eines Sechstels mehr der Hälfte eines Achtels des ganzen Quadrates.[1])

Wir haben also auch das Quadrat AE in 7 Teile geteilt; mithin ist die ganze Figur ABGD in 14 Teile geteilt, welche zu ihr in Verhältnis stehen; und das ist, was wir wollten.

---

1) Pentagonum illud $= \frac{1}{2} AG \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{24}\right) AG = AG\left(\frac{1}{2} \div \frac{17}{48}\right) = \frac{7}{48} AG = \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}\right)\right) AG.$

---

3 Quadrat] *h. e.* Rechteck. 5 *In fine add.*: beendigt wurde das Buch des Archimedes über die Figur Stomaschion am Montag den 6. Rabîʿ I. 1061 *codd.* (h. e. mense Martio 1651).

DE MECHANICIS PROPOSITIONIBUS AD ERATOSTHENEM METHODUS.

46r col. 2 Ἀρχιμήδους Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένην ἔφοδος.

Ἀρχιμήδης Ἐρατοσθένει εὖ πρά|ττειν.

Ἀπέστειλά σοι πρότερον | τῶν εὑρημένων θεωρημάτων | ἀναγράψας αὐτῶν τὰς προτά|σεις φάμενος εὑρίσκειν ταύτας | τὰς ἀποδείξεις, ἃς οὐκ εἶπον | ἐπὶ τοῦ παρόντος· ἦσαν δὲ τῶν ἀ|πεσταλμένων θεωρημάτων | αἱ προτάσεις αἵδε· τοῦ μὲν | πρώτου· ἐὰν εἰς πρίσμα ὀρθὸν πα|ραλληλόγραμμον ἔχον βάσιν | κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν | βάσεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπεναν-|τίον παραλληλογράμμοις, τὰς | δὲ πλευρὰς ἐπὶ τῶν
43v col. 2 λοιπῶν τοῦ | πρίσματος ἐπιπέδων, καὶ διά τε | ⟨τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου,⟩ | ὅς ἐστι βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μι|ᾶς πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου τοῦ | ἐν τῷ κατεναντίον ἐπιπέδῳ | ἀχθῇ ἐπίπεδον, τὸ ἀχθὲν ἐπί|πεδον ἀποτεμεῖ τμῆμα ἀπὸ | τοῦ κυλίνδρου, ὅ ἐστι περιεχόμε|νον ὑπὸ δύο ἐπιπέδων καὶ ἐπι|φανείας κυλίνδρου, ἑνὸς μὲν | τοῦ ἀχθέντος, ἑτέρου δέ, ἐν ᾧ ἡ | βάσις ἐστὶν τοῦ κυλίνδρου, τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς με-|ταξὺ τῶν εἰρημένων ἐπιπέ|δων, τὸ δὲ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου τμῆμα ἕκτον μέρος | ἐστὶ τοῦ ὅλου πρίσματος. | τοῦ δὲ ἑτέρου θεωρήματος ἡ πρότασ|ις
46v col. 1 ἥδε· ἐὰν εἰς κύβον κύλινδρος | ἐγγραφῇ τὰς μὲν βάσεις ἔχων | πρὸς τοῖς κατεναντίον παραλλη|λογράμμοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν | τῶν λοιπῶν τεσσάρων ἐπιπέ|δων ἐφαπ-

Archimedis De mechanicis propositionibus ad Eratosthenem methodus.

Archimedes Eratostheni s.

Antea ex theorematis a me inuentis quaedam tibi misi perscriptis eorum propositionibus eas te iubens demonstrationes inuenire, quas nondum indicaueram; theorematum autem, quae miseram, hae erant propositiones: primi, si in prisma rectum basim quadratam[1]) habens cylindrus inscribitur bases in quadratis[1]) oppositis habens, latera autem in reliquis planis prismatis, et per centrum circuli, qui basis est cylindri, unumque latus quadrati in opposito plano positi planum ducitur, planum ita ductum a cylindro segmentum abscindet duobus planis superficieque cylindri comprehensum, scilicet plano ducto alteroque, in quo est basis cylindri, et superficie inter haec plana posita, segmentum autem a cylindro abscisum sexta pars erit totius prismatis. alterius uero theorematis propositio haec est: si in cubum cylindrus inscribitur bases ad quadrata opposita habens, superficiem autem reliqua quattuor plana contingentem, et in eundem

1) Pro παραλληλόγραμμον lin. 9, 11, 24 scribendum aut certe intellegendum τετράγωνον.

8 sqq. Hero, Metr. p. 130, 15 sqq. (ἐν τῷ Ἐφοδικῷ). 22 sqq. ibid. p. 130, 25 sqq. (ἐν τῷ αὐτῷ βιβλίῳ).

13 ὅς] ὅ C. **16** ἀποτεμεῖ] ἀποτεμῇ. **19** δὲ ἐπιφανείας τῆς] om. **20** δὲ] om. **25** ἐφαπτομένην] ἐφαπτόμενος, quod frustra defendit *Reinach*.

τομένην, ἐγγραφῇ δ̣ὲ̣ καὶ | ἄλ̣λος κύλινδρος εἰς τὸν αὐτὸν κύ|β̣ον τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν ἄλλο̣ι̣ς̣ | παραλληλογράμμοις, τὴν δὲ ἐπι|φάνειαν τῶν λοιπῶν τεσσάρων | ἐπιπέδων ἐφαπτομένην, τὸ πε|ριληφθὲν σχῆμα ὑπὸ τῶν ἐπι|φανειῶν τῶν κυλίνδρων, ὃ̣ ἐστιν | ἐν ἀμφοτέροις τοῖς κυλίνδροις, | δίμο̣ι̣ρόν ἐστι τοῦ ὅλου κύβου. συμ|βαίνει δὲ ταῦτα τὰ θεωρήματα | διαφέρειν τῶν πρότερον εὑ̣ρη|μένων· ἐκεῖνα μὲν γὰρ τὰ σχή|ματα, τά τε̣ κωνοειδῆ καὶ | σφαιροειδῆ καὶ τὰ τμήματα | 43r col. 1 ⟨α̣ὐ̣τ̣ῶ̣ν̣, τ̣ῷ μ̣ε̣γ̣έ̣θ̣ε̣ι̣ σ̣χ̣ή̣μ̣α̣σ̣ι̣⟩ | κώνων καὶ κυλίνδρων συνε|κρ̣ί̣ναμεν, ἐπιπέδοις δὲ περι|εχομένῳ στερεῷ σχήματι οὐ|δὲν αὐτῶν ἴσον ἐὸν εὕρηται, | τούτων δὲ τῶν σχημάτων τῶν | δυσὶν ἐπιπέδοις καὶ ἐπιφανεί|αι̣ς κυλίνδρων ἕκαστον ἑ̣ν̣ὶ̣ τῶν̣ | ἐπιπέδοις περιεχομένων στερ|εῶν σχημάτων ἴσον εὑρίσκεται.

Τούτων δὴ τῶν θεωρημάτων | τὰς ἀποδείξεις ἐν τῷδε τῷ βι|βλίῳ γράψας ἀποστελῶ σοι.

Ὁρῶν δέ σε, καθάπερ λέγω, σπου|δαῖον καὶ φιλοσοφί̣α̣ς προεστῶ|τα ἀ̣ξιολόγως καὶ τὴν ἐν τοῖς | μ̣α̣θ̣ή̣- 46v col. 2 μασιν̣ κατὰ τὸ ὑ̣πο̣π̣ίπτον | θεωρίαν τετιμηκότα ἐδοκίμα|σα γράψαι σοι καὶ εἰς τὸ αὐτὸ βιβλί|ον ἐξορίσα̣ι̣ τρόπου τινὸς ἰδιό|τητα, καθ᾽ ὃ̣ν σ̣οι πα̣ρ̣εχόμενον | ἔσται λαμβάνειν ἀφορμὰς εἰς | τὸ δύνασθαί τινα τῶν ἐν̣ τοῖς | μαθήμασι θεωρεῖν διὰ τῶν | μηχανικῶν. τοῦτο δὲ πέπεισμα̣ι̣ χ̣ρ̣ή|σιμον εἶνα̣ι̣ οὐδὲν ἧσσον καὶ εἰς τὴν | ἀπόδειξιν αὐτῶν τῶν θεωρη|μάτων. καὶ γάρ τινα τῶν πρότερον μο̣ι̣ φα|νέ̣ντων μηχανικῶς ὕστερον γε|ωμετρικῶς ἀπε̣δείχθη διὰ τὸ | χωρὶς ἀποδείξεως εἶναι τὴν διὰ τούτου τοῦ | τρόπου θεωρίαν· ἑτοιμότερον γάρ | ἐστι προλαβόντα διὰ τοῦ τρόπου γνῶ|σίν τινα τῶν ζητημάτων πο|ρίσασθαι τὴν ἀπόδειξιν μᾶλ-

4 ἐφαπτομένην] ἐφαπτόμενος. 11 ἐπιπέδοις] ἐπιπέδων. 13 κυλίνδρων] sc. περιεχομένων. 14 ἐπιπέδοις] ἐπιπέδῳ. 15 στερεῶν σχημάτων] στερεῷ̣ι̣ σχήματι̣. 17 ἀποστελῶ] fort. ἀποστέλλω. 25 πέπεισμαι] πέπισμαι. 27 τινα τῶν] om. πρότερον] προτέρων. 29 τούτου] om.; add. *Reinach*.

cubum alius quoque cylindrus inscribitur bases in aliis quadratis[1]) habens, superficiem autem reliqua quattuor plana contingentem, figura superficiebus cylindrorum comprehensa, quae intra utrumque cylindrum posita est, duae partes est totius cubi. accidit autem, ut hae propositiones ab inuentis antea differant; illas enim figuras, conoidea sphaeroideaque et eorum segmenta, magnitudine cum figuris conorum cylindrorumque comparauimus, planis uero comprehensae figurae solidae nulla earum aequalis inuenta est, at hae figurae, quae duobus planis superficiebusque cylindrorum comprehenduntur, utraque[2]) figurae solidae earum, quae planis comprehenduntur, aequalis inuenitur.

Harum igitur propositionum demonstrationes in hoc libro perscriptas tibi mitto.

Cum autem, sicut dixi,[3]) studiosum te cognouerim philosophiamque egregie docentem nec quaestiones mathematicas, si quando occurrunt, spernentem, methodi cuiusdam proprietatem tibi perscribere et in eodem libro exponere constitui, qua niso tibi licebit facultatem adipisci mathematica quaedam per mechanica examinandi. quod mihi persuasum est etiam ad ipsas propositiones demonstrandas aeque utile esse; nam earum quoque, quas antea perspexeram per mechanicam, quaedam postea geometrice demonstratae sunt, quia examinatio hac methodo facta demonstrationem non adfert; magis enim in promptu est demonstrationem comparare aliqua notione eorum, quae quaeruntur, prius per hanc methodum procurata, potius quam sine ulla notione

1) Cfr. p. 428 not. 1.
2) Lin. 14 debuit scribi ἑκάτερον.
3) Spectat fortasse ad p. 426, 5 sq.

43r col. 2 λον | ἢ μηδενὸς ἐγνωσμένου ζητεῖν. | ⟨. . . . . . διόπερ καὶ τῶν θεωρη⟩|μάτων τούτων, ὧν Εὔδοξος ἐξηύρη|κεν πρῶτος τὴν ἀπόδειξιν, | περὶ τοῦ κώνου καὶ τῆς πυραμίδος, | ὅτι τρίτον μέρος ὁ μὲν κῶνος | τοῦ κυλίνδρου, ἡ δὲ πυραμὶς τοῦ | πρίσματος, τῶν βάσιν ἐχόν|των τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, οὐ | μικρὰν ἀπονείμαι ἄν τις Δημο|κρίτῳ μερίδα πρώτῳ τὴν ἀ|πόφασιν τὴν περὶ τοῦ εἰρημέ|νου σχήματος χωρὶς ἀποδείξε|ως ἀποφηναμένῳ. ἡμῖν δὲ | συμβαίνει καὶ τοῦ νῦν ἐκδιδο|μένου θεωρήματος τὴν εὕρεσιν | ὁμοίαν ταῖς πρότερον γεγενῆσθαι· | ἠβουλήθην δὲ τὸν τρό-
57r col. 1 πον ἀνα|γράψας ἐξενεγκεῖν ἅμα μὲν | καὶ διὰ τὸ·προειρηκέναι ὑπὲρ | αὐτοῦ, μή τισιν δοκῶμεν κενὴν | φωνὴν καταβεβλῆσθαι, ἅμα | δὲ καὶ πεπεισμένος εἰς τὸ μάθη|μα οὐ μικρὰν ἂν συμβαλέσθαι χρεί|αν· ὑπολαμβάνω γάρ τινας ἢ τῶν ὄντων ἢ ἐπιγινομένων διὰ | τοῦ ἀποδειχθέντος τρόπου καὶ | ἄλλα θεωρήματα οὔπω ἡμῖν συν|παραπεπτωκότα εὑρήσειν.

γρά|φομεν οὖν πρῶτον τὸ καὶ πρῶ|τον φανὲν διὰ τῶν μηχανικῶν, | ὅτι πᾶν τμῆμα ὀρθογωνίου κώ|νου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστιν τρι|γώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν | αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, μετὰ δὲ τοῦ|το ἕκαστον τῶν διὰ τοῦ αὐτοῦ τρόπου | θεωρηθέντων· ἐπὶ τέλει δὲ τοῦ βι|βλίου γράφομεν τὰς γεωμετρι|⟨κὰς ἀποδεί-
64v col. 1 ξεις ἐκείνων τῶν⟩ | ⟨θεωρημάτων, ὧν τὰς προ⟩|τάσεις ἀπεστείλαμέν ⟨σοι πρότερον⟩.

ΠΡΟΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Ἐὰν ἀπὸ μεγέθους μέγεθος ἀ|φαιρεθῇ, ⟨τὸ δὲ αὐτὸ 1
σημεῖον κέν⟩|τρον τοῦ βάρους ⟨ᾖ τοῦ τε ὅλου⟩ | καὶ

praeuia quaerere. quare etiam earum propositionum, quarum demonstrationem Eudoxus primus repperit, de cono et pyramide, tertiam scilicet partem esse conum cylindri, pyramidem autem prismatis, eandem basim altitudinemque aequalem habentium, haud exiguam partem tribueris Democrito, qui primus de figuris, quas diximus, hoc edixit sine demonstratione. nobis autem accidit, ut earum quoque propositionum, quas nunc edimus, inuentio prioribus similis euenerit; methodum autem perscriptam in publicum edere statui, simul quia de ea antea significaueram, ne uana praedicasse uiderer, simul autem etiam, quia mihi persuasum erat, haud exiguam utilitatem inde ad mathematicam redundaturam esse; confido enim, nonnullos eorum, qui sunt, aut qui futuri sunt, hac methodo monstrata alias quoque propositiones, quae nobis nondum in mentem uenerint, inuenturos esse.

Primum igitur perscribimus, quod etiam primum perspeximus per mechanica, quoduis segmentum sectionis coni rectanguli tertia parte maius esse triangulo basim eandem habenti altitudinemque aequalem, deinceps autem singula, quae eadem methodo examinauimus; in extremo autem libro geometricas eorum theorematum demonstrationes perscribimus, quorum propositiones antea tibi misimus.

LEMMATA.

1. Si a magnitudine magnitudo aufertur, et idem punctum centrum grauitatis est totius ablataeque, reliquae centrum grauitatis est idem punctum.

---

2 ὧν] om. 3 περὶ] . ε . 7 ἂν] om. 8 τοῦ εἰρημένου σχήματος] fort. τῶν εἰρημένων σχημάτων. 9 τοῦ νῦν ἐκδιδομένου θεωρήματος] fort. τῶν νῦν ἐκδιδομένων θεωρημάτων. πεπεισμένος] πεπεισμένοις. 15 ἂν] om. 16 ἐπιγινομένων] ἐπιγεινομένων. 23 τῶν] om. 24—25 suppleui praeeunte *Theodoro Reinach.* 26 suppleuit *Reinach.* 27 addidi.

τοῦ ἀφαιρουμένου, ⟨τοῦ⟩ | λοιποῦ τὸ αὐτὸ σημεῖον
⟨κέντρον⟩ | ἐστὶ τοῦ βάρους.
⟨Ἐὰν ἀπὸ μεγέ⟩|θους μέγεθο⟨ς ἀφαιρεθῇ, ᾖ δὲ⟩ | 2
μὴ τὸ αὐτὸ σημεῖον κέντρον | τοῦ βάρους τοῦ τε ὅλου
μεγέθους | καὶ τοῦ ἀφαιρουμένου μεγέθους, | τὸ κέν-
τρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ | λοιποῦ μεγέθους ἐπὶ τῆς
⟨εὐθείας⟩ | τῆς ἐπιζευγνυούσης τὰ κέντρα | τοῦ βάρους
τοῦ τε ὅλου ⟨καὶ⟩ | ⟨τοῦ ἀφαιρουμέ⟩νου ἐκβεβλη-|
57r col. 2 μένης καὶ ἀφαιρεθείσης ἀπ' αὐ|τῆς πρὸς τὴν μεταξὺ
τῶν εἰρημέ|νων κέντρων τοῦ βάρους τοῦτον | ἐχούσης
τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ βάρος | τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθους
πρὸς | τὸ [λοιπὸν] βάρος τοῦ λοιποῦ μεγέθους.
Ἐὰν ὁποσωνοῦν μεγεθέων τὸ κέν|τρον τοῦ βάρους 3
ἐπὶ τῆς αὐτῆς | εὐθείας ᾖ, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγ-|
κειμένου μεγέθους τὸ κέντρον ἔσται | ἐπὶ τῆς αὐτῆς
εὐθείας.
Πάσης | εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους | ἡ δι- 4
χοτομία τῆς εὐθείας.
Παντὸς | τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βά|ρους 5
τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ ἐκ τῶν | γωνιῶν τοῦ τριγώνου
ἐπὶ μέσας | τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι | τέμνουσιν
ἀλλήλας.
Παντὸς πα|ραλληλογράμμου τὸ κέντρον ἐστὶν | ⟨τοῦ 6
βάρους τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ | διάμετροι συμπίπτουσιν.
64v col. 2 Κύκλου⟩ | τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστίν, ὃ καὶ | 7
⟨τοῦ κύκλου⟩ ἐστὶ κέντρον.
Παντὸς | κυλίνδρου τὸ κέντρον τοῦ βάρους | ἐστὶν 8
ἡ διχοτομία τοῦ ἄξονος.
Παν|τὸς πρίσματος τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ | βάρους ἡ 9
διχοτομία τοῦ ἄξονος.
Παν|τὸς κώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βά|ρους ἐπὶ 10

2. Si a magnitudine magnitudo aufertur, nec idem punctum centrum grauitatis est totius magnitudinis magnitudinisque ablatae, reliquae magnitudinis centrum grauitatis positum est in recta centra grauitatis totius ablataeque iungenti producta, ablata ab ea recta, quae ad rectam inter centra grauitatis, quae diximus, positam eam rationem habet, quam habet pondus magnitudinis ablatae ad pondus reliquae magnitudinis.[1])

3. Si quotlibet magnitudinum centra grauitatis in eadem recta posita sunt, centrum magnitudinis ex omnibus compositae ipsum quoque in eadem recta positum erit.[2])

4. Cuiusuis rectae centrum grauitatis punctum medium est rectae.[3])

5. Cuiusuis trianguli centrum grauitatis est punctum, in quo rectae ab angulis trianguli ad media latera ductae inter se secant.[4])

6. Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis est punctum, in quo diametri concurrunt.[5])

7. Circuli centrum grauitatis est punctum, quod idem centrum est circuli.

8. Cuiusuis cylindri centrum grauitatis est punctum medium axis.

9. Cuiusuis prismatis centrum grauitatis est punctum medium axis.[6])

10. Cuiusuis coni centrum grauitatis in axe positum est ita diuiso, ut pars ad uerticem posita triplo maior sit reliqua.

---

1) Demonstratur De plan. aequil. I, 8.
2) Supponitur De plan. aequil. I, 4 p. 128, 22; 13 p. 152, 10; II, 2 p. 170, 3; 5 p. 178, 9. cfr. De plan. aequil. I, 5.
3) Cfr. De plan. aequil. I, 4.
4) Est De plan. aequil. I, 14.
5) Est De plan. aequil. I, 10.
6) Contra usum loquendi Euclidis de axe corporis non per reuolutionem orti loquitur. si uerum est πρίσματος, axis ea recta est, quae centra grauitatis basis planique oppositi coniungit.

---

10 ἐχούσης] ἔχουσα. **12** λοιπὸν] deleo.

τοῦ ἄξονος διαιρεθέντος | οὕτως, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τμῆ|μα τριπλάσιον εἶναι τοῦ λοιποῦ.

Χρη|σόμεθα δὲ καὶ [ἐν τῷ προγεγραμ|μένῳ Κωνοειδῶν] τῷδε τῷ θεωρή|ματι· Ἐὰν ὁποσαοῦν μεγέθη 11
ἄλ|λοις μεγέθεσιν ἴσοις τὸ πλῆθος | κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον τὰ ὁ|μοίως τεταγμένα, ᾖ δὲ τὰ πρῶτα |
57ᵛ col. 1 μεγέθη πρὸς ἄλλα μεγέθη ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, ἢ τὰ | πάντα ἢ τινα αὐτῶν, καὶ τὰ ὕστε|ρον μεγέθη πρὸς ἄλλα μεγέθη τὰ ὁμόλογα ἐν | τοῖς αὐτοῖς λόγοις ᾖ, πάντα τὰ | πρῶτα μεγέθη πρὸς πάντα τὰ | λεγόμενα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, | ὃν ἔχει πάντα τὰ ὕστερον πρὸς | πάντα τὰ λεγόμενα.

α'.

Ἔστω | τμῆμα τὸ ΑΒΓ περιεχόμενον | ὑπὸ εὐθείας τῆς ΑΓ καὶ ὀρθο|γωνίου κώνου τομῆς τῆς ΑΒΓ, | καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΑΓ τῷ Δ, | καὶ παρὰ τὴν διάμετρον ἤχθω ἡ | ΔΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, | ΒΓ.

λέγω, ὅτι ἐπίτριτόν ἐστιν τὸ ΑΒΓ | τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

ἤχθω|σαν ἀπὸ τῶν Α, Γ σημείων ἡ μὲν | ΑΖ παρὰ τὴν ΔΒΕ, ἡ δὲ ΓΖ ἐπιψαύ|ουσα τῆς τομῆς, καὶ ἐκ-
64ʳ col. 1 βεβλήσ|⟨θω ἡ ΓΒ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ κείσθω τῇ ΓΚ | ἴση ἡ ΚΘ⟩. νοείσθω ζυγὸς ὁ ΓΘ καὶ | μέσον αὐτοῦ τὸ Κ καὶ τῇ ΕΔ πα|ράλληλος τυχοῦσα ἡ ΜΞ.

α'] Hero, Metr. p. 80, 17 sqq. (ἐν τῷ Ἐφοδικῷ); 84, 11 sqq.

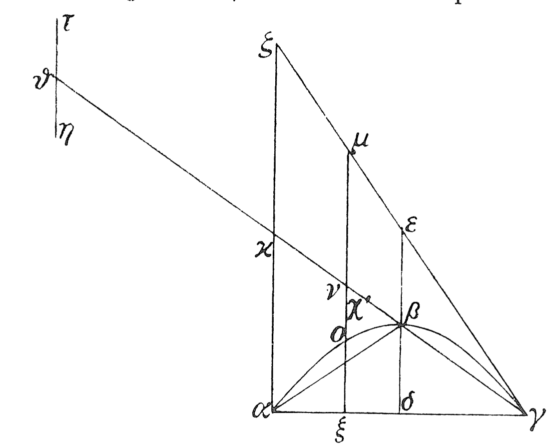
3 ἐν — Κωνοειδῶν] deleo. 4 τῷ] om. 5 ἴσοις] ἴσα. 7 πρὸς ἄλλα μεγέθη] om. λόγοις] τόποις. 9 ἄλλα μεγέθη] om. 13 α'] om.

1) Demonstratur De conoid. et sphaeroid. 1. sed uerba lin. 3 ἐν τῷ προγεγραμμένῳ Κωνοειδῶν et forma neglegentiore et collocatione praua interpolata esse monstrantur; e margine irrepserunt.

11. Utemur autem hac quoque propositione:[1] si quotlibet magnitudines ad alias magnitudines numero aequales binae ad binas, quae eodem loco positae sunt, eandem rationem habent, et priores magnitudines ad alias magnitudines quaslibet rationes habent aut omnes aut aliquot earum, posteriores autem magnitudines ad alias magnitudines, quae eodem loco positae sunt, easdem rationes habent, omnes magnitudines priores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt, eandem rationem habent, quam omnes posteriores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt.

I.

Sit segmentum $AB\Gamma$ comprehensum recta $A\Gamma$ sectioneque coni rectanguli $AB\Gamma$, et $A\Gamma$ in Δ in duas partes aequales



secetur, diametro autem parallela ducatur ΔBE, et ducantur AB, $B\Gamma$.

Dico, segmentum $AB\Gamma$ tertia parte maius esse triangulo $AB\Gamma$.

A punctis A, Γ ducantur AZ rectae ΔBE parallela, ΓZ autem sectionem contingens, et ΓB ad K producatur, ponaturque $K\Theta = \Gamma K$. recta $\Gamma\Theta$ libra fingatur punctumque eius medium K, et $M\Xi$ recta aliqua rectae $E\Delta$ parallela.

