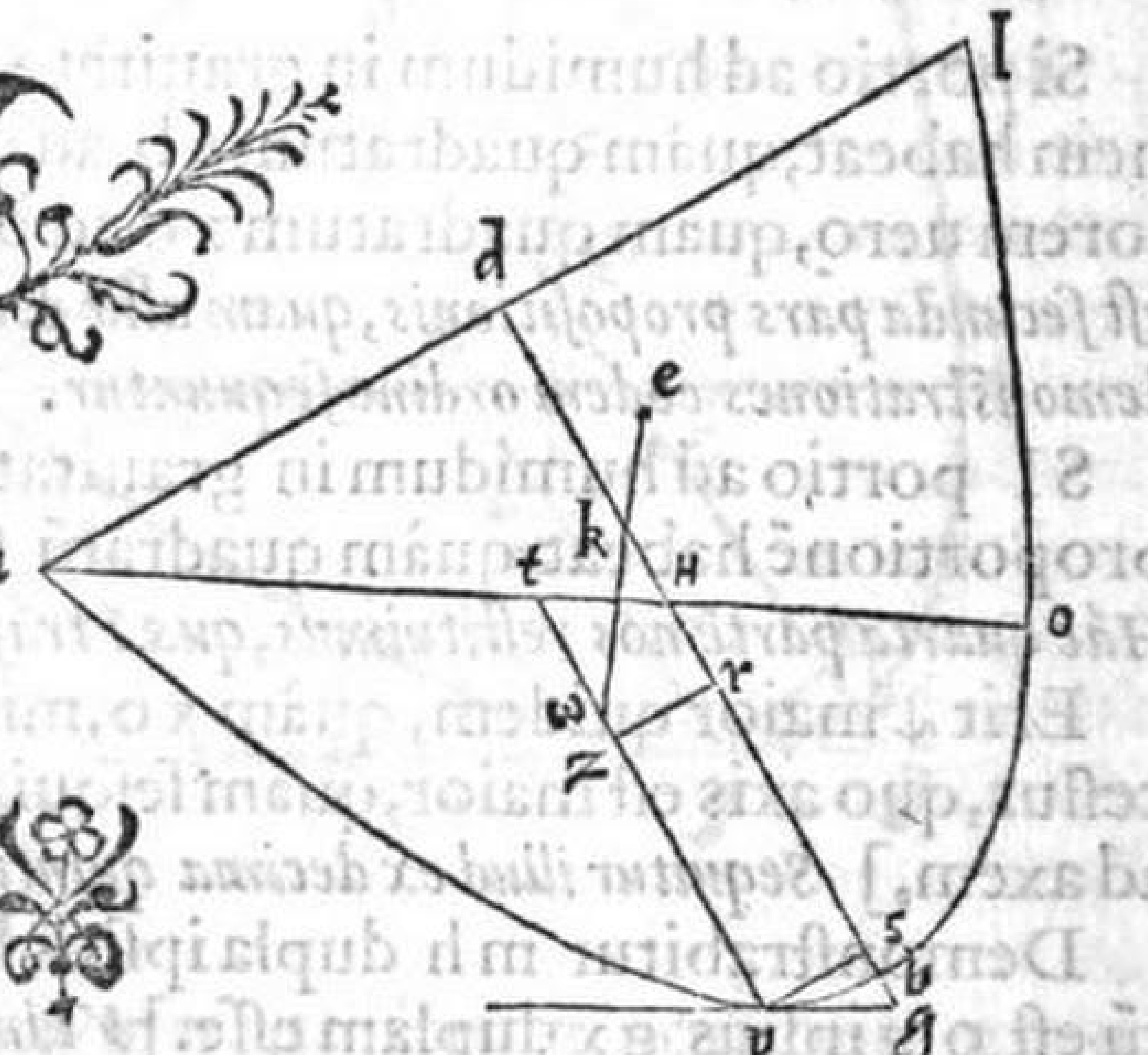
F Aequalis est ergo a n ipsi n q.] *Cum enim q a ad a n sit, ut l a ad a d; diuidendo, conuertendoq; erit a n ad n q, ut a d ad d l. est autem a d æqualis ipsi d l, quoniam d b ponitur diameter*

14. quinti *portionis. ergo & a n ipsi n q est æqualis.*

G Et a q ipsi m y æquidistans.] *Ex quinta secundi libri conicorum Apollonij.*

H Et secetur b d in punctis κ r, ut dictum est.] *In prima parte huius propositionis. secetur autem in K ita, ut b k sit dupla ipsius k d; & in r, ut K r sit æqualis ei, quæ usque ad axem.*

K Quòd cũ in portionibus æqualibus, & similibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ductæ sint a o, a q, ita ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales: & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b inter se æquales erũt.] *Secet linea a q diametrum d b in θ, & a o secet in ν. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ducũtur a o, a q, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus: & anguli ad d utrique sunt recti: erũt & reliqui a ν d, a θ d inter se æquales. linea autem p g æquidistat lineæ a o: itemq; m y ipsi a q: & p s, m c ipsis a d. triãgula igitur p g s, m y c triãgulis a ν d a θ d, atque inter se*



4. sexti *sunt similia: & ut a d ad a ν, ita a d ad a θ: & permutando. li-*

nea

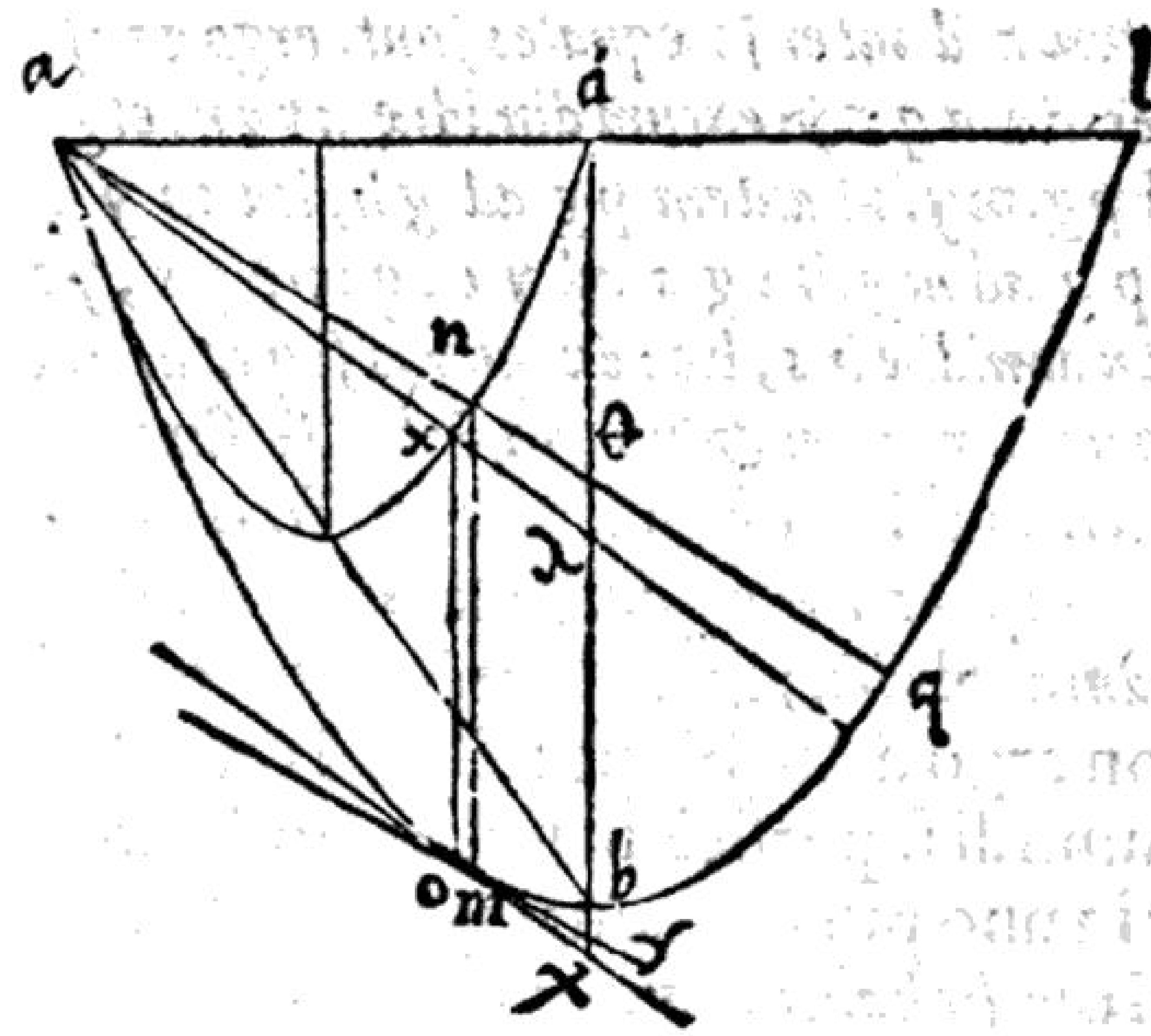
neæ autem a d inter se æquales sunt. ergo & ipsæ a κ, a θ. Sed sunt æquales a o, a q: & earum dimidiæ a t a n. ergo & reliquæ t κ, n θ; hoc est p g, m y. ut autem p g ad g h, ita m y ad y c; & permutando, ut p g ad m y, ita g s ad y c. quare g s, y c æquales sunt: & ipsarum dimidiæ h s, h c: ex quibus sequitur ut & reliquæ s r, c r: & idcirco p z, m u & u n, z t inter se sunt æquales. 34. primi

Quoniam igitur m u minor est, quàm dupla u n.] *Est enim m h ipsius h n dupla, & m u minor ipsa m h. ergo m u minor est, quàm dupla h n; & multo minor, quàm dupla ipsius u n.* L

Non ergo manebit portio, sed reuoluetur, ita ut basis ipsius humidi superficiem nullo modo contingat. quoniam nunc in uno puncto contingens sursum fertur ex parte a.] *Translatio sic habet. non ergo manet portio sed inclinabitur, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tacta ipsa reclinatur. Quæ nos ex alijs Archimedis locis, & perspicuitatis caussa in eum modum corrigenda duximus. In sexta enim propositione huius ita scribit, ut habetur in translatione. reuoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nó tanget superficiem humidi secundum unum signum. Rursus in septima propositione. manifestum igitur, quòd reuoluetur solidum ita ut basis ipsius nec secundum unum signum contingat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tangens deorsum fertur ex parte l. At uero portionem sursum ferri ex parte a manifeste constat. nam cum perpendicularis ad superficiem humidi, quæ transit per ω ad partes a cadat, & quæ per e ad partes l, necesse est ut centrum ω sursum, e uero deorsum feratur.* M