ἐπεὶ οὖν | παραβολή ἐστιν ἡ ΓΒΑ, καὶ ἐφά|πτεται ἡ ΓΖ, καὶ τεταγμένως ἡ | ΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΒΔ· τοῦτο γὰρ ἐν | τοῖς στοιχείοις δείκνυται· διὰ δὴ | τοῦτο, καὶ διότι παράλληλοί εἰσιν | αἱ ΖΑ, ΜΞ τῇ ΕΔ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ | μὲν ΜΝ τῇ ΝΞ, ἡ δὲ ΖΚ τῇ ΚΑ. | καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΞ, οὕ|τως ἡ ΜΞ πρὸς ΞΟ [τοῦτο γὰρ ἐν | λήμματι δείκνυται], ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς | ΑΞ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΚΝ, καὶ ἴση | ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΚΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΚ | πρὸς ΚΝ,
57v col. 2 οὕτως ἡ ΜΞ πρὸς ΞΟ. | καὶ ἐπεὶ τὸ Ν σημεῖον κέντρον | τοῦ βάρους τῆς ΜΞ εὐθείας ἐστίν, | ἐπείπερ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΝ τῇ ΝΞ, | ἐὰν ἄρα τῇ ΞΟ ἴσην θῶμεν τὴν ΤΗ | καὶ κέντρον τοῦ βάρους αὐτῆς τὸ | Θ, ὅπως ἴση ᾖ ἡ ΤΘ τῇ ΘΗ, ἰσορ|ροπήσει ἡ ΤΘΗ τῇ ΜΞ αὐτοῦ με|νούσῃ διὰ τὸ ἀντιπεπονθότως | τετμῆσθαι τὴν ΘΝ τοῖς ΤΗ, ΜΞ | βάρεσιν, καὶ ὡς τὴν ΘΚ πρὸς ΚΝ, | οὕτως τὴν ΜΞ πρὸς τὴν ΗΤ· ὥσ|τε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων βάρους κέν|τρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Κ. ὁμοί-|ως δὲ καί, ὅσαι ἂν ἀχθῶσιν | ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παράλλη|λοι τῇ ΕΔ, ἰσορροπήσουσιν αὐ|τοῦ μένουσαι ταῖς ἀπολαμβα|νομέναις ἀπ᾽ αὐτῶν ὑπὸ τῆς | τομῆς μετενεχθείσαις ἐπὶ τὸ | ⟨Θ, ὥστε εἶναι τοῦ ἐξ ἀμφοτέ⟩|ρων κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ. | καὶ ἐπεὶ ἐκ μὲν
64r col. 2 τῶν ἐν τῷ ΓΖΑ | τριγώνῳ τὸ ΓΖΑ τρίγωνον συνέστηκεν, ἐκ δὲ τῶν | ἐν τῇ τομῇ ὁμοίως τῇ ΞΟ λαμ-|βανομένων συνέστηκε τὸ ΑΒΓ | τμῆμα, ἰσορροπήσει ἄρα τὸ | ΖΑΓ τρίγωνον αὐτοῦ μένον τῷ | τμήματι τῆς τομῆς τεθέν|τι περὶ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ | κατὰ τὸ Κ σημεῖον, ὥστε τοῦ ἐ|ξ ἀμφοτέρων κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους τὸ Κ. τετμήσθω δὴ | ἡ ΓΚ τῷ Χ, ὥστε τριπλασίαν | εἶναι τὴν ΓΚ τῆς ΚΧ· ἔσται ἄρα |

iam quoniam $\Gamma B A$ parabola[1]) est, ΓZ autem contingit et ordinate ducta est $\Gamma\Delta$, erit $EB = B\Delta$; hoc enim in elementis[2]) demonstratur; ea igitur de causa, et quia ZA, $M\Xi$ rectae $E\Delta$ parallelae sunt, erit etiam [Eucl. VI, 4; V, 9] $MN = N\Xi$ et $ZK = KA$. et quoniam est

$$\Gamma A : A\Xi = M\Xi : \Xi O,^{3)} \text{ et } \Gamma A : A\Xi = \Gamma K : KN$$

[Eucl. VI, 2; V, 18], et $\Gamma K = K\Theta$, erit $\Theta K : KN = M\Xi : \Xi O$. et quoniam punctum N centrum grauitatis est rectae $M\Xi$ [lemm. 4], quia $MN = N\Xi$, si ponimus $TH = \Xi O$ et Θ centrum grauitatis eius, ita ut sit $T\Theta = \Theta H$ [lemm. 4], recta $T\Theta H$ cum recta $M\Xi$ suo loco manenti aequilibritatem seruabit, quia ΘN in contraria ratione ponderum TH, $M\Xi$ secta est, et $\Theta K : KN = M\Xi : HT$ [De plan. aequil. I, 6—7]; quare magnitudinis ex utraque compositae centrum grauitatis est K [lemm. 3]. similiter autem, quotcunque in triangulo $ZA\Gamma$ rectae $E\Delta$ parallelae rectae ducuntur, ipsae quoque suo loco manentes aequilibritatem seruabunt cum partibus suis, quae sectione abscinduntur, ad Θ ita transpositis, ut magnitudinis ex utraque compositae centrum grauitatis sit K. et quoniam ex rectis in triangulo $\Gamma Z A$ ductis triangulus $\Gamma Z A$ constat, ex rectis autem in sectione eodem modo, quo ΞO, sumptis segmentum $AB\Gamma$, triangulus $ZA\Gamma$ suo loco manens cum segmento sectionis circum Θ centrum grauitatis posito aequilibritatem seruabit in puncto K, ita ut magnitudinis ex utraque compositae centrum grauitatis sit K. puncto igitur X recta ΓK ita diuidatur, ut sit $\Gamma K = 3\,KX$; itaque X centrum grauitatis erit trianguli

1) Hoc quoque uestigium est interpolationis; Archimedes scripserat ὀρθογωνίου κώνου τομά.

2) Sc. conicorum Euclidis et Aristaei; est Quadrat. parab. 2.

3) Est Quadrat. parab. 5 coll. Eucl. V, 18. uerba τοῦτο — δείκνυται lin. 7 interpolatoris sunt; lemma, quod idem sine dubio in mg. addiderat, nunc non comparet.

6 ΓΑ] ΓΔ. 7 ΞΟ] ΞΘ. τοῦτο — δείκνυται] deleo. 14 ᾖ] om. 19 ἂν] ἐάν. 20 ΕΔ] ΗΔ. μένουσαι] μενούσαις. 23 κέντρον] κέντρων. 24 τὸ ΓΖΑ τρίγωνον] om.

τὸ X σημεῖον κέντρον βάρους | τοῦ $AZ\Gamma$ τριγώνου·
66r col. 1 δέδεικται γὰρ | ἐν τοῖς Ἰσορροπικοῖς. ἐπεὶ οὖν ἰ|σόρρο-
πον τὸ $ZA\Gamma$ τρίγωνον αὐ|τοῦ μένον τῷ $BA\Gamma$ τμή-
ματι κατὰ | τὸ K τεθέντι περὶ τὸ Θ κέντρον | τοῦ
βάρους, καί ἐστιν τοῦ $ZA\Gamma$ τρι|γώνου κέντρον βά-
ρους τὸ X, ἔστιν | ἄρα, ὡς τὸ $AZ\Gamma$ τρίγωνον πρὸς |
τὸ $AB\Gamma$ τμῆμα κείμενον περὶ τὸ | Θ κέντρον, οὕτως
ἡ ΘK πρὸς XK. | τριπλασία δέ ἐστιν ἡ ΘK τῆς KX·
τρι|πλάσιον ἄρα καὶ τὸ $AZ\Gamma$ τρίγωνον | τοῦ $AB\Gamma$
τμήματος. ἔστι δὲ καὶ | τὸ $ZA\Gamma$ τρίγωνον τετραπλά-
σιον | τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου διὰ τὸ ἴσην εἶναι | τὴν μὲν
ZK τῇ KA, τὴν δὲ $A\Delta$ τῇ | $\Delta\Gamma$· ἐπίτριτον ἄρα ἐστὶν
τὸ $AB\Gamma$ τμῆ|μα τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου. [τοῦτο οὖν | φα-
νερόν ἐστιν].

71v col. 1

β'.

Τοῦτο δὴ διὰ μὲν τῶν νῦν εἰρημένων | οὐκ ἀποδέ-
δεικται, ἔμφασιν δέ | τινα πεποίηκε τὸ συμπέρασμα |
ἀληθὲς εἶναι· διόπερ ἡμεῖς ὁ|ρῶντες μὲν οὐκ ἀποδε-
δειγμέ|νον, ὑπονοοῦντες δὲ τὸ συμπέ|ρασμα ἀληθὲς
εἶναι, τάξο|μεν τὴν γεωμετρουμένην ἀ|πόδειξιν ἐξευ-
ρόντες αὐτοὶ τὴν | ἐκδοθεῖσαν πρότερον.

Ὅτι δὲ πᾶ|σα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶν τοῦ | κώνου
66r col. 2 τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος | ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν
ἐν | τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ | κέντρου τῆς
σφαίρας, καὶ ὁ κύλιν|δρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῷ |
μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, | ὕψος δὲ ἴσον τῇ
διαμέτρῳ τῆς σφαί|ρας, ἡμιόλιος τῆς σφαίρας ἐστίν, |
ὧδε θεωρεῖται κατὰ τρόπον τόνδε·

Ἔστω γάρ τις σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος | κύκλος ὁ
$AB\Gamma\Delta$, διάμετροι δὲ αἱ | $A\Gamma$, $B\Delta$ πρὸς ὀρθὰς ἀλλή-

$AZ\Gamma$; hoc enim in libro De aequilibriis[1]) demonstratum est. quoniam igitur triangulus $ZA\Gamma$ suo loco manens in puncto K cum segmento $BA\Gamma$ circum Θ centrum grauitatis posito aequilibritatem seruat, et X centrum grauitatis est trianguli $ZA\Gamma$, erit, ut triangulus $AZ\Gamma$ ad segmentum $AB\Gamma$ circum Θ centrum positum, ita $\Theta K : XK$. uerum $\Theta K = 3\,KX$; quare etiam $AZ\Gamma$ triangulus segmento $AB\Gamma$ triplo maior est. sed triangulus $ZA\Gamma$ idem triangulo $AB\Gamma$ quadruplo maior est [ZMP. XXIV p. 179 nr. 7], quia $ZK = KA$ et $A\Delta = \Delta\Gamma$;[2]) ergo segmentum $AB\Gamma$ triangulo $AB\Gamma$ tertia parte maius est.[3])

II.

Hoc igitur per ea, quae nunc diximus, demonstratum illud quidem non est, at significationem quandam dedit, conclusionem ueram esse; quare, cum intellegamus, conclusionem demonstratam non esse, suspicemur autem, eam ueram esse, demonstrationem per geometriam a nobis ipsis inuentam suo loco[4]) proponemus, quam eandem antea edidimus.

Omnem uero sphaeram quadruplo maiorem esse cono basim habenti circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem radio sphaerae aequalem, et cylindrum basim habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, dimidia parte maiorem esse sphaera, per hanc methodum sic examinatur:

Sit enim sphaera, cuius circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, dia-

1) Cfr. lemm. 5, et u. De plan. aequil. I, 15; II, 5. ZMP. XXIV p. 179 nr. 6ª.
2) Nam $\Delta\Gamma : A\Gamma = \Delta B : AK$ (Eucl. VI, 4), unde
$$\Delta B = \tfrac{1}{2}AK = \tfrac{1}{4}AZ.$$
3) τοῦτο — ἐστιν lin. 13—14 cum lin. 16 sqq. stare nequeunt.
4) Sine dubio in extremo libro.

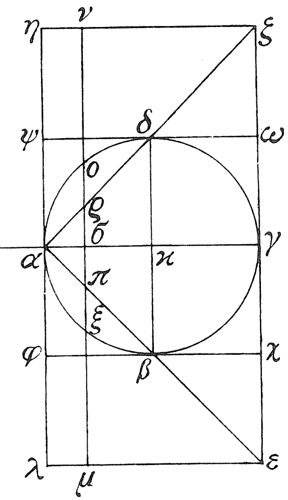
2 ἐπεὶ] ἔσται. 13 τοῦτο — 14 ἐστιν] deleo. 15 β'] om. Hic fig. p. 435. 20 τάξομεν] quod addubitat *Theodorus Reinach*, nunc praestare possum. 22 τετραπλασία] διπλασία.

λαις οὖ|σαι, ἔστω δὲ κύκλος ἐν τῇ σφαί|ρᾳ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς | πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἀπὸ | τοῦ ὀρθοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἀναγε|γράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Α ση|μεῖον, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ἐπιφα|νείας αὐτοῦ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπι|πέδῳ διὰ τοῦ Γ παρὰ τὴν βάσιν· | ⟨ποιήσει δὴ κύκλον ὀρθὸν 71v col. 2 πρὸς⟩ | τὴν ΑΓ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΕΖ. | ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος | ἀναγεγράφθω ἄξονα ἔχων τῇ | ΑΓ ἴσον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κυλίν|δρου αἱ ΕΛ, ΖΗ· καὶ ἐκβεβλήσθω | ἡ ΓΑ, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ | νοείσθω ζυγὸς ὁ ΓΘ, μέσον δὲ αὐ|τοῦ τὸ Α, καὶ ἤχθω τις παράλληλος ὑ|πάρχουσα τῇ ΒΔ ἡ ΜΝ, τεμνέτω | δὲ αὕτη τὸν μὲν ΑΒΓΔ κύκλον κατὰ | τὰ Ξ, Ο, τὴν δὲ ΑΓ διάμετρον κατὰ τὸ Σ, | τὴν δὲ ΑΕ εὐθεῖαν κατὰ τὸ Π, τὴν | δὲ ΑΖ κατὰ τὸ Ρ, καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ | εὐθείας ἐπίπεδον ἀνεστάτω | ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦ|το ἐν μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν | ⟨κύκλον, οὗ ἔσται διάμετρος ἡ ΜΝ, | ἐν δὲ τῇ ΑΒΓΔ σφαίρᾳ⟩ | κύκλον, οὗ ἔσται 66v col. 1 διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν | δὲ τῷ ΑΕΖ κώνῳ κύκλον, οὗ ἔσται δι|άμετρος ἡ ΠΡ.

καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ | ὑπὸ ΓΑ, ΑΣ τῷ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ· ἴση γὰρ | ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΣΜ, ἡ δὲ ΑΣ τῇ ΠΣ· τῷ δὲ | ὑπὸ ΓΑ, ΑΣ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΞ, του|τέστιν τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ, ἴσον ἄρα τὸ ὑ|πὸ τῶν ΜΣ, ΣΠ τοῖς ἀπὸ τῶν ΞΣ, ΣΠ. | καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ | ΜΣ πρὸς ΣΠ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ, ὡς ἄρα | ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, τουτέστι τὸ ἀπὸ | ΜΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ. τῷ δὲ ὑπὸ ΜΣ, | ΣΠ ἴσα ἐδείχθη τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ· ὡς ἄρα | ἡ ΑΘ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ |

1 οὖσαι] οὔσαις. 3 κύκλου] om. 11 ζυγὸς] ὁ ζυγός. 20 τῷ] τό. 21 διάμετρος] ἡ διάμετρος. 23 γὰρ] bis. 24 τῷ] *Reinach*, τό. 25 ὑπὸ] ἀπό. 29 τῷ] τό.

metri autem ΑΓ, ΒΔ inter se perpendiculares, et in sphaera circulus sit circum diametrum ΒΔ ad circulum ΑΒΓΔ perpendicularis, in hoc autem circulo perpendiculari conus construatur uerticem habens punctum Α, et superficie eius producta conus per Γ plano basi parallelo secetur; hoc igitur circulum efficiet ad ΑΓ perpendicularem, eiusque diametrus erit ΕΖ. in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens rectae ΑΓ aequalem, lateraque cylindri sint ΕΛ, ΖΗ; et producatur ΓΑ, eique aequalis ponatur ΑΘ, fingatur autem ΓΘ libra mediumque eius punctum Α, et ducatur recta aliqua ΜΝ rectae ΒΔ parallela circulumque ΑΒΓΔ secet in Ξ, Ο, diametrum autem ΑΓ in Σ et rectam ΑΕ in Π, rectam ΑΖ autem in Ρ, et in recta ΜΝ planum erigatur ad ΑΓ perpendiculare; hoc igitur sectionem efficiet in cylindro circulum, cuius diametrus erit ΜΝ, in sphaera autem ΑΒΓΔ circulum, cuius diametrus erit ΞΟ, in cono ΑΕΖ autem circulum, cuius diametrus erit ΠΡ.



et quoniam $\Gamma A \times A\Sigma = M\Sigma \times \Sigma\Pi$ (nam $A\Gamma = \Sigma M$, $A\Sigma = \Pi\Sigma$ [Eucl. VI, 4]), et $\Gamma A \times A\Sigma = A\Xi^2$ [Eucl. VI, 8 coroll.] $= \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2$ [Eucl. I, 47], erit

$$M\Sigma \times \Sigma\Pi = \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2.$$

et quoniam est $\Gamma A : A\Sigma = M\Sigma : \Sigma\Pi$, et $\Gamma A = A\Theta$, erit

ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΞΟ, ΠΡ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΞΟ, ΠΡ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ | κυλίνδρῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς | ⟨ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους τόν τε | ἐν τῷ κώνῳ, οὗ
71r col. 1 διάμετρος ἡ ΠΡ,⟩ | καὶ τὸν ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ ἐστιν διά|μετρος ἡ ΞΟ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως | ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ πρὸς τοὺς | κύκλους τόν τε ἐν τῇ σφαίρᾳ καὶ | τὸν ἐν τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν, ὡς ἡ ΘΑ | πρὸς ΑΣ, οὕτως αὐτὸς ὁ κύκλος ὁ ἐν | τῷ κυλίνδρῳ αὐτοῦ μένων ἀμφο|τέροις τοῖς κύκλοις, ὧν εἴσιν διάμε|τροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, μετενεχθεῖσιν καὶ τε-|θεῖσιν οὕτως ἐπὶ τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου | αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ | Θ, ἰσορροπήσουσι κατὰ τὸ Α σημεῖ|ον. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλ|λη ἀχθῇ ἐν τῷ ΛΖ παραλληλογράμ|μῳ παρὰ τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ
66v col. 2 τῆς ἀ|χθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν | πρὸς τὴν ΑΓ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν | τῷ κυλίνδρῳ ἰσορροπήσει πε|ρὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων ἀμ|φοτέροις τοῖς κύκλοις τῷ τε | ἐν τῇ σφαίρᾳ γινομένῳ καὶ τῷ | ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τε|θεῖσιν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, | ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους τὸ Θ. συμπληρω|θέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τῶν | ληφθέντων κύκλων καὶ τῆς σφαί-|ρας καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσει | ὁ κύλινδρος περὶ τὸ Α σημεῖον αὐ|τοῦ μένων συναμφοτέροις τῇ | τε σφαίρᾳ καὶ τῷ κώνῳ μετενε|χθεῖσι καὶ τεθεῖσι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ | τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον | εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ | τὰ εἰρημένα στερεὰ κατὰ τὸ Α ση|μεῖον τοῦ μὲν κυλίνδρου μένοντος
71r col. 2 περὶ κέντρον | τοῦ βάρους τὸ Κ, τῆς δὲ σφαίρας καὶ |

2 τὸ] τὰ. 3 τὸ] τά. 7 διάμετρος] ἡ διάμετρος. 10 αὐτὸς ὁ] ὁ αὐτὸς. 16 ΛΖ] ΑΓ. 23 τὸ] περὶ τὸ. 30 μένοντος] om.

$\Theta A : A\Sigma = M\Sigma : \Sigma\Pi = M\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma\Pi$. demonstrauimus autem, esse $M\Sigma \times \Sigma\Pi = \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2$; itaque

$$A\Theta : A\Sigma = M\Sigma^2 : \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2.$$

uerum [Eucl. V, 15]

$$M\Sigma^2 : \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2 = MN^2 : \Xi O^2 + \Pi P^2,$$

et, ut $MN^2 : \Xi O^2 + \Pi P^2$, ita circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, ad utrumque circulum, et qui in cono est, cuius diametrus est ΠP, et qui in sphaera est, cuius diametrus ΞO [Eucl. XII, 2]; itaque, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus in cylindro positus ad circulos in sphaera et in cono positos. quoniam igitur est, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita ipse circulus in cylindro positus suo loco manens ad utrumque circulum,[1]) quorum diametri sunt ΞO, ΠP, transpositos et ad Θ ita collocatos, ut Θ centrum grauitatis sit utriusque, in A puncto aequilibritatem seruabunt. similiter autem demonstrabimus, etiam si in parallelogrammo ΛZ alia recta rectae EZ parallela ducatur, et in recta ducta planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare, circulum in cylindro ortum suo loco manentem in puncto A cum utroque circulo et in sphaera et in cono ortis transpositis et in libra ad punctum Θ ita collocatis, ut Θ centrum grauitatis sit utriusque, aequilibritatem seruaturum esse. expletis igitur per circulos ita sumptos cylindro et sphaera conoque cylindrus suo loco manens cum utroque simul et sphaera et cono transpositis et in libra ad Θ ita collocatis, ut Θ centrum grauitatis sit utriusque, in A puncto aequilibritatem seruabit. quoniam igitur figurae

1) Lin. 9—14 uereor ne aliquid turbatum sit; nam lin. 11 scribendum fuit ⟨πρὸς⟩ ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους κτλ., quod propter lin. 12 restitui nequit. datiuus melius ab ἰσορροπήσουσι lin. 14 penderet (tum scribendum ἰσορροπήσει), et ἐπεὶ lin. 9 — αὐτὸς lin. 10 inutilia sunt; cfr. p. 450, 7 sqq.

τοῦ κώνου μετενηνεγμένων, ὡς | εἴρηται, περὶ κέντρον βάρους τὸ Θ, | ἔσται, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, οὕτως ὁ κύλιν|δρος πρὸς τὴν σφαῖραν καὶ τὸν κῶ|νον. διπλασία δὲ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ· διπλα|σίων ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος συναμ|φοτέρου τῆς τε σφαίρας καὶ τοῦ | κώνου. αὐτοῦ δὲ τοῦ κώνου τριπλα|σίων ἐστί· τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι εἰσὶ δυ|σὶ κώνοις τοῖς αὐτοῖς καὶ δυσὶ σφαί-|ραις. κοινοὶ ἀφῃρήσθωσαν δύο | κῶνοι· εἷς ἄρα κῶνος ὁ ἔχων τὸ | διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ | ἴσος ἐστὶ ταῖς εἰρημέναις δυσὶ | σφαίραις. ὁ δὲ κῶνος, οὗ τὸ διὰ | τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ, ἴσος ἐστὶν |
65r col. 1 *ὀκτὼ κώνοις, ὧν ἐστι τὸ διὰ τοῦ | ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ, διὰ τὸ | διπλῆν εἶναι τὴν ΕΖ τῆς ΒΔ. οἱ ἄρα | ὀκτὼ κῶνοι οἱ εἰρημένοι ἴσοι εἰσὶ | δυσὶ σφαίραις. τετραπλασίων | ἄρα ἐστὶν ἡ σφαῖρα, ἧς μέγιστος | κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, τοῦ κώνου, οὗ κορυ|φὴ μέν ἐστι τὸ Α σημεῖον, βάσις | δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύ|κλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ.*

ἤχθω|σαν δὴ διὰ τῶν Β, Δ σημείων ἐν | τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ τῇ | ΑΓ παράλληλοι αἱ ΦΒΧ, ΨΔΩ, καὶ | νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσεις | μὲν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΦΨ, ΧΩ κύκλοι, ἄξων δὲ ὁ ΑΓ. ἐπεὶ | οὖν διπλάσιός ἐστιν ὁ κύλινδρος, οὗ | ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλλη|λόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, |
72v col. 1 *⟨οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλ⟩|ληλόγραμμον τὸ ΦΔ, αὐτὸς δὲ οὗ|τος τριπλασίων ἐστὶν τοῦ κώνου, | οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον | τὸ ΑΒΔ, ὡς ἐν τοῖς Στοιχείοις, ἑξα|πλασίων ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι | τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλό|γραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κώνου, οὗ | τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ. | ἐδείχθη δὲ τοῦ αὐτοῦ κώνου τετρα|πλασία οὖσα ἡ*

solidae, quas diximus, in puncto A aequilibritatem seruant cylindro circum K centrum grauitatis [lemm. 8] manente, sphaera autem conoque circum Θ centrum grauitatis transpositis, erit, ut $\Theta A : AK$, ita cylindrus ad sphaeram conumque [De plan. aequil. I, 6—7]. uerum $\Theta A = 2\,AK$; quare etiam cylindrus utroque simul sphaera conoque duplo maior est. idem autem ipso cono triplo maior est [Eucl. XII, 10]; itaque tres coni duobus conis iisdem et duabus sphaeris aequales sunt. auferantur, qui communes sunt, duo coni; itaque unus conus, cuius triangulus per axem positus AEZ est, duabus sphaeris, quales diximus, aequalis est. sed conus, cuius triangulus per axem positus AEZ est, aequalis est octo conis, quorum triangulus per axem positus $AB\Delta$ est [Eucl. XII, 12], quia $EZ = 2\,B\Delta$; quare octo coni, quales diximus, duabus sphaeris aequales sunt. ergo sphaera, cuius maximus circulus est $AB\Gamma\Delta$, quadruplo maior est cono, cuius uertex est punctum A, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ ad $A\Gamma$ perpendicularis.[1])

iam per puncta B, Δ in parallelogrammo ΔZ rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur $\Phi B X$, $\Psi\Delta\Omega$, et fingatur cylindrus, cuius bases sint circuli circum diametros $\Phi\Psi$, $X\Omega$, axis autem $A\Gamma$. quoniam igitur cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, duplo maior est cylindro, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Delta$ est [Eucl. XII, 14], hic autem ipse cono, cuius triangulus per axem positus $AB\Delta$ est, triplo maior est, ut in Elementis[2]) est [Eucl. XII, 10], cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, cono, cuius triangulus per axem positus $AB\Delta$

1) Est De sph. et cyl. I, 34.

2) Suspicor, uerba *ὡς ἐν τοῖς Στοιχείοις* p. 444, 27 sq. interpolatoris esse; nam desideratur *δέδεικται*, nec intellegitur, cur hoc solo loco Euclidis opus nominatim citatum sit.

4 *διπλασίων*] *διπλάσιον*. 20 *ΦΒΧ, ΨΔΩ*] $\overline{\varphi\beta}$ $\overline{\chi\psi}$ $\delta\overline{\omega}$. 21 *νοείσθω κύλινδρος, οὗ*] *νοείσθωσαν κύλινδροι ὧν*. 22 *κύκλοι*] *κύκλους*.