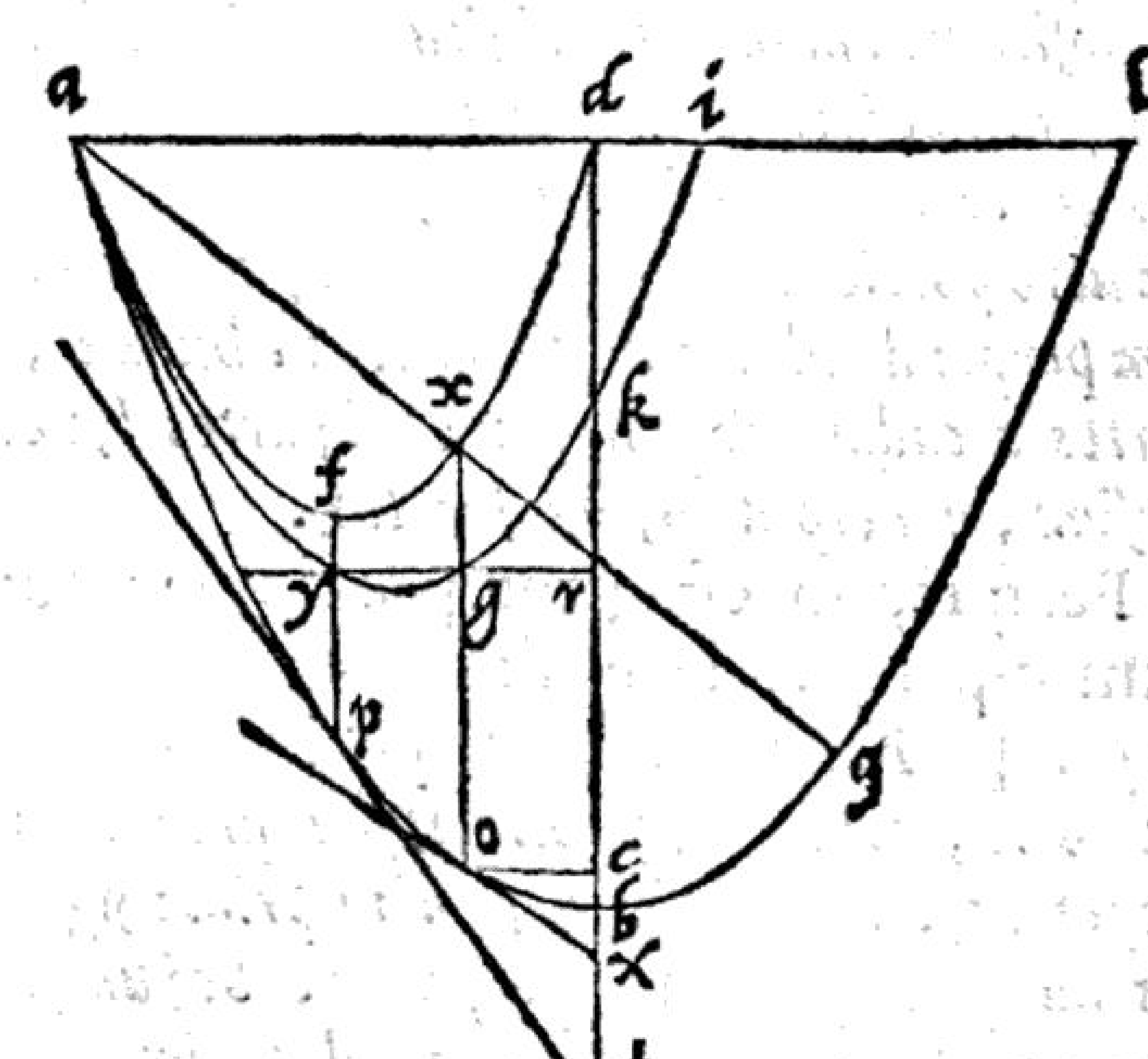
Perspicuum est igitur portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.] *Iuncta enim a x producatur, ut diametrum b d secet in λ, & ab o puncto ipsi æquidistans ducatur o χ. continget ea sectionem in o, ut in prima figura: atque erit angulus ad χ angulo ad λ æqualis. Sed angulus ad y æqualis est angulo ad θ: & angulus a θ d maior angulo a λ d; quod extra ipsum cadat. ergó angulus ad y eo, qui ad χ maior erit.* N 29. primi 16. primi

Quoniam igitur portio conuertitur, ita ut basis humidum non contingat, axis cum superficie eius faciet angulum maiorem angulo g; hoc est angulo y: & propterea multo maiorem angulo χ.



DEMONSTRATIO TERTIAE PARTIS.

HABEAT deinde portio ad humidum eam in grauitate proportionem, quam quadratũ x o habet ad quadratum b d: & in humidum demittatur adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum. Secta aũt ipsa per axem plano ad humidi superficiem recto, solidi sectio sit rectanguli coni sectio a p m l: superficiei humidi sectio sit i m: axis portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d sicuti prius. & ducatur p n quidem

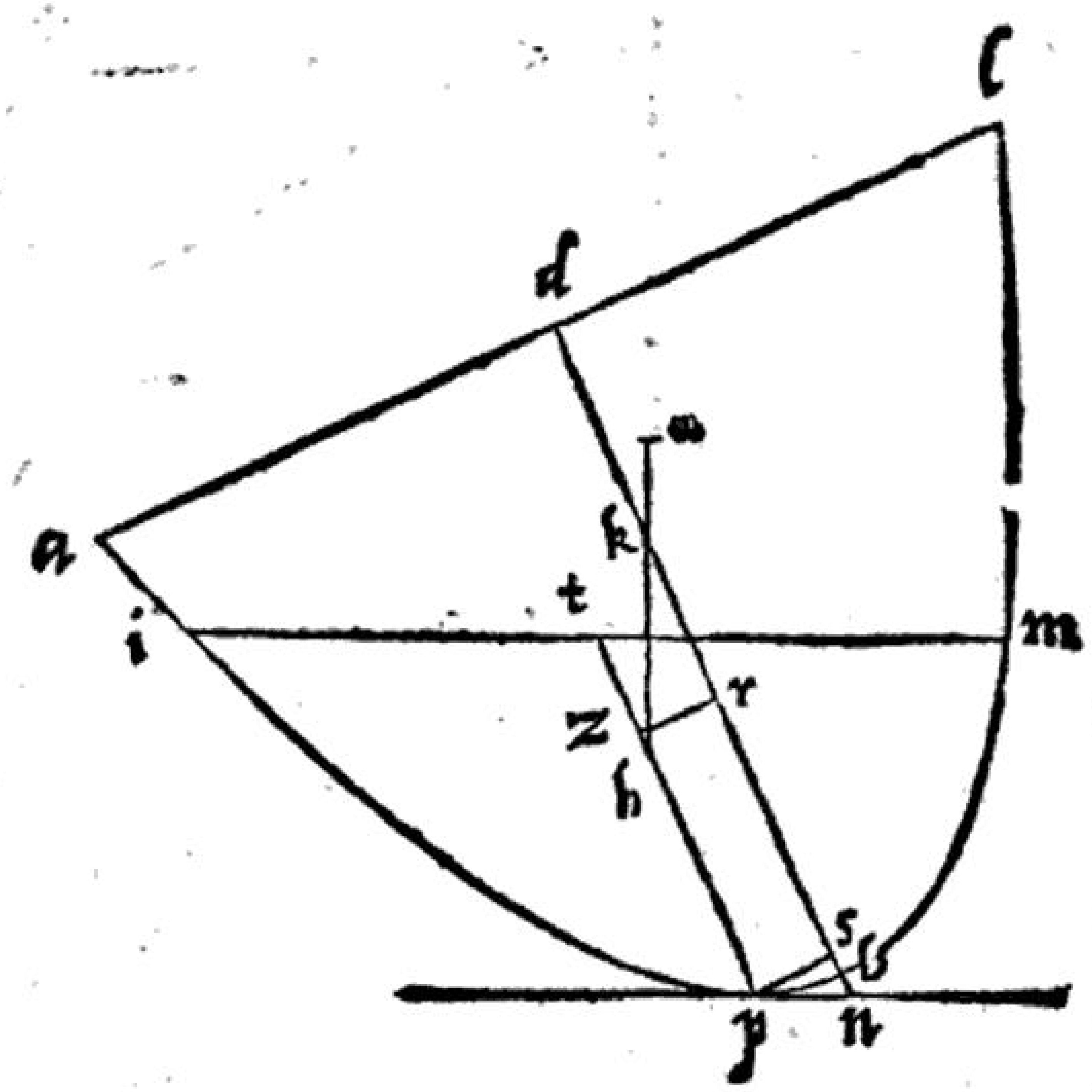


ipsi

ipſi i m æquidiſtãs, & contingens ſectionem in p; p t uero æquidiſtans b d, & p s ad ipſam b d perpendicularis. Demõſtrandũ eſt, portionẽ non cõſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi cõtingat. Maneãt enim eadem, quæ in ſuperiori figura: ducaturq; o c ad b d perpendicularis: & iuncta a x ad q producatur. erit a x æqualis ipſi x q. deĩde ducatur o χ ipſi a q æquidiſtãs. Quoniã igitur portio ad humidũ eã in grauitate proportionẽ habere ponitur, quam quadratum x o ad quadratum b d: & eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d: æqualis utique erit t p ipſi x o: cumq; portionum i p m, a o q diametri ſint æquales, & portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus B

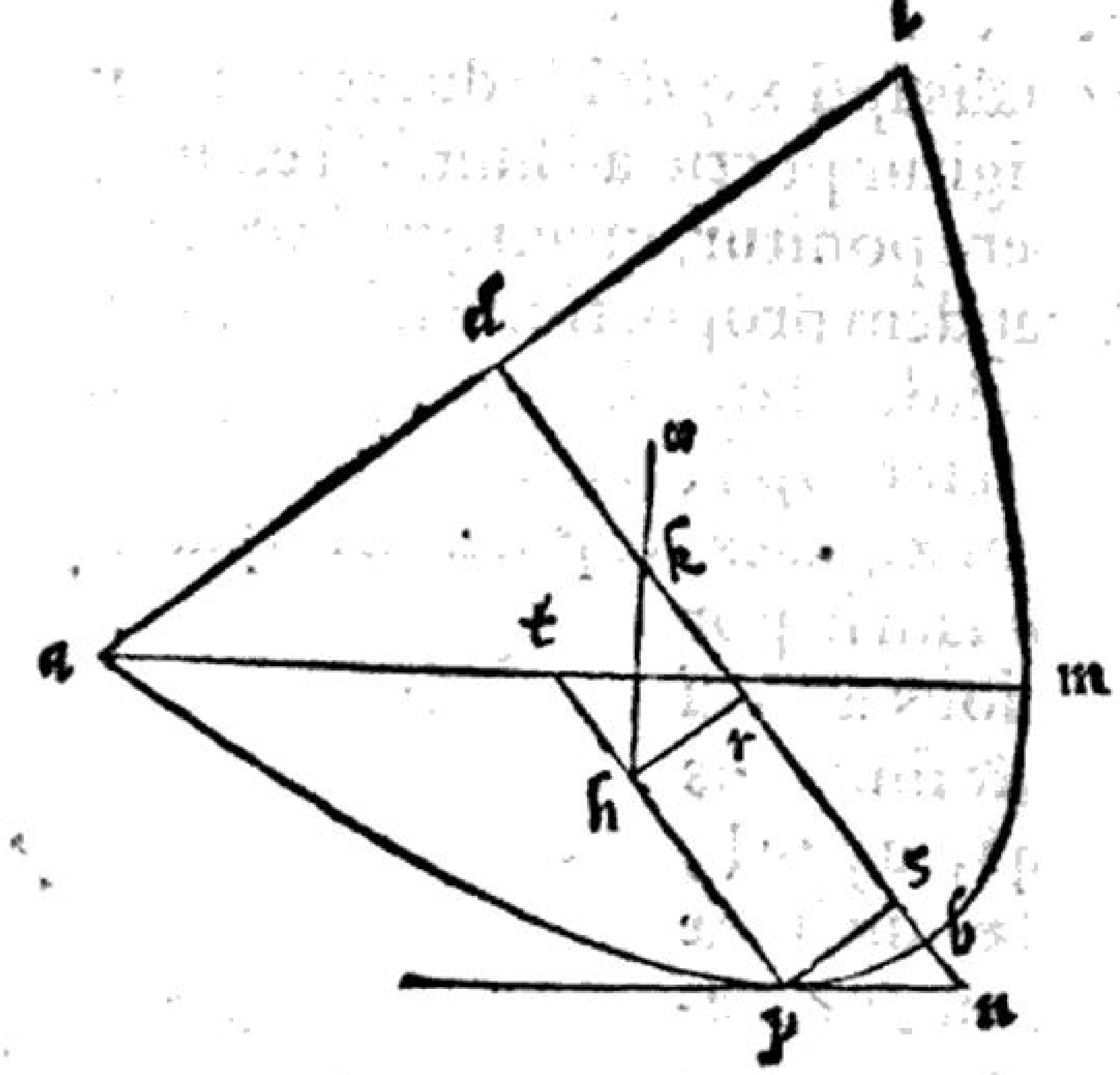
C

quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l, ductæ ſunt lineæ a q, i m, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: cõſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutũ



cum diametro totius portionis. & quoniam angulus, qui D ad χ minor eſt angulo, qui ad n; maior erit b c, quàm b s: c r autem, quàm ſ r minor. quare & o g minor, quàm p z: & g x maior, quàm z t. ergo p z maior eſt, quàm dupla z t;

quia o g ipſius g x eſt dupla. Sit p h dupla h t: & iuncta h k ad ω producatur. erit totius quidem portionis centrum grauitatis k; partis eius, quæ intra humidum h; eius uero, quæ extra humidum in linea k ω, quod ſit ω. Itaque demonſtrabitur ſimiliter & k z ad humidi ſuperficiem perpẽdicularis, & quæ per puncta h ω æquidiſtantes ipſi k z ducuntur. quare nõ manebit portio, ſed inclinabitur, donec baſis ipſius in uno pũcto contingat ſuperficiem humidi: atque ita conſiſtet. nam in portionibus æqualibus a o q l, a p m l, ductæ erunt ab extremitatibus baſium a q, a m, quæ æquales portiones abſcindunt: etenim a o q



E ipſi a p m, ut in ſuperioribus æqualis demonſtrabitur. ergo æquales faciunt acutos angulos a q, a m cum diametris baſium: quòd anguli ad χ & n æquales ſint. quare ſi ducta h k ad ω producatur, erit totius portionis grauitatis centrum k; partis eius, quæ in humido h; at eius, quæ extra humidum in linea h κ; quod ſit ω: & h k ad humidi ſuperficiem perpendicularis. per eaſdem igitur rectas lineas; quod quidem in humido eſt, ſurſum, & quod extra humidum deorſum feretur. quare manebit portio, cuius baſis humidi ſuperficiem in uno puncto continget: & axis cum

F ipſa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonſtrabitur

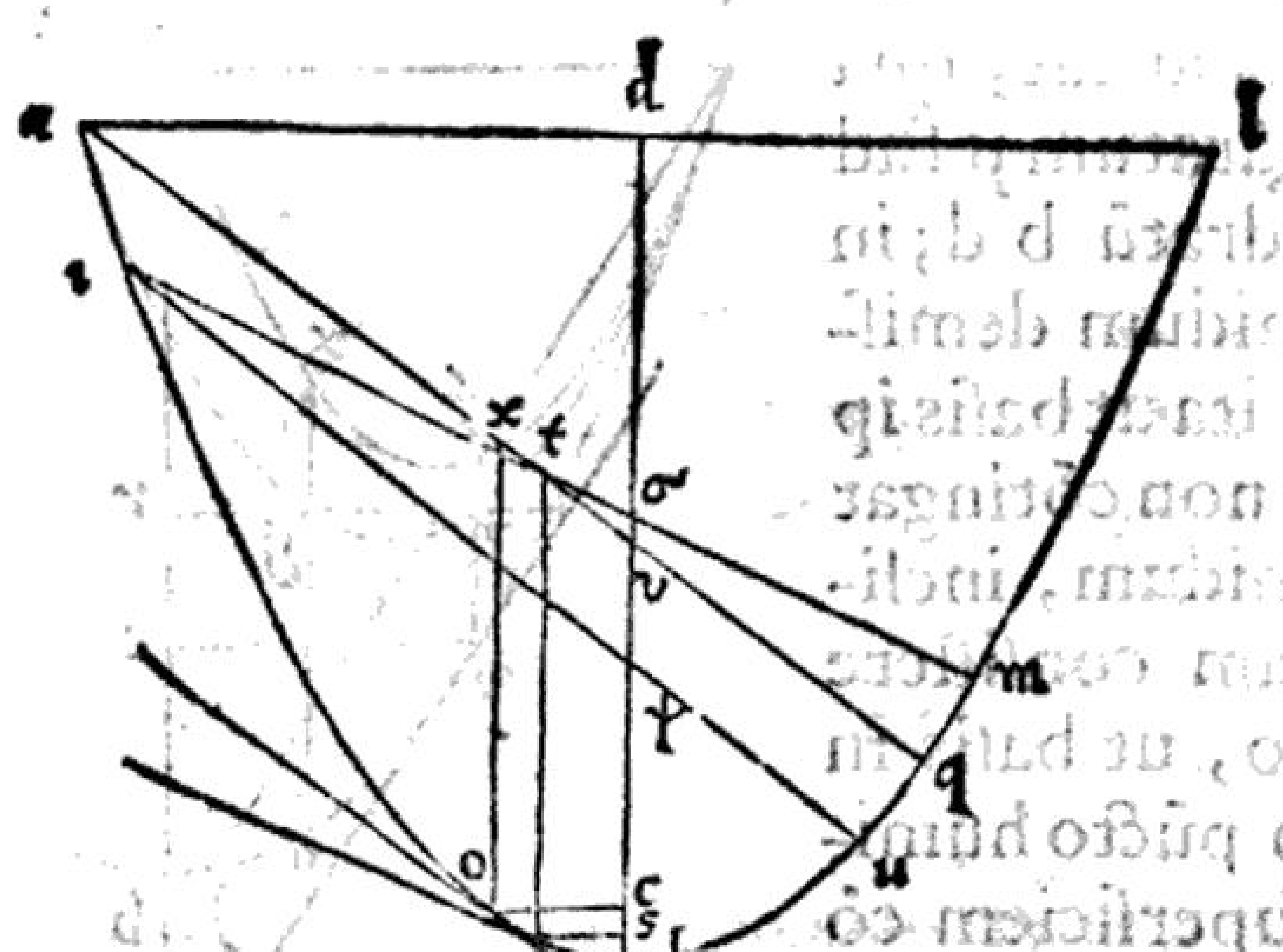
strabitur portionem, quæ ad humidum in grauitate eandẽ proportionem habeat, quàm quadratum p f ad quadratũ b d in humidum demissam; ita ut basis ipsius nõ cõtingat humidum, inclinatam consistere adeo, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat. & axis cum ipsa faciat angulum angulo φ æqualem.

COMMENTARIVS.