σφαῖρα, ἧς μέ|γιστός ἐστιν κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$· | ἡμιόλιος ἄρα ὁ κύλινδρος τῆς | σφαίρας· ὅπερ ἔδει δειχθῆναι. |

Τούτου τεθεωρημένου, διότι πᾶ|σα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ τοῦ | κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος 65r col. 2 τὸν | μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον | τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, | ἡ ἔννοια ἐγένετο, ὅτι πάσης σφαί-|ρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ | τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαί|ρᾳ· ὑπόληψις γὰρ ἦν, καὶ διότι πᾶς κύκλος | ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχον|τι τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, ὕψος | δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, | καὶ διότι πᾶ|σα σφαῖρα | ἴση ἐστὶ κώ|νῳ τῷ βά|σιν μὲν ἔχον|τι τὴν ἐπι|φάνειαν τῆς | σφαίρας, ὕψος | δὲ ἴσον τῇ ἐκ | τοῦ κέντρου | τῆς σφαίρας.

γʹ.

72v col. 2 Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου ταύτου | ⟨καί, ὅτι ὁ κύλινδρος ὁ τὴν μὲν βάσιν⟩ | ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν | ἐν τῷ σφαιροειδεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῷ | ἄξονι τοῦ σφαιροειδοῦς, ἡμιόλιός ἐστι | τοῦ σφαιροειδοῦς·| τούτου δὲ θεωρη|θέντος φανερόν, ὅτι παντὸς σφαι-|ροειδοῦς ἐπιπέδῳ τμηθέντος δι|ὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄ|ξονα τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς δι|πλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν | μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ τμή|ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω γάρ τι | σφαιροειδὲς καὶ τετμήσθω ἐπιπέ|δῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ γινέσθω ἐν | τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ ὀξυγωνίου | κώνου τομὴ ἡ $AB\Gamma\Delta$, διάμετροι δὲ | αὐ-
65v col. 1 τῆς ἔστωσαν αἱ $A\Gamma$, $B\Delta$, κέντρον | δὲ τὸ K, ἔστω δὲ κύκλος ἐν τῷ σφαι|ροειδεῖ περὶ διάμετρον τὴν $B\Delta$

1 ἐστιν] μέν ἐστιν ὁ. 4 τούτου τεθεωρημένου] τοῦ τοῦ τεθεωρήματος. 5 τοῦ] om. 12—15 Hic fig. p. 441. 16 γʹ] om. 23 τὸν] τε τὸν.

est, sexcuplo maior est. demonstrauimus autem, sphaeram, cuius circulus maximus sit $AB\Gamma\Delta$, eodem cono quadruplo maiorem esse; ergo cylindrus dimidia parte maior est sphaera; quod erat demonstrandum.[1])

Hoc examinato, omnem sphaeram cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radio sphaerae aequalem, quadruplo maiorem esse, orta est opinio, omnis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae;[2]) supposui enim, sicut omnis circulus triangulo basim habenti ambitum circuli, altitudinem autem radio circuli aequalem, aequalis sit,[3]) ita etiam omnem sphaeram cono aequalem esse basim habenti superficiem sphaerae, altitudinem autem radio sphaerae aequalem.

III.

Per hanc methodum hoc quoque examinatur, cylindrum basim habentem maximo circulo sphaeroidis aequalem, altitudinem autem axi sphaeroidis aequalem, dimidia parte maiorem esse sphaeroide; quo examinato adparet, quouis sphaeroide per centrum plano ad axem perpendiculari secto dimidium sphaeroidis cono eandem basim altitudinemque eandem habenti, quam segmentum, duplo maius esse.[4])

Sit enim sphaeroides aliquod planoque per axem secetur, et in superficie eius sectio coni acutianguli efficiatur $AB\Gamma\Delta$, diametri autem eius sint $A\Gamma$, $B\Delta$ centrumque K, et in sphaeroide circulus sit circum diametrum $B\Delta$ ad $A\Gamma$ perpendi-

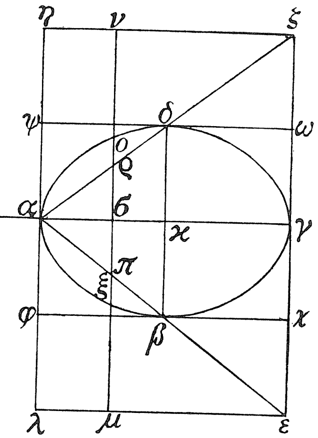
1) Est De sph. et cyl. I, 34 coroll. ceterum clausulam illam sollemnem demonstrationum addi non debuisse, adparet ex p. 438, 16 sq.
2) Demonstratur De sph. et cyl. I, 33.
3) De dim. circ. 1.
4) De conoid. et sphaeroid. 27.

ὀρθ|ὸς πρὸς τὴν ΑΓ, νοείσθω δὲ κῶνος βά|σιν ἔχων τὸν εἰρημένον κύκλον, κο|ρυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἐκβλη|θείσης τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τετ|μήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ | Γ παρὰ τὴν βάσιν· ἔσται δὴ ἡ τομὴ | αὐτοῦ κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὴν ΑΓ, διά|μετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΖ. ἔστω δὲ καὶ κύ|λινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν αὐτὸν | κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΖ, ἄξονα | δὲ τὴν ΑΓ εὐθεῖαν, καὶ ἐκβληθείσης | τῆς ΓΑ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νο|είσθω ζυγὸς ὁ ΘΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ | Α, ἤχθω δέ τις ἐν τῷ ΑΖ παραλλη|λογράμμῳ παρὰ τὴν ΕΖ ἡ ΜΝ, καὶ | ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρ|⟨θὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ
72r col. 1 τοῦτο ἐν⟩ | μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον, | οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῷ σφαιρο|ειδεῖ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ | κώνῳ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος | ἡ ΠΡ.

καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΣ, | οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΠ, τουτέστιν ἡ ΜΣ πρὸς | τὴν ΣΠ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ, ὡς ἄρα ἡ | ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ. ὡς δὲ ἡ | ΜΣ πρὸς ΣΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣ, | ΣΠ· τῷ δὲ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν | ΠΣ, ΣΞ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ ὑπὸ ΑΣ, ΣΓ | πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΚ, ΚΓ, | τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΚ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΒ | [ἀμφότεροι γὰρ οἱ λόγοι ἐν τῷ τῆς | πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν εἰσίν], ὡς | δὲ τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΣ | πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, ἐναλλὰξ ἄρα
65v col. 2 ἔσται, ὡς τὸ | ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΣΓ, τὸ ἀπὸ

6 καὶ] καὶ ὁ. 9 ζυγὸς] ὁ ζυγός. 14 κύκλον] om. 25 ἀμφότεροι — 26 εἰσίν] deleo.

cularis, fingatur autem conus basim habens circulum, quem significauimus, uerticem autem A punctum, et producta eius superficie conus per Γ plano basi parallelo secetur; sectio igitur eius circulus erit ad $A\Gamma$ perpendicularis eiusque diametrus EZ. sit autem etiam cylindrus basim habens eundem circulum, cuius diametrus est EZ, axem autem rectam $A\Gamma$, et recta ΓA producta aequalis ei ponatur $A\Theta$, libraque fingatur $\Theta\Gamma$, medium autem eius punctum A, et in parallelogrammo AZ rectae EZ parallela ducatur recta aliqua MN, in MN autem planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare; hoc igitur sectionem efficiet in cylindro circulum, cuius diametrus est MN, in sphaeroide autem circulum, cuius diametrus est ΞO [De conoid. 11 c], in cono autem circulum, cuius diametrus est ΠP.



et quoniam est $\Gamma A : A\Sigma = EA : A\Pi$ [Eucl. VI, 4] $= M\Sigma : \Sigma\Pi$ [Eucl. VI, 4; V, 18], et $\Gamma A = A\Theta$, erit

$$\Theta A : A\Sigma = M\Sigma : \Sigma\Pi.$$

uerum $M\Sigma : \Sigma\Pi = M\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma\Pi$; et $M\Sigma \times \Sigma\Pi = \Pi\Sigma^2 + \Sigma\Xi^2$. quoniam enim

$$A\Sigma \times \Sigma\Gamma : \Sigma\Xi^2 = AK \times K\Gamma : KB^2\,{}^{1)} = AK^2 : KB^2,$$

1) Propter proprietatem ellipsis (Apollonius, Conic. I, 21) Archimedi quoque notam (u. ZMP. XXV p. 47 nr. 5). uerba *ἀμφότεροι* lin. 25 — *εἰσίν* lin. 26 interpolata sunt; nam uocabula *πλαγία* et *ὀρθία* ab Apollonio demum usurpata sunt.

ΠΣ | πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ | ΑΣΓ, τὸ ἀπὸ ΣΠ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΠ, ΠΜ· ἴ|σον ἄρα τὸ ὑπὸ ΜΠ, ΠΣ τῷ ἀπὸ ΞΣ. κοι|νὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΠΣ· τὸ ἄρα | ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ τοῖς ἀπὸ ΠΣ, ΣΞ ἴσον. | ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΠΣ, ΣΞ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΣΞ, ΣΠ, οὕτως ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ | κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμ|φοτέρους τοὺς κύκλους, ὧν διά|μετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ· ὥστε ἰσορροπή|σει περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, | οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐτοῦ μένων | ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις, ὧν διά|μετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, μετενεχθεῖσι καὶ | τεθεῖσιν τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ,
72r col. 2 ὥστε | ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ | βάρους τὸ Θ. συναμφοτέρων δὲ τῶν | κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, | μετενηνεγμένων κέντρον τοῦ βά|ρους τὸ Θ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς | ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμ|φοτέρους τοὺς κύκλους, ὧν διά|μετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ. ὁμοίως δὲ δειχθή|σεται, καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν | τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ παρὰ | τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐ|πίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν | ΑΓ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῷ κυλίν|δρῳ ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α ση|μεῖον αὐτοῦ μένων συναμφοτέ|ροις τοῖς κύκλοις τῷ τε ἐν τῷ | σφαιροειδεῖ γινομένῳ καὶ τῷ ἐν τῷ | κώνῳ μετενεχθεῖσιν
58r col. 1 τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἑκατέρου | αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους | τὸ Θ. συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυ|λίνδρου ὑπὸ τῶν ληφθέντων | κύκλων καὶ τοῦ σφαιροειδοῦς καὶ | τοῦ κώνου ἰσόρροπος ὁ κύλινδρος | ἔσται περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μέ|νων τῷ τε σφαι-

6 ΠΣ] $\overline{\mu\sigma}$. 9 ἰσορροπήσει] ἰσορροπήσουσι. 21 ὅτι] om. 24 τῷ (pr.)] om.

et $AK^2 : KB^2 = A\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2$ [Eucl. VI, 4], permutando [Eucl. V, 16] erit

$$A\Sigma^2 : A\Sigma \times \Sigma\Gamma = \Pi\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2.$$

uerum $A\Sigma^2 : A\Sigma \times \Sigma\Gamma = \Sigma\Pi^2 : \Sigma\Pi \times \Pi M$ [Eucl. VI, 4; V, 15]; itaque $M\Pi \times \Pi\Sigma = \Xi\Sigma^2$ [Eucl. V, 9]. commune adiiciatur $\Pi\Sigma^2$; itaque $M\Sigma \times \Sigma\Pi$ [Eucl. II, 3] $= \Pi\Sigma^2 + \Sigma\Xi^2$. quare $\Theta A : A\Sigma = M\Sigma^2 : \Pi\Sigma^2 + \Sigma\Xi^2$. sed ut

$$M\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2 + \Sigma\Pi^2,$$

ita circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, ad utrumque circulum, quorum diametri sunt ΞO, ΠP [Eucl. XII, 2]; quare circulus, cuius diametrus est MN, suo loco manens circum punctum A aequilibritatem seruabit cum utroque circulo, quorum diametri sunt ΞO, ΠP, transpositis et in libra ad Θ ita collocatis, ut Θ utriusque centrum grauitatis sit. ⟨circuli autem, cuius diametrus est MN, suo loco manentis centrum grauitatis est Σ⟩[1] [lemm. 7], et utriusque simul circuli, quorum diametri sunt ΞO, ΠP, transpositorum centrum grauitatis est Θ [cfr. lemm. 1]; quare erit, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est MN, ad utrumque circulum, quorum diametri sunt ΞO, ΠP. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in parallelogrammo AZ rectae EZ parallela ducatur, et a recta ita ducta planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare, circulum in cylindro ortum suo loco manentem circum A punctum aequilibritatem seruaturum esse cum utroque simul circulo in sphaeroide conoque ortis transpositis ad punctum Θ librae ita, ut utriusque centrum grauitatis sit Θ. expletis igitur per circulos sumptos cylindro, sphaeroide, cono cylindrus suo loco manens cum sphaeroide conoque transpositis et in libra ad Θ ita collocatis, ut utriusque centrum grauitatis sit Θ, circum punctum A aequilibritatem seruabit. et

1) Haec fere post Θ lin. 14 aut addenda aut saltem cogitatione supplenda, nisi forte pro δὲ lin. 14 scribendum δή.

ροειδεῖ καὶ τῷ κώ|νῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν | ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥσ|τε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους τὸ Θ. καί ἐστι τοῦ μὲν κυ-|λίνδρου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ, | τοῦ δὲ σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου | συναμφοτέρων, ὡς ἐρρέθη, κέν-|τρον τοῦ βάρους τὸ Θ· ἔστιν οὖν, | ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, ὁ κύλινδρος | πρὸς ἀμφότερα τό τε σφαιρο|⟨ειδὲς
63v col. 1 καὶ τὸν κῶνον⟩. δ⟨ιπλα⟩σία | δὲ ἡ ΑΘ τῆς ΑΚ· διπλάσιος ἄρα | καὶ ὁ κύλινδρος ἀμφοτέρων τοῦ | τε σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου· | εἷς ἄρα κύλινδρος ἴσος δυσὶν | κώνοις καὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν. | εἷς δὲ κύλινδρος ἴσος ἐστὶ τρισὶ κώ|νοις τοῖς αὐτοῖς· τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι | εἰσὶ δυσὶ κώνοις καὶ δυσὶ σφαιρο|ειδέσι. κοινοὶ ἀφῃρήσθωσαν | δύο κῶνοι· λοιπὸς ἄρα εἷς κῶνος, | οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ Α|ΕΖ, ἴσος ἐστὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν. εἷς δὲ | κῶνος ὁ αὐτὸς ἴσος ἐστὶν ὀκτὼ κώνοις, | ὧν ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ | ΑΒΔ· ὀκτὼ ἄρα κῶνοι οἱ εἰρημένοι
58r col. 2 ἴσ|οι εἰσὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν· καὶ τέσσαρες | ἄρα κῶνοι ἴσοι ἑνὶ σφαιροειδεῖ· | τετραπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ σφαιροειδὲς | τοῦ κώνου, οὗ κορυφὴ μέν ἐστι τὸ Α σημεῖ|ον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν | ΒΔ κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ | τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς διπλάσι|όν ἐστι τοῦ εἰρημένου κώνου.

ἤχθωσαν | δὲ διὰ τῶν Β, Δ σημείων ἐν τῷ ΑΖ παρ|αλληλογράμμῳ τῇ ΑΓ παράλλη|λοι αἱ ΦΧ, ΨΩ, καὶ νοείσθω κύλινδρος, | οὗ βάσεις μὲν οἱ περὶ διαμέτρους | τὰς ΦΨ, ΧΩ κύκλοι, ἄξων δὲ ἡ ΑΓ | εὐθεῖα.

ἐπεὶ οὖν διπλάσιός ἐστιν ὁ κύλιν|δρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλλη|λόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, οὗ | τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον

τὸ | ΦΔ, διὰ τὸ ἴσας αὐτῶν εἶναι τὰς βά|σεις, τὸν δὲ ἄξονα τοῦ ἄξονος διπλά|σιον, αὐτὸς δὲ ὁ κύλινδρος, οὗ τὸ | διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον | τὸ ΦΔ, τρι- 63v col. 2

---

centrum grauitatis est cylindri punctum K [lemm. 8], sphaeroidis autem conique coniunctorum punctum Θ, ut dictum est [p. 450, 25]; erit igitur, ut $\Theta A : AK$, ita cylindrus ad utrumque et sphaeroides et conum. uerum $A\Theta = 2\,AK$; quare etiam cylindrus utroque et sphaeroide et cono duplo maior est, h. e. unus cylindrus duobus conis et duobus sphaeroidibus aequalis est. uerum unus cylindrus tribus conis iisdem aequalis est [Eucl. XII, 10]; itaque tres coni duobus conis et duobus sphaeroidibus aequales sunt. auferantur, qui communes sunt, duo coni; itaque, qui relinquitur, unus conus, cuius triangulus per axem positus AEZ est, duobus sphaeroidibus aequalis est. sed unus conus idem octo conis, quorum triangulus per axem positus $AB\Delta$ est, aequalis est; itaque octo coni, quales diximus, duobus sphaeroidibus aequales sunt, h. e. quattuor coni uni sphaeroidi aequales; sphaeroides igitur quadruplo maius est cono, cuius uertex est punctum A, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus ad $A\Gamma$ perpendicularis, et dimidium sphaeroidis cono, quem diximus, duplo maius est.

ducantur autem in ΔZ parallelogrammo per puncta B, Δ rectae $A\Gamma$ parallelae ΦX, $\Psi\Omega$, et fingatur cylindrus, cuius bases sint circuli circum diametros $\Phi\Psi$, $X\Omega$ descripti, axis autem $A\Gamma$ recta.

quoniam igitur cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, duplo maior est cylindro, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Delta$ est [Eucl. XII, 13], quia bases eorum aequales sunt, axis autem axe duplo maior, et ipse cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum

---

1 τεθεῖσιν] τεθείσης. 5 τοῦ κώνου] τῷ κώνῳ. συναμφοτέρων] συναμφότερον. 12 τρισί] τρεῖς. 14 κοινοί] κώνοις. 24 διπλάσιον] διπλάσιος. 28 ΦΨ, ΧΩ] φχ ψω. ἡ] τῇ. εὐθεῖα] εὐθείᾳ. 34 τριπλασίων] τριπλάσιον.

πλασίων ἐστὶ τοῦ κώνου, | οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις | δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν $B\Delta$ κύκλος | ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν $A\Gamma$, ἑξαπλά|σιος ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ | ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ | $\Phi\Omega$, τοῦ εἰρημένου κώνου. ἐδείχθη | δὲ τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλάσιον |. τὸ σφαιροειδές· ἡμιόλιος ἄρα ἐστὶν ὁ | κύλινδρος τοῦ σφαιροειδοῦς· $\overline{οι}$.

δ'.

Ὅτι δὲ πᾶν | τμῆμα ὀρ|θογωνίου κω|νοειδοῦς ἐπι-|
58v col. 1 πέδῳ ἀπο|τεμνόμενον | ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν | ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος | τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ τὸν ἄ|ξονα τὸν αὐτόν, ὧδε διὰ τοῦ τρόπου | τούτου θεωρεῖται·

ἔστω γὰρ ὀρθογώ|νιον κωνοειδὲς καὶ τετμήσθω ἐ-|πιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποι|είτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ὀρ|θογωνίου κώνου τομὴν τὴν $AB\Gamma$, | τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ | ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ ἔστω | αὐτῶν κοινὴ τομὴ ἡ $B\Gamma$, ἄξων δὲ | ἔστω τοῦ τμήματος ἡ ΔA, καὶ ἐκ|βεβλήσθω ἡ ΔA ἐπὶ τὸ Θ, καὶ κείσθω | αὐτῇ ἴση ἡ $A\Theta$, καὶ νοείσθω ζυγὸς | ὁ $\Delta\Theta$, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ A, ἔστω δὲ ἡ | τοῦ τμήματος βάσις ὁ περὶ διά|μετρον τὴν $B\Gamma$ κύκλος ὀρθὸς
63r col. 1 ὢν πρὸς | ⟨τὴν $A\Delta$, νοείσθω δὲ κῶνος βάσιν⟩ | μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἐστι διάμετρος | ἡ $B\Gamma$, κορυφὴν δὲ τὸ A σημεῖον, ἔστω | δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων | τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ $B\Gamma$, ἄ-|ξονα δὲ τὸν $A\Delta$, καὶ ἤχθω τις ἐν | τῷ παραλληλο-

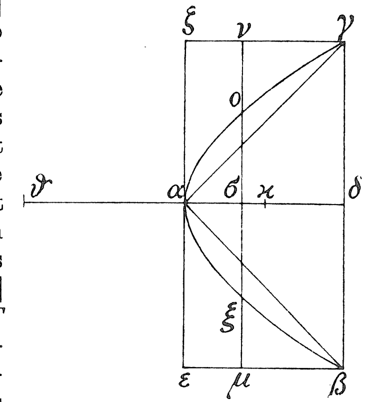
7 $\overline{οι}$] h. e. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Hic fig. p. 449. 8 δ'] om. 8 ὀρθογωνίου] ὀρθογώνιον. 16 $AB\Gamma$] $\overline{αβ}$. 18 ἔστω] ἔσται. 20 ζυγὸς] ὁ ζυγὸς. 24 κορυφὴν] κορυφή.

$\Phi\Delta$ est, triplo maior est cono, cuius uertex est A punctum, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus ad $A\Gamma$ perpendicularis [Eucl. XII, 10], cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, sexcuplo maior est cono, quem significauimus. demonstrauimus autem, sphaeroides eodem cono quadruplo maius esse; ergo cylindrus sphaeroide dimidia parte maior est; quod erat demonstrandum.[1])

IV.

Quoduis autem segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari dimidia parte maius esse cono basim habenti eandem, quam segmentum, axemque eundem,[2]) per hanc methodum sic examinatur:

Sit enim conoides rectangulum planoque per axem secetur, quod in superficie sectionem efficiat coni rectanguli sectionem [De conoid. 11 a] $AB\Gamma$, secetur autem alio quoque plano ad axem perpendiculari, communisque planorum sectio sit $B\Gamma$, axis autem sectionis sit ΔA, et ΔA ad Θ producatur, eique aequalis ponatur $A\Theta$, et $\Delta\Theta$ libra fingatur, medium autem eius punctum A, basis autem segmenti circulus [ib.] sit circum diametrum $B\Gamma$ descriptus ad $A\Delta$ perpendicularis, et fingatur conus basim habens circulum, cuius diametrus est $B\Gamma$, uerticem autem punctum A, sit autem etiam cylindrus basim habens circulum, cuius diametrus est $B\Gamma$, axem autem $A\Delta$, et in parallelogrammo recta



1) U. supra p. 447 not. 1.
2) De conoid. 21.

γράμμῳ ἡ *ΜΝ* | παράλληλος οὖσα τῇ *ΒΓ*, καὶ | ἀπὸ τῆς *ΜΝ* ἐπίπεδον ἀνεστά|τω ὀρθὸν πρὸς τὴν *ΑΔ*· ποιήσει δὴ | τοῦτο ἐν μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν | κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ *ΜΝ*, ἐν δὲ | τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου | κωνοειδοῦς τομὴν κύκλον, οὗ διά|μετρος ἡ *ΞΟ*.

καὶ ἐπεὶ ὀρθογωνίου | κώνου τομή ἐστιν ἡ *ΒΑΓ*, [58v col. 2] διά|μετρος δὲ αὐτῆς ἡ *ΑΔ*, καὶ τεταγμέ|νως κατηγμέναι εἰσὶν αἱ *ΞΣ*, | *ΒΔ*, ἔστιν, ὡς ἡ *ΔΑ* πρὸς *ΑΣ*, οὕτως τὸ ἀπὸ | *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΞΣ*. ἴση δὲ ἡ *ΔΑ* τῇ | *ΑΘ*· ὡς ἄρα ἡ *ΘΑ* πρὸς *ΑΣ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΜΣ* | πρὸς τὸ ἀπὸ *ΣΞ*. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ *ΜΣ* πρὸς τὸ | ἀπὸ *ΣΞ*, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυ|λίνδρῳ, οὗ διάμετρος ἡ *ΜΝ*, πρὸς | τὸν κύκλον τὸν ἐν τῷ τμήματι | τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς, οὗ | διάμετρος ἡ *ΞΟ*· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ *ΘΑ* πρὸς | *ΑΣ*, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος | ἡ *ΜΝ*, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος | ἡ *ΞΟ*. ἰσόρροπος ἄρα ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος | ἡ *ΜΝ*, ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ περὶ τὸ | *Α* σημεῖον αὐτοῦ μένων τῷ κύ|κλῳ, οὗ διάμετρος ἡ *ΞΟ*, μετενε|χθέντι καὶ τεθέντι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ *Θ*, ὥστε κέντρον αὐτοῦ | ⟨εἶναι τοῦ βάρους τὸ⟩ *Θ*· ⟨καί [63r col. 2] ἐστι | τοῦ⟩ μὲν ⟨κύκλου, οὗ διάμετρός ἐστιν ἡ⟩ | *ΜΝ*, κέντρον τοῦ βάρους τὸ *Σ*, τοῦ δὲ | κύκλου, οὗ ἐστι διάμετρος ἡ *ΞΟ*, μετε|νηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους | τὸ *Θ*, καὶ ἀντιπεπονθότως τὸν | αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ *ΘΑ* πρὸς *ΑΣ*, ὃν | ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ *ΜΝ*, πρὸς | τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ *ΞΟ*. ὁ-|μοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη | τις ἀχθῇ ἐν τῷ *ΕΓ* παραλληλο|γράμμῳ παρὰ τὴν *ΒΓ*, καὶ ἀπὸ | τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνα|σταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν *ΑΘ*, ὅτι ἰσορ|ροπήσει πρὸς τῷ *Α* σημείῳ ὁ γενόμε-|νος κύκλος ἐν τῷ κυλίνδρῳ αὐ|τοῦ μένων τῷ γενομέ[45r col. 1]νῳ ἐν τῷ | τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνο|ειδέος μετενεχθέντι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ *Θ* οὕτως, ὥστε κέν-

aliqua MN rectae $B\Gamma$ parallela ducatur, in MN uero planum erigatur ad $A\Delta$ perpendiculare; hoc igitur sectionem efficiet in cylindro circulum, cuius diametrus est MN, in segmento autem conoidis rectanguli circulum, cuius diametrus est ΞO [De conoid. 11 a].

et quoniam rectanguli coni sectio est $BA\Gamma$, diametrus autem eius $A\Delta$ et ordinate ductae $\Xi\Sigma$, $B\Delta$, erit [Quadr. parab. 3] $\Delta A : A\Sigma = B\Delta^2 : \Xi\Sigma^2$. uerum $\Delta A = A\Theta$; itaque $\Theta A : A\Sigma = M\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2$. sed, ut $M\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2$, ita circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, ad circulum in segmento conoidis rectanguli positum, cuius diametrus est ΞO [Eucl. XII, 2]; quare erit, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est MN, ad circulum, cuius diametrus est ΞO. itaque circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, suo loco manens circum punctum A aequilibritatem seruabit cum circulo, cuius diametrus est ΞO, transposito et in libra ad Θ ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. et circuli, cuius diametrus est MN, centrum grauitatis est Σ [lemm. 7], circuli autem, cuius diametrus est ΞO, transpositi centrum grauitatis Θ, et in contraria proportione est, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est MN, ad circulum, cuius diametrus est ΞO. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in parallelogrammo $E\Gamma$ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur, et in recta ita ducta planum erigatur ad $A\Theta$ perpendiculare, circulum in cylindro ortum suo loco manentem ad punctum A aequilibritatem seruaturum esse cum circulo in segmento conoidis rectanguli orto in libra ad Θ ita transposito, ut

7 ἐπεὶ] ἐπί. τομή] τομῆς. 18 *ΞΟ*] ξο̣. 19 περὶ] πρός. 29 ἐὰν] ἐν.

τρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. συμπληρω|θέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ | τμήματος τοῦ ὀρθογωνίου κωνο|ειδοῦς ἰσορροπήσει περὶ τὸ A ση|μεῖον ὁ κύλινδρος αὐτοῦ μένων τῷ | τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοει|δέος μετενεχθέντι καὶ τεθέντι | τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέν|τρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. | ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ περὶ τὸ A σημεῖ|ον τὰ εἰρημένα μεγέθη, καί ἐστι | τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον βά|ρους τὸ K σημεῖον δίχα τεμνομέ|νης τῆς $A\Delta$ κατὰ τὸ K σημεῖον, | τοῦ δὲ τμήματος μετενηνεγμένου | κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ, ἀντι|πεπονθότως τὸν
44v col. 1 αὐτὸν ἕξει λόγ|ον ⟨ἡ ΘA πρὸς τὴν AK, ὃν ὁ⟩ κύλινδρος | πρὸς τὸ τμῆμα. διπλασία δὲ ἡ | ΘA τῆς AK· διπλάσιος ἄρα καὶ | ὁ κύλινδρος τοῦ τμήματος. ὁ δὲ | αὐτὸς κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι | τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος | τὸν κύκλον, | οὗ διάμε|τρος ἡ $B\Gamma$, | κορυφὴν δὲ | τὸ A σημεῖ|ον· δῆλον | οὖν, ὅτι τὸ τμῆ-|μα ἡμιόλιόν | ἐστιν τοῦ αὐ|τοῦ κώνου.

ε′.

Ὅτι δὲ τοῦ τμήματος τοῦ ὀρθογω|νίου κωνοειδέος
45r col. 2 τοῦ ἀποτεμνομένου | ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα | τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς | εὐθείας, ἥ ἐστιν ἄξων τοῦ τμήματος, | τμηθείσης οὕτως τῆς εἰρημένης | εὐθείας, ὥστε διπλάσιον εἶναι | τὸ μέρος αὐτοῦ τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ | λοιποῦ τμήματος, ὧδε διὰ τοῦ τρό|που θεωρεῖται·

ἔστω τμῆμα | ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς ἀποτε|μνόμενον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς | τὸν ἄξονα καὶ τετμήσθω ἐπιπέ|δῳ ἑτέρῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποι|είτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν | $AB\Gamma$ ὀρθογωνίου κώνου τομήν,

τοῦ | δὲ ἀποτετμηκότος τὸ τμῆμα ἐπι|πέδου καὶ τοῦ τέμνοντος κοινὴ | τομὴ ἔστω ἡ $B\Gamma$, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ | τμήματος καὶ διάμετρος τῆς | $AB\Gamma$ τομῆς ἡ $A\Delta$ εὐθεῖα, καὶ τῆς ⟨ΔA ἐκβληθείσης ἴση αὐτῇ κείσθω ἡ 44v col. 2

---

centrum grauitatis eius sit Θ. expletis igitur cylindro segmentoque conoidis rectanguli cylindrus suo loco manens circum punctum A aequilibritatem seruabit cum segmento conoidis rectanguli transposito et in libra ad Θ ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. quoniam autem magnitudines, quas diximus, circum A punctum aequilibritatem seruant, et cylindri centrum grauitatis est punctum K recta $A\Delta$ ad K in duas partes aequales secta [lemm. 8], segmenti autem transpositi centrum grauitatis est Θ, in contraria proportione erit, ut $\Theta A : AK$, ita cylindrus ad segmentum. uerum $\Theta A = 2\,AK$; quare etiam cylindrus duplo maior est segmento. sed idem cylindrus triplo maior est cono basim habenti circulum, cuius diametrus est $B\Gamma$, uerticem autem punctum A [Eucl. XII, 10]; adparet igitur, segmentum dimidia parte maius esse eodem cono.

V.

Centrum grauitatis autem segmenti conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscisi in recta positum esse, quae axis sit segmenti, ita secta, ut pars eius ad uerticem posita duplo maior sit parte reliqua, per methodum nostram sic examinatur:

Sit segmentum conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscisum alioque plano per axem secetur, quod in superficie sectionem efficiat $AB\Gamma$ sectionem coni rectanguli [De conoid. 11 a], sectio autem communis plani segmentum abscindentis planique secantis sit $B\Gamma$, axis autem segmenti

---

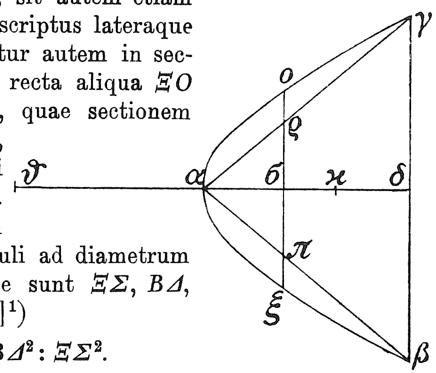
10 δὲ] om. 16 Hic fig. p. 455. κορυφὴν] κορυφή. 19 ε′] om. 21 τοῦ] om. τὸν] τῶν. 25 τὸ] om. 27 ὀρθογωνίου] ὀρθογώνιον. 32 τέμνοντος] τμήματος.

ΑΘ, καὶ⟩ | νοείσθω ζυγὸς ὁ ΔΘ, μέσον δὲ αὐ|τῆς τὸ Α, ἔστω δὲ καὶ κῶνος ἐγγε|γραμμένος ἐν τῷ τμήματι, πλευ|ραὶ δὲ αὐτοῦ αἱ ΒΑ, ΑΓ, ἤχθω δέ τις | ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου το|μῇ ἡ ΞΟ παράλληλος οὖσα τῇ | ΒΓ, τεμνέτω δὲ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ὀρ|θογωνίου κώνου τομὴν κατὰ τὰ | Ξ, Ο, τὰς δὲ τοῦ κώνου πλευρὰς κατὰ | τὰ Π, Ρ σημεῖα.

ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνί|ου κώνου τομῇ κάθετοι ἠγμέναι | εἰσὶν ἐπὶ τὴν διάμετρον αἱ ΞΣ, ΒΔ, | ἔστιν, ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς | τὸ ἀπὸ ΞΣ. ὡς δὲ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΒΔ | πρὸς ΠΣ, ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ | ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΠΣ· ἔσται ἄρα | καί, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ
45^{v} col. 1 πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΣ, οὕτως | τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΠΣ. ἴσον ἄρα | τὸ ἀπὸ ΞΣ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΠΣ· ἀνάλογον | ἄρα εἰσὶν αἱ ΒΔ, ΣΞ, ΣΠ, καὶ διὰ τοῦτό ἐστιν, | ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ | ἀπὸ ΣΠ. ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως ἡ ΔΑ | πρὸς ΑΣ, τουτέστιν ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ· καὶ ὡς ἄρα | ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ. | ἀνεστάτω δὴ ἀπὸ τῆς ΞΟ ἐπίπε|δον ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ· ποιήσει δὴ | τοῦτο ἐν μὲν τῷ τμήματι τοῦ ὀρ|θογωνίου κωνοειδέος κύκλον, | οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ κώ|νῳ κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ. | καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως | τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ | ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, οὕτως ὁ κύ|κλος, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν | κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, ὡς ἄρα | ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμε|τρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν

15 τῷ] τό. 22 δὴ] δέ. 26 ὡς — 27 ΣΠ] om.

diametrusque sectionis $AB\Gamma$ sit recta $A\Delta$, et producta recta ΔA ei aequalis ponatur $A\Theta$, et $\Delta\Theta$ fingatur libra mediumque eius punctum A, sit autem etiam conus in segmento inscriptus lateraque eius BA, $A\Gamma$, ducatur autem in sectione coni rectanguli recta aliqua ΞO rectae $B\Gamma$ parallela, quae sectionem coni rectanguli in Ξ, O, latera autem coni in punctis Π, P secet.



quoniam igitur in sectione coni rectanguli ad diametrum perpendiculares ductae sunt $\Xi\Sigma$, $B\Delta$, erit [Quadr. parab. 3][1])

$$\Delta A : A\Sigma = B\Delta^2 : \Xi\Sigma^2.$$

uerum

$$\Delta A : A\Sigma = B\Delta : \Pi\Sigma \text{ [Eucl. VI, 4]} = B\Delta^2 : B\Delta \times \Pi\Sigma;$$

quare etiam $B\Delta^2 : \Xi\Sigma^2 = B\Delta^2 : B\Delta \times \Pi\Sigma$. itaque

$$\Xi\Sigma^2 = B\Delta \times \Pi\Sigma \text{ [Eucl. V, 9]};$$

itaque $B\Delta$, $\Sigma\Xi$, $\Sigma\Pi$ proportionales sunt [Eucl. VI, 17], qua de causa erit $B\Delta : \Pi\Sigma = \Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2$ [Eucl. V def. 9]. sed $B\Delta : \Pi\Sigma = \Delta A : A\Sigma = \Theta A : A\Sigma$; quare etiam

$$\Theta A : A\Sigma = \Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2.$$

iam in ΞO planum erigatur ad $A\Delta$ perpendiculare; hoc igitur in segmento conoidis rectanguli circulum efficiet, cuius diametrus est ΞO [De conoid. 11 a]; in cono autem circulum, cuius diametrus ΠP. et quoniam est

$$\Theta A : A\Sigma = \Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2,$$

et, ut $\Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2$, ita circulus, cuius diametrus est ΞO, ad circulum, cuius diametrus est ΠP [Eucl. XII, 2], erit, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est ΞO, ad circulum,

1) Cfr. ZMP. XXV p. 50.

κύκλον, οὗ διάμε|⟨τρος ἡ ΠΡ. ἰσορροπήσει ἄρα πε-⟩|
44r col. 1 ρὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, οὗ διάμε|τρος ἡ ΞΟ, αὐ-
τοῦ μένων τῷ κύ|κλῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετενε- |
χθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥσ|τε κέντρον
εἶναι τοῦ βάρους τὸ | Θ. ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν κύκλου, οὗ
διά|μετρος ἡ ΞΟ, αὐτοῦ μένοντος κέν|τρον ἐστὶν τοῦ
βάρους τὸ Σ, τοῦ δὲ | κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ,
μετε|νεχθέντος, ὡς ἐρρέθη, κέντρον | τοῦ βάρους τὸ Θ,
καὶ ἀντιπεπον|θότως τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ | ΘΑ
πρὸς ΑΣ, ὃν ὁ κύκλος, οὗ διάμε|τρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν
κύκλον, οὗ διά|μετρος ἡ ΠΡ, ἰσορροπήσουσιν | ἄρα
πρὸς τῷ Α σημείῳ. ὁμοίως | δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν
45v col. 2 ἄλλη | τις ἀχθῇ ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου | κώνου τομῇ
παράλληλος τῇ | ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπί|πεδον
ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν | ΑΔ, ὅτι ὁ γενόμενος κύ-
κλος ἐν τῷ | τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνο|ειδέος αὐ-
τοῦ μένων ἰσορροπή|σει περὶ τὸ Α σημεῖον τῷ γενο-
μέ|νῳ κύκλῳ ἐν τῷ κώνῳ μετενε|χθέντι καὶ τεθέντι
τοῦ ζυγοῦ κατὰ | τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ | τοῦ
βάρους τὸ Θ. συμπληρωθέν|των οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων
τοῦ | τε τμήματος καὶ τοῦ κώνου ἰσορ|ροπήσουσι περὶ
τὸ Α σημεῖον | τεθέντες πάντες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῷ
τμή|ματι αὐτοῦ μένοντες πᾶσι τοῖς | κύκλοις τοῖς ἐν
τῷ κώνῳ με|τενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι τοῦ ζυγοῦ | ⟨κατὰ
44r col. 2 τὸ Θ σημεῖον οὕτως, ὥστε⟩ | αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ
βά|ρους τὸ Θ· ἰσόρροπον οὖν καὶ τὸ | τμῆμα τοῦ ὀρ-
θογωνίου κω|νοειδέος περὶ τὸ Α σημεῖον αὐ|τοῦ μένον
τῷ κώνῳ μετενε|χθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ
τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους αὐτοῦ
τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν | συναμφοτέρων τῶν μεγεθ|ῶν ὡς ἑνὸς
λεγομένων κέντρον | ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Α, αὐτοῦ δὲ

τοῦ κώ|νου τοῦ μετενηνεγμένου κέντρον | τοῦ βάρους
τὸ Θ, τοῦ λοιποῦ ἄρα | μεγέθους τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ
βά|ρους ἐπὶ τῆς ΑΘ εὐθείας ἐκβε|βλημένης ἐπὶ τὸ Α
καὶ ἀπολη|φθείσης ἀπ' αὐτῆς τῆς ΑΚ τηλικαύτης, |
⟨ὥστε τὴν ΑΘ⟩ πρὸς αὐτὴν τοῦτον ἔ|χειν τὸν λόγον, 170r col. 1

cuius diametrus est ΠΡ. itaque circulus, cuius diametrus est ΞΟ, suo loco manens cum circulo, cuius diametrus est ΠΡ, ad punctum Θ librae ita transposito, ut Θ centrum grauitatis eius sit, circum punctum Α aequilibritatem seruabit. iam quoniam circuli, cuius diametrus est ΞΟ, suo loco manentis centrum grauitatis est Σ [lemm. 7], circuli autem, cuius diametrus est ΠΡ, transpositi, ut dictum est, centrum grauitatis Θ, et in contraria proportione est, ut ΘΑ : ΑΣ, ita circulus, cuius diametrus est ΞΟ, ad circulum, cuius diametrus est ΠΡ, hi circuli ad punctum Α inter se aequilibritatem seruabunt. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in sectione coni rectanguli rectae ΒΓ parallela ducatur, et in recta ita ducta planum erigatur ad ΑΔ perpendiculare, circulum in segmento conoidis rectanguli ortum suo loco manentem circum punctum Α aequilibritatem seruaturum esse cum circulo in cono orto transposito et ad punctum Θ librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. expletis igitur per hos circulos et segmento et cono omnes circuli segmenti suo loco manentes cum omnibus circulis coni transpositis et ad Θ punctum librae ita collocatis, ut Θ centrum grauitatis eorum sit, aequilibritatem seruabunt; quare etiam segmentum conoidis rectanguli suo loco manens circum Α punctum aequilibritatem seruabit cum cono transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. quoniam igitur utriusque magnitudinis pro una sumptae centrum grauitatis est Α [cfr. lemm. 3], ipsius autem coni transpositi centrum grauitatis est Θ, re-

16 κωνοειδέος] κωνοειδέως. 22 πάντες] om. 35 ἀποληφθείσης ἀπ'] ἀποληφθεῖσα.

ὃν ἔχει τὸ τμῆμα | πρὸς τὸν κῶνον. ἡμιόλιον δέ ἐστιν
τὸ | τμῆμα τοῦ κώνου· ἡμιόλιος ἄρα | ἐστὶ καὶ ἡ ΘA
τῆς AK, καί ἐστιν τὸ | K κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ὀρ-
θογω|νίου κωνοειδέος τῆς $A\Delta$ τετμη|μένης οὕτως,
ὥστε διπλάσιον εἶναι | τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κο-
ρυ|φῇ τοῦ τμήματος τοῦ λοιποῦ τμή|ματος.

ς′.

Παντὸς ἡμισφαιρίου τὸ κέντρον | ⟨τοῦ βάρους ἐπὶ
τῆς εὐθείας ἐστίν, ἥ⟩ | ἐστιν ἄξων αὐτοῦ, τμηθείσης |
163v col. 1 οὕτως, ὥστε τὸ τμῆμα αὐτῆς τὸ | πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ
τοῦ ἡμισφαι|ρίου πρὸς τὸ λοιπὸν τμῆμα τοῦ|τον ἔχειν
τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ | πέντε πρὸς τὰ τρία.

ἔστω σφαῖ|ρα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ | διὰ τοῦ κέν-
τρου, καὶ γενέσθω ἐν | τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴ ὁ $AB\Gamma\Delta$ |
κύκλος, διάμετροι δὲ ἔστωσαν | τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς
ἀλλήλαις | αἱ $A\Gamma$, $B\Delta$, ἀπὸ δὲ τῆς $B\Delta$ ἐπίπε|δον
ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν $A\Gamma$, καὶ | ἔστω κῶνος βά-
σιν μὲν ἔχων | τὸν περὶ διάμετρον τὴν $B\Delta$ | κύκλον,
κορυφὴν δὲ τὸ A σημεῖ|ον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ
170r col. 2 κώ|νου αἱ BA, $A\Delta$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ | ΓA, καὶ
κείσθω τῇ ΓA ἴση ἡ $A\Theta$, καὶ | νοείσθω ζυγὸς ἡ $\Theta\Gamma$
εὐθεῖα, μέσον | δὲ αὐτοῦ τὸ A, καὶ ἤχθω τις ἐν τῷ |
$BA\Delta$ ἡμικυκλίῳ ἡ ΞO παράλλη|λος οὖσα τῇ $B\Delta$,
τεμνέτω δὲ αὔ|τη τὴν μὲν τοῦ ἡμικυκλίου περι|φέ-
ρειαν κατὰ τὰ Ξ, O, τὰς δὲ τοῦ κώ|νου πλευρὰς κατὰ

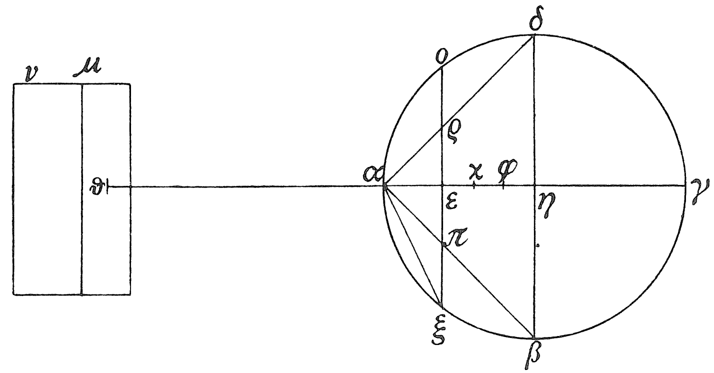
7 Hic fig. p. 461. ς′] om. 17 βάσιν] βαβάσιν. 24 τὴν] τῆς.

liquae magnitudinis centrum grauitatis in recta $A\Theta$ positum est uersus A producta ablata ab ea recta AK eiusmodi, ut $A\Theta$ ad eam eandem rationem habeat, quam habet segmentum ad conum [lemm. 2]. sed segmentum cono dimidio maius est [prop. IV]; ergo etiam $\Theta A = \frac{3}{2} AK$, et K centrum grauitatis conoidis rectanguli inuentum est[1]) recta $A\Delta$ ita secta, ut pars eius ad uerticem segmenti posita reliqua parte duplo maior sit.

VI.

Omnis hemisphaerii centrum grauitatis positum est in recta, quae axis eius est, ita secta, ut pars eius ad superficiem hemisphaerii posita ad reliquam partem eam rationem habeat, quam 5 : 3.

Sit sphaera et plano per centrum secetur, et in superficie sectio efficiatur $AB\Gamma\Delta$ circulus, diametri autem circuli inter



se perpendiculares sint $A\Gamma$, $B\Delta$, et in $B\Delta$ planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare, construatur autem conus basim habens circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum uerticemque punctum A, latera autem coni sint BA, $A\Delta$, et producatur ΓA, rectaeque ΓA aequalis ponatur $A\Theta$, et recta $\Theta\Gamma$ libra fingatur mediumque eius punctum A, in semicirculo autem

1) Nam $A\Delta = A\Theta$.

τὰ Π, Ρ σημεῖα, | τὴν δὲ ΑΓ κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τῆς | ΞΟ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν | πρὸς τὴν ΑΕ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν | τῷ ἡμισφαιρίῳ τομὴν κύκλον, | οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ | τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ.

καὶ | ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΑΕ, τὸ ἀπὸ ΞΑ πρὸς | τὸ ἀπὸ ΑΕ, τῷ δὲ ἀπὸ ΞΑ ἴσα τὰ ἀπὸ |
163v col. 2 ⟨ΑΕ, ΕΞ, τῇ δὲ ΑΕ ἴση ἡ ΕΠ, ὡς ἄρα ἡ ΑΓ⟩ | πρὸς ΑΕ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΞΕ, ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΕΠ. ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΞΕ, ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΕΠ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον | τὴν ΞΟ καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον | τὴν ΠΡ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον | τὴν ΠΡ, καί ἐστιν ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ ἴση· ὡς | ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ | περὶ διάμετρον τὴν ΞΟ καὶ ὁ κύκλος ὁ | περὶ διάμετρον τὴν ΠΡ πρὸς τὸν κύ|κλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΠΡ. | ἰσορροπήσουσιν ἄρα περὶ τὸ | Α σημεῖον ἀμφότεροι οἱ κύκλοι, ὧν | εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, αὐτοῦ μένον|τες τῷ κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἡ | ΠΡ, μετενεχθέντι καὶ τεθέντι | κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν | ἀμφοτέρων μὲν τῶν κύκλων, ὧν εἰσι | διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, αὐ-
170v col. 1 τοῦ μενόν|των κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν | ⟨τὸ Ε, τοῦ δὲ κύκλου, οὗ ἐστι διά|μετρος ἡ ΠΡ, μετενεχθέντος | τὸ Θ, ἔστιν, ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΘ, οὕτως ὁ κύκλος, | οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, πρὸς τοὺς κύκλους, | ὧν διάμετροι αἱ⟩ ΞΟ, ⟨ΠΡ. ὁμοίως | δὲ καί, ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῇ | τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ | παράλληλος τῇ⟩ Β⟨Η⟩Δ, καὶ ⟨ἀπὸ | τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον | ἀναστα⟩θῇ ὀρθὸν πρὸς ⟨τὴν | ΑΓ⟩, ἰσορροπ⟨ήσουσιν⟩ περὶ τὸ Α | ⟨σημεῖον⟩ ἀμφότερ⟨οι οἱ

κύκλοι | ὅ τε ἐν τῷ ἡμισφαιρίῳ γενό⟩μεν⟨ος⟩ | κ⟨αὶ ὁ ἐν τῷ κώνῳ⟩ αὐ⟨τοῦ μένοντες τῷ | γ⟩ενομένῳ ⟨κύκλῳ ἐν τῷ κώ|νῳ⟩ μετενεχθέντι ⟨καὶ⟩ τε⟨θέντι

BAΔ recta aliqua *ΞO* ducatur rectae *BΔ* parallela, quae ambitum semicirculi in *Ξ*, *O* secet, coni autem latera in punctis *Π*, *P* rectamque *AΓ* in *E*, et in *ΞO* planum erigatur ad *AE* perpendiculare; hoc igitur in hemisphaerio sectionem efficiet circulum, cuius diametrus est *ΞO*, in cono autem sectionem circulum, cuius diametrus est *ΠP*.

et quoniam est $A\Gamma : AE = \Xi A^2 : AE^2$ [Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.; V def. 9], et $\Xi A^2 = AE^2 + E\Xi^2$ [Eucl. I, 47], et $AE = E\Pi$ [Eucl. VI, 4], erit $A\Gamma : AE = \Xi E^2 + E\Pi^2 : E\Pi^2$. sed, ut $\Xi E^2 + E\Pi^2 : E\Pi^2$, ita circulus circum diametrum *ΞO* descriptus circulusque circum diametrum *ΠP* descriptus ad circulum circum diametrum *ΠP* descriptum [Eucl. XII, 2], et $\Gamma A = A\Theta$; quare, ut $\Theta A : AE$, ita circulus circum diametrum *ΞO* descriptus circulusque circum diametrum *ΠP* descriptus ad circulum circum diametrum *ΠP* descriptum. itaque uterque circulus, quorum diametri sunt *ΞO*, *ΠP*, suo loco manentes cum circulo, cuius diametrus est *ΠP*, transposito et ad *Θ* ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit *Θ*, circum punctum *A* aequilibritatem seruabunt. iam quoniam utriusque circuli, quorum diametri sunt *ΞO*, *ΠP*, suo loco manentium centrum grauitatis est *E* [lemm. 7], circuli autem, cuius diametrus est *ΠP*, transpositi punctum *Θ*, erit, ut $EA : A\Theta$, ita circulus, cuius diametrus est *ΠP*, ad circulos, quorum diametri sunt *ΞO*, *ΠP*. similiter autem etiam, si in sectione coni rectanguli alia aliqua recta ducitur rectae *BHΔ* parallela, et in recta ita ducta planum erigitur ad *AΓ* perpendiculare, uterque circulus in hemisphaerio conoque orti suo loco manentes cum circulo in cono orto transposito et ad *Θ* punctum librae collocato circum punctum *A* aequilibritatem seruabunt. expletis igitur per hos circulos

---

7 ἀπὸ (pr.)] om. 10 τὰ] τό. 11 τὴν ΞΟ — 12 περὶ διάμετρον] om. 14 περὶ — 15 κύκλος ὁ] om. 18 ὧν] om. 22 ὧν] om.

163r col. 1 τοῦ⟩ | ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ. ⟨συμπληρωθέν|των οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων τοῦ τε⟩ | ἡμισφαιρίου καὶ τοῦ κώ⟨νου⟩ ἰσορ|⟨ροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον πάν- | τες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῷ ἡμισφαι⟩|ρίῳ καὶ οἱ ⟨ἐν τῷ κώνῳ αὐτοῦ⟩ | μένοντες ⟨πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν⟩ | τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τε|θεῖσι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥσ|τε κέντρον ⟨εἶναι αὐτῶν⟩ τοῦ βάρους | τὸ Θ· ⟨ὥστε ἰσορροπήσουσι | περὶ τὸ Α σημεῖον τό τε ἡμι|σφαίριον καὶ ὁ κῶνος αὐτοῦ⟩ | μένοντα τῷ κώνῳ μετενεχθέν|τι καὶ τεθέντι ⟨τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ⟩ | οὕτως, ὥστε κέν⟨τρον⟩ αὐτοῦ ⟨εἶναι τοῦ βάρους⟩ | τὸ Θ σημεῖον. . . . . . . | . . . δ . . . . | . . . . ἔλασσον . . . . |

170v col. 2 . . . .

163r col. 2 . . . .

. . . . τῶν δὲ . . . | . . ⟨ἰσορροπ⟩ού⟨ντ⟩ων κατὰ τὸ ⟨Α⟩ | . . . . τρ . . . . . . τὸ . . . | . . ⟨καὶ ἐπεί⟩ ἐστιν, ὡς ἡ Θ⟨Α πρὸς⟩ ΑΧ, | . . . . ἄξων ὁ ΑΗ . . τὰ | . . . . μον . . . . . . | . . . . | . . . . ⟨ση⟩|μεῖ⟨ον⟩ . . . . | κῶνον τοῖ⟨ς⟩ . . . . . . | τοῦ κώνου . . . . | καὶ ἐπεὶ τετρα⟨πλασία ἐστὶν⟩ | ἡ σφαῖρα τοῦ ⟨κώνου, οὗ βάσις | ὁ⟩ περὶ ⟨διάμετρον τὴν ΒΔ κύ|κλος, ἄξων δὲ ἡ ΑΗ⟩ . . . . | . . . . | . . . . | . . . .

157r col. 1 . . . .

160v col. 1

ζʹ.

Θεωρεῖται ⟨δὲ⟩ διὰ τοῦ ⟨τρόπου τού⟩|του καί, ὅτι π⟨ᾶν τμῆμα⟩ σφαί|ρας πρὸς τὸν κῶνον ⟨τὸν βάσιν⟩ |

9 μένοντα] μένοντας. 25 ζʹ] om. Hic fig. p. 465.

hemisphaerio conoque omnes circuli in hemisphaerio conoque positi suo loco manentes cum omnibus circulis coni transpositis et in Θ puncto librae ita collocatis, ut centrum grauitatis eorum sit Θ, circum punctum A aequilibritatem seruabunt; quare hemisphaerium conusque suo loco manentia cum cono transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ, circum punctum A aequilibritatem seruabunt. *iam*[1]) *cylindrus* MN *ad* Θ *suspensus cono* $AB\Delta$ *aequalis sit planoque ad axem perpendiculari ita secetur, ut cylindrus* M *circum punctum* A *cum cono aequilibritatem seruet; pars igitur reliqua* N *cum hemisphaerio aequilibritatem seruabit. iam in* AH *punctum* Φ *ita sumatur, ut sit* $A\Phi = 3\,\Phi H$; *itaque* Φ *centrum grauitatis erit coni* [lemm. 10]. *sumatur autem etiam punctum* X *ita, ut sit* $AH : AX = 8 : 5$. *quoniam igitur cylindrus* M *cum cono* $AB\Delta$ *circum punctum* A *aequilibritatem seruat, erit, ut cylindrus* M *ad conum* $AB\Delta$, *ita* $\Phi A : \Theta A$, *h. e.* $3 : 8$. *uerum conus* $AB\Delta$ *cylindro* MN *aequalis est; quare, ut cylindrus* MN *ad cylindrum* M, *ita* $8 : 3$; *unde* [Eucl. V, 17], *ut cylindrus* N *ad cylindrum* MN, *ita* $5 : 8$, *siue, ut conus* $AB\Delta$ *ad cylindrum* N, *ita* $8 : 5$, *h. e.* $AH : AX$. et quoniam sphaera cono, cuius basis est circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, axis autem AH, quadruplo maior est [prop. II], *erit, ut hemisphaerium ad conum* $AB\Delta$, *ita* $2 : 1$, *h. e.* $A\Theta : AH$. *ex aequo igitur* [Eucl. V, 22], *ut hemisphaerium ad cylindrum* N, *ita* $A\Theta : AX$. *et cylindrus* N, *cuius centrum grauitatis est* Θ, *cum hemisphaerio circum* A *punctum aequilibritatem seruat; ergo centrum grauitatis hemisphaerii est punctum* X, *quod axem ita secat, ut pars ad superficiem hemisphaerii posita ad reliquam eam rationem habeat, quam* $5 : 3$.

VII.

Per hanc methodum autem hoc quoque examinatur, quoduis segmentum sphaerae ad conum eandem basim habentem,

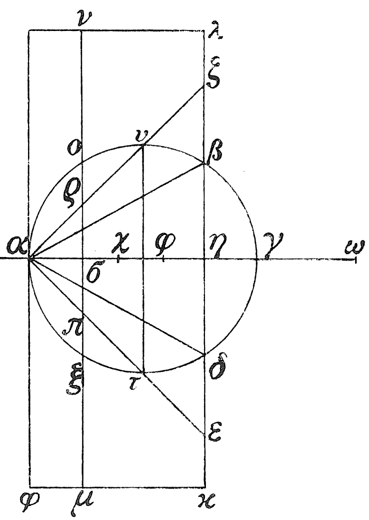
1) Supplementum ad prop. IX p. 478, 23 sqq. conformandum.

157r col. 2 ἔχοντα τὴν αὐ⟨τὴν τῷ τμήματι⟩ | καὶ ἄξονα ⟨τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔ|χει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφό|τερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς | σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοι|ποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος | τοῦ λοιποῦ τμήματος.⟩ . . . | . . . . | . . . . | . . . .

160v col. 2 . . . . | . . . . τω . | . . . . | . . . . | . . . . ὀρθη . . . | . . . . τὸ αὐτὸ . . . . . . | . . . .

. . . .

157v col. 1 . . . . | . . . παρα . . . . . | . . . . | . . . . |



. . . . ⟨καὶ ἀπὸ τῆς⟩ | ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς | τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν | τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον, οὗ ἐστι | διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῷ τμήμα|τι τῆς σφαίρας τομὴν κύκλον, οὗ | διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ, | οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ | κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, κύ- | κλον, οὗ διάμετρός ἐστιν ἡ ΠΡ. ὁ|μοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσε|ται ἰσόρροπος περὶ τὸ Α σημεῖον | ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐ|τοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύ|⟨κλοις, ὧν διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, | μετεν⟩εχθεῖσι τοῦ ζυγοῦ ⟨κατὰ τὸ Θ,⟩ | ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον | ⟨τοῦ βάρους εἶναι τὸ Θ· ὁμοίως⟩ δὲ | ⟨ἐπὶ πάντων⟩. συμπληρωθέντων | οὖν καὶ τοῦ κυλίνδρου καὶ

quam segmentum, axemque eundem eam rationem habere, quam habeat utrumque simul radius sphaerae et altitudo reliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti.[1])

Sit[2]) *enim sphaera, cuius maximus circulus sit ΑΒΓΔ, diametri autem inter se perpendiculares ΑΓ, ΤΥ, et plano secetur ad ΑΓ perpendiculari, quod segmentum efficiat basim habens circulum circum diametrum ΒΔ, et ΒΔ rectam ΑΓ secet in Η, in hoc circulo autem conus construatur uerticem habens Α. praeterea in circulo circum diametrum ΤΥ descripto conus construatur eundem uerticem habens, et superficie eius producta planum per ΒΔ ductum in cono sectionem efficiat circulum circum diametrum ΕΖ descriptum, in eodem autem plano centro Η radioque rectae ΑΓ aequali circum diametrum ΚΛ circulus describatur, et in eo cylindrus construatur axem habens ΑΗ, cuius parallelogrammum per axem positum sit ΦΛ. recta autem ΑΓ in utramque partem producta ΓΩ radio sphaerae aequalis sit, et ΑΘ = ΑΓ, recta autem ΓΘ libra fingatur mediumque eius punctum Α.*

in parallelogrammo igitur ΦΛ recta ΜΝ ducatur rectae ΒΔ parallela, et in ΜΝ planum erigatur ad ΑΓ perpendiculare; hoc igitur in cylindro sectionem efficiet circulum, cuius diametrus est ΜΝ, in segmento sphaerae autem sectionem circulum, cuius diametrus est ΞΟ, in cono autem, cuius basis est circulus circum diametrum ΕΖ descriptus, uertex autem punctum Α, circulum, cuius diametrus est ΠΡ. eodem igitur modo, quo antea, demonstrabimus, circulum, cuius diametrus sit ΜΝ, suo loco manentem circum punctum Α aequilibritatem seruare cum utroque circulo, quorum diametri sint ΞΟ, ΠΡ, ad punctum Θ librae ita transpositis,

1) Cfr. De sph. et cyl. II, 2.
2) Supplendum ad similitudinem prop. II p. 438, 29 sqq.

22 κύκλος] κύκλον. **26** ἰσόρροπος] ἰσόρροπον.

τοῦ | ⟨κώνου καὶ τοῦ⟩ τμήματος ⟨τῆς σφαίρας | ὑπὸ
157v col. 2 τῶν κύκλων ἰσορροπήσει καὶ⟩ | ὁ κύλινδρος αὐτοῦ μένων συ|ναμφοτέροις τῷ τε κώνῳ | καὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας | μετενηνεγμένοις καὶ κειμένοις | τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ. τεμνέσθω | δὲ ἡ ΑΗ κατὰ τὰ Φ, Χ σημεῖα οὕτως, | ὥστε τὴν μὲν ΑΧ εἶναι ἴσην τῇ ΧΗ, | τὴν δὲ ΗΦ τρίτον μέρος τῆς | ΑΗ· ἔσται δὴ τοῦ μὲν κυλίνδρου | κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ διὰ τὸ διχο|τομίαν εἶναι τοῦ ΑΗ ἄξονος. | ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α ση|μεῖον τὰ εἰρημένα μεγέθη, ἔσται, | ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς ἀμφότερον | τόν τε κῶνον, οὗ διάμετρος τῆς βάσεως ἡ ΕΖ, καὶ τὸ τμῆμα | τῆς σφαίρας τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΘΑ | πρὸς ΑΧ. καὶ ἐπεὶ ⟨τριπλ⟩ασία ἐστὶν | ἡ ΗΑ τῆς ΗΦ, τρίτον μέρος ἐστὶν | ⟨τὸ ὑπὸ ΓΗ, ΗΦ τοῦ ὑπὸ ΑΗ, ΗΓ. ἴσον δὲ⟩ | τῷ ὑπὸ ΑΗ, ΗΓ τὸ ἀπὸ ΗΒ· ἔσται δὴ καὶ τοῦ | ἀπὸ τῆς ΒΗ τρίτον μέρος τὸ | ὑπὸ ΓΗ, ⟨ΗΦ⟩ . . . . | . . . . ὑπὸ
160r col. 2 ΗΓ . . . | τὸ δὲ ἀπὸ ΑΗ . . . . | . . . . . ὑπὸ ΗΓ . . . . | . . . . | . . . . | . . . . | . . . . τῆς . . . . | . . . . | . . ΚΛ . . . . | . . . τρον . . . . | . . . . οὕτως ⟨ὁ κύλινδρος, | οὗ βάσις ὁ περὶ⟩ διάμετρον | ⟨τὴν . . κύκλος⟩
104v col. 1 πρὸς τὸν . . . | . . . . ⟨ὁ κύλινδρος, | οὗ⟩ βάσις ⟨. . . . ὁ περὶ⟩ | διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος πρὸς τὸν ΑΕΖ | κῶνον. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΘΑ πρὸς . . . . . | . . . . ἄρα ἡ . . | . . . . πρὸς τὸν κῶνον. | ἐδείχθη δὲ καί, ⟨ὡς ἡ ΘΑ⟩ πρὸς ΑΧ, | οὕτως ὁ κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρ|⟨ον⟩ τὴν ΚΛ κύκλος ⟨πρὸς τὸ⟩ | τμῆμα ⟨τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΔ | καὶ τὸν⟩ κῶνον· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ | πρὸς συναμφοτέρας τὰς . . Φ . | . . . . τὸ ΑΒΔ | ⟨τμῆμα τῆς σ⟩φαίρ⟨ας⟩ . . . τα . . . | . . . . καὶ . . . . | . . . . ὅ τε | . . . . deest $\frac{1}{2}$ columna | ὡς 104v col. 2
τὸ ΑΒΔ τμῆμα πρὸς τὸν κύλινδρον, | οὗ ἐστι βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν | . . κύκ⟨λος⟩, ἄξων ⟨δὲ ὁ⟩ α⟨ὐτός, | οὕτως⟩ . . . . Χ πρὸς . . . . ὡ⟨ς δὲ ὁ⟩ | κύλιν-

ut utriusque centrum grauitatis sit Θ; et similiter in omnibus circulis. expletis igitur per hos circulos et cylindro et cono et segmento sphaerae etiam cylindrus suo loco manens aequilibritatem seruabit cum utroque simul et cono et segmento sphaerae transpositis et ad punctum Θ librae collocatis. iam recta AH in punctis Φ, X ita secetur, ut sit $AX = XH$, $H\Phi = \frac{1}{3} AH$; cylindri igitur centrum grauitatis erit X [lemm. 8], quia punctum medium est axis. quoniam igitur magnitudines, quas diximus, circum punctum A aequilibritatem seruant, erit, ut cylindrus ad utrumque et conum, cuius diametrus basis est EZ, et segmentum sphaerae $BA\Delta$, ita $\Theta A : AX$. et quoniam est $HA = 3\, H\Phi$, erit $\Gamma H \times H\Phi = \frac{1}{3} AH \times H\Gamma$. uerum $HB^2 = AH \times H\Gamma$ [Eucl. VI, 8 coroll.; VI 17]; quare etiam $\Gamma H \times H\Phi = \frac{1}{3} BH^2$. *et* $AH^2 = 3\, AH \times H\Phi = 3\, AX \times A\Phi$, *quia* $AH : AX = A\Phi : \Phi H = 2$. *et quoniam* $\Theta A = KH$ *et* $AH = HE$, *erit, ut* $\Theta A^2 : \frac{1}{3} AH^2$, *ita cylindrus, cuius basis est circulus circum diametrum* $K\Lambda$ *descriptus ad conum* AEZ. *et* $\Theta A^2 : \frac{1}{3} AH^2 = \Theta A^2 : AX \times A\Phi$; *quare, ut* $\Theta A^2 : AX \times A\Phi$, *ita cylindrus ad conum.* demonstrauimus autem, esse etiam, ut $\Theta A : AX$, ita cylindrum, cuius basis sit circulus circum diametrum $K\Lambda$ descriptus, ad segmentum sphaerae $AB\Delta$ cum cono; *et* $\Theta A = A\Gamma = A\Phi + \Phi\Gamma$; *quare, ut* $\Theta A^2 : A\Phi \times AX + \Phi\Gamma \times AX$, *ita cylindrus*

5 ΑΗ] ΑΓ. 7 μὲν] fort. delendum. 11 οὗ — 12 βάσεως] om. 14 ΗΦ] ΑΦ. 15 ΗΓ τὸ ἀπὸ] om. 28 οὗ βάσις] om. 30 ὡς] om.

δρος, οὗ βάσις ⟨ὁ περὶ διά|μετρον⟩ τὴν Κ⟨Δ κύκλος πρὸς τὸν⟩ ΑΒΔ | κῶνον, ⟨οὕτως⟩ .... | . τω ....πρὸς. | .Β ....η | .Φ ....| ὡς ἡ .... | .... | ἡ Α . τῇ .... deest $\frac{1}{2}$ columna |

104^r col. 1 ......καὶ ἡ ΗΓ καὶ ......

η′.

⟨Ὁμοί|ως δὲ θεωρεῖτ⟩αι διὰ τοῦ ⟨αὐ|τοῦ τρόπου καί, ὅτι⟩ πᾶν τμῆμα ⟨σφαι|ροειδέος⟩ ἀποτετμημένον ἐπιπέδῳ | ὀρθῷ πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχον-|τα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ | ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν | λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ἥ τε | ἡμίσεια τοῦ ἄξονος τοῦ ⟨σ⟩φαιρο|⟨ειδέος⟩ καὶ | ⟨τοῦ ἄξονος⟩ τοῦ | ⟨ἀντι⟩κειμέ|νου ⟨τμήμα|τος⟩ πρὸ⟨ς | τὸν ἄξονα τοῦ | ἀντικειμέ|νου τμήματος⟩.

ϑ′.

⟨Παντὸς τμήματος σφαίρας | τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς | εὐθείας, ἥ ἐστιν ἄξων τοῦ τμήματος, | διῃρημένης οὕτως, ὥστε τὸ | μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κορυ|φῇ τοῦ τμήματος πρὸς τὸ λοιπὸν | τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συ|ναμφότερον ὅ τε ἄξων τοῦ τμή|ματος καὶ ἡ τετραπλασία τοῦ | ἄξονος τοῦ ἐν τῷ ἀντικειμένῳ | τμήματι πρὸς συναμφότερον τόν | τε ἄξονα τοῦ τμήματος καὶ τὴν | διπλασίαν τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῷ | ἀντικειμένῳ τμήματι ἐμπεριε|χομένου.⟩ .... | .... |......... ...... | .... | .... ⟨τοῦ δὲ |

104^r col. 2 ἀποτε⟩τμηκότος ⟨τὸ τμῆμα ἐπι|πέδου ἡ ΒΔ, ἡ δὲ⟩ ΓΑ εὐθεῖα διά|⟨με⟩τρ⟨ος ἔστω ὀρθὴ πρὸς τὴν⟩ | ΒΔ

1 οὗ] οὐ ἡ. 7 η′] om. 13—15 hic fig. p. 470. 16 ϑ′] om.

ad segmentum $AB\Delta$ cum cono AEZ. itaque erit, ut $\Theta A^2 : \Phi\Gamma \times AX$, ita cylindrus ad segmentum. sed, ut $\Theta A^2 : \frac{1}{3}BH^2$, ita cylindrus ad conum $AB\Delta$; et $\Theta A^2 : \frac{1}{3}BH^2 = \Theta A^2 : \Gamma H \times H\Phi$; itaque, ut $\Phi\Gamma \times AX : \Gamma H \times H\Phi$, ita segmentum $AB\Delta$ ad conum $AB\Delta$. et quoniam est $AH = 2AX = A\Phi + \Phi H = 3\Phi H$, et $\Phi\Gamma = \Phi H + H\Gamma = \frac{1}{3}AH + H\Gamma$, erit $\Phi\Gamma \times AX = \frac{1}{3}AH \times \frac{3}{2}\Phi H + H\Gamma \times \frac{3}{2}\Phi H = \Phi H \times (\frac{1}{2}A\Gamma + H\Gamma) = \Phi H \times H\Omega$. ergo erit, ut $H\Omega : H\Gamma$, ita segmentum $AB\Delta$ ad conum $AB\Delta$.

VIII.

Similiter autem per eandem methodum hoc quoque examinatur, quoduis segmentum sphaeroidis plano perpendiculari abscisum ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, axemque eundem eam habere rationem, quam habeant uterque simul et dimidius axis sphaeroidis et axis segmenti oppositi ad axem segmenti oppositi.[1])

IX.

Cuiusuis segmenti sphaerae centrum grauitatis positum est in recta, quae axis est segmenti, ita secta, ut pars eius ad uerticem segmenti posita ad reliquam eam rationem habeat, quam utrumque simul et axis segmenti et quadruplum axis segmenti oppositi ad utrumque simul et axem segmenti et duplum axis in segmento opposito comprehensi.[2])

Sit sphaera, et ab ea plano perpendiculari segmentum abscindatur, sphaera autem alio plano per centrum secta superficiei sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, plani autem segmentum abscindentis recta $B\Delta$, et recta ΓA diametrus sit ad $B\Delta$ per-

1) De conoid. et sphaeroid. 29 et 31.
2) Supplendum ad formam prop. X p. 482, 31 sqq.

καὶ τετμή⟨σθω κ⟩ατ⟨ὰ τὸ Η ση|μεῖον· ὥ⟩στε τοῦ τμήμ⟨ατος, οὗ κορυ⟩|φὴ τὸ Α σημεῖον, ἄξων ⟨ἔσται ἡ ΑΗ,⟩ | τ⟨οῦ δ⟩ὲ ἀντικειμέν⟨ου ἄξων ἡ | Η⟩Γ. τετμήσθω δὲ ἡ ΑΗ κατὰ ⟨τὸ Χ, | ὥστε⟩ εἶναι, ὡς τὴν ⟨Α⟩Χ πρὸς ΧΗ, ⟨οὕ|τως τήν τε ΑΗ καὶ τὴν⟩ τετρα|⟨πλασί⟩αν τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ | τὴν διπλασίαν ⟨τῆς | ΗΓ. λ⟩έγω, ὅτι | ⟨τοῦ τ⟩μ⟨ήματος,| οὗ⟩ κορυφὴ | τὸ Α ση|μεῖον, | ⟨κ⟩έντρ⟨ον τοῦ | βάρους 166r col. 1 ἐστι | τὸ⟩ Χ | ...... | .... | φοτέροις .... τμημ ..., οὗ κορυ|⟨φὴ⟩ ... σημεῖον ...... ΗΑ .. | ἐχ .. .. | .... τὴν Η. λόγον | .... κέντρον ... | .... | ... Χ. εἰ .. τμηθῆ ... ρ .... | .... χηματ .. μει . | ... ω ... ἐν δὴ ... τέρ .... | ... καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΓ, καὶ κείσ|θω αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ καὶ τῇ ἐκ τοῦ | κέντρου τῆς σφαίρας ἴση ἡ ΓΞ, | καὶ νοείσθω ζυγὸς ἡ ΓΘ, μέσον δὲ αὐ|τοῦ τὸ Α, γεγράφθω δὲ καὶ κύκλος | ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ ἀποτέμνον-|τι τὸ τμῆμα κέντρῳ μὲν τῷ Η, | διαστήματι δὲ τῷ ἴσῳ τῇ ΑΗ, καὶ | ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου ⟨γεγράφ|θω 167v col. 1 κῶνος κορυφὴν ἔχων τὸ Α σημεῖον,⟩ | πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κώνου | αἱ ΑΕ, ΑΖ, καὶ ἤχθω τις τῇ ΕΖ πα|ράλληλος ἡ ΚΛ καὶ συμβαλλέτω τῇ | μὲν περιφερείᾳ τοῦ τμήματος | κατὰ τὰ Κ, Λ, ταῖς δὲ τοῦ ΑΕΖ κώ|νου πλευραῖς κατὰ τὰ Ρ, Ο, τῇ δὲ | ΑΓ κατὰ τὸ Π. ἐπεὶ δή ἐστιν, ὡς ἡ ΑΓ | πρὸς ΑΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΑΠ, καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ ΚΛ ἴσα τὰ ἀ|πὸ τῶν ΑΠ, ΠΚ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΠ | τὸ ἀπὸ ΠΟ, ἐπεὶ καὶ τῷ ἀπὸ ΑΗ τὸ ἀ|πὸ τῆς ΕΗ ἐστιν ἴσον, ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΠ, | οὕτως τὰ ἀπὸ ΚΠ, ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΠ. | ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΚΠ, ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΟ, | οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διά-

μετρον τὴν ΚΛ | καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ πρὸς τὸν κύ|κλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ, | καὶ ἴση 166r col. 2 ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς | ΑΠ, οὐ-

pendicularis et ab ea secetur in puncto H; segmenti igitur, cuius uertex est punctum A, axis erit AH, oppositi uero segmenti $H\Gamma$. recta autem AH in X ita secetur, ut sit

$$AX : XH = AH + 4\,H\Gamma : AH + 2\,H\Gamma.$$

dico, segmenti, cuius uertex sit punctum A, centrum grauitatis esse X.[1]) . . . . et producatur $A\Gamma$, sitque $A\Theta = A\Gamma$ et $\Gamma\Xi$ radio circuli aequalis, $\Gamma\Theta$ autem libra fingatur mediumque eius punctum A, praeterea autem in plano segmentum abscindenti centro H radioque rectae AH aequali circulus describatur, et in hoc circulo conus construatur uerticem habens punctum A, lateraque coni sint AE, AZ, et recta aliqua $K\Lambda$ ducatur rectae EZ parallela, quae cum ambitu segmenti concurrat in K, Λ, cum lateribus autem coni AEZ in P, O, et cum recta $A\Gamma$ in Π. iam quoniam est

$$A\Gamma : A\Pi = K\Lambda^2 : A\Pi^2$$

[Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.; V def. 9], et

$$K\Lambda^2 = A\Pi^2 + \Pi K^2$$

[Eucl. I, 47], et $A\Pi^2 = \Pi O^2$ [Eucl. VI, 4], quia etiam $AH^2 = EH^2$, erit

$$\Gamma A : A\Pi = K\Pi^2 + \Pi O^2 : O\Pi^2.$$

sed, ut $K\Pi^2 + \Pi O^2 : \Pi O^2$, ita circulus circum diametrum $K\Lambda$ descriptus circulusque circum diametrum OP descriptus ad circulum circum diametrum OP descriptum [Eucl. XII, 2], et $\Gamma A = A\Theta$; quare, ut $\Theta A : A\Pi$, ita circulus circum dia-

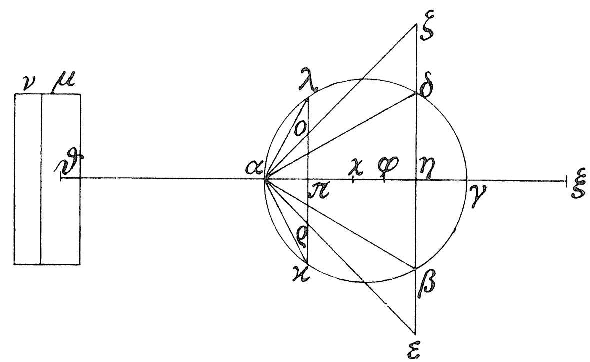
1) Lin. 9—13 supplere non possum, quia non uideo, quid ad demonstrationem praeparandam desideretur.