Hoc est quadratum t p ad quadratum b d.] *Ex uigesima sexta libri Archimedis de conoidibus, & sphæroidibus. ergo ex nona quinti erit quadratum t p æquale quadrato x o: & propterea linea t p lineæ x o æqualis.* A

Et portiones ipsæ æquales erunt.] *Ex uigesimaquinta eiusdem libri.* B

Rursus quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a o q l, a p m l.] *In portione enim a p m l describatur portio a o q æqualis portioni i p m, cadet punctum q infra m, alioqui totum parti esset æquale. Ducatur deinde i u æquidistans a q,* C

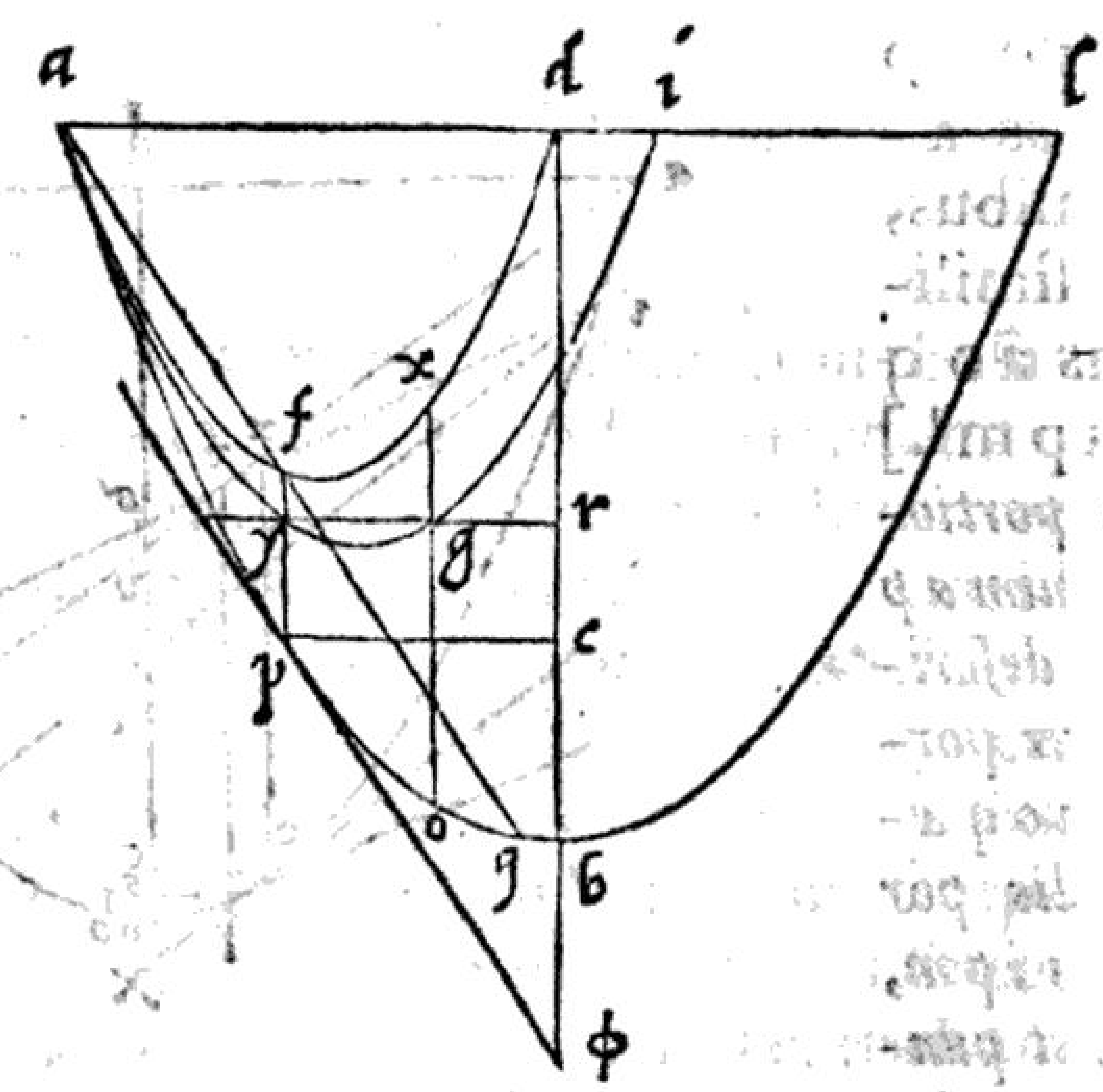


quæ diametrum secet in ↓; secet autem i m eandem in σ: & a q in υ. Dico angulum a υ d angulo i σ d minorẽ esse. angulus enim i ↓ d
29. primi *æqualis est angulo a υ d. sed angulus interior i ↓ d minor est exte-*
16. primi *riore i σ d. ergo & a υ d ipso i σ d minor erit.*

D 5. Et quoniam angulus, qui ad χ minor est angulo, qui ad n.] *Ducantur per o duæ lineæ, o c quidem ad diametrum b d perpendicularis: & o χ in puncto o sectionem contingens, quæ diame*
5. secũdi conicorũ *trum secet in χ. æquidistabit o χ ipsi a q: atque erit angulus ad*
29. primi. *χ æqualis ei, qui ad υ. ergo angulus ad χ angulo ad σ, uidelicet eo,*
35. primi conicorũ *qui ad n minor erit: & propterea χ infra n cadet. linea igitur χ b maior est, quàm n b. Sed cum b c sit æqualis χ b, & b s ipsi n b: erit b c ipsa b s maior.*

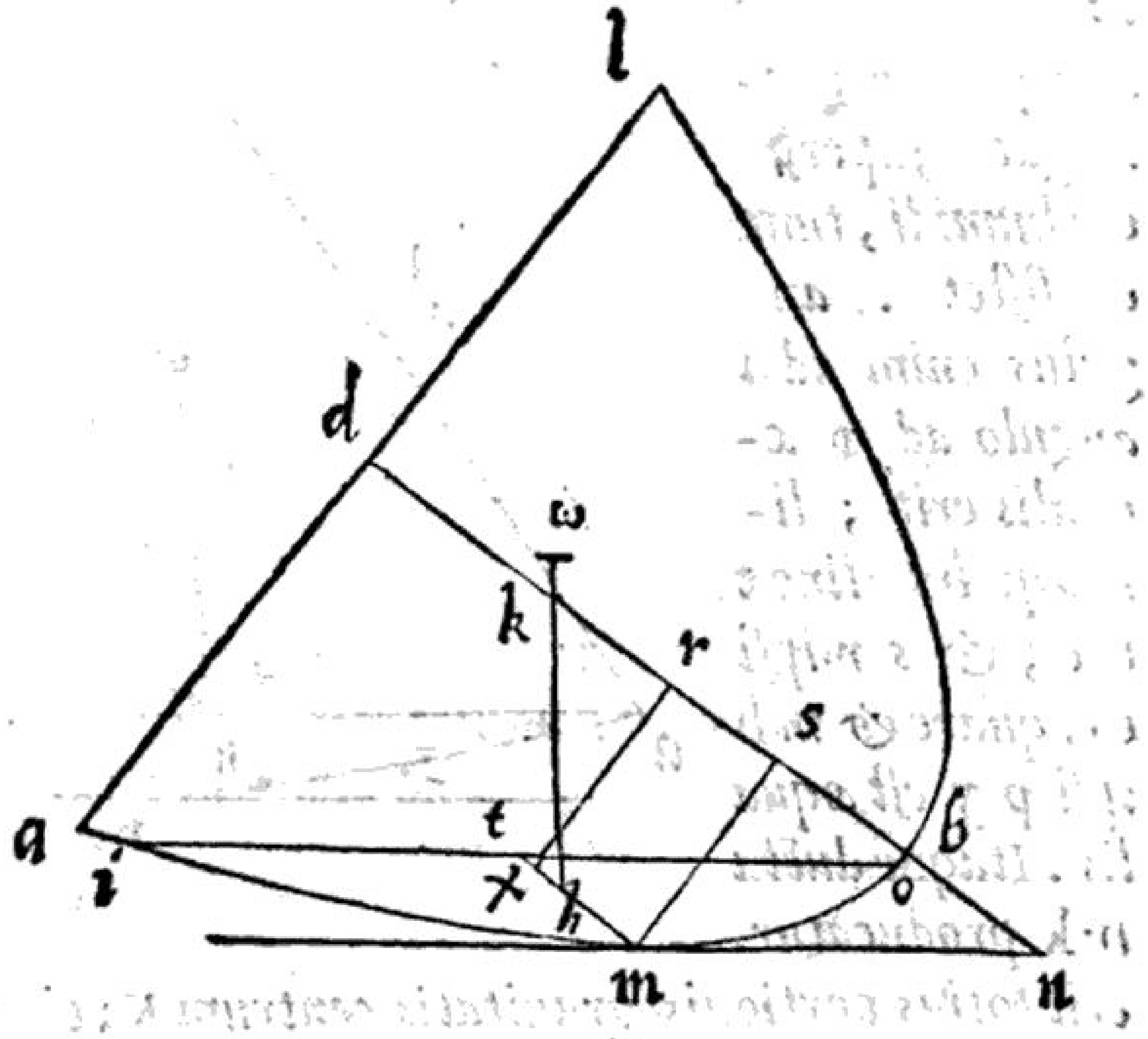
E Ergo æquales faciunt angulos a q, a m cum diametris portionum.] *Hoc demonstrabimus ut in commentarijs in secundam partem.*

F Similiter demonstrabitur, portionem, quæ ad humidũ in grauitate eandem proportionem habeat, quã quadratum p f ad quadratũ b d; in humidum demissam, ita ut basis ipsius non cõtingat humidum, inclinatam consistere adeo, ut basis in uno pũcto humidi superficiem cõtingat: & axis cũ ipsa faciat angulũ angulo φ æqualẽ]