6—9 hic fig. p. 479. 6 τῆς — 9 διπλασίαν] om. 16 ἡ ΓΘ] τὸ. 24 ΑΕΖ] ΑΕΑΖ. 25 Π] Η ἐπι. 31 ὁ] om.

τως ὁ περὶ διάμετρον τὴν | ΚΔ καὶ ὁ περὶ διάμετρον
τὴν ΟΡ κύ|κλος πρὸς τὸν περὶ τὴν ΟΡ. ἐπεὶ οὖν, ὡς
οἱ | περὶ διαμέτρους τὰς ΚΔ, ΟΡ κύκλοι | πρὸς τὸν
περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ, | οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΠΑ, με-
τακείσθω ὁ περὶ | διάμετρον τὴν ΟΡ κύκλος καὶ κείσθω |
τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ
βάρους τὸ Θ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς | ΑΠ, οὕτως ὁ κύ-
κλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν | ΚΔ καὶ ὁ περὶ διάμετρον
τὴν ΟΡ αὐ|τοῦ μένοντες πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ |
διάμετρον τὴν ΟΡ μετενεχθέντα καὶ | τεθέντα τοῦ ζυ-
γοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε | κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους
τὸ | Θ· ἰσόρροποι ἄρα οἱ κύκλοι ὅ τε ἐν τῷ | τμήματι
167v τῷ ΒΑΔ καὶ ὁ ἐν τῷ ΑΕΖ | ⟨κώνῳ τῷ ἐν τῷ ΑΕΖ
col. 2 κώνῳ περὶ⟩ | τὸ Α. ὁμοίως δὲ καὶ πάντες οἱ κύκλοι |
οἱ ἐν τῷ ΒΑΔ τμήματι καὶ ἐν τῷ | ΑΕΖ κώνῳ αὐ-
τοῦ μένοντες κατὰ | τὸ Α σημεῖον ἰσόρροποι πᾶσι τοῖς |
κύκλοις τοῖς ἐν τῷ ΑΕΖ κώνῳ με|τενεχθεῖσι καὶ τε-
θεῖσι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐ- |
τῶν τοῦ βάρους τὸ Θ· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΔ | τμῆμα τῆς
σφαίρας καὶ ὁ ΑΕΖ | κῶνος ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α ση-
μεῖ|ον αὐτοῦ μένοντα τῷ ΕΑΖ κώνῳ | μετενεχθέντι
καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι
αὐ|τοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. ἔστω δὲ τῷ κώνῳ | τῷ βά-
166v σιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ | διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλον,
col. 1 κορυφὴν δὲ | τὸ Α σημεῖον, ἴσος κύλινδρος ὁ | ΜΝ,
καὶ τετμήσθω ἡ ΑΗ κατὰ τὸ | Φ, ὥστε τετραπλασίαν
εἶναι τὴν | ΑΗ τῆς ΦΗ· τὸ Φ ἄρα σημεῖον κέντρον |
ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΕΑΖ κώνου· τοῦ|το γὰρ προ-

28 προγράφεται] προσγράφεται.

metrum $K\Delta$ descriptus circulusque circum diametrum OP descriptus ad circulum circum OP descriptum. quoniam igitur est, ut circuli circum diametros $K\Delta$, OP descripti ad circulum circum diametrum OP descriptum, ita $A\Theta : \Pi A$, transponatur circulus circum diametrum OP descriptus et ad Θ punctum librae ita collocetur, ut centrum grauitatis eius sit Θ; itaque, ut $\Theta A : A\Pi$, ita circulus circum diametrum $K\Delta$ descriptus circulusque circum diametrum OP descriptus suo loco manentes ad circulum circum diametrum OP descriptum transpositum et ad Θ punctum librae ita



collocatum, ut centrum grauitatis eius sit Θ; itaque circuli in segmento $BA\Delta$ conoque AEZ effecti cum circulo in cono AEZ effecto circum punctum A aequilibritatem seruant. similiter autem etiam omnes circuli segmenti $BA\Delta$ conique AEZ suo loco manentes cum omnibus circulis coni AEZ transpositis et ad Θ punctum librae ita collocatis, ut centrum grauitatis eorum sit Θ, ad punctum A aequilibritatem seruabunt; quare etiam segmentum sphaerae $AB\Delta$ conusque AEZ suo loco manentia circum punctum A aequilibritatem seruant cum cono EAZ transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. iam cono basim habenti circulum circum diametrum EZ descriptum, uerticem autem punctum A, aequalis sit cylindrus MN, et AH in Φ ita secetur, ut sit $AH = 4\,\Phi H$; punctum Φ igi-

γράφεται. καὶ τετμήσθω | ἔτι ὁ ΜΝ κύλινδρος ἐπιπέδῳ | τέμνοντι πρὸς ὀρθάς, ⟨ὥστε τὸν Μ κύλιν⟩|δρον ἰσορροπεῖν τῷ ΕΑΖ κώνῳ. | ἐπεὶ οὖν ἰσόρροπος ὁ ΕΑΖ κῶνος | καὶ τὸ ΑΒΔ τμῆμα αὐτοῦ μένον|τα τῷ ΕΑΖ κώνῳ μετενεχθέντι | καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥσ|τε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους | τὸ Θ, καί ἐστιν τῷ ΕΑΖ κώνῳ ἴσος | ὁ ΜΝ κύλινδρος, καὶ κεῖται ἑκά|τερος τῶν Μ, Ν κυλίνδρων κατὰ | τὸ Θ, καὶ
167r col. 1 ἰσόρροπος ὁ ΜΝ κύλιν|δρος ἑκατέροις, ἰσόρροπος καὶ ὁ Ν τῷ | τμήματι τῆς σφαίρας κατὰ | τὸ Α σημεῖον. καί [ἐπεί] ἐστιν, ὡς τὸ | ΒΑΔ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν | κῶνον, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμε|τρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ | τὸ Α σημεῖον, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΗΓ· τοῦ|το γὰρ προγράφεται. ὡς δὲ ὁ ΒΑΔ | κῶνος πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ὁ | κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ | πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμε|τρον τὴν ΕΖ, ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν | κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΗΕ, καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ ΒΗ ἴσον τὸ | ὑπὸ ΓΗ, ΗΑ, τῷ δὲ ἀπὸ ΗΕ ἴσον τὸ | ἀπὸ
166v col. 2 ΗΑ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΓΗ, ΗΑ πρὸς τὸ | ἀπὸ ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ· ὡς ἄρα | ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, | οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς | ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸ ΒΑΔ τμῆμα, | οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΞ· δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ΒΑΔ τμῆμα | πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς | ΗΑ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΑΧ πρὸς ΧΗ, | οὕτως ἡ ΗΑ καὶ ἡ τετραπλασία | τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ τὴν διπλα|σίαν τῆς ΗΓ, ἀνάπαλιν ἔσται, | ὡς ἡ ΗΧ πρὸς ΧΑ, οὕτως ἡ διπλασία | τῆς ΓΗ καὶ ἡ ΗΑ | πρὸς τὴν τετραπλῆν τῆς ΓΗ καὶ τὴν | ΗΑ. συνθέντι, ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως | ἡ ἑξαπλασία τῆς ΓΗ καὶ δι-

7 τῷ] τὸ. 8 τῶν Μ, Ν κυλίνδρων] τῷ ΜΝ κυλίνδρῳ. 11 ἐπεί] deleo coll. lin. 22 sqq. 14 προγράφεται] προσγράφεται. 15 ΕΑΖ] ΕΖ. 23 τὸ] om. 29 ΗΑ] ἑξαπλῆ τῆς ΗΑ. 31 ἑξαπλασία] ἑξαπλασίαν. διπλασία] διπλασίαν.

tur centrum grauitatis est coni EAZ; hoc enim praemisimus [lemm. 10]. praeterea cylindrus MN plano perpendiculari ita secetur, ut cylindrus M cum cono EAZ aequilibritatem seruet. quoniam igitur conus EAZ segmentumque $AB\Delta$ suo loco manentia aequilibritatem seruant cum cono EAZ transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ, et cono EAZ aequalis est cylindrus MN, uterque autem cylindrorum M, N ad Θ positus est, et cylindrus MN cum utroque[1]) aequilibritatem seruat, etiam N cum segmento sphaerae ad punctum A aequilibritatem seruat. et est, ut $BA\Delta$ segmentum sphaerae ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, uertex autem punctum A, ita $\Xi H : H\Gamma$ (hoc enim antea demonstratum est [prop. VII]). et ut $BA\Delta$ conus ad conum EAZ, ita circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus ad circulum circum diametrum EZ descriptum [Eucl. XII, 11]; uerum, ut circulus ad circulum, ita $BH^2 : HE^2$ [Eucl. XII, 2], et $BH^2 = \Gamma H \times HA$ [Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.], $HE^2 = HA^2$, $\Gamma H \times HA : HA^2 = \Gamma H : HA$; erit igitur, ut conus $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Gamma H : HA$. demonstrauimus autem [lin. 11 sqq.], esse etiam, ut conus $BA\Delta$ ad segmentum $BA\Delta$, ita $\Gamma H : H\Xi$; ex aequo igitur erit, ut segmentum $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Xi H : HA$ [Eucl. V, 22]. et quoniam est

$$AX : XH = HA + 4\,H\Gamma : AH + 2\,H\Gamma,$$

e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] erit

$$HX : XA = 2\,\Gamma H + HA : 4\,\Gamma H + HA.$$

componendo [Eucl. V, 18] igitur

$$HA : AX = 6\,\Gamma H + 2\,HA : HA + 4\,H\Gamma.$$

1) H. e. segmento et cono. sed uereor, ne lin. 7—10 aliquid male aut lectum sit aut scriptum.

πλα|σία τῆς ΗΑ πρὸς τὴν ΗΑ̣ καὶ τετρα|πλῆν τῆς ΗΓ. καὶ τῆς μὲν ἑ̣ξ̣απλα|σίας τῆς ΗΓ καὶ διπλασίας
167r col. 2 *τῆς | Η̣Α̣ ἢ Η̣Ξ, τῆς δὲ τετραπλ̣α̣σ̣ί̣α̣ς̣ τ̣ῆ̣ς̣ | ΗΓ καὶ τῆς ΗΑ τέταρτον μέ̣ρ̣ος | ἡ Γ̣Φ· τοῦτο γ̣ὰ̣ρ φανερόν· ὡς ἄρα | ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΓΦ· ὥστε | καί, ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΦ̣ πρὸς ΧΑ. | ἐδείχθη δὲ καί, ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως | τὸ τμῆμα, οὗ ἐστι κορυφὴ τὸ Α̣ σημεῖον, | βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν Β̣Δ | κύκλος, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ ἐστι κορυφὴ | τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμε- | τρον τὴν ΕΖ κύκλος· ὡς ἄρα τὸ ΒΑΔ | τμῆμα π̣ρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ | Γ̣Φ πρὸς ΧΑ. καὶ ἐπεὶ ἰσόρροπος ὁ Μ̣ | κύλινδρος τῷ ΕΑΖ κώνῳ κατὰ | τὸ Α, καί ἐστι τοῦ μὲν κυλίνδρου κέν|τρον βάρους τὸ Θ, τοῦ δὲ ΕΑΖ κώνου | τὸ Φ, ἔσται ἄ̣ρ̣α̣, ὡ̣ς̣ ὁ̣ Ε̣Α̣Ζ̣*
48r col. 1 *κῶνος πρὸς τὸν | Μ κύλινδρον, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΦ, τουτέστιν | ἡ ΓΑ πρὸς ΑΦ. καί ἐστι τῷ Ε̣Α̣Ζ̣ κώνῳ | ἴ̣σ̣ο̣ς̣ ὁ ΜΝ κύλινδρος· διελόντι ἄρα, | ὡς ὁ ΜΝ κύλινδρος πρὸς τὸν Ν̣ κύ|λινδρον, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΦ. καί ἐστιν | ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος τῷ ΕΑΖ κώ- | νῳ· ὡς ἄρα ὁ ΕΑΖ κῶνος πρὸς τὸν Ν | κύλινδρον, οὕτως ἡ Γ̣Α πρὸς Γ̣Φ, τουτέστιν | ἡ Θ̣Α πρὸς Γ̣Φ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς τὸ Β|ΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως | ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ· δι' ἴσου ἄρα ἔσται, ὡς τὸ ΑΒΔ | τμῆμα πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ | ΘΑ̣ πρὸς ΑΧ. καὶ ἐδείχθη ἰσόρροπον | τὸ ΒΑΔ τμῆμα τῷ Ν κυλίνδρῳ | κατὰ τὸ Α, καί ἐστι τοῦ Ν κυλίνδρου | κέντρον βάρους τὸ Θ· καὶ τοῦ Β̣ΑΔ | ἄρα τμήματος κέντρον τὸ Χ σημεῖον. | [τὸ σχῆμα].*

1 *τῆς* (pr.)] *τὴν*. *τῆς* (alt.)] *τὴν*. 18 *διελόντι — κύλινδρος*] om.

41v col. 1 *ι'.*

Ὁμοίως δὲ τούτοις θεωρεῖται καί, | ὅ̣τ̣ι̣ π̣α̣ν̣τ̣ὸ̣ς̣ τμή- 48r
ματος σφαιρ̣ο̣ειδ̣έ̣ο̣ς | τὸ κ̣έ̣ν̣τρον ἐστὶν τοῦ βάρους ἐπὶ col. 2
τῆς | εὐθείας, ἥ̣ ἐστιν ἄξων τοῦ τμήματ̣ο̣ς̣, | διῃ̣ρημένης

et $H\Xi = \frac{1}{4}(6H\Gamma + 2HA)$, $\Gamma\Phi = \frac{1}{4}(4H\Gamma + HA)$; hoc enim manifestum est;[1]) quare $HA : AX = \Xi H : \Gamma\Phi$ [Eucl. V, 15]; itaque etiam [Eucl. V, 16] $\Xi H : HA = \Gamma\Phi : XA$. demonstrauimus autem etiam, esse, ut $\Xi H : HA$, ita segmentum, cuius uertex sit punctum A, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, ad conum, cuius uertex sit punctum A, basis autem circulus circum diametrum EZ descriptus; quare, ut segmentum $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Gamma\Phi : XA$. et quoniam cylindrus M cum cono EAZ ad A aequilibritatem seruat, centrumque grauitatis cylindri est Θ, coni EAZ autem Φ, erit, ut conus EAZ ad cylindrum M, ita $\Theta A : A\Phi$ siue $\Gamma A : A\Phi$. et cono EAZ aequalis est cylindrus MN; itaque dirimendo [Eucl. V, 17], ut cylindrus MN ad cylindrum N, ita $A\Gamma : \Gamma\Phi$. et cylindrus MN cono EAZ aequalis est; quare, ut conus EAZ ad cylindrum N, ita $\Gamma A : \Gamma\Phi$ siue $\Theta A : \Gamma\Phi$. demonstrauimus autem etiam, esse, ut segmentum $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Gamma\Phi : XA$; ex aequo igitur erit, ut segmentum $AB\Delta$ ad cylindrum N, ita $\Theta A : AX$ [Eucl. V, 22]. demonstrauimus autem, segmentum $BA\Delta$ cum cylindro N ad A aequilibritatem seruare; et cylindri N centrum grauitatis est Θ; ergo etiam segmenti $BA\Delta$ centrum grauitatis est punctum X.

X.

Similiter ac haec hoc quoque examinatur, cuiusuis segmenti sphaeroidis centrum grauitatis positum esse in recta,

1) Nam $\frac{3}{2}H\Gamma + \frac{1}{2}HA = H\Gamma + \frac{1}{2}(\Gamma H + HA) = H\Gamma + \frac{1}{2}A\Gamma = H\Gamma + \Gamma\Xi$, et $H\Gamma + \frac{1}{4}HA = \Gamma H + H\Phi$.

30 Hic fig. p. 479. *ι'*] om.

τῆς εὐθείας, ὥστε | τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κο- | ρυφῇ τοῦ τμήματος πρὸς τὸ λοιπὸν | τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συ|ναμφότερον ὅ τε ἄξων τοῦ τμή- | ματος καὶ ἡ τετραπλασία τοῦ | ἄξονος τοῦ ἐν τῷ ἀντι- κειμένῳ | τμήματι πρὸς συναμφότερον τόν | τε ἄξονα τοῦ τμήματος καὶ τὴν | διπλασίαν τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῷ | ἀντικειμένῳ τμήματι ἐμπεριε|χομένου.

ια΄.

41v col. 2 Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου | ⟨καί, ὅτι πᾶν τμῆμα ἀμβλυγωνίου κωνο|ειδέος⟩ πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχον|τα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ | ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, | ὃν ἔχει συναμφότερος ὅ τε ἄξων | τοῦ τμήματος καὶ ἡ τριπλασία | τῆς προσούσης τῷ ἄξονι πρὸς συ|ναμφότερον τόν τε ἄξονα τοῦ τμή- | ματος τοῦ κωνοειδοῦς καὶ τὴν δι|πλασίαν τῆς προσ- ούσης τῷ ἄξο|νι, κέντρον δὲ τοῦ βάρους τοῦ ἀμβλυ- | γωνίου κωνοειδέος τμηθέντος | τοῦ ἄξονος, ⟨ὥστε⟩ τὸ πρὸς τῇ | κορυφῇ τμῆμα πρὸς τὸ λοιπὸν | λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ὅ τε τριπλάσιος | τοῦ ἄξονος ⟨καὶ ἡ ὀκταπλασία⟩ | 48v col. 1 τῆς προσκειμένης πρὸς τὸν ἄξονα | αὐτοῦ τοῦ κω- νοειδέος καὶ τὴν τετρα|πλασίαν αὐτῆς τῆς προσκει- μένης | πρὸς αὐτόν· καὶ ἄλλων πλειόνων ἃ | .... θεωρουμένων τὰ | ..... περιλήψομεν δη ...΄τως, | ἐπεὶ ὁ τρόπος ὑποδέδεικται διὰ τῶν | προειρημένων.

ιβ΄.

Ἐὰν εἰς πρίσμα | ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις | κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν βά|σεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπ- εναντίον | τετραγώνοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῶν | λοιπῶν [παραλληλογράμμων] | τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτομέ- |

2 ἔχειν] ἔχει. 7 ἐμπεριεχομένου] ἐμπεριεχομένη. 8 ια΄] om. 18 τὸ] τὸν. ἔχειν] ἔχει. 20 προσκειμένης] προκειμένης. 21 προσκειμένης] προκειμένης. 25 ιβ΄] om. 26 ἔχον] ἔχοντι. 29 παραλληλογράμμων] deleo. ἐφαπτομένην] ἐφαπτόμενον.

quae axis sit segmenti, ita secta, ut pars eius ad uerticem segmenti posita ad reliquam eam rationem habeat, quam habeat utrumque et axis segmenti et quadruplum axis segmenti oppositi ad utrumque simul et axem segmenti et duplum axis in segmento opposito comprehensi.

XI.

Per methodum autem nostram hoc quoque examinatur, quoduis segmentum conoidis obtusianguli ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, axemque eundem eam rationem habere, quam habeat utrumque simul et axis segmenti et triplum rectae ad axem adiectae ad utrumque simul et axem segmenti conoidis et duplum rectae ad axem adiectae,[1]) et centrum grauitatis conoidis obtusianguli in axe positum esse[2]) ita secto, ut pars ad uerticem posita ad reliquam eam rationem habeat, quam habeat triplum axis octuplumque rectae ad axem adiectae ad axem ipsius[3]) conoidis quadruplumque ipsius rectae ad eum adiectae. et cum alia complura eiusmodi per hanc methodum examinari possint, reliqua nunc non adsumemus,[4]) quia methodus nostra per ea, quae iam diximus, satis significata est.

XII.

Si in prisma rectum quadratas habens bases cylindrus inscribitur bases in quadratis oppositis habens positas, super-

1) De conoid. et sphaeroid. 25.
2) Uerbum eiusmodi addendum lin. 17, cogitatione saltem.
3) Nisi sequeretur *αὐτῆς τῆς* lin. 21, scriberem *αὐτὸν τοῦ* lin. 20; neque enim intellego, cur *ipsius* additum sit.
4) Fortasse lin. 23 scribendum *περιλείψομεν*. sed hoc quoque fieri potest, ut lin. 22—23 hunc in modum supplendae sint: quibus nunc omissis ea tantum adiungemus, quae ab initio significauimus.

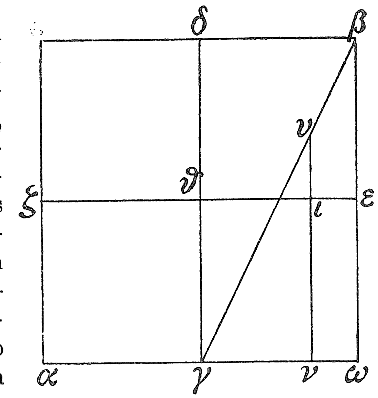
νην, διὰ δὲ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι | βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μιᾶς πλευ|⟨ρᾶς τοῦ ἀπεναντίον τε- 41r col. 1 τραγώνου ἐπίπε⟩|δον ἀχθῇ, ὅτι τὸ ἀποτμηθὲν σχῆ-| μα ὑπὸ τοῦ ἀχθέντος ἐπιπέδου | ⟨ἕκτον⟩ ἐστὶ μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος, | διὰ τοῦ τρόπου τούτου θεωρεῖται. | δείξαντες δὴ ἀναχωρήσομεν | ἐπὶ τὴν διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀπόδειξιν αὐτοῦ.

νοείσθω | πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον | βάσεις καὶ ἐν τῷ πρίσματι κύλιν|δρος ἐγγεγραμμένος, ὡς εἴρη|ται, τμηθέντος δὲ τοῦ πρίσμα|τος διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ ὀρ|θῷ πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμη|κὸς τὸ τμῆμα τοῦ κυλίνδρου τοῦ | μὲν πρίσματος τοῦ τὸν κύλινδρον | ἔχοντος τομὴ ἔστω τὸ AB παραλληλό- | 48v col. 2 γραμμον, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀ|ποτετμηκότος τὸ τμῆμα ἀπὸ | τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξο|νος ἠγμένου ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς | τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμηκὸς τὸ | ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τμῆμα κοι|νὴ τομὴ ἔστω ἡ $B\Gamma$ εὐθεῖα, ἄξων | δὲ ἔστω τοῦ πρίσματος καὶ τοῦ | κυλίνδρου ἡ $\Gamma\Delta$ εὐθεῖα, καὶ τεμνέ|τω αὐτὴν ἡ EZ δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς, | καὶ διὰ τῆς EZ ἐπίπεδον ἀνεστάτω | ὀρθὸν πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$· ποιήσει δὴ τοῦ|το ἐν μὲν τῷ πρίσματι τομὴν | τετράγωνον, ἐν δὲ τῷ κυλίνδρῳ | τομὴν κύκλον. ἔστω οὖν τοῦ μὲν | πρίσματος τομὴ τὸ MN τετρά|γωνον, τοῦ δὲ κυλίνδρου ὁ $\Xi O\Pi P$ | ⟨κύ- 41r col. 2 κλος, καὶ ἐφαπτέσθω ὁ κύκλος⟩ | τῶν τοῦ τετραγώνου πλευρῶν | κατὰ τὰ Ξ, O, Π, P σημεῖα, τοῦ δὲ | ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμηκότος | τὸ τμῆμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου | καὶ τοῦ διὰ τῆς EZ ἀχθέντος | ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς τὸν ἄξονα | τοῦ κυλίνδρου κοινὴ τομὴ ἔστω | ἡ $K\Lambda$ εὐθεῖα· τέμνει δὲ αὐτὴν δίχα | ἡ $\Pi\Theta\Xi$. ἤχθω δέ τις εὐθεῖα ἐν τῷ | $O\Pi P$ ἡμικυκλίῳ ἡ ΣT πρὸς ὀρθὰς

1 ὅς] ὅ. 4 ἕκτον] aut omissum aut ϛʹ scriptum. 6 δὴ] fort. δὲ. 9 καὶ] om. 13 τὸ] om. Fig. non comparet.

ficiem autem quattuor reliqua plana contingentem, et per centrum circuli, qui basis est cylindri, latusque aliquod quadrati oppositi planum ducitur, figuram plano ducto abscisam sextam partem esse totius prismatis, per hanc methodum examinatur, quo monstrato[1]) ad geometricam eius demonstrationem redibimus.

fingatur prisma rectum quadratas bases habens cylindrusque in prismate inscriptus, uti diximus, prismate autem per axem secto plano ad planum segmentum cylindri abscindens perpendiculari prismatis cylindrum comprehendentis sectio sit parallelogrammum AB, plani autem segmentum a cylindro abscindentis planique per axem ducti ad planum segmentum cylindri abscindens perpendicularis communis sectio sit recta $B\Gamma$, axis autem prismatis cylindrique sit recta $\Gamma\Delta$, eamque recta EZ in duas partes aequales et ad angulos rectos secet, et per EZ planum erigatur ad $\Gamma\Delta$ perpendiculare; hoc igitur in prismate quadratum, in cylindro autem circulum sectionem efficiet. sit igitur prismatis sectio quadratum MN, cylindri autem circulus $\Xi O\Pi P$, qui latera quadrati contingat in punctis Ξ, O, Π, P, plani autem segmentum a cylindro abscindentis planique per EZ ducti ad axem cylindri perpendicularis communis sectio sit recta $K\Lambda$, quam recta $\Pi\Theta\Xi$ in duas partes aequales secat. et in semicirculo $O\Pi P$ recta aliqua ΣT ducatur ad ΠX perpendicu-

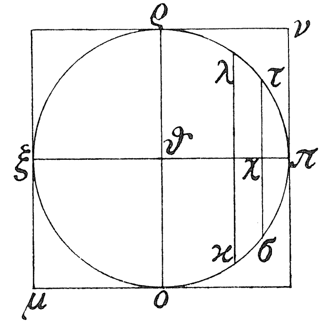


1) Prop. XIV; geometrica uero demonstratio est prop. XV.