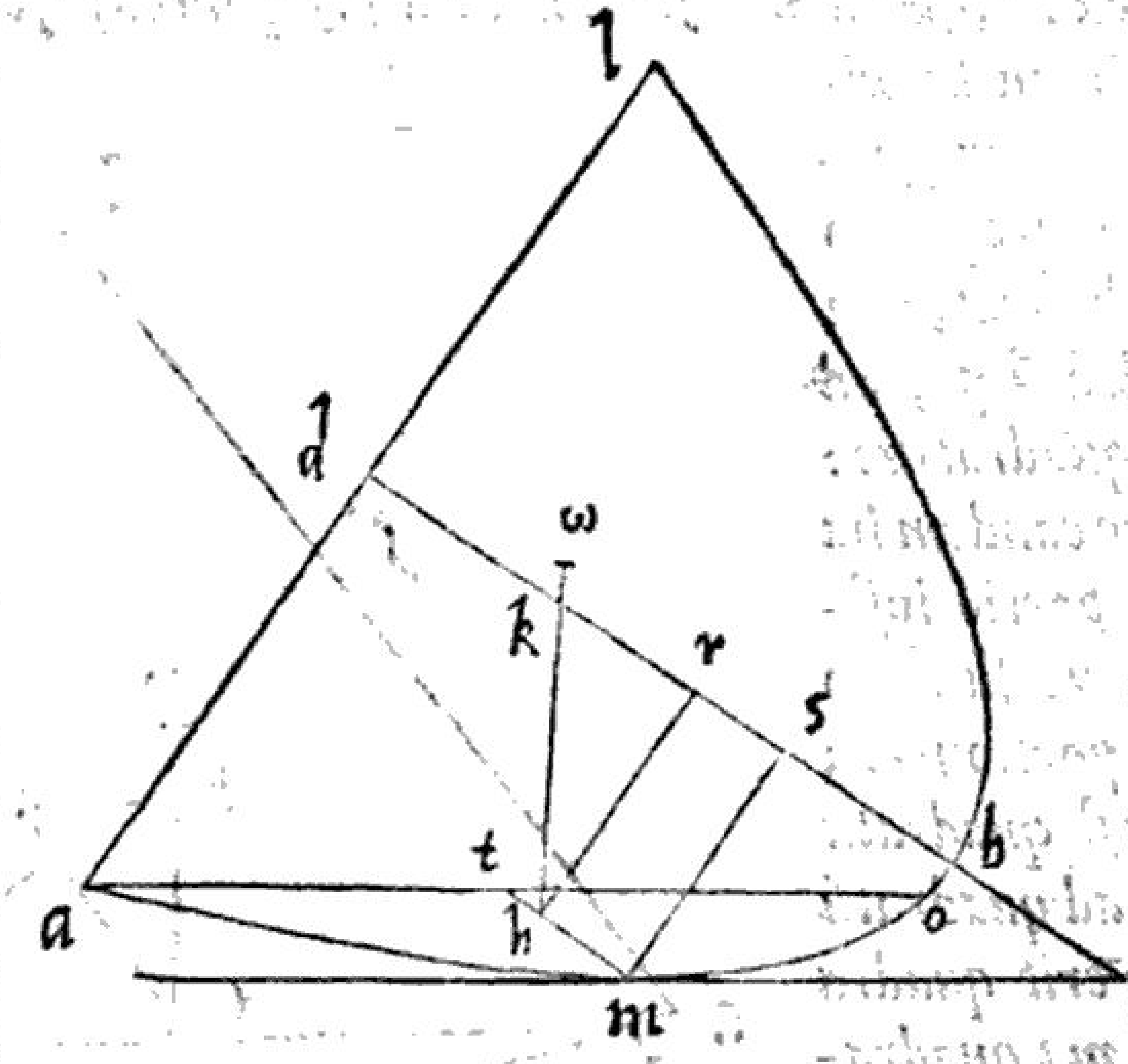
Habeat portio ad humidum in grauitate proportionem eam, quam p f quadratum ad quadratum b d: & demissa in humidum adeo inclinata,

clinata, ut basis humidum non contingat, secetur plano per axem, recto ad superficiem humidi, ut sectio sit a m o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit i o: axis portionis, & sectionis diameter b d; quæ in easdem, quas diximus, partes secetur: ducaturq; m n quidem ipsi i o æquidistans, ut in puncto m sectionem cótingat: m t uero æquidistans ipsi b d: & m s ad eandem perpendicularis. Demonstrandum est non manere portionem, sed inclinari ita, ut in uno puncto contingat superficiem humidi. ducatur enim p c ad ipsam b d perpendicularis: & iuncta a f usque ad sectionem producatur in q: & per p ducatur p φ ipsi a q æquidistans. erunt iam ex ijs, quæ demonstrauimus a f, f q inter se se æquales. & cum portio ad humidum eam in grauitate proportionem habeat, quá quadratú p f ad b d quadratum: atque eandem habeat portio ipsius demersa ad totam portionem; hoc est quadratú m t ad quadratú b d; erit quadratum m t quadrato p f æquale: & idcirco linea m t æqualis lineæ p f. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p q l, a m o l ductæ sunt lineæ a q, i o, quæ æquales portiones abscindunt; illa quidem ab extremitate basis; hæc uero non ab extremitate: sequitur ut a q, quæ ab extremitate ducitur, minorem acutum anguliú contineat cum diametro portionis, quàm ipsa i o. Sed linea p φ lineæ a q æquidistat, & m n ipsi i o. angulus igitur ad φ angulo ad n



9. quinti.

minor erit: linea uero b c maior, quàm b s: & s r; hoc est m χ maior, quàm c r, hoc est, quàm p y: & propterea χ t minor, quàm y f. quòd cum p y sit dupla y f, erit m χ maior, quàm dupla y f; & multo maior, quàm dupla χ t. fiat m h dupla ipsius h t: & copulata h k producatur. Iam grauitatis centrum totius portionis erit punctum κ: eius, quæ in humido est, h: at reliquæ partis, quæ extra humidum in linea h k producta; quod sit ω. eodem modo demonstrabitur, & lineam k h, & quæ per h ω puncta ipsi k h æquidistantes ducuntur, ad humidi superficiem perpendiculares esse. non igitur manebit portio, sed cum usque eò inclinata fuerit, ut in uno puncto contingat superficiẽ humidi, tunc consistet. angulus enim ad n angulo ad φ æqualis erit; lineáq; b s lineæ b c; & s r ipsi c r. quare & m h ipsi p y est æqualis. Itaque ducta h k producatur.

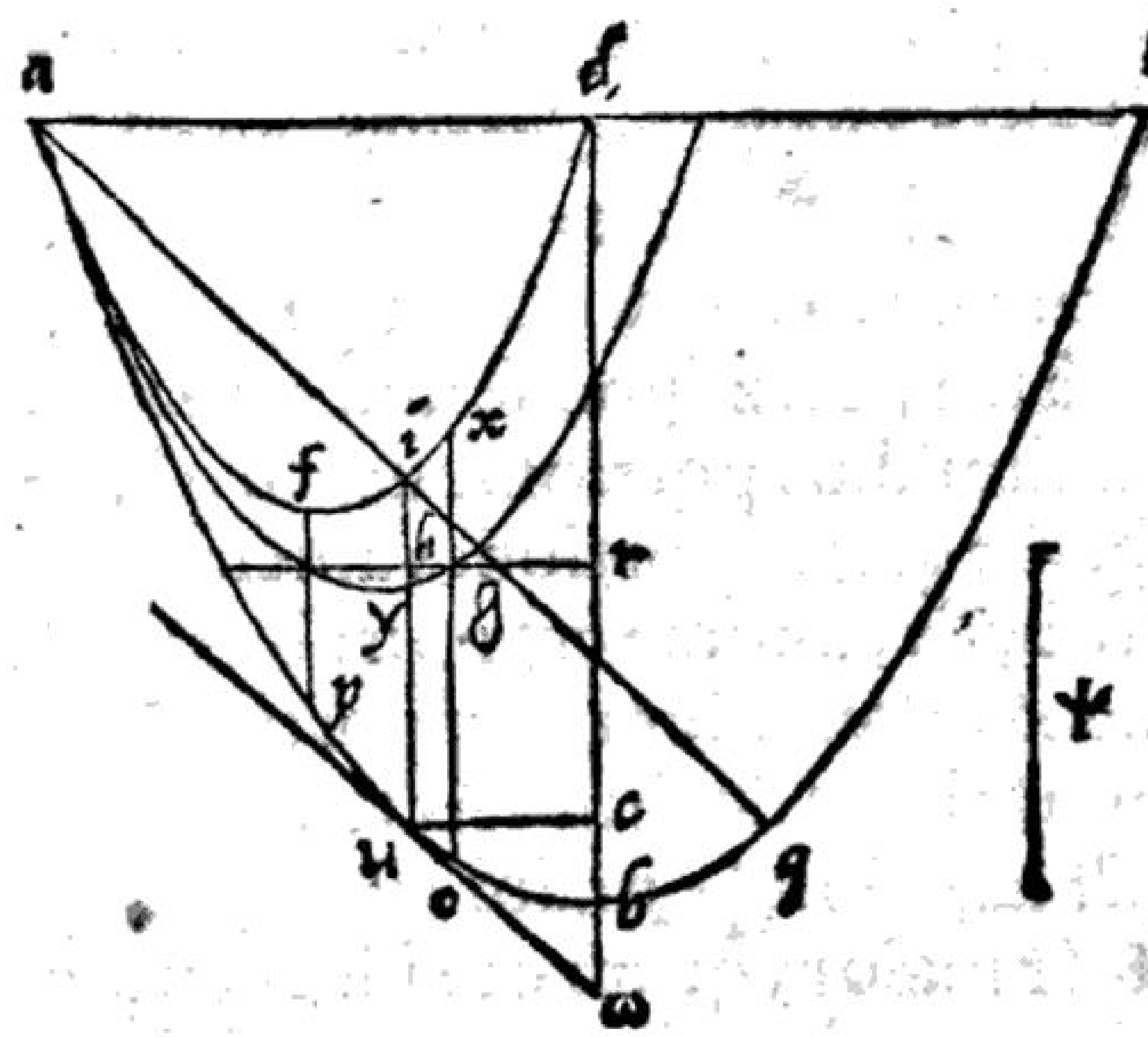


erit totius portionis grauitatis centrum K; eius, quæ in humido est h; & reliquæ partis centrum in linea producta; sit autem ω. per eandem igitur rectam lineam k h, quæ est ad humidi superficiem perpendicularis, id quod in humido est sursum; & quod extra humidum deorsum feretur. atque ob hãc caussam portio non amplius mouebitur; sed consistet, manebitq; ita, ut eius basis superficiem humidi in uno puncto contingat; & axis, cum ipsa angulum faciat æqualem angulo φ. atque illud est, quod demonstrare oportebat.