οὖ|σα τῇ ΠΧ, καὶ ἀπὸ τῆς ΣΤ ἐπί|πεδον ἀνασταθὲν ὀρθὸν πρὸς τὴν | ΞΠ ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα | τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ ἐστιν ὁ ΞΟΠΡ κύ|κλος· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν τῷ ἡμικυ|λίνδρῳ, οὗ ἐστι βάσις τὸ ΟΠΡ
47r col. 1 ἡμικύ|κλιον, ὕψος δὲ ὁ ἄξων τοῦ πρίσ|ματος, τομὴν παραλληλόγραμ|μον, οὗ ἔσται μία μὲν πλευρὰ ἡ ἴ|ση τῇ ΣΤ, ἡ δὲ ἑτέρα τῇ τοῦ κυ|λίνδρου πλευρᾷ, ποιήσει δὲ καὶ | ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτετμη|μένῳ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τομὴν | παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστιν ἡ μὲν | ἑτέρα πλευρὰ ἴση τῇ ΣΤ, ἡ δὲ | ἑτέρα τῇ ΝΥ· ἔστω δὲ | οὕτως ἡ ΝΥ ἠγμένη ἐν τῷ ΔΕ | παραλληλογράμμῳ παράλλη|λος οὖσα τῇ ΒΩ ἴσην ἀπολαμ|βάνουσα τὴν ΕΙ τῇ ΠΧ. καὶ ἐπεὶ | παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΓ, καὶ | παράλληλος ἡ ΝΙ τῇ ΘΓ, καὶ | διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΘ, ΓΒ, ἔστιν, ὡς | ἡ ΕΘ πρὸς ΘΙ, οὕτως ἡ ΩΓ πρὸς ΓΝ, του|τέστιν ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ. ὡς δὲ ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ, | οὕτως τὸ παραλληλόγραμμον τὸ γε-
42v col. 1 νόμενον | ⟨ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ πρὸς τὸ γε⟩|νόμενον ἐν τῷ ἀποτμήμα|τι τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν | παραλληλογράμμων ἡ αὐτὴ | πλευρά ἐστιν ἡ ΣΤ· καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ | τῇ ΘΠ, ἡ δὲ ΙΘ τῇ ΧΘ· καὶ ἐπεὶ | ἴση ἐστὶν ἡ ΠΘ τῇ ΘΞ, ὡς ἄρα ἡ ΘΞ | πρὸς ΘΧ, οὕτως τὸ γενόμενον παραλ|ληλόγραμμον ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ | πρὸς τὸ γενόμενον ἐν τῷ ἀποτμή|ματι τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου.

νοείσ|θω μετακείμενον τὸ ἐν τῷ | τμήματι παραλληλόγραμμον | καὶ κείμενον κατὰ τὸ Ξ, ὥστε | κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ, | καὶ ἔτι νοείσθω ζυγὸς ἡ ΠΞ,
47r col. 2 μέσον | δὲ αὐτοῦ τὸ Θ· ἰσορροπεῖ δὴ περὶ | τὸ Θ σημεῖον τὸ παραλληλόγραμ|μον τὸ ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ αὐτ|οῦ μένον τῷ παραλληλογράμμῳ | τῷ γενομένῳ ἐν

laris, planumque in ΣT erectum ad $\Xi \Pi$ perpendiculare in utramque partem plani, in quo est circulus $\Xi O \Pi P$, producatur; hoc igitur in semicylindro, cuius basis est semicirculus $O \Pi P$, altitudo autem axis prismatis, sectionem efficiet parallelogrammum, cuius alterum latus rectae ΣT aequale est, alterum autem lateri cylindri, idemque in segmento a cylindro absciso sectionem efficiet parallelogrammum, cuius alterum latus rectae ΣT aequale erit, alterum autem rectae $N \Upsilon$, quae ita in parallelogrammo ΔE rectae $B \Omega$ parallela ducta sit, ut abscindat $EI = \Pi X$. et quoniam parallelogrammum est $E\Gamma$, et NI rectae $\Theta \Gamma$ parallela, et $E\Theta$, ΓB per eas ductae sunt inter se secantes, erit



$$E\Theta : \Theta I = \Omega \Gamma : \Gamma N = B\Omega : \Upsilon N \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

sed ut $B\Omega : \Upsilon N$, ita parallelogrammum in semicylindro ortum ad parallelogrammum in segmento a cylindro absciso ortum [Eucl. VI, 1]; nam utriusque parallelogrammi idem latus est ΣT; et $E\Theta = \Theta \Pi$, $I\Theta = X\Theta$; et quoniam $\Pi \Theta = \Theta \Xi$, erit, ut $\Theta \Xi : \Theta X$, ita parallelogrammum in semicylindro ortum ad parallelogrammum in segmento cylindri ortum.

parallelogrammum segmenti fingatur transpositum et ad Ξ ita collocatum, ut centrum grauitatis eius sit Ξ, et praeterea $\Pi \Xi$ libra fingatur, medium autem eius punctum Θ; itaque parallelogrammum semicylindri suo loco manens cum

2 τοῦ ἐπιπέδου] τὸ ἐπίπεδον. 3 ὁ] ἡ. 10 ΣΤ — τῇ] om. 15 ΓΒ] ΘΒ. οὕτως] οὕτως ὡς. 17 παραλληλόγραμμον] παράλληλον. 25 τῷ] om. 26 τὸ] τῷ. 28 ἔτι] ἐστι.

τῷ ἀποτμήμα|τι τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενεχθέν-|τι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ | Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ | βάρους τὸ Ξ σημεῖον. καὶ ἐπεί ἐστι | τοῦ μὲν παραλληλογράμμου τοῦ | γενομένου ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ | κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τοῦ δὲ πα|ραλληλογράμμου τοῦ γενομένου | ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέν|τι μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ | βάρους τὸ Ξ, καὶ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον | ἡ ΞΘ πρὸς ΘΧ, ὃν τὸ παραλληλόγραμ|μον, οὗ εἴπομεν κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους τὸ Χ, πρὸς τὸ παραλληλό|γραμμον, οὗ εἴπομεν 42v col. 2 κέντρον | εἶναι τοῦ βάρους τὸ Ξ, ἰσορροπήσει ἄρα περὶ τὸ Θ τὸ παραλληλόγραμμον, οὗ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τῷ παραλληλογράμμῳ, οὗ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ξ. ὁμοίως δὲ | δειχθήσεται, ὅτι καί, ὅταν ἄλλη τις | ἀχθῇ ἐν τῷ ΟΠΡ ἡμικυκλίῳ πρὸς | ὀρθὰς τῇ ΠΘ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀ|χθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ | ὀρθὸν πρὸς τὴν ΠΘ καὶ ἐκβληθῇ ἐ|φ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τοῦ, ἐ|ν ᾧ ἐστιν ὁ ΞΟΠΡ κύκλος, [ὅτι] τὸ γινόμε|νον παραλληλόγραμμον ἐν τῷ | ἡμικυλινδρίῳ ἰσόρροπον περὶ | τὸ Θ σημεῖον αὐτοῦ μένον τῷ πα-|ραλληλογράμμῳ τῷ γενομένῳ | ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέν|τι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενεχθέν|τι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ | Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι 47v col. 1 αὐτοῦ | τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον. καὶ πάντα | ἄρα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ γενό|μενα ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ αὐτοῦ | μένοντα ἰσορροπήσει περὶ τὸ | Θ σημεῖον πᾶσι τοῖς παραλληλο|γράμμοις τοῖς γενομένοις ἐν | τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι | ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενηνεγμέ|νοις καὶ κειμένοις τοῦ ζυγοῦ κατὰ | τὸ Ξ σημεῖον· ὥστε ἰσορροπεῖν καὶ τὸ ἡ|μικυλίνδριον αὐτοῦ μένον περὶ | τὸ Θ σημεῖον τῷ τμήματι τῷ ἀ|ποτμη-

1 τῷ] om. 2 ὥστε] ἔσται. 3 αὐτοῦ τοῦ] τοῦ αὐτοῦ. 9 εἴπομεν] εἴπωμεν. 11 ἰσορροπήσει — 14 Ξ] om. 18 ὅτι] deleuerim. 29 καί] om. 30 ὥστε] om.

parallelogrammo in segmento cylindri orto transposito et ad Ξ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit punctum Ξ, circum Θ punctum aequilibritatem seruat. et quoniam parallelogrammi in semicylindro orti centrum grauitatis est X [lemm. 6], parallelogrammi autem in segmento absciso orti transpositi centrum grauitatis Ξ, et $\Xi\Theta : \Theta X$ eandem rationem habet, quam parallelogrammum, cuius centrum grauitatis punctum X esse diximus, ad parallelogrammum, cuius centrum grauitatis punctum Ξ esse diximus, parallelogrammum,[1]) cuius centrum grauitatis est X, cum parallelogrammo, cuius centrum grauitatis est Ξ, circum Θ aequilibritatem seruabit. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in semicirculo $O\Pi P$ ad $\Pi\Theta$ perpendicularis ducatur, et in recta ita ducta planum erigatur ad $\Pi\Theta$ perpendiculare et ad utramque partem plani, in quo est circulus $\Xi O\Pi P$, producatur, parallelogrammum in semicylindro ortum suo loco manens circum punctum Θ aequilibritatem seruare cum parallelogrammo in segmento a cylindro absciso orto transposito et ad Ξ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit punctum Ξ. quare etiam omnia parallelogramma in semicylindro orta suo loco manentia circum punctum Θ aequilibritatem seruabunt cum omnibus parallelogrammis in segmento a cylindro absciso ortis transpositis et ad Ξ punctum librae collocatis; ergo etiam semicylindrus suo loco manens circum punctum Θ aequilibritatem seruabit cum segmento absciso transposito

1) De supplemento lin. 11—14 necessario, nisi ἐπεί lin. 4 deletur, cfr. p. 462, 11 sqq.

θέντι μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον.

42r col. 1

ιγʹ.

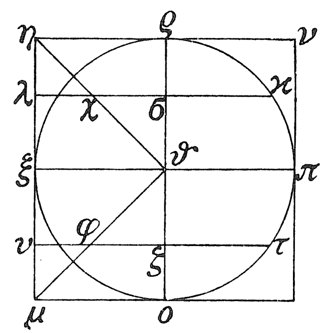
Ἔστω δ̣ὴ̣ πά̣λ̣ι̣ν̣ τὸ ⟨ὀ̣ρ̣θ̣ὸ̣ν̣ π̣ρ̣ὸ̣ς̣⟩ τὸν ἄ̣|ξονα παραλληλόγραμμ̣ο̣ν̣ τ̣ὸ̣ ΜΝ̣ | καὶ ὁ̣ κ̣ύ̣κ̣λ̣ο̣ς ⟨ὁ̣⟩ ΞΟ ⟨Π̣Ρ̣⟩, κ̣α̣ὶ ἐπεξ⟨ε̣ύ̣χ̣θ̣ω̣⟩|σαν αἱ ΘΜ̣, ΘΗ, καὶ ἀ̣ν̣εστ̣ά̣τω ἀ̣π̣ʼ | α̣ὐ̣τῶν ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὸ ἐπί|πεδον, ἐν ᾧ̣ ἐστι τ̣ὸ̣ 47v col. 2 Ο̣Π̣Ρ̣ ἡμικύκλ̣ι̣ο̣ν̣, κ̣α̣ὶ̣ | ἐκβεβλήσθω ἐφʼ ἑκάτερα τὰ | εἰρημένα ἐπίπεδα· ἔσται δή τι | πρίσμα βάσιν μὲν ἔχον τηλικαύ̣|την, ἡλίκη ἐστὶ τὸ ΘΜΗ τρίγωνον, | ὕψος δὲ ἴσον τῷ ἄξονι τοῦ κυλίν|δρου, καί ἐστι τὸ πρίσμα τοῦτο τέταρτον | μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος τ̣ο̣ῦ̣ | περιέχοντ̣ο̣ς̣ τὸν κύλινδρον. ἤχθωσαν | δέ τινε̣ς̣ εὐθεῖαι̣ | ἐν τῷ ΟΠΡ ἡμικυ|κλίῳ̣ καὶ ἐν τῷ ΜΝ τετραγώνῳ̣ | α̣ἱ̣ ΚΛ, ΤΥ ἴσον ἀπέχουσαι τῆ̣ς̣ | ΠΞ· τέμνουσιν δὴ αὗται τὴν μὲν | τοῦ ΟΠΡ ἡμικυκλίου περιφέρειαν | κατὰ τὰ Κ, Τ σημεῖα, τὴν δὲ ΟΡ | διάμετρον κατὰ τὰ Σ̣, Ζ, τὰς δὲ ΘΗ, | ΘΜ κατὰ τὰ Φ, Χ, καὶ ἀνεστάτω ἀ-|πὸ τῶν ΚΛ, ΤΥ ἐπίπεδα ὀρθὰ | πρὸς τὴν ΟΡ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφʼ ἑ|κάτερα τ̣ο̣ῦ̣ ἐ̣π̣ι̣π̣έ̣δ̣ο̣υ̣, ἐ̣ν̣ ᾧ̣ ἐ̣σ̣τ̣ι̣ν̣ ὁ̣ | 42r col. 2 ⟨Ξ̣Ο̣Π̣Ρ̣ κ̣ύ̣κ̣λ̣ο̣ς̣· π̣ο̣ι̣ή̣σ̣ε̣ι̣ δ̣ὴ̣ τ̣ὸ̣ ἕ̣τ̣ε̣ρ̣ο̣ν̣ ἐ̣ν̣⟩ | μ̣ὲ̣ν̣ τ̣ῷ̣ ἡμικυλινδρίῳ̣, οὗ βάσις | μέν ἐστιν τὸ ΟΠΡ̣ ἡμικύκλιον, ὕψος | δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ̣, τομὴν πα|ραλληλόγραμμ̣ο̣ν̣, οὗ ἐστιν μία μὲν | πλευρὰ ἴση τῇ ΚΣ̣, ἡ δὲ ἑτέρα | ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, ἐν | δὲ τῷ πρίσματι τῷ ΘΗΜ̣ ὁμοί|ως παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται | μία μὲν ἴση τῇ Λ̣Χ̣, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση | τῷ ἄξονι· διὰ δὲ τ̣ὰ̣ αὐτ̣ὰ̣ ἐ̣ν̣ τῷ | α̣ὐ̣τ̣ῷ̣ ἡμικυλινδρίῳ̣ ἔσται τ̣ι̣ | παραλληλόγραμμον, οὗ̣ ἐ̣σ̣τ̣ι̣ μ̣ί̣α̣ | μὲν πλευρὰ ἴση τῇ ΤΖ̣, ἡ̣ δ̣ὲ̣ ἑ̣τ̣έ̣|ρ̣α̣ ἴ̣σ̣η̣ τῷ ἄξονι ⟨τ̣ο̣ῦ̣ κ̣υ̣λ̣ί̣ν̣δ̣ρ̣ο̣υ̣, ἐ̣ν̣ δ̣ὲ̣

1 μετενεχθέντι] om. 3 Hic fig. p. 489. 4 ιγʹ] om. 16 ΠΞ] ΣΠΞ. 29 δὲ] om. ἐν] τῷ ἐν. Fig. deest.

et ad *Ξ* punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit punctum *Ξ*.

XIII.

Iam rursus parallelogrammum ad axem perpendiculare sit *ΜΝ* circulusque *ΞΟΠΡ*, et ducantur *ΘΜ*, *ΘΗ*, in iisque plana erigantur perpendicularia ad planum, in quo est semicirculus *ΟΠΡ*, quae plana ad utramque partem producantur; erit igitur prisma quoddam basim habens talem, qualis est triangulus *ΘΜΗ*, altitudinem autem axi cylindri aequalem, quod prisma quarta pars est totius prismatis cylindrum comprehendentis [Eucl. XI, 32]. ducantur autem in semicirculo *ΟΠΡ* quadratoque *ΜΝ* rectae aliquae *ΚΛ*, *ΤΥ* a *ΠΞ* aequaliter distantes, quae[1]) ambitum semicirculi *ΟΠΡ* in punctis *Κ*, *Τ* secent, diametrum *ΟΡ* autem in *Σ*, *Ζ* rectasque *ΘΗ*, *ΘΜ* in *Φ*, *Χ*, et in *ΚΛ*, *ΤΥ* plana erigantur ad *ΟΡ* perpendicularia et ad utramque partem plani, in quo est circulus *ΞΟΠΡ*, producantur; eorum igitur alterum in semicylindro, cuius basis est *ΟΠΡ* semicirculus, altitudo autem eadem, quae cylindri, sectionem efficiet parallelogrammum, cuius alterum latus rectae *ΚΣ* aequale est, alterum autem axi cylindri aequale, in prismate *ΘΗΜ* autem eodem modo parallelogrammum, cuius alterum latus rectae *ΛΧ* aequale erit, alterum autem axi aequale; eadem autem de causa in eodem semicylindro parallelogrammum orietur, cuius alterum latus rectae *ΤΖ* aequale est, alterum



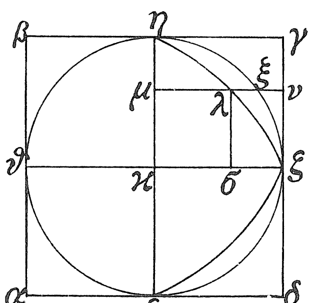
1) Lin. 16 melius scriberetur τεμνέτωσαν δὲ αὗται.

τῷ πρίσματι παραλληλό|γραμμον, οὗ ἐστιν ἡ μὲν μία⟩ | πλευρὰ ἴση τῇ ΥΦ, ἡ δὲ ἑτέρα | ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου . . . .

110r col. 1

ιδʹ.

Ἔστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους | ἔχον βάσεις, καὶ ἔστω αὐτοῦ μία τῶν | βάσεων τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον, | καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ πρίσμα κύ|λινδρος, καὶ ἔστω τοῦ κυλίνδρου | βάσις ὁ ΕΖΗΘ κύκλος ἐφαπτό|μενος τῶν τοῦ ΑΒΓΔ πλευρῶν κατὰ | τὰ Ε, Ζ, Η, Θ, διὰ δὲ τοῦ κέντρου αὐ|τοῦ καὶ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευ- | ρᾶς τῆς ἐν τῷ κατεναντίον ἐπιπέ|δῳ τοῦ ΑΒΓΔ τῆς κατὰ τὴν ΓΔ | ἐπίπεδον ἤχθω· ἀ|ποτεμεῖ δὴ τοῦτο ἀπὸ τοῦ ὅλου | πρίσματος ἄλλο πρίσμα, ὃ ἔσται τέταρτον μέρος | τοῦ ὅλου πρίσματος, αὐτὸ δὲ τοῦτο | ἔσται περιεχόμενον ὑπὸ τριῶν | παραλληλογράμμων καὶ δύο τρι|γώνων κατεναντίον ἀλλήλοις. | γεγράφθω δὴ ἐν τῷ ΕΖΗ ἡμικυ|κλίῳ ὀρθογωνίου κώνου τομή, |



105v col. 1 ἔστω ⟨δὲ⟩ . . . . | . . . . ἐν τῇ τομῇ . . | τῆς ἡ ΖΚ, καὶ ἤχθω τις ἐν τῷ | ΔΗ παραλληλογράμμῳ ἡ ΜΝ |

4 ιδʹ] om. 9 τῶν — 10 καὶ] om. 11 ἐν τῷ] $\overline{\varepsilon}$ (h. e. *E*). 12 ἀποτεμεῖ] bis. 14 ἄλλο — ὃ] om.

---

autem axi cylindri aequale, in prismate autem parallelogrammum, cuius alterum latus rectae $\Upsilon\Phi$ aequale est, alterum autem axi cylindri.

quoniam centra grauitatis parallelogrammorum in ΣK,

ZT positorum puncta media sunt rectarum $\Sigma K, ZT$ [lemm. 6], *centrum grauitatis utriusque simul parallelogrammi punctum A' est, in quo recta centra grauitatis parallelogrammorum coniungens rectam $\Theta\Pi$ secat* [cfr. lemm. 3]. *eadem de causa centrum grauitatis utriusque simul parallelogrammorum in $X\Lambda$, $\Upsilon\Phi$ positorum punctum B' est, in quo recta puncta media rectarum $X\Lambda$, $\Upsilon\Phi$ coniungens rectam $\Xi\Theta$ secat. iam parallelogramma in $\Sigma K, ZT$: parallelogramma in $X\Lambda, \Upsilon\Phi = \Sigma K : \Lambda X$* [Eucl. VI, 1] $= \Sigma K : \Sigma P$ [Eucl. VI, 4; I, 33] $= \Sigma K^2 : \Sigma P \times \Sigma K$ [Eucl. V, 15] $= \Sigma P \times \Sigma O : \Sigma P \times \Sigma K$ [Eucl. III, 31; VI, 17; VI, 8 coroll.] $= \Sigma O : \Sigma K = \Sigma P + 2\Sigma\Theta : \Sigma K = \Lambda X + 2X\Sigma : \Sigma K$ [Eucl. VI, 4] $= \frac{1}{2}\Lambda X + X\Sigma : \frac{1}{2}\Sigma K = B'\Theta : A'\Theta$; *itaque parallelogramma illa circum Θ aequilibritatem inter se seruant. et idem de omnibus parallelogrammis eodem modo effectis ualebit; quare etiam semicylindrus et prisma $H\Theta M$, quae parallelogrammis illis explentur, circum Θ aequilibritatem seruant. sed semicylindrus cum segmento cylindri ad Ξ posito circum Θ aequilibritatem seruat* [prop. XII], *et $\Theta\Xi = \Pi\Theta$; itaque segmentum ad Π positum cum prismate $H\Theta M$ aequilibritatem seruat. et centrum grauitatis prismatis in recta $\Xi\Theta$ positum est* [lemm. 9] *ita secta, ut pars ad Θ posita duplo maior sit reliqua* [lemm. 5]; *itaque segmentum cylindri: prisma $H\Theta M = \frac{2}{3}\Xi\Theta : \Pi\Theta = 2:3$. et prisma $H\Theta M$ quarta pars est totius prismatis; ergo segmentum cylindri sexta eiusdem pars est.*

XIV.

Sit prisma rectum quadratas bases habens, alteraque basis eius sit quadratum $AB\Gamma\Delta$, et in prisma cylindrus inscribatur, cylindrique basis sit circulus $EZH\Theta$ latera quadrati $AB\Gamma\Delta$ in punctis E, Z, H, Θ contingens, per centrum autem eius latusque quadrati in plano ad $AB\Gamma\Delta$ opposito lateri $\Gamma\Delta$ correspondens ducatur planum; hoc igitur a toto prismate aliud prisma abscindet, quod quarta pars erit totius prismatis, et hoc ipsum tribus parallelogrammis duobusque triangulis inter se oppositis comprehendetur. iam in semicirculo EZH sectio coni rectanguli describatur, diametrus-

παράλληλος οὖσα τῇ KZ· τεμεῖ | δὴ αὕτη τὴν μὲν τοῦ
ἡμικυκλίου | περιφέρειαν κατὰ τὸ Ξ, τὴν δὲ τοῦ | κώ-
νου τομὴν κατὰ τὸ Λ. καί ἐστιν | ἴσον τὸ ὑπὸ $MN\Lambda$
τῷ ἀπὸ τῆς | NZ· τοῦτο γάρ ἐστι σαφές· διὰ τοῦ|το
δὴ ἔσται, ὡς ἡ MN πρὸς $N\Lambda$, οὕτως | τὸ ἀπὸ KH
πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda\Sigma$. καὶ ἀ|πὸ τῆς MN ἐπίπεδον ἀνεστά-|
τω ὀρθὸν πρὸς τὴν EH· ποιήσει δὴ | τὸ ἐπίπεδον ἐν
τῷ πρίσματι .| τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ ὅλου | πρίσ-
110r col. 2 ματος τομὴν τρίγωνον | ὀρθογώνιον, οὗ ἔσται μία τῶν
περὶ | τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἡ MN, ἡ δὲ ἑ|τέρα ἐν τῷ
ἐπιπέδῳ τῷ ἀπὸ τῆς | $\Gamma\Delta$ ὀρθὴ πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$ ἀναγο-
μένη | ἀπὸ τοῦ N ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίν|δρου, ἡ δὲ
ὑποτείνουσα ἐν αὐτῷ | τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· ποιήσει
δὲ | καὶ ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμη|θέντι ἀπὸ τοῦ κυ-
λίνδρου ὑπὸ τοῦ | ἐπιπέδου τοῦ ἀχθέντος διὰ τῆς | EH
καὶ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς | τῆς κατεναντίον τῇ
$\Gamma\Delta$ τομὴν | τρίγωνον ὀρθογώνιον, οὗ ἔσται μί|α τῶν
περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἡ | $M\Xi$, ἡ δὲ ἑτέρα ἐν τῇ
ἐπιφανείᾳ | τοῦ κυλίνδρου ⟨ἀν⟩ηγμένη ⟨ἀπὸ | τοῦ Ξ⟩
ὀρθὴ πρὸς τὸ KN ἐπίπεδον, | ⟨ἡ δὲ⟩ ὑποτείνουσα ἐν
105v col. 2 ⟨τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ⟩. | ὁμοίως οὖν, ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν
τὸ ὑ|πὸ MN, $M\Lambda$ τῷ ἀπὸ $M\Xi$· ⟨τοῦτο γὰρ | φανε⟩-
ρόν ⟨ἐστιν⟩· ἔσται, ὡς ἡ | ⟨MN⟩ πρὸς τὴν ⟨$M\Lambda$, οὕ-
τως τὸ ἀπὸ MN⟩ πρὸς τὸ | ⟨ἀπὸ $M\Xi$. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ⟩
MN πρὸς τὸ ἀπὸ | ⟨$M\Xi$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς⟩ MN τρί-
γω|⟨νον τὸ ἐν τῷ πρίσμα⟩τι γε|⟨νόμενον πρὸς τὸ
ἀπὸ $M\Xi$ τρίγω⟩νον | τὸ ἐν τῷ ⟨τμήματι ἀφῃρημένον⟩ |
ὑπὸ τῆς τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας· | ὡς ἄρα ἡ MN
πρὸς $M\Lambda$, ⟨οὕτως τὸ τρίγωνον⟩ | πρὸς τὸ τρίγωνον.
ὁμοίως δὲ ⟨δ⟩εί⟨ξομεν, καὶ⟩ | ἐὰν ⟨ἄλλ⟩η τ⟨ις ἀχθῇ
ἐν τῷ πε|ρὶ τὴν τομὴν πε⟩ριγραφ⟨έντι⟩ παραλλη-

que eius in sectione intercepta sit ZK, et in parallelogrammo ΔH ducatur recta aliqua MN rectae KZ parallela; haec igitur ambitum semicirculi in Ξ secabit,[1]) coni autem sectionem in Λ. et $MN \times N\Lambda = NZ^2$ [ZMP. XXV p. 51]; hoc enim manifestum est; quare erit [Eucl. VI, 17; V def. 9] $MN : N\Lambda = KH^2 : \Lambda\Sigma^2$.[2]) et in MN planum erigatur ad EH perpendiculare; hoc planum igitur in prismate a toto prismate absciso sectionem efficiet triangulum rectangulum, cuius alterum laterum rectum angulum comprehendentium erit MN, alterum autem in plano in $\Gamma\Delta$ posito ad $\Gamma\Delta$ in N perpendiculare erectum axi cylindri aequale, latusque sub recto angulo subtendens in ipso plano secanti positum; in segmento autem a cylindro absciso plano per EH latusque quadrati rectae $\Gamma\Delta$ oppositum ducto idem sectionem efficiet triangulum rectangulum, cuius alterum laterum rectum angulum comprehendentium $M\Xi$ erit, alterum autem in superficie cylindri ad planum KN in Ξ perpendicalare erectum, latusque sub recto angulo subtendens in plano secanti positum. eodem igitur modo, quoniam $MN \times M\Lambda = M\Xi^2$ (hoc enim manifestum est),[3]) erit $MN : M\Lambda = MN^2 : M\Xi^2$ [Eucl. VI, 17; V def. 9]. est autem, ut $MN^2 : M\Xi^2$, ita triangulus in MN positus in prismate ortus ad triangulum in $M\Xi$ positum in segmento per superficiem cylindri abscisum [Eucl. VI, 19]; quare, ut $MN : M\Lambda$, ita triangulus ad triangulum. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in parallelogrammo circum sectionem circumscripto rectae KZ parallela ducatur, et in

1) Cfr. p. 493 not.
2) Hoc ipsum proponitur Quadr. parab. 3.
3) Nam $M\Xi^2 = MH \times ME$ (Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.; VI, 17) $= HK^2 \div MK^2$ (Eucl. II, 5) $= MN^2 \div MN \times N\Lambda = MN \times (MN \div N\Lambda)$.

28 τῆς] om. **29** πρὸς τὸ τρίγωνον] πρὸς τὴν seq. lacuna. **30** ἐὰν] seq. lacuna. **31** παραλληλογράμμῳ] om.

λογράμμῳ ⟨παρὰ⟩ | τὴν ΚΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης |
110v col. 1 ἐπί⟨πεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν⟩ πρὸς τὴν | ΕΗ, ὅτι
ἔσται, ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γε|νόμενον ἐν τῷ πρίσματι
πρὸς τὸ | . . . . τμήματι | . . . . . ἀπὸ τοῦ κυ-
λίνδρου, οὕτως | ἡ ἀχθεῖσα ⟨ἐν⟩ τῷ ΔΗ παραλλη- |
λογράμμῳ παράλληλος τῇ ΚΖ | ⟨πρὸς τὴν⟩ ἀποληφ-
θεῖσαν ὑπὸ | τῆς ΕΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς
καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. | συμπληρωθέντος οὖν τοῦ ΔΗ
πα|ραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἠγμέ|νων παρὰ τὴν ΚΖ
καὶ τοῦ τμή|ματος τοῦ περιεχομένου ὑπό | τε τῆς τοῦ
ὀρθογωνίου κώνου το|μῆς καὶ τῆς διαμέτρου ὑπὸ
τῶν | ἀπολαμβανομένων ἐν τῷ τμή|ματι συμπληρω
105r col. 1 . . . . | . τοῦ τμήματος τοῦ . . . . . | ἐν τῷ ἀπὸ τοῦ
. . . . . | γινομ . . . . . | πων . . . . τὰ γ . . . . . | . . . . . α καὶ
. . . . . | τῷ ΔΗ . . . . | . . . . | . . . . . δὲ
ἐτι . . . | . . . . | . . . . μα . . . | . . . . η
ἐτι | . . . . | . . . . ἀπ . . | . . . . | . . .
110v col. 2 . . . . | . . . . | ἀγομένων παρὰ τὴν ΚΖ . .
. . . | . . . . | τομῆς καὶ . . . . | . . . . . ει ταῖς
ἐν τῷ ΔΗ παραλ|ληλογράμμῳ ἠγμέναις παρὰ | τὴν ΚΖ,
καὶ ἔσται, ὡς πάντα τὰ | τρίγωνα τὰ ἐν τῷ πρίσματι | πρὸς
πάντα τὰ τρίγωνα τὰ | ἐν τῷ ἀποτμηθέντι τμήματι | τοῦ
κυλίνδρου ἀφῃρημένα, | οὕτως πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐν |
τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ πρὸς | πάσας τὰς εὐθείας τὰς
μετα|ξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς καὶ τῆς ΕΗ
εὐθείας. καὶ | ἐκ μὲν τῶν ἐν τῷ πρίσματι τρι|γώνων
σύγκειται τὸ πρίσμα, ἐκ | δὲ τῶν ἐν τῷ ἀποτμήματι τῷ|
105r col. 2 ⟨ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίν|δρου τὸ ἀπότμημα, ἐκ
δὲ⟩ τῶν ἐν | τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παρ|αλλήλων
τῇ ΚΖ τὸ ΔΗ παραλλη|λόγραμμον, ἐκ δὲ τῶν . . . . . |
μεταξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώ|νου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ

⟨τὸ τμῆμα⟩ | [τῆς παραβολῆς]· ὡς ἄρα τὸ πρίσ|μα πρὸς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου, οὕτω τὸ ΔΗ παραλ|ληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖΗ τμῆμα | τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ | ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ | τῆς ΕΗ εὐθείας. ἡμιόλιον δὲ | τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον τοῦ | τμήματος τοῦ περιεχομένου | ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας· δέ-

---

recta ita ducta planum ad EH perpendiculare erigatur, esse, ut triangulus in prismate ortus ad triangulum in segmento cylindri ortum, ita rectam in parallelogrammo ΔH rectae KZ parallelam ductam ad rectam inter sectionem coni rectanguli EHZ diametrumque EH abscisam. expletis igitur parallelogrammo ΔH per rectas rectae KZ parallelas ductas segmentoque a sectione coni rectanguli diametroque comprehenso per rectas in segmento abscisas . . . .[1]) et erunt, ut omnes trianguli prismatis ad omnes triangulos in segmento a cylindro absciso comprehensos, ita omnes rectae in parallelogrammo ΔH positae ad omnes rectas inter sectionem coni rectanguli rectamque EH positas. et ex triangulis in prismate positis prisma compositum est, ex triangulis autem in segmento a cylindro absciso positis segmentum, et ex rectis in parallelogrammo ΔH rectae KZ parallelis ductis parallelogrammum ΔH, ex rectis autem inter sectionem coni rectanguli rectamque EH positis segmentum sectionis;[2]) itaque, ut prisma ad segmentum a cylindro abscisum, ita parallelogrammum ΔH ad segmentum EZH a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum. sed parallelogrammum ΔH dimidia parte maius est

1) Quid in tanta lacuna fuerit dictum, non exputo.
2) τῆς παραβολῆς lin. 32 eiusdem interpolatoris est, qui etiam p. 448, 25—26 ad usum uerborum posteriorem inculcauit; cfr. p. 436, 1.

---

2 τὴν] om.? 4 τμήματι] τμήμα$^{\tau}$. 21 ὡς] om. 32 τῆς παραβολῆς] deleo.

158r col. 1 δεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς πρότερον | ἐκδεδομένοις·
ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ | καὶ τὸ πρίσμα τοῦ ἀποτμήματος | τοῦ ἀφῃρημένου ἀπὸ τοῦ κυλίν|δρου· οἵων ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπότμημα | τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἐστὶ τὸ | πρίσμα τριῶν. οἵων δὲ τὸ πρίσ|μα τριῶν, τοιούτων ἐστὶν τὸ | ὅλον πρίσμα τὸ περιέχον τὸν | κύλινδρον ιβ διὰ τὸ δ' εἶναι τὸ ἕτερον | τοῦ ἑτέρου· οἵων ἄρα τὸ ἀπότμημα | τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἐστὶν | τὸ ὅλον πρίσμα ιβ· ὥστε τὸ τμῆ|μα τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ | πρίσματος.

159v col. 1

ιε'.

Ἔστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους | ἔχον βάσεις, ὧν μία ἔστω τὸ $ΑΒΓΔ$ |· τετράγωνον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς | τὸ πρίσμα κύλινδρος, οὗ βάσις | ἔστω ὁ $ΕΖΗ$ κύκλος· ⟨ἐφάπτεται⟩ | δὴ οὗτος τῶν τοῦ τετραγώνου πλευ|ρῶν κατὰ τὰ $Ε$, $Ζ$, $Η$, $Θ$ σημεῖα· κέντρον δὲ ⟨ἔστω τὸ $Κ$, καὶ διὰ τῆς⟩ | $ΕΗ$ διαμέτρου ⟨καὶ μιᾶς
158r col. 2 πλευρᾶς⟩ | .... ⟨ἐπίπεδον ἤχθω⟩· | τοῦτο δὴ τὸ ἐπίπεδον ἀποτέμνει | πρίσμα ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος καὶ | ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ἀπότμημα κυ|λίνδρου . ⟨λέγω δή, ὅτι τοῦ⟩το ⟨τὸ⟩ | τμῆμα τὸ ἀποτετμημένον ἀπὸ | τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τοῦ ἀχθέντος | ἐπιπέδου ἕκτον μέρος ὂν δει|χθήσεται τοῦ ὅλου πρίσματος.

πρῶτον δὲ δείξομεν, ὅτι δυνατὸν | ἔσται εἰς τὸ τμῆμα τὸ ἀποτμη|θὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα | στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περι|γράψαι ἐκ πρισμάτων συγκεί-|μενον ἴσον ὕψος ἐχόντων καὶ | βάσεις τριγώνους ἐχόντων ὁ|μοίας, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆ|μα τοῦ ἐγ-
159v col. 2 γραφέντος ὑπερέ|χειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προ|τεθέντος μεγέθους ..... | γὰρ τοῦ πρίσματος τοῦ κατὰ | τὸ $ΒΔ$

segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso; hoc enim in iis, quae antea edidimus, demonstratum est;[1] quare etiam prisma dimidia parte maius est segmento a cylindro absciso; qualium igitur duorum est segmentum cylindri, talium trium est prisma. qualium autem trium est prisma, talium XII est totum prisma cylindrum comprehendens, quia alterum alterius est pars quarta; qualium igitur duorum est segmentum cylindri, talium XII est totum prisma; ergo segmentum a cylindro abscisum sexta pars est prismatis.

XV.

Sit prisma rectum quadratas habens bases, quarum una sit quadratum $ΑΒΓΔ$, et in prisma cylindrus inscribatur, cuius basis sit circulus EZH; hic igitur latera quadrati in punctis E, Z, H, Θ contingit;[2] centrum autem eius sit K, et per diametrum EH unumque latus quadrati oppositi lateri $\Gamma\Delta$ correspondens planum ducatur; hoc planum igitur a toto prismate prisma, a cylindro segmentum cylindri abscindit. dico igitur, demonstrari posse, hoc segmentum plano ita ducto a cylindro abscisum sextam partem esse totius prismatis.

primum autem demonstrabimus, fieri posse, ut in segmentum a cylindro abscisum figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex prismatis compositae aequalem altitudinem habentibus basesque triangulas habentibus similes, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam sit quaeuis data magnitudo.

1) Quadr. parab. 24; nam parallelogrammum ΔH duplo maius est triangulo in segmento parabolae inscripto. cfr. prop. I et p. 438, 16 sqq.
2) Cfr. p. 493 not.

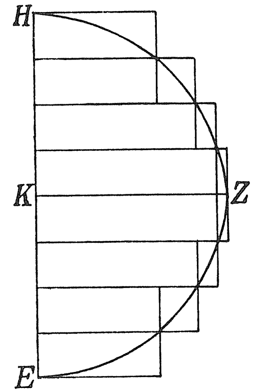
5 οἵων — τριῶν] om. 10 seq. spatium fig. 11 ιε'] om. 18 τὸ] om.

παραλληλογράμμου . . . | . . . . καὶ . . . ω . . | . . . . . .
γραμμένου . ω . . το . . Ξ . | ἐπιπέδῳ . . ⟨σ⟩ημεῖα τοῦ
. . . . | . ατος . . . η . . . ρετό . πω . . . . | . . . . . νομεν . . . . .
εστ . . σων | . . . . ἔστω . . . . το . . | λειπόμενον . . νι .
μια ἐλασ . | . . . ν . . τοῦ λείμματος . στ . . . . | . . . . . . ε
. . ει . . . καὶ . . . ει . . . α | τῳ . ει . . . . το . . | ατα |
158v col. 1 . . . . | . . . τῳ ἐκ . . . .
159r col. 1 . . . . | . . . . | . . . . | τμῆμα τὸν το
. . . . . . | ἀπο⟨τ⟩μ⟨η⟩θ . . . . ἀπὸ . . . . | δι . . . . |
ε . . . μάτων . . . . μεν . . | . . ων . . . . ται καὶ τῶν . . . |
. . ἐγγεγραμμένῳ . . . δι . . . | . . . . των κει . . . . . τα . . . |
ΚΩ παραλληλόγραμμον . . . | . . . . αμμον | . . . .
158v col. 2 . . . . | σχήματι πρίσμα . . . . . . ησ . | . . . . |
. . . . | τὸ ἀπο . . . . δρου . | ἐγγεγράφθω
. . . . . . μι|α . . . . | . . . . | . . . .
. . . . | . . σχῆμα, τὸ εἰρ⟨ημένον⟩ | σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμ-
μένου . . . | . . . . . . ἔχει . . . τοῦ δοθέντος | . . . . . . ἐχέτω
. . . . . . οσ | . . . . . τῶν πρισμάτων | . . . . | . . .
159r col. 2 . . . . | . . . . | . . . . ἴσον αὐ . . . ⟨ση-⟩|
μεῖα . . . . ἐγγεγρά|⟨φθω⟩ . . . . | . . . . . ν ἐσ . . . .
δευτέρῳ | . . . . γεγρ . . . . γει | . . . . . η . . . . . . ⟨τέ-⟩

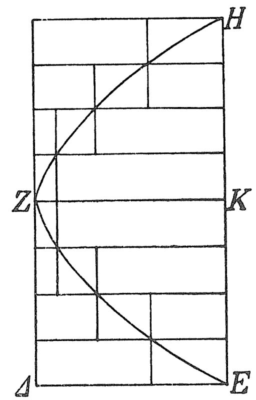
6 fig.

nam[1]) in semicirculo EZH diametrus EH semper deinceps in binas partes aequales secetur, et per puncta sectionis rectae ambitum semicirculi secantes ducantur rectae KZ parallelae, per puncta autem, in quibus hae ambitum secant, rectae ducantur rectae EH parallelae, quae in utramque partem producantur, donec cum proximis duabus rectis rectae KZ parallelis concurrant, in utrisque autem parallelis plana erigantur ad planum semicirculi perpendicularia; haec igitur et intra segmentum cylindri et extra idem prismata efficient

aequalem altitudinem habentia basesque triangulos rectangulos in rectis rectae KZ parallelis positos. et recta EH eo usque in binas partes aequales secta, donec duo prismata ad KZ posita data magnitudine minora sint,[2]) figura solida circum segmentum cylindri circumscripta ex prismatis composita figuram eodem modo inscriptam spatio excedet minore, quam est magnitudo data; excedet enim duobus prismatis ad KZ positis, quoniam ceteris omnibus prismatis figurae circumscriptae totidem prismata aequalia figurae inscriptae respondent.



praeterea ducta in semicirculo sectione coni rectanguli EZH et per puncta, in quibus ea a rectis rectae ZK parallelis secatur, rectis rectae EH parallelis ductis productisque, ut antea diximus, efficietur figura circum segmentum sectionis coni rectanguli circumscripta aliaque inscripta ex parallelogrammis compositae, quarum illa hanc excedit duobus parallelogrammis ad ZK positis, et singula parallelogramma singulis prismatis figurarum solidarum, quas significauimus, correspondebunt.



Iam, si segmentum a cylindro abscisum sextae parti totius prismatis aequale non est, aut maius est aut minus.[3]) sit prius, si fieri potest, maius; prisma igitur plano obliquo abscisum minus est quam dimidia parte maius segmento cylindri. in hoc igitur figura solida inscribatur aliaque circumscribatur, quales diximus, ita ut figura circumscripta

1) De forma demonstrationis cfr. De conoid. et sphaer. 19.
2) Cfr. Eucl. X, 1.
3) De forma demonstrationis cfr. De conoid. et sphaer. 25 al.

τμηται | κατὰ τὸ αὐτὸ . . . . | ⟨ἐγγεγρ⟩αμμένον ἐν . . . . . . | κύκλ . . . το⟨ῦ⟩ τμήματος τη | συνθε . τ . . . . ἀπο . . . . | μείζων ἐστὶν τοῦ ἐγγεγραμμένου | . . . . . .⟨τμ⟩ήματος ἐν τῷ πρίσ|ματι τῷ κατὰ τὸ . . . . . | . . . . ω

165v col. 1 ⟨. . . . . ἔλασσον ἄρα ἢ ἡμιό⟩|λιον τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον ὑπὸ τοῦ λοξοῦ | ἐπιπέδου τοῦ ἐγγεγραμμένου | εἰς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυ|λίνδρου στερεοῦ. ἐδείχθη δέ, ὡς τὸ | ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἀφη|ρημένον πρίσμα πρὸς τὸ | ἐγγεγραμμένον στερεὸν εἰς τὸ | ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίν|δρου, οὕτως τὸ ΔH παραλληλό|γραμμον πρὸς τὰ ἐγγεγραμμέ|να παραλληλόγραμμα εἰς τὸ | τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς | τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς | καὶ τῆς EH εὐθείας· ἔλασσον ἄρα | ἢ ἡμιόλιον τὸ ΔH παραλληλό|γραμμον τῶν παραλληλογράμ|μων τῶν ἐν τῷ τμήματι τῷ | περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρ|θογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς | EH εὐθείας· ὅπερ ἀδύνατον, ἐπεὶ | τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου | ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς καὶ τῆς EH εὐθείας ἡμιόλι|ον δέδεικται τὸ ΔH παραλληλό|γραμμον ἐν ἑτέροις. οὐκ ἄρα μεῖ|⟨ζον⟩ . . . . | . . . . | . . . . | . . . . ⟨στε-⟩ | 165v col. 2 ρεὸν ἐτ . . . . . ⟨ἀ⟩|ποτεμν . . . . | σχῆμ⟨α⟩ . . . . . . | τα ὀρθο . . . . | περιγραφ . . . . ⟨τοῦ ἐγγρα-⟩| φέντος ἐν . . . . | ἐπεὶ . . . . | τμήματ . . . . | ἐγγεγράφ⟨θω . . . . . ἐν τῷ τμή⟩|ματι τῷ ⟨περιεχομένῳ ὑπό τε⟩ | τῆς τοῦ ὀρθ⟨ογωνίου κώνου τομῆς⟩ | καὶ τῆς ⟨EH εὐθείας⟩ . . . . | γεγράφθ⟨ω⟩ . . . . | τοῦ ὀρθ⟨ογωνίου κώνου⟩ . . . . | φὲν περι . . . . ⟨ἐγγεγραμ⟩|μένον ἐν τ⟨ῷ⟩ . . . . . . | τοῦ κυλίνδρ⟨ου⟩ . . . . . . | τοῦ στερε⟨οῦ⟩ . . . . | τοῦ κυλίν⟨δρου⟩ . . . . . |

inscriptam excedat spatio minore, quam est quaeuis data magnitudo [p. 500, 24]. *quoniam igitur demonstrauimus* [prop. XIV], *esse, ut rectae in parallelogrammo ΔH ductae ad rectas inter sectionem coni rectanguli rectamque EH abscisas, ita singulos triangulos prismatis plano obliquo abscisi ad singulos triangulos segmenti a cylindro abscisi, h. e. singula prismata prismatis plano obliquo abscisi ad singula prismata figurae solidae inscriptae* [Eucl. XI, 32] *duobus pauciora, sed, ut rectae illae inter se, ita etiam parallelogramma, in quae secatur parallelogrammum ΔH, ad parallelogramma figurae in sectione coni inscriptae* [Eucl. VI, 1] *duobus pauciora, erit etiam* [lemm. 11], *ut prisma plano obliquo abscisum ad figuram inscriptam, ita parallelogrammum ΔH ad figuram in sectione coni inscriptam. et quoniam prisma plano obliquo abscisum minus est quam dimidia parte maius segmento cylindri, hoc autem figuram inscriptam excedit spatio minore, quam est quaeuis data magnitudo, erit etiam* prisma plano obliquo abscisum minus quam dimidia parte maius figura solida in segmento cylindri inscripta. demonstrauimus autem, esse, ut prisma plano obliquo abscisum ad figuram solidam in segmento cylindri inscriptam, ita parallelogrammum ΔH ad parallelogramma inscripta in segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso; itaque parallelogrammum ΔH minus est quam dimidia parte maius parallelogrammis inscriptis in segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso; quod fieri non potest, quoniam alibi[1]) demonstrauimus, parallelogrammum ΔH dimidia parte maius esse segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso. ergo segmentum cylindri sexta parte totius prismatis maius non est.

Sit igitur,[2]) *si fieri potest, minus; prisma igitur plano*

1) Quadr. parab. 24; cfr. supra p. 501 not. 1.

2) Fragmenta, quae seruata sunt, monstrant, demonstrationes Archimedis multo pluribus uerbis expositas fuisse; sed cum ea

5 τὸ πρίσμα τὸ] τοῦ πρίσματος. ἀποτετμημένον ὑπὸ] om. 7 τὸ ἀπὸ] τοῦ ἀπό. 8 ἀφηρημένον] ἀφηρημένου. 9 πρίσμα] πρίσματος. 12 τὸ] om.

τμήματ . . . . | ἔστιν καὶ . . . . | γραμμέν . . . . .
. . . . | . . . . | . . . . | . . . . |
. . . . | . . . . | . . . . | . . . . .
165r col. 1 . . . . | . . . . εχομεν | . . . . | . . . . . . γη
. . . | . . . . | . . . . *H* . . . | . . . . τιν . . . |
. . . . πρὸς τὸ | . . . . τὸ ἐν τ⟨ῷ⟩ | . . . .
. . . . | . . . . ⟨πε⟩ριεχομε| . . . . γο . . . | τῆς *EH*
καὶ | . . . . τοῖς λόγ|⟨οις⟩ . . . . . . αμμέν . . . | . . . .
. . . . τμήματος | . . . . δρ . . . . . | . . . . νον ἀπὸ
τῆς | . . . . ⟨τ⟩ῆς πλευρ⟨ᾶς⟩ | . . . . | . .
. . . . ἐν τῷ | . . . . τετμή⟨σθω⟩ | . . . . |
. . . . εχθήσ| . . . . τὸ μεῖ|⟨ζον⟩ . . . . | . . . .
165r col. 2 . . . . | . . . . | . . . . ⟨εὐ⟩|⟨θ⟩είας,

καὶ πάντα τὰ πρίσματα | τὰ ἐν τῷ πρίσματι τῷ ἀποτε-|τμημένῳ ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέ|δου πρὸς πάντα τὰ πρίσματα τὰ | ἐν τῷ σχήματι τῷ περιγε|γραμμένῳ περὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ | κυλίνδρου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν | πάντα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν | τῷ *ΔH* παραλληλογράμμῳ πρὸς πάν|τα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῷ | σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ | περὶ τὸ τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑ|πὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς | καὶ τῆς *EH* εὐθείας, τουτέστιν τὸ πρί|σμα τὸ ἀποτετμημένον ὑπὸ τοῦ λο|ξοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὸ σχῆμα τὸ περιγε|γραμμένον περὶ τὸ τμῆμα τοῦ κυ|λίνδρου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν | τὸ *ΔH* παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ | σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸ τμῆμα τὸ περι-|εχόμενον ὑπὸ | τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς | καὶ τῆς *EH* εὐθείας. μεῖζον δέ ἐστι | τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον ὑ|πὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἢ ἡμιόλιον | τοῦ στερεοῦ σχήματος τοῦ περιγε|⟨γραμμένου περὶ τὸ τμῆμα τοῦ | κυλίνδρου⟩ . . . .

26 περὶ — περιεχόμενον] om.

obliquo abscisum maius est quam dimidia parte maius segmento cylindri. rursus igitur figura solida circumscripta aliaque inscripta, quales diximus, eodem modo demonstrabimus, esse, ut singula prismata prismatis plano obliquo abscisi ad singula prismata figurae circum segmentum cylindri circumscriptae, ita singula parallelogramma in parallelogrammo ΔH comprehensa ad singula parallelogramma figurae circumscriptae circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum; quare etiam [lemm. 11] omnia prismata in prismate a plano obliquo absciso comprehensa ad omnia prismata in figura circum segmentum cylindri circumscripta comprehensa eandem rationem habebunt, quam omnia parallelogramma in parallelogrammo *ΔH* comprehensa ad omnia parallelogramma in figura comprehensa, quae circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque *EH* comprehensum circumscripta est, h. e. prisma plano obliquo abscisum ad figuram circum segmentum cylindri circumscriptam eandem rationem habebit, quam parallelogrammum *ΔH* ad figuram circumscriptam circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque *EH* comprehensum. sed prisma plano obliquo abscisum maius est quam dimidia parte maius figura solida circum segmentum cylindri circumscripta; *itaque etiam parallelogrammum ΔH maius est quam dimidia parte maius figura circumscripta circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum; quod fieri non potest, quoniam demonstrauimus* [p. 505 not. 1], *parallelogrammum ΔH dimidia parte maius esse segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso. ergo segmentum cylindri ne minus quidem est sexta parte totius prismatis. quoniam igitur neque maius est neque minus, sextae parti prismatis aequale est; quod erat demonstrandum.*[1])

ipsa restitui nequeant, satis habui ipsa momenta demonstrationum indicare.

1) Sequebatur (p. 430, 23 sqq.) propositionis p. 426, 22 sqq. expositae et per mechanicam examinatio et per geometriam demonstratio, quas restituerunt Hieronymus Zeuthen, Biblioth. Mathem.[3] VII (1907) p. 356 sq. et Theodorus Reinach l. c. p. 84 sqq. ad similitudinem propositionis II, deinde (u. p. 438, 20 sq.) demonstratio geometrica propositionis I, qualis exposita est Quadr. parab. 18—24.