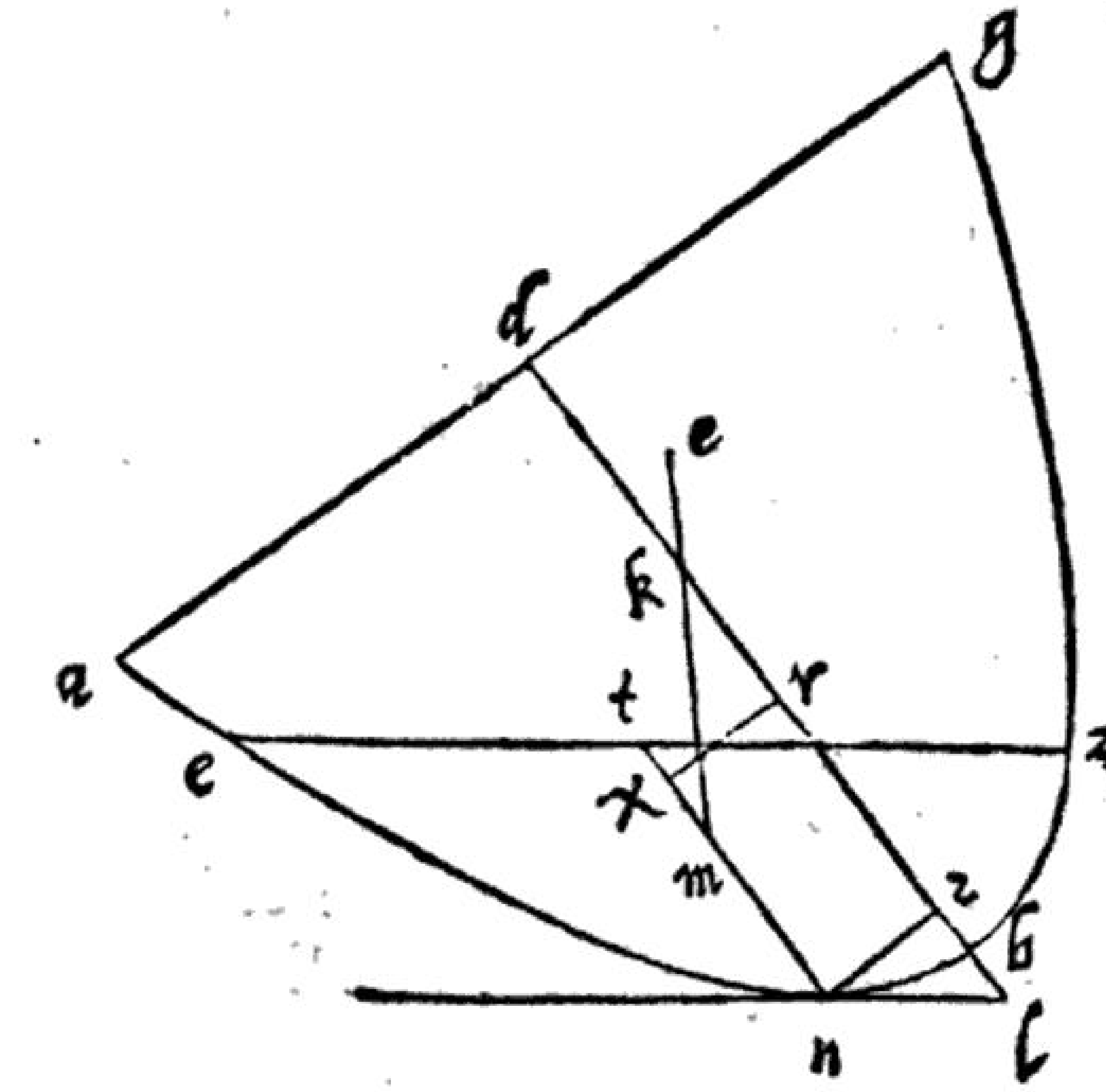
DEMON

DEMONSTRATIO QVARTAE PARTIS.

HABEAT rursum portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d. erit ψ maior, quàm f p, & minor, quàm x o. aptetur ergo quædam recta linea i u inter portiones a u q l, a x d interiecta, quæ sit æqualis ψ, & ipsi b d æquidistans: occurratq; reliquæ sectioni in y. rursus u y dupla ipsius y i demonstrabitur, sicuti demonstrata est o g ipsius g x dupla. ducatur autem ab u linea u ω, quæ sectionem a u q l in u contingat: & iuncta a i ad q producatur. eodem modo ostendemus lineam a i ipsi i q æqualem esse: & a q ipsi u ω æquidistantem. Demonstrãdum est portionem in humidum demissam, ĩclinatãq; adeo, ut basis ipsius non contingat humidũ, ita consistere, ut basis in humidũ magis demergatur quàm ut in uno puncto eius superficiem cõtingat.

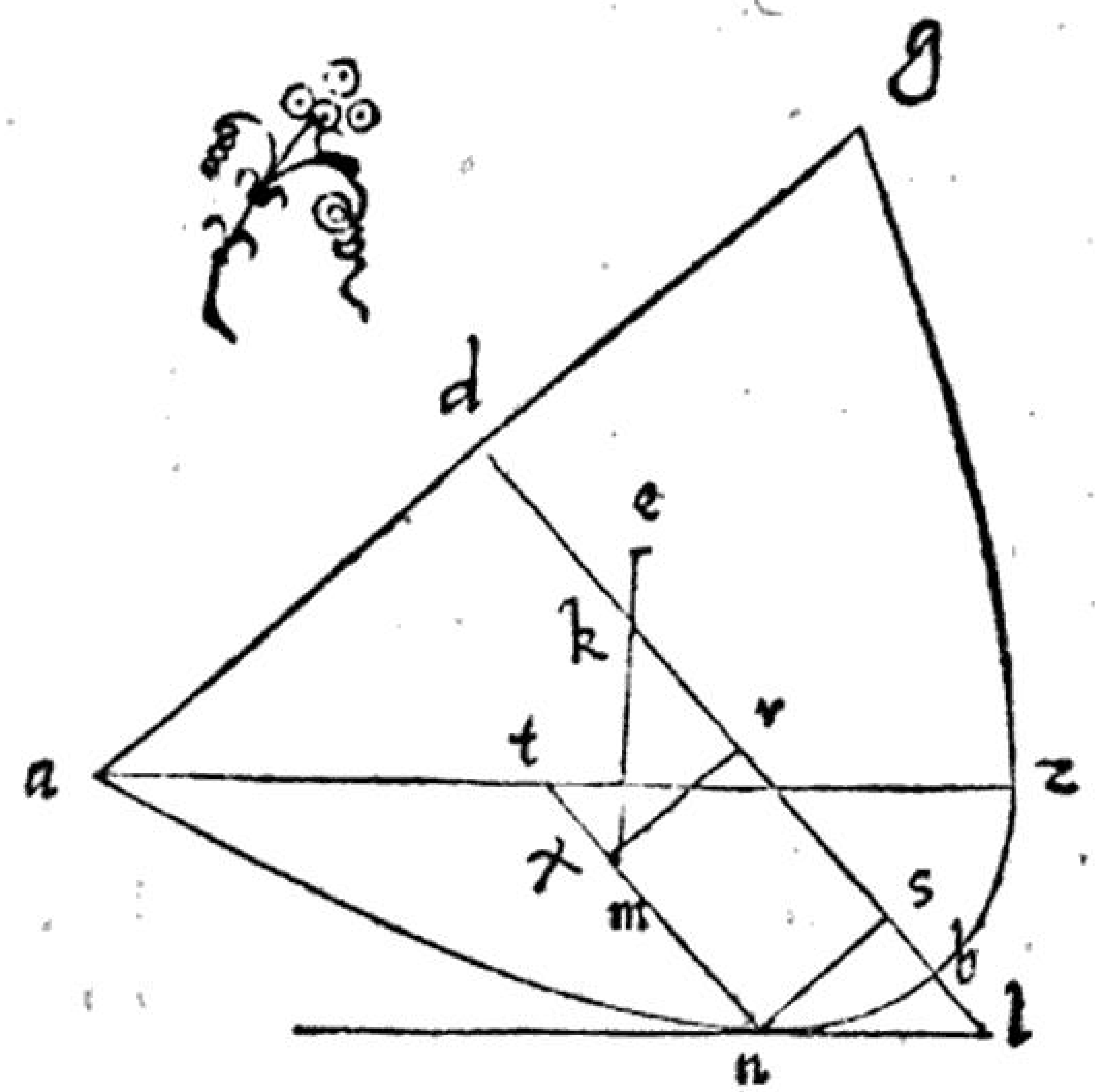


Demittatur enim in humidum, ut dictum est; & iaceat primo sic inclinata, ut basis nullo modo contingat superficiem humidi. secta autem ipsa plano per axem ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio a n z g; ſuperficiei humidi e z: axis portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d in pūctis K r, ſicuti prius; & ducatur n l quidem ipſi e z æquidiſtans; quæ contingat ſectionē a n z g in n; & n t æquidiſtans ipſi b d; n s uero ad b d perpē dicularis. Itaq;



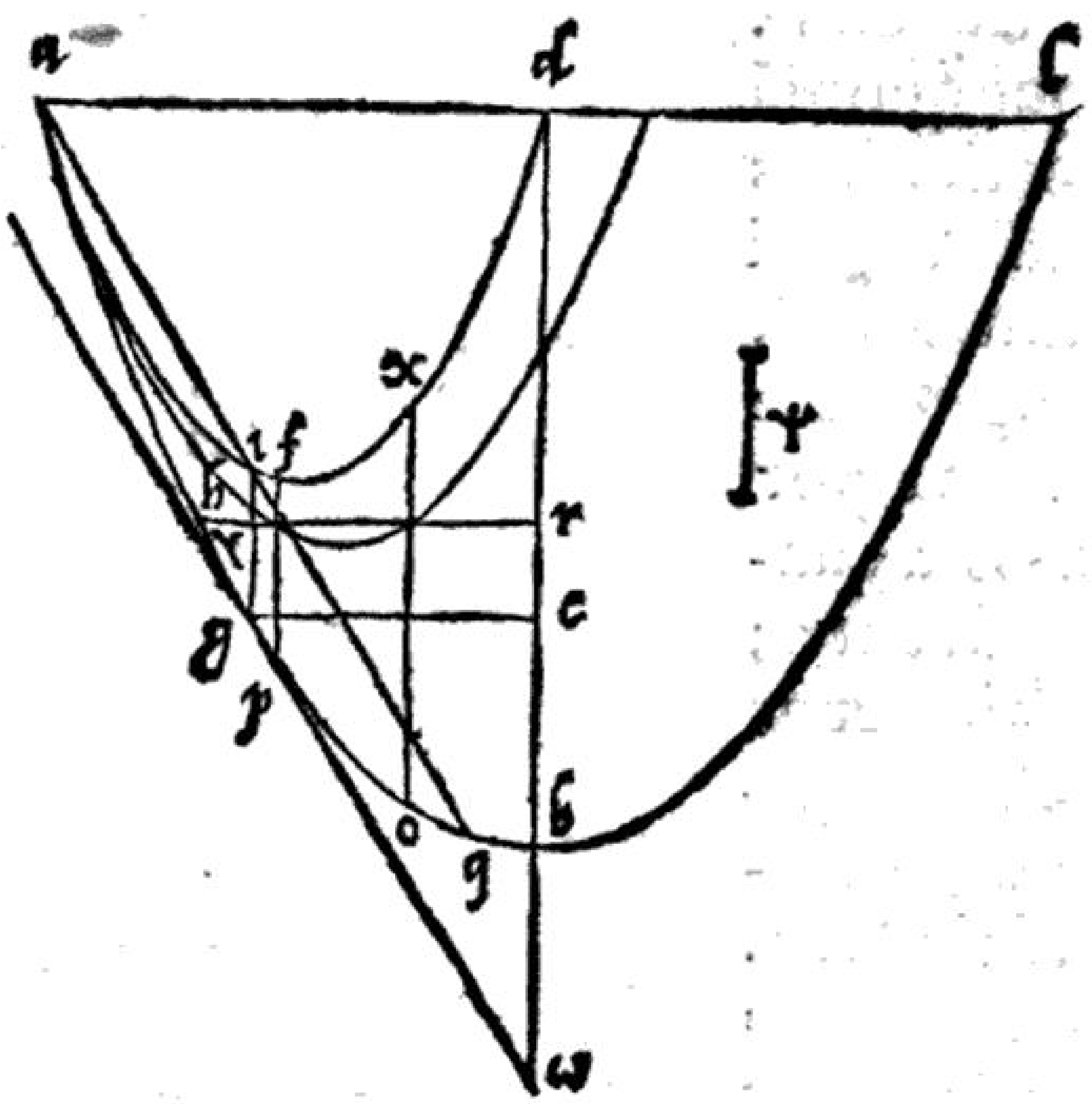
quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: erit ψ ipſi n t æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. quare & n t eſt æqualis ipſi u i. portiones igitur a u q, e n z inter ſe ſunt æquales. Et cum in æqualibus, & ſimilibus portionibus a u q l, a n z g ductæ ſint a q e z, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate baſis ducitur. At triangulorum n l s, n ω c angulus ad l angulo ad ω maior eſt. ergo b s minor erit, quàm b c: & ſ r maior, quàm c r: ideoq; n χ maior, quam u h; & χ t minor, quàm h i. Quoniam igitur u y dupla eſt ipſius y i; conſtat n χ maiorem eſſe, quàm duplā χ t. Sit n m dupla ipſius m t. perſpicuū eſt ex iis, quæ dicta ſunt, non manere portionē; ſed inclinari, donec eius baſis contingat ſuperficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura

gura: & alia eadem disponantur demonstrabimus rursum n t æqualem esse ipsi u i: & portiones a u q, a n z inter se se æquales. Itaque quoniã ĩ portionibus æqualibus, & similibus a u q l, a n z g ductæ sũt a q, a z, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos cõtinebũt. ergo triangulorum n l s, u ω c anguli, qui cõsistũt ad l ω pũcta, æquales sunt: & b s recta linea æqualis ipsi b c: s r ipsi c r, n χ ipsi u h: & χ t ipsi h i. quòd cum u y dupla sit ipsius y i, erit n χ maior, quàm dupla χ t. Sit igitur n m ipsius m t dupla. Rursus ex his manifestum est, non manere ipsam portionem; sed inclinari ex parte a: ponebatur autem portio humidi superficiem in uno puncto contingere. ergo necesse est, ut eius basis in humidum magis demergatur.



DEMONSTRATIO QVINTAE PARTIS.

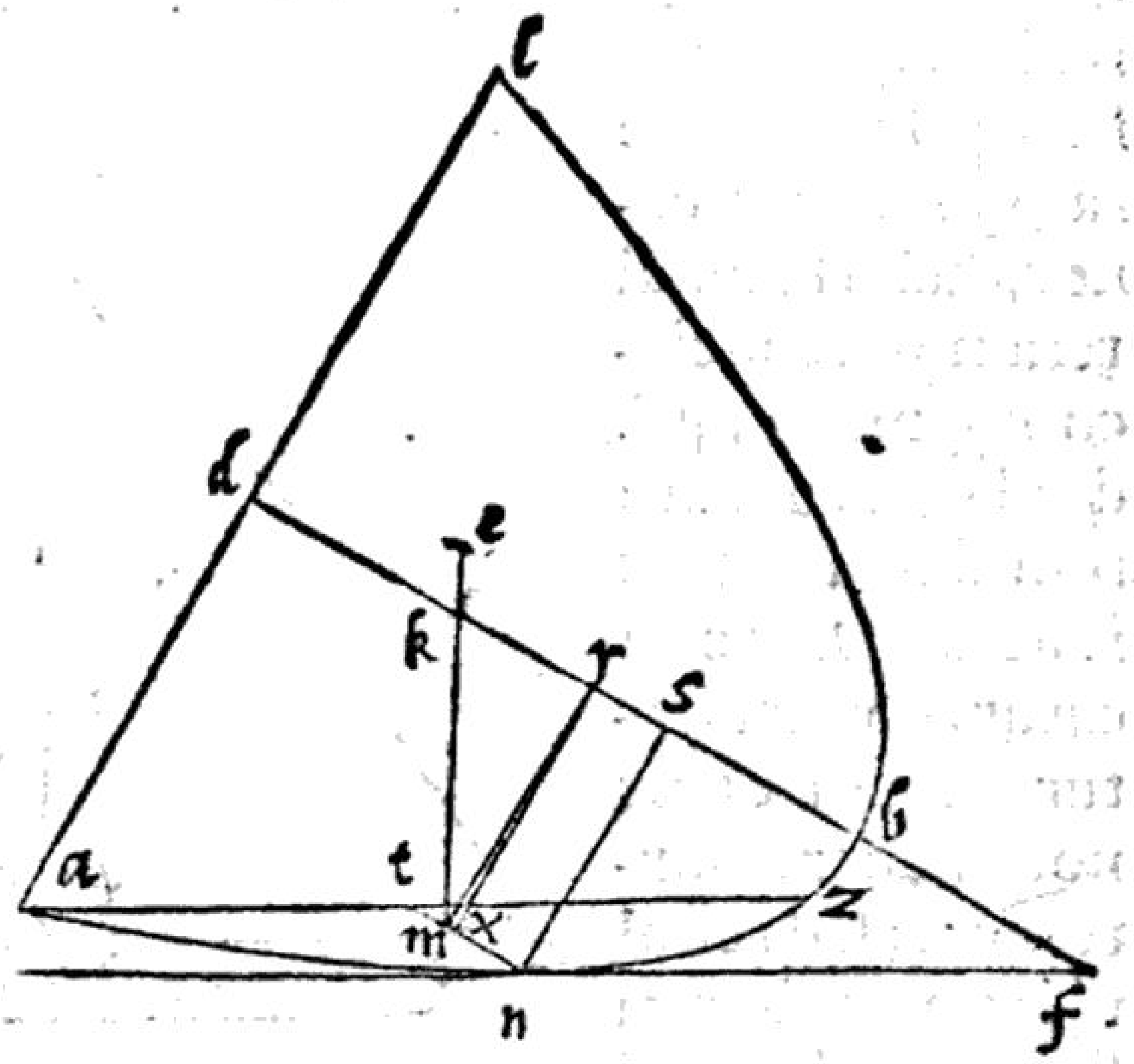
HABEAT denique portio ad humidum in grauitate minorem proportionem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidũ in grauitate, eandem quadratum, quod fit à linea ψ habeat ad quadratum b d. erit ψ minor ipsa p f. Rursus aptetur quædam recta linea g i, sectionibus a g q l, a x d interiecta, & ipsi b d æquidistans; quæ mediam coni sectionem in puncto h, & rectam lineam r y in y secet. demonstrabitur g h dupla h i, quemadmodum demonstrata est o g ipsius g x dupla. ducatur postea g ω cõtingens a g q l sectionem in g: & g c ad b d perpẽdicularis: iunctaq; a i producatur ad q. erit ergo a i æqualis i q: & a q ipsi g ω



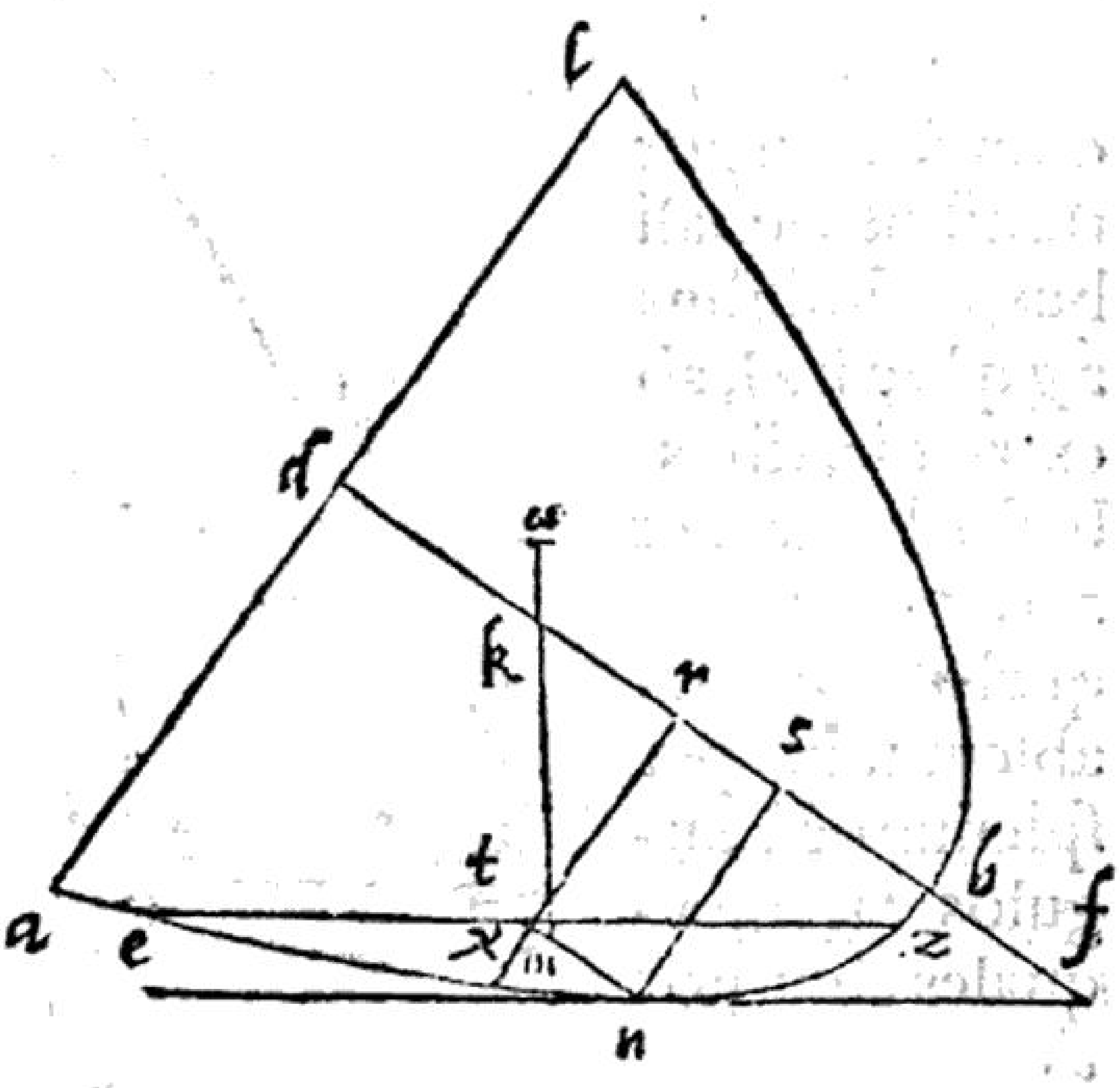
æquidistans. Demonstrandũ est portionẽ in humidũ demissam, inclinatamq; adeo, ut basis ipsius non cõtingat humidũ, consistere inclinatã ita, ut axis cum superficie humidi angulum faciat minorem angulo φ: & basis humidi superficiem nullo modo contingat. Demittatur enim in humidum; & consistat ita, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi. secta autem portione per axem, plano ad humidi superficiem recto, sit portionis sectio a n z l rectanguli coni sectio: superficiei humidi a z: axis autẽ portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d in punctis k r, ut superius dictum est: & ducatur n f quidem ipsi a z æquidistans, & contingens coni sectionem in pũcto n; n t uero æquidistans ipsi b d: & n s ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in grauitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à ψ

ad

ad quadratum b d : & quam habet portio ad humidum in grauitate, eandem quadratum n t habet ad b d quadratũ, ex iis, quæ dicta sunt : constat n t lineæ ψ æqualem esse. quare & portiones a n z, a g q sunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a g q l, a n z l, ab extremitatibus basiũ ductæ sunt a q, a z, quæ æquales portiões abscindunt : perspicuum est angulos facere æquales cum portionum diametris : & triangulorum n f s, g ω c, angulos, qui ad f ω æquales esse : itemque æquales inter se, s b, c b ; & s r, c r, quare & n χ, g y æquales : & χ t y i. cũq; g h dupla sit ipsius h i, erit n χ minor, quàm dupla ipsius χ t. Sit igitur n m ipsius m t dupla : & iuncta m K protrahatur ad e. Itaque centrum grauitatis totius erit punctum K : partis eius, quæ est in humido, punctũ m : eius autem, quæ extra humidum in linea protracta, quod sit e. ergo ex proxime demonstratis patet, nõ manere portionem, sed inclinari adeo, ut basis nullo modo superficiẽ humidi contingat. At uero portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo φ minorem, sic demonstrabitur. consistat enim, si fieri potest, ut non faciat angulum minorem angulo φ : & alia eadem disponantur ; ut in subiecta figura. eodem modo demonstra



bimus n t æqualem esse ψ, & propterea ipsi g i. & quoniam triangulorum p φ c, n f s angulus f non est minor angulo φ, non erit b f maior, quam b c. ergo neque s r minor, quàm c r: neque n χ minor, quàm p y. Sed cum p f sit maior, quàm n t: sitq; p f sesquialtera p y: erit n t minor, quàm sesquialtera n χ: & idcirco n χ maior, quàm dupla χ t. sit autem n m dupla m t: & iuncta m K producatur. constat igitur ex iam dictis non manere portionem; sed reuolui ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo φ minorem.



FINIS LIBRORVM ARCHIMEDIS DE IIS, QVAE IN AQVA VEHVNTVR.

mismo aduertiràn de el estado de las enfermedades, para que se encomienden à Dios; y tambien serà de su obligacion disponer que en las Parroquias dõde tocare cada vno de los Hermanos, se les administre el Santissimo Sacramento por deuocion, todas las vezes que la del enfermo pidiere este medicamento Espiritual.

Sacristanes.

PONdràn recado para los exercicios, cuidaràn de el asseo y compostura del Altar los dias que la Congregacion tuuiere Comunion general, tendràn cuidado de la cera, y entregaràn la que se hallare en su poder, el dia que cessaren en el exercicio, à la persona que le sucediere.

Porteros.

ASsistiràn à la puerta de la Capilla, durante el tiempo de los exercicios, para que no se haga ruido: en el mismo lugar repartiràn las disciplinas, juntaràn la limosna que quisieren dar los Hermanos, la qual Sabado de cada semana entregaràn al Tesorero, de quien cobraràn cedulilla, para en su virtud el Contador tome la razõ.

Pues que se va à mirar tan gran negocio, como la saluacion, obliga que sea con este medio, por lo que dize la Santa Madre: *Alma que trata de Oracion, sabe el demonio que la tiene perdida*; y en otra parte: *Quentos passos da vna criatura forçandose, azia la Oracion, tanto se retira el demonio, y la tentacion huye.*

Los Domingos en la tarde, que no son dias de exercicio, se juntaràn en la Capilla, ò Sacristia de ella à hablar, y conferir sobre alguna de las virtudes, Pobreça, Humildad, Paciencia, Perseuerancia, Don de Oracion, &c. En que cada vno dira lo que sintiere, ò en lo que se hallare aprouechado.

En las juntas, y concursos se sentaràn como cayeren, sin cumplimiento, ni diferencia alguna de lugares.

En las conferencias no hablarà alguno, sin que primero pida licencia à el Presidente.

Y para que en todas partes se dè buen exemplo, sin hazerse reparables, se cumplirà con la obligacion Christiana en esta forma.

En la Iglesia no se hable sino es con Dios, ò aquellas palabras que pidiere la Caridad, en lo demàs se guardara grabe silencio, aduirtiendo la presencia de Dios, que nos pide toda la atencion.

En la Oracion, Missa, y demàs exercicios, se tendràn ambas rodillas en tierra, y se encaminarà el espiritu à la mayor humildad, delante de aquel à quien tiemblã las columnas de el Cielo.

Los Asistentes Eclesiasticos seràn celadores de esto, para aduertirlo secretamente al que le viessen faltar en algo; y si no se enmẽdare, lo aduertirà delante del Presidente, y sino en la junta de Oficiales, para que alli se passe à señalarle penitencia.

Exercitantes, seràn los señores Presidente, y Asistentes Eclesiasticos, sus quatro meses les tocarà leer, dezir Miserere, y oraciones, empeçando, Lunes, y Martes, el Presidente, Miercoles, y Iueues, el Asistente mas antiguo, y el segundo, Viernes, y Sabado.

En la Quaresma la leccion serà de Blosio, Estella, ò Palafox, ò otro de los que aya sobre la vida, y muerte de el Saluador.

A las celebridades arriba dichas, se añade hazer particularmente gracias à Dios Nuestro Señor, el dia aniuersario de aquel en que se aprouaren estas Constituciones, y se diere principio, formalmente à esta concordia.

El dia de los difuntos, ò el mas desocupado de su octaua se harà Commemoracion de los Hermanos Congregantes de la concordia difuntos.

Co-

caudal, y tratar de el empleo de qualesquier marauedis de la Comunidad con la dicha internencion.

Secretario.

TEndrà à su cargo dos libros, vno donde escriuan los acuerdos, y otro los Congregantes, à los quales auisarà por cedulillas, conuocandolos todas las vezes que lo ordenare el señor Presidente, para Comuniones generales, Iuntas generales, ò particulares.

Contador, y Coadjutor de Secretario.

SOstituirà en defecto de el Secretario, en todo lo que es concerniente à su oficio; y assimismo tendrà libro de cargo, y data, en que se tomarà la razon de los marauedis que entraren en poder de el Tesorero, ò pagare con librança de la junta particular.

Enfermeros.

VIsitaràn los enfermos Congregante[s] aduirtiendo la falta, ò necessidad [de] cada vno, para que en lo possible se les a[cu]da, y para que assi se execute, daràn cue[nta] al señor Presidente, y Asistentes, que lo [dis]pondràn con breuedad, y prouidencia.

Forma de Oficios, y lo que toca à cada vno de los Oficiales.

EL señor Presidente, ha de ser Sacerdote,
y será de su obligacion conuocar jun-
tas, presidir en ellas, proponer leuantarlas,
presidir en los exercicios, en las platicas es-
pirituales darà los asuntos, corregirà los
defectos, ò tibieças de los Hermanos, dirà la
Missa en las Comuniones generales que tu-
uiere la Congregacion; y en las resoluciones
que se tomarē, serà voto de calidad el suyo.

Señores Asistentes Eclesiasticos.

EL primero elegido ha de sostituir al se-
ñor Presidente en ausencia suya, excep-
to en la calidad de el voto, que llegado el
caso, solo ha de tener el que le toca; y suce-
siuamente han de concurrir las mismas cir-
cunstancias en el segundo en orden.

Asistentes Seculares.

HAn de distribuir, y librar, junto con el
señor Presidente, tomar las cuentas
con interuencion de el Contador, destinar
as obras de piedad, en que se destribuia el
cau-

EStas se haràn con la mayor frequencia,
en la parte que cada vno tuuiere deuo-
cion, y en la Capilla indispensablemente las
siguientes.

Enero à 1. dia de la Circuncision.
Febrero à 2. dia de la Purificacion.
Março à 25. dia de la Encarnacion.
Mayo à 3. dia de la Inuencion de la Cruz.
Iunio à 24. dia de San Iuan Bautista.
Iulio à 2. dia de la Visitacion.
Agosto à 15. dia de la Asumpcion.
Septiembre à 8. dia de la Natiuidad.
Octubre a 4. dia de San Francisco.
Nouiembre à 1. dia de Todos Santos.
Diziembre 8. dia de la Concepcion, y à 27.
dia de San Iuan Euangelista.

En las Fiestas mouibles se haràn las Comuniones siguientes.

MIercoles de Ceniça, Iueues Santo, Re-
surreccion, Ascension, Pasqua de Espi-
ritu Santo, Dominica infraoctaua del Cor-
pus, el dia de la Fundacion de la Concordia.
El dia que fuere de Comunion, se acudirà
à la Capilla, à las ocho en Iouierno, y à las
siete en Verano, donde se juntaràn los Con-
gre